

**ODOLİTLERİN YATAY AÇI DAİRESİ BÖLÜM HATALARININ  
ÜSTEL FONKSİYONLARLA veya POLİNOMLARLA  
İFADESİ ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA**

İstanbul Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi  
Harita - Kadastro Bölümü 'nce  
« DOKTOR MÜHENDİS »  
ünvanının verilmesi için kabul edilen tezdır.

**Yük. Müh. Turgut UZEL**

Tezin Başkanlığa Verildiği Tarih : 15 Ekim 1976  
Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Kasım 1976  
Doktorayı Yöneten Profesör : Prof. Macit ERBUDAK  
Jüri Üyeleri : Prof. Ekrem ULSOY  
: Prof. Burhan TANSUĞ

Öğrencilik yıllarımdan beri çok değerli yardımlarını esirgemeyen, sürekli destek gördüğüm Sayın hocalarım Prof. Macit ERBUDAK, Prof. Ekrem ULSOY, Prof. Burhan TANSUĞ, Prof. Bedi ILGİM, Prof. Ahmet KARADENİZ ve Prof. İbrahim SEZGİNMAN ile değerli arkadaşım Doç.Dr. Ali TUĞLUOĞLU'na ve ayrıca İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Haydar Furgaç Elektronik Hesap Merkezi mensuplarına teşekkürü borç bilirim.

T.U.

## Ö Z E T

Modern Geodezi'de, erişilmek istenen yüksek inceliğe bağlı olarak gözlem için kullanılan teodolitın daire bölüm hatalarının tümüyle bilinmesi ve ölçülen açıların buna göre düzeltilmesi gerekir. Bu hataların yeterince bilinmesi için gereken ölçü sayısı, gözlem süresi ve gözlem koşullarına ilişkin istekler, kolay kolay karşılanamayacak be-yutlara ulaşır.

Bu nedenle, bölüm çizgilerinin tümü yerine belirli bir kısmı incelenip buradan sonuca gidilir.

HEUVELINK yöntemi dışında, bölüm hatalarının incelenmesine ilişkin diğer yöntemler. bu hataları, gözlem konumlarına göre "nokta-nokta" olarak verirler. HEUVELINK yöntemi, bu hataları, kesiksiz bir eğri şeklinde ifade ederse de bir çok yönden eleştirilmekte ve sağ-lıklı sonuçlar vermediği belirtilmektedir.

Araştırma, çapsal bölüm hatalarının, az sayıda gözlemler yar-dımıyla, uygun bir fonksiyonla ifade edilmesi ve kesiksiz bir eğri ile belirlenmesini kapsamaktadır.

İnceleme, bir saniye teodolitinin yatay daire bölümleri üze-rinde yapılmıştır. Elde edilen verilerle, çapsal hataların, önce üst-tel fonksiyonlarla ifade edilmesi üzerinde durulmuş fakat istenen yak-laşım elde edilememiştir.

İkinci aşamada, polinomlarla çalışılmış ve öncelikle çapsal hata gidişine uygun eğrinin polinom derecesi araştırılmıştır. (%95 gü-ven sınırları içerisinde) bu hataların 5. derece bir polinomla ifade edilebileceği saptanmıştır. Ayrıca, verilere göre, test edilen aletin çapsal bölüm hatalarını ifade eden polinomun katsayıları hesaplanmış

ve böylece, bu aletle ölçülen açılara getirilmesi gereken düzeltme değerini veren çapsal hata eğrisi belirli duruma getirilmiştir.

## S U M M A R Y

In modern Geodesy in order to reach high precision which is wanted, it is necessary to know all the errors of graduated circles of a theodolite which had been used for the observations and according to which measured angles has to be corrected. In order to know these errors sufficiently, demands joining with necessary measurement number, measuring time and observation condition can reach to the size which is not overcome easily.

For this reason, instead of all the graduated circle, a known part of it can be studied and from this, it is possible to reach to the result.

Except HEUVELINK method, other methods dealing with graduated circles, give these errors point by point, according to their measuring positions. HEUVELINK method is being criticized from several point of view and it is shown that it gives unprecise results.

This investigation contains, to express the diametral errors with suitable functions which is gained with the help of limited observations and to show it with an unbroken curve.

Study has been done on the horizontal circle division of the second theodolite. With the achieved data, at the first step it is intended to show the diametral errors with exponential functions but it could not be possible to get the desired approach.

At the second step, it has been worked on the polynomials and first of all, the degree of the polynomial which is suitable to the diametral error curve, has been studied. Confidence level of 95 %, has been found that these errors can be expressed with 5<sup>th</sup> degree polynomials. On the other hand, the coefficient of the polynomials which express the diametral errors, has been computed according to the data achieved, so that the function of the diametral error curve has become known, in order to use to correct the measured angles.

## İÇİNDEKİLER

1.	GİRİŞ.....	7
2.	TANIM ve KAVRAMLAR.....	8
3.	KONTROL AÇISINI ÖLÇME YÖNTEMLERİ.....	10
3.1.	Bölüm Dairesi Dışarda İken Yapılan Ölçme Yöntemleri..	10
3.2.	Bölüm Dairesi Teodolite Takılı İken Yapılan Ölçme Yöntemleri.....	11
3.2.1.	Görüntü Yöntemi.....	11
3.2.2.	Yansıtma Yöntemi.....	12
3.2.3.	Mekanik Yöntem.....	13
4.	DAİRE BÖLÜM HATALARINI İNCELEME YÖNTEMLERİ.....	15
4.1.	Bölüm Dairesi Dışarda İken Uygulanan Kontrol Yöntemleri.....	15
4.1.1.	Bessel Kontrol Yöntemi.....	15
4.1.2.	Schreiber Kontrol Yöntemi.....	16
4.1.3.	Bruns Kontrol Yöntemi.....	21
4.1.4.	Elektro-optik Yöntem.....	24
4.2.	Bölüm Dairesi Teodolite Takılı İken Uygulanan Kontrol Yöntemleri.....	25
4.2.1.	Wild Kontrol Yöntemi.....	25
4.2.2.	Witoshenz Kontrol Yöntemi.....	28
4.2.3.	Değiştirilmiş Bruns Yöntemi.....	28
4.2.3.1.	İncelik Ölçütleri.....	33
4.2.4.	Heuvelink Kontrol Yöntemi.....	36
4.2.4.1.	Heuvelink Yönteminin Açıklama ve Eleştirisi.....	40
5.	Çapsal Hataların Başka Bir Fonksiyonla İfade Edilmesi.....	50
5.1.	Üstel Fonksiyonlar.....	50
5.2.	Polinomlar.....	53
5.2.1.	Regresyon ve İstatistik Testler.....	56
6.	ARAŞTIRMA ve SONUÇLARI.....	61
6.1.	Weise'ye Göre Değerlendirme.....	62
6.2.	Çapsal Hataların Üstel Fonksiyonlarla İfadesi İçin İnceleme.....	67
6.3.	Çapsal Hataların Polinomlarla İfade Edilmesi İçin	

	<i>İnceleme.....</i>	<i>75</i>
6.3.1.	<i>Çapsal Hataların Gidişini Tanımlayan Polinomun Derecesinin Saptanması.....</i>	<i>91</i>
6.3.2.	<i>Kontrol Edilen Teodolitin Çapsal Hata Eğrisini Gösteren Polinomun Belirlenmesi.....</i>	
6.4.	<i>Sonuç.....</i>	<i>93</i>
	<i>KAYNAKLAR.....</i>	<i>98</i>

## 1. G İ R İ Ő

Modern ve yüksek geodezi'de; çok uzun kenarlı triyagölasyonda ve ayrıca uyduların yörünge ölçmesi örneğinde olduğu gibi hareketli hedeflerin bir konumunda yalnız bir kez gözlem yapılabilirdiğinden, erişilmek istenen yüksek inceliğe bağlı olarak, gözlem için kullanılan teodolitlerin daire bölüm hatalarının tümüyle bilinmesi ve ölçülenenaçıların bu verilere göre düzeltilmesi gerekir.

Çapsal hataların yeterince bilinmesi için gereken ölçü sayısı , gözlem süresi ve gözlem koşullarındaki uyumla ilgili istekler, 2000-4000 çizginin incelenmesi söz konusu olduğundan; iş haçmi, çok büyük boyutlara ulaşır. Bu nedenle bölüm çizgilerinin tümü değil, belirli bir kısmı incelenip buradan sonuca gidilir.

HEUVELINK yöntemi dışında diğer yöntemlerin hepsi, bu hataları gözlem konumlarına göre "nokta-nokta" olarak verirler. HEUVELINK yöntemi ise bir çok yönden eleştirilmekte ve bunun sağlıklı sonuçlar vermediği belirtilmektedir.

Bu hataların sürekliliği, periyodik gidiği ve benzeri özelliklerinde araştırmacıların görüş birliği vardır. Bu nedenlerle çapsal hataların bu özelliklerinden yararlanarak az sayıda gözlemler yardımıyla ve yeni bir yöntemle kesiksiz bir eğri olarak belirlenmesi konusu incelemeyecektir. Bunun için özellikle üstel fonksiyonlar ve polinomlarla yaklaşım üzerinde durulacak; problemin uygun bir çözümünü elde etmek için nasıl bir yol izlenmesi gerektiği araştırılacaktır.

## 2. T A N Y M ve K A V R A M L A R

Daire bölümlerinin inceliğini saptamaya yönelik kontrol yöntemleri, çoğunlukla SCHREIBER'in geliştirdiği yöntemeye dayanır. Burada, uygun aralıkta seçilen bir kontrol açısı, bölüm bölüm dairesi üzerinde de oluşturulur ve bölüm çizgileri, bu kontrol açısına göre ölçülür. Ölçü düzeninin döme merkezi ile bölüm dairesinin merkezi arasındaki dış merkezlik etkisini yoketmek için ölçüler, birbiri karşısında duran çapsal dört çizgi ile yapılır. Bağımsız bir daire bölüm çizgisinin olması gereken yerdan doğrultu sapmasına çizgi hatası; her çapın olması gereken yerdan sapmasına da çapsal hata denir. Açı hatası, iki çizgi ya da çapsal hata farkına verilen addır.

Bu hataların açığa etkisinde uzun periyodlu bölüm hataları ile kısa periyodlu bölüm hatalarının birbirinden ayırt edilmesi gerekir./13/

Bölüm hatalarının grafik gösteriliğinde, makinada çizgilerin otomatik olarak çizilmesi sırasında, makine koşullarına şartlandırılmış fonksiyonel bir beğinti görülür. Uzun periyodlu daire bölüm hatası, çizgi makinasının çizim ağırlığının düzensiz çalışmasından ileri gelir. Periyot uzunluğu, çizgi hatasında  $2\pi$ ; çapsal hatada  $\pi$  dir. Kısa periyodlu daire bölüm hatası, vida boşluğunun yeter incelikte açılmamasından ve buna bağlı kapatma düzeninin incelikli çalışmamasından ortaya çıkar./22/

Açı ölçmesi yapanlar için ilk planda çapsal hatanın gidişi önemlidir. Zira modern teodolitlerde daima çapsal bir açı okuma düzeni vardır. Buna karşılık, bölüm dairesini imal edenler, çizgi hatalarını bilmek zorundadırlar.

80 mm bölüm daire çaplı bir saniye teodolitinde,  $20^{\circ}$  aralıkla çizilmiş iki bölüm çizgisi arasında doğrusal olarak 0,125 mm aralık ver-

dir. Böyle bir teodolitte  $1 - 2^{CC}$  lik bir kalite inceliği beklenir. Bunun yay olarak değeri ise  $0,000126 - 0,000251$  mm dir. Ve buradan, çok küçük aralıklarla çizilmiş bu çizgilerin kontrol yöntemlerinde yüksek bir ölçü inceliğinin gerektiği ilk bakışta görülür.

Saniye teodolitlerinin açılı tablalarında çok sayıda olan bölüm çizgilerinin kontrolü, iş ekonomisi yönünden olanak dışıdır. Bu nedenle konumları çevreye eşit şekilde dağılmış az sayıda bölüm çizgisinin kontrolü yapılır. Sonuçta, bölüm çizgi hatalarının büyüklüğü ve geometrik şeklin-den, genel yapısı hakkında yargıya ulaşılır./22/

### 3. KONTROL AÇISINI ÖLÇME YÖNTEMLERİ

Daire bölüm hatalarını araştırmak için uygulanan her yöntem, iki önemli çalışma sürecine ayrılır: Gözlem ve değerlendirme.

İlk aşama olarak tanımlanan çalışma sırasında, iki hedef markası ile belirlenen sabit bir  $B$  kontrol açısını ölçmek zorunluğu vardır. Bu açı, bölüm dairesinin çeşitli yerlerinde gözlenirse, kuramsal olarak sonuçların eşit olması gerekir. Oysa  $\alpha$ , daire durumuna bağlı olarak farklılık gösterir. Bu yolla elde edilen ortalama değerden sapmalar, daire bölüm hataları için doğrudan doğruya bir ölçüt ortaya koyar. Burada aranan önkoşul, gözlenen açının sabit olması ve gözlemlerin eşit koşullarda yapılmasıdır. Bunu sağlamak için gözlemler, sıcaklığı aynı düzeyde tutulabilen ve her türlü sarsıntı etkisinden uzak bir odada; teodolit oda sıcaklığını aldıktan ve iç dengesini kazandıktan sonra yapılır.

Daire bölümlerinin kontrolü, ya bölüm dairesi dışarda ya da bölüm dairesi teodolite takılı iken yapılır. Modern teodolitlerde cam üzerine çizilen bölüm çizgilerinin testi, özellikle ölçmecilerce, açı tablası teodolite takılı olarak yapılmak istenir.

#### 3.1. Bölüm Dairesi Dışarda İken Yapılan Ölçme Yöntemleri

Bölüm dairesi dışarda iken yapılan *BESSEL*, *SCHREIBER*, *BRUNS* ve *KUNNE* testlerinde kullanılan gereç ve ölçme yöntemleri, özellikleri ne deniyle ilgili bölüm başlıkları altında verilecektir.

### 3.2. Bölüm Dairesi Teodolite Takılı İken Yapılan Ölçme Yöntemleri

Daire bölümlerinin kontrolü, bölüm dairesi teodolite takılı iken üç ayrı yöntemle yapılan ölçmelerle sağlanabilir:

#### 3.2.1. Görüntü Yöntemi

Gözlenecek kontrol açısı, elden geldiğince uzağa, alet yatayında konacak hedef markalarıyla veya kolimatorlar yardımıyla belirlenir. Kontrol açısı, hesap kolaylığı sağlamak amacıyla  $1^c$  kadar büyük alınır. Açılı ölçmeleri, her bir daire konumunda iki hedefe doğrudan gözlemlerle yapılır.

Bu yolla yapılan ölçmelerde, teodolit elle yöneltildiği için önemli hatalar oluşur.

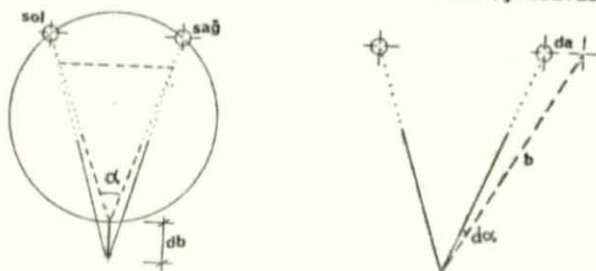
WERMANN /23/ a göre kontrol açısını yarılayan doğrultuda ortaya çıkan bir teodolit kayması,

$$m_{\alpha} = \frac{a}{b^2} \rho'' m_b \quad (3.1)$$

formülüyle verilen max. açı hatasına; hedef markalarının yana kayması ise,

$$m_{\alpha} = \frac{m_a}{b} \rho'' \quad (3.2)$$

formülüyle verilen bir açı hatasına neden olur. (Şekil: la, b)



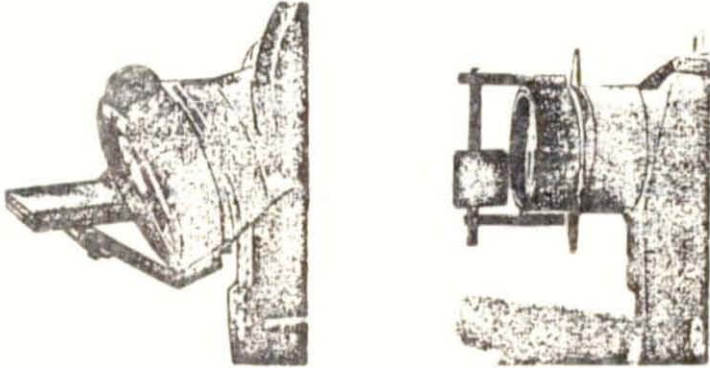
Şekil: la, b

Sonuç olarak, teodolit ile hedef markalarının gayet sabit olarak yerleştirilmesine ve hedef markalarının elden geldiğince uzağa konmasına özen gösterilmelidir.

Kolinator yardımıyla yapılan gözlemler daha uygundur; Hata etkenleri daha az olduğundan hedef markalarına gözleme yeğ tutulur.

### 3.2.2. Yansıtma Yöntemi

Objektifin yarı görüş alanı, bir ayna veya prizma ile kapatılır. Bir tek hedef markasına, bir kez doğrudan doğruya bakarak bir kez de ayna veya prizma aracılığıyla bakarak ölçme yapılır.

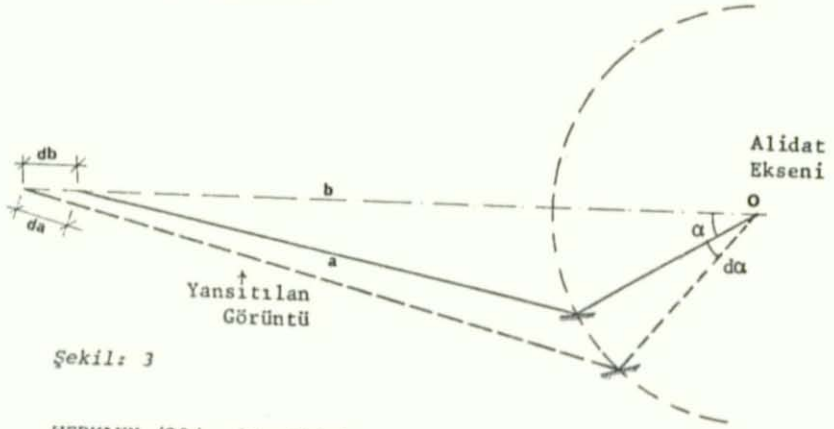


Şekil: 2

Bu yolla yapılan gözlemlerde, her kontrol açısı için ayrı özellikte bir prizma kullanmak gerektiği için ayna daha elverişlidir. Aynanın boyutları, presizyon teodolitlerde 4x4 cm.cm ; Universal teodolitlerde 2x2 cm.cm olur. Kullanılacak olan ayna, etrafında dönebileceği bir eksene bağlanır. Eksen de bir bilezikle dürbüne kenetlenir.

Ölçmeye başlamadan, önce hedefe doğrudan doğruya bakılır. Ve teodolit istenen kontrol açısı kadar döndürülür. Dürbünden bakılarak aynada hedef görününceye kadar ayna döndürülür; Hedef markası düğey kılla paralel oluncaya bırakılır. Teodolit bu durumda 12 saat kadar bekletilir. Sonra ince ayarlama yapılarak aynanın bir daha dönmemesi için vida ve kelepçeler iyice sıkıştırılır.

Yansıtma yönteminde en büyük hata, hedef markasının uzaklığının değişmesiyle oluşur. (Şekil:3)



Şekil: 3

WERMANN /23/ , bu etkiyi

$$m_{\alpha} = \frac{b - a}{a \cdot b \cdot \cot \alpha} m_a \quad (3.3)$$

formülüyle vermektedir.

### 3.2.3. M e k a n i k Y ö n t e m

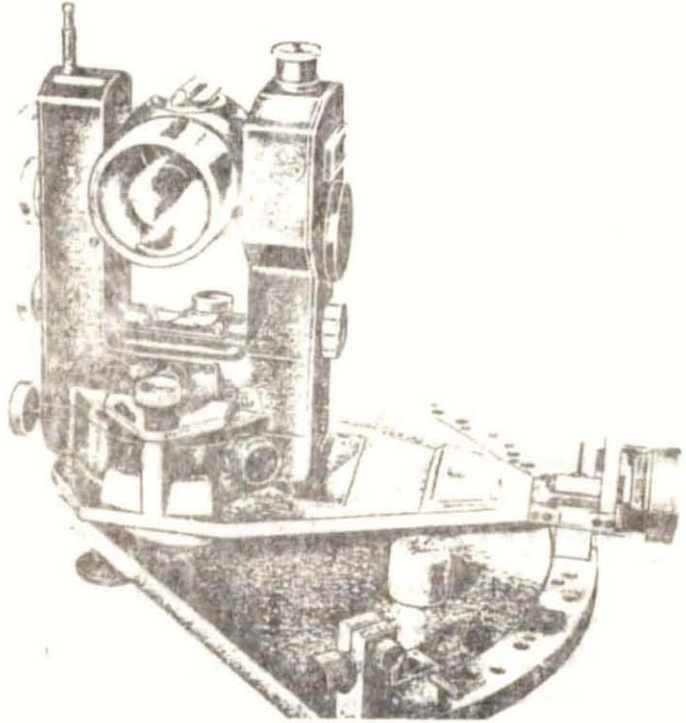
Optik olarak yapılan ölçme sırasında gözlemci, dürbünün çizgiler ağıyla hedefe uygulama yapar; Çapsal daire bölüm çizgilerini, optik mikrometre yardımıyla çakıştırır ve sayısal değerleri okur. Burada gözlemcinin yüksek bir konsantrasyon yeteneğine gereksinme duyulur.

Önceden belirlenen açının gözlem hatalarının azaltılması ve fiziksel etkilerden kaçınılması, ölçme işlemlerinin mekanize edilmesini zorunlu duruma getirir. Buna açının optik yolla değil, aksine iki setle sınırlandırılmasıyla ulaşılabılır. Böylece, dürbünle hedefleme tamamen ortadan kaldırılmış ve gözlemci önemli bir oranda işlevden çıkartılmış olur.

Kontrolün bu şekli, epeyce eskilere uzanır. İsviçreli geometriçi LEEMANN, 1935 yılında ilk kez böyle basit bir gereç önermiştir. HAUER, KASPER, DOUGLAS, SCHUTTE ve OBERBAUER yayınlarında, bu gereçle yapılan deneylerde iyi sonuçlar aldıklarını bildirmişlerdir. WERMANN /23/ , 1957 yılında yayınladığı doktora çalışmasında, optik ve mekanik yöntemleri karşılaştırmış ve mekanik yöntemin üstünlüğünü sayısal verilerle

ortaya koymuştur.

WEISE/22/, mekanik aracı geliştirerek setli kontrol gerecini yapmış ve yayınıda bununla yaptığı deneylerin başarılı sonuçlarını vermiştir. Şekil:4.



Şekil: 4

Bu konuda çok ilginç bir çalışmayı da CIESLAK yapmıştır. CIESLAK'ın sercecinde, kontrol açısı, iki elektirik kontakla sınırlandırılmakta ve böylelikle darbe basıncı en düşük düzeye indirilmektedir.

Setli kontrol gereçleriyle yapılan gözlemlerin diğer bir yararlı yanı, önceki yöntemlere oranla süre yönünden %30 luk bir indirim sağlama-  
sıdır.

#### 4. DAİRE BÖLÜM HATALARINI İNCELEME YÖNTEMLERİ

Daire bölümlerinin incelenmesi BESSEL'le başlar ve teodolitlerin yapısal değişikliğine paralel olarak gelişme gösterir. Eski aletlerde bölüm daireleri dışarda ve çift okuma mikroskoplu olduğundan SCHREIBER, buna uygun olarak çok ilginç bir kontrol yöntemi geliştirmiştir. WILD /24/' in optik-mekanik bir yöntemle açı okumasını sağlaması ve böylelikle bölüm dairesini aletin içerisinde almasından sonra, kontrol yöntemleri buna uygun olarak geliştirilmeye çalışılmıştır.

Geodezik uygulamalar için daire bölüm hatalarının kontrolü, diğer yan etkileri de birlikte incelemek üzere, bölüm dairesi alete takılı iken yapılmalıdır. Ancak yapımcılar için çizgi hatasının kalite yönünden önemi olduğundan açı tablası alete takılmadan incelenir.

##### 4.1. Bölüm Dairesi Dışarda İken Uygulanan Kontrol Yöntemleri

Bunlardan en önemlileri, BESSEL, SCHREIBER, BRUNS ve KUHNE yöntemleridir.

##### 4.1.1. BESSEL Kontrol Yöntemi

Önce, daire çevresine dağılmış az sayıda eş aralıklı bölüm çizgileriyle çalışılır. Ve bu ana bölüm çizgilerinin hataları belirlenir. Bu aralıkların durumunun bilinir olduğu varsayılarak bunların arasındaki bölüm çizgileri ele alınır. İşlem böylece tekrarlanarak 2. ve 3. derecede bölüm çizgileri grubu oluşturulur.

Bu yöntemin sayısal değerlendirmesi basit olmasına karşılık sa-

kıncası, elde edilen bölüm çizgi hata inceliğinin, grup numarasının artmasıyla azalmasıdır. İnceliklerin aynı düzeye getirilmesi için düşük incelikli çizgilerin hatalarını büyük ağırlıkla belirlemek zorunludur. Bu durum ise kontrol yöntemini ekonomik olmaktan uzaklaştırır. Böylece çok az sayıda çizgi üzerinde araştırma yapmak koşulu ortaya çıkar. Diğer bir sakınca da bölüm hatalarının birbirlerinden bağımsız olarak elde edilmesidir.

Eskiden çok kullanılan bu yöntem, son zamanlarda hiç uygulanmamaktadır.

#### 4.1.2. SCHREIBER Kontrol Yöntemi

Bu yöntem, kuramsal olarak her şeyle tam diye gösterilebilir. Tüm çizgi ve açı hataları hesapta aynı ağırlıkla sonuçlandırılır. Uç değişik uygulama yöntemi vardır. Bunların içerisinde en önemlisi, WANSCHAFF'ın daire bölüm kontrol gereci için yaptığı 2 çift (4adet) çapsal mikroskopla yapılan ölçmelerle olanıdır. (Şekil:5)

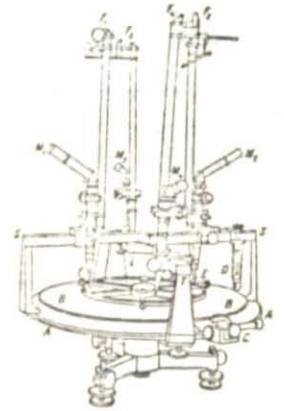
Örneğin bölüm dairesi üzerinde yalnız 10 çizginin hatası araştırılmak istensin. Bunlar:  $0^{\circ}$ ,  $36^{\circ}$ ,  $72^{\circ}$ , ...  $324^{\circ}$  olur. Bölüm çizgilerini  $0, 1, 2, 3, \dots, 9$ ; hatalarını da  $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_9$  ile gösterirsek, çizgilerin gerçek değerleri,

0	$0^{\circ} + x_0$	5	$180^{\circ} + x_5$	
1	$36^{\circ} + x_1$	6	$216^{\circ} + x_6$	
2	$72^{\circ} + x_2$	7	$252^{\circ} + x_7$	(4.1)
3	$108^{\circ} + x_3$	8	$288^{\circ} + x_8$	
4	$144^{\circ} + x_4$	9	$324^{\circ} + x_9$	

olur

$$x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 0 \quad (4.2)$$

dır.



Şekil: 5

WANSCHAF gerecinin iki kolu arası, yaklaşık olarak  $36^\circ$  yapılır ve mikroskoplar aşağı yukarı  $0^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $180^\circ$  ve  $216^\circ$  çizgilerine uygulanır. Mikroskopların gerçek konumları,

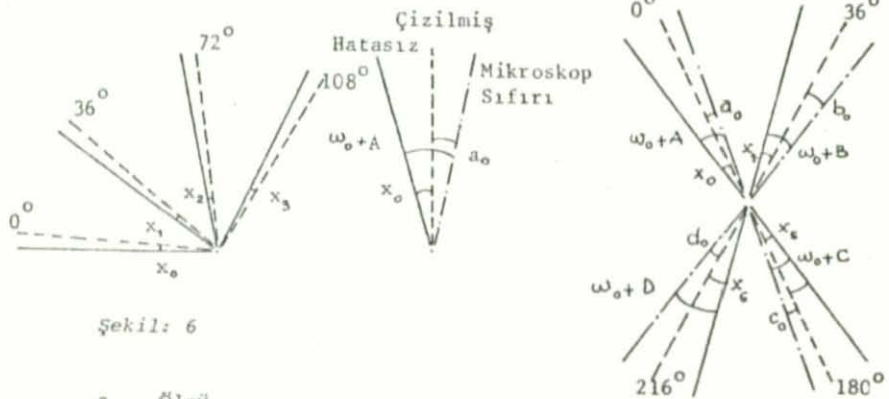
$$\begin{aligned} 0^\circ + \omega_0 + A \\ 36^\circ + \omega_0 + B \\ 180^\circ + \omega_0 + C \\ 216^\circ + \omega_0 + D \end{aligned} \quad (4.3)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada  $\omega_0$

$$A + B + C + D = 0 \quad (4.4)$$

olacak şekilde alınabilir.

Mikroskopların sıfır çizgileri ile bölüm çizgileri arasındaki açılar mikrometrelerle ölçüp  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  ve  $d_0$  değerleri elde edilir. (Şekil:6)



Şekil: 6

$a_0$  Ölçü

$x_0$  Hata

olarak alınırsa

$$\begin{aligned} a_0 &= \omega_0 + A - x_0 \\ b_0 &= \omega_0 + B - x_1 \\ c_0 &= \omega_0 + C - x_5 \\ d_0 &= \omega_0 + D - x_6 \end{aligned} \quad (4.5)$$

olur. Burada  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  ve  $d_0$ , sabit bir miktar kadar değiştirilebilir. Bu  $\omega_0$  in değişmesi demektir. Buna göre

$$a_0 + b_0 + c_0 + d_0 = 0 \quad (4.6)$$

yazılabilir:

Bundan sonra bölüm dairesi  $36^\circ$  kadar döndürülür. Bu durumda mikroskopların altına  $36^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $216^\circ$  ve  $252^\circ$  çizgileri gelir. Aynı yolla yapılan ölçülerden sonra

$$\begin{aligned} a_1 &= \omega_1 + A - x_1 \\ b_1 &= \omega_1 + B - x_2 \\ c_1 &= \omega_1 + C - x_6 \\ d_1 &= \omega_1 + D - x_7 \end{aligned} \quad (4.7)$$

yazılabilir. Benzer işlemlerle beş değişik sistem elde edilecektir. Burada son sistem

$$\begin{aligned} a_n &= \omega_n + A - x_n \\ b_n &= \omega_n + B - x_5 \\ c_n &= \omega_n + C - x_9 \\ d_n &= \omega_n + D - x_0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

dir. Mikroskoplar bir çap üzerinde yani aralarındaki açı  $180^\circ$  dir. Bu nedenle karşılıklı okumaların ortalaması alınır ve hataya da çapsal hata denir. Örneğimizde çapsal hatalar,

$$\begin{aligned} y_0 &= (x_0 + x_5) / 2 \\ y_1 &= (x_1 + x_6) / 2 \\ \dots & \\ y_n &= (x_n + x_3) / 2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

olur.  $x$  lerin toplamı sıfır olduğuna göre  $y$  lerin toplamı da sıfır olur.

$$[x] = 0, \quad [y] = 0 \quad (4.10)$$

şartlılıklerde,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (-a_0 - c_0 + b_0 + d_0) &= \ell_0 \\ \frac{1}{2} (-a_1 - c_1 + b_1 + d_1) &= \ell_1 \\ \dots & \\ \frac{1}{2} (-a_n - c_n + b_n + d_n) &= \ell_n \end{aligned} \quad (4.11)$$

(4.12)

yazalım. (4.5) hata denklemleri,

$$- 1/2. \quad a_0 = \omega_0 + A - x_0$$

$$- 1/2. \quad c_0 = \omega_0 + C - x_5$$

$$(1/2)( - a_0 - c_0 ) = (1/2)( - A - C ) - (1/2)( x_0 + x_5 ) - \omega_0$$

$$1/2. \quad b_0 = \omega_0 + B - x_1$$

$$1/2. \quad d_0 = \omega_0 + D - x_6$$

$$(1/2)( b_0 - d_0 ) = (1/2)( B - D ) - (x_1 + x_6 ) / 2 - \omega_0$$

şeklinde düzenlenebilir. Bunları taraf tarafa toplarsak

$$(- a_0 - c_0 + b_0 + d_0) / 2 = (- A - C + D) / 2 - (x_1 + x_6) / 2 + B / 2 + (x_0 + x_5) / 2$$

olur. Burada (4.9) ve (4.10) daki karşılıkları yerlerine konursa

$$\ell_0 = z + y_0 - y_1$$

bulunur. Aynı işlem (4.7) ve (4.8) e de uygulanırsa sonuçta

$$\ell_0 = z + y_0 - y_1$$

$$\ell_1 = z + y_1 - y_2$$

$$\ell_2 = z + y_2 - y_3$$

$$\ell_3 = z + y_3 - y_4$$

$$\ell_4 = z + y_4 - y_0$$

(4.13)

denklemleri bulunur. Buradaki  $\ell$  ler, ölçülerle bulunmuş değerlerdir.

(4.13) eşitlikleri taraf tarafa toplanır

$$[\ell] = 5.z$$

ve

$$z = [\ell] / 5$$

(4.14)

olur. (4.13) eşitliklerinin birincisinden sonuncusunu çıkartırsak

$$2y_0 - y_1 - y_4 = \ell_0 - \ell_4 \quad (4.15)$$

bulunur. (4.13) ten hata denklemlerine geçilirse

$$\begin{aligned} v_0 &= -\ell_0 + z + y_0 - y_1 \\ v_1 &= -\ell_0 + z + y_1 - y_2 \\ v_2 &= -\ell_0 + z + y_2 - y_3 \\ v_3 &= -\ell_0 + z + y_3 - y_4 \\ v_4 &= -\ell_0 + z + y_4 - y_0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

yazılır.

İkinci bir seri ölçüde, mikroskop çiftlerinin arası yaklaşık  $72^\circ$  yapılır. Bu durumda mikroskopların altına,

$$\begin{array}{cccc} 0 & 2 & 5 & 7 \\ 0^\circ & 72^\circ & 108^\circ & 252^\circ \end{array}$$

çizgileri gelir. Ve

$$\begin{aligned} \ell'_0 &= z' + y_0 - y_2 \\ \ell'_1 &= z' + y_1 - y_3 \\ &\dots \\ \ell'_4 &= z' + y_4 - y_1 \end{aligned} \quad (4.17)$$

elde edilir. Burada da

$$\begin{aligned} [\ell'] &= 5 \cdot z' \\ z' &= [\ell'] / 5 \end{aligned} \quad (5.18)$$

ve

$$2y_0 - y_2 - y_3 = \ell'_1 - \ell'_3$$

olur.

Normal denklemler kurulursa önce

$$\begin{aligned} z &= [\ell] / 5 \\ z' &= [\ell'] / 5 \end{aligned}$$

bulunur. (4.13) ve (4.17) deki  $y_0$  lı denklemlerle

$$\begin{array}{r} \ell_0 = z + y_0 - y_1 \\ - \ell_4 = z + y_4 - y_0 \\ \hline \ell_0 - \ell_4 = 2y_0 - y_1 - y_4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \ell'_0 = z' + y_0 - y_2 \\ - \ell'_3 = z' + y_3 - y_0 \\ \hline \ell'_0 - \ell'_3 = 2y_0 - y_2 - y_3 \end{array}$$

olur. Bunlar toplanarak

$$4y_0 - y_1 - y_2 - y_3 - y_4 = \ell_0 + \ell'_0 - \ell'_3 - \ell_4$$

bulunur.

$$[y] = 0 + y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 0$$

dolayısıyla

$$y_0 = -y_1 - y_2 - y_3 - y_4$$

olduğundan üstteki eşitlik

$$\begin{aligned} 4y_0 + y_0 &= \ell_0 + \ell'_0 - \ell'_3 - \ell_4 \\ 5y_0 &= \ell_0 + \ell'_0 - \ell'_3 - \ell_4 \end{aligned}$$

(4.19)

şekline getirilebilir. Aynı yol izlenerek denklemler biraraya getirilir:

$$\begin{aligned} 5y_0 &= \ell_0 + \ell'_0 - \ell'_3 - \ell_4 \\ 5y_1 &= \ell_1 + \ell'_1 - \ell'_4 - \ell_0 \\ 5y_2 &= \ell_2 + \ell'_2 - \ell'_0 - \ell_1 \\ 5y_3 &= \ell_3 + \ell'_3 - \ell'_1 - \ell_2 \\ 5y_4 &= \ell_4 + \ell'_4 - \ell'_2 - \ell_3 \end{aligned}$$

(4.20)

olur. Burada elde edilen toplam bölüm hatalarının hepsi aynı ağırlıkta-  
dır. Bu nedenle iki çizgi hatası farkları da eşit ağırlıkta olurlar.

#### 4.1.3. BRUNS Kontrol Yöntemi

Tüm çizgi hatalarının aynı ağırlıkta belirlenmesi ile açı hatalarının elde edilmesindeki incelikten vazgeçilirse, program oldukça basitleştirilebilir. BRUNS, yöntemini 1892 de "Rozetlerin Biraraya Getirilmesi" başlığıyla yayınlamıştır.

Rozet, dairenin yarı çevresi üzerine eşit olarak dağılmış çaplar veya dairenin tüm çevresi üzerine dağılmış çizgiler grubudur. Kontrol edilecek bölüm çizgileri eşit olarak rozetlere ayrılır. Bu durumda, ilk bakışta bir rozet içerisinde elde edilen çizgi hataları, diğer bir rozetle belirlenen çizgi hatalarına göre bir bağıntı göstermez. Karşılıklı durumda noksan olan bu bağlantı, aynı çizgi hatalarının diğer bir kombinasyonunu içeren rozetlerin ikinci bir sistemiyle kurulur.

Örneğin bir bölüm dairesinin 10 çapsal hatasının belirlenmesi istensin. Rozetler, düzenleri,

$$n = k_1 \cdot k_2 \quad (4.21)$$

eşitliğiyle belirlenen  $k$  faktörleri yardımıyla verilir. Örneğimizde

$$k_1 = 2$$

$$k_2 = 5$$

$$n = 2 \cdot 5 = 10$$

olur. Kontrol açıları,

$$\beta_1 = \pi / k_1 \quad (4.22)$$

bağıntısından elde edilir. Birinci rozet sistemi için

$$\beta_1 = 200 / 2 = 100^\circ$$

ikinci rozet sistemi için ise

$$\beta_2 = 200 / 5 = 40^\circ$$

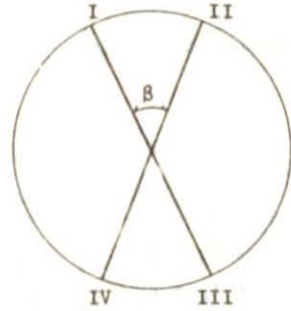
bulunur. Her  $\beta$  açısı aralığında  $n$  rozetin ölçülmesi gerekir. Bunun için bölüm dairesi her defasında

$$\beta = 200 / 2$$

kaydırılır.

Rozetler simgelerle belirtilir.  $R(2,0)$  simgesi, mikroskopları taşıyan kollar (çaplar I-III, II-IV) arasındaki açının

$$\beta = \pi/2 = 90^\circ$$



Şekil: 7

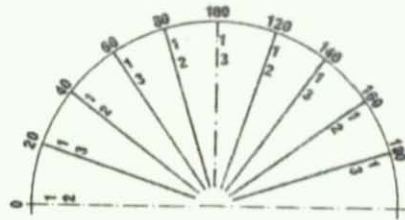
lunduğu anlamındadır.

10 çapsal hatanın belirlenebilmesi için aşağıdaki 7 rozetin ölçülmesi gerekir. İlk önce,  $\beta_1 = 100^\circ$  aralıkta iki çaplı 5 rozetli I. sistem izlenir.

SİSTEM I.	R(2.0)	R(2.20)	R(2.40)	R(2.60)	R(2.80)
$(\beta_1=100^\circ)$	$0^\circ$	$20^\circ$	$40^\circ$	$60^\circ$	$80^\circ$
	$100^\circ$	$120^\circ$	$140^\circ$	$160^\circ$	$180^\circ$

Bu birinci sistemde 10 çapın tümü de bulunur. Fakat rozetlerin birbirleriyle bağlantıları yoktur. Örneğin  $0^\circ$  ile  $20^\circ$  çizgilerinin karşılıklı durumları belirsizdir. Eğer  $40^\circ$  açıklıklı 5 çaplı ikinci rozet gözlenirse o zaman her iki sistem arasında bağlantı kurulmuş olur.

SİSTEM II.	R(5.0)	R(5.20)
$(\beta_2=40^\circ)$	$0^\circ$	$20^\circ$
	40	60
	80	100
	120	140
	160	180



Şekil: 8

Görüldüğü gibi II. sistemin her rozetinde, I. sistemin 5 rozetinden birer çap vardır. (Şekil:8)

BRUNS yönteminin ilkesinin bu şekilde gösterilişinden, 10 çapsal hatanın saptanması için iki kontrol açısıyla yapılan gözlemlerin yettiği sonucu çıkarılamaz. Esasında  $\beta_1$  ve  $\beta_2$  açıları, tam sayılı katları den küçük diğer kontrol açıları için sadece birer ana periyoddur.

$\beta_1 = 100^\circ$  ve  $\beta_2 = 40^\circ$  dan başka  $80, 120$  ve  $160^\circ$  lık açılarında ölçülmesi gerekir.  $\beta_1$  in,  $\pi$  den küçük tamsayı katlı bir açısı yoktur. Söz konusu edilen diğer kontrol açılarıyla gözlem yapmanın neden gerektiği anlatılamaz; Bu, matematik üretimden çıkar.

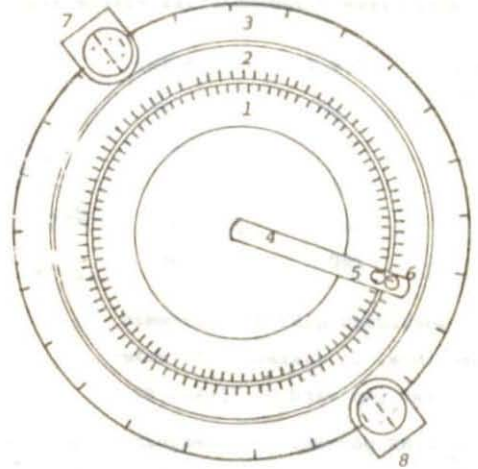
Sistemlerde, her çapsal hata için bilinen normal denklemleri veren iki normal denklem bölümü elde edilir. Hesap işlemleri bilinen şekilde yapılır. /4/, /19/, /22/

#### 4.1.4. Elektro-optik Yöntem

KUHNE, 1962 de daire bölüm hatalarının doğrudan doğruya ölçümünü sağlayan bir elektro-optik kontrol gereci gerçekleştirmiştir. /16/

Yöntem, "Kontrol edilecek daire bölümleri, bir çap üzerinde bulunan iki okuma mikroskobu altındaki tam olarak eşit açı aralıklarına dönüştürülebilirse çapsal hataların doğrudan doğruya ölçülebileceği" ana düşüncesine dayanmaktadır. Burada söz konusu edilen açı aralıkları, kontrol edicinin doğru olan bölüm aralıkları ile çakışmalıdır. Eş aralıkları, eş merkezli olarak çizilen iki bölüm dairesi verir. Yine eş merkezli dolanan kol üzerinde, birinci dairenin bölümlerine bakan foto-elektiriksel bir abtast ile ikinci dairenin bölümlerine bakan bu foto-elektirik düzene bağlı bir faz indikatörü vardır.

(Şekil:9) da 1 ve 2 eşbölümlü iki ana bölüm dairesini göstermektedir. Bunlardan 1, dönmeyecek şekilde kontrol gereğine bağlıdır. 2 ile gösterilen daire ise 1 ile tanımlanan daireye karşılık o noktasından geçen asal eksen etrafında döner. 2 numaralı daire ile 3 numara ile işaretlenen kontrol edilecek bölüm dairesi, işlem sırasında birbirine sabit olarak bağlanırlar. Yani



Şekil: 9

birlikte dönerler. 4, dairelerle eş merkezli, abtast (taşıyıcı kol)dur. Bu kol, sabit bir açı hızıyla döner ve üzerinde taşıdığı 5 ve 6 fotoselleri ana dairenin bölümleri üzerinden geçer. 7 ve 8, bir çap üzerinde bulunan ve alete sabit olarak bağlanmış iki çapsal mikroskoptur.

$N$  ana bölümlerin sayısı,

$u$  kolun saniyedeki dönüş sayısı

$n_1$  göstermek üzere, taşıyıcı kolun dönüşü sırasında 5 ve 6 fotosellerinin herbiri

$$F = N \cdot u$$

(4.23)

frekanslı birer impuls serisi çıkarır. Bunların faz konumları, birinci ana bölüm dairesine karşılık ikinci ana bölüm dairesinin yerine bağlıdır. Eğer birbirini izleyen her iki faz farkı sıfır ise dairelerin bu yerindeki çizgileri çakışma durumundadır.

Böylece ortaya çıkan faz farklarından daire bölüm hatası elde edilebilir.

Bu gereçte veriler, otomatik olarak bir kaydedici-değerlendirici düzenle değerlendirilmekte ve sonuçlar, doğruya verilmektedir.

Elde edilebilecek incelik genillikle sadece  $N$  çizgi sayısına ve faz indikatörünün duyarlılığına bağlı olmaktadır. KUHNE'nin verdiği incelik değeri  $0,033''$  dir.

#### 4.2. Bölüm Dairesi Teodolite Takılı ken Uygulanan Kontrol Yöntemleri

Bölüm dairesi teodolite takılı ken uygulanan kontrol yöntemlerinden önemli olanlar, WILD, WITOSHENZ, HEUVELINK, Değiştirilmiş BRUNS ve JELISSEJEW yöntemleridir.

##### 4.2.1. WILD Kontrol Yöntemi

Kontrol açısı yaklaşık  $40^g$  ise ölçülen açı  $D_L$  ve  $D_R$  çizgi hataları ve  $\lambda_i$  tesadüfi gözlem hatası kadar hatalıdır.  $0, 40, 80^g, \dots$  lık çapların  $D_0, D_{40}, D_{80}, \dots$  bölümlendirme hataları ve  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  tesadüfi hatalarından yaklaşık ( $\alpha \sim 40^g$ ) olan ölçülen açının  $\alpha_s$  gerçek değeri olarak

$$\begin{array}{ll}
 0^g - 40^g & \text{arasında : } \alpha_s = \alpha_1 + D_{40} - D_0 + \lambda_1 \\
 40^g - 80^g & \text{" : } \alpha_s = \alpha_2 + D_{80} - D_{40} + \lambda_2 \\
 80^g - 120^g & \text{" : } \alpha_s = \alpha_3 + D_{120} - D_{80} + \lambda_3 \\
 120^g - 160^g & \text{" : } \alpha_s = \alpha_4 + D_{160} - D_{120} + \lambda_4 \\
 160^g - 200^g & \text{" : } \alpha_s = \alpha_5 + D_{200} - D_{160} + \lambda_5
 \end{array} \quad (4.24)$$

eşitlikleri bulunur.

Açının kesin değeri,

$$\alpha_0 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \alpha_i \quad (4.25)$$

dir. Daire uygulamasında aynı çizgiler kullanıldığından ve ölçü çizgileri başlangıç noktasına geri dönüş yaptığından, açı okumalarının ortalaması alınarak bölüm hataları elemine edilir. Ortalama ile açı değerinin karşılaştırılması, her açı için  $(v)_i$  düzeltmelerini verir:

$$\begin{aligned} (v)_1 &= \alpha_0 - \alpha_1 = D_{10} - D_0 \\ (v)_2 &= \alpha_0 - \alpha_2 = D_{60} - D_{10} \\ &\dots \\ (v)_5 &= \alpha_0 - \alpha_5 = D_0 - D_{160} \end{aligned} \quad (4.26)$$

ve  $D_0 = 0^g$  olarak alınırsa

$$\begin{aligned} D_0 &= 0 \\ D_1 &= (v)_1 \\ D_2 &= (v)_1 + (v)_2 \\ &\dots \\ D_5 &= (v)_1 + (v)_2 + (v)_3 + (v)_4 + (v)_5 \end{aligned} \quad (4.27)$$

olur.

Bu değerlerin grafik gösterilişinde eğri, orijinden geçer. Çeşitli ölçü dizilerini aynı eksenle göstermek için  $D_i$  değerlerinin ortalaması alınır.

$$D_s = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 D_i \quad (4.28)$$

Ve ortalama değerden farklar hesaplanır.

$$(D)_i = D_i - D_s \quad (4.29)$$

Ayrıca, diğer başlangıç noktalarında, örneğin  $10, 20, 30^g, \dots$  gibi, aynı ölçü dizileri oluşturularak  $10^g$  aralıkla hatalar elde edilir ve bir eğri ile gösterilir.

Burada çapsel hataların ortalama hatası,

$$m_{D_1} = \pm \sqrt{\frac{[(D)_1 \cdot (D)_2]}{n}} \quad (4.30)$$

olur. Çeşitli daire yerlerinde, dürbünün iki durumunda ölçülen bir açının  $m_1$  ortalama hatası, gözlem ve bölüm hatalarını içerir. Aynı daire yerinde ölçülen ve iki dürbün durumundaki ortalamaların farklarından hesaplanan  $m_2$  ortalama hatası ise bölüm hatalarının etkisi daima aynı kaldığından, sadece gözlem hatasını içerir. Bunlar yardımıyla çapsal hata,

$$m_{D_2} = \pm \sqrt{\frac{m_1^2 - m_2^2}{2}} \quad (4.31)$$

olarak emde edilebilir.

s sayıda ölçü dizisi oluşturulursa

$$\alpha_n = \frac{[\alpha_s]}{n} \quad (4.32)$$

ve

$$v_i = \alpha_i - \alpha_n \quad (4.33)$$

olur. Buradan

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[v_i \cdot v_i]}{n-1}} \quad (4.34)$$

ve

$$\Delta_i = \alpha_i^I - \alpha_i^{II} \quad (4.35)$$

denerek

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{[\Delta_i \cdot \Delta_i]}{4n}} \quad (4.36)$$

olur.

DEUNLICH /7/ in verdiği örnekte:

$$m_{D_1} = 0,35'' ; m_1 = 0,60'' ; m_2 = 0,12'' ; m_{D_2} = 0,42''$$

dir.

Bu yöntemle göre 2 saatlik bir ölçme ve bu ölçülerin 2 saatlik bir değerlendirilmebiyle, daire bölümlerinin kalitesine ilişkin bir kanaya varılabilir. Daha yüksek bir incelik istenirse, her daire konumunda iki dizinin ölçüsü yapılmalıdır.

#### 4.2.2. W I T O S H E N Z K o n t r o l Y ö n t e m i

WILD'in verdiği yöntemin sakıncası, çeşitli daire yerlerindeki çapsal hataların, farklı incelikli birer diziden elde edilmesi ve D değerlerinin bulunması için eksenin sabitleştirilmesinde ortaya çıkan hassasiyetsizliktir. Bu noksanlıkları gidermek için ölçü dizileri arasına yeni açı gözlemleri eklenir. Örneğin yaklaşık  $40^g$  lık birinci diziye yaklaşık  $10^g$  lık açılar konur. Böylece (4.24) e benzer

$$\begin{aligned}
 \alpha'_s &= \alpha'_1 + D_{10} - D_0 + \lambda'_1 \\
 \alpha'_s &= \alpha'_2 + D_{20} - D_{10} + \lambda'_2 \\
 \alpha'_s &= \alpha'_3 + D_{30} - D_{20} + \lambda'_3 \\
 \alpha'_s &= \alpha'_4 + D_{40} - D_{30} + \lambda'_4
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

eşitlikleri ve bunların ortalaması bulunarak

$$\alpha'_s = \frac{[\alpha'_i] + D_{40} - D_0}{4} \tag{4.38}$$

yazılabilir.

$D_{40} - D_0$  değeri, birinci diziden alınıp yerine konur.

Değerlendirme için gereken süre kısalmasına karşın, bu yöntemde, ölçmelerdeki düzenleme nedeniyle WILD yöntemine oranla 4 kat zaman gerekir.

#### 4.2.3. D e ğ i ŝ t i l m i ŝ B R U N S Y ö n t e m i

Açı ölçülerinin düzeltilmesinde yararlanmak üzere gerçek çapsal hatanın belirlenebileceği bir ölçme yöntemi özellikle istenir.

Gerçek çapsal hataları elde etme olanağını BRUNS rozet yöntemi verir. Fakat bu yöntem -ilgili başlık altında açıklandığı gibi- ancak bölüm dairesine doğrudan doğruya gözlem yapıldığında yani bölüm dairesi alete takılı değilken kullanılabilir. Ve bunun için ayrıca bir de bölme dairesi kontrol gerecinin bulunması gerekir.

Eğer BRUNS yönteminde çizgi hatalarının elde edilmesinden vazgeçilir; çapsal hataların belirlenmesi için işlem sınırlandırılırsa, 4 mikroskopun her birinin bağımsız gözlem değerlerine gerek kalmaz. Aksine, çapsal daire okumalarının ortalama değerleri ile yetinilebilir.

Yeter koşul olarak karşımıza çıkan bu okuma düzeni, her modern teodolitte vardır. Ve bu nedenle de BRUNS yöntemi, alete bağlanmış bir dairenin bölümlerindeki gerçek çapsal hatanın belirlenmesi için geliştirilebilir. FRITZ ve UHINK, uygulama yapmadan bu olanaktan bahsetmişlerdir. WEISS ise tüm matematik bağıntılarıyla bunu geliştirmiş ve açıklığa kavuşturmuştur.

/22/

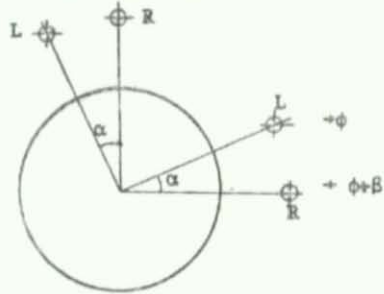
Genel olarak sadece ( $\beta = 50^g$ ) tek bir doğrultu farkının çeşitli daire konumlarında gözlemlendiği HEUVELINK yöntemine karşın bu yöntemde çeşitli kontrol açılarının ölçülmesi, esas yönden ayrıcalığı ortaya koyar.

$20^g$  aralıklardaki 10 çapsal hatanın belirleneceği gözönüne alınarak matematik bağıntılar çıkarılabilir.

- $\alpha$  Kontrol açısı ( $\alpha = \beta + \delta\beta$ ),
- $\beta$  Kontrol açısının yaklaşık değeri,
- $\phi$  Daire konumu ( tam grad sayıları),
- $D_{\phi}$  Çapsal hata,
- $L, R$  Açık kenarlarının sol ve sağ konumlarındaki mikrometre okumaları

olarak tanımlanabilir. (Şekil:1:)

Soldaki hedefe uygulamada  $\phi$  daire konumundaki L mikrometre okuması ve sağdaki hedefe uygulamaya da  $\phi + \beta$  daire konumundaki R mikrometre okuması yapılır. L ve R okumalarından çapsal daire konumlarının ortalama değerleri anlaşılır. Her iki hedefe uygulamanın tam doğrultu farkı,



Şekil: 10

$$\alpha = (\phi + \beta + R_{\phi+\beta} - D_{\phi+\beta}) - (\phi + L_{\phi} - D_{\phi}) \quad (4.39)$$

olarak tanımlanabilir. Eşitlikteki  $D_{\phi+\beta}$  ve  $D_{\phi}$ ,  $\phi + \beta$  ve  $\phi$  daire konumlarındaki hataları gösterirler. Bu değerler okuma değerlerinden çıkarılırsa geriye bölüm hatalarından arınmış gerçek  $\alpha$  açısı kalır.

Sağa hedeflemede mikroskopta  $\phi$  daire konumu (yani çizgisi) görününceye kadar bölüm dairesi döndürülürse  $\alpha$  açısı için ikinci bir eşitlik yazılabilir. Bu da

$$\alpha = (\phi + R_{\phi} - D_{\phi}) - (\phi - \beta + L_{\phi-\beta} - D_{\phi-\beta}) \quad (4.40)$$

dir. Her iki durumda da hata etkilerinden arınmış gerçek  $\alpha$  açıları elde edildiğinden

$$\begin{aligned} \alpha &= (\phi + \beta + R_{\phi+\beta} - D_{\phi+\beta}) - (\phi + L_{\phi} - D_{\phi}) \\ &= (\phi + R_{\phi} - D_{\phi}) - (\phi - \beta + L_{\phi-\beta} - D_{\phi-\beta}) \end{aligned}$$

olur. Çapsal hatalar göre düzenlenirse:

$$\begin{aligned} \phi + \beta + R_{\phi+\beta} - D_{\phi+\beta} - \zeta - L_{\phi} + D_{\phi} &= \zeta + \phi - D_{\phi} + \beta - \zeta - L_{\phi-\beta} + D_{\phi-\beta} \\ 2D_{\phi} - D_{\phi+\beta} - D_{\phi-\beta} &= (R_{\phi} - L_{\phi-\beta}) - (R_{\phi+\beta} - L_{\phi}) \end{aligned} \quad (4.41)$$

eşitliği elde edilir. (4.39) eşitliği ana formül olarak tanımlanabilir. Zira bu formül, arzu edilen çapsal hatayı elde etmek için  $\beta$  açısının ölçüsünde, bölüm dairelerindeki okumaların nasıl kombine edileceğini verir. (4.41) eşitliğinin sol tarafında sadece çapsal hatalar ( $D_{\phi}$ ,  $D_{\phi+\beta}$ ,  $D_{\phi-\beta}$ ); sağ tarafında da sadece daire okumaları bulunur. Bu eşitliğin sağ tarafındaki parantez ifadeleri, hep beraber doğrudan doğruya bir rozette ölçülen doğrultu farklarına karşılıktır. Örneğin ikinci paranteze karşılık olan  $\beta=40^g$  da  $\phi=0^g$  daire konumunda benzer şekilde birinci parantezin karşılığı olan ( $R_{0} - L_{160}$ ) bulunur. Buna göre sadece bu açıların farkları oluşturulur ve çapsal hataların istenen düzenlemesine (kombinasyonuna) ulaşılır. WEISE/22/, (4.41) eşitliğinin karşılığı olan kombinasyonu ve kontrol açısının büyüklüğünü belirten  $d_{\phi}^{\beta}$  simgesini kullanarak matematik bağıntıları geliştirmiştir. Buna göre:

$$d_{\phi}^{\beta} = 2D_{\phi} - D_{\phi+\beta} - D_{\phi-\beta} \quad (4.42)$$

yazılabilir.

Çapsal hatanın belirlenmesi gerektiği aralık büyüklüğüne göre ölçülmesi gereken rozet büyüklüğüne de uyulur.

Örneğin,  $20^g$  lık bir araştırma aralığı için (BRUNS yöntemine göre)  $\beta=40, 80, 120, 160$  ve  $100^g$  lık kontrol açıları ile 5 rozetin ölçülmesi gerekir.

(4.39)a göre ilk önce birinci dört rozet için

$$\begin{aligned} d_{\phi}^{40} &= 2D_{\phi} - D_{\phi+40} - D_{\phi+160} \\ d_{\phi}^{80} &= 2D_{\phi} - D_{\phi+80} - D_{\phi+120} \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned}
d_{\phi}^{120} &= 2D_{\phi} - D_{\phi+120} - D_{\phi+80} \\
d_{\phi}^{160} &= 2D_{\phi} - D_{\phi+160} - D_{\phi+40}
\end{aligned}
\tag{4.43}$$

leri ve bunların toplamları ise

$$\begin{aligned}
A_{\phi} &= d_{\phi}^{40} + d_{\phi}^{80} + d_{\phi}^{120} + d_{\phi}^{160} \\
&= 10D_{\phi} - 2(D_{\phi} + D_{\phi+40} + \dots + D_{\phi+160})
\end{aligned}
\tag{4.44}$$

bağıntılarını verir. Fakat (4.44) eşitliğiyle sadece  $40^g$  dan  $40^g$  a olan çapsal hatalar elde edilebilir.  $20^g$  dan  $20^g$  a kadar olan aralıklardaki hataları saptamak için daha önce belirtildiği gibi  $\beta=100^g$  lık kontrol açısına gerek vardır.  $100^g$  lık rozetlerin gözlemlerinden (4.39) a benzer olarak

$$d_{\phi}^{100} = 2D_{\phi} - D_{\phi+100} - D_{\phi+100} \tag{4.45}$$

veya

$$B_{\phi} = d_{\phi}^{100} = 4D_{\phi} - 2(D_{\phi} + D_{\phi+100}) \tag{4.46}$$

yazılır. A ve B eşitlikleri birlikte ele alınırsa:

$$\begin{aligned}
F_{\phi} = A_{\phi} + B_{\phi} &= d_{\phi}^{40} + d_{\phi}^{80} + d_{\phi}^{120} + d_{\phi}^{160} + d_{\phi}^{100} \\
&= 14D_{\phi} - 2(D_{\phi} + D_{\phi+40} + \dots + D_{\phi+160}) - 2(D_{\phi} + D_{\phi+100})
\end{aligned}
\tag{4.47}$$

başlangıç eşitlikleri olarak tanımlanan formüller elde edilir.

(4.47)da en son aranılan  $D_{\phi}$  büyüklüğü, birinci terim olarak geçmektedir;  $F_{\phi}$  toplamının diğer iki terimi ise şimdilik bilinmeyen değerlerdir. Diğer çapsal hatalarla birlikte bunları da belirlemek için ölçüler tekrarlanır ve ayrıca

$$F_{\phi+40}, F_{\phi+80}, F_{\phi+120}, F_{\phi+160}, F_{\phi+100}$$

ler hesaplanır.

(4.47) ye benzer uygulama yapılırsa:

$$F_{\phi+40} = 14D_{\phi+40} - 2(D_{\phi+40} + D_{\phi+80} + \dots + D_{\phi}) - 2(D_{\phi+40} + D_{\phi+140})$$

$$F_{\phi+80} = 14D_{\phi+80} - 2(D_{\phi+80} + D_{\phi+120} + \dots + D_{\phi+40}) - 2(D_{\phi+80} + D_{\phi+180})$$

$$F_{\phi+120} = 14D_{\phi+120} - 2(D_{\phi+120} + D_{\phi+160} + \dots + D_{\phi-80}) - 2(D_{\phi+120} + D_{\phi}$$

$$F_{\phi+160} = 14D_{\phi+160} - 2(D_{\phi+160} + D_{\phi} + \dots + D_{\phi+120}) - 2(D_{\phi+160} + D_{\phi}$$

ve

$$F_{\phi+100} = 14D_{\phi+100} - 2(D_{\phi+100} + D_{\phi+140} + \dots + D_{\phi+60}) - 2(D_{\phi+100} + D_{\phi})$$

elde edilir. (4.48) ve (4.49) eşitliklerinde çıkarılan büyüklüklerin toplamı aralıklarla birbirini izleyen)

$$\sum_{40} F_{\phi} = F_{\phi} + F_{\phi+40} + F_{\phi+80} + F_{\phi+120} + F_{\phi+160}$$

olarak gösterilirse,  $D_{\phi}$  çapsal hatanın tam şekliyle yazılmasından

$$\sum_{40} F_{\phi} = 4 ( D_{\phi} + D_{\phi+40} + D_{\phi+80} + D_{\phi+120} + D_{\phi+160} ) - 2 ( D_{\phi} + D_{\phi+20} + D_{\phi+40} + \dots + D_{\phi+180} )$$

elde edilir. Aynı yolla (4.47) ve (4.49) deki  $100^g$  aralıkla birbirini izleyen  $F_{\phi}$  ve  $F_{\phi+100}$  büyüklüklerinin toplamı için de  $\sum_{100} F_{\phi}$  simgesi kullanılırsa,

$$\sum_{100} F_{\phi} = F_{\phi} + F_{\phi+100}$$

benzer olarak yazılabilir. Buna göre  $D_{\phi}$  çapsal hata tam şekliyle

$$\sum_{100} F_{\phi} = 10 ( D_{\phi} + D_{\phi+100} ) - 2 ( D_{\phi} + D_{\phi+20} + D_{\phi+40} + \dots + D_{\phi+180} )$$

dir.

(4.51) ve (4.53) eşitliklerindeki ikinci parantez ifadeleri  $20^g$  aralıklarla birbirini izleyen büyüklüklerin toplamını içerir. Bu çapsal hataların hepsinin toplamının sifıra eşit olması gerekir. Buna göre:

$$D_{\phi} + D_{\phi+20} + D_{\phi+40} + \dots + D_{\phi+180} = 0$$

ve (4.51) ve (4.53) için

$$\sum_{40} F_{\phi} = 4 ( D_{\phi} + D_{\phi+40} + \dots + D_{\phi+160} ) \quad (4.55)$$

$$\sum_{100} F_{\phi} = 10 ( D_{\phi} + D_{\phi+100} ) \quad (4.56)$$

bağıntıları elde edilir. Bu eşitliklerin sağ tarafları, gözlemlerle sayısal olarak belirlenebilir.

Bunlar, (4.47)daki başlangıç eşitliklerine yerleştirilirse:

$$D_{\phi} = \frac{1}{14} \left\{ F_{\phi} + \frac{1}{2} \sum_{40} F_{\phi} + \frac{1}{5} \sum_{100} F_{\phi} \right\} \quad (4.57)$$

gerçek çapsal hatayı veren eşitliğe ulaşılır.

#### 4.2.3.1. İncelik Ölçütleri

(4.57) formülüne göre her  $D_{\phi}$  çapsal hatanın belirlenmesi için verilen matematik türetimler, endirekt ölçüler dengelemesine göre kesin bir dengeleme-yi gerektirir. (4.41) eşitlikleri, hata denklemlerini ve (4.57) de genel şekilde normal denklemleri verir.

Son formüle göre 10 normal denklem,

$$14 D_0 - \frac{1}{2} \sum_{40} F_0 - \frac{1}{5} \sum_{100} F_0 = F_0$$

$$14 D_{20} - \frac{1}{2} \sum_{40} F_{20} - \frac{1}{5} \sum_{100} F_{20} = F_{20}$$

(4.58)

...

$$14 D_{180} - \frac{1}{2} \sum_{40} F_{180} - \frac{1}{5} \sum_{100} F_{180} = F_{180}$$

dir. Buradaki  $D_{\phi}$  ler bilinmeyenleri,  $F_{\phi}$  ile gösterilen ifadeler ise gözlemleri gösterirler. Bu eşitliklerin yapısından, her normal denklemde sadece bir bilinmeyen bulunduğu ve bu denklemlerin birbiri arasında konform oldukları açıkça görülmektedir. O halde çapsal hataların tümü aynı ağırlıktadır.

(4.57) ve (4.58)formülleri, (4.54) de belirtilen

$$\sum D_{\phi} = 0$$

koşulunu içerir. Dengelemenin şekli, bu nedenle artık endirekt değildir ve literatürde şart denklemlerini içeren endirekt ölçülerin dengelemesi denen bir tür dengeleme grubuna girer. (4.58) eşitliğinde ayrıca tanımlanmayan bu koşul,

ağırlıkların saptanmasında göz önüne alınmalıdır. Bu da (4.58) eşitliğinin sol tarafına bir  $k$  düzeltme değerinin eklenmesiyle sağlanır. Bu koşulun katılmasıyla ağırlık artar ve aynı şekilde bilinmeyenlerin ağırlıklarının tersi azalır. (Zaten aksi de olmaz.) Sözü edilen koşul, HELMERT /22/ e göre arttırıcı bir kontrol ortaya koyar. Buna göre normal denklemlerin tam şekli:

$$\begin{aligned}
 14D_0 - \frac{1}{2}(F_0 + F_{40} + F_{80} + F_{120} + F_{160}) - \frac{1}{5}(F_0 + F_{100}) + k &= 1 \\
 14D_{20} - \frac{1}{2}(F_{20} + F_{60} + F_{100} + F_{160} + F_{180}) - \frac{1}{5}(F_{20} + F_{120}) + k &= 0 \\
 14D_{40} - \frac{1}{2}(F_{40} + F_{80} + F_{120} + F_{180} + F_0) - \frac{1}{5}(F_{40} + F_{140}) + k &= 0 \\
 14D_{60} - \frac{1}{2}(F_{60} + F_{100} + F_{140} + F_0 + F_{20}) - \frac{1}{5}(F_{60} + F_{160}) + k &= 0 \\
 14D_{80} - \frac{1}{2}(F_{80} + F_{120} + F_{160} + F_{20} + F_{40}) - \frac{1}{5}(F_{80} + F_{180}) + k &= 0 \\
 14D_{100} - \frac{1}{2}(F_{100} + F_{140} + F_{180} + F_{40} + F_{60}) - \frac{1}{5}(F_{100} + F_{200}) + k &= 0 \\
 14D_{120} - \frac{1}{2}(F_{120} + F_{160} + F_0 + F_{40} + F_{80}) - \frac{1}{5}(F_{120} + F_{20}) + k &= 0 \\
 14D_{140} - \frac{1}{2}(F_{140} + F_{180} + F_{20} + F_{60} + F_{100}) - \frac{1}{5}(F_{140} + F_{40}) + k &= 0 \\
 14D_{160} - \frac{1}{2}(F_{160} + F_0 + F_{40} + F_{80} + F_{120}) - \frac{1}{2}(F_{160} + F_{60}) + k &= 0 \\
 14D_{180} - \frac{1}{2}(F_{180} + F_{20} + F_{60} + F_{100} + F_{140}) - \frac{1}{2}(F_{180} + F_{80}) + k &= 0 \\
 \hline
 0 - \frac{1}{2} \cdot 5 & & - \frac{1}{5} \cdot 2 & + 10k = 1
 \end{aligned}$$

(4.59)

dir.

$D_\phi$  bilinmeyeninin ağırlığının tersini ( $1/p = Q$ ) elde etmek için bu eşitliklerden birinde  $F_\phi = 1$ , diğerlerinde  $F_{\phi+i} = 0$  konmalıdır. Buna göre  $D_\phi$  bilinmeyenleri yerine  $Q$  ağırlık tersleri ortaya çıkar. Böylece,

$$14Q_D - \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + k = 1$$

ve

$$Q_D = \frac{1}{14} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - k \right) \quad (4.60)$$

elde edilir.

$k$  bilinmeyenini ise, aynı yolla,  $F_\phi = 1$  ve  $F_{\phi+i} = 0$  konarak (4.59) eşitliklerinin tümünün toplamıyla elde edilir. Sonuç, (4.59) eşitliklerinin altına çizilen çizginin altındaki değerlerdir:

$$0 - \frac{1}{2} \cdot 5 - \frac{1}{5} \cdot 2 + 10k = 1$$

$$\text{ve } k = \frac{1}{10} \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot 5 - \frac{1}{5} \cdot 2 \right) \quad (4.61)$$

Bu değer, (4.60) da yerine konursa:

$$Q_D = \frac{1}{14} \left\{ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \left( 1 + \frac{5}{2} - \frac{2}{5} \right) \right\} = \frac{1}{10,7} \quad (4.62)$$

ağırlığın ters değeri elde edilir. Bu durumda, bağımsız bir çapsal hatanın ağırlığı için tanımlanan değer 10,7 olduğu görülür. Ağırlık birimi, çapsal hataların bir kombinasyonunu tanımlayan (4.41) formunun bir eşitliğine karşılıktır. (4.54) koşulu göz önüne alınmasaydı, bağımsız bir çapsal hatanın ağırlığı için doğru olmayan 8,2 değeri bulunurdu.

(230) bağıntısı,

$$2D_\phi - D_{\phi+\beta} = (R_\phi - L_{\phi-\beta}) - (R_{\phi+\beta} - L_\phi) + D_{\phi-\beta}$$

idi. Bu eşitliğin sol tarafında, şimdi açık ve tanımsal olarak saptanan büyük-  
lükler bulunur. Buna karşın eşitliğin sağ yanında gözlenen değerler vardır.

$$2D_\phi - D_{\phi+\beta} - D_{\phi-\beta} = \text{kesin değer}$$

denirse; hatanın (bulunan değer - kesin değer = hata) tanımından, hata değeri hesaplanabilir. Bu da

$$v = (R_\phi - L_{\phi-\beta}) - (R_{\phi+\beta} - L_\phi) - (2D_\phi - D_{\phi+\beta} - D_{\phi-\beta}) \quad (4.63)$$

olarak belirlenir. Bu şekilde tanımlanan  $f$ , bağımsız çapsal hata ile değil (4.42)e göre belirlenen çapsal hatanın bir kombinasyonu ile ilgilidir. Birim ağırlığın ortalama hatası ile bilinmeyen ortalama hatası arasında  $Q_D$  ağırlık tersi ile tanımlanabilen bir bağıntı vardır. Bu,

$$\frac{m_D^2}{d_\phi^\beta} = Q_D = \frac{1}{P_D}$$

dir ve buradan,

$$m_{D_\phi} = \frac{m d_\phi^\beta}{\sqrt{P_D}}$$

elde edilir.

$$m_{d_\phi^\beta} = \sqrt{\frac{[vv]}{n-5}}$$

ile bağımsız bir çapsal hatanın ortalama hatası,

$$m_D = \sqrt{\frac{[vv]}{P_D(n-5)}}$$

olur. |

#### 4.2.4. HEUVELINK Kontrol Yöntemi

Hollandalı bilim adamı HEUVELINK, 1913 yılındaki yayınında, daire bölüm hatasını tesadüfi ve sistematik kısımlara ayırmış ve sistematik hatayı bir

$$\Delta\phi = a.\sin(2\phi + A) + b.\sin(4\phi + B) + c.\sin(6\phi + C) + \dots \quad (4.64)$$

FOURIER serisi ile tanımlamıştır..

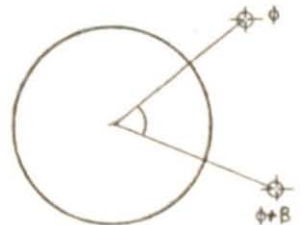
Burada, değeri yaklaşık olarak bilinen sabit bir  $\alpha$  açısı, yarım daire çevresine dağılmış yerlerinde ölçülür.

Dairenin  $\phi$  ile  $(\phi + \beta)$  bölümlerinde yapılan okumalarla ölçülen açının değeri  $p$  olsun.

$\phi$  deki sistematik etki:  $\Delta\phi_L$

$\phi + \beta$  daki sistematik etki:  $\Delta\phi_R$

dır. Bunları birer FOURIER serisi ile



Şekil: 11

tanımlarsak

$$\text{Soldaki doğrultuda} : \Delta\phi_L = a.\sin(2\phi + A) + b.\sin(4\phi + B) + c.\sin(6\phi + C) + \dots$$

$$\text{Sağdaki doğrultuda} : \Delta\phi_R = a.\sin(2\phi + 2\beta + A) + b.\sin(4\phi + 4\beta + B) \\ + c.\sin(6\phi + 6\beta + C) + \dots$$

olur. Ölçülen açı, sağdaki okumadan soldakini çıkararak elde edilir.

$$p = r - \ell \quad (4.66)$$

Bu duruma göre Sistematik hatası düzeltilmiş açı,

$$p' = (r + \Delta\phi_R) - (\ell + \Delta\phi_L) = r - \ell + \Delta\phi_R - \Delta\phi_L \\ = p - \Delta\phi_L + \Delta\phi_R \\ = p - a.\sin(2\phi + A) - b.\sin(4\phi + B) - c.\sin(6\phi + C) - \dots \\ + a.\sin(2\phi + 2\beta + A) + b.\sin(4\phi + 4\beta + B) + c.\sin(6\phi + 6\beta + C) \\ + \dots \quad (4.67)$$

olur.

$\alpha$  açının kesin değeri,

$v$  ölçü düzeltme miktarı ( $p'$  ortalama değerine getirilen düzeltmeler)

ise

$$\alpha = p' + v$$

$$v = \alpha - p' = \alpha - (p - \Delta\phi_L + \Delta\phi_R)$$

$$= \alpha - p + \Delta\phi_L - \Delta\phi_R$$

$$= - (p - \alpha) + \Delta\phi_L - \Delta\phi_R \quad (4.68)$$

bulunur.  $\Delta\phi_L$  ve  $\Delta\phi_R$  yı yerine koyarsak

$$v = - (p - \alpha) + a.\sin(2\phi + A) + b.\sin(4\phi + B) + c.\sin(6\phi + C) + \dots \\ - a.\sin(2\phi + 2\beta + A) - b.\sin(4\phi + 4\beta + B) - \\ - c.\sin(6\phi + 6\beta + C) - \dots$$

$$(4.69)$$

olur. Birkaç adımlık işlem sonunda gerekli kısaltmalar yapılabilir. Bölüm dairesinin  $n$  değişik yerinde ölçme yapılırsa  $n$  tane hata denklemi elde edilir. Buradan normal denklemlere geçilerek

$$\begin{aligned}
n \cdot \alpha & - [p] & = 0 & n Q_{11} = 1 \\
\frac{n}{2} x_1 & - [(p - \alpha) \cdot \cos 2\phi] & = 0 & \frac{n}{2} Q_{22} = 1 \\
\frac{n}{2} x_2 & - [(p - \alpha) \cdot \sin 2\phi] & = 0 & \frac{n}{2} Q_{33} = 1 \\
\frac{n}{2} y_1 & - [(p - \alpha) \cdot \cos 4\phi] & = 0 & \frac{n}{2} Q_{44} = 1 \\
\frac{n}{2} y_2 & - [(p - \alpha) \cdot \sin 4\phi] & = 0 & \frac{n}{2} Q_{55} = 1 \\
\frac{n}{2} z_1 & - [(p - \alpha) \cdot \cos 6\phi] & = 0 & \frac{n}{2} Q_{66} = 1 \\
\frac{n}{2} z_2 & - [(p - \alpha) \cdot \sin 6\phi] & = 0 & \frac{n}{2} Q_{77} = 1
\end{aligned}
\tag{4.70}$$

yazılır. Ve buradan  $\alpha$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  hesaplanır. Formüllerdeki

$$\begin{aligned}
x_1 & = -2a \cdot \sin\beta \cos(\beta + A) \\
x_2 & = 2a \cdot \sin\beta \sin(\beta + A) \\
y_1 & = -2b \cdot \sin 2\beta \cos(2\beta + B) \\
y_2 & = 2b \cdot \sin 2\beta \sin(2\beta + B) \\
z_1 & = -2c \cdot \sin 3\beta \cos(3\beta + C) \\
z_2 & = 2c \cdot \sin 3\beta \sin(3\beta + C)
\end{aligned}
\tag{4.71}$$

dir. Bunlarla

$$\begin{aligned}
-\frac{x_2}{x_1} & = \operatorname{tg}(\beta + A) = -\frac{[(p - \alpha) \sin 2\phi]}{[(p - \alpha) \cos 2\phi]} \\
-\frac{y_2}{y_1} & = \operatorname{tg}(2\beta + B) = -\frac{[(p - \alpha) \sin 4\phi]}{[(p - \alpha) \cos 4\phi]} \\
-\frac{z_2}{z_1} & = \operatorname{tg}(3\beta + C) = -\frac{[(p - \alpha) \sin 6\phi]}{[(p - \alpha) \cos 6\phi]}
\end{aligned}
\tag{4.72}$$

bulunabilir.

(4.71) eşitlikleri yardımıyla

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{[(p - \alpha) \sin 2\phi]}{n \cdot \sin \beta \cdot \sin(\beta + A)} = - \frac{[(p - \alpha) \cos 2\phi]}{n \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + A)} \\
 b &= \frac{[(p - \alpha) \sin 4\phi]}{n \cdot \sin 2\beta \cdot \sin(2\beta + B)} = - \frac{[(p - \alpha) \cos 4\phi]}{n \cdot \sin 2\beta \cdot \cos(2\beta + B)} \\
 c &= \frac{[(p - \alpha) \sin 6\phi]}{n \cdot \sin 3\beta \cdot \sin(3\beta + C)} = - \frac{[(p - \alpha) \cos 6\phi]}{n \cdot \sin 3\beta \cdot \cos(3\beta + C)}
 \end{aligned} \quad (4.73)$$

katsayıları elde edilir. Böylece  $\Delta\phi$  formülü tamamen belirli duruma gelmiş olur.

Tesadüfi bölüm hatalarını elde etmek için hata kareleri toplamındaki sistematik kısımların periyodluğunu çıkarmak gerekir.

\*  $\Delta\phi$  formülünde 3 terim alarak hesap yaptık. Bir terim alarak hesap yaptığımız takdirde ortalama toplam bölüm hatası  $M$ ,

$$M' = \pm \sqrt{\frac{[v'v']}{n - s - 2}} \quad (v = v') \quad (4.74)$$

\*  $\Delta\phi$  formülünde iki terim alınırsa

$$M'' = \pm \sqrt{\frac{[v''v'']}{n - s - 4}} \quad (v'' = v) \quad (4.75)$$

\*  $\Delta\phi$  formülünde üç terim alınırsa

$$M''' = \pm \sqrt{\frac{[v'''v''']}{n - s - 6}} \quad (v = v''') \quad (4.76)$$

olur. Eşitliklerdeki

$n$  Ölçülen  $p$  açılarının sayısı,

$s$  Seri sayısıdır.

Ortalama bölüm hatası  $\tau$  :

$$\tau' = \pm \sqrt{\frac{M'^2 - m^2}{2}} = \pm \sqrt{\frac{M'^2}{2} - \frac{\mu^2}{4}} \quad (4.76)$$

Ana salınımla 1. üst salınının gözönünde tutulmasıyla:

$$\tau'' = \pm \sqrt{\frac{M''^2 - m^2}{2}} = \pm \sqrt{\frac{M''^2}{2} - \frac{\mu^2}{4}} \quad (4.77)$$

\* Aynı salınımla 1 ve 2. Üst salınımlar alınarak:

$$T^m = \pm \sqrt{\frac{M^m{}^2 - m^2}{2}} = \pm \sqrt{\frac{M^m{}^2}{2} - \frac{\mu^2}{2}} \quad (4.78)$$

olur. (Burada  $\mu$ , bir doğrultunun basit bir gözleminin ortalama gözlem hatası;  $m$  ise her dört yarım serinin verdiği  $p$  ortalama değerinin ortalama hatasıdır. Ve  $m = \sqrt{2} \mu$  dir.)

Katsayıların ortalama hataları:

$$m_A = \pm \frac{M}{a \cdot \sin} \sqrt{\frac{1}{2n}} \cdot \rho$$

$$m_B = \pm \frac{M}{b \cdot \sin 2} \sqrt{\frac{1}{2n}} \cdot \rho \quad (4.79)$$

$$m_C = \pm \frac{M}{c \cdot \sin 3} \sqrt{\frac{1}{2n}} \cdot \rho$$

$$m_d = \pm \frac{M}{\sin} \sqrt{\frac{1}{2n}} \cdot \rho$$

$$m_b = \pm \frac{M}{\sin 2} \sqrt{\frac{1}{2n}} \cdot \rho \quad (4.80)$$

$$m_c = \pm \frac{M}{\sin 3} \sqrt{\frac{1}{2n}} \cdot \rho$$

dir. ASCHAUER'in izlediği yolla fonksiyonun ortalama hatası,

$$m_{\Delta\phi} = N \cdot \sqrt{\frac{\rho}{2n}} \quad (4.81)$$

Bulunur. /15/

#### 4.2.4.1. BRUVELINK Yönteminin Açıklama ve Eleştirisi

(4.80) deki

$$m_{a,b,c} = \frac{M}{\sin k\theta} \sqrt{\frac{1}{2n}}$$

$k = 1, 2, 3, \dots$

eşitliğinden  $T(\phi)$  fonksiyonunun  $(a, b, c, \dots)$  genliklerinin aynı incelikte elde edilemeyeceği ilk bakışta görülür. Zira genlik,  $\beta$  kontrol açısının büyüklüğüne bağlıdır. Eğer sadece bir  $\beta$  kontrol açısı kullanılırsa, genlikler kendi aralarında çeşitli incelikler verirler,  $\beta$  nın tam sayılı katlarının sinüs değeri 1 den ne kadar çok sapma gösterirse genlik için bulunan değer de o kadar güvencesizdir.

Ayrıca, bütün bileşenler bir kontrol açısıyla elde edilemezler. Örneğin  $\beta = 45^\circ$  de 4. bileşen belirli değildir. Çünkü genliğin ortalama hatası,

$$m_{a_{2k}} = m_d = \frac{M}{\sin 4\beta} \sqrt{\frac{1}{2n}} = \frac{M}{\sin 180^\circ} \sqrt{\frac{1}{2n}} = \infty$$

sonsuz büyük ve ağırlığı da eşittir.

İlk üç terimli

$$\Delta\phi = a \cdot \sin(2\phi + A) + b \cdot \sin(4\phi + B) + c \cdot \sin(6\phi + C)$$

fonksiyonunda, aşağıdaki kontrol açılarında  $m_{a,b,c}$  formülüne göre her genlik için kuramsal olarak min. güvence vardır.

$$90^\circ \text{ de } + m_a = (2n)^{-1/2}$$

$$45^\circ \text{ de } + m_b = (2n)^{-1/2}$$

$$30^\circ \text{ veya } +90^\circ m_c = (2n)^{-1/2}$$

$$22,5^\circ \text{ de } + m_d = (2n)^{-1/2}$$

Öte yandan yapılan bazı araştırmalar, örneğin KNEISSI /14/ ın yayınında olduğu gibi anlamsız ve açıklanması olanaksız değerler vermektedir.

Buradaki

$$a = 0,03^{cc} \pm 0,22 \quad \text{ve} \quad A = 310,7^g \pm 404^g$$

verileri, 20m'lik bir uzunluk 30 m. hata ile ölçülmüş gibi, hatası kendisinden büyük, çelişkili değerlerdir.

b) Bu gerçekler,  $(A, B, C, \dots)$  fazlarının ortalama hatası için de geçerlidir. Faz için verilen eşitliklerde genlikler  $(1/a)$  gibi ters değer olarak yer alırlar. Ve böylece inceliğe, eşit olabilecek şekilde etki ederler.

$$m_{a_{2k}} = \frac{M}{a_{2k} \cdot \sin k} \sqrt{\frac{1}{2n}}$$

eşitliğinden görüleceği gibi, hesaplanan fazın inceliği, genliğin büyüklüğüyle artar.

c) HAUER 'in 1936 da saptadığı gibi

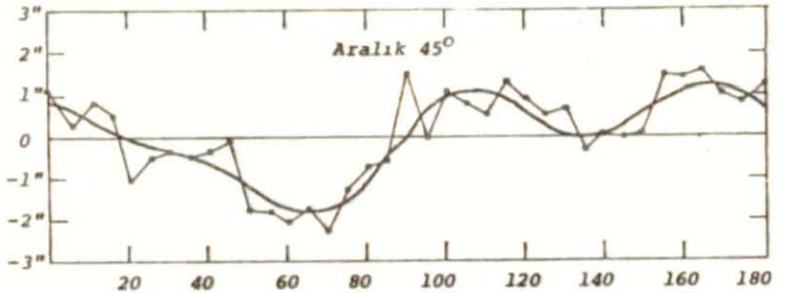
$$M = \sqrt{\frac{[vv]}{n - s}}$$

formülüne göre, aritmetik ortalamadan  $p$  açısının sapmalarının kareleri toplamı, doğrudan doğruya kontrol açısının büyüklüğüne bağlıdır. Ve de bundan elde edilen tüm büyüklüklere etkisi vardır. Başka güvensizliklerle yüklü olan fonksiyonunun genlik ve fazı için belirtilen ortalama hataları yanısıra bunların özellikle ortalama toplam bölüm hatası  $\tau$  için de söz konusu olur.

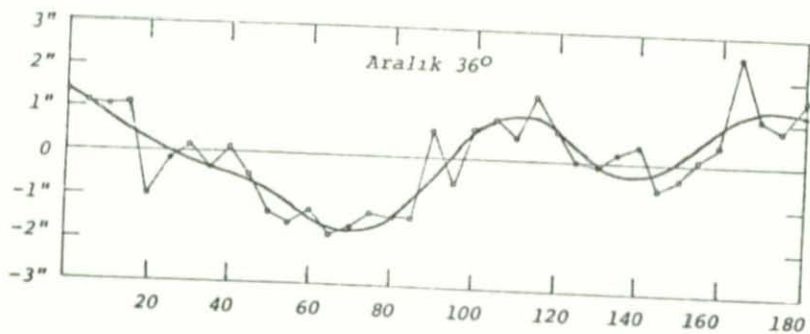
12 - 15 şekillerinde HAUER'in deneysel çalışmalarının sonuçları, çizgisel olarak gösterilmiştir. Poligonlar, çeşitli kontrol açıları için daire koordinatlarına bağlı olarak

$$d = p - \frac{[p]}{n}$$

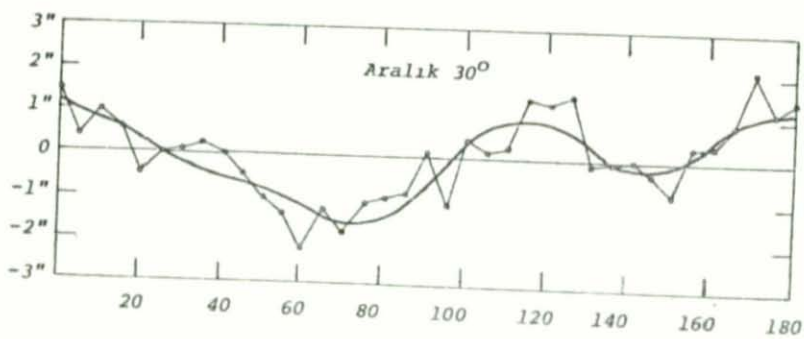
farklarını gösterirler. Taşınan her  $d$  değeri, açı ölçmelerinin ortalamasıdır. Fark eğrilerinin bu ve buna benzer gösterilişleri, ölçülen açının aritmetik ortalamadan sapmasının sadece bir açı kenarına; genellikle soldakine göre düzenlenerek yapılır.



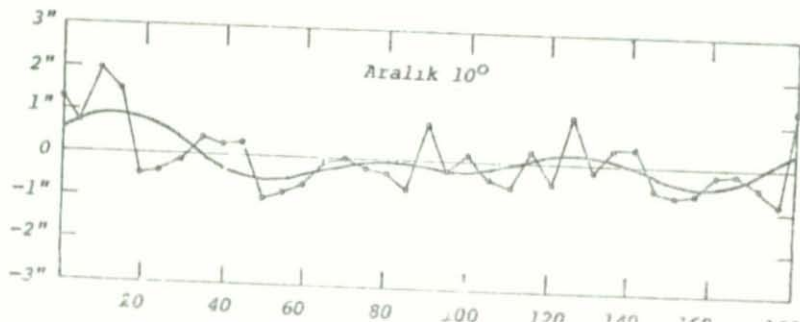
Şekil :12. HAUER'e göre çapsal hata eğrisi.

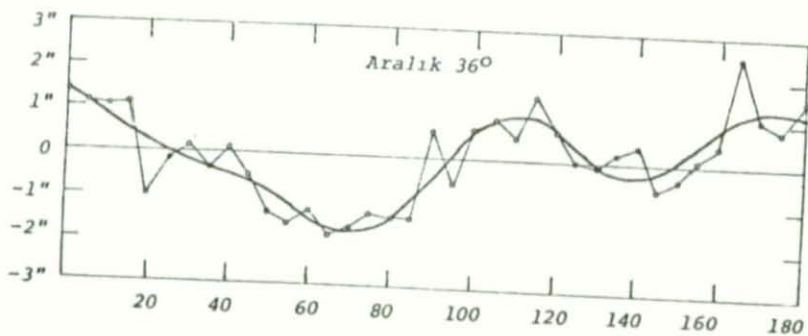


Şekil 13. HAUER'e göre çapsal hata eğrisi.

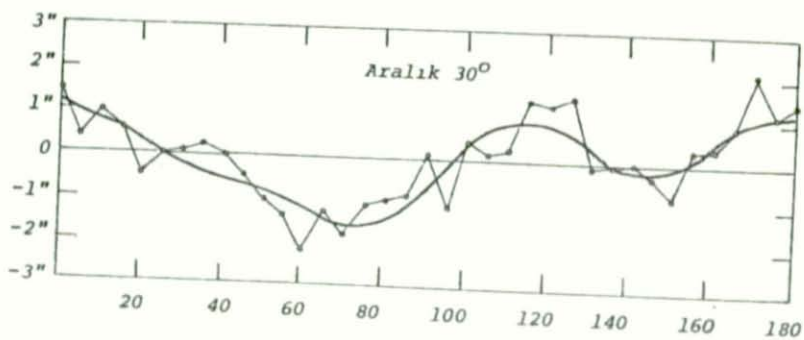


Şekil 14. HAUER'e göre çapsal hata eğrisi.

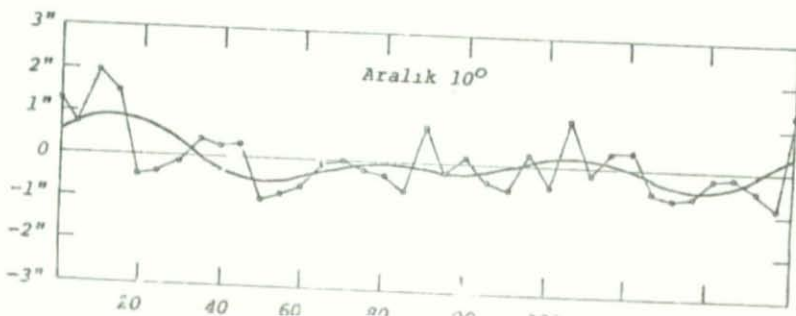




Şekil :13. HAUER'e göre çapsal hata eğrisi.



Şekil :14. HAUER'e göre çapsal hata eğrisi.



Fonksiyonun ortalama hatası  $m_T$  ve ortalama toplam bölüm hatasının hesaplanmasında, kontrol açısının etkisi açıkça ortaya çıkar. Ve bu veriler, doyurucu bir ölçüt niteliği olarak alınır.

Teodolitler, eşit  $\beta$  kontrol açısıyla incelenerek elde edilen  $m_T$  ve tanıtıcı değerler esas alınarak karşılaştırılmalıdır.

d)  $m_T$  ve  $\tau$  değerlerinin bu sınırlı tanım gücünü aşabilmek amacıyla HAUER bir hesap sırası önermiştir: Bir çapın tesadüfi bölüm hatasını elde etmek için 3 harmonik bileşen tanımına göre geri kalan tesadüfi bölüm hataları -ki bu da bir açıyla bağıntılıdır-  $(1/2)^{1/2}$  faktörü ile çarpılmalıdır.

konumundaki bir bölüm hatasının,

$$T = a \cdot \sin(2\phi + A) + b \cdot \sin(4\phi + B) + c \cdot \sin(6\phi + C) + \lambda_T \quad (4.82)$$

bağıntısıyla tanımlanmasından çıkılarak birkaç adım hesaptan sonra,

$$[TT] = \frac{n}{2} (a^2 + b^2 + c^2) + [\lambda_T \lambda_T] \quad (4.83)$$

elde edilir.

Ana fonksiyonda sistematik hata kısmını, bir ana ve iki üst salınım ; tesadüfi hata kısmını da  $\lambda_T$  nitelemektedir.

Son bağıntıdaki  $[\lambda_T \lambda_T]$  büyüklüğü, fark eğrisinden elde edilir. Fark eğrisi olarak

$$d = p - \frac{|p|}{n}$$

eşitliğine göre  $\phi$  daire konumuna bağlı olarak  $d$  değerlerinin, harmonik bir analizi ile doğrudan doğruya elde edilebilen bir fonksiyon kastedilir; ilk önce  $T$  fonksiyonu ile periyodik hata gidişi belirlenirse, buradan  $D$  fark eğrisi hesaplanabilir.

Fark eğrisi için

$$\begin{aligned} D &= \ell_2 \cdot \sin(2\phi + L_2) + \ell_4 \cdot \sin(4\phi + L_4) + \dots + \ell_{2k} \cdot \sin(2k\phi + L_{2k}) \\ &= \sum_1^k \ell_{2k} \cdot \sin(2k\phi + L_{2k}) \end{aligned} \quad (4.84)$$

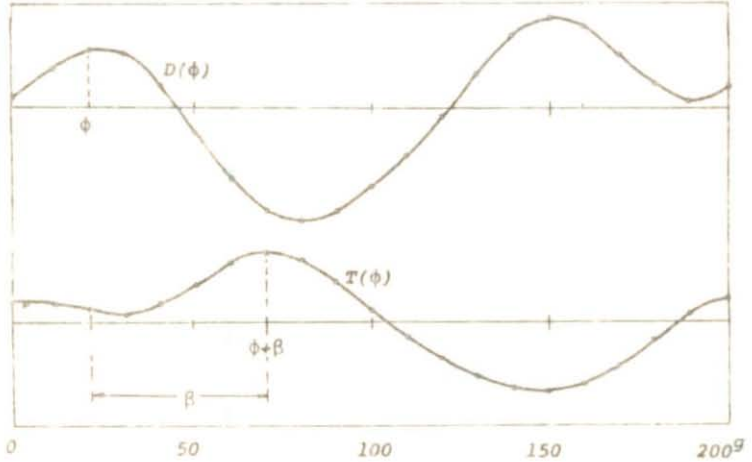
matematik bağıntısı seçilirse:

$$\ell_{2k} = a_{2k} 2\sin(k\beta)$$

$$L_{2k} = A_{2k} + \frac{\pi}{2} + k\beta \quad (4.86)$$

bağıntıları vardır.

$D(\phi)$  fark eğrisi ile  $T(\phi)$  bölüm hatası eğrisi arasındaki bağıntı, Şekil:56 da açıkça görülmektedir.



Şekil:56. Fark eğrisi/ Çapsal hata eğrisi.

Bu şekilden, düzeltme değerleri şöyle elde edilir:

Sol kenarı  $\phi$  ve sağ kenarı  $\phi + \beta$  da bulunan ve ölçülen  $\beta$  açısının bölüm hatasının düzeltilmesi gerekirse:  $\phi$  deki bölüm hatası,  $\phi + \beta$  daki bölüm hatasından çıkarılmalı ve hesaplanan fark, ters işaretliyle ölçülen  $\beta$  açısına çarpılarak elde edilir.

Şekil:56 da görülen fark eğrisi, yaklaşık  $50^\circ$  lık tüm açılar için düzeltilme değeri olarak kullanılabilir. (Burada işaretin tersinin alınması gerektirir).  $100^\circ$  lık diğer açı değerleri için düzeltme eğrilerinin çizimi, ancak aydın açılımlar sık çalışılacaksa yapılır. Aslında  $T(\phi)$  fonksiyonu, bütün ölçülen değerler için yeterlidir. Ayrıca bu grafikler, ekstrem değerlerin belirlenmesi için de kullanılabilir. Örneğin, bu şekilden izlenebileceği gibi max. düzeltme,  $70^\circ$  ve  $150^\circ$  lık daire konumları arasında ölçülen  $80^\circ$  ve

Fark eğrisi ile ölçülen açı değerlerindeki sistematik hata kısımları sıralanırsa  $\lambda_D$  tesadüfi hata kısımları elde edilir. Bu durumda

$$\lambda_D = d - D \quad (4.87)$$

ve

$$[\lambda_D \lambda_D] = [(d - D)^2] \quad (4.88)$$

bulunur.

Bir açının hata kareleri, bir doğrultununkinin çifc katı olduğundan tesadüfi çapsal bölüm hatası  $\lambda_T$  nin aranılan hata kareleri toplamı

$$[\lambda_T \lambda_T] = \frac{1}{2} [\lambda_D \lambda_D] \quad (4.89)$$

bağıntısını verir.

HEUVELINK'in verdiği bağıntılara benzer olarak, kontrol açısının büyüklüğüne bağlı olmayan  $v$  ve  $M$  değerleri, üzerindeki çizgilerle belirlenecektir. Bunlar,

$$\begin{aligned} [\lambda_T \lambda_T] &= [\bar{v}'' \bar{v}''] = \frac{1}{2} [(d - D)^2] \\ [\bar{v}'' \bar{v}''] &= [\bar{v}''' \bar{v}'''] + \frac{n}{2} c^2 \\ [\bar{v}' \bar{v}'] &= [\bar{v}'' \bar{v}''] + \frac{n}{2} b^2 \\ [\bar{v} \bar{v}] &= [\bar{v}' \bar{v}'] + \frac{n}{2} a^2 \end{aligned} \quad (4.90)$$

dır. Bilindiği gibi bu bağıntılarla yapılan hesaplarda bir çapın konumu için ortalama hata karesi,

$$\begin{aligned} \bar{M}^2 &= \frac{[\bar{v} \bar{v}]}{n - s} \\ \bar{M}'^2 &= \frac{[\bar{v}' \bar{v}']}{n - s - 2} \\ \bar{M}''^2 &= \frac{[\bar{v}'' \bar{v}'']}{n - s - 4} \\ \bar{M}'''^2 &= \frac{[\bar{v}''' \bar{v}''']}{n - s - 6} \end{aligned} \quad (4.91)$$

ve ortalama bölüm hatası,

$$\bar{\tau}^2 = \bar{N}^2 - \frac{\mu^2}{4}$$

$$\bar{\tau}'^2 = \bar{N}'^2 - \frac{\mu^2}{4}$$

$$\bar{\tau}''^2 = \bar{N}''^2 - \frac{\mu^2}{4}$$

$$\bar{\tau}'''^2 = \bar{N}'''^2 - \frac{\mu^2}{4}$$

(4.91)

dır. Belirtildiği gibi bunlar, ortalama bölüm hatasının, genişliğin, fazın ve fonksiyonun ortalama hataları için HAUER'in verdiği formüllerdir. Bu değerler kontrol açısının büyüklüğüne bağlı değildir. Ve gerçek temsilci olarak tanımlanabilir.

Her iki hesap şeklinin nasıl bir farklılık gösterdiği, /22/ den alınan Çizelge: 3 ve 4 deki karşılaştırma değerleriyle kolayca anlaşılır. (Sonuçlar, bir alete ya da buna benzer aletlere ilişkindir.)

$\beta$ [v.v]	45°	36°	30°	10°
$\tau$	0.82"	0.80"	0.73"	0.53"
$\tau'$	0.58	0.62	0.56	0.52
$\tau''$	0.48	0.50	0.45	0.49
$\tau'''$	0.39	0.43	-.40'	0.47

Çizelge: 3

$\beta$ [v.v]	45°	36°	30°	10°
$\tau$	0.79"	0.82"	0.84"	0.82"
$\tau'$	0.52	0.53	0.50	0.68
$\tau''$	0.48	0.46	0.42	0.52
$\tau'''$	0.39	0.43	0.41	0.46

Çizelge: 4

Çeşitli kontrol açılarındaki ortalama bölüm hatalarının göze çarpan farklılıkları Çizelge:16 da açıkça görülebilir. Buna karşılık Çizelge:17 deki sayısal veriler, 45°, 36° ve 30° lik kontrol açılarında iyi bir uyum gösterirler.  $\beta = 10^\circ$  için  $\bar{\tau}'$ ,  $\bar{\tau}''$  ve  $\bar{\tau}'''$  değerlerinin uyumu, daha büyük açılardankinden daha iyi olabilirdi. Bu büyük sapmalar, kontrol açısının küçülmesiyle, periyodik bölüm hatalarına karşılık tesadüfî bölüm hatalarının daha kuvvetli etkisinin olduğunu ortaya koyar.

e) Bu gelişmelere ek olarak WERMANN /23/  $\lambda_D$  artık hatalarını sistematik olarak test eden bir aşama yapmıştır. WERMANN bunun için ABBE tesadüf-

lik ölçütünü kullanmıştır. Bu ölçütün kullanılması, artık hatalar ve artık hataların karesel toplamının hesabı için zorunludur.

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \dots + \lambda_n^2 = \xi \quad (4.93)$$

ve

$$(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\lambda_2 - \lambda_3)^2 + \dots + (\lambda_n - \lambda_{n-1})^2 = \eta \quad (4.94)$$

ile gösterilebilir. Eğer artık hataları, tesadüfi hata karakterinde ise sonsuz gözlemin ortalamasında

$$\eta = 2\xi \quad (4.95)$$

olması gerekir.  $\xi$  ve  $\eta$  bağıntılarından  $n$  gözlemlerinin sayısı ile sıfıra giden bir ortalama güvensizliğini de kapsayan

$$\frac{2\xi}{\eta} = 1 \quad (4.95a)$$

elde edilir. ABBE ölçütü,

$$\frac{2\xi}{\eta} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (4.96)$$

dür. Eğer bu koşul sağlanmazsa, yani değer,

$$\frac{2\xi}{\eta} > 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (4.97)$$

ise, bu durumda artık hatalarda sistematik hata vardır ve  $v$  değerinin gidişi,  $D$  nin yüksek bir fonksiyonu ile yaklaşık olarak tanımlanmalıdır. (Bunun için (4.84) eşitliğine bakınız.)

5. ÇAPSAL HATALARIN BAŞKA  
BİR FONKSİYONLA İFADESİ

Bölüm 4.2.4.1. de ayrıntılarıyla belirtildiği gibi, HEUVELINK yöntemi yerine yeni bir yaklaşım fonksiyonunun belirlenmesi ve elden geldiğince az sayıda gözlem değeriyle kesiksiz bir eğrinin elde edilmesi gerekir. Bu fonksiyonlardan ilk akla gelenler, üstel fonksiyonlar ve polinomlardır.

5.1. Üstel Fonksiyonlar

WILLERS /24/ e göre bazı doğa olayları, üstel fonksiyonlarla ifade edilebilir.  $e$ , tabii logaritmanın tabanı olmak üzere bu fonksiyon,

$$y = C_1 e^{\gamma_1 x} + C_2 e^{\gamma_2 x} + C_3 e^{\gamma_3 x} + \dots \quad (5.1)$$

olarak yazılır. Genellikle üç ya da dört terim almak yeterlidir. Gözlemler eş aralıkla yapılırsa ve apsiler farkı  $h$  olursa  $m$ . ordinat değeri,

$$y_m = C_1 e^{\gamma_1 (x_1 + (m-1)h)} + C_2 e^{\gamma_2 (x_1 + (m-1)h)} + C_3 e^{\gamma_3 (x_1 + (m-1)h)} + \dots$$

olur.

$$\begin{aligned} u_1 &= e^{\gamma_1 h} \\ u_2 &= e^{\gamma_2 h} \\ u_3 &= e^{\gamma_3 h} \end{aligned} \quad (5.2)$$

...

$$f_1 = C_1 e^{\gamma(x_1 + (m-1)h)}$$

$$f_2 = C_2 e^{\gamma(x_1 + (m-1)h)}$$

$$f_3 = C_3 e^{\gamma(x_1 + (m-1)h)}$$

kısaltmalarıyla 4 ölçü için

$$y_m = f_1 + f_2 + f_3$$

$$y_{m+1} = f_1 u_1 + f_2 u_2 + f_3 u_3$$

$$y_{m+2} = f_1 u_1^2 + f_2 u_2^2 + f_3 u_3^2$$

(5.3)

$$y_{m+3} = f_1 u_1^3 + f_2 u_2^3 + f_3 u_3^3$$

yazılır. Birçok durumlarda, olayın sönüdüğü sıfır çizgisi bilinemez. Bunun sonucunda yukardaki ifadede  $u_1 = 1$  ve  $\gamma = 0$  olur. Bu nedenle fonksiyona bir terim daha eklemek gerekir. Ve (5.1) yerine

$$y = C_0 + C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{2\gamma x} + C_3 e^{3\gamma x} + \dots$$

(5.4)

alınır. Fakat bu şekilde ortaya çıkan fazla hesap işleminden kaçınmak yani  $C_0$  in elemine edilmesini sağlamak için de birbirini izleyen ordinat farkları oluşturulur; Dolayısıyla (5.3) yerine

$$\Delta_{12} = f_1 (u_1 - 1) + f_2 (u_2 - 1) + f_3 (u_3 - 1)$$

$$\Delta_{23} = f_1 (u_1 - 1)u_1 + f_2 (u_2 - 1)u_2 + f_3 (u_3 - 1)u_3$$

$$\Delta_{34} = f_1 (u_1 - 1)u_1^2 + f_2 (u_2 - 1)u_2^2 + f_3 (u_3 - 1)u_3^2$$

(5.5)

$$\Delta_{45} = f_1 (u_1 - 1)u_1^3 + f_2 (u_2 - 1)u_2^3 + f_3 (u_3 - 1)u_3^3$$

ikincisini  $s_2 = u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_1$  ve üçüncüsünü  $s_1 = -(u_1 + u_2 + u_3)$  ile çarparak toplayalım. Sonuçta

$$\Delta_{12} \cdot s_3 + \Delta_{23} \cdot s_2 + \Delta_{34} \cdot s_1 + \Delta_{45} = 0 \quad (5.6)$$

buluruz. Bu değer  $m$  in her değeri için geçerlidir.  $n$  sayıda ölçü değeri varsa  $(n-4)$  denklem elde edilir. Bunlar

$$\begin{aligned} \Delta_{12} \cdot s_3 + \Delta_{23} \cdot s_2 + \Delta_{34} \cdot s_1 + \Delta_{45} &= 0 \\ \Delta_{23} \cdot s_3 + \Delta_{34} \cdot s_2 + \Delta_{45} \cdot s_1 + \Delta_{56} &= 0 \\ \dots \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\Delta_{(n-4)(n-3)} \cdot s_3 + \Delta_{(n-3)(n-2)} \cdot s_2 + \Delta_{(n-2)(n-1)} \cdot s_1 + \Delta_{(n-1)n} = 0$$

olur. Ölçülerdeki hatalar nedeniyle (5.7) eşitlikleri gerçeğe uymazlar. Bunlar birer  $v_i$  düzeltmeleri alırlar.

$$\begin{aligned} v_1 &= \Delta_{12} \cdot s_3 + \Delta_{23} \cdot s_2 + \Delta_{34} \cdot s_1 + \Delta_{45} \\ v_2 &= \Delta_{23} \cdot s_3 + \Delta_{34} \cdot s_2 + \Delta_{45} \cdot s_1 + \Delta_{56} \\ \dots \\ v_n &= \Delta_{(n-4)(n-3)} \cdot s_3 + \Delta_{(n-3)(n-2)} \cdot s_2 + \Delta_{(n-2)(n-1)} \cdot s_1 + \Delta_{(n-1)n} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Bunlardan

$$\begin{aligned} [\Delta_{12}\Delta_{12}]s_3 + [\Delta_{12}\Delta_{23}]s_2 + [\Delta_{12}\Delta_{34}]s_1 + [\Delta_{12}\Delta_{45}] &= 0 \\ \cdot \quad [\Delta_{23}\Delta_{23}]s_2 + [\Delta_{23}\Delta_{34}]s_1 + [\Delta_{23}\Delta_{45}] &= 0 \\ \cdot \quad \cdot \quad [\Delta_{34}\Delta_{34}]s_1 + [\Delta_{45}\Delta_{45}] &= 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

normal denklemleri elde edilir.

Normal denklemlerden bulunan  $s_1$ ,  $s_2$  ve  $s_3$  değerleri

$$x^3 + s_1 \cdot x^2 + s_2 \cdot x + s_3 = 0 \quad (5.10)$$

üçüncü derece denklemin katsayıları ve aranan  $u_1$ ,  $u_2$  ve  $u_3$  değerleri de bu denklemin kökleridir. Kökler, gerçek değerler ise

$$\gamma_1 = \frac{1}{h} \cdot \ln u_1$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{h} \cdot \ln u_2 \quad (5.11)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{h} \cdot \ln u_3$$

olur. Denklem  $u_1$  gerçekte kökünden başka iki kompleks  $u_{2,3} = v \pm iw$  kökü çıkarsa  $\gamma$  değeri de

$$\gamma_{2,3} = \alpha \pm i\beta \quad (5.12)$$

şeklinde kompleks olur. Formüldeki

$$\alpha = \frac{1}{2h} \cdot \ln(v^2 - w^2) \quad (5.13)$$

$$\beta = \frac{1}{h} \arctg \frac{w}{v} \pm \frac{2k\pi}{h}$$

dir Buna göre fonksiyon

$$y = C e^{\gamma_1 x} + A e^{\alpha x} \cos \beta x + B e^{\alpha x} \sin \beta x \quad (5.14)$$

olur.

Burada  $(n-4)$  hata denklemi ve bilinmeyen sayısı 3 olduğundan

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-7}} \quad (5.15)$$

ve (5.6) daki bir denklemin hatası

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{(n-7)(1+s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)}} \quad (5.16)$$

olur.

Bundan sonra doğrudan doğruya (5.4) eşitliği esas alınarak yapılan dengelemeyle eğrinin genel gidişi elde edilir.

## 5.2. P o l i n o m l a r

Polinomların genel yazılışı

$$Y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots \quad (5.17a)$$

dir.  $m$  inci dereceden bir polinom

$$Y_m = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m \quad (5.17b)$$

şeklinde yazılır.

$$Y_i = y_i - v_i \quad (5.18)$$

ve buradan

$$v_i = Y_i - y_i \quad (5.19)$$

olur. Hata kareleri toplamı

$$S = \sum (Y_i - y_i)^2 \quad (5.20)$$

dir. Yukardaki karşılığı yerine konarak

$$S = \sum (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m - y_i)^2 \quad (5.21)$$

elde edilir. Tablolanmış  $x_i$  ler ve  $y_i$  değerleri birer sabit değer;  $S$  ise  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$  in fonksiyonudur. Hataların kareleri toplamını minimum yapmak

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - y_i)^2 = \min. \quad (5.22)$$

için fonksiyonun katsayılarına göre türevininsifir olması gerekir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a_0} &= \sum_{i=1}^n 2(a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m - y_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} &= \sum_{i=1}^n 2(a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m - y_i) x_i = 0 \\ &\dots \\ \frac{\partial S}{\partial a_m} &= \sum_{i=1}^n 2(a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m - y_i) x_i^m = 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

olur. Buradan normal denklemlere geçilerek

$$\begin{aligned} n a_0 + [x_i] a_1 + [x_i^2] a_2 + \dots + [x_i^m] a_m - [y_i] &= 0 \\ [x_i^2] a_0 + [x_i^3] a_1 + \dots + [x_i^{m+1}] a_m - [y_i x_i] &= 0 \end{aligned}$$

$$\dots$$

$$\begin{bmatrix} x_i^m \\ x_i^{m-1} \end{bmatrix} a_0 + \begin{bmatrix} x_i^{m+1} \\ x_i^m \end{bmatrix} a_1 + \begin{bmatrix} x_i^{m+2} \\ x_i^{m+1} \end{bmatrix} a_2 + \dots + \begin{bmatrix} x_i^{m+m} \\ x_i^{m+m-1} \end{bmatrix} a_m - \begin{bmatrix} x_i^m \\ x_i^{m-1} \end{bmatrix} y_i = 0$$

yazılır. Çözüm katsayıları verir.

(5.24) eşitlikleri, bilinmeyenleri  $c$  olan

$$Ac = B$$

şeklinde bir sistemdir. Burada  $A$  katsayılar matrisini,  $c$  bilinmeyenleri ve  $B$  sağ taraf matrisini belirttiğine göre

$$A = \begin{vmatrix} n & x_i & \dots & x_i^m \\ x_i & x_i^2 & \dots & x_i^{m-1} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ x_i^m & x_i^{m-1} & \dots & x_i^{m-m} \end{vmatrix} \quad c = \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ a_m \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} y_i \\ x_i y_i \\ \cdot \\ x_i^m y_i \end{vmatrix} \quad (5.25)$$

dir. Görüldüğü gibi  $A$  ve  $B$  matrislerinin elemanları belirli bir düzeni izlemektedirler.  $A$  matrisinin son kolonundan sonraki yeni açılmış kolona  $B$  kolon matrisini yerleştirerek

$$C = \left[ A : B \right] \quad (5.26)$$

genişletilmiş matrisini yazabiliriz.

Çözüm kolaylığı sağlamak için ağırlık merkezinin koordinatlarını

$$x_0 = \frac{[x]}{n}$$

$$y_0 = \frac{[y]}{n} \quad (5.27)$$

alırız. Yeni koordinat sistemi  $\xi$  apsis,  $\eta$  ordinat olduğuna göre

$$\xi_i = x_i - x_0$$

$$\eta_i = y_i - y_0 \quad (5.28)$$

dir. ( $[\xi] = 0$ ,  $[\eta] = 0$ )

Yeni hata denklemleri,

$$v_i = a_0 + b \xi_i + c \xi_i^2 + \dots - \eta_i \quad (5.28)$$

olur.  $[vv] = \min.$  olması koşulundan; katsayılara göre alınan türevi sıfıra eşitleyip  $\frac{\partial [vv]}{\partial a_0} = 0$ ,  $\frac{\partial [vv]}{\partial b} = 0$  olduğunu gözönünde bulundurarak

$$\begin{aligned} n a_0 + [ \xi^2 ] c + \dots &= 0 \\ [ \xi^2 ] b + [ \xi^3 ] c + \dots - [ \xi \eta ] &= 0 \\ [ \xi^3 ] a_0 + [ \xi^4 ] b + [ \xi^5 ] c + \dots - [ \xi^2 \eta ] &= 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

...

normal denklemleri kurulur. (Problemde  $x$  aralıkları eşit ve ağırlıklar da 1 ise  $[ \xi^3 ] = [ \xi^5 ] = [ \xi^7 ] = \dots = 0$  olur.) Normal denklemlerin çözümünden katsayılar elde edilir.

### 5.2.1. Regresyon ve İstatistik Testler

Yapılan gözlemlere göre elde edilen ve en iyi yaklaşım değerlerini veren dengeleyici eğri ya da diğer adıyla regresyon eğrisinin istenen incelik sınırları içerisinde olması çok önemlidir. Hernekadar ortalama hata, incelik için iyi bir ölçütse de bazı durumlarda sadece ortalama hataya bakarak, elde edilen sonuçların iyiliği hakkında bir yargıya varılamaz. Bu nedenle, bazı matematik istatistik yöntemlerle, sonuçların güvenilir olup olmadığı da araştırılır.

Regresyon problemini bilgisayara uyarlamak için

- $n$  Gözlem sayısı,
- $m$  En büyük polinom derecesi,
- $p = m - 1$
- $X_{ij}$  Bağımsız değişkenin  $i$ . değeri,
- $X_{ip}$  Bağımlı değişkenin  $i$ . değeri

olarak tanımlanırsa bağımsız değişkenlerin kuvvetleri

$$X_{i2} = X_{i1} \cdot X_{i1}$$

$$X_{i3} = X_{i1} \cdot X_{i1} \cdot X_{i1}$$

$$X_{i4} = X_{i3} \cdot X_{i1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5.31)$$

.....

$$X_{im} = X_{i,m-1} \cdot X_{i1}$$

yazılabilir. Buradan ortalamalar

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \quad (j = 1, 2, \dots, p) \quad (5.32)$$

ve ortalamalardan sapmaların çarpaz çarpımlarının (cross product) toplam-  
ları

$$D_{jk} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k) - \frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j) \sum_{i=1}^n (X_{ik} - \bar{X}_k)}{n} \quad (5.33)$$

olur. Burada,

$$j = 1, 2, 3, \dots, p \quad k = 1, 2, 3, \dots, p$$

dır.

Korelasyon katsayıları,

$$r_{ij} = \frac{\sqrt{D_{ij}}}{\sqrt{D_{ii}} \sqrt{D_{jj}}} \quad (5.34)$$

ve ortalama hatalar (standart sapmalar)

$$s_j = \sqrt{\frac{D_{jj}}{n-1}} \quad (5.35)$$

şeklinde yazılabilir.

Beta ağırlıkları,

$$\beta_j = \sum_{i=1}^k r_{iy} \cdot r_{ij}^{-1} \quad (5.36)$$

den hesaplanır. Eşitlikteki

$r_{iy}$  i. bağımsız değişkenle bağımlı değişkenin interkorelas-  
yonu,

$r_{ij}^{-1}$  interkorelasyonunun inversi,

$i, j$  Bağımsız değişkenleri gösterir.

Regresyon katsayıları,

$$b_j = \beta_j \cdot \frac{s_y}{s_j} \quad (5.37)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Eşitlikteki

$s_y$  Bağımlı değişkenin ortalama hatası (standart sapması)

$s_j$   $j$ . bağımsız değişkenin ortalama hatası

dir.

Regresyonun ilk katsayısı,

$$b_0 = \bar{Y} - \sum_{j=1}^k b_j \bar{X}_j \quad (5.38)$$

eşitliğinden bulunur. Burada,

$\bar{Y}$  Bağımlı değişkenin ortalaması,

$\bar{X}_j$   $j$ . bağımsız değişkenin ortalaması

dir.

Çarpımın korelasyon katsayısı  $R$ ,

$$R^2 = \sum_{i=1}^k \beta_i r_{iy} \quad (5.39)$$

ve

$$R = \sqrt{R^2} \quad (5.39a)$$

dir.

$D_{yy}$  Bağımlı değişken için ortalamadan sapmaların karelerinin toplamı,

olarak tanımlanırsa, regresyona özgü karelerin toplamı,

$$SSAR = R^2 D_{yy} \quad (5.40)$$

ve regresyondan sapmaların karelerinin toplamı,

$$SSDR = D_{yy} - SSAR \quad (5.41)$$

Varyans analizi için  $F$  değeri,

$$F = \frac{SSAR / k}{SSDR / (n-k-1)} = \frac{SSAR(n-k-1)}{SSDR(k)} \quad (5.42)$$

formülüyle hesaplanır.

Kesin değerlerin standart hatası ve varyansı,

$$s^2_{y.12\dots k} = \frac{SSDR}{n-k-1} \quad (5.43)$$

dır. ( $n$  gözlem sayısıdır.)

Regresyon katsayılarının ortalama hataları (standart sapmaları),

$$s_{b_j} = \sqrt{\frac{D_{jj}^{-1}}{D_{jj}} \cdot s^2_{y.12\dots k}} \quad (5.44)$$

eşitliğinden elde edilir. Formüldeki

$D_{jj}$   $j$ . bağımsız değişken için ortalama sapmaların karelerinin toplamı

dır.

$$t_j = \frac{b_j}{s_{b_j}} \quad (j = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (5.45)$$

den hesaplanır.

Verilere uygun bir polinomun derecesini saptamak için birinci dere- den başlayarak ikinci, üçüncü, ... dereceden polinomların katsayıları sıra- sıyla hesaplanır. Belli derecedeki polinomun, bir önceki dereceden olan po- linoma göre verilere uygunluğu, kareler analizi yapılarak araştırılır.

DEĞİŞİMİN KAYNAĞI	Serbestlik Derecesi	Karelerin Toplamı	Kareler Ortalaması	F Değeri	Karelerin Toplamı Yönlendirilmiş
Regresyona Göre	$k$	SSAR	SSAR/ $k$	(SSAR/ $k$ )/ (SSDR/ $n-k-1$ )	SSAR-SSDR
Regresyondan Sapma	$n - k - 1$	SSDR	SSDR/ ( $n-k-1$ )		
Toplam	$n-1$	$D_{yy}$			

## 6. ARAŞTIRMA ve SONUÇLARI

Araştırma, Ölçme Laboratuvarı'ndaki 154592 numaralı Wild T2 nin yatay bölüm dairesi üzerinde yapılmıştır. Olanaklar elvermediğinden normal laboratuvar koşulları sağlanamamış ve bu nedenle ölçmeler, Akademi Kitaplığı ile Yeni Laboratuvar binaları arasındaki üç tarafı kapalı alanda gerçekleştirilmiştir. Hedef markaları, parlak yüzlü karton üzerine siyah çini mürekkeple 0,1 rapido ucuyla artı işareti şeklinde çizilmiş ve bunlar, aletin muylu eksen yatayında, duvarlara seloteyle yapıştırılmıştır.

(4.21) deki kontrol açıları,

$$k = 2.5 = 10$$

$$\beta_I = 200/2 = 100^g$$

$$\beta_{II} = 200/5 = 40^g$$

$$\beta \quad \beta \cdot 40, 80, 100, 120 \text{ ve } 160^g$$

Rozetler:

SİSTEM I	R(2,0)	R(2,20)	R(2,40)	R(2,60)	R(2,80)
$\beta_1 = 100^g$	$0^g$	$20^g$	$40^g$	$60^g$	$80^g$
	$100^g$	$120^g$	$140^g$	$160^g$	$180^g$

SİSTEM II	R(5,0)	R(5,20)
$\beta_2 = 40^g$	$0^g$	$20^g$
	$40^g$	$60^g$
	$80^g$	$100^g$
	$120^g$	$140^g$
	$160^g$	$180^g$

$\phi$	ORTALAMA	$(R_{\phi} - L_{\phi-\beta})$	$(R_{\phi+\beta} - L_{\phi})$	$d_{\phi}^{\beta}$	$[v \ v]$
0	10.4				
40	151.2	140.7	140.8	- 0.1	0.01
80	216.0	205.5	205.6	- 0.1	0.01
120	171.9	161.8	161.5	0.3	0.09
160	257.9	247.7	247.5	0.2	0.04
100	109.6	100.8	99.2	1.6	2.56
			$F_{0}$	1.9	2.71
20	5.9				
60	146.1	142.3	140.2	2.1	4.41
100	209.0	206.8	203.1	3.7	13.69
140	167.6	161.9	161.7	0.2	0.04
180	252.7	248.2	246.8	1.4	1.96
120	106.6	101.4	100.7	0.7	0.49
			$F_{20}$	8.1	20.59
40	16.9				
80	158.5	140.8	141.6	- 0.8	0.64
120	221.1	205.6	204.2	1.4	1.96
160	179.5	161.5	162.6	- 1.1	1.21
200	265.5	247.5	248.6	- 1.1	1.21
140	119.1	99.2	102.2	- 3.0	9.00
			$F_{40}$	- 4.6	14.02
60	59.3				
100	200.5	140.2	141.2	- 1.0	1.00
140	264.2	203.1	204.9	- 1.8	3.24
180	221.0	161.7	161.7	0.0	0.00
220	305.5	246.8	246.2	0.6	0.36
160	160.4	100.7	101.1	- 0.4	0.16
			$F_{60}$	- 2.6	4.76
80	74.4				
120	216.1	141.6	141.7	- 0.1	0.01
160	279.9	204.7	205.5	- 1.3	1.69
200	238.3	192.6	163.9	- 1.3	1.69
240	323.7	248.6	249.3	- 0.7	0.49
180	176.1	102.2	101.7	0.5	0.25
			$F_{80}$	- 2.9	4.13

$\phi$	ORTALAMA	$(R_{\phi} - L_{\phi-\beta})$	$(R_{\phi+\beta} - L_{\phi})$	$d_{\phi}^{\beta}$	$[\sigma \sigma]$	
100	94.3					
140	236.8	141.2	142.5	- 1.3	1.69	
180	300.0	204.9	205.7	- 0.8	0.64	
220	255.1	161.7	160.8	0.9	0.81	
260	342.4	246.2	248.1	- 1.9	3.61	
200	194.5	101.1	100.2	0.9	0.81	
			$F_{100}$	- 2.2	7.56	
120	222.9					
160	366.8	141.7	143.9	- 2.2	4.84	
200	428.0	205.5	205.1	0.4	0.16	
240	385.9	163.9	163.0	0.9	0.81	
280	471.9	249.3	249.0	0.3	0.09	
220	325.0	101.7	102.1	- 0.4	0.16	
			$F_{120}$	- 1.0	6.06	
140	165.9					
180	306.1	142.5	140.2	2.3	5.29	
220	371.1	205.7	205.2	0.5	0.25	
260	328.1	160.8	162.2	- 1.4	1.96	
300	413.3	248.1	247.4	0.7	0.49	
240	267.7	100.2	101.8	- 1.6	2.56	
			$F_{140}$	0.5	10.55	
160	274.7					
200	415.4	143.9	140.7	3.2	10.24	
240	480.2	205.1	205.5	- 0.4	0.16	
280	436.5	163.0	161.8	1.2	1.44	
320	522.4	249.0	247.7	1.3	1.69	
260	375.5	102.1	100.8	1.3	1.69	
			$F_{160}$	6.6	15.22	
180	247.6					
220	389.9	140.2	142.3	- 2.1	4.41	
260	454.4	205.2	206.8	- 1.6	2.56	
300	409.5	162.2	161.9	0.3	0.09	
340	495.8	247.4	248.2	- 0.8	0.64	
280	349.0	101.8	101.4	0.4	0.16	
			$F_{180}$	- 3.8	7.86	
Silsile Doğrultu	n s	80 6	$\bar{v} = \sqrt{[vv]/2(n-1)(s-1)} = 0.34$			93.46

$\phi$	KONTROL AÇILARI					$F_{\phi}$	$\frac{1}{2} \sum_{40} F_{\phi}$	$\frac{1}{5} \sum_{100} F_{\phi}$	14 D $_{\phi}$	D $_{\phi}$
	40	80	120	160	100					
0	-0.1	-0.1	0.3	0.2	1.6	1.9	0	-0.1	1.8	0.1
20	2.1	3.7	0.2	1.4	0.7	8.1	0	1.4	9.5	0.7
40	-0.8	1.4	-1.1	-1.1	-3.0	-4.6	0	-0.8	-5.4	-0.4
60	-1.0	-1.8	0	0.6	-0.4	-2.6	0	0.8	-1.8	-0.1
80	-0.1	-1.3	-1.3	-0.7	0.5	-2.9	0	-1.3	-4.2	-0.3
00	-1.3	-0.8	0.9	-1.9	0.9	-2.2	0	-0.1	-2.3	-0.2
20	-2.2	0.4	0.9	0.3	-0.4	-1.0	0	1.4	0.4	0.0
40	2.3	0.5	-1.4	0.7	-1.6	0.5	0	-0.8	-0.3	0.0
60	3.2	-0.4	1.2	1.3	1.3	6.6	0	0.8	7.4	0.5
80	-2.1	-1.6	0.3	-0.8	0.4	-3.8	0	-1.3	-5.1	-0.3
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

D $_{\phi}$	-D $_{\phi+40}$	-D $_{\phi-40}$	Olması Gereken	d $_{\phi}^{40}$	d $_{\phi}^{160}$	v $_{\phi}^{40}$	v $_{\phi}^{40}$ v $_{\phi}^{40}$	v $_{\phi}^{160}$	v $_{\phi}^{160}$ v $_{\phi}^{160}$
2	0.4	-0.5	0.1	-0.1	0.2	-0.2	0.04	0.1	0.01
4	0.1	0.3	1.8	2.1	1.4	0.3	0.09	-0.4	0.16
6	0.3	-0.1	-0.6	-0.8	-1.1	-0.2	0.04	-0.5	0.25
2	0.2	-0.7	-0.7	-1.0	0.6	-0.3	0.09	1.3	1.69
6	0	0.4	-0.2	-0.1	-0.7	0.1	0.01	-0.5	0.25
4	0	0.1	-0.3	-1.3	-1.9	-1.0	1.00	-1.6	2.56
0	-0.5	0.3	-0.2	-2.2	0.3	-2.0	4.00	0.5	0.25
0	0.3	0.2	0.5	2.3	0.7	1.8	3.24	0.2	0.04
0	-0.1	0	0.9	3.2	1.3	2.3	5.29	0.4	0.16
6	-0.7	0	-1.3	-2.1	-0.8	-0.8	0.64	0.5	0.25
0	0	0	0	0	0	0	14.44	0	5.62

	$-D_{\phi+80}$	$-D_{\phi-80}$	Olması Gereken..	$d_{\phi}^{80}$	$d_{\phi}^{120}$	$v_{\phi}^{80}$	$v_{\phi}^{80}$ $v_{\phi}^{80}$	$v_{\phi}^{120}$	$v_{\phi}^{120}$ $v_{\phi}^{120}$
	0.3	0	0.5	-0.1	0.3	-0.6	0.36	-0.2	0.04
	0.2	0	1.6	3.7	0.2	2.1	4.41	-1.4	1.96
	0	-0.5	-1.3	1.4	-1.1	2.7	7.29	0.2	0.04
	0	0.3	0.1	-1.8	0	-1.9	3.61	-0.1	0.01
	-0.5	-0.1	-1.2	-1.3	-1.3	-0.1	0.01	-0.1	0.01
	0.3	-0.7	-0.8	-0.8	0.9	0	0	1.7	2.89
	-0.1	0.4	0.3	0.4	0.9	0.1	0.01	0.6	0.36
	-0.7	0.1	-0.6	0.5	-1.4	1.1	1.21	-0.8	0.64
	0.4	0.3	1.7	-0.4	1.2	-2.1	4.41	-0.5	0.25
	0.1	0.2	-0.3	-1.6	0.3	-1.3	1.69	0.6	0.36
	0	0	0	0	0	0	23.00	0	6.56

	$-D_{\phi+100}$	$-D_{\phi-100}$	Olması Gereken	$d_{\phi}^{100}$	$v_{\phi}^{100}$	$v_{\phi}^{100}$ $v_{\phi}^{100}$	Ortalama Hata Hesapları
	0.2	0.6	0.6	1.6	1.0	1.00	$m_d^2 = \frac{[v.v]}{n-5} = \frac{66.02}{50-5} = 1.47^{cc}$ $m_D = \sqrt{\frac{m_d^2}{P_D}} = \sqrt{\frac{1.47}{10.7}} = \pm 0.37^{cc}$
	0	0	1.4	0.7	-0.7	0.49	
	0	0	-0.8	-3.0	-2.2	4.84	
	-0.5	-0.5	-1.2	-0.4	0.8	0.64	
	0.3	0.3	0	0.5	0.5	0.25	
	-0.1	-0.1	-0.6	0.9	1.5	2.25	
	-0.7	-0.7	-1.4	-0.4	1.0	1.00	
	0.4	0.4	0.8	-1.6	-2.4	5.76	
	0.1	0.1	1.2	1.3	0.1	0.01	
	0.3	0.3	0	0.4	0.4	0.16	
	0	0	0	0	0	16.40	

Her bağımsız gözlem dizilerinden(4.59) eşitlikleriyle elde edilen çapsal hatalar Çizelge:10 da gösterilmiştir.

Dizi	0 <sup>g</sup>	20 <sup>g</sup>	40 <sup>g</sup>	60 <sup>g</sup>	80 <sup>g</sup>	100 <sup>g</sup>	120 <sup>g</sup>	140 <sup>g</sup>	160 <sup>g</sup>	180 <sup>g</sup>
I	0.3	-0.1	0.6	0.0	0.1	-0.1	-1.0	0.0	0.5	-0.3
II	0.3	-0.1	-0.1	1.4	-0.4	0.1	-1.3	-0.1	0.5	-0.3
III	0.1	-0.4	0.0	0.8	-0.3	0.0	-0.9	0.3	0.6	-0.2
IV	-0.1	0.1	0.6	0.3	-0.5	-0.4	-0.4	0.3	0.2	-0.1
V	0.5	0.3	-0.1	0.3	-0.1	0.3	-0.3	0.3	0.1	-1.3
VI	0.6	0.2	0.1	0.0	-0.4	-0.3	-0.2	0.4	0.2	-0.6
VII	0.2	0.5	0.0	0.3	-0.8	-0.5	0.0	0.5	0.3	-0.4
VIII	0.1	1.1	-0.4	-0.2	-0.1	-0.6	-0.3	0.4	0.3	-0.3

Çizelge: 10

## 6.2. Çapsal Hataların

### Üstel Fonksiyonlarla İfadesi

$\phi$  ve  $(\phi + 200^g)$  daire bölüm çizgilerinin çapsal hataları, (5.4) eşitliğiyle

$$D_{\phi} = y = C_0 + C_1 \cdot e^{Y_1 x} + C_2 \cdot e^{Y_2 x} + C_3 \cdot e^{Y_3 x}$$

gösterilsin. Çizelge:10 daki değerle (5.8) hata denklemleri,

$$v_1 = 0.6 S_3 - 1.1 S_2 + 0.3 S_1 - 0.2$$

$$v_2 = -1.1 S_3 + 0.3 S_2 - 0.2 S_1 + 0.1$$

$$v_3 = 0.3 S_3 - 0.2 S_2 + 0.1 S_1 + 0.2$$

$$v_4 = -0.2 S_3 + 0.1 S_2 + 0.2 S_1 + 0$$

$$v_5 = 0.1 S_3 + 0.2 S_2 + 0 S_1 + 0.5$$

$$v_6 = 0.2 S_3 + 0 S_2 + 0.5 S_1 - 0.8$$

(5.3) normal denklemleri (Çizelge:11) den elde edilir.

$\Delta_{12}$	$\Delta_{23}$	$\Delta_{34}$	$\Delta_{45}$	$\Delta_{12} \Delta_{12}$	$\Delta_{12} \Delta_{23}$	$\Delta_{12} \Delta_{34}$
0.6	-1.1	0.3	-0.2	0.36	-0.66	0.18
-1.1	0.3	-0.2	0.1	1.21	-0.33	0.22
0.3	-0.2	0.1	0.2	0.09	-0.06	0.03
-0.2	0.1	0.2	0	0.04	-0.02	-0.04
0.1	0.2	0	0.5	0.01	0.02	0
0.2	0	0.5	-0.8	0.04	0	0.10
				1.75	-1.05	0.49

$\Delta_{12} \Delta_{45}$	$\Delta_{23} \Delta_{23}$	$\Delta_{23} \Delta_{34}$	$\Delta_{23} \Delta_{45}$	$\Delta_{34} \Delta_{34}$	$\Delta_{34} \Delta_{45}$	$\Delta_{45} \Delta_{45}$
-0.12	1.21	-0.33	0.22	0.09	-0.06	0.04
-0.11	0.09	-0.06	0.03	0.04	-0.02	0.01
0.06	0.04	-0.02	-0.04	0.01	0.02	0.04
0	0.01	0.02	0	0.04	0	0
0.05	0.04	0	0.10	0	0	0.25
-0.16	0	0	0	0.25	-0.40	0.64
-0.28	1.39	-0.39	0.31	0.43	-0.46	0.98

Çizelge: 11

$$1.75 S_3 - 1.05 S_2 + 0.49 S_1 - 0.28 = 0$$

$$-1.05 S_3 + 1.39 S_2 - 0.39 S_1 + 0.31 = 0$$

$$0.49 S_3 - 0.39 S_2 + 0.43 S_1 - 0.46 = 0$$

Normal denklemlerin çözümü, S leri verir.

$S_3$	$S_2$	$S_1$	$k$	$z$
1.75	-1.05	0.49	-0.28	0.91
-1	0.60	-0.28	0.16	-0.52
-0.216 696	1.39	-0.39	0.31	0.26
	-0.63	0.294	-0.168	0.546
	0.76	-0.096	0.142	0.806
	-1	0.126316	-0.186842	-1.060526
-0.023 177	0.43	-0.46	0.07	0.07
	-0.137 2	0.0784	-0.2548	-0.2548
	-0.012 126	0.017 937	0.101 810	0.101 810
	0.280 674	-0.363 663	0.082 990	0.082 990
	-1	1.295 678	0.295 678	0.295 678

1.295 678

Çizelge: 12

$$x^3 + S_1 x^2 + S_2 x + S_3 = 0$$

$$x^3 + 1.295 678 x^2 - 0.023 177 x - 0.216 696 = 0$$

$$u_1 = 0.367 942 = e^{\gamma_1 h} \dots \quad \gamma_1 = -0.049 991 43$$

$$u_2 = -1.152 697 = e^{\gamma_2 h} \dots \quad \gamma_2 = 0.007 105 22_n$$

$$u_3 = -0.510 923 = e^{\gamma_3 h} \dots \quad \gamma_3 = -0.033 576 82_n$$

$$v_i = C_0 + C_1 e^{-0.049 99143 x} - C_2 e^{0.007 105 22 x}$$

$$- C_3 e^{-0.033 576 82 x} - y_i$$

hata denklemlerinde yerine konarak

$x_i$	$\gamma_1 x_i$	$e^{\gamma_1 x_i}$	$\gamma_2 x_i$	$e^{\gamma_2 x_i}$	$\gamma_3 x_i$	$e^{\gamma_3 x_i}$
0	0	1	0	1	0	1
20	-0.9998286	0.367943	0.142104	1.152697	-0.671536	0.510923
40	-1.999657	0.135382	0.284209	1.328710	-1.343073	0.261042
60	-2.999496	0.049813	0.426313	1.531600	-2.014609	0.133373
80	-3.999314	0.018328	0.568418	1.765471	-2.686746	0.068143
100	-4.999143	0.006743	0.710522	2.035053	-3.357682	0.034816
120	-5.998972	0.002481	0.852626	2.345800	-4.029218	0.017798
140	-6.998800	0.000913	0.994731	2.703896	-4.700755	0.009088
160	-7.998629	0.000336	1.136385	3.116888	-5.372291	0.004643
180	-8.998457	0.000124	1.288940	3.592828	-6.043828	0.002372

Çizelge: 13

$v_i$	$C_0$	$C_1 e^{\gamma_1 x}$	$C_2 e^{\gamma_2 x}$	$C_3 e^{\gamma_3 x}$	$-y_i$
$v_0$	1	1	-1	-1	-0.1
$v_1$	1	0.367943	-1.152697	-0.510923	-0.7
$v_2$	1	0.135382	-1.328710	-0.261042	0.4
$v_3$	1	0.049813	-1.531600	-0.133373	0.1
$v_4$	1	0.018328	-1.765471	-0.068143	0.3
$v_5$	1	0.006743	-2.035053	-0.034816	0.2
$v_6$	1	0.002481	-2.345800	-0.017788	0
$v_7$	1	0.000913	-2.703996	-0.009088	0
$v_8$	1	0.000336	-3.116888	-0.004643	-0.5
$v_9$	1	0.000124	-3.592828	-0.002372	0.3
	a	b	c	d	-l

[aa]	[ab]	[ac]	[ad]	- [aℓ]	[bb]	[bc]	[bd]
10	1.582063	-20.5730	-2.04218	0	1.156580	-1.73616	-1.231513
- [bℓ]	[cc]	[cd]	-[cℓ]	[dd]	- [dℓ]	[ℓℓ]	
-0.29171	49.13608	2.420111	-0.233812	1.353255	0.314096	1.14	

Normal denklemler:

$$10 C_0 + 1.582063 C_1 - 20.573043 C_2 - 2.042188 C_3 + 0 = 0$$

$$. + 1.156580 C_1 - 1.736165 C_2 - 1.231513 C_3 - 0.291710 = 0$$

$$. . + 49.136084 C_2 + 2.420311 C_3 - 0.233812 = 0$$

$$. . . + 1.353255 C_3 + 0.314096 = 0$$

elde edilir. Bunların çözümü:

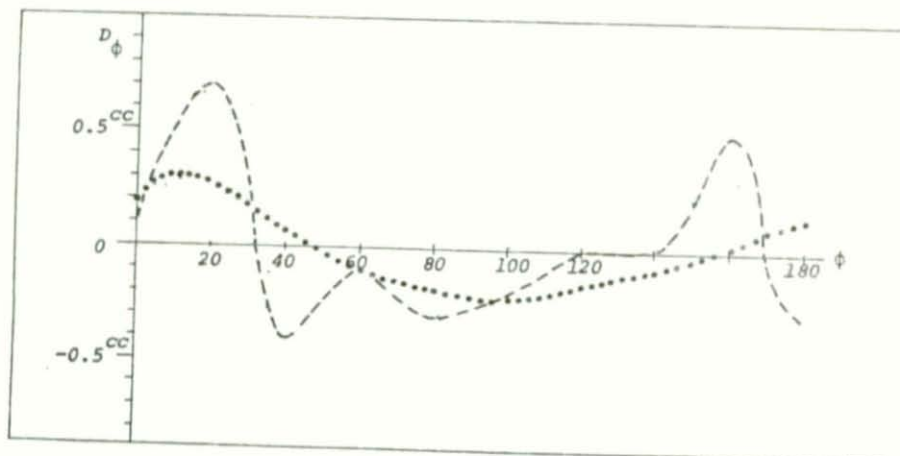
$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$k$	$s$
10	1.592063	-20.573043	-2.042188	0	-11.033169
-1	-0.158206	2.057304	0.204219	0	1.103317
-0.888885	1.156580	-1.736165	-1.231513	-0.291710	-0.520745
	-0.250292	3.254779	0.323086	0.	1.745513
	0.906288	1.518614	-0.908427	-0.291710	1.224766
	-1	-1.675642	1.002360	0.321873	-1.351411
	-2.952836	49.136084	2.420311	-0.233812	29.013375
		-42.325004	-4.201402	0	-22.698581
		-2.544653	1.522198	0.488802	-2.052273
		4.266427	-0.258893	0.254990	4.262521
		-1	0.060681	-0.059767	-0.999064
		-0.287180	1.353255	0.314096	0.813961
			-0.417054	0	-2.253183
			-0.910571	-0.292398	1.227658
			-0.015710	0.015473	0.258654
			0.009920	0.037171	0.047090
			-1	-3.747077	-4.746976

-3.747077

$$\begin{aligned}
 y = & -0.888885 - 2.952836 e^{-0.04999143x} \\
 & + 0.287180 e^{0.00710522x} \\
 & + 3.747077 e^{-0.03357682x}
 \end{aligned}$$

$x$ $\phi$	$-y_i$	$y_i$	$v$	$ vv $
0	-0.1	0.192536	-0.092536	
20	-0.7	0.270140	-0.429860	
40	0.4	0.071080	0.471080	
60	0.1	-0.096372	0.003628	
80	0.3	-0.180660	0.119340	
100	0.2	-0.193914	0.006086	
120	0	-0.155891	-0.155891	
140	0	-0.080989	-0.080989	
160	-0.5	0.022631	-0.477369	
180	0.3	0.151428	0.451428	

0.892081

 $m = \pm 0.31^{cc}$  $D$   
 $\phi$ 

... Ustel Fonksiyon

— WEISE'ye göre

Peryodik bir gidiş gösteren çapsal hataların, üstel fonksiyonlarla ifade edilemeyeceği, Çizelge:14 ile Şekil:17 ye ilk bakışta görülmektedir. Esasen WILLERS/24/, üstel fonksiyonlarla,

a) Radyoaktivite, bilyenin serbest düşmesi ve benzeri sönme olaylarının,

b) Elektromanyetik dalgaların iletilmesi örneğinde olduğu gibi sönme olaylarına eklenmiş salınımların,

c) Yükleme ile kesin peryodların ortaya çıktığı olaylar ile gelgit olaylarının

ifade edilebileceğini kesinlikle bildirmiştir. Bu nedenle çapsal hataların ifadesi için başka bir fonksiyon aranması gerekir.

### 6.3. Çapsal Hataların Polinomla İfade Edilmesinin İncelenmesi

Araştırma üç ana çıkış doğrultusunda geliştirilmiştir:

\* Çapsal hatalar, karakter olarak kaçınıcı dereceden bir polinoma uygunluk gösterir?

\* Gözlem değerlerine göre çapsal hataları ifade eden polinomun katsayıları nasıl hesaplanabilir?

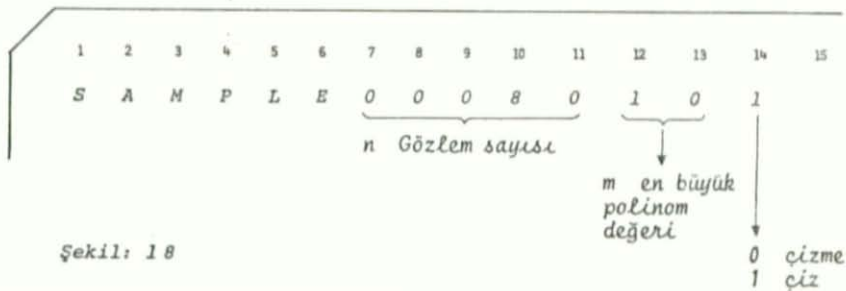
\* Bu polinom uygulamada nasıl kullanılır?

Çapsal hataların polinomla ifadesine ilişkin hesaplar, FORTRAN IV dilinde yazılan aşağıdaki programla, İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi "Haydar Furğaç Elektronik Hesap Merkezi"nde bulunan IBM 370-135 bilgisayarı ile yapılmıştır.

Kullanılan program, 5 altprogramı içermektedir. Bunlar sırasıyla:

1. GDATA: Bağımsız değişkenlerin kuvvetlerini oluşturmak ve ortalamaları, ortalama hataları ve korelasyon matrisini bulmak için,
2. ORDER: Değişkenlerin daha geniş bir dizisinden, bağımsız değişkenlerin altdizisini ve bağımlı bir değişkeni seçmek için,
3. MINV : Korelasyon katsayılar matrisinin inversini bulmak için,
4. MULTR: Regresyon katsayılarını bulmak ve analiz yapmak için,
5. PLOT : Verilen bağımlı ve bağımsız değişkenler ile hesaplanan kesin Y değerlerini bir dik koordinat sisteminde işaretleme için kullanılmaktadır.

Bilgiler, F5.0, F5.1 formatına göre verilmektedir. Seçim kartı, (Şekil:18) de gösterildiği gibi düzenlenmektedir.



Şekil: 18

DQS. FORTRAN IV 360N-FQ-479 3-8

MAINPGM

DATE 01/09/76

TIME

15.59

```

C X(I) IS THE INDEPENDENT VARIABLE AND X(J) IS THE DEPENDENT VARIABLE.
C PR+PR1... PROBLEM NUMBER (MAY BE ALPHAMERIC)
C N... NUMBER OF OBSERVATIONS
C M... HIGHEST DEGREE POLYNOMIAL SPECIFIED (MAX. 10)
C NPLOT... OPTION CODE FOR PLOTTING (0 NO, 1 YES)
C

```

```

0001      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z), INTEGER*4(I-N)
0002      DIMENSION Y(1100),R(1100),Z(1100),TITLE(20),ORD(3),APS(3)
0003      DIMENSION X(1100)
0004      DIMENSION DI(100)
0005      DIMENSION D(66)
0006      DIMENSION R(10),F(10),SB(10),T(10)
0007      DIMENSION XBAR(11),STD(11),COE(11),SUMSQ(11),ISAVE(11)
0008      DIMENSION ANS(10)
0009      DIMENSION P(300)
0010      DOUBLE PRECISION X,XBAR,STD,D,SUMSQ,DI,E,B,SB,T,ANS,DET,COE,
      1SUM,SUMIP
0011      1 FORMAT(A4,A2,I5,I2,I1)
0012      2 FORMAT(F5.0,F5.1)
0013      3 FORMAT(27HPOLYNOMIAL REGRESSION.....,A4,A2/)
0014      4 FORMAT(23HNUMBER OF OBSERVATIONS,I6//)
0015      5 FORMAT(32HPOLYNOMIAL REGRESSION OF DEGREE,I3)
0016      6 FORMAT(12HD INTERCEPT,E20.7)
0017      7 FORMAT(26HD REGRESSION COEFFICIENTS/(6E20.7))
0018      8 FORMAT(1HD/24X,24H ANALYSIS OF VARIANCE FOR,I4,19H DEGREE POLYNOMI
      1AL/)
0019      9 FORMAT(1HD,5X,19HSOURCE OF VARIATION,7X,9HDEGREE OF,7X,6HSUM OF,9X
      1,4HMEAN,10X,1HF,9X,20HIMPROVEMENT IN TERMS/33X,7HFREEDOM,8X,7HSQUAP
      2RES,7X,6HSQUARE,7X,5HVALUE,8X,17HOF SUM OF SQUARES)
0020      10 FORMAT(20HD DUE TO REGRESSION,12X,I6,F17.5,F14.5,F13.5,F20.5)
0021      11 FORMAT(32H DEVIATION ABOUT REGRESSION ,I6,F17.5,F14.5)
0022      12 FORMAT(8X,5HTOTAL,19X,I6,F17.5//)
0023      13 FORMAT(17HD NO IMPROVEMENT)

```

```

0024      14  FORMAT(1H0//27X,18HTABLE OF RESIDUALS//16H OBSERVATION NO.,5X,7HX
          1  VALUE,7X,7HY VALUE,7X,10HY ESTIMATE,7X,8HRESIDUAL/)
0025      15  FORMAT(1HG,3X,16,F18.5,F14.5,F17.5,F15.5)
0026      16  FORMAT(/,23H0 MULTIPLE CORRELATION,F15.5/23H0 STD.ERROR OF ESTIMA
          1TF,F15.5)
0027      NGRAPH=0
0028      100 READ(1,1,END=500)PR,PR1,M,M,NPLOT
0029      WRITE(3,3)PR,PR1
0030      WRITE(3,4)M
0031      I=M*M
0032      DO 110 I=1,M
0033      J=L+1
0034      READ(1,2) X(I),X(J)
0035      110 CONTINUE
0036      CALL GOATA (M,M,X,XBAR,STD,D,SUMSQ)
0037      MM=M+1
0038      SUM=0.0
0039      NT=N-1
0040      DO 200 I=1,M
0041      ISAVE(I)=I
0042      CALL ORDER (MM,D,MM,I,ISAVE,DI,E)
0043      CALL *INV (DI,I,DFT,B,T)
0044      CALL *MULT (N,I,XBAR,STD,SUMSQ,DI,E,ISAVE,B,SB,T,ANS)
0045      WRITE (3,5) I
0046      IF(ANS(7)) 140,130,130
0047      130 SUMIP=ANS(4)-SUM
0048      IF(SUMIP) 140, 140, 150
0049      140 WRITE (3,13)
0050      GO TO 210
0051      150 WRITE (3,6) ANS(1)
0052      WRITE (3,7) (B(J),J=1,I)
0053      WRITE(3,8) I
0054      WRITE(3,9)
0055      SUM=ANS(4)
0056      WRITE(3,10) I,ANS(4),ANS(6),ANS(10),SUMIP
0057      NI=ANS(8)

```

```

0059 WRITE (3,11) NT,ANS(I),RES(I)
0060 WRITE (3,12) NT, SUM(SUM)
0061 COB(11)=ANS(I)
0062 DO 150 J=1,I
0063 COB(J+1)=C(J)
0064 LA=I
0065 CONTINUE
0066 IF(MPLCT)CO,400,220
0067 NP3=N+N
0068 DO 230 I=1,N
0069 P(NP3)=COE(I)
0070 L=I
0071 DO 230 J=1,LA
0072 P(NP3)=P(NP3)+X(L)*COE(J+1)
0073 L=L+N
0074 NP2=N
0075 L=N+M
0076 DO 240 I=1,N
0077 P(I)=X(I)
0078 N2=N2+1
0079 L=L+1
0080 P(N2)=X(L)
0081 WRITE(3,3)PR,PF1
0082 WRITE (3,5) LA
0083 WRITE (3,14)
0084 NP2=N
0085 NP3=N+N
0086 DO 250 I=1,N
0087 NP2=NP2+1
0088 NP3=NP3+1
0089 Y(I)=P(NP2)
0090 R(I)=P(NP3)
0091 RESID=P(NP2)-P(NP3)
0092 WRITE (3,15) I,P(I),P(NP2),P(NP3),RESID
0093 DO 3431=1,N

```

```

0094         Y(N+1)=Z(1)
0095         Z(1)=ONE
0096         Z(N+1)=TWO
0097 888      X(N+1)=X(1)
0098         NL=0
0099         NS=1
0100         IYFORM=1
0101         IYRGHT=3
0102         IXFORM=1
0103         IXRGHT=3
0104         N=N+K
0105         NGRAPH=NGRAPH+1
0106         CALL GRAPH(X,Y,Z,N,ORD,APS,TITLE,NGRAPH,NL,NS,IYFORM,IYRGHT,IXFORM
1,IXRGHT)
0107         WRITE(3,16) ANS(2),ANS(3)
0108         GO TO 100
0109 500      STOP
0110         DATA TITLE/'      ', 'PLOT', ' OF ', 'ORSE', 'RVED', ' VAL', 'UES ', '(0) '
1, ' ', 'PLOT', ' OF ', 'FITT', 'ED V', 'ALUE', 'S (*,')', '4*' ' /
0111         DATA ORD,APS/'      ', 'Y(UN', 'IT) ', 'X(UN', 'IT) ', ' ' /
0112         DATA ONE,TWO/'0', '*/
0113         END
0001         IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z), INTEGER*4(I-N)
0002         SUBROUTINE GOATA (N,M,X,XBAR,STD,D,SUMSQ)
0003         DIMENSION X(1),XBAR(1),STD(1),D(1),SUMSQ(1)
0004         DOUBLE PRECISION X,XBAR,STD,D,SUMSQ,T1,T2
0005         IF(M-1)105,105,90
0006 90      L1=0
0007         DO 100 I=2,M
0008         L1=L1+N
0009         DO 100 J=1,N
0010         L=L1+J
0011         K=L-N
0012 100      X(L)=X(K)*X( J)
0013 105      MM=M+1
0014         DEF*

```

```

0015 L=C
0016 DO 115 I=1,M
0017 XBAR(I)=C.C
0018 DO 110 J=1,N
0019 L=L+1
0020 XBAR(I)=XBAR(I)+X(L)
0021 XBAR(I)=XBAR(I)/DF
0022 DO 130 I=1,M
0023 STD(I)=C.C
0024 L=((M+1)*M)/2
0025 DO 150 I=1,L
0026 D(I)=0.0
0027 DO 170 K=1,N
0028 L=0
0029 DO 170 J=1,M
0030 L2=N*(J-1)+K
0031 T2=X(L2)-XBAR(J)
0032 STD(J)=STD(J)+T2
0033 DO 170 I=1,J
0034 L1=N*(I-1)+K
0035 T1=X(L1)-XBAR(I)
0036 L=L+1
0037 D(L)=D(L)+T1*T2
0038 L=0
0039 DO 175 J=1,M
0040 DO 175 I=1,J
0041 L=L+1
0042 D(L)=D(L)-STD(I)*STD(J)/DF
0043 L=0
0044 DO 140 I=1,M
0045 L=L+1
0046 SUMSQ(I)=D(L)
0047 STD(I)=DSQRT(DABS(D(L)))
0048 L=0
0049 DO 130 J=1,M
0050 DO 150 I=1,J

```

```

0051      L=L+1
0052      D(L)=C(L)/(STD(I)*STD(J))
0053      DF=DSQRT(DF-1.0)
0054      DO 200 I=1,M
0055      STD(I)=STD(I)/DF
0056      RETURN
0057      END

0001      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z),INTEGER*4(I-N)
0002      SUBROUTINE ORDER (M,R,NDEP,K,ISAVE,RX,RY)
0003      DIMENSION R(1),ISAVE(1),RX(1),RY(1)
0004      DOUBLE PRECISION R,KX,RY
0005      MM=C
0006      DO 130 J=1,K
0007      L2=ISAVE(J)
0008      IF(NDEP-L2) 122, 123, 123
0009      122 L=NDEP+(L2*L2-L2)/2
0010      GO TO 125
0011      123 L=L2+(NDEP*NDEP-NDEP)/2
0012      125 RY(J)=R(L)
0013      DO 130 I=1,K
0014      L1=ISAVE(I)
0015      IF(L1-L2) 127, 128, 128
0016      127 L=L1+(L2*L2-L2)/2
0017      GO TO 129
0018      128 L=L2+(L1*L1-L1)/2
0019      129 MM=MM+1
0020      130 RX(MM)=R(L)
0021      ISAVE(K+1)=NDEP
0022      RETURN
0023      END

```

```

C      SUBROUTINE MINV
0001      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z),INTEGER*4(I-N)
0002      SUBROUTINE MINV(A,N,D,L,M)
0003      DIMENSION A(1),L(1),M(1)
0004      DOUBLE PRECISION A,D,BIGA,HOLD
0005      D=1.0
0006      NK=-N
0007      DO 80 K=1,N
0008      NK=NK+N
0009      L(K)=K
0010      M(K)=K
0011      KK=NK+K
0012      BIGA=A(KK)
0013      DO 20 J=K,N
0014      IZ=N*(J-1)
0015      DO 20 I=K,N
0016      IJ=IZ+I
0017      10 IF(DABS(BIGA)-DABS(A(IJ))) 15,20,20
0018      15 BIGA=A(IJ)
0019      L(K)=I
0020      M(K)=J
0021      20 CONTINUE
0022      J=L(K)
0023      IF(J-K) 35,35,25
0024      25 KI=K-N
0025      DO 30 I=1,N
0026      KI=KI+N
0027      HOLD=-A(KI)
0028      JI=KI-K+J
0029      A(KI)=A(JI)
0030      30 A(JI)=HOLD
0031      35 I=M(K)
0032      IF(I-K) 45,45,38

```

```

0033 38 JP=N*(I-1)
0034 DO 40 J=1,N
0035 JK=NK+J
0036 JI=JP+J
0037 HOLD=-A(JK)
0038 A(JK)=A(JI)
0039 40 A(JI)=HOLD
0040 45 IF(PIGA) 43,46,48
0041 46 D=0.0
0042 RETURN
0043 48 DO 55 I=1,N
0044 IF(I-K) 50,55,50
0045 50 IK=NK+I
0046 A(IK)=A(IK)/(-PIGA)
0047 55 CONTINUE
0048 DO 65 I=1,N
0049 IK=NK+I
0050 HOLD=A(IK)
0051 IJ=I-N
0052 DO 65 J=1,N
0053 IJ=IJ+N
0054 IF(I-K) 60,65,60
0055 60 IF(J-K) 62,65,62
0056 62 KJ=IJ-I+K
0057 A(IJ)=HOLD*A(KJ)+A(IJ)
0058 65 CONTINUE
0059 KJ=K-N
0060 DO 75 J=1,N
0061 KJ=KJ+N
0062 IF(J-K) 70,75,70
0063 70 A(KJ)=A(KJ)/PIGA
0064 75 CONTINUE
0065 D=D+PIGA
0066 A(KK)=1.0/PIGA
0067 80 CONTINUE
0068 K=N

```

```

0069      K=(K-1)
0070      IF(K) 157,150,125
0071      I=L(K)
0072      IF(I<K) 125,120,108
0073      J0=K*(K-1)
0074      JP=NP*(I-1)
0075      DO 110 J=1,N
0076      JP=JP+J
0077      HOLD=A(J,K)
0078      JI=JB+J
0079      A(J,K)=-A(J,I)
0080      A(J,I) =HOLD
0081      J=J*(K)
0082      IF(J<K) 100,100,125
0083      K1=K-K
0084      DO 100 I=1,N
0085      K1=K1+N
0086      HOLD=A(K,I)
0087      JI=K1-K+J
0088      A(K,I)=-A(J,I)
0089      A(J,I) =HOLD
0090      GO TO 100
0091      150 RETURN
0092      END

```

```

C      SUBROUTINE MULTR
0001      IMPLICIT REAL*8(A-H,C-Z),INTEGER*4(I-N)
0002      SUBROUTINE MULTR (N,K,XBAR,STD,D,RX,RY,ISAVE,B,SB,T,ANS)
0003      DIMENSION XBAR(1),STD(1),D(1),RX(1),RY(1),ISAVE(1),B(1),SB(1),
1          T(1),ANS(1)
0004      DOUBLE PRECISION XBAR,STD,D,RX,RY,B,SB,T,ANS,RM,BD,SSAR,SSDR,SY,
1FN,FK,SSARM,SSDRM,F
0005      MM=K+1
0006      DO 100 J=1,K
0007      100 B(J)=0.0
0008      DO 110 J=1,K
0009      L1=K*(J-1)
0010      DO 110 I=1,K
0011      L=L1+I
0012      110 R(J)=B(J)+RY(I)*RY(L)
0013      RM=0.0
0014      RD=0.0
0015      L1=ISAVE(MM)
0016      DO 120 I=1,K
0017      RM=RM+R(I)*RY(I)
0018      L=ISAVE(I)
0019      B(I)=B(I)*(STD(L1)/STD(L))
0020      120 BD=RD+B(I)*XBAR(L)
0021      RD=XBAR(L1)-BD
0022      SSAR=RM*D(L1)
0023      122 RM=DSQRT(DABS(RM))
0024      SSDF=D(L1)-SSAR
0025      FN=N-K-1
0026      SY=SSDR/FN
0027      DO 130 J=1,K
0028      L1=K*(J-1)+J
0029      L=ISAVE(J)
0030      125 SB(J)=DSQRT(DABS((RX(L1)/D(L))*SY))

```

```
0031      130 T(J)=P(I)/SR(J)
0032      135 SY=ESORT(DASS(SY))
0033          FK=K
0034          SSARM=SSAR/FK
0035          SSDRM=SSDR/FN
0036          F=SSARM/SSDRM
0037          ANS(1)=RQ
0038          ANS(2)=RM
0039          ANS(3)=SY
0040          ANS(4)=SSAR
0041          ANS(5)=FK
0042          ANS(6)=SSARM
0043          ANS(7)=SSDR
0044          ANS(8)=FN
0045          ANS(9)=SSDRM
0046          ANS(10)=F
0047          RETURN
0048          END
```

```

0001      IMPLICIT REAL*8(A-H,C-Z),INTEGER*4(I-N)
0002      SUBROUTINE GRAPH(X,Y,Z,N,ORD,ASB,ARAS,ICHART,NL,NS,IYFORM,IYRGHT,
        IYFORM,IXRGHT)
0003      DIMENSION X(N),Y(N),Z(N),ORD(3),ASB(3),ARAS(20),VAR(5)
0004      DOUBLE PRECISION X
0005      DIMENSION ZIP(5),FIT(2),BIT(6),CEM(6)
0006      DIMENSION BIT1(2),FIT1(2),CIK(6),CIT(6)
0007      ZIP(2)=FIT(1)
0008      IF(IYFORM.EQ.1)ZIP(2)=FIT(2)
0009      IF(IYRGHT.LT.1.OR.IYRGHT.GT.6)IYRGHT=6
0010      ZIP(3)=BIT(IYRGHT)
0011      IF(IXFORM.NE.1)IXFORM=2
0012      CEM(1)=BIT1(IXFORM)
0013      CEM(2)=FIT1(IXFORM)
0014      IF(IXRGHT.LT.1.OR.IXRGHT.GT.6)IXRGHT=6
0015      CEM(3)=CIK(IXRGHT)
0016      CEM(4)=CIT(IXRGHT)
0017      1001 FORMAT(1H1,T3,3A4)
0018      1003 FORMAT(1H+,T15, 82A1)
0019      1004 FORMAT(T17, 81(1H-)/T16,5(1H1,15X))
0020      1006 FORMAT(///T17,6HCHART ,I3,1H-,20A4)
0021      IF(NS)5,5,6
0022      6 DO 7 I=1,N
0023      DO 7 K=I,N
0024      IF(Y(I)-Y(K))8,7,7
0025      8 ASPRA=Y(K)
0026      Y(K)=Y(I)
0027      Y(I)=ASPRA
0028      ASPRA=Z(K)
0029      Z(K)=Z(I)
0030      Z(I)=ASPRA
0031      ASPRA=X(K)
0032      X(K)=X(I)

```

```

0033      X(1)=A5094
0034      Z=XPITCH
0035      I=1,N
0036      IF(S(1).EQ.39,4)
0037      GO TO 6
0038      YSLDT= DARS(Y(1)-Y(0))
0039      XFN=X(1)
0040      XVA=X(1)
0041      DO 20 I=1,N
0042      IF(X(1).GT.999)XVA=X(1)
0043      IF(X(1).LT.999)XFN=X(1)
0044      CONTINUE
0045      XSLDT= DARS(XVA-XFN)
0046      XSLT=3.1415926*(1+1.3)
0047      XPITCH=XSLDT/XVA
0048      YPITCH=XSLDT/(FLGAT(Y(1)-1))
0049      IF(XSLDT.EQ.0)XPITCH=7.01
0050      IF(XSLDT.EQ.0)YPITCH=3.02
0051      JASVNI=1
0052      DO 30 I=1,NLL
0053      CORR=X(1)-(1-I)*XPITCH

```

```

0054      WRITE(3,ZIP) COBRA
0055      31 IF( DABS(Y(JASMIN)-COBRA).GT.(XPITCH/2.0)) GO TO 30
0056      JFSPA=(X(JASMIN)-XMIN)/XPITCH+1
0057      WRITE(3,1003)(BLANK,LALF=1,JESPA),Z(JASMIN)
0058      IF(JASMIN.EQ.N) GO TO 30
0059      JASMIN=JASMIN+1
0060      GO TO 31
0061      30 CONTINUE
0062      WRITE(3,1004)
0063      DO 41 J=1,5
0064      41 VAR(J)=XMIN+XPITCH*(J-1)*16
0065      WRITE(3,CEM) (VAR(J),J=1,5),(ASB(L),L=1,3)
0066      WRITE(3,1006) ICHART,(ARAS(J),J=1,20)
0067      RETURN
0068      DATA BLANK/1H /
0069      DATA ZIP/4H(T2.,4HE13.,4H6 ,4H, 2,4HH I)/,FIT/4HE13.,4HF13./,
0070      1BIT/4H1 ,4H2 ,4H3 ,4H4 ,4H5 ,4H6 /
0071      DATA CEM/4H(T14,4H,5(E,4H13.6,4H,3X ,4H),3A,4H4 )/,BIT1/4H(T10,
14H(T14/,FIT1/4H,5(F,4H,5(E/,CIK/4H8.1 ,4H9.2 ,4H10.3,4H11.4,4H12.5
2,4H13.6/,CIT/4H,8X ,4H,7X ,4H,6X ,4H,5X ,4H,4X ,4H,3X /
      END

```

Her defasında programı yeni baştan geçirmemek için önce program konsola alınmış ve bilgi kartlarının başına ve sona eklenen kartlarla ana program çağrılarak hesap kolaylığı sağlanmıştır.

Program çıkışında, birinci derecen başlamak üzere istenen en büyük polinom derecesine kadar polinomların katsayıları ile varyans analiz değerleri bağımsız olarak gösterilmekte ve en sonunda da en uygun yaklaşımın değerleri ile hataları verildikten sonra, bunlar grafik olarak çizilmektedir.

### 6.3.1. Çapsal Bölüm Hatasını İfade Eden Polinomun Derecesinin Belirlenmesi

Çapsal hataların gidişine uygun polinomun derecesinin saptanmasında sağlam bir yargıya ulaşmak için altı gözlem sonucu kullanılmıştır. Bunlar, WEISE/22/' den alınan üç grafik ve bir sayısal sonuçla yaptığım iki gözlemin sonuçlarıdır.

F testinde güven sınırı %95 olarak alınmış ve buna göre düzenlenmiş tablodan yararlanılmıştır.

Çizelge:15, ele alınan örneklere uyan polinomların araştırılmasında, birinci dereceden başlamak üzere her polinomun hesaplanan değerlerine göre ortaya çıkan ortalama hatalarını göstermektedir. En büyük dokuzuncu dereceye kadar hesap yapılmıştır. Çizelgede taralı kısımlar, güven sınırı dışında kalan değerleri belirtmektedir.

TESTLER	ORTALAMA HATALAR								
	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>	5 <sup>o</sup>	6 <sup>o</sup>	7 <sup>o</sup>	8 <sup>o</sup>	9 <sup>o</sup>
WEISE/22/- 30/27	0.68	0.67	0.67	0.57	0.53	0.47	0.57	0.25	0.25
WEISE/22/ - 30/28	1.38	1.40	1.01	0.79	0.51	0.50	0.47	0.44	0.42
WEISE/22/ - 30/29	1.18	1.21	0.95	0.73	0.57	0.49	0.49	0.52	0.52
WEISE/22/ - 34/12	1.54	1.16	1.00	0.66	0.43	0.41	0.39	0.37	0.31
Uzel 1	0.72	0.68	0.67	0.55	0.59	0.63	0.76	0.28	0.28
Uzel 2	0.65	0.58	0.53	0.42	0.35	0.25	0.28	0.09	0.09

Buna göre: Ortalama hatalarda, dördüncü dereceden itibaren büyük oranda küçülmeler olduğu ve beşinci derece polinomlarda bu değerlerin dengeli, daha az dalgalanmalı bir şekil aldığı görülmektedir. Bu dereceki ortalama hatalar,  $0.60^{\text{CC}}$  nin altındadır. Buradan, "çapsal hata eğrisinin, belirlenen güven aralığı içerisinde beşinci dereceden bir polinomla ifade edilebileceği" sonucuna ulaşılabilir.

6.3.2. Kontrol Edilen Teodolitin  
Çapsal Hata Eğrisini  
Tanımlayan Polinomun  
Belirlenmesi

Çizelge:9 da gösterilen ve kontrol edilen teodolitin daire bölüm hatalarının bulunması için yapılan gözlem sonuçlarının tümü alınarak çapsal hata eğrisinin saptanmasına çalışılmıştır. Ana programın bilgisayara alınması ve konsola aktarılması  $3^m 12^s$  lik bir süre içerisinde olmaktadır. Polinomun her derecesine göre çözüm için gerekli hesap süresi (çizelge: 16) da gösterilmiştir.

Polinomun Derecesi	Ana Program	Hesap	Toplam Süre
1	$3^m 12^s$	31 <sup>s</sup>	$3^m 43^s$
2	3 12	33	3 45
3	3 12	34	3 46
4	3 12	35	3 46
5	3 12	36	3 47
6	3 12	38	3 50
7	3 12	40	3 52
8	3 12	41	3 53
9	3 12	43	3 54

Çizelge: 16

En uygun polinomun seçilmesinde kullanılan varyans analiz tablosu  
F<sub>t</sub> değerleri de dahil olmak üzere (Çizelge:17) de verilmiştir.

## V A R Y A N S A N A L İ Z L E R İ

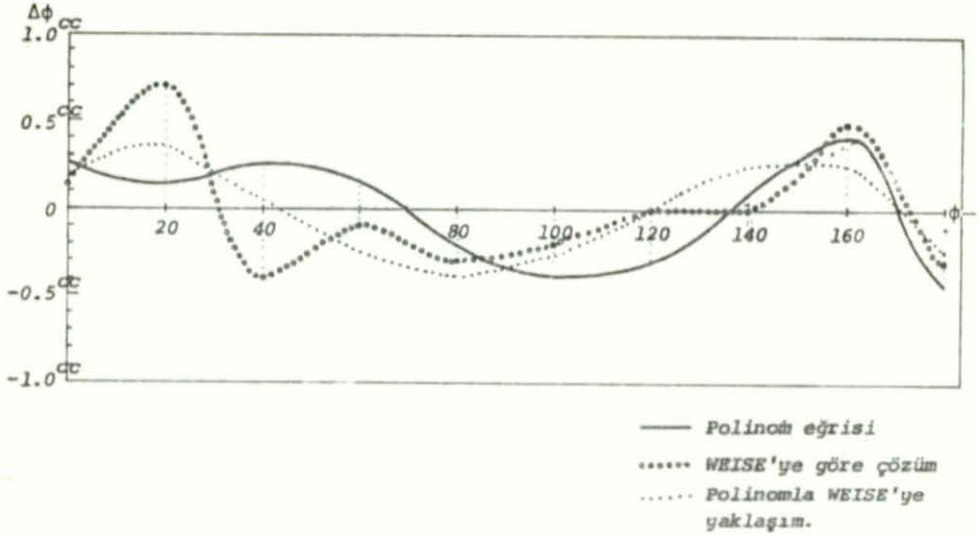
1. DERECE POLİNOM					
Değişimin Kaynağı	Serbestl. Derecesi	Karelerin Toplamı	Karelerin Ortalama.	F F <sub>t</sub>	Karelerin Toplamı Yönünden Islah
1 Regresyona göre	1	1.17519	1.17519	5.73811	1.17519
2 Regresyondan sapma	78	15.97469	0.20480	(3.96)	
2. DERECE POLİNOM					
1	2	1.45860	0.72930	3.57882	0.28342
2	77	15.69127	0.20378	(3.11)	
3. DERECE POLİNOM					
1	3	1.55443	0.51814	2.52502	0.09582
2	76	15.59545	0.20520	(2.73)	
4. DERECE POLİNOM					
1	4	2.19291	0.54823	2.74899	0.63848
2	75	14.95697	0.19943	(2.49)	
5. DERECE POLİNOM					
1	5	1.55087	0.31017	1.47141	0.64204
2	74	15.59900	0.21080	(2.34)	

Çizelge: 17

Çizelge:17 incelendiğinde bu gözlem değerlerine göre, test edilen teodolitin bölüm dairesinin çapsal hataları, beşinci dereceden

$$D_{\phi} = 0.2623951 - 0.02909515 x + 0.001697769 x^2 - 0.00003310670 x^3 \\ + 0.0000002453972 x^4 - 0.000000006074720 x^5$$

polinomuyla ifade edilebileceği saptanmıştır. Bunun ortalama hatası, 0.45<sup>cc</sup> dir. Eğrinin gidişi, WEISE yöntemiyle hesaplanan değerlerle birlik-



Şekil: 19

te Şekil:19 da gösterilmiştir. Buradan da görüldüğü gibi, WEISE'nin "nokta-nokta" verdiği ve şekilde küçük dairelerle işaretlenen hata eğrisi ile nokta-nokta ve kesiksiz çizgiyle gösterilen polinom eğrileri arasındaki sapmalar  $0.4^{CC}$  nin altında kalmakta ve böylece Değiştirilmiş BRUNS yöntemi yerine beşinci dereceden bir polinomun alınabileceği anlaşılmıştır.

#### 6.4. S o n u ç

Modern Geodezide; uyduların yörüngelerinin saptanması ya da çok uzun kenarlı triyagülasyonlarda erişilmek istenen yüksek inceliğe bağlı olarak kullanılan teodolitlerin daire bölüm hatalarının tümüyle bilinmesi ve gözlem değerlerinin buna göre düzeltilmesi istenir.

Teodolitlerde,  $20^C$  veya  $10^C$  aralıklarla bölüm çizgileri çizildiğinden 2000 veya 4000 çizginin incelenmesi gerekir. Bu durumda işlem çok büyük boyutlara ulaşır. Ve iş ekonomini yönünden karşılanması olanak dışı olur. Bu nedenle bölüm çizgilerinin tümü değil belirli bir kısmı incelenerek (yani az sayıda gözlemlerle) sonucu gidilmek istenir.

Daire bölümlerinin hatalarını saptamaya yönelik yöntemler çoğunlukla SCHREIBER' in geliştirdiği yöntemle dayanır. Burada, uygun aralıkta seçilen bir kontrol açısı, bölüm dairesi üzerinde de oluşturulur ve bölüm çizgileri, bu kontrol açısına göre ölçülür. Ölçü düzeninin dönme merkezi ile bölüm dairesinin merkezi arasındaki dışmerkezlik etkisini yoketmek için ölçüler, birbiri karşısında duran çapsal dört çizgi ile yapılır.

Daire bölüm hatalarının açığa etkisinde, "Uzun periyodlu bölüm hataları" ile "Kısa periyodlu bölüm hatalarının birbirinden ayırt edilmesi gerekir. Üzerinde çalıştığımız uzun periyodlu daire bölüm hatası, çizgi makinasının çizim aygıtının düzensiz çalışmasından ileri gelir. Bunun periyod uzunluğu, çizgi hatasında  $2\pi$  ; çapsal hatada  $\pi$  dir. Kısa periyodlu daire bölüm hatası, vida boşluğunun yeter incelikte açılmamasından ve buna bağlı kapatma düzeninin incelikli çalışmamasından ortaya çıkar.

Açı ölçmesi yapanlar için ilk planda çapsal hatanın gidişi önemlidir. Zira modern teodolitlerin hepsinde çapsal bir okuma düzeni vardır. Buna karşılık, bölüm dairesini imal edenler, çizgi hatasını bilmek zorundadırlar.

Bölüm dairesinin çapı 80 mm olan bir saniye teodolitinde,  $20^C$  aralıkla çizilmiş iki bölüm çizgisi arasında, doğrusal olarak 0.125 mm aralık vardır. Ve böyle bir teodolitten  $1-2^{CC}$  lik bir kalite inceliği beklenir. Bunun yay olarak değeri ise 0.000126 - 0.000251 mm dir. Buradan, çok küçük aralıklarla çizilmiş ve çok ince olan bu çizgilerin kontrol yöntemlerinde ne kadar yüksek bir ölçme inceliğinin gerektiği ilk bakışta görüldü.

Daire bölüm hatalarını araştırmak için uygulanan her yöntem, iki önemli çalışma sürecine ayrılır: Bunlar, "Gözlem" ve "Değerlendirme" dir. İlk aşama olarak tanımlanan çalışma sırasında, iki hedef markası ile belirlenen sabit bir kontrol açısını ölçmek zorunluluğu vardır. Bu açı, bölüm dairesinin çeşitli yerlerinde gözlenirse, kuramsal olarak, sonuçların eşit olması gerekir. Oysa bu, daire konumuna bağlı olarak farklılık gösterir. Bu yolla elde edilen ortalama değerden sapmalar, daire bölüm hataları için doğrudan doğruya bir ölçüt ortaya koyar. Burada aranan önkoşul, gözlenen açının sabit olması ve gözlemlerin eşit koşullar altında yapılmasıdır.

Daire bölümlerinin kontrolü, bölüm dairesi ya dışarda iken yada teodolite takılı iken yapılır. Modern teodolitlerde cam üzerine çizilen bölüm daire çizgilerinin testi, özellikle ölçmeciler için, açılı tablası teodolite takılı iken yapılmak istenir. Bunun için kontrol açısı, görünümlü yöntemi, yansıtma yöntemi veya mekanik bir araçla ölçülebilir.

Daire bölümlerinin incelenmesi BESSEL'le başlar ve teodolitlerin yapısal değişimine bağlı olarak gelişme gösterir.

Bölüm dairesi dışarda iken uygulanan yöntemlerden en önemlileri BESSEL, SCHREIBER, BRUNS ve KUHNE' yöntemleridir.

BESSEL yönteminde önce, daire çevresine dağılmış az sayıda eş aralıklı çizgiler ile çalışılır. Ve bu ana bölüm çizgilerinin hataları belirlenir. Bunların durumlarının bilindiği varsayılarak, bu çizgilerin arasındaki diğer bölüm çizgileri ele alınır. İşlem böylece tekrarlanarak ikinci ve üçüncü derecede bölüm çizgileri grubu oluşturulur. Bu yöntemin sayısal değerlendirmesinin basit olmasına karşılık sakıncası, elde edilen bölüm çizgi hata inceliğinin, grup numarasının artmasıyla azalmasıdır.

SCHREIBER yöntemi, kuramsal olarak her şeyiyle tam diye gösterilebilir. Bunda, tüm çizgi ve açı hataları, hesapta aynı ağırlıkta sonuçlandırılır. Test, WANSCHAF'ın yaptığı aletle yapılır.

Rozet yöntemi, 1892 de BRUNS tarafından ortaya konmuştur. Bu yöntemde birden fazla kontrol açısı ile çalışılmaktadır. Burada çizgi hatalarının tümü aynı ağırlıkta belirlenemez ama ölçme programı oldukça basitleşir.

KUHNE, 1962 de daire bölüm hatalarının doğrudan doğruya ölçümünü sağlayan bir elektro-optik kontrol gerecini gerçekleştirmiştir. Yöntem, "kontrol edilecek daire bölümleri, iki okuma mikroskobu altındaki tam olarak eşit açılı aralıklarına dönüştürülebilirse, çapsel hataların doğrudan doğruya ölçülebileceği" ana düşüncesine dayanır. Eş aralıkları, eş merkezli olarak çizilen iki bölüm dairesi verir. İç içe yerleştirilen bu daireler ve kontrol edilecek daire ile eş merkezli dönen bir taşıyıcı kol üzerinde, eş aralıkla çizilen dairelerin bölümlerine hakan birer fotosel vardır. Bunlardan birine bir abtast, diğeri bir faz indikatörü bağlanmıştır. Bu kol sabit bir açı hızıyla dönerken fotosellerin herbiri, belirli birer impuls serisi çıkarır. Ve faz farklarından daire bölüm hata-

ları elde edilir. Bu gereçte sonuçlar, otomatik olarak değerlendirilmektedir. Elde edilen incelik, bölüm çizgilerinin sayısına ve faz indikatörünün duyarlılığına bağlıdır.

Bölüm dairesi teodolite takılı iken kullanılan kontrol yöntemlerinden en önemlileri, WILD, WITOSHENZ, HEUVELINK ve WEISE yöntemleridir.

WILD, daha önce dışarda olan bölüm dairesini teodolitin içerisine alarak bu gereçlerin yapımında en büyük evrimi gerçekleştirmiştir. Yaptığı teodolitin daire bölüm çizgilerinin kontrolü için geliştirdiği yönteminin sakıncası, çeşitli daire yerlerindeki çapsal hataların, farklı incelikli birer diziden elde edilmesidir.

Bu noksanlıkları gidermek için ölçü dizilerinin aralarına yeni açığı gözlemleri eklenir. WITOSHENZ yöntemi olarak anılan bu yolla yapılan işlemler, WILD'e göre 4 kat zaman gerektirir.

Açı ölçülerinin düzeltilmesinde yararlanmak üzere gerçek çapsal hatalarınısaptanması istenir. Bu olanağı veren yöntem, WEISE'nin değiştiren geliştirdiği ve modern teodolitlere uyguladığı BRUNS'un yöntemidir. Bu yöntemde 40,80,100,120 ve 160<sup>g</sup> lık kontrol açıları, istenen çapsal hata sayısına göre bölüm dairesinin çeşitli yerlerinde ölçülmektedir. Kuramsal olarak çok iyi olarak nitelenebilecek bu yöntemin sakıncası, elde edilen değerlerin sürekli değil nokta-nokta olmasıdır.

HEUVELINK kontrol yöntemi, sistematik bölüm hatasını hernekadar kesiksiz eğri olarak bir FOURIER serisi ile vermekte ise de birçok yönden haklı olarak eleştirilmekte ve bu yöntemin sağlıklı sonuçlar vermediği belirtilmektedir.

Bu nedenlerle, nokta-nokta olarak belirlenen çapsal hataların, iş ekonomisi gözönünde tutularak; az sayıda gözlemle kesiksiz (yani sürekli) bir eğri ile ifade edilmesi gerekmektedir. Araştırma bu ana düşüncenin ışığı altında yapılmıştır.

İnceleme, Akademimiz Harita-Kadastro Bölümü Ölçme Laboratuvarı'nda bulunan bir saniye teodolitinin yatay dairesi üzerinde yapılmıştır. Ayrıca çapsal hata eğrisinin gidişine uyan fonksiyonun derecesinin saptanması sırasında WEISE'nin verdiği değerlerden de yararlanılmıştır.

Önce, çapsal hataların üstel fonksiyonlarla ifadesi üzerinde çalışılmıştır. Hesap sonuçları, bu fonksiyonların kendilerine özgü özellik-

leri nedeniyle bir yaklaşım sağlanamadını göstermiş ve böylece çapsal hataların üstel fonksiyonlarla ifade edilemeyeceği saptanmıştır.

Bundan sonra, polinomlarla yaklaşım üzerinde durulmuştur. Hesaplar, İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi'ndeki IBM 370-135 bilgisayarı ile yapılmıştır. Önce, yaptığım iki deney sonuçlarına WEISE'nin dört deneyi de eklenerek bunların herbirine istenen yaklaşımı veren polinomların en küçük kaçınıcı dereceden olduğu araştırılmıştır. Matematik istatistik yöntemlerle varyans analizi yapılarak çapsal hataların beşinci dereceden birer polinomla ifade edilebileceği saptanmıştır. Bundan sonra, 8 dizilik gözlemlere dayanan değerler kullanılarak hesap yapılmış ve yine beşinci derece bir polinomla uygun bir yaklaşım sağlanmıştır. Bu yolla elde edilen sonuçlarla, WEISE yöntemiyle elde edilen noktalar arasındaki sapmaların  $0.4^{CC}$  nin altında kaldığı görülmüştür. Böylece, çapsal hataları nokta-nokta olarak veren Değiştirilmiş BRUNS yöntemi yerine, az sayıda gözlem yaparak, bu hataların gidişini gösteren ve üzerinden düzeltme değerlerinin alınabileceği, kesiksiz bir eğri veren beşinci dereceden bir polinomun alınabileceği sonucuna varılmıştır.

K A Y N A K L A R

- /1/ ACKERL, F. : Untersuchung der Teilung Eines Wildschen Präzisions-  
theodolits. ZfI 1928, s.517
- /2/ AKSOY, A. : Matematik İstatistik Yöntemlerle Jeodezik Ölçülerin  
İrdelenmesi, İstanbul 1974
- /3/ ANDERSON, T.W. : Introduction To Multivariate Statistical Analysis,  
Bölüm /6.6-6.8, 1958
- /4/ ASCHAUER : Handbuch der Vermessungskunde. JORDAN-EGGERT-KNEISSL  
Stuttgart 1958, Band II, IV. s.247
- /5/ BREZINA, I. : The Angle-Division Tester of VEB Zeiss Jena as Pre-  
cision Goniometer, Jena Review 1975/2, s.81
- /6/ DEMİREL, H.H. : Dengeleyici Fonksiyonlar (Yeterlik Çalışması), 1973
- /7/ DEUMLICH : Instrumentenkunde der Vermessungstechnik, Berlin 1974  
s.147
- /8/ ERBUDAK M. : Ölçme Bilgisi Ders Notları.
- /9/ HALLERMANN : Die  $5^g$  und die  $1^g$  Strahlenbüschelmethode bei Teilkreis-  
untersuchungen, ZfV 1971, s.182
- /10/ HUSTI : Erfahrungen bei Kreisteilungsuntersuchungen nach der  
Strahlenbüschelmethode, ZfV 1967, s.405
- /11/ IŞIKARA, B. : Regresyon Yöntemleri ve Sorunları, İstanbul 1975, s.  
166-171
- /12/ JOCHMANN, H. : Der Einfluss von Kreisteilungsfehlern auf die Ergeb-  
nisse von Winkel und Richtungsmessungen, VTR 1962, s.  
249
- /13/ JOCHMANN, H. : Die Kreisteilungsfehler, ihre Eigenschaften und ihre  
Berücksichtigung bei Präzisionswinkelmessungen, Ver-  
messungs Inform. Jena, Heft 13, s.58
- /14/ KNEISSL, M. : Untersuchung des Horizontelkreises des Kern DKM 3  
Technische Mitteilungen 4
- /15/ KREYSIG, E. : Advanced Engineering Mathematics, New York 1967, s.431
- /16/ KUHNE, C. : Ein neues Messverfahren zum Prüfen von Kreisteilun-  
gen, Askania Werke, 1962/60, s.15
- /17/ ROELOFS : Optimalisierung der Kreisteilungsuntersuchung, ZfV  
1965, s.489
- /18/ ÖZBENLİ, E. : Zur Ausgleichung Mit Exponentialfunktionen (doktora)

- :
- /19/ SCHEEL, G. : Über die Exentritat von Teilkreisen. Dt. Geodat. Kommiss. Reihe C Nr.15, Darmstadt 1955
- /20/ ULSOY, E. : Dengeleme Hesapları, İstanbul 1974
- /21/ UNVER, İ. va. : Sayısal Analiz, DSİ.Y. Ankara 1973, s.33-186  
FORTRAN Dilinde Programlama, DSİ.Y. Ankara 1973
- /22/ WEİSE, H. : Untersuchungen zur Rationalisierung und Genauigkeitssteigerung von Kreisteilungs-prüfungen, Vermessungs, Aus Jena H.17, 1966, s.4
- /23/ WERNANN, G. : Kreisteilungsuntersuchungen. Dt.Geodat. Kommiss. Reihe C, Nr.18, München 1957
- /24/ WILLERS, A. : Methoden der Praktischen Analysis, Berlin 1928, s. 289-295
- /25/ YERÇİ, M. : Matematik İstatistik Ders Notları, Konya 1976
- /26/ ZURMUHL, R. : Praktische Mathematik Für Ingenieure und Physiker, Berlin 1965, s.204-229, 345-355

## Ö Z G E Ç M İ Ş

1941 yılında Karaman'da doğdum. Müfide(Nazife) Uzel ve İsmail Hakkı Uzel'in oğluyum. İlk öğrenimimi Karaman'da; orta öğrenimimi Karaman ve Ankara'da yaptım. 1959 yılında İstanbul Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi Harita-Kadastro Bölümü'ne girdim. 1959 yılına mühendis oldum ve üç ay kadar Manavgat'ta çalıştıktan sonra, master yapmak üzere tekrar Akademi'ye döndüm. 1964 yılında buradan mezun olduktan sonra Gölçük Şehir Kadastro Müdürlüğü'nde çalışmaya başladım. Ekim 1965 de askere gittim. İlk altı aylık devreden sonra İstihkam Okulu'nda "Harita ve Hava Fotoğrafları" ve "Ölçme Bilgisi" öğretmenini olarak görev yaptım. Burada "Ölçme Bilgisi" isimli bir küçük ders kitabı yayınladım. Askerliğim bitince İmar ve İskan Bakanlığı İstanbul İl İmar Müdürlüğü'nde çalışmaya başladım. Buarada Akademimiz İnşaat Bölümü'ne kaydoldum. Ve 1972 yılında İnşaat mühendisliği diploması aldım. 1974 te hazırladığım, İstanbul'un yol, su, elektrik, konut vs. gibi modern problemleri ile bunların çözümüne ilişkin önerileri içeren "Cumhuriyetin 50. Yılında İstanbul" isimli kitabım yayımlandı. Bu Müdürlükte Müdür yardımcılığı göreviyle çalışırken Akademimiz Harita Kadastro Bölümü'ne öğretim görevlisi olarak geldim. 1975 yazında, doktora çalışmama ilişkin konularda inceleme-yer yapmak üzere Hollanda'ya ve İsviçre'deki Wild ve Kern fabrikalarına gittim. 1976 yılında Prof. Burhan Tansuğ ile "Kadastro Tekniği" isimli kitabı yayınladık. Bölümümüz öğretim görevlilerinden Dr.Müh.Erdoğan Örüklü ile birlikte hazırladığımız "Mimarlık Ölçme Bilgisi, Klasik ve Fotogrametrik Yöntemler ve Rölöve Çalışmaları" isimli kitap basılmakta olup kısa bir süre sonra yayınlanacaktır. Halen, Harita-Kadastro Bölümü'nde Ölçme Bilgisi Kürsüsü'nde öğretim görevlisi olarak çalışıyorum.