

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİR DEMİRYOLU YÜK VAGONUNUN SAYISAL YÖNTEMLERLE SEYİR  
EMNİYETİ VE YORULMA DAYANIMININ ARAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Berat Gürcan ŞENTÜRK**

**Makina Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Katı Cisimlerin Mekaniği Programı**

**Tez Danışmanı: Öğr. Gör. Dr. Emin SÜNBÜLOĞLU**

**MAYIS 2014**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİR DEMİRYOLU YÜK VAGONUNUN SAYISAL YÖNTEMLERLE SEYİR  
EMNİYETİ VE YORULMA DAYANIMININ ARAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Berat Gürcan ŞENTÜRK  
(503111514)**

**Makina Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Katı Cisimlerin Mekanik Programı**

**Tez Danışmanı: Öğr. Gör. Dr. Emin SÜNBÜLOĞLU**

**MAYIS 2014**







İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün ..... numaralı Yüksek Lisans / Doktora Öğrencisi **Adı SOYADI** ....., ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**TEZ BAŞLIĞI** ..... ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :**      **Prof. Dr. Adı SOYADI** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Eş Danışman :**      **Prof.Dr. Adı SOYADI** .....  
**(Varsa)**      İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :**      **Prof. Dr. Adı SOYADI** .....  
Yıldız Teknik Üniversitesi

**Prof. Dr. Adı SOYADI** .....  
Boğaziçi Üniversitesi

**Prof. Dr. Adı SOYADI** .....  
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü

**(Varsa)**      **Prof. Dr. Adı SOYADI** .....  
Şişli Etfal Eğitim ve Araştırma Hastanesi

**(Varsa)**      **Prof. Dr. Adı SOYADI** .....  
Bilkent Üniversitesi

**Teslim Tarihi :**      **22 Eylül 2009**  
**Savunma Tarihi :**      **21 Aralık 2009**



*Anneme ve Babama ,*



## ÖNSÖZ

Günümüzde gerek yük, gerek yolcu taşımacılığı amacıyla demiryolu taşıtlarının kullanımı oldukça yaygın bir hale gelmiştir. Bu sebeple özellikle yük taşımacılığı alanında her geçen gün yeni şehirlerarası hatlar oluşturulmakta ve yeni taşıtlar kullanıma sunulmaktadır.

Demiryolu taşıtlarının verimli bir şekilde uzun süreli kullanılır halde kalabilmeleri için, statik ve uluslararası standartlara uygun bir şekilde dinamik testlerinin yapılması gerekmektedir.

Bu testlerin yanı sıra, yorulma dayanımları da, çalışma şartları gereği daima değişken yüklere maruz kaldıkları için bu taşıtlar için büyük önem arz etmektedir. Sayısal yorulma analizleri konusundaki son gelişmeler ve bilgisayar kapasitelerinin hızlı gelişimi sonucunda, demiryolu araçlarının detaylı yorulma analizlerinin mümkün olabilmesi ile tutarlı tahmin edilen yorulma ömür dağılımları sayesinde araç gövdelerinde yapılması gerekebilecek tasarım değişiklikleri ve iyileştirmelerin nerelerde yapılacağı oldukça iyi bir şekilde belirlenebilmektedir.

Tüm bu çalışmaların gerçek koşullar altında deneysel yöntemlerle veya gerçek şartlardaki çalışmaları esnasında tesbitinin yapılması, en kesin ve güvenilir sonuçlar alınabilmesine rağmen, yüksek maliyet, süre ve işgücü gibi gereksinimleri beraberinde getirmektedir.

Bu gibi gereksinimleri minimum seviyeye getirmek, henüz üretim aşamasına geçmeden, tasarımların istenen koşullar altında verimli çalışıp çalışmayacaklarının anlaşılabilmesi amacıyla, sonlu eleman modelleri hazırlanmakta ve bilgisayar destekli analiz programları yardımıyla ve deneysel verilere yakın sonuçlar elde edilmeye çalışılmaktadır.

Hazırlamış olduğumuz bu çalışma, şehirler arası hatlarda yük taşıma amacıyla kullanılan bir vagonun gerçek çalışma şartları simüle edilerek bilgisayar ortamında dinamik analizlerinin ve yorulma testlerinin yapılması, elde edilen sonuçların yorumlanması konusunda bir örnek teşkil etmektedir.

Mayıs 2014

Berat Gürcan ŞENTÜRK  
Makina Mühendisi



# İÇİNDEKİLER

## Sayfa

|                                                                               |           |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ÖNSÖZ.....                                                                    | vii       |
| İÇİNDEKİLER.....                                                              | ix        |
| ÇİZELGE LİSTESİ.....                                                          | xiii      |
| ŞEKİL LİSTESİ.....                                                            | xv        |
| ÖZET.....                                                                     | xxiii     |
| SUMMARY.....                                                                  | xxv       |
| <b>1. GİRİŞ .....</b>                                                         | <b>1</b>  |
| 1.1 Tezin Amacı.....                                                          | 1         |
| <b>2. ÇOKLU CİSİM DİNAMİĞİ .....</b>                                          | <b>3</b>  |
| 2.1 Giriş .....                                                               | 3         |
| 2.2 Referans Kinematığı .....                                                 | 4         |
| 2.2.1 Dönüşüm matrisi .....                                                   | 4         |
| 2.2.2 Euler parametreleri .....                                               | 7         |
| 2.2.3 Genel yer değiştirme.....                                               | 8         |
| 2.2.4 Hız denklemleri .....                                                   | 9         |
| 2.2.5 Açısal hız ve oryantasyon parametreleri.....                            | 11        |
| 2.2.6 Genel yer değiştirmeler.....                                            | 12        |
| 2.2.7 İvmelenmeler ve önemli özellikler .....                                 | 13        |
| 2.2.8 Açısal ivme vektörü.....                                                | 14        |
| 2.2.9 Genel yer değiştirmeler.....                                            | 15        |
| 2.3 Analitik Metotlar .....                                                   | 15        |
| 2.3.1 Genel koordinatlar ve kinematik kısıtlar .....                          | 16        |
| 2.3.2 Referans koordinatları .....                                            | 16        |
| 2.3.3 Kinematik bağlar .....                                                  | 17        |
| 2.3.4 Jacobian matrisleri.....                                                | 20        |
| 2.3.5 Statik denge .....                                                      | 21        |
| 2.3.6 Dinamik denge .....                                                     | 22        |
| 2.3.7 Rijit cisme etkiyen genel kuvvetler .....                               | 24        |
| 2.3.8 Lagrange dinamiği.....                                                  | 24        |
| 2.3.9 Rijit cisim sistemlerinin hareket denklemleri .....                     | 28        |
| 2.3.10 Rijit cisimlerin kütle matrisleri .....                                | 30        |
| 2.3.11 Dinamik eşitlikler .....                                               | 32        |
| 2.4 Manyezit Vagonunun Modellenmesi .....                                     | 33        |
| 2.4.1 Vagonun fiziksel özellikleri.....                                       | 33        |
| 2.4.2 Modal analiz ve rijit cisim modları .....                               | 34        |
| 2.5 Çoklu Cisim Dinamiği Sisteminin ‘Simpack’ Programında Oluşturulması ..... | 41        |
| <b>3. DEMİRYOLU ARAÇLARININ SEYİR TESTLERİ İLE İLGİLİ</b>                     |           |
| <b>STANDARTLAR .....</b>                                                      | <b>45</b> |
| 3.1 Genel.....                                                                | 45        |
| 3.2 Ray Üzerinde Yapılan Testlerin Türleri Ve Ölçme Teknikleri.....           | 46        |

|                                                                                                       |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.2.1 Seyir testi tiplerinin seçimi .....                                                             | 46         |
| 3.2.2 Ölçüm metotlarının seçimi .....                                                                 | 50         |
| 3.3 Değerlendirme Verileri, Limit Ve Ölçüm Değerleri.....                                             | 52         |
| 3.3.1 Değerlendirme verileri .....                                                                    | 52         |
| 3.3.2 Limit değerleri .....                                                                           | 54         |
| 3.3.3 Ölçülen değerler ve ölçüm noktaları .....                                                       | 58         |
| 3.4 Seyir Testlerinin Uygulanması .....                                                               | 60         |
| 3.4.1 Test koşulları .....                                                                            | 60         |
| 3.4.2. Test Bölümleri .....                                                                           | 61         |
| 3.4.3 Raylar .....                                                                                    | 61         |
| 3.4.4 Ray bölümleri .....                                                                             | 62         |
| 3.4.5 Test uygulamaları.....                                                                          | 65         |
| 3.5 Test verilerinin değerlendirilmesi .....                                                          | 66         |
| 3.5.1 Ölçülen sinyallerin kayıt edilmesi .....                                                        | 66         |
| 3.5.2 Sinyallerin işlenmesi .....                                                                     | 66         |
| 3.5.3 Ray bölümleri için frekans değerleri, rms-değerleri ve maksimum<br>değerlerin hesaplanması..... | 68         |
| 3.6 Manyezit Vagonunun Seyir Güvenliği İle İlgili Testleri .....                                      | 70         |
| 3.6.1 Limit değerleri .....                                                                           | 70         |
| 3.6.2 Seyir testleri sonuçları.....                                                                   | 71         |
| <b>4. YORULMA ANALİZİ .....</b>                                                                       | <b>201</b> |
| 4.1 Giriş.....                                                                                        | 201        |
| 4.1.1 Çatlak başlangıcı ve öncesi.....                                                                | 201        |
| 4.1.2 Çatlak ilerlemesi .....                                                                         | 202        |
| 4.1.3 Kırılma.....                                                                                    | 202        |
| 4.2 Yorulmaya Etki Eden Faktörler .....                                                               | 202        |
| 4.2.1 Gerilme hali .....                                                                              | 202        |
| 4.2.2 Geometri .....                                                                                  | 202        |
| 4.2.3 Malzeme türü .....                                                                              | 202        |
| 4.2.4 Artık gerilmeler.....                                                                           | 202        |
| 4.2.5 İç kusurların boyutları ve dağılımı.....                                                        | 202        |
| 4.2.7 Tane büyüklüğü .....                                                                            | 203        |
| 4.2.8 Çevre .....                                                                                     | 203        |
| 4.2.9 Sıcaklık .....                                                                                  | 203        |
| 4.3 Gerilmelerin Sınıflandırılması .....                                                              | 203        |
| 4.3.1 Maksimum gerilme ( $\sigma_{max}$ ).....                                                        | 204        |
| 4.3.2 Minimum gerilme ( $\sigma_{min}$ ).....                                                         | 204        |
| 4.3.3 Ortalama gerilme ( $\sigma_m$ ) .....                                                           | 204        |
| 4.3.4 Gerilme aralığı ( $\sigma_r$ ) .....                                                            | 204        |
| 4.3.5 Gerilme genliği ( $\sigma_a$ ) .....                                                            | 204        |
| 4.3.6 Gerilme oranı .....                                                                             | 204        |
| 4.3.7 Çevrim (N).....                                                                                 | 204        |
| 4.4 S-N Eğrileri Yardımıyla Yorulma Analizi .....                                                     | 205        |
| 4.4.1 Yorulma deneyleri.....                                                                          | 205        |
| 4.4.2 S-N eğrileri (Wöhler eğrileri) .....                                                            | 206        |
| 4.4.3 Ortalama gerilmenin etkisi .....                                                                | 209        |
| 4.4.4 Gerilme yığılmalarının uygulamaları.....                                                        | 211        |
| 4.5 Karışık yükleme durumları.....                                                                    | 214        |
| 4.5.1 İki eksenli gerilme durumu ve yorulmayla ilişkisi .....                                         | 215        |
| 4.5.2 Düzlemsel şekil değiştirme ilişkileri.....                                                      | 216        |

|                                                                                          |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.5.3 Çok eksenli durumda eşdeğer gerilme ya da şekil değiştirme ile yorulma hesabı..... | 218        |
| 4.5.4 Asal şekil değiştirme kriteri .....                                                | 218        |
| 4.5.5 Asal gerilme kriteri.....                                                          | 219        |
| 4.6 Brown Miller Şekil Değiştirme Kriteri.....                                           | 221        |
| 4.7 Ortalama Gerilmenin Yorulmaya Etkisi.....                                            | 222        |
| 4.8 Miner's Şekil Değiştirme Yasası.....                                                 | 222        |
| 4.9 Şekil Değişimi - Ömür Yöntemine Göre Yorulma Analizleri (Strain Based Fatigue) ..... | 223        |
| 4.10 Çevrim sayma yöntemleri .....                                                       | 228        |
| 4.10.1 Rainflow counting metodu.....                                                     | 229        |
| 4.10.2 Racetrack counting yöntemi.....                                                   | 232        |
| 4.11 Sürekli Mukavemeti Azaltan Etkiler .....                                            | 233        |
| 4.11.1 Parça büyüklüğünün etkisi .....                                                   | 233        |
| 4.12.2 Yüzey kalitesinin etkisi.....                                                     | 233        |
| 4.12.3 Çentik etkisi .....                                                               | 233        |
| 4.13 Sonlu Elemanlar Kullanılarak Yorulma Analizi .....                                  | 234        |
| 4.14 Manyezit Vagonu Yorulma Analizleri .....                                            | 235        |
| 4.14.1 'KRUMOVO DIMITROVGRAD' hat bilgileri.....                                         | 235        |
| <b>5. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ .....</b>                                                  | <b>239</b> |
| 5.1 Yöntemin Avantajları .....                                                           | 239        |
| 5.2 Dezavantajları.....                                                                  | 240        |
| 5.3 İşlem Aşamaları.....                                                                 | 240        |
| <b>6. SONUÇLAR.....</b>                                                                  | <b>243</b> |
| 6.1 Statik Analiz Sonuçları .....                                                        | 243        |
| 6.2 Yorulma Sonuçları .....                                                              | 245        |
| 6.3 Sayısal Analizler Neticesinde Ulaşılan Sonuç .....                                   | 253        |
| <b>KAYNAKLAR.....</b>                                                                    | <b>255</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>                                                                    | <b>257</b> |



## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

|                                                                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Çizelge 2. 1: Vagona ait atalet tensörü .....                                                                          | 34 |
| Çizelge 3. 2: Test türlerinin ayrılması ve $\lambda \geq 1$ olması durumunda kısmi seyir testlerinin uygulanması ..... | 49 |
| Çizelge 3. 3 : Araç gövdesinden okunan ivme değerleri için limitler .....                                              | 55 |
| Çizelge 3. 4 : Sürüş karakteristikleri için limit değerleri.....                                                       | 57 |
| Çizelge 3. 5 : Ölçme noktaları ve değerleri .....                                                                      | 58 |
| Çizelge 3. 6 : Varsayılan hat üzerindeki aracın eşdeğer koniklik değerleri .....                                       | 62 |
| Çizelge 3. 7 : Düz hatlar ve çok geniş yarıçaplı yatay kurplardaki ray bölümleri için test koşulları .....             | 64 |
| Çizelge 3. 8 : Yatay kurplardaki ray bölümleri için test koşulları .....                                               | 64 |
| Çizelge 3. 9 : Hız ve deyer değerleri için test koşulları.....                                                         | 65 |
| Çizelge 3. 10 : Sinyal işleme için gerekli koşullar .....                                                              | 66 |
| Çizelge 3. 11 : Kullanılan test hatlarının özellikleri.....                                                            | 69 |



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

|                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 2. 1 : Çoklu cisim dinamiği sistemi. ....                                                                                         | 3  |
| Şekil 2. 2 : Koordinat sistemleri. ....                                                                                                 | 5  |
| Şekil 2. 3 : Koordinat sistemlerindeki dönmeler. ....                                                                                   | 5  |
| Şekil 2. 4 : Euler parametreleri ve dönme durumları. ....                                                                               | 7  |
| Şekil 2. 5 : Rijit cisim koordinatları. ....                                                                                            | 9  |
| Şekil 2. 6 : Rijit cismin referans koordinatları. ....                                                                                  | 17 |
| Şekil 2. 7 : İki rijit cisim arasındaki pim bağlantısı. ....                                                                            | 18 |
| Şekil 2. 8 : Manyezit vagonunun CAD modeli. ....                                                                                        | 34 |
| Şekil 2. 9 : Tek serbestlik dereceli sönümlü zorlanmış titreşim sistemi. ....                                                           | 35 |
| Şekil 2. 10 : Farklı sönüm değerlerine göre, cevap genliği-frekans eğrileri. ....                                                       | 38 |
| Şekil 2. 11 : Prizmatik cismin mod hareketleri. ....                                                                                    | 39 |
| Şekil 2. 12 : Ankastre girişin mod hareketleri. ....                                                                                    | 39 |
| Şekil 2. 13 : Burulma modu. ....                                                                                                        | 40 |
| Şekil 2. 14 : 1. Eğilme modu. ....                                                                                                      | 40 |
| Şekil 2. 15 : 2. Eğilme modu. ....                                                                                                      | 41 |
| Şekil 2. 16 : Tamamlanmış vagon modeli. ....                                                                                            | 42 |
| Şekil 2. 17 : Kinematik bağların konumları ve açıl pozisyonları. ....                                                                   | 42 |
| Şekil 2. 18 : Kuvvet elemanlarının hangi koordinat sistemleri arasında tanımlı olduklarını ve türlerini gösteren özellikler kısmı. .... | 43 |
| Şekil 3. 1 : Seyir testi karakteristikleri ....                                                                                         | 46 |
| Şekil 3. 2 : Uygun seyir testlerinin seçimi ....                                                                                        | 47 |
| Şekil 3. 3 : Ölçüm metodları ve değerlendirme verileri ....                                                                             | 50 |
| Şekil 3. 4 : Ölçüm metodunun seçimi ....                                                                                                | 51 |
| Şekil 3. 5 : Araç Koordinat Sistemi. ....                                                                                               | 58 |
| Şekil 3. 6 : Test koşullarının oluşturulması ....                                                                                       | 60 |
| Şekil 3. 7 : Test bölümleri. ....                                                                                                       | 61 |
| Şekil 3. 8 : Hat Bölümleri ....                                                                                                         | 63 |
| Şekil 3. 9 : Yatay kurplu hatlarda bölümler ....                                                                                        | 64 |
| Şekil 3. 10 : Frekans değerleri $y(h_j)$ ....                                                                                           | 68 |
| Şekil 3. 11 : RA yükleme durumunda ‘toplam Y’ değerlerinin dağılımı ....                                                                | 71 |
| Şekil 3. 12 : RA yükleme durumunda ‘toplam Q’ değerlerinin dağılımı ....                                                                | 71 |
| Şekil 3. 13 : RA yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Q’ değerlerinin dağılımı ....                                                      | 72 |
| Şekil 3. 14 : RA yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Q’ değerlerinin dağılımı ....                                                       | 72 |
| Şekil 3. 15 : RA yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı ....                                                      | 72 |
| Şekil 3. 16 : RA yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı ....                                                       | 73 |
| Şekil 3. 17 : RA yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ....                                                    | 73 |
| Şekil 3. 18 : RA yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ....                                                     | 73 |
| Şekil 3. 19 : RB yükleme durumunda ‘toplam Y’ değerlerinin dağılımı ....                                                                | 74 |
| Şekil 3. 20 : RB yükleme durumunda ‘toplam Q’ değerlerinin dağılımı ....                                                                | 74 |
| Şekil 3. 21 : RB Yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Q’ Değerlerinin dağılımı ....                                                      | 74 |

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 3. 22 : RB yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Q’ değerlerinin dağılımı .....      | 75 |
| Şekil 3. 23 : RB yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı .....      | 75 |
| Şekil 3. 24 : RB yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı .....      | 75 |
| Şekil 3. 25 : RB yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ....    | 76 |
| Şekil 3. 26 : RB yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ....     | 76 |
| Şekil 3. 27 : RC yükleme durumunda ‘toplam Y’ değerlerinin dağılımı.....                | 76 |
| Şekil 3. 28 : RC yükleme durumunda ‘toplam Q’ değerlerinin dağılımı.....                | 77 |
| Şekil 3. 29 : RC yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Q’ değerlerinin dağılımı ....      | 77 |
| Şekil 3. 30 : RC yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Q’ değerlerinin dağılımı .....      | 77 |
| Şekil 3. 31 : RC yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı ....      | 78 |
| Şekil 3. 32 : RC yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı .....      | 78 |
| Şekil 3. 33 : RC yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ..      | 78 |
| Şekil 3. 34 : RC yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ..       | 79 |
| Şekil 3. 35 : RD yükleme durumunda ‘toplam Q’ değerlerinin dağılımı.....                | 79 |
| Şekil 3. 36 : RD yükleme durumunda ‘toplam Y’ değerlerinin dağılımı.....                | 79 |
| Şekil 3. 37 : RD yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Q’ değerlerinin dağılımı.....      | 80 |
| Şekil 3. 38 : RD yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Q’ değerleri.....                   | 80 |
| Şekil 3. 39 : RD yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı ....      | 80 |
| Şekil 3. 40 : RD yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y’ değerlerinin dağılımı .....      | 81 |
| Şekil 3. 41 : RD yükleme durumunda ‘birinci bojidaki Y/Q’ değerleri.....                | 81 |
| Şekil 3. 42 : RD yükleme durumunda ‘ikinci bojidaki Y/Q’ değerlerinin dağılımı ..       | 81 |
| Şekil 3. 44 : duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RA113 20Hz<br>LP .....  | 82 |
| Şekil 3. 45 : duzgun R1000m V120kmh deverFarki 17.9mm ile seyir RA113 20Hz<br>LP .....  | 83 |
| Şekil 3. 46 : duzgun R1000m V120kmh deverfarki17.9mm ile seyir RA113 20Hz<br>LP .....   | 84 |
| Şekil 3. 47 : duzgun R1000m V120kmh deverfarki17.9mm ile seyir RA113 10Hz<br>LP .....   | 85 |
| Şekil 3. 48 : duzgun R1000mV90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016 20Hz<br>LP .....    | 86 |
| Şekil 3. 49 : duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016 20Hz<br>LP .....   | 87 |
| Şekil 3. 50 : duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016 20Hz<br>LP .....   | 88 |
| Şekil 3. 51 : duzgun R1000mV90kmh dever farki 55.5mm ile seyir RA016 10Hz<br>LP .....   | 89 |
| Şekil 3. 52 : Duzgun R1000m V90kmh dever farki 55.5mm ile seyir RA01610Hz<br>LP .....   | 90 |
| Şekil 3. 53 : Duzgun R1000m V60kmh dever farki 108.4mm ile seyir RA006 20Hz<br>LP ..... | 91 |
| Şekil 3. 54 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile Seyir RA006 20Hz<br>LP .....  | 92 |
| Şekil 3. 55 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006 20Hz<br>LP .....  | 93 |
| Şekil 3. 56 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006 10Hz<br>LP .....  | 94 |
| Şekil 3. 57 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006 10Hz<br>LP .....  | 95 |

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 3. 58 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RA113_ex 20Hz LP..... | 96  |
| Şekil 3. 59 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RA113_ex 20Hz LP..... | 97  |
| Şekil 3. 60 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RA113_ex 20Hz LP..... | 98  |
| Şekil 3.61 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RA113_ex 10Hz LP.....  | 99  |
| Şekil 3. 62 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RA113_ex 10Hz LP..... | 100 |
| Şekil 3. 63 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016_ex 20Hz LP.....  | 101 |
| Şekil 3. 64 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016_ex 20Hz LP.....  | 102 |
| Şekil 3. 65 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016_ex 20Hz LP.....  | 103 |
| Şekil 3. 66 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016_ex 10Hz LP.....  | 104 |
| Şekil 3. 67 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile Seyir RA016_ex 10Hz LP.....  | 105 |
| Şekil 3. 68 : İkazli R1000m V60kmh DeverFarki 108.4mm ileSeyir RA006_ex 20Hz LP.....  | 106 |
| Şekil 3. 69: İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006_ex 20Hz LP.....  | 107 |
| Şekil 3. 70 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006_ex 20Hz LP..... | 108 |
| Şekil 3. 71: İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006_ex 10Hz LP.....  | 109 |
| Şekil 3. 72 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006_ex 10Hz LP..... | 110 |
| Şekil 3. 73 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113 20Hz LP.....    | 111 |
| Şekil 3. 74 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113 20Hz LP.....    | 112 |
| Şekil 3. 75 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113 20Hz LP.....    | 113 |
| Şekil 3. 76 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113 10Hz LP.....    | 114 |
| Şekil 3. 77 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki17.9mm ile seyir RB113 10Hz LP.....     | 115 |
| Şekil 3. 78 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 20Hz LP.....     | 116 |
| Şekil 3. 79 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 20Hz LP.....     | 117 |
| Şekil 3. 80 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 20Hz LP.....     | 118 |
| Şekil 3. 81: Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 10Hz LP.....      | 119 |
| Şekil 3. 82 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 10Hz LP.....     | 120 |

|                       |                                                                          |     |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Şekil 3. 83 :</b>  | Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006 20Hz LP .....    | 121 |
| <b>Şekil 3. 84 :</b>  | Duzgun R1000m V60kmh DeverFarki 108.4mm ile Seyir RB006 20Hz LP .....    | 122 |
| <b>Şekil 3. 85 :</b>  | Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006 20Hz LP .....    | 123 |
| <b>Şekil 3. 86 :</b>  | Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006 10Hz LP .....    | 124 |
| <b>Şekil 3. 87 :</b>  | Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006 10Hz LP .....    | 125 |
| <b>Şekil 3. 88 :</b>  | Ikazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113_ex 20Hz LP.....  | 126 |
| <b>Şekil 3. 89 :</b>  | Ikazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113_ex 20Hz LP ..... | 127 |
| <b>Şekil 3. 90 :</b>  | Ikazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113_ex 20Hz LP ..... | 128 |
| <b>Şekil 3. 91 :</b>  | Ikazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113_ex 10Hz LP ..... | 129 |
| <b>Şekil 3. 92 :</b>  | Ikazli R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113_ex 10Hz LP ..... | 130 |
| <b>Şekil 3. 93 :</b>  | Ikazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016_ex 20Hz LP .....  | 131 |
| <b>Şekil 3. 94 :</b>  | Ikazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016_ex 20Hz LP .....  | 132 |
| <b>Şekil 3. 95 :</b>  | Ikazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016_ex 20Hz LP .....  | 133 |
| <b>Şekil 3. 96 :</b>  | Ikazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016_ex 10Hz LP .....  | 134 |
| <b>Şekil 3. 97 :</b>  | Ikazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016_ex 10Hz LP .....  | 135 |
| <b>Şekil 3. 98 :</b>  | Ikazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006_ex 20Hz LP ..... | 136 |
| <b>Şekil 3. 99 :</b>  | Ikazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006_ex 20Hz LP ..... | 137 |
| <b>Şekil 3. 100 :</b> | Ikazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006_ex 20Hz LP.....  | 138 |
| <b>Şekil 3. 101 :</b> | Ikazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006_ex 10Hz LP.....  | 139 |
| <b>Şekil 3. 102 :</b> | Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113 20Hz LP .....    | 140 |
| <b>Şekil 3. 103 :</b> | Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113 20Hz LP .....    | 141 |
| <b>Şekil 3. 104 :</b> | Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113.....             | 142 |
| <b>Şekil 3. 105 :</b> | Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113 10Hz LP.....     | 143 |
| <b>Şekil 3. 106 :</b> | Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113 10Hz LP.....     | 144 |
| <b>Şekil 3. 107 :</b> | Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 20Hz LP.....      | 145 |

|                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 3. 108 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 20Hz LP .....        | 146 |
| Şekil 3. 109 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 20Hz LP .....        | 147 |
| Şekil 3. 110 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 10Hz LP .....        | 148 |
| Şekil 3. 111 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 10Hz LP .....        | 149 |
| Şekil 3. 112 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 20Hz LP .....       | 150 |
| Şekil 3. 113 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 20Hz LP .....       | 151 |
| Şekil 3. 114 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 20Hz LP .....       | 152 |
| Şekil 2. 115 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 10Hz LP .....       | 153 |
| Şekil 3. 116 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 10Hz LP .....       | 154 |
| Şekil 3. 117 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RC113_ex 20Hz LP .....   | 155 |
| Şekil 3. 118 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RC113_ex 20Hz LP .....   | 156 |
| Şekil 3. 119 : İkazli R1000m V120kmh DeverFarki -17.9mm ile Seyir - RC113_ex 20Hz LP ..... | 157 |
| Şekil 3. 120 : İkazli R1000m V120kmh DeverFarki -17.9mm ile Seyir RC113_ex 10Hz LP .....   | 158 |
| Şekil 3. 121 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RC113_ex 10Hz LP .....   | 159 |
| Şekil 3. 122 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016_ex 20Hz LP .....     | 160 |
| Şekil 3. 123 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016_ex 20Hz LP .....     | 161 |
| Şekil 3. 124 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016_ex 20Hz LP .....     | 162 |
| Şekil 3. 125 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016_ex 10Hz LP .....     | 163 |
| Şekil 3. 126 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016_ex 10Hz LP .....     | 164 |
| Şekil 3. 127 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006_ex 20Hz LP .....    | 165 |
| Şekil 3. 128 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006_ex 20Hz LP .....    | 166 |
| Şekil 3. 129 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006_ex 20Hz LP .....    | 167 |
| Şekil 3. 130 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006_ex 10Hz LP .....    | 168 |
| Şekil 3. 131 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006_ex 10Hz LP .....    | 169 |
| Şekil 3. 132 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113 20Hz .....         | 170 |

|                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 3. 133 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113 20Hz LP.....     | 171 |
| Şekil 3. 134 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113 20Hz LP.....     | 172 |
| Şekil 3. 135 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113 10Hz LP.....     | 173 |
| Şekil 3. 136 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113 10Hz LP.....     | 174 |
| Şekil 3. 137 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 20Hz LP.....       | 175 |
| Şekil 3. 138 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 20Hz LP.....       | 176 |
| Şekil 3. 139 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 20Hz LP.....       | 177 |
| Şekil 3. 140 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 10Hz LP.....       | 178 |
| Şekil 3. 141 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 10Hz LP.....       | 179 |
| Şekil 3. 142 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006 20Hz LP .....     | 180 |
| Şekil 3. 143 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006 20Hz LP .....     | 181 |
| Şekil 3. 144 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006 20Hz LP .....     | 182 |
| Şekil 3. 145 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006 10Hz LP .....     | 183 |
| Şekil 3. 146 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006 10Hz LP.....      | 184 |
| Şekil 3. 147 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113_ex 20Hz LP ..... | 185 |
| Şekil 3. 148 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113_ex 20Hz LP ..... | 186 |
| Şekil 3. 149 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113_ex 20Hz LP ..... | 187 |
| Şekil 3. 150 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113_ex 10Hz LP ..... | 188 |
| Şekil 3. 151 : İkazli R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113_ex 10Hz LP ..... | 189 |
| Şekil 3. 152 : İkazli R1000m - V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016_ex 20Hz LP ..... | 190 |
| Şekil 3. 153 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016_ex 20Hz LP .....   | 191 |
| Şekil 3. 154 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016_ex 20Hz LP .....   | 192 |
| Şekil 3. 155 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016_ex 10Hz LP .....   | 193 |
| Şekil 3. 156 : İkazli R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016_ex 10Hz LP .....   | 194 |
| Şekil 3. 157 : İkazli R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006_ex 20Hz LP .....  | 195 |

|                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 3. 158 : İkazlı R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006_ex<br>20Hz LP.....                       | 196 |
| Şekil 3. 159 : İkazlı R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006_ex<br>20Hz LP.....                       | 197 |
| Şekil 3. 160 : İkazlı R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006_ex<br>10Hz LP.....                       | 198 |
| Şekil 3. 161 : İkazlı R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006_ex<br>10Hz LP.....                       | 199 |
| Şekil 4. 1 : Yorulma hasarının üç evresi. ....                                                                  | 201 |
| Şekil 4. 2 : Yorulma hasarının üç evresi. ....                                                                  | 203 |
| Şekil 4. 3 : Titreşimli (dinamik) yüklemeler. ....                                                              | 203 |
| Şekil 4. 4 : Tam değişken (dinamik) yüklemeler. ....                                                            | 203 |
| Şekil 4. 5 : XX eksenine dik doğrultudaki gerilme. ....                                                         | 205 |
| Şekil 4. 6 : R.R. Moore döner mil yorulma makinasının şematik gösterimi. ....                                   | 206 |
| Şekil 4. 7 : Wöhler eğrisi. ....                                                                                | 207 |
| Şekil 4. 8 : Logaritmik skalada wöhler eğrisi. ....                                                             | 208 |
| Şekil 4. 9 : Aynı gerilme genliği, farklı ortalama gerilmeler.....                                              | 209 |
| Şekil 4. 10 : Ortalama gerilmenin etkisi. ....                                                                  | 210 |
| Şekil 4. 11 : Normalize edilmiş haigh diyagramı. ....                                                           | 210 |
| Şekil 4. 12 : Goodman ve Gerber diyagramlarının karşılaştırılması. ....                                         | 211 |
| Şekil 4. 13 : Delik uç noktalarındaki gerilme durumları. ....                                                   | 212 |
| Şekil 4. 14 : Düzgün, pürüzsüz parça ile delikli parça arasındaki hasar çevrim<br>sayıları. ....                | 212 |
| Şekil 4. 15 : $10^7$ çevrim arası limitin lineer değişmesi. ....                                                | 213 |
| Şekil 4. 16 : $1-10^3$ çevrim arası gerilme yığılmasının etkisi. ....                                           | 213 |
| Şekil 4. 17 : Peterson'a göre gerilme yığılma faktörünün çevrim sayılarına göre<br>değişimi ( $K_t=3$ ). ....   | 214 |
| Şekil 4. 18 : Delikli ve yüzeyi pürüzsüz parçaların peterson'a göre limit dayanıklılık<br>eğrileri. ....        | 214 |
| Şekil 4. 19 : Karışık yükleme durumlarına ilişkin gerilme - zaman grafiği örneği. ....                          | 215 |
| Şekil 4. 20 : İki eksenli gerilme durumu.....                                                                   | 216 |
| Şekil 4. 21 : İki eksenli gerilme durumunun iki boyutta gösterimi. ....                                         | 216 |
| Şekil 4. 22 : Mohr çemberi iki eksenli gerilme durumu. ....                                                     | 217 |
| Şekil 4. 23 : Burulma ve tek eksenli zorlama durumları. ....                                                    | 220 |
| Şekil 4. 24 : Tek eksenli zorlanma ile burulma zorlanmasının yorulma ömrünün<br>karşılaştırılması.....          | 220 |
| Şekil 4. 25 : Bir çevrim örneği. ....                                                                           | 224 |
| Şekil 4. 26 : A noktasının gerilme şekil değiştirme grafiği. ....                                               | 224 |
| Şekil 4. 27 : A-B noktaları arasındaki değişim. ....                                                            | 225 |
| Şekil 4. 28 : A-B-C noktaları arasındaki değişim. ....                                                          | 225 |
| Şekil 4. 29 : A-B-C ve D noktaları arasındaki değişim. ....                                                     | 226 |
| Şekil 4. 30 : Maksimum gerilme değerleriyle çarpılan birim uzamaların, ters<br>çevrimlere oranla değişimi. .... | 226 |
| Şekil 4. 31 : E noktasına kadar meydana gelen çevrim. ....                                                      | 227 |
| Şekil 4. 32 : A-G noktaları arasında oluşan kapalı çevrim. ....                                                 | 228 |
| Şekil 4. 33 : Rainflow-counting metodu. ....                                                                    | 229 |
| Şekil 4. 34 : Rainflow-counting metodu (bloklar halinde). ....                                                  | 229 |
| Şekil 4. 35 : Rainflow yönteminin uygulaması (1.örnek). ....                                                    | 230 |
| Şekil 4. 36 : Rainflow yönteminin uygulaması (2.örnek). ....                                                    | 230 |
| Şekil 4. 37 : Çevrim çiftleri.....                                                                              | 231 |

|                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 4. 38 : Rainflow grafiği ve histeresis çevrim. ....                                | 232 |
| Şekil 4. 39 : Racetrack counting yöntemi. ....                                           | 232 |
| Şekil 4. 40 : Tam yüklü manyezit vagonu. ....                                            | 235 |
| Şekil 4. 41 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının planda görüntüsü. ....                       | 236 |
| Şekil 4. 42 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının eğrilik (kurp) dağılımı. ....                | 237 |
| Şekil 4. 43 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının dever değişimi görüntüsü. ....               | 237 |
| Şekil 4. 44 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının yükselti değişimi. ....                      | 238 |
| Şekil 5. 1 : Vagonun sonlu eleman modeli. ....                                           | 241 |
| Şekil 6. 1 : 4. Bunkerde –y yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler. ....              | 243 |
| Şekil 6. 2 : 4. Bunkerde +x yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler. ....              | 244 |
| Şekil 6. 3 : 4. Bunkerde +z yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler. ....              | 244 |
| Şekil 6. 4 : 4. Bunkerde –y yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler. ....              | 244 |
| Şekil 6. 5 : 4. Bunkerde –z yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler. ....              | 245 |
| Şekil 6. 6 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). ....   | 245 |
| Şekil 6. 7 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü). ....   | 246 |
| Şekil 6. 8 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü). ....   | 246 |
| Şekil 6. 9 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü). ....   | 246 |
| Şekil 6. 10 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). ....   | 247 |
| Şekil 6. 11 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü). ....   | 247 |
| Şekil 6. 12 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü). ....   | 247 |
| Şekil 6. 13 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). ....   | 248 |
| Şekil 6. 14 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). ....   | 248 |
| Şekil 6. 15 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü). ....   | 248 |
| Şekil 6. 16 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü). ....   | 249 |
| Şekil 6. 17 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü). ....   | 249 |
| Şekil 6. 18 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). .... | 249 |
| Şekil 6. 19 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü). .... | 250 |
| Şekil 6. 20 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü). .... | 250 |
| Şekil 6. 21 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü). .... | 250 |
| Şekil 6. 22 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). ....  | 251 |
| Şekil 6. 23 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü). ....  | 251 |
| Şekil 6. 24 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü). ....  | 251 |
| Şekil 6. 25 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü). ....  | 252 |
| Şekil 6. 26 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü). ....  | 252 |
| Şekil 6. 27 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü). ....  | 252 |
| Şekil 6. 28 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü). ....  | 253 |
| Şekil 6. 29 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü). ....  | 253 |

## **BİR DEMİRYOLU YÜK VAGONUNUN SAYISAL YÖNTEMLERLE SEYİR EMNİYETİ VE YORULMA DAYANIMININ ARAŞTIRILMASI**

### **ÖZET**

Yapmış olduğumuz bu çalışmada genel olarak, magnezyum karbonat ( $MgCO_3$ ) cevherini taşıyan yük vagonlarının dinamik testleri yanı sıra, sayısal yorulma analizleri yapılmıştır. Bu esnada analiz edilen modeller, vagonların gerçek ölçülerine uygun şekilde hazırlanan sonlu eleman modelleri ve çoklu cisim dinamiği (MBD) modelleridir.

Sayısal analizler yapılırken, vagonların gerçekte maruz kaldıkları dinamik zorlanmaların simule edilebilmesi amacıyla bir çoklu cisim dinamiği simülasyon programı olan Simpack yazılımı kullanılmıştır. Simpack, çoklu cisim sistemlerinin modellenmesini, sistemi oluşturan her bir cismin koordinat sistemlerinin ve cisimler arasında var olan kinematik kısıtların tanımlanabilmesini sağlayan bir, çoklu cisim dinamiği yazılımıdır. Özellikle demiryolu araçlarının analizlerinin kolaylıkla yapılabilmesi amacıyla, gerçeğe uygun değerlerde deyer, eğim ve yatay kurp yarıçaplarına sahip hatların tanımlanabilmesine imkan vermektedir. Daha sonra vagon bojileri ve vagon gövdesi bu hatlar üzerine yerleştirilerek kütle ve hız değerleri belirlenmekte, vagonlar üzerine yerleştirilen sanal sensörler vasıtasıyla da istenilen noktalardan kuvvet, ivme v.b. değerler okunabilmektedir. Böylece araçların maruz kaldıkları çalışma şartları simule edilerek zamana bağlı kuvvet, hız, ivme değişim değerleri elde edilebilmekte ve çeşitli özet grafikleri oluşturulabilmektedir. Elde edilen bu sonuçların, uluslararası standart sürüş karakteristikleri v.b. konularda belirlenen limit değerleri arasında olmaları durumunda vagonların sürüş testlerinden başarıyla geçtiklerini söylemek mümkün olmaktadır. Bu yüzden gerek sonuçların değerlendirilmesinde, gerekse üzerinde test yapılan hatların tanımlanmasında ray standartları baz alınmıştır.

Vagonların statik yük analizlerinde, önceden tasarım aşamasında hazırlanan CAD modelleri kullanılarak yüzeyler üzerinde 2 boyutlu eleman ağırları oluşturulmuş ve sonlu eleman modeli hazırlanmıştır. Bu aşamada ağ oluşturmak amacıyla kullanılan program Hypermesh tir.

Hazırlanan sonlu eleman modeli statik analizlerin yapılabilmesi amacıyla ABAQUS ortamına alınmaktadır. ABAQUS te yükleme durumlarına göre modele etkiyen statik yükler ve sınır koşulları tanımlanmış ve statik analizler sonucunda birim şekil değiştirme ve gerilme dağılımları gibi sonuçlar elde edilmiştir.

Simpack analizlerinden elde edilen zamanla değişen kuvvet verileri ile birlikte sonlu eleman modelinin statik analiz sonuçları, yorulma analizi programı olarak kullandığımız FeSafe için kullanılabilir girdiler oluşturmaktadırlar. Fe-Safe analizlerinde, statik analiz verileri ile birlikte Simpack sonuçları uyarı sinyalleri olarak kullanılarak yükleme senaryoları oluşturulmuş ve periyodik yükleme durumları sonucu yorulma meydana gelen kısımlar ve yorulma ömürleri hesaplanmıştır.



## **THE NUMERICAL INVESTIGATION OF RUNNING SAFETY AND FATIGUE ANALYSIS OF A FREIGHT WAGON**

### **SUMMARY**

It is a well known fact that, freight wagons have a large field of use in the transportation industry. For this reason, new types of railroad tracks and vehicles are being designed and produced for work.

For a safe and efficient use of these vehicles, several stationary tests are needed to be done within the railway application standards, which are globally accepted by the responsible corporations.

Also fatigue life is another fact that should be taken into account, because of the dynamic working conditions and unstable or moving loads which are applied to the body of the vehicle.

Nowadays, all the innovations and technical progress in the computer technologies has made it possible to make numerical analysis of models which have more complex geometric properties. Also with the help of software suites for finite element analysis and computer aided engineering, quickly turning CAD models into finite element models, helped a lot to prepare practical projects in the field of vehicle design. In addition to that, many of these projects are providing useful results for the maintenance and production processes.

Of course when compared to the experimental works which have been done in the field, results of the computerized numerical methods can not give hundred percent correct but in some means approximate values that, can be interpreted as an important fact according to the problem.

This project in the thesis, generates an obvious example for numerical method applications in the field of railroad vehicle analysis. The main idea was to simulate the real working conditions of the vehicle and then, make a finite element analysis of the vehicle body under the forces which are applied by the loads in the containers. By the help of the force values and accelerations that we obtained from the dynamic simulation and stress, strain values that we get from the FEM analysis, we have managed to make the fatigue analysis of the vehicle body part with the help of the obtained values.

The main model is a freight wagon, which carries magnesium carbonate ( $\text{MgCO}_3$ ) ore which is usually called as magnesite. There are four bunkers on the vehicle body to carry the loads and the forces which are applied to the body, are caused by the density of this material. It is important to make sure that the running safety criteria are ensured for all the loading types of the bunkers.

The geometry of the model has been prepared with the CATIA software, according to the real dimensions of the vehicle body. After that, the CAD model has been

imported into SIMPACK, which is the multibody dynamics simulation program that we used to simulate the real conditions of the drive.

SIMPACK uses the physical relations between the bodies which forms our general multibody system (in this case, the vehicle with the bogie structures). The joints and force elements like springs, vibration dampers and etc. provides the connections between multibody parts and general behaviour of these systems can be explained with the conventional mathematical equations which consists of the variables that symbolize the parts and connections between them. SIMPACK allows the user to make any kind of adjustments in the coefficient values of the force elements and generally the mass and inertia values of the vehicle model. Also static equilibrium of the vehicle is an important case and can be tested with the changes load and preload values which applied on the force elements.

So we had determined the center of gravity and inertia tensors of the vehicle and the loads inside the bunkers. Because of the general behaviour of the magnesite ore, we assumed the loads as separate rigid bodies. We had calculated the volume and center of gravity of the bunkers with the CATIA software.

When doing the simulations, we considered that the vehicle body can also be assumed as a rigid object because, before the simulations, we had made a modal analysis test with the finite element model of the vehicle and seen that the natural frequency values are too high, so the model behaves nearly as a rigid body, in this case even if we consider the model as flexible during the dynamic simulations, that won't make any appreciable differences.

To complete the simulation model preloads on the joints had been checked and also the coefficient values of the force elements been determined. Finally to measure the force and accelerations from the model we put some sensors on the vehicle body, which were on the side bearers, bogie wheelsets and pivot connection points.

After forming the simulation model correctly, tests of running safety had been operated. The important parameters were the speed of the vehicle, radius of the track curves and the loading conditions. The vehicle had been tested for four different loading conditions, on eleven different tracks, all of them with excitation and no excitation conditions separately. Then the forces and acceleration values which determined by the sensors we set on the vehicle, running safety limits and assessment values that determined by the running behaviour and stationary test standards been checked.

The results had shown us that, even on the tracks which have distance excitations, the assessment values are between the safety limits so the vehicle doesn't lose its balance no matter what the circumstances are.

To have the fatigue analysis results of the vehicle body, we have made a static analyse with finite element model of the vehicle. To do that, the mesh model of the vehicle geometry had been prepared by using the HYPERMESH software. The mesh model indicates nearly one million two dimensional elements and the geometry of these elements are in the mixed type so there are both rectangular and triangle elements which are connected by the nodes and generates the mesh model. The both static and modal analysis had been made by using the same mesh model, that we had import into the ABAQUS software.

The main parameter that effects the loads which applied to the bunkers is the density of the material which carried by the vehicle. So we determined the stress values on each directions inside the inner surfaces of the bunker.

To do that, we had considered the loads on each direction as a distributed load (like there is a concentrated force applied on the centre of the each element of the mesh on the bunker surfaces). After that, determined the magnitudes of the loads like the way it has mentioned before, depends on the density of the carried material. Also we considered the loadings on each direction as a separate loading step.

Then the boundary conditions has been determined, in this case the boundaries were the connection points between the vehicle body and the bogies which we call pivots.

The most important thing is to specify the degrees of freedom for the boundaries correctly. This can change locations of the maximum stress points and others respectively.

For making the fatigue analyse, we have used the FE-SAFE software which puts together the finite element analysis results and the forces applied during the dynamic simulation process.

For the fatigue analyse, we have made a long track simulation on the Krumovo Dimitrovgrad track which is about 70 kms long.

Then the static analysis results ( a file with .odb extension), had imported inside the FE-SAFE software, also the force and acceleration values that we got from the Krumovo Dimitrovgrad track simulation, had been determined as a cyclic loading senario. Also the analyse had repeated with the distance excitations on the same track.

The fatigue analysis results showed us that, especially on the second test with excitations, on the critical points like; welded points, sharp corners on the bunkers, pivot points and etc. fatigue life declines obviously when compared to the other surfaces.



## **1. GİRİŞ**

Bu çalışma, genel olarak çoklu cisim dinamiği sistemi analizi, sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmış olan statik analizler ve yorulma analizleri olmak üzere 3 ana kısımdan oluşmaktadır.

Dinamik analizler esnasında incelemekte olduğumuz demiryolu taşıtının, seyir esnasında maruz kaldığı dinamik yüklemelerin demiryolu standartlarında belirtilen limitler arasında olup olmadığı test edilmiş, sonlu elman analizlerinde vagon üzerinde taşınması düşünülen yüklere göre statik analizler ve mod analizleri yapılmış, daha sonra ise bu bilgiler ışığında uzun yolda seyreden bu yük vagonunun karşılaştığı yükleme durumlarına göre yorulma analizi çıkarılmıştır.

### **1.1 Tezin Amacı**

Yapılan bu çalışmanın amacı, günümüzde yoğun bir şekilde uygulama alanı bulunan sayısal analiz yöntemlerinin demiryolu taşıtları üzerinde bir uygulamasını oluşturmaktır.

Deneysel verilerle uygunluk göstermesi halinde sayısal analiz yöntemleri özellikle demiryolu taşıtlarında çeşitli uygulama güçlükleri ve yüksek maliyeti bulunan deneysel çalışmalara, güvenilir bir alternatif metot haline gelmektedir. Bu türdeki çalışmaların artması ve uygulamalarının kolaylaşması; yorulma, sürüş güvenliği v.b. konularda, çok kısa sürelerde ve düşük maliyetle kayda değer verilerin elde edilebilmesine olanak sağlayacaktır.



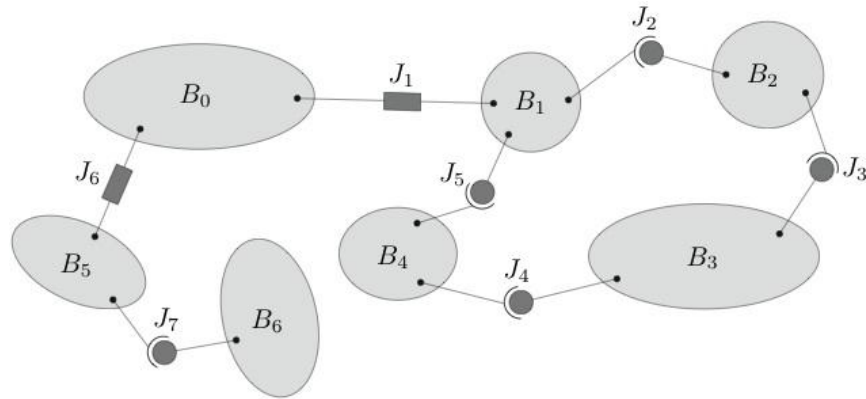
## 2. ÇOKLU CİSİM DİNAMIĞI

### 2.1 Giriş

Genel olarak çoklu cisim dinamiği, rijit ve elastik bileşenlerden oluşan çoklu cisim sistemlerinin dinamik davranışlarını ortaya koymak amacıyla dinamik analiz yöntemleri üreten bir bilim dalıdır.

Günümüzde robotik alanında kullanılan mekanizmalar, taşıt mekanizmaları, uzay araçları v.b. sistemleri çoklu cisim sistemi olarak modelleyerek dinamik davranışlarını incelemek mümkündür.

Çoklu cisim sistemleri, aralarında kinematik bağlantılar olan birden fazla cismin alt bileşen olarak bir araya gelerek oluşturduğu genel mekanik sistemler olarak tanımlanabilir. Çoklu cisim sistemlerinin analizinde sistemi oluşturan bu alt bileşenlerin hareketleri incelenmektedir. Bu tip analizler, mekanikle ilgili pekçok farklı bilim dalının kapsamına girmektedir.



Şekil 2. 1: Çoklu cisim dinamiği sistemi.

Genel olarak çoklu cisim sistemlerinin dinamiğini rijit cisimler ve şekil değiştirebilen cisimlerin dinamiği olarak ikiye ayırmak mümkündür. İlk bölümde rijit cisimlerden oluşan çoklu cisim sistemleri incelenmektedir. Buna bağlı olarak cisimlerin konumlarını ve birbirlerine göre bağlı hareketlerini tanımlayan hareket denklemlerini

oluşturmada, referans kinematığı, dolayısıyla dönüşüm matrislerinin tanımlanması büyük önem arz etmektedir.

Analitik metotlar konusunda ise cisimler arasında var olan kinematik kısıtları ve bu kısıtlar göz önüne alınarak, ayrıca virtüel işler ilkesi yardımıyla statik ve dinamik denge denklemleri çıkarılmaktadır.

Bölümün sonunda bu çalışma esnasında çoklu cisim sistemi şeklinde hazırladığımız vagon modelimizi analiz etmede kullandığımız ‘Simpack’ programının yapısı ve sistemde bulunan kinematik bağların ve kuvvet elemanlarının nasıl tanımlandıkları ile ilgili kısaca bilgi verilmiştir.

## 2.2 Referans Kinematığı

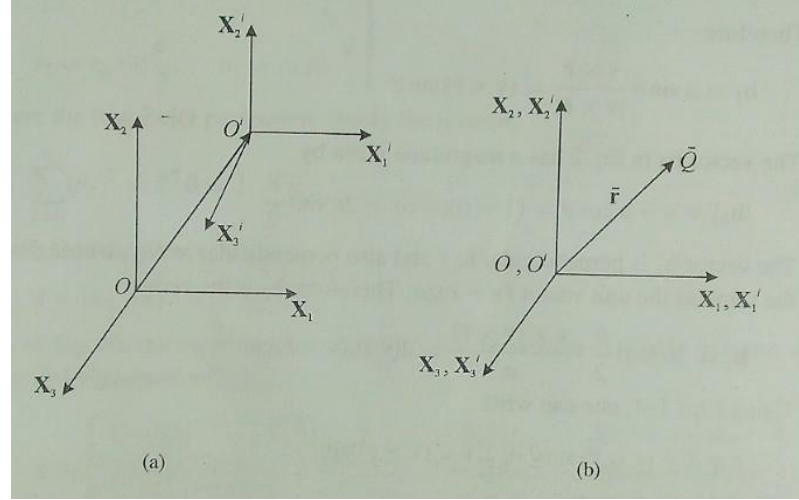
Rijit cisim analizlerinde, cisim üzerindeki herhangi bir nokta referans noktasına göre hareket etmediğinden, cismin kinematığı tamamıyla referans kinematığı ile açıklanabilir. Bu yüzden, cisim üzerindeki herhangi bir noktanın yerel pozisyonu, hareket eden bu koordinat sisteminin eksenleri boyunca sabit bileşenler cinsinden ifade edilebilir. Diğer yandan şekil değiştiren cisimlerde, cisim üzerindeki noktalar şekil değişimi ile birlikte, seçilen koordinat sistemine göre hareket etmektedirler. Bu da cisim kinematığı ile referans sistemlerinin kinematığı arasında bir ayrım yapılmasını gerektirmektedir.

Referans sistemi, hareketi orijinin ötelenmesi ve herhangi bir eksen etrafında dönme ile açıklanabilen, 3 ekseninde birbirine dik konumda bulunan 3 vektörden oluşan bir sistemdir. Referans sisteminin orijini, herhangi bir noktada sabit olduğunda, hareketin yalnızca eksenler etrafındaki dönmelerden ibaret olacağı söylenebilir. Bu yüzden, referans sistemi rijit cisim üzerindeki herhangi bir noktada sabitlenir ve dönüşüm matrisleri yardımıyla bu referans sisteminin oryantasyonu açıklanır. Bu dönüşüm matrisleri tanımlandıktan sonra orijinin ötelenmesi eksenler cinsinden ifade edilir ve böylece analizini yapmış olduğumuz rijit cismin hareketi, 3 ötelenme ve 3 dönme serbestliği olarak ifade edilmiş olur.

### 2.2.1 Dönüşüm matrisi

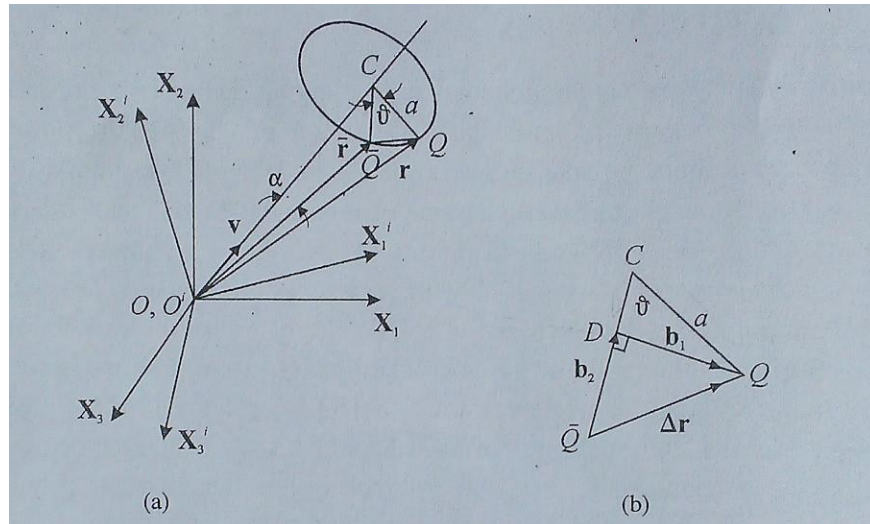
$X_1^i X_2^i X_3^i$  ve  $X_1 X_2 X_3$  koordinat sistemleri arasındaki dönüşüm matrisini elde etmek için, öncelikle bu iki koordinat sisteminin şekil (1.b) de görüldüğü gibi üst üste örtüşüklerini düşünelim, bu durumda  $\bar{r}$  vektörü, koordinatları  $X_1^i X_2^i X_3^i$  koordinat

sisteminde sabit olan  $\bar{Q}$  noktasının pozisyon vektörüdür.  $X_1^i X_2^i X_3^i$  Koordinat sisteminin  $X_1 X_2 X_3$  koordinat sistemine göre dönmesinden önce,  $\bar{r}$  vektörünün her iki koordinat sistemindeki bileşenleri eşittir. Şimdi  $X_1^i X_2^i X_3^i$  koordinat sisteminin şekil 2 (a) da görüldüğü üzere,  $OC$  eksenini etrafında,  $\theta$  kadar döndüğünü düşünelim. Bu hareketin sonucunda,  $\bar{Q}$  noktası  $Q$  noktasına ötelenecektir.



Şekil 2. 2 : Koordinat sistemleri.

$X_1 X_2 X_3$  Koordinat sistemine göre  $Q$  noktasının pozisyon vektörü  $\mathbf{r}$  olarak ve şekil 1.2 (b) ye göre  $\theta$  kadarlık bir dönmeye karşılık,  $\bar{Q}$  pozisyon vektöründeki değişim,  $\Delta \mathbf{r}$  vektörüyle gösterilmektedir. Sonuç olarak  $\theta$  kadar bir dönme sonucu  $\bar{\mathbf{r}}$  vektörü  $\mathbf{r}$  ye dönüşmektedir.



Şekil 2. 3 : Koordinat sistemlerindeki dönmeler.

oluşan bu yeni vektör;

$$\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}} + \Delta\mathbf{r} \quad (2.1)$$

olarak yazılabilir.  $\Delta\mathbf{r}$  vektörü şekil 1.2 (b) de görüldüğü gibi, iki vektörün toplamı şeklinde;

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 \quad (2.2)$$

olarak ifade edilebilir. Burada  $\mathbf{b}_1$  vektörü,  $OC\bar{Q}$  düzlemine diktir ve yönü  $(\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}})$  doğrultusundadır. Burada  $\mathbf{v}$ , dönme eksenini yönündeki birim vektördür.

$\mathbf{b}_1$  Vektörünün şiddeti,

$$|\mathbf{b}_1| = a \sin \theta \quad (2.3)$$

şekil 2.2 (b) de görüldüğü üzere,

$$a = |\bar{\mathbf{r}}| \sin \alpha = |\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}}| \quad (2.4)$$

dir. Bu sebeple;

$$\mathbf{b}_1 = a \sin \theta \frac{\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}}}{|\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}}|} = (\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}}) \sin \theta \quad (2.5)$$

olacaktır ve  $\mathbf{b}_2$  vektörünün şiddeti,

$$|\mathbf{b}_2| = a - a \cos \theta = (1 - \cos \theta)a = 2a \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.6)$$

$\mathbf{b}_2$  Vektörü,  $\mathbf{v}$  ve  $DQ$  vektörlerine dik, yönü  $(\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}})/a$  birim vektörüne eşit olduğundan;

$$\mathbf{b}_2 = 2a \sin^2 \frac{\theta}{2} \frac{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}})}{a} = 2[\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}})] \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.7)$$

olarak yazılabilir. Ayrıca denklem 2.1 ve 2.4 yardımıyla,

$$\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}} + (\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}}) \sin \theta + 2[\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}})] \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.8)$$

yazılabilir.

$$\mathbf{v} \times \bar{\mathbf{r}} = \tilde{\mathbf{v}}\bar{\mathbf{r}} = -\tilde{\bar{\mathbf{r}}}\mathbf{v} \quad (2.9)$$

özellği kullanılarak,

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\bar{\mathbf{r}}} = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{r}_3 & \bar{r}_2 \\ \bar{r}_3 & 0 & -\bar{r}_1 \\ -\bar{r}_2 & \bar{r}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

matrisleri elde edilir.  $v_1, v_2$  ve  $v_3$ ,  $\mathbf{v}$  birim vektörünün bileşenleri,  $\bar{r}_1, \bar{r}_2$  ve  $\bar{r}_3$

İse  $\bar{\mathbf{r}}$  vektörünün bileşenleridir.

Böylelikle denklem (2.8);

$$\mathbf{r} = \left[ \mathbf{I} + (\tilde{\mathbf{v}}\bar{\mathbf{r}})\sin \theta + 2(\tilde{\mathbf{v}})^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \bar{\mathbf{r}} \quad (2.11)$$

şekline dönüşecektir. Burada  $\mathbf{I}$ , 3x3 boyutundaki birim matristir ve denklem (2.7);

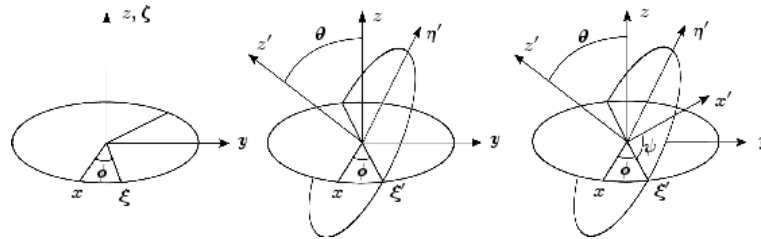
$$\mathbf{r} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{r}} \quad (2.12)$$

olarak ifade edilir. Böylece 3x3 boyutundaki dönüşüm matrisi  $\mathbf{A}=\mathbf{A}(\theta)$ , elde edilmiş olur.

$$\mathbf{A} = \left[ \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{v}}\sin \theta + 2(\tilde{\mathbf{v}})^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (2.13)$$

### 2.2.2 Euler parametreleri

Euler parametreleri, koordinat sistemlerindeki dönme miktarlarını tanımlayabilmek amacıyla kullanılan dört parametreden oluşmaktadır. Önceki kısımda elde ettiğimiz dönüşüm matrisini aşağıda belirtilen euler parametreleri cinsinden ifade etmek mümkündür.



Şekil 2. 4 : Euler parametreleri ve dönme durumları.

Euler parametreleri;

$$\theta_0 = \cos \frac{\theta}{2} \quad \theta_1 = v_1 \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.14)$$

$$\theta_2 = v_2 \sin \frac{\theta}{2} \quad \theta_3 = v_3 \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.15)$$

olarak yazılabilir, bu dört parametre,

$$\sum_{k=0}^3 (\theta_k)^2 = \theta^T \theta = 1 \quad (2.16)$$

eşitliğini sağlamaktadır. Ayrıca burada  $\theta$  vektörü,

$$\theta = [\theta_0 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T \quad (2.17)$$

olmaktadır. Dolayısıyla dönüşüm matrisi euler parametreleri cinsinden;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - 2(\theta_2)^2 - 2(\theta_3)^2 & 2(\theta_1\theta_2 - \theta_0\theta_3) & 2(\theta_1\theta_3 + \theta_0\theta_2) \\ 2(\theta_1\theta_2 + \theta_0\theta_3) & 1 - 2(\theta_1)^2 - 2(\theta_3)^2 & 2(\theta_2\theta_3 - \theta_0\theta_1) \\ 2(\theta_1\theta_3 - \theta_0\theta_2) & 2(\theta_2\theta_3 + \theta_0\theta_1) & 1 - 2(\theta_1)^2 - 2(\theta_2)^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

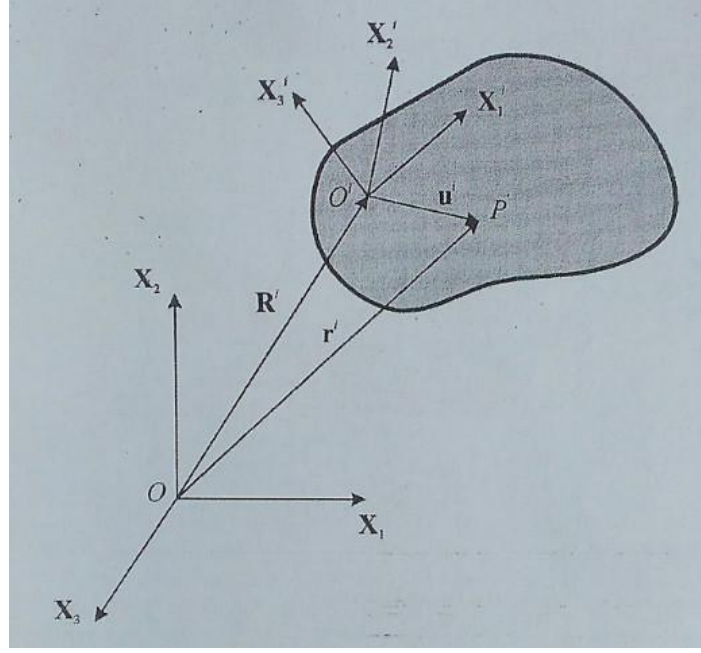
olarak yazılır.

### 2.2.3 Genel yer değiştirme

Çoklu cisim sistemindeki herhangi bir  $i$  cisminin genel yer değiştirmesi, dönme ve ötelenme miktarlarının toplamı olarak ifade edilebilir.  $i$  rijit cismi üzerinde herhangi bir P noktasına ait yer vektörü  $\bar{\mathbf{u}}^i$  nin,  $\mathbf{X}_1^i \mathbf{X}_2^i \mathbf{X}_3^i$  koordinat sisteminde bir bileşeni vardır. Dönme durumunda P noktasının,  $\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_3$  koordinat sistemindeki yer vektörü şekil 3 te görüldüğü gibi  $\mathbf{u}^i$  ile gösterilir. Denklemi de,

$$\mathbf{u}^i = \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.19)$$

şeklinde olacaktır. Burada  $i$ , çoklu cisim sistemindeki  $i$  cismi,  $\mathbf{A}^i$ , dönüşüm matrisidir.



**Şekil 2. 5 : Rijit cisim koordinatları.**

eğer cisim dönmeye ek olarak öteleniyorsa, genel hareket, ötelenme miktarı ve dönmenin toplamı şeklinde ifade edilecektir. Bu durumda cismin ötelenmesi, cisim referans noktası orijininin yer vektörü ile ifade edilmektedir. Bu yer vektörü  $\mathbf{R}^i$  ile gösterilir. Böylece  $\mathbf{r}^i$  vektörü;

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.20)$$

şeklinde yazılır.

#### 2.2.4 Hız denklemleri

Rijit cisim üzerindeki herhangi bir noktanın hız vektörü, yer vektörünün zamana göre türevi alınarak bulunabilir. Bu da dönüşüm matrisinin zamana göre türevinin alınmasını gerektirmektedir. Bu işlem yapılırken dönüşüm matrisinin ortogonallik özelliğinin göz önüne alınmasını gerektirmektedir.  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{I}$  olduğu göz önüne alınarak,

$$\dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T + \mathbf{A}\dot{\mathbf{A}}^T = 0 \quad (2.21)$$

ve

$$\mathbf{u}^i = \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.22)$$

$$\dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}\dot{\mathbf{A}}^T = -(\dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T)^T \quad (2.20)$$

yazılabilir. Eğer bir matris, eksi işaretli transpozuna eşit ise bu tür matrisler ters simetrik matris olarak isimlendirilmektedir. Aşağıdaki eşitliğe bakıldığında;

$$\dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T = \tilde{\omega} \quad (2.23)$$

burada  $\tilde{\omega}$  nin bir ters simetrik matris olduğu görülmektedir. Bu matris bize  $\omega$  olarak gösterilen açısal hız vektörünü belirtmektedir. Buna göre bir sonraki eşitlikte görüldüğü üzere dönüşüm matrisinin zamana göre türevi;

$$\dot{\mathbf{A}} = \tilde{\omega}\mathbf{A} \quad (2.24)$$

olarak yazılabilmektedir.

buna ek olarak,  $\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{I}$  denkleminin türevi alınarak;

$$\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{A}} = -\dot{\mathbf{A}}^T\mathbf{A} = -(\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{A}})^T \quad (2.25)$$

eşitliği elde edilebilir. Bu eşitlikte de  $\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{A}}$  ifadesi, diğer bir ters simetrik matris olan;

$$\tilde{\tilde{\omega}} = \mathbf{A}^T\dot{\mathbf{A}} \quad (2.26)$$

matrisiyle ifade edildiğinde, dönüşüm matrisinin ayrı bir tanımı karşımıza çıkacaktır.

Bu tanıma göre;

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\tilde{\tilde{\omega}} \quad (2.27)$$

dir ve yine bir ters simetrik matris olan  $\tilde{\tilde{\omega}}$ , açısal hız vektörü  $\tilde{\omega}$  yi tanımlamaktadır. dolayısıyla;

$$\dot{\mathbf{A}} = \tilde{\omega}\mathbf{A} = \mathbf{A}\tilde{\tilde{\omega}} \quad (2.28)$$

yazılabilmektedir ve dönüşüm matrisinin türevi  $\mathbf{A}^T$  olarak belirtilen dönüşüm matrisinin transpozuyla çarpıldığında;

$$\tilde{\tilde{\omega}} = \mathbf{A}^T\tilde{\omega}\mathbf{A} \quad (2.29)$$

$$\tilde{\omega} = \mathbf{A}\tilde{\omega}\mathbf{A}^T \quad (2.30)$$

eşitlikleri elde edilecektir. Bu sebeple  $i$  rijit cismi için,  $\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i$  vektörü,

$$\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \tilde{\omega}^i \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \omega^i \times \mathbf{u}^i \quad (2.31)$$

$$\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \mathbf{A}^i \tilde{\omega}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \mathbf{A}^i (\omega^i \times \mathbf{u}^i) \quad (2.32)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\mathbf{u}^i$ ;

$$\mathbf{u}^i = \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.33)$$

olacaktır.

### 2.2.5 Açısal hız ve oryantasyon parametreleri

Denklem (2.26) ve dönüşüm matrisinin euler parametreleri cinsinden ifadesi kullanılarak, ters simetrik bir matris olan  $\tilde{\omega}$ , açısal ivmeler ile ilgili olarak, euler parametreleri cinsinden,

$$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{\omega}_3 & \bar{\omega}_2 \\ \bar{\omega}_3 & 0 & -\bar{\omega}_1 \\ -\bar{\omega}_2 & \bar{\omega}_1 & 0 \end{bmatrix} = 2\bar{\mathbf{E}}\dot{\bar{\mathbf{E}}}^T \quad (2.34)$$

olarak ifade edilebilir. Denklem (2.29), (2.30) da belirtilen özellikler kullanılarak  $\bar{\omega}_1$ ,  $\bar{\omega}_2$  ve  $\bar{\omega}_3$  açısal ivmeleri;

$$\bar{\omega}_1 = 2(\theta_3 \dot{\theta}_2 - \theta_2 \dot{\theta}_3 - \theta_1 \dot{\theta}_0 + \theta_0 \dot{\theta}_1) \quad (2.35)$$

$$\bar{\omega}_2 = 2(\theta_1 \dot{\theta}_3 - \theta_0 \dot{\theta}_2 - \theta_3 \dot{\theta}_1 + \theta_2 \dot{\theta}_0) \quad (2.36)$$

$$\bar{\omega}_3 = 2(\theta_2 \dot{\theta}_1 - \theta_3 \dot{\theta}_0 - \theta_0 \dot{\theta}_3 + \theta_1 \dot{\theta}_2) \quad (2.37)$$

ve dönme açısı ve dönme eksenini doğrultusundaki birim vektör  $\mathbf{v}$  cinsinden;

$$\bar{\omega}_1 = 2(v_3 \dot{v}_2 - v_2 \dot{v}_3) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \dot{v}_1 \sin \theta + \dot{\theta} v_1 \quad (2.38)$$

$$\bar{\omega}_2 = 2(v_1 \dot{v}_3 - v_3 \dot{v}_1) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \dot{v}_2 \sin \theta + \dot{\theta} v_2 \quad (2.39)$$

$$\bar{\omega}_3 = 2(v_2\dot{v}_1 - v_1\dot{v}_2)\sin^2\frac{\theta}{2} + \dot{v}_3\sin\theta + \dot{\theta}v_3 \quad (2.40)$$

Dolayısıyla

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = 2\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{v}\sin^2\frac{\theta}{2} + \dot{\mathbf{v}}\sin\theta + \mathbf{v}\dot{\theta} \quad (2.41)$$

olarak ifade edilebilirler.

### 2.2.6 Genel yer değıştirmeler

Bu bölümde elde edilen eşitlikler, çoklu cisim sisteminde bulunan bir rijit cisim üzerindeki herhangi bir noktanın hızının ifade edilmesinde kullanılmaktadır. Daha önceki bölümlerde belirtildiği üzere,  $i$  rijit cismi üzerinde bulunan herhangi bir  $P$  noktasının pozisyon vektörü;

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{u}^i \quad (2.42)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,  $\mathbf{R}^i$ , referans koordinat sisteminin orijinine ait global yer değıştirme vektörü,  $\mathbf{u}^i$  ise  $P$  noktasının lokal yer vektörüdür. Dolayısıyla  $\mathbf{u}^i$ , yerel bileşenler cinsinden;

$$\mathbf{u}^i = \mathbf{A}^i\bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.43)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\mathbf{A}^i$ , bilindiği üzere cismin koordinatlarının global koordinatlara çevrilmesini sağlayan dönüşüm matrisidir. Buna göre pozisyon vektörü, orijine cisim üzerindeki herhangi bir nokta olan  $P$  nin yer değıştirmelerinin toplamı olarak;

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i\bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.44)$$

olacaktır. Bu ifadenin zamana göre türevi alındığında ise;

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \dot{\mathbf{A}}^i\bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.45)$$

elde edilecektir. Burada  $\dot{\mathbf{r}}^i$ ,  $P$  noktasının mutlak hız vektörü ve  $\dot{\mathbf{R}}^i$ , referans koordinat sisteminin orijinine ait mutlak hız vektörüdür. Önceki eşitliklerden bilindiği üzere,

$$\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i = \mathbf{A}^i (\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i) \quad (2.46)$$

olduğundan,  $P$  noktasının mutlak hız vektörü,

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i \quad (2.47)$$

veya

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \mathbf{A}^i (\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i) \quad (2.48)$$

olarak yazılabilir.

### 2.2.7 İvmelenmeler ve önemli özellikler

Önceki kısımlarda verilen bilgiler ışığında:

$$\dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{r}} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{r} \quad (2.49)$$

eşitliğini yazmak mümkündür. Burada  $\mathbf{r}$  vektörü  $\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}}$  ye eşit olmaktadır. Bu yüzden  $\dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{r}}$  aynı zamanda,

$$\dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{r}} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}} \quad (2.50)$$

olarak da ifade edilebilir. Böylelikle hız vektörü;

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{r}}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}} \quad (2.51)$$

olacaktır. Bu eşitliğin zamana göre türevi alındığında ise;

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{A}}\dot{\bar{\mathbf{r}}} + \mathbf{A}\ddot{\bar{\mathbf{r}}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{r}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{r}}} \quad (2.52)$$

eşitiği elde edilecektir. (2.50) denkleminde benzer bir ifadeyle;

$$\dot{\mathbf{A}}\dot{\bar{\mathbf{r}}} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{v}_g \quad (2.53)$$

yazılabilir. Burada  $\mathbf{v}_g = \mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{r}}}$ , global koordinat sisteminde tanımlanan  $\bar{\mathbf{r}}$  vektörünün zamana göre türevidir. Eğer terimler düzenlenirse;

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{A}}\ddot{\bar{\mathbf{r}}} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{v}_g + \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}\mathbf{r} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{r}}} \quad (2.54)$$

ve

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{A}}\ddot{\mathbf{r}} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{v}_g + \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}\mathbf{r} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{r} \quad (2.55)$$

eşitlikleri elde edilecektir. Ayrıca aşağıdaki ifadeler yardımıyla;

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{v}_g = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_g, \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}\mathbf{r} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}, \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{r} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.56)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{A}}\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_g + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.57)$$

denklemini elde etmek mümkündür.

### 2.2.8 Açısal ivme vektörü

$\boldsymbol{\alpha}$ , açısal ivme vektörü olmak üzere,

$$\boldsymbol{\alpha} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (2.58)$$

ifadesi kullanılarak, (2.57) denklemi

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{A}}\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_g + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.59)$$

olarak yazmak mümkündür, ayrıca açısal ivme vektörü  $\boldsymbol{\alpha}$ ' yı euler parametreleri cinsinden ifade ederek,

$$\boldsymbol{\alpha} = 2 \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_3\theta_2 - \ddot{\theta}_2\theta_3 + \ddot{\theta}_1\theta_0 - \ddot{\theta}_0\theta_1 \\ \ddot{\theta}_1\theta_3 - \ddot{\theta}_0\theta_2 - \ddot{\theta}_3\theta_1 + \ddot{\theta}_2\theta_0 \\ \ddot{\theta}_2\theta_1 + \ddot{\theta}_3\theta_0 - \ddot{\theta}_0\theta_3 - \ddot{\theta}_1\theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

ve matris formunda

$$\boldsymbol{\alpha} = 2\mathbf{E}\ddot{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.61)$$

elde ederiz. Bu bilgiler ışığında;

$$\mathbf{a}_l = \mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{a}_c = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_g, \quad (2.62)$$

$$\mathbf{a}_t = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}, \quad \mathbf{a}_n = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.63)$$

kabulleri yapılarak, genel ivme denklemi;

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_l + \mathbf{a}_c + \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \quad (2.64)$$

olacaktır. Burada  $\mathbf{a}_c$ ,  $\mathbf{a}_t$  ve  $\mathbf{a}_n$  sırasıyla ivme vektörünün corolis, teğetsel ve normal bileşenleridir.

### 2.2.9 Genel yer değiştirmeler

Önceki kısımlarda elde edilen kinematik ilişkiler, çoklu cisim sistemi içerisinde bulunan bir rijit cisim üzerindeki herhangi bir noktanın, mutlak ivmesini elde etmede kullanılabilir. Önceki kısımlarda belirtildiği üzere,  $i$  rijit cisminin mutlak hızı;

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \mathbf{A}^i (\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i) \quad (2.64)$$

olarak yazılmaktadır. Burada  $\dot{\mathbf{R}}^i$ , referans koordinat sisteminin orijinine ait mutlak hız,  $\mathbf{A}^i$  dönüşüm matrisi,  $\bar{\boldsymbol{\omega}}^i$  cismin koordinat sisteminin açısal hız vektörü,  $\bar{\mathbf{u}}^i$  ise cisim üzerindeki herhangi bir noktanın yerel pozisyon vektörüdür. Bu eşitliğin zamana göre türevini alarak ve önceden belirtmiş olduğumuz özellikler kullanılarak;

$$\ddot{\mathbf{r}}^i = \ddot{\mathbf{R}}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times (\boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i) + \boldsymbol{\alpha}^i \times \mathbf{u}^i \quad (2.65)$$

elde edilebilir. Burada  $\ddot{\mathbf{R}}^i$ , cisim referans koordinat sistemi orijinine ait mutlak ivme,  $\boldsymbol{\omega}^i$  ve  $\boldsymbol{\alpha}^i$  sırasıyla, global koordinat sisteminin açısal hız ve açısal ivme vektörleridir.  $\mathbf{u}^i$  ise önceden,

$$\mathbf{u}^i = \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.66)$$

şeklinde tanımlamış olduğumuz vektördür. Dolayısıyla  $\ddot{\mathbf{r}}^i$  ifadesi;

$$\ddot{\mathbf{r}}^i = \ddot{\mathbf{R}}^i + \mathbf{A}^i [\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times (\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i)] + \mathbf{A}^i (\bar{\boldsymbol{\alpha}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i) \quad (2.67)$$

olarak yazılabilmektedir.

## 2.3 Analitik Metotlar

Bir önceki bölümde, çoklu cisim sistemlerinde yer alan rijit cisimlerin, referans koordinat sistemleri belirlenmiş ve bu sistemlerin kinematik analizleri yapılmıştır. Bu bölümde ise, çoklu cisim sistemlerinin dinamik hareket denklemleri üzerinde durulacaktır. Bu sebeple, sistemi oluşturan cisimler arasındaki kinematik kısıtlar, serbestlik dereceleri, virtüel işler ilkesi ve sisteme etkiyen genel kuvvetler gibi konular bu bölümde göz önüne alınan genel hususlar arasındadır.

### 2.3.1 Genel koordinatlar ve kinematik kısıtlar

Çoklu cisim sistemlerinin konfigürasyonu, koordinat olarak isimlendirdiğimiz değişkenler vasıtasıyla yapılabilmektedir. Uzayda herhangi bir yerde bulunan bir maddesel noktanın konumunu belirleyebilmek için, referans koordinat sisteminin üç yönünde ötelenme miktarlarının bilinmesi yeterli olmaktadır. Ancak rijit cisimler için bu verilere ek olarak yine bu üç yönde dönme miktarlarının bilinmesi de gerekir. Dolayısıyla, uzaydaki bir rijit cismin konumunun belirlenmesinde 3 yönde ötelenme ve 3 yönde dönme olmak üzere birbirinden bağımsız toplam 6 koordinat yeterli olmaktadır. Daha sonra hareket denklemleri bu koordinatlar cinsinden ifade edilebilmektedir. Örneğin,  $i$  rijit cismi üzerinde bulunan bir  $P$  noktasının pozisyonu;

$$\mathbf{r}_P^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.68)$$

denklemleriyle ifade edilebilmektedir. Burada  $\mathbf{R}^i$ , bileşenleri  $\mathbf{X}_1^i \mathbf{X}_2^i \mathbf{X}_3^i$  olan rijit cisme ait koordinat sisteminin orijinin pozisyonu,  $\mathbf{A}^i$  cisim koordinat sistemini bileşenleri  $\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_3$  olan global koordinat sistemine çeviren dönüşüm matrisi,  $\bar{\mathbf{u}}^i$  ise seçilen  $P$  noktasının, bileşenleri  $\mathbf{X}_1^i \mathbf{X}_2^i \mathbf{X}_3^i$  olan cisim koordinat sistemine göre yerel pozisyonudur.

### 2.3.2 Referans koordinatları

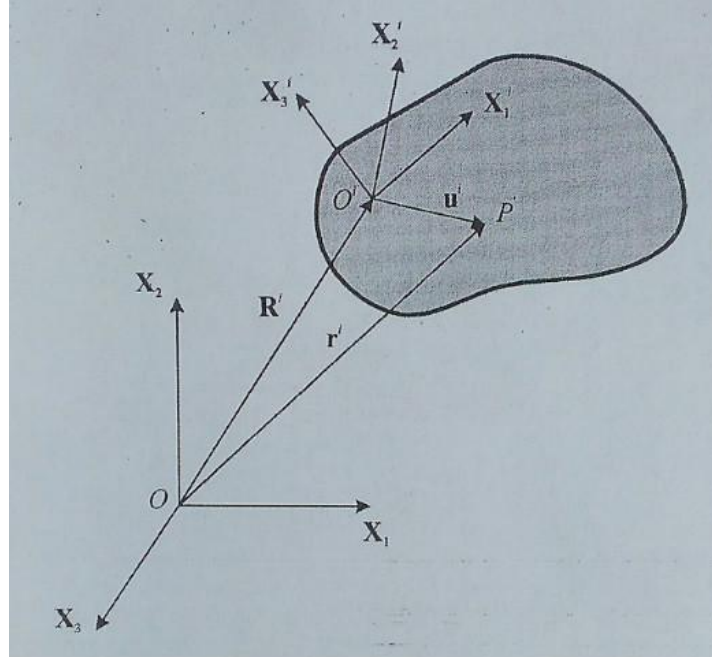
İfadelerde kolaylık sağlayabilmek amacıyla cisme ait olan referans sisteminin koordinatlarını  $\mathbf{q}_r^i$  ile gösterecek olursak;

$$\mathbf{q}_r^i = [\mathbf{R}^{iT} \quad \boldsymbol{\theta}^{iT}]^T \quad (2.69)$$

ve sonuç olarak düzlemsel analizlerde  $\mathbf{q}_r^i$  vektörü;

$$\mathbf{q}_r^i = [R_1^i \quad R_2^i \quad \theta^i]^T \quad (2.70)$$

şeklinde ifade edilecektir. Burada,  $R_1^i$  ve  $R_2^i$ , cisme ait referans sisteminin orijininin koordinatları,  $\theta^i$  ise  $\mathbf{X}_3$  eksenini etrafındaki dönmeyi göstermektedir. 3 boyutlu analizlerde bu eşitlik;



**Şekil 2. 6 :** Rijit cismin referans koordinatları.

$$\mathbf{q}_r^i = [R_1^i \quad R_2^i \quad R_3^i \quad \boldsymbol{\theta}^{iT}]^T \quad (2.71)$$

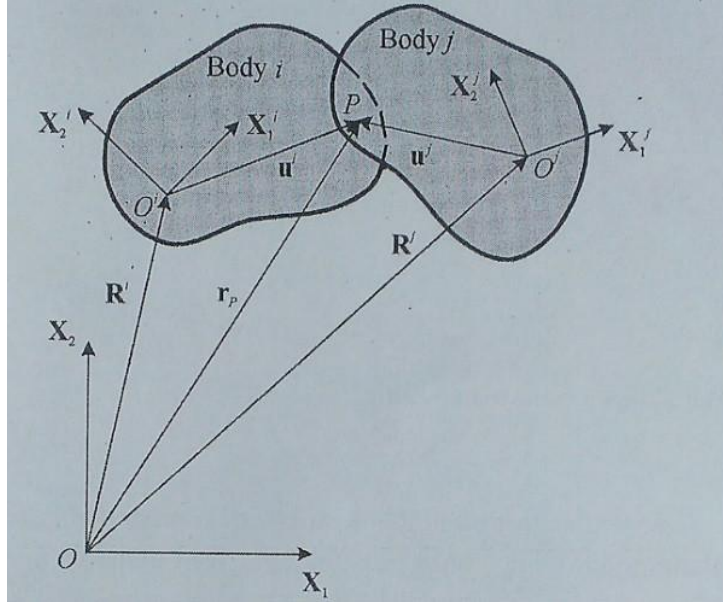
olmaktadır.

### 2.3.3 Kinematik bağlar

Önceki kısımlarda verilen bilgiler ışığında bundan sonra, çoklu cisim sisteminin genel koordinatları  $\mathbf{q} = [q_1 q_2 q_3 \dots q_n]^T$  ifadesiyle belirtilecektir. Burada  $n$  koordinat sayısını göstermektedir. Bir çoklu cisim sisteminde  $n_c$  olarak gösterilen bağ denklemleri sayısı ile koordinatlar arasında  $n_c \leq n$  ilişkisi bulunmaktadır. Bu bağ denklemleri vektör formunda yazıldığında;

$$\mathbf{C}(q_1, q_2, \dots, q_n, t) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \quad (2.72)$$

eşitliği ortaya çıkmaktadır. Burada  $\mathbf{C} = [C_1(\mathbf{q}, t) C_2(\mathbf{q}, t) \dots C_{n_c}(\mathbf{q}, t)]^T$  dir ve bu bağlar holonomik bağlar olarak isimlendirilirler. Bağ denklemlerinin zamana bağlı olmaması durumunda ise sistemin sakleronomik olduğu söylenebilir. Sakleronomik bağlar, matematiksel ifadelerinde zamana bağlı değişkenler barındırmayan bağ tipleridirler.



Şekil 2. 7 : İki rijit cisim arasındaki pim bağlantısı.

şekilde aralarında bir dönel mafsallı bulunan  $i$  ve  $j$  cisimleri gösterilmektedir. Bu durumda bağ denklemleri,  $i$  cismine ait koordinat takımıyla ifade edilen herhangi bir  $P$  noktasının global pozisyonunun,  $j$  cismine ait koordinat takımıyla ifade edilen herhangi bir  $P$  noktasının global pozisyonuna eşit olmasını gerektirmektedir. Bu sebeple bağ denklemleri;

$$\mathbf{r}_P^i = \mathbf{r}_P^j \text{ ya da } \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \mathbf{R}^j + \mathbf{A}^j \bar{\mathbf{u}}^j \quad (2.73)$$

ve

$$\begin{bmatrix} R_1^i \\ R_2^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta^i & -\sin\theta^i \\ \sin\theta^i & \cos\theta^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1^i \\ \bar{u}_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1^j \\ R_2^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta^j & -\sin\theta^j \\ \sin\theta^j & \cos\theta^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1^j \\ \bar{u}_2^j \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

olacaktır.

Burada,  $\mathbf{R}^k = [\mathbf{R}_1^k \mathbf{R}_2^k]^T$  ve  $\bar{\mathbf{u}}^k = [\bar{u}_1^k \bar{u}_2^k]^T$  dir. Denklem (2.73) de olduğu gibi ifade edilemeyen bağlara holonomik olmayan bağlar denilmektedir. Bu türdeki bağlar;

$$\mathbf{a}_0 + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (2.75)$$

olarak ifade edilebilirler. Burada,  $\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0(\mathbf{q}, t) = [a_{01} a_{02} \dots a_{0n_c}]^T$  ve genel hız vektörü,  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \dot{q}_2 \dots \dot{q}_n]^T$  olarak yazılabilir. Ayrıca  $\mathbf{B}$ ,  $n_c \times n$  boyutunda katsayılar matrisi olmak üzere,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{nc1} & \cdots & b_{ncn} \end{bmatrix} = \mathbf{B}(\mathbf{q}, t) \quad (2.76)$$

formundadır. Önceki kısımlarda anlatıldığı üzere, rijit cisimlerin referans sistemlerine göre tanımladığımız açısal hız vektörü;

$$\bar{\omega}^i = 2\bar{\mathbf{E}}^i \dot{\theta}^i \quad (2.77)$$

olarak yazılabilmektedir. Burada,  $\bar{\mathbf{E}}^i$ ,

$$\bar{\mathbf{E}}^i = \begin{bmatrix} -\theta_1 & \theta_0 & \theta_3 & -\theta_2 \\ -\theta_2 & -\theta_3 & \theta_0 & \theta_1 \\ -\theta_3 & \theta_2 & -\theta_1 & \theta_0 \end{bmatrix}^i \quad (2.78)$$

matrisidir.  $i$  rijit cismi herhangi bir açısal hız ile döndüğünde, açısal hızdaki sınırlama,

$$\bar{\omega}^i = 2\bar{\mathbf{E}}^i \dot{\theta}^i = \mathbf{f}(\mathbf{q}, t) \quad (2.79)$$

olacaktır. Burada, denklem (1.76) ya göre  $\mathbf{a}_0 = -\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)$ ,  $\mathbf{B} = 2\bar{\mathbf{E}}^i$ , ve  $\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)$  sistem koordinatlarına ve zamana bağlı bir fonksiyondur. Denklem (2.76) euler parametreleri yardımıyla daha açık bir şekilde yazıldığında;

$$2(\theta_3 \dot{\theta}_2 - \theta_2 \dot{\theta}_3 - \theta_1 \dot{\theta}_0 + \theta_0 \dot{\theta}_1)^i = f_1(\mathbf{q}, t) \quad (2.80)$$

$$2(\theta_1 \dot{\theta}_3 - \theta_0 \dot{\theta}_2 - \theta_3 \dot{\theta}_1 + \theta_2 \dot{\theta}_0)^i = f_2(\mathbf{q}, t) \quad (2.81)$$

$$2(\theta_2 \dot{\theta}_1 - \theta_3 \dot{\theta}_0 - \theta_0 \dot{\theta}_3 + \theta_1 \dot{\theta}_2)^i = f_3(\mathbf{q}, t) \quad (2.82)$$

olmaktadır. Burada  $f_1(\mathbf{q}, t)$ ,  $f_2(\mathbf{q}, t)$  ve  $f_3(\mathbf{q}, t)$ ,  $\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)$  vektörünün bileşenleridir.

Sistem koordinatlarıyla aralarında eşitsizlik ilişkisi olan bağlar, vektör formunda

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) \geq 0 \quad (2.83)$$

olarak ifade edilebilirler.

Örneğin, küre şeklinde bir yüzeyde bulunan herhangi bir  $P$  noktası aşağıdaki eşitliği sağlamalıdır.

$$\mathbf{r}_P^T \mathbf{r}_P - (a)^2 \geq 0 \quad (2.84)$$

Burada,  $\mathbf{r}_P$   $P$  noktasının kürenin merkezinden yüzeyine kadar olan pozisyon vektörü,  $a$  ise kürenin yarıçapıdır.

Bu türdeki eşitsizlikler aynı zamanda, sistem koordinatları ve hızlara bağlı olarak;

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \geq 0 \quad (2.85)$$

şeklinde de ifade edilebilirler. Bu türdeki eşitsizlikler tek taraflı veya sınırsız eşitsizlikler olarak adlandırılırlar. Aşağıda görüldüğü üzere eşitlik durumuna getirildiklerinde ise, çift taraflı ve kısıtlı olarak isimlendirilirler.

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = 0 \quad (2.86)$$

Bağlar genel olarak aşağıdaki formda yazıldıklarında geometrik,

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = 0 \quad (2.87)$$

ve

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = 0 \quad (2.88)$$

şeklinde hız ifadesi içerdiklerinde ise kinematik olarak adlandırılmaktadırlar.

#### 2.3.4 Jacobian matrisleri

Sistem koordinatlarındaki virtüel değişimler göz önüne alınarak Taylor serisi yardımıyla;

$$\mathbf{C}_{q_1} \delta q_1 + \mathbf{C}_{q_2} \delta q_2 + \dots + \mathbf{C}_{q_n} \delta q_n = 0 \quad (2.89)$$

yazılabilir. Burada,  $\mathbf{C}_{q_i} = \partial \mathbf{C} / \partial q_i = [\partial \mathbf{C}_1 / \partial q_i \ \partial \mathbf{C}_2 / \partial q_i \ \dots \ \partial \mathbf{C}_{n_c} / \partial q_i]^T$  dir.

(2.90) denklemini matris formunda yazacak olursak;

$$\mathbf{C}_q \delta \mathbf{q} = 0 \quad (2.90)$$

olacaktır. Burada  $\mathbf{C}_q$ ;

$$\mathbf{C}_q = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n_c1} & \cdots & C_{n_cn} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

şeklinde tanımlı  $n_c \times n$  boyutlu sistem Jacobian matrisidir. Eğer bağ denklemleri lineer bağımsız ise  $\mathbf{C}_q$  matrisinin rankı tam dolu satır halinde olacaktır.

### 2.3.5 Statik denge

Şekil (2.6) da gösterildiği üzere, 3 boyutlu uzayda  $n_p$  sayıda parçacıktan oluşan bir sistem olduğunu varsayalım. Sistemde bileşke vektörü  $\mathbf{F}^i$  olan kuvvetlere maruz kalan bir  $i$  rijit cismi olduğu düşünülürse, cismin statik dengede olduğu durumda;

$$\mathbf{F}^i = 0 \quad (2.92)$$

olmalıdır. Burada,  $\mathbf{F}^i = [F_1^i \ F_2^i \ F_3^i]^T$  dir ve  $i$  rijit cisminin herhangi bir  $\delta \mathbf{r}^i$  yer değiştirmesi için:

$$\mathbf{F}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.93)$$

olacaktır. Sistemi oluşturan parçacıklar dengeye geldiklerinde ise;

$$\sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.94)$$

olacaktır. Aynı zamanda  $i$  rijit cismine etkiyen bileşke kuvvet  $\mathbf{F}^i$ ;

$$\mathbf{F}^i = \mathbf{F}_e^i + \mathbf{F}_c^i \quad (2.95)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\mathbf{F}_e^i$  sisteme etkiyen dış kuvvetler,  $\mathbf{F}_c^i$  ise, sistemi oluşturan cisimler arasındaki bağlardan dolayı oluşan kuvvet vektörüdür. Denklem (2.95) ve (2.96) birlikte çözülerek;

$$\sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = \sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}_e^i + \mathbf{F}_c^i) \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.96)$$

ve

$$\sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_e^i \cdot \delta \mathbf{r}^i + \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_c^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.97)$$

elde edilebilir. Ayrıca  $\delta W$ , sisteme etki eden bütün kuvvetlerin yapmış olduğu  $\delta W_e$ , sisteme etkiyen dış kuvvetlerin ve  $\delta W_c$ , bağ kuvvetlerinin kaynaklanan virtüel işler olmak üzere aşağıdaki eşitlikler kullanılarak;

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i, \quad \delta W_e = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_e^i \cdot \delta \mathbf{r}^i, \quad \delta W_c = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_c^i \cdot \delta \mathbf{r}^i \quad (2.98)$$

$$\delta W = \delta W_e + \delta W_c = 0 \quad (2.99)$$

yazılabilir. Eğer bağların iş yapmadığı düşünülürse Bağlardan kaynaklanan virtüel işler:

$$\delta W_c = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_c^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.100)$$

olacaktır. Bu durumda (2.100) denklemi;

$$\delta W = \delta W_e = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_e^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.101)$$

haline gelecektir. Bu denklem, sistemdeki bağların iş yapmadığı durumlarda statik denge için virtüel işler prensibinin ifadesidir.

### 2.3.6 Dinamik denge

Benzer şekilde, dinamik durumlar için de virtüel işler prensibi ifade edilebilir. Newton 'un ikinci yasası gereği, bir sisteme etkiyen bileşke kuvvet, o cisimde meydana gelen iner momentumun zamanla değişimi ile orantılıdır. Bu yüzden;

$$\mathbf{F}^i = \dot{\mathbf{P}}^i \quad (2.102)$$

ve

$$\mathbf{F}^i - \dot{\mathbf{P}}^i = 0 \quad (2.103)$$

olmalıdır. Burada,  $\dot{\mathbf{P}}^i$  i rijit cisminin momentumudur. Bu eşitlik sağlandığında, cismin dinamik dengede olduğu söylenebilir. Dinamik denge koşulu

$$(\mathbf{F}^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.104)$$

olarak ifade edilebilir. Dolayısıyla eğer sistemi oluşturan parçalar dinamik dengedeysen;

$$\sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.105)$$

olacaktır. Burada  $\mathbf{F}^i$ , dış kuvvetlerin ve bağ kuvvetlerinin toplamı halinde yazılırsa,

$$\sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}_e^i + \mathbf{F}_c^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.106)$$

veya

$$\sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}_e^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \delta \mathbf{r}^i + \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_c^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.107)$$

yazılabilir. Bağların iş yapmadığı durumlarda ise denklem;

$$\sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_c^i \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.108)$$

ve

$$\sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}_e^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.109)$$

şekline gelecektir. Bu eşitliğin sonucu, D'Alembert prensibi olarak isimlendirilmektedir. Denklem (2.105) kullanılarak, bu eşitliği genel koordinatlar cinsinden;

$$\sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}_e^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \sum_{j=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j = 0 \quad (2.110)$$

ve

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{n_p} (\mathbf{F}_e^i - \dot{\mathbf{P}}^i) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j = 0 \quad (2.111)$$

şeklinde yazmak mümkündür.

## 2.3.7 Rijit cisme etkiyen genel kuvvetler

### 2.3.7.1 Kısıtlı hareket

Önceki bölümlerde, virtüel işler ifadesi ve genel kuvvetler, serbest haldeki rijit cisimler için türetilmişti. Ancak bu ifadeler aralarında bağlar bulunan rijit cisim sistemleri için de türetilbilirler. Bunu yapabilmek için, sisteme ait serbest koordinatlar veya sistem serbestlik dereceleri tanımlanarak, bu yönlerde sisteme etkiyen genel kuvvetlerin belirlenmeleri gerekmektedir.

Bu konuda izlenebilecek sistematik bir yaklaşım, virtüel işler ifadesinin, sistemin kartezyen koordinatları cinsinden yazılmasıdır ve bu da vektör formunda ifade edildiğinde;

$$\delta W = \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{q} \quad (2.112)$$

şeklinde olacaktır. Burada,  $\mathbf{Q}$ , genelleştirilmiş kuvvet vektörü,  $\delta \mathbf{q}$  ise, sistem koordinat vektöründe meydana gelen virtüel değişimdir. Böylece bölüm 1.3.4 te anlatıldığı üzere, bağlara ait Jacobian matrisleri kullanılarak, bağımsız koordinatlar tanımlanabilir. Bu durumda bağımsız koordinatlar cinsinden sistem koordinatları;

$$\delta \mathbf{q} = \mathbf{B}_{di} \delta \mathbf{q}_i \quad (2.113)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\mathbf{q}_i$ , sistemin bağımsız koordinat veya serbestlik derecesi vektörü,  $\mathbf{B}_{di}$  ise uygun dönüşüm matrisidir. Böylece bu bağımsız koordinatlar cinsinden virtüel işler ifadesi;

$$\delta W = \mathbf{Q}^T \mathbf{B}_{di} \delta \mathbf{q}_i = \mathbf{Q}_i^T \delta \mathbf{q}_i \quad (2.114)$$

olacaktır. Burada  $\mathbf{Q}_i^T$ ,

$$\mathbf{Q}_i^T = \mathbf{Q}^T \mathbf{B}_{di} \quad (2.115)$$

sistemin bağımsız koordinatları veya serbestlik derecelerine göre etkiyen kuvvet vektörüdür.

## 2.3.8 Lagrange dinamiği

Bu bölümde, bölüm 2.3.6 da elde edilen D'Alembert prensibi, Lagrange denklemlerinin elde edilmesinde kullanılacaktır. Eşitlikler çıkarılırken, sisteme ait  $n_p$  sayıda parçanın bulunduğu göz önüne alınacaktır. Ayrıca  $\mathbf{r}^i$  yer değiştirmelerinin,

genelleştirilmiş sistem koordinatlarına ( $q_j$ ) bağlı olduğu varsayılmaktadır. Burada  $j = 1, 2, \dots, n$  dir. Bundan dolayı;

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{r}^i(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \quad (2.116)$$

olmaktadır. Bu eşitlikte  $t$ , zaman ifadesidir. (2.117) eşitliğini zamana göre türeterek ve zincir kuralı yardımıyla;

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_n} \dot{q}_n + \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial t} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial t} \quad (2.117)$$

yazılabilir.  $\delta \mathbf{r}^i$  virtüel yer değiştirmeleri  $q_j$  sistem koordinatları cinsinden;

$$\delta \mathbf{r}^i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.118)$$

olacaktır. Bu virtüel yer değiştirme ifadeleri kullanılarak,  $i$  parçacığına etkiyen  $\mathbf{F}^i$  kuvvetinin meydana getirdiği virtüel iş;

$$\mathbf{F}^{iT} \delta \mathbf{r}^i = \sum_{j=1}^n \mathbf{F}^{iT} \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.119)$$

olarak yazılabilir. Bu eşitlik, sistemdeki tüm parçalara uygulandığında;

$$\sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}^{iT} \delta \mathbf{r}^i = \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^n \mathbf{F}^{iT} \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j = \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^n \mathbf{F}^{iT} \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j = \sum_{j=1}^n Q_j \delta q_j \quad (2.120)$$

elde edilir. Burada  $Q_j$ ,  $q_j$  koordinatlarına göre uygulanan genel kuvvet bileşeni olarak isimlendirilmektedir ve

$$Q_j = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}^{iT} \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \quad (2.121)$$

şeklinde formülize edilmektedir.

$i$  inci parçacığın yapmış olduğu virtüel iş,

$$\delta W_i^i = m^i \ddot{\mathbf{r}}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i \quad (2.122)$$

olarak yazılabilir. Burada  $m^i$  ve  $\ddot{\mathbf{r}}^i$  sırasıyla,  $i$  parçacığının kütle ve ivme vektörleridir. Sisteme etkiyen tüm kuvvetlerin yapmış olduğu virtüel iş ise,

$$\delta W_i = \sum_{i=1}^{n_p} m^i \ddot{\mathbf{r}}^i \cdot \delta \mathbf{r}^i \quad (2.123)$$

ve (2.119) denklemi kullanılarak;

$$\delta W_i = \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^n m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.124)$$

olacaktır. Tüm bu bilgiler eşliğinde;

$$\sum_{i=1}^{n_p} \frac{d}{dt} \left( m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) = \sum_{i=1}^n m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} + \sum_{i=1}^{n_p} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) \quad (2.125)$$

denklemini elde edilebilir ve bu denkleme göre;

$$\sum_{i=1}^{n_p} \left( m^i \ddot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) = \sum_{i=1}^{n_p} \left[ \frac{d}{dt} \left( m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) - m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) \right] \quad (2.126)$$

olacaktır.

(2.118) eşitliği kullanılarak ve zamana ve  $q_j$  ye göre alınan türevlerin yerleri değiştirilerek;

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{r}^i}{\partial q_j \partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial^2 \mathbf{r}^i}{\partial q_j \partial t} = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^i}{\partial q_j} \quad (2.127)$$

ve (2.118) eşitliğindeki  $\dot{\mathbf{r}}^i$  ifadesinin  $\dot{q}_j$  ye göre kısmi türevi alındığında

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^i}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \quad (2.128)$$

elde edilecektir. Böylece, (2.127) denklemini

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n_p} m^i \ddot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} &= \sum_{i=1}^{n_p} \left[ \frac{d}{dt} \left( m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) - m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{n_p} \left\{ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left( \frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \dot{\mathbf{r}}^i \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q_j} \left( \frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \dot{\mathbf{r}}^i \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.129)$$

şekline dönüşecektir. Eğer  $i$  parçacığının sahip olduğu kinetik enerji,  $T^i$  olarak adlandırılırsa;

$$T^i = \frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \dot{\mathbf{r}}^i \quad (2.130)$$

olacaktır. Dolayısıyla (2.130) denklemini;

$$\sum_{i=1}^{n_p} m^i \ddot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} = \sum_{i=1}^{n_p} \left\{ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} (T^i) \right] - \frac{\partial T^i}{\partial q_j} \right\} \quad (2.131)$$

şeklinde yazmak mümkün olacaktır. Ayrıca daha farklı bir biçimde;

$$\sum_{i=1}^{n_p} m^i \ddot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} \quad (2.132)$$

olarak ifade etmek mümkündür. Burada kullanılan toplam kinetik enerji ifadesi;

$$T = \sum_{i=1}^{n_p} T^i = \sum_{i=1}^{n_p} \frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \dot{\mathbf{r}}^i \quad (2.133)$$

dir. (2.133) (2.125) eşitlikleri birlikte kullanılarak ve D'Alembert prensibi yardımıyla ;

$$\sum_j \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j \right] \delta q_j = 0 \quad (2.134)$$

elde edilecektir bu eşitlik, D'Alembert – Lagrange eşitliği olarak ta isimlendirilmektedir. Eğer  $q_j$  genelleştirilmiş koordinatları lineer bağımsız ise eşitlik Lagrange denklemine dönüşecektir. Bu da ;

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.135)$$

şeklindedir. Bu ifade Lagrange denklemlerinin temel formu olarak bilinmektedir. Şimdi (2.136) denkleminin korunumlu sistemler halinde aldığı formu bulalım. Korunumlu sistemler halinde  $V$  potansiyel fonksiyonunun  $V = V(q_1, q_2, \dots, q_N, t)$  olarak yazılabildiğini kabul edelim.  $q_j$  lerde meydana getirilen  $\delta q_j$  virtüel yer değiştirmeleri halinde,

$$\delta V = \sum_{j=1}^N \frac{\partial V}{\partial q_j} \delta q_j + \frac{\partial V}{\partial t} \delta t = \sum_{j=1}^N \frac{\partial V}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.136)$$

olduğuna dikkat edilmelidir. Sistem korunumlu olduğundan,

$$\delta W = -\delta V \quad (2.137)$$

ya da

$$\sum_{j=1}^N Q_j \delta q_j = - \sum_{j=1}^N \frac{\partial V}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.138)$$

buluruz bu ise;

$$Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j} \quad (2.139)$$

verir. (2.138) ile (2.136) ya giderek;

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0 \quad (2.140)$$

$$L = T - V \quad (2.141)$$

şeklinde Lagrange fonksiyonunu tanımlayıp, V nin  $\dot{q}_j$  lara bağlı olmadığını akılda tutarak

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2.142)$$

elde ederiz. Bu ifade Lagrange denklemlerinin standart formu olarak bilinir.

### 2.3.9 Rijit cisim sistemlerinin hareket denklemleri

Bu bölümde, birbirlerine kinematik bağlarla bağlanmış rijit cisimlerden oluşan çoklu cisim sistemlerinin dinamik hareket denklemleri elde edilecektir. Çoklu cisim sistemlerinin konumlarının doğru olarak belirlenebilmesi için, sistemi oluşturan her bir cismin konumunu belirten genel koordinatların tanımlanması gerekmektedir.

**Kinematik eşitlikler:** Herhangi bir  $i$  cismi için,  $\mathbf{R}^i$  ve  $\boldsymbol{\theta}^i$  koordinat takımlarının sırasıyla cismin referans koordinat sistemine ait orijin noktasının ötelenme ve açısal oryantasyonunu ifade ettikleri önceden belirtilmişti.  $i$  cismi üzerinde yer alan herhangi bir  $\mathbf{P}^i$  noktasının pozisyonu bu genel koordinatlar cinsinden;

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.143)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada,  $\mathbf{R}^i$ , cisim üzerindeki referans noktasının genel koordinat takımına göre konumunu,  $\mathbf{A}^i$ , dönüşüm matrisini,  $\bar{\mathbf{u}}^i$  ise cismin üzerinde bulunan  $\mathbf{P}^i$  noktasının yine bu cisim üzerinde bulunan koordinat takımına göre konumunu ifade etmektedir. Düzlemsel analizlerde  $\mathbf{R}^i$  ve  $\bar{\mathbf{u}}^i$ ;

$$\mathbf{R}^i = [R_1^i \quad R_2^i \quad 0]^T \quad (2.144)$$

$$\bar{\mathbf{u}}^i = [\bar{u}_1^i \quad \bar{u}_2^i \quad 0]^T = [x_1^i \quad x_2^i \quad 0]^T \quad (2.145)$$

şeklini almaktadır.  $\mathbf{X}_3$  eksenini etrafında  $\theta^i$  açısı kadar dönmeyi ifade eden dönüşüm matrisi ise;

$$\mathbf{A}^i = \begin{bmatrix} \cos\theta^i & -\sin\theta^i & 0 \\ \sin\theta^i & \cos\theta^i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.146)$$

olacaktır. Üç boyutlu analizlerde ise  $\mathbf{R}^i$  ve  $\bar{\mathbf{u}}^i$  vektörleri sırasıyla;

$$\mathbf{R}^i = [R_1^i \quad R_2^i \quad R_3^i]^T \quad (2.147)$$

$$\bar{\mathbf{u}}^i = [\bar{u}_1^i \quad \bar{u}_2^i \quad \bar{u}_3^i]^T = [x_1^i \quad x_2^i \quad x_3^i]^T \quad (2.148)$$

olarak ifade edilirler, bu durumda dönüşüm matrisi de Euler parametreleri cinsinden,

$$= \begin{bmatrix} 1 - 2(\theta_2)^2 - 2(\theta_3)^2 & 2(\theta_1\theta_2 - \theta_0\theta_3) & 2(\theta_1\theta_3 + \theta_0\theta_2) \\ 2(\theta_1\theta_2 + \theta_0\theta_3) & 1 - 2(\theta_1)^2 - 2(\theta_3)^2 & 2(\theta_2\theta_3 - \theta_0\theta_1) \\ 2(\theta_1\theta_3 - \theta_0\theta_2) & 2(\theta_2\theta_3 + \theta_0\theta_1) & 1 - 2(\theta_1)^2 - 2(\theta_2)^2 \end{bmatrix}^i \quad (2.149)$$

olacaktır.

(2.137) eşitliğinin zamana göre türevi alınarak,

$$\mathbf{r}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i \quad (2.150)$$

elde edilebilir. Burada  $\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i$  ifadesinin,

$$\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \mathbf{A}^i (\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i) \quad (2.151)$$

olduğu önceden belirtilmişti, bu ifadede  $\bar{\boldsymbol{\omega}}^i$ ,  $i$  cismine ait açısal hız vektörüdür. Bu vektörün konum vektörü  $\bar{\mathbf{u}}^i$  ile ilişkisi;

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i = \tilde{\boldsymbol{\omega}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = -\tilde{\bar{\mathbf{u}}}^i \bar{\boldsymbol{\omega}}^i \quad (2.152)$$

şeklindedir.  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i$  ve  $\tilde{\bar{\mathbf{u}}}^i$  matrisleri sırasıyla;

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{\omega}_3^i & \bar{\omega}_2^i \\ \bar{\omega}_3^i & 0 & -\bar{\omega}_1^i \\ \bar{\omega}_2^i & \bar{\omega}_1^i & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\bar{\mathbf{u}}}^i = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{x}_3^i & \bar{x}_2^i \\ \bar{x}_3^i & 0 & -\bar{x}_1^i \\ -\bar{x}_2^i & \bar{x}_1^i & 0 \end{bmatrix} \quad (2.153)$$

olarak yazılabilir. Açısal hız vektörü  $\bar{\omega}^i$  veya  $\omega^i$  de, Euler parametrelerinin zamana göre türevleri cinsinden;

$$\bar{\omega}^i = \bar{\mathbf{G}}^i \dot{\theta}^i \text{ ve } \omega^i = \mathbf{G}^i \dot{\theta}^i \quad (2.154)$$

olarak yazılabilirler. Burada,  $\bar{\mathbf{G}}^i$  ve  $\mathbf{G}^i$ , Euler parametrelerine bağlı, 3x4 boyutlu matrislerdir ve;

$$\bar{\mathbf{G}}^i = 2\bar{\mathbf{E}}^i \quad (2.155)$$

$$\mathbf{G}^i = 2\mathbf{E}^i \quad (2.156)$$

şeklinde ifade edilebilirler. Daha açık bir ifadeyle;

$$\bar{\mathbf{G}}^i = 2 \begin{bmatrix} -\theta_1^i & \theta_0^i & \theta_3^i & -\theta_2^i \\ -\theta_2^i & -\theta_3^i & \theta_0^i & \theta_1^i \\ -\theta_3^i & \theta_2^i & -\theta_1^i & \theta_0^i \end{bmatrix} \quad (2.157)$$

dir.

Dolayısıyla  $\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i$  vektörünü de;

$$\dot{\mathbf{A}}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \mathbf{A}^i (\bar{\omega}^i \times \bar{\mathbf{u}}^i) = -\mathbf{A}^i \widetilde{\bar{\mathbf{u}}^i} \bar{\omega}^i = -\mathbf{A}^i \widetilde{\bar{\mathbf{u}}^i} \bar{\mathbf{G}}^i \dot{\theta}^i \quad (2.158)$$

olarak yazmak mümkündür. Böylece  $\mathbf{r}^i$  ifadesinin zamana göre türevi de,

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i - \mathbf{A}^i \widetilde{\bar{\mathbf{u}}^i} \bar{\omega}^i \quad (2.159)$$

olmaktadır.

### 2.3.10 Rijit cisimlerin kütle matrisleri

(2.152) ve (2.153) eşitlikleri birlikte kullanılarak,

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i - \mathbf{A}^i \widetilde{\bar{\mathbf{u}}^i} \bar{\mathbf{G}}^i \dot{\theta}^i \quad (2.160)$$

elde edilebilir. Ayrıca bu eşitliği matris formunda,

$$\dot{\mathbf{r}}^i = [\mathbf{I} - \mathbf{A}^i \widetilde{\bar{\mathbf{u}}^i} \bar{\mathbf{G}}^i] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\theta}^i \end{bmatrix} \quad (2.161)$$

olarak yazmak mümkündür. Burada  $\mathbf{I}$ , 3x3 boyutundaki birim matristir.

$i$  cisminin kinetik enerji ifadesi ise;

$$T^i = \frac{1}{2} \int_{V^i} \rho^i \dot{\mathbf{r}}^i \dot{\mathbf{r}}^i dV^i \quad (2.162)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\rho^i$  ve  $V^i$ , sırasıyla cismin yoğunlu ve hacmini ifade etmektedir. (2.155) ve (2.156) eşitlikleri birlikte kullanılarak;

$$T^i = \frac{1}{2} \int_{V^i} \rho^i [\dot{\mathbf{R}}^{iT} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{iT}] \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\bar{\mathbf{G}}^{iT} \tilde{\mathbf{u}}^{iT} \mathbf{A}^{iT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \bar{\mathbf{G}}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}^i \end{bmatrix} dV^i \quad (2.163)$$

matris çarpımları yapıldığında ve birim matrisin ortogonallığı göz önüne alınarak;

$$T^i = \frac{1}{2} [\dot{\mathbf{R}}^{iT} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{iT}] \left\{ \int_{V^i} \rho^i \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \bar{\mathbf{G}}^i \\ \text{symmetric} & \bar{\mathbf{G}}^{iT} \tilde{\mathbf{u}}^{iT} \bar{\mathbf{G}}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \end{bmatrix} dV^i \right\} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}^i \end{bmatrix} \quad (2.164)$$

olacaktır ve buda ;

$$T^i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_r^{iT} \mathbf{M}^i \dot{\mathbf{q}}_r^i \quad (2.165)$$

ifadesine eşittir. Burada  $\mathbf{q}_r^i = [\dot{\mathbf{R}}^{iT} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{iT}]^T$ ,  $i$  cisminin genel koordinat vektörü ve  $\mathbf{M}^i$  cismin kütle matrisidir ve;

$$\mathbf{M}^i = \int_{V^i} \rho^i \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \bar{\mathbf{G}}^i \\ \text{symmetric} & \bar{\mathbf{G}}^{iT} \tilde{\mathbf{u}}^{iT} \bar{\mathbf{G}}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \end{bmatrix} dV^i \quad (2.166)$$

olarak veya daha basit formda;

$$\mathbf{M}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{m}_{R\theta}^i \\ \text{symmetric} & \mathbf{m}_{\theta\theta}^i \end{bmatrix} \quad (2.167)$$

olarak yazılabilir. Burada;

$$\mathbf{m}_{RR}^i = \int_{V^i} \rho^i \mathbf{I} dV^i \quad (2.168)$$

$$\mathbf{m}_{R\theta}^i = - \int_{V^i} \rho^i \mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \bar{\mathbf{G}}^i dV^i \quad (2.169)$$

$$\mathbf{m}_{\theta\theta}^i = \int_{V^i} \rho^i \bar{\mathbf{G}}^{iT} \tilde{\mathbf{u}}^{iT} \bar{\mathbf{G}}^i \tilde{\mathbf{u}}^i dV^i \quad (2.170)$$

şeklindedir.  $i$  rijit cismine ait genel koordinatlar gruplandırıldığında kinetik enerji ifadesini;

$$T^i = T_{RR}^i + T_{R\theta}^i + T_{\theta\theta}^i \quad (2.171)$$

olarak yazmak mümkün olacaktır. Burada;

$$T_{RR}^i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{R}}^{iT} \mathbf{m}_{RR}^i \dot{\mathbf{R}}^i, \quad T_{R\theta}^i = \dot{\mathbf{R}}^{iT} \mathbf{m}_{R\theta}^i \dot{\boldsymbol{\theta}}^i \quad (2.172)$$

$$T_{\theta\theta}^i = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{iT} \mathbf{m}_{\theta\theta}^i \dot{\boldsymbol{\theta}}^i \quad (2.173)$$

şeklindedir.  $i$  cismine ait referans sisteminin orijini cismin kütle merkeziyle çakışık durumda ise  $T_{R\theta}^i = 0$  olacaktır. Yukarıda gösterilen eşitliklerde,  $T_{RR}^i$ , ötelenme hareketinin kinetik enerjisini,  $T_{\theta\theta}^i$  ise dönme kinetik enerjisini ifade etmektedir.

### 2.3.11 Dinamik eşitlikler

Herhangi bir  $i$  rijit cismine ait referans sistemi orijininin cismin kütle merkeziyle çakışık olduğu durumda kütle matrislerinin basitleştirilebileceği önceki kısımda belirtilmişti. Bu yüzden genellikle referans sistemi kütle merkezinin üzerinde olacak biçimde seçilir. Bu durumda kütle matrisi;

$$\mathbf{M}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_{\theta\theta}^i \end{bmatrix} \quad (2.174)$$

ve kinetik enerji ifadesi  $T^i$  ;

$$T^i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{R}}^{iT} \mathbf{m}_{RR}^i \dot{\mathbf{R}}^i + \frac{1}{2} \dot{\theta}^{iT} m_{\theta\theta}^i \dot{\theta}^i = \frac{1}{2} [\dot{\mathbf{R}}^{iT} \dot{\theta}^{iT}] \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_{\theta\theta}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\theta}^i \end{bmatrix} \quad (2.175)$$

şeklinde yazılmaktadır.

Cisme etki eden harici kuvvetlerin yapmış olduğu virtüel iş ise;

$$\delta W^i = \mathbf{Q}_e^{iT} \delta \mathbf{q}^i \quad (2.176)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada  $\mathbf{Q}_e^i$ , genel kuvvet vektörü,  $\delta \mathbf{q}^i$  ise genel koordinatlar vektöründe meydana gelen virtüel değişimdir. Buna göre virtüel işler ifadesi ayrıştırılmış olarak;

$$\delta W^i = \begin{bmatrix} (\mathbf{Q}_R^i)_e^T & (\mathbf{Q}_\theta^i)_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}^i \\ \delta \theta^i \end{bmatrix} \quad (2.177)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $(\mathbf{Q}_R^i)_e$  ve  $(\mathbf{Q}_\theta^i)_e$  sırasıyla öteleme ve dönmeye sebep olan genel kuvvet vektörleridir.

Çoklu cisim sistemindeki bileşenler arasında bulunan bağlar vektör formunda;

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = 0 \quad (2.178)$$

olarak ifade edilebilirler. Burada  $\mathbf{C}$  lineer bağımsız bağ denklemleri vektörü,  $t$  zaman,  $\mathbf{q}$  ise çoklu cisim sisteminin toplam genel koordinat vektörüdür.  $\mathbf{q}$  vektörü ;

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_r^{1T} \mathbf{q}_r^{2T} \dots \mathbf{q}_r^{n_b T}]^T \quad (2.179)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadede  $n_b$  çoklu cisim sistemindeki toplam bileşen sayısıdır. Böylece kinetik enerji ifadesinin, virtüel işler ilkesinin ve lineer olmayan cebirsel

bağ denklemleri vektörü tanımlarıyla, sistemde bulunan  $i$  cisminin hareket denklemini;

$$\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}_r^i + \mathbf{C}_{q_r^i}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e^i + \mathbf{Q}_v^i \quad (2.180)$$

olarak yazmak mümkündür. Burada  $\mathbf{M}^i$  kütle matrisini,  $\mathbf{C}_{q_r^i}$  bağlara ait Jacobian matrisini,  $\boldsymbol{\lambda}$  Lagrange çarpanları vektörünü,  $\mathbf{Q}_e^i$  ve  $\mathbf{Q}_v^i$  ise sırasıyla sisteme etkiyen dış kuvvetler vektörünü ve kuadratik hız vektörünü ifade etmektedir. Bu kuadratik hız vektörü ifadesi;

$$\mathbf{Q}_v^i = -\dot{\mathbf{M}}^i \dot{\mathbf{q}}_r^i + \left( \frac{\partial T^i}{\partial \dot{\mathbf{q}}_r^i} \right)^T = [(\mathbf{Q}_R^i)_e^T \quad (\mathbf{Q}_\theta^i)_v^T]^T = [0^T \quad \bar{\boldsymbol{\omega}}^i{}^T \bar{\mathbf{I}}_{\theta\theta}^i \dot{\bar{\mathbf{G}}}^i]^T \quad (2.181)$$

olarak tanımlanmaktadır.

sonuç olarak, çoklu cisim sisteminin hareket denklemi;

$$\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}_r^i + \mathbf{C}_{q_r^i}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e^i + \mathbf{Q}_v^i, \quad i = 1, 2, \dots, n_b \quad (2.183)$$

ve matris formunda

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v \quad (2.184)$$

haline dönüşmektedir. Burada  $\mathbf{q}$ , çoklu cisim sisteminin genel koordinat vektörüdür. Hareket denklemini oluşturan diğer bileşenler ise açık olarak;

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{M}^{n_b} \end{bmatrix} \quad (2.185)$$

$$\mathbf{C}_q^T = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{q_r^1}^T \\ \mathbf{C}_{q_r^2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{q_r^{n_b}}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e^1 \\ \mathbf{Q}_e^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_e^{n_b} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_v^1 \\ \mathbf{Q}_v^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_v^{n_b} \end{bmatrix} \quad (2.186)$$

şeklinde ifade edilebilirler.

## 2.4 Manyezit Vagonunun Modellenmesi

### 2.4.1 Vagonun fiziksel özellikleri

Analizini yapmış olduğumuz manyezit yük vagonu ile ilgili fiziksel özellikler:

Vagonun Ağırlığı: 17860 kg

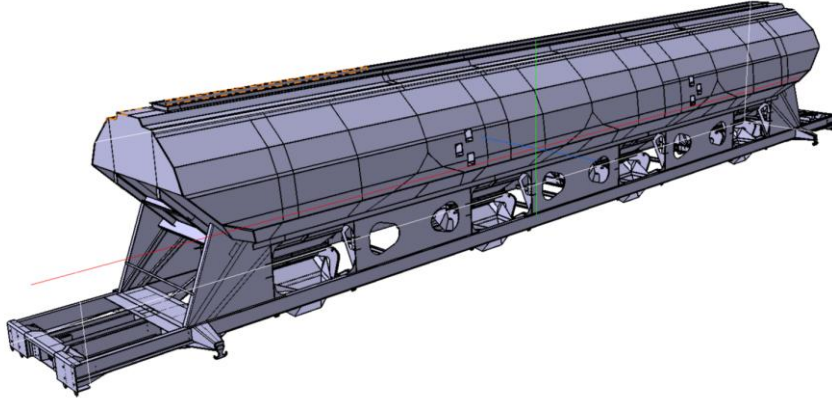
Vagonun atalet tensörü:

**Çizelge 2. 1:** Vagona ait atalet tensörü.

| <b>m</b> | <b>I<sub>xx</sub></b>      | <b>I<sub>yy</sub></b>       | <b>I<sub>zz</sub></b>       |
|----------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 17860 kg | 24247.498 kgm <sup>2</sup> | 469000.789 kgm <sup>2</sup> | 464315.408 kgm <sup>2</sup> |

+z yönünde vagon uzunluğu:  $L = 4261,799 \text{ mm}$

+x yönünde vagon uzunluğu:  $L = 2649,835 \text{ mm}$



**Şekil 2. 8 :** Manyezit vagonunun CAD modeli.

Şekil 2.8 de görüldüğü üzere vagon üzerinde yüklemelerin yapıldığı 4 adet bunker bulunmaktadır.

Bunkerlerden her birinin taşıdığı ağırlık :  
16255,432kg dır.

#### **2.4.2 Modal analiz ve rijit cisim modları**

Modal analizler bize analiz etmekte olduğumuz yapıyla ilgili önemli verilere ulaşmamızı sağlamaktadır. Bunlarda en önemlisi doğal frekanslardır. Doğal frekanslar cismin rijitliği hakkında fikir vermektedirler.

##### **2.4.2.1 Titreşim**

Titreşim, bir cisim ya da sistemin denge konumundan uzaklaştırıldığında yapacağı salınma hareketidir. Titreşim analizlerindeki incelemeler serbest ve zorlanmış titreşimler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Genel olarak, üzerine ağırlık veya yay kuvveti etki eden bir cisim denge konumundan uzaklaştırıldığında, serbest (doğal) titreşim yapar. Bir dış kuvvetin etkisi altında harekete zorlanan sistem de zorlanmış titreşim yapar. Doğal ya da zorlanmış titreşim yapan cisim ya da sistemlerde hareket, sonsuz süre devam eden (sürekli) hareket olabildiği gibi zamanla yok olan sönümlü

titreşim hareketi de olabilir. Genel olarak, gerçek halde her zaman mevcut olan, sürtünme kuvveti ve sönümleyiciler (damper) titreşen sistemin sönümlü titreşimine sebep olurlar. Zoraki titreşim halinde bu iki etkiden dolayı olan kayıplar dış zorlama fonksiyonu tarafından karşılanamıyorsa, sistem sönümlü titreşim yapacak, karşılanıyorsa da sistem sönümsüz titreşim yapacaktır.

**Doğal Frekans:** Bir cismin sadece esnekliğine ve kütlesine bağlı olan ve cismin o frekansta uyarılırsa, yüksek genlikle ve sürekli olarak titreşeceği frekansa doğal frekans denir. Diğer bir deyişle doğal frekans her bir cisme ait öyle bir frekanstır ki, Cisim o frekansta bir kere uyarıldıktan sonra uyarı kesilse bile titreşmeye devam eder.

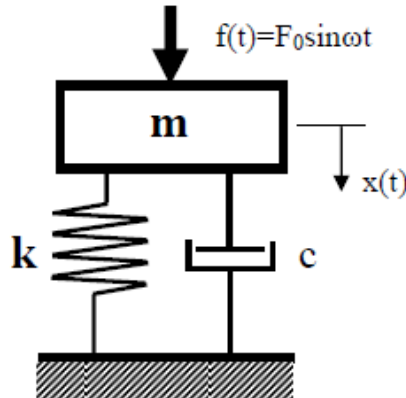
**Rezonans:** Bir cismin doğal frekansı ile çakışan bir frekansta uyarılması sonucunda ortaya çıkan fiziksel olaya rezonans denir. Rezonansa girmiş bir cisim aşırı şekilde titreşir. Zira bu frekansta cisim üzerine etki eden atalet kuvvetiyle cismin esnekliğinden kaynaklanan yay kuvveti birbirine eşit; fakat ters işaretli olduğundan birbirini götürür. Geriye sadece sönümleme kuvveti kalır. Bu kuvvet de sönümleme katsayısına bağlı olarak cismin hangi genlikle titreşeceğine karar verir.

#### 2.4.2.2 Sönümlü zorlanmış titreşim (Harmonik zorlama)

Aşağıdaki şekilde verilen tek serbestlik dereceli harmonik zorlama etkisindeki sönümlü bir sistem için hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

Burada  $m$  kütlesi,  $F$  genliği ile etki eden sinüzoidal bir kuvvet etkisiyle,  $K$  katsayısı ve  $C$  sönümleme katsayısına sahip bir sisteme bağlı olarak titreşmektedir.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (2.187)$$



**Şekil 2. 9 :** Tek serbestlik dereceli sönümlü zorlanmış titreşim sistemi.

Sönüm oranı için  $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$  ifadesi kullanılırsa hareket denklemi;

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{F_0}{m} \sin\omega t \quad (2.166)$$

şekline dönüşecektir. Bu diferansiyel denklemin çözümü homojen çözüm ile özel çözümün toplamı şeklinde ifade edilebilir. Homojen çözüm başlangıç şartlarına bağlıdır, özel çözüm ise dış zorlama ile oluşur.

Başlangıç şartlarına bağlı çözüm, sönümlü durum için zaman ilerledikçe kaybolacaktır ve sistem cevabı sadece zorlama ile elde edilen çözüm olacaktır. Bu nedenle özel çözüme (zorlamaya bağlı çözüm) düzgün rejim cevabı da denir. Özel çözümün formu, zorlama formunda kabul edilerek;

$$x_o(t) = x(t) = X\sin(\omega t - \varphi) \quad (2.188)$$

çözümün türevleri diferansiyel denklemde yerine konur ise;

$$\dot{x}(t) = \omega X \cos(\omega t - \varphi) \quad (2.189)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 X \sin(\omega t - \varphi)$$

ve böylece;

$$\begin{aligned} -\omega^2 X \sin(\omega t - \varphi) + 2\zeta\omega_n(\omega X \cos(\omega t - \varphi)) + \omega_n^2 X \sin(\omega t - \varphi) \\ = \frac{F_0}{m} \sin\omega t \end{aligned} \quad (2.190)$$

trigonometrik açılımlardan yararlanılarak;

$$\sin(\omega t - \varphi) = \sin\omega t \cos\varphi - \sin\varphi \cos\omega t \quad (2.191)$$

$$\cos(\omega t - \varphi) = \cos\omega t \cos\varphi + \sin\varphi \sin\omega t \quad (2.192)$$

$$-\omega^2 X \sin\omega t \cos\varphi + \omega^2 X \sin\varphi \cos\omega t + 2\zeta\omega_n \omega \cos\omega t \cos\varphi \quad (2.193)$$

$$+ 2\zeta\omega_n \omega \sin\varphi \sin\omega t + \omega_n^2 X \sin\omega t \cos\varphi - \omega_n^2 X \sin\varphi \cos\omega t$$

$$= \frac{F_0}{m} \sin\omega t$$

$$[-\omega^2 \cos\varphi + 2\zeta\omega_n \omega \sin\varphi + \omega_n^2 \cos\varphi] X \sin\omega t = \frac{F_0}{m} \sin\omega t \quad (2.194)$$

$$[-\omega^2 \sin\varphi + 2\zeta\omega_n \omega \cos\varphi + \omega_n^2 \sin\varphi] X \cos\omega t = 0 \quad (2.195)$$

$$[2\zeta\omega_n \omega \sin\varphi + (\omega_n^2 - \omega^2) \cos\varphi] X = \frac{F_0}{m} \quad (2.196)$$

$$[2\zeta\omega_n \omega \cos\varphi + (\omega^2 - \omega_n^2) \sin\varphi] X = 0 \quad (2.197)$$

$$\left[ 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \sin\varphi + \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) \cos\varphi \right] X = \frac{F_0}{k} \quad (2.198)$$

$$[2\zeta\omega_n\omega\cos\varphi + (\omega^2 - \omega_n^2)\sin\varphi]X = 0 \rightarrow \quad (2.199)$$

$$[2\zeta\omega_n\omega\cos\varphi - (\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi]X = 0$$

$$\frac{1}{\omega_n^2} [2\zeta\omega_n\omega\cos\varphi - (\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi]X = 0 \frac{1}{\omega_n^2} \quad (2.200)$$

$$2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \cos\varphi = \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) \sin\varphi \quad (2.201)$$

$$\tan\varphi = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \rightarrow (2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2 \quad (2.202)$$

$$\sin\varphi = \frac{2\zeta r}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}} \quad (2.203)$$

$$\cos\varphi = \frac{1 - r^2}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}} \quad (2.204)$$

$$\left[ 2\zeta r \frac{2\zeta r}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}} + (1 - r^2) \frac{(1 - r^2)}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}} \right] X = \frac{F_0}{k} \quad (2.205)$$

$$\frac{X}{F_0/k} = \frac{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}}{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2} = \frac{1}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}} \quad (2.206)$$

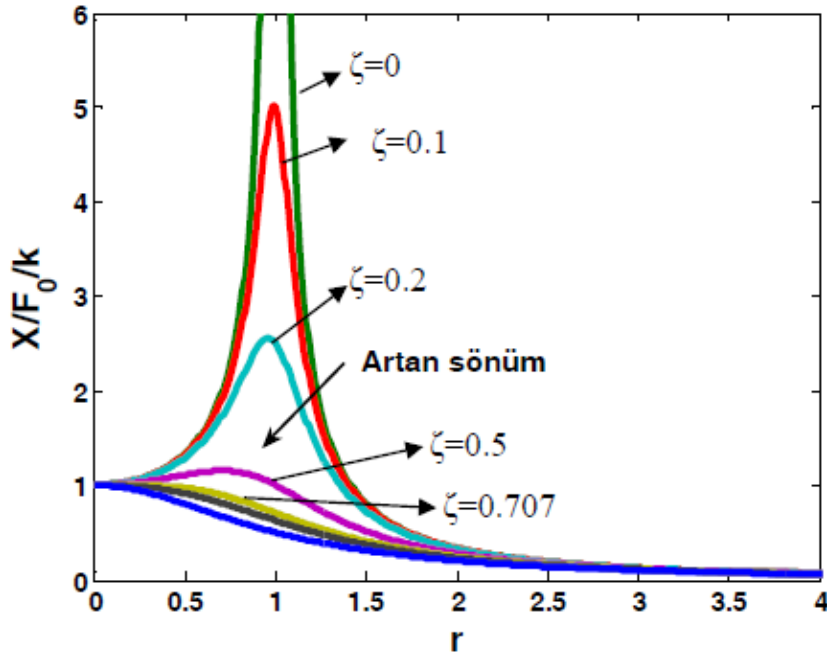
$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \right) \quad (2.207)$$

Sonuç olarak, sistemde bulunan m kütlesi, F kuvveti ortadan kaldırıldığında titreşmeye devam ediyorsa o zaman  $\omega$  frekansı doğal frekansa eşittir.

Sistemi ifade eden ilk denklem, sağ taraf sıfıra eşit olacak şekilde yeniden yazılırsa;

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.208)$$

Olacaktır. Burada, birinci terim atalet kuvvetini, ikinci terim sönümlleme kuvvetini üçüncü terim ise yay kuvvetini göstermektedir. Birinci ve üçüncü terim birbirini götürdüğünde yay-kütle sistemine etki eden yalnızca sönümlleme kuvveti kalır. Öyleyse rezonans meydana geldiğinde, titreşim genliğine yalnızca sönümlleme katsayısı karara verir. Sönümlleme arttırıldığı takdirde, titreşim genliğini azaltmak mümkündür.



**Şekil 2. 10** : Farklı sönüm değerlerine göre, cevap genliği-frekans eğrileri.

Rezonans durumu incelenir ise;

Rezonans durumunda genlik en büyük değere sahiptir. En büyük genliğin elde edildiği frekans değerine rezonans frekansı adı verilir. Bu frekans değerinde cevap genliği eğrisinin türevi sıfıra eşittir.

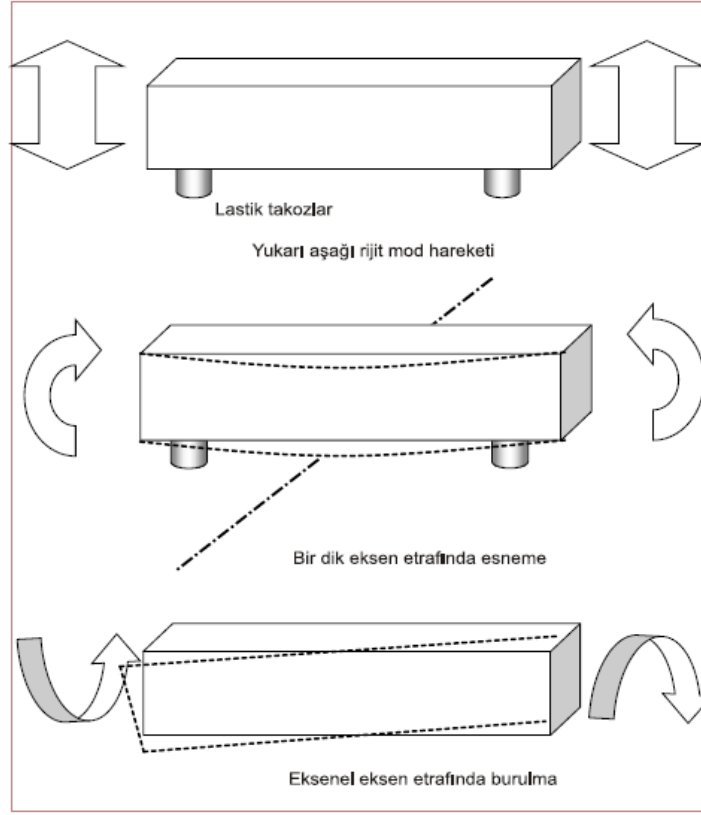
#### 2.4.2.3 Modal analiz ile doğal frekans bulma

Bir cisim üç ayrı şekilde titreşebilir bunlar; Rijit mod, esneme modu, burulma modudur. Doğal frekans hesabı yukarıda tek formülle ifade edildiği gibi basit bir iş değildir. Bu karmaşık işlem en kolay FEM (sonlu eleman analizi yöntemiyle) hesaplanmaktadır. Doğal Frekanslar ve mod şekilleri; sönümsüz dinamik hareket denklemleri kullanılarak belirlenmektedir.

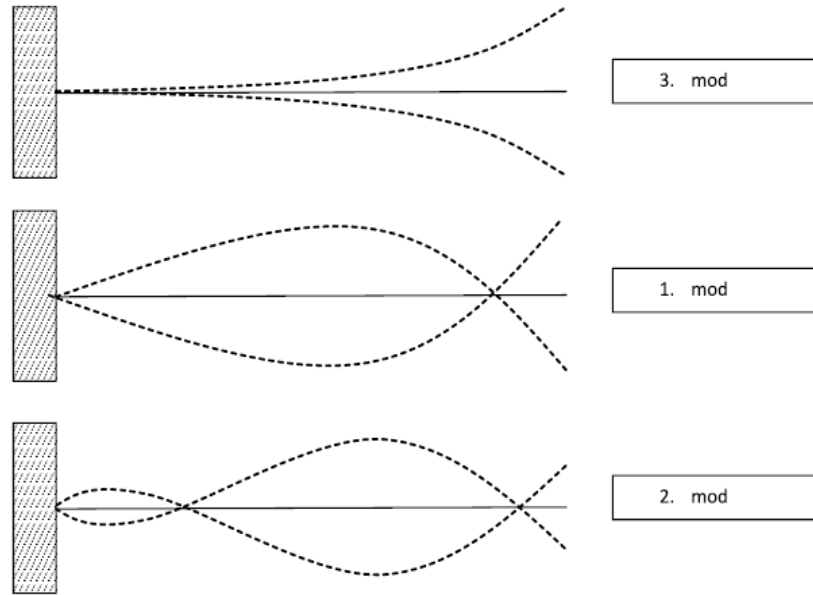
$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\} \quad (2.209)$$

Eşitlikte,  $[M]$  ve  $[K]$ , kütle ve rijitlik matrislerini,  $\{\ddot{u}(t)\}$  ve  $\{u(t)\}$  ise zamana bağlı ivme ve yer değiştirme vektörlerini göstermektedir. Denklemin çözümünden sistemin serbestlik derecesi kadar sönümsüz doğal açısal frekans  $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n)$  elde edilmektedir. her bir doğal frekansa karşılık yapının almış olduğu şekli mod şekli olarak tanımlanmaktadır. Doğal frekansların küçükten büyüğe doğru sıralanması sonucu elde edilen en küçük frekans temel frekans ve bu frekansa karşılık gelen mod

şekli birinci mod şekli olarak adlandırılır. Elde edilen modal parametreler, malzeme özelliklerine bağlı olarak değişkenlikler gösterebilmektedir.



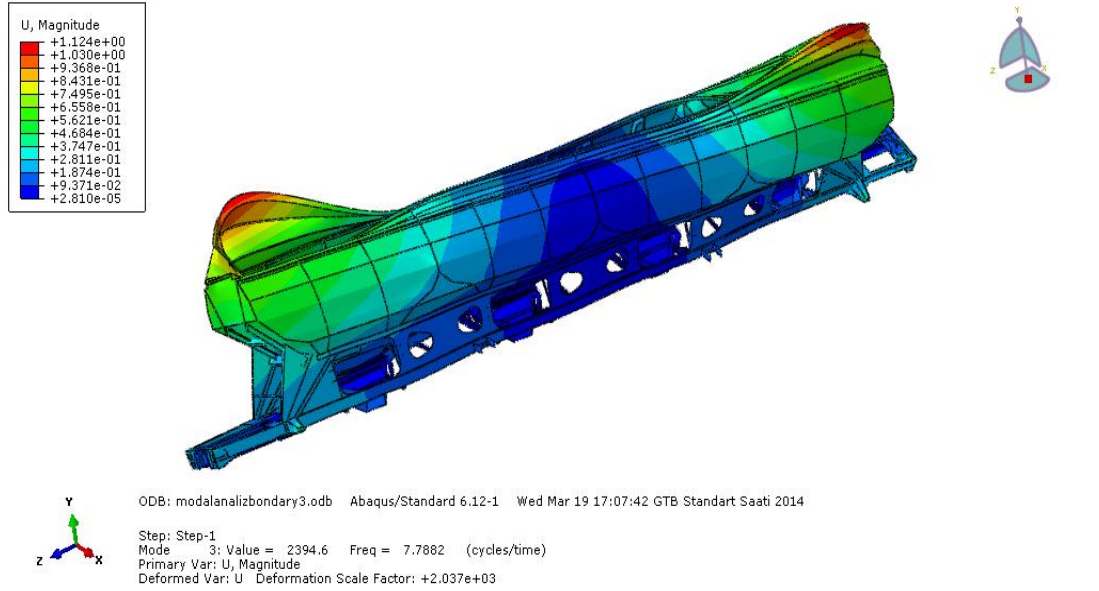
**Şekil 2. 11:** Prizmatik cismin mod hareketleri.



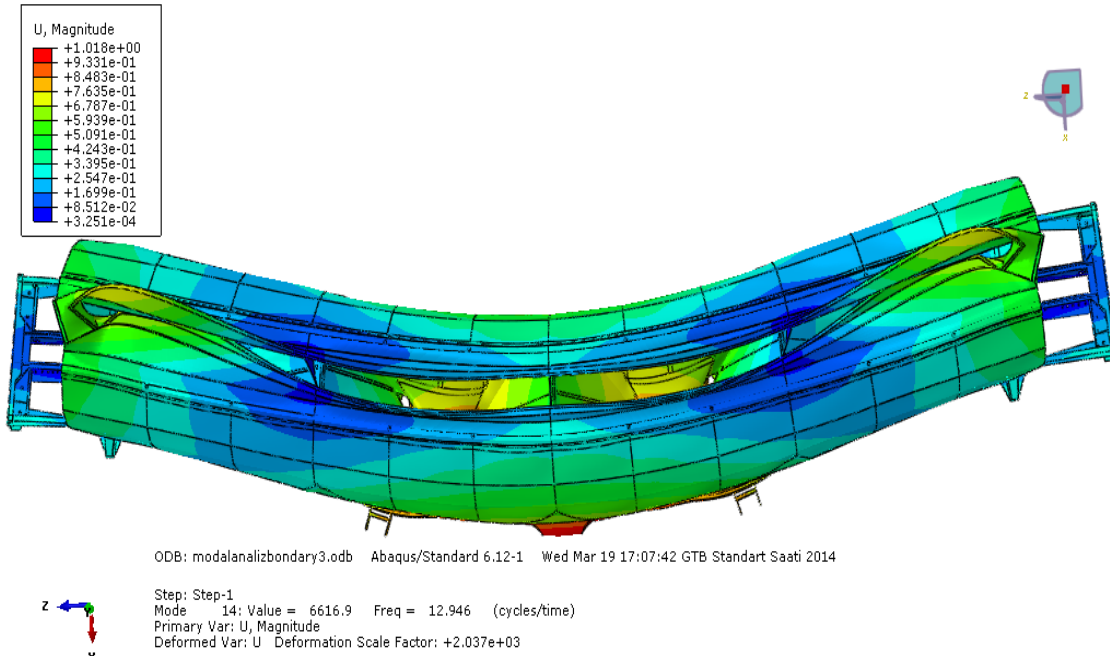
**Şekil 2. 12:** Ankastre kirişin mod hareketleri.

#### 2.4.2.4 Modal analiz sonuçları

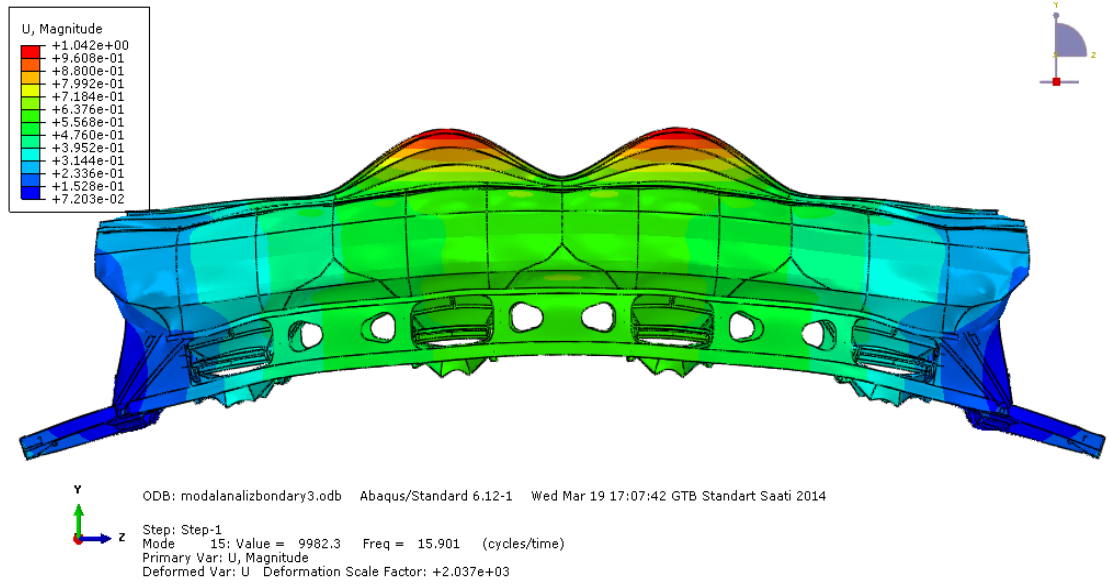
Mod analizleri esnasında yalnızca pivo noktalarında x,y ve z yönlerinde ötelenme kısıtları olarak belirlenen sınır koşullarıyla birlikte vagon yoğunluğu  $7,85 \times 10^{-6} (kg/mm^3)$  olarak belirlenen model için salınım modları oluşturulmuştur.



Şekil 2. 13: Burulma modu.



Şekil 2. 14: 1. Eğilme modu.



**Şekil 2. 15:** 2. Eğilme modu.

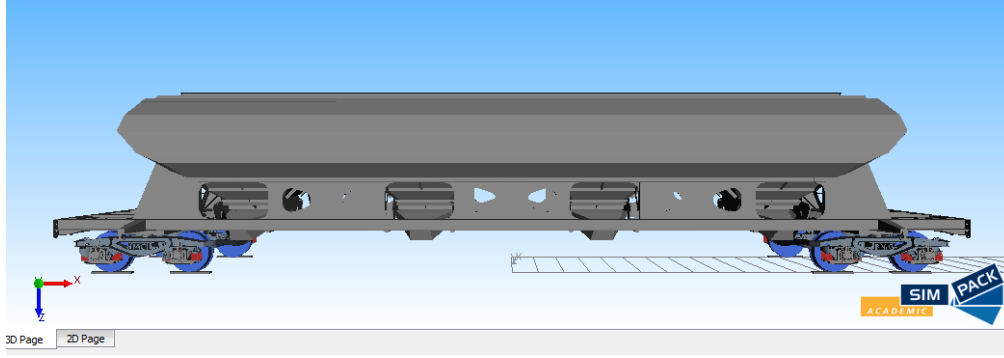
Modal analiz sonuçlarından da görüldüğü üzere, vagon modeli ana titreşim modlarında yüksek doğal frekans değerlerine sahiptir. Bu yüzden dinamik analizler esnasında vagonu rijit cisim olarak modellemek ortaya çıkacak sonuçlar açısından büyük farklılıklar doğurmayacağı düşünülmüş, çoklu cisim dinamiği sistemi olarak seçtiğimiz Simpack programında vagon modelimiz rijit olarak seçilmiştir.

## 2.5 Çoklu Cisim Dinamiği Sisteminin ‘Simpack’ Programında Oluşturulması

Vagon modelinin bir çoklu cisim sistemi olarak tanımlanması, hareketi esnasında vagon üzerine etki eden kuvvetlerin ve vagon üzerinde oluşan ivmelenme değerlerinin ölçülebilmesi amacıyla ‘Simpack’ programı kullanılmıştır.

Simpack, çoklu cisim sistemlerinin dinamik davranışlarının modellenmesinde ve bu sistemlerin dinamik analizleri sonucu ortaya çıkan hız, tork, kuvvet, açısal hız, açısal ivme v.b. değerlerinin okunması amacıyla kullanılan bir yazılımdır.

CAD dizaynı önceden yapılmış olan modeller simpack içerisinde açılabilir şekilde dönüştürülür ve programın içine dahil edilir. Daha sonra program dahilinde, modelin uzaydaki konumu, açısal pozisyonu gibi geometrik özellikleri, ve kütlesi, atalet tensörü ve ağırlık merkezinin konumu gibi kütsel özellikleri ve sistemi oluşturan cisimler arasında var olan bağlar ve kuvvet elemanları istenildiği gibi değiştirilebilir, özellikleri belirlenebilir.



Şekil 2. 16: Tamamlanmış vagon modeli.

| Parameter                 | Current value          | Unit | Slider limits |
|---------------------------|------------------------|------|---------------|
| s : Longitudinal position | 0                      | m    | -1 to 1       |
| y : Lateral position      | -8.183264067415524e-13 | m    | -1 to 1       |
| z : Vertical position     | 0.01524927178709262    | m    | -1 to 1       |
| phi: Roll angle           | 6.175810278743714e-11  | deg  | -180 to 180   |
| psi: Yaw angle            | -7.087988983920539e-15 | deg  | -180 to 180   |
| gam: Pitch angle          | -0.0001120442005493729 | deg  | -180 to 180   |

Şekil 2. 17: Kinematik bağların konumları ve açısal pozisyonları.

Name: \$J\_Body

From Marker: \$M\_Isys

To Marker: \$M\_Body\_BRF

Type: 7: General Rail Track Joint

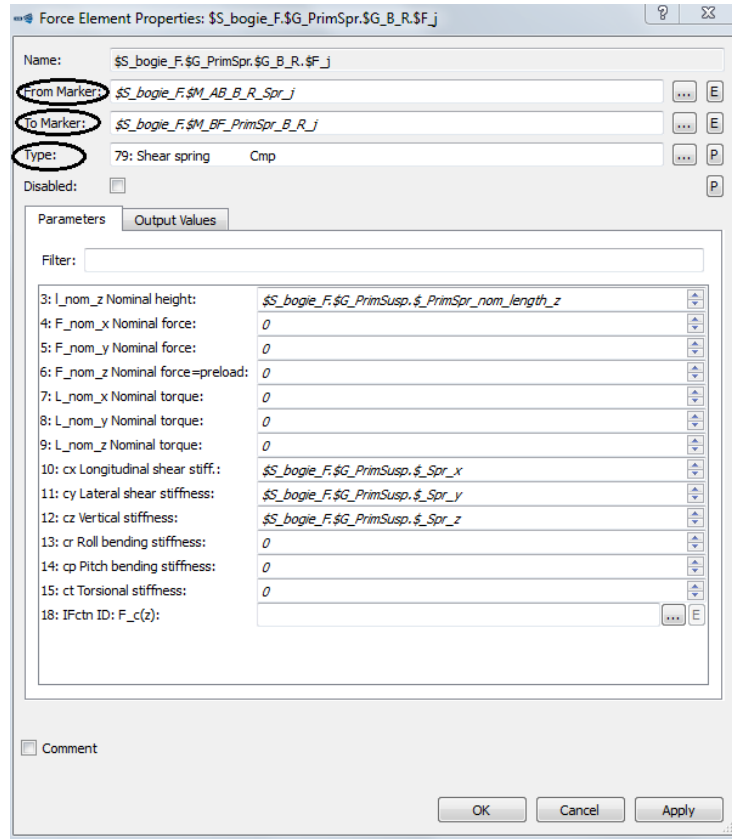
|   | Description               | Pos. | Vel. | Dep.        | Equilibrium       |
|---|---------------------------|------|------|-------------|-------------------|
| 1 | s : Longitudinal position | 0    | 1    | independent | Calculate pos+vel |
| 2 | y : Lateral position      | 0    | 0    | independent | Calculate pos+vel |
| 3 | z : Vertical position     | 0    | 0    | independent | Calculate pos+vel |
| 4 | phi: Roll angle           | 0    | 0    | independent | Calculate pos+vel |
| 5 | psi: Yaw angle            | 0    | 0    | independent | Calculate pos+vel |
| 6 | gam: Pitch angle          | 0    | 0    | independent | Calculate pos+vel |

Edit states interactively...

☐ Comment

OK Cancel Apply

Şekil 2. 18: Kinematik bağların hangi koordinat sistemleri arasında tanımlı olduklarını ve türlerini gösteren özellikler kısmı.



**Şekil 2. 18:** Kuvvet elemanlarının hangi koordinat sistemleri arasında tanımlı olduklarını ve türlerini gösteren özellikler kısmı.



### **3. DEMİRYOLU ARAÇLARININ SEYİR TESTLERİ İLE İLGİLİ STANDARTLAR**

Ray üzerinde yapılacak olan demiryolu araçları testleri, belirli ray standartları prosedürü dahilinde hazırlanmalıdır. Bu bölümde Demiryolu araçları için belirlenmiş olan ray standartları anlatılmıştır.

#### **3.1 Genel**

Yeni veya modifiye edilmiş olan tüm demiryolu taşıtlarının dinamik karakteristiklerine göre kontrol edilmeleri gerekmektedir bu kontrol konuları:

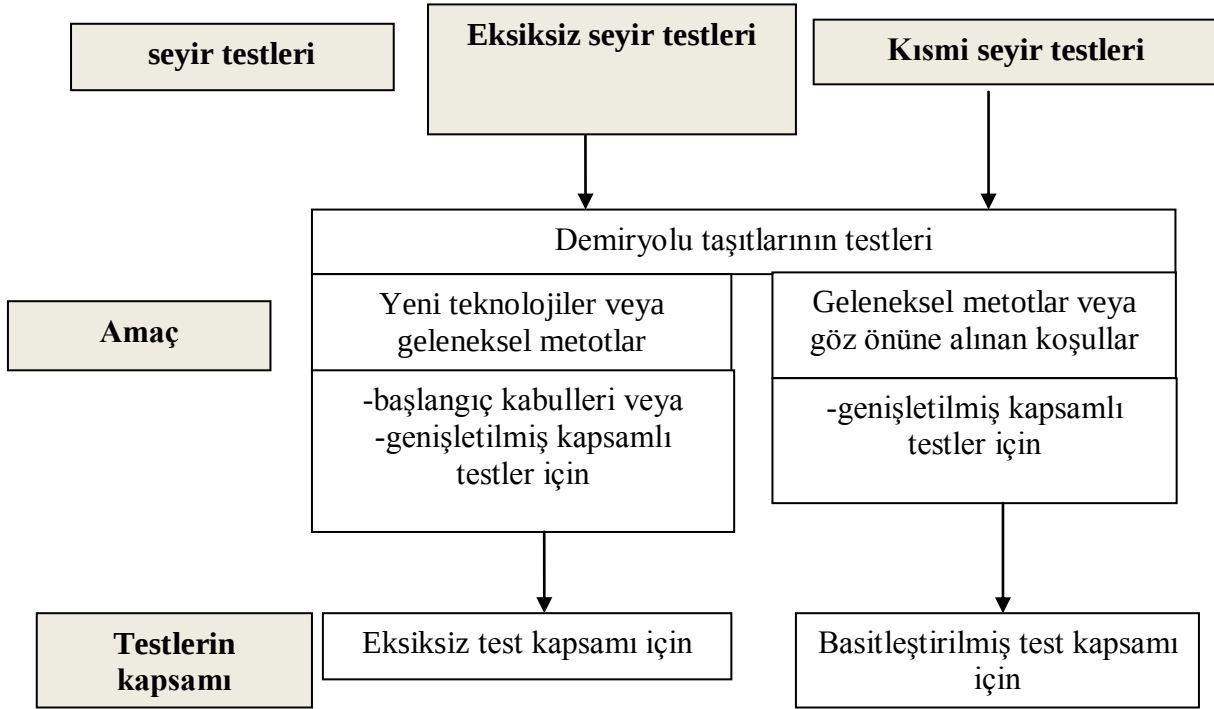
- yapılacak seyir testi tipleri: eksiksiz, kısmi veya hiç;
  - kullanılacak ölçüm yöntemleri: normal veya basitleştirilmiş;
  - göz önüne alınacak değerler: değerlendirme verileri ve onların limit değerleri;
  - test edilen araca bağlı olan koşullar;
  - test yapılan hatlara bağlı olan koşullar;
  - test bölümleri, yatay kurpların koşulları, hız ve dever değerlerine bağlı gereksinimler;
  - her bir test bölümünü, ray kesimlerine (track sections) ayırma yöntemleri;
  - dinamik verileri kayıt etme ve filtreleme (işleme) koşulları;
  - Bu verileri istatistiksel işleme:
    - her bir ray kesimindeki değerlendirme verilerine ait uygun değerlerin belirlenmesi
    - her bir test bölgesindeki ray kesimlerinden alınan bağımsız verilere dayanarak ve istatistiksel olarak, test bölgelerinde her bir değerlendirme verisine ait tahmin edilen değerlerin belirlenmesi;
    - bu tahmin edilen değerlerin, uygun limit değerleri ile karşılaştırılması;
- gibi bölümleri içermektedir.

### 3.2 Ray Üzerinde Yapılan Testlerin Türleri Ve Ölçme Teknikleri

#### 3.2.1 Seyir testi tiplerinin seçimi

Çalışma karakteristikleri testlerinde kullanılan iki farklı tipteki seyir testleri

- Kısmi seyir testleri
- Eksiksiz testler



**Şekil 3. 1:** Seyir testi karakteristikleri.

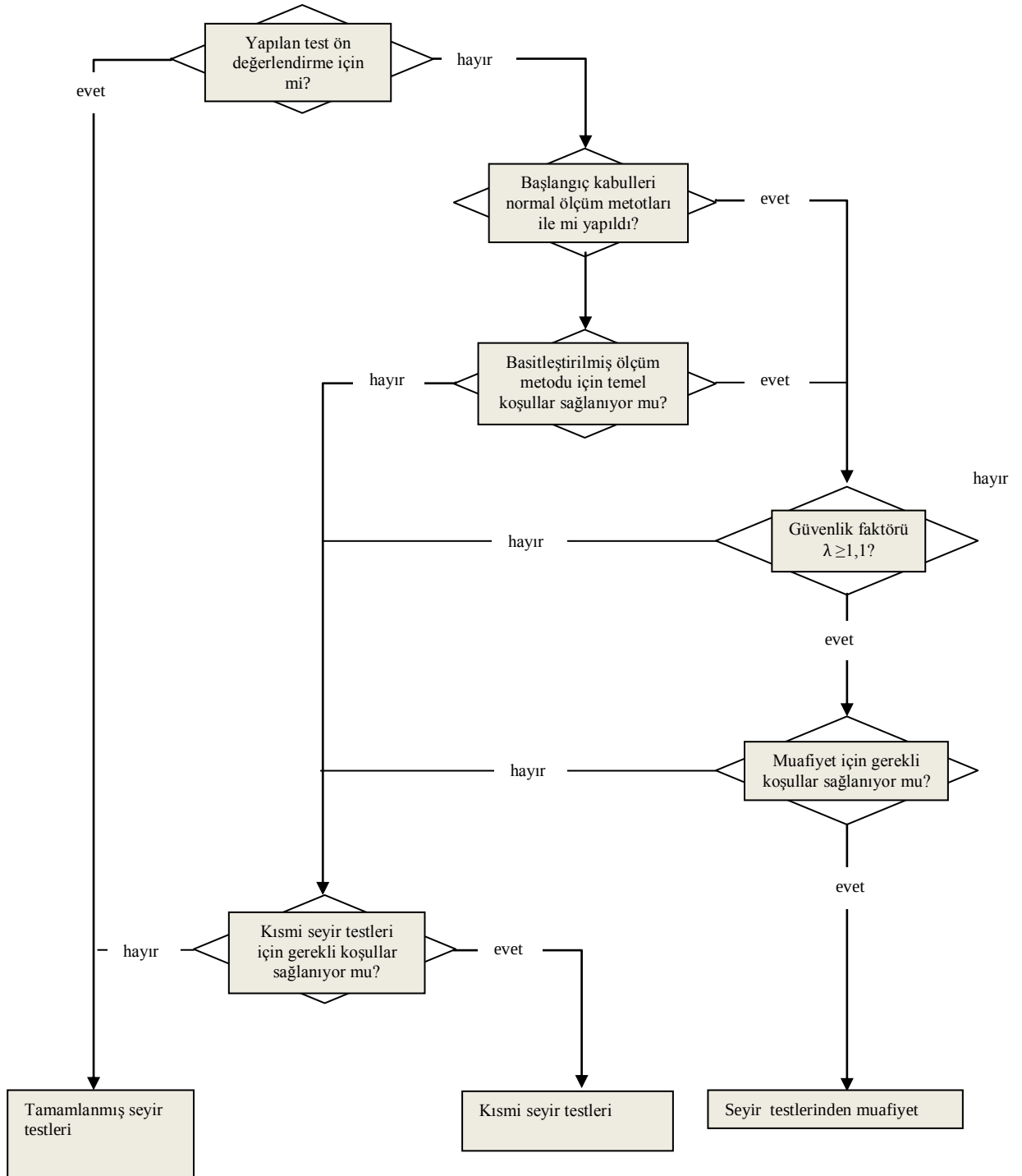
Eksiksiz seyir testleri, testlerin, test bölgelerinin tamamı kullanılarak yapılmasını gerektirmektedir. Kısmi seyir testleri ise seçilen test koşulları altında veri alınmasına izin vermektedir.

Şekil 2.2. de uygun test tiplerinin seçim yöntemi gösterilmektedir.

Eksiksiz seyir testleri, ön değerlendirmeler aşamasında kullanılmaktadır. Eğer çizelge 2.1 deki ‘kısmi seyir test uygulamaları’ bölümü tam doldurulamamışsa değerlendirmelere ek olarak eksiksiz seyir test kapsamı kullanılabilir.

İzin verilen maksimum hızları 60 km/saat den küçük olan vagonlar seyir testlerinden muaf tutulmaktadır.

Eksiksiz seyir testlerinden alınan sonuçlar



**Şekil 3. 2 : Uygun seyir testlerinin seçimi.**

Onama aşamasının uzatılması durumunda eğer;

- Ön değerlendirme testleri normal ölçme teknikleriyle yapılmışsa veya basitleştirilmiş ölçme yöntemlerinin uygulanabilmesi için temel koşullar sağlanıyorsa,
- Ön değerlendirme aşamasında güvenlik faktörünün  $\lambda \leq 1,1$  olması koşulu sağlanıyorsa,
- Vagon parametrelerinin değişme aralığı tablo 1 de belirtilen sınırlar içerisindeyse,

vagonların seyir testlerinden muaf tutulmaları söz konusu olabilir.

Not:

- Aracın veya yürüyen aksamın dizayn parametreleri değişirse,
- Araçta uygulama parametreleri değiştiğinde (izin verilen maksimum hız, izin verilen maksimum dever miktarı),
- Onay verilen bir demiryolu aracının yürüyen aksamının başka bir vagona kullanılması halinde,

Değerlendirme testleri uzatılabilir, eklemeler yapılabilir.

Demiryolu araçlarına ait parametrelerdeki değişim oranı tablo 1 de belirtilen sınırlar içerisindeyse, önceden onaylanmış vagonlar için ek değerlendirmeler yapmak amacıyla kısmi seyir testleri de uygulanabilir.

Bu türdeki araçlar için modifikasyon oranı aşağıdaki formölde gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\frac{X_{son} - X_{ilk}}{X_{ilk}} \quad (3.1)$$

**Çizelge 3. 2:** Test türlerinin ayrılması ve  $\lambda \geq 1$  olması durumunda kısmi seyir testlerinin uygulanması.

| Değiştirilen Parametre                                                                                                                                                                                                                                                                                | Basitleştirilmiş ölçüm metodu                 |                                                                                                                                   | Aks kuvvetlerinin ölçümü                      |                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Lokomotifler, çoklu üniteler, yolcu vagonları | Yük stoğu                                                                                                                         | Lokomotifler, çoklu üniteler, yolcu vagonları | Yük stoğu                                                                                                                                     |
| <b>Operasyon parametreleri</b>                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                               |                                                                                                                                   |                                               |                                                                                                                                               |
| İzin verilen maksimum hız artışı                                                                                                                                                                                                                                                                      | --- <sup>b</sup>                              | --- <sup>b</sup>                                                                                                                  | 0km/sa den +20km/sa ya                        | 0km/sa den +20km/sa ya                                                                                                                        |
| <b>Araç parametreleri</b>                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                               |                                                                                                                                   |                                               |                                                                                                                                               |
| Boji merkezleri arasındaki mesafe                                                                                                                                                                                                                                                                     | -%5 den +%20 ye                               | 2a <sup>*</sup> ≥ 9m <sup>e</sup> için<br>-%15 den +A <sup>a</sup> ya<br>2a <sup>*</sup> < 9m <sup>e</sup> için<br>-%5den +Aa ya  | -%10 dan +A <sup>a</sup> ya                   | 2a <sup>*</sup> ≥ 9m <sup>e</sup> için<br>-%30 dan +A <sup>a</sup> ya<br>2a <sup>*</sup> < 9m <sup>e</sup> için<br>-%10dan +Aa ya             |
| Araçları dingil mesafesi (2 akslı araçlar için)                                                                                                                                                                                                                                                       | Uygulanabilir değil                           | 2a <sup>*</sup> ≥ 8m <sup>e</sup> için<br>-%15 den +A <sup>a</sup> ya<br>2a <sup>*</sup> < 8m <sup>e</sup> için<br>-%5 den +Aa ya | Uygulanabilir değil                           | 2a <sup>*</sup> ≥ 8m <sup>e</sup> için<br>-%30 dan +A <sup>a</sup> ya<br>2a <sup>*</sup> < 8m <sup>e</sup> için<br>-%10dan +A <sup>a</sup> ya |
| Ağırlık merkezi yüksekliği-yüklenmemiş araçlarda                                                                                                                                                                                                                                                      | -%20 den +%10 a                               | -%100 den +%10 a                                                                                                                  | -%40 dan +%40 a                               | -%100 den + A <sup>a</sup> ya                                                                                                                 |
| Ağırlık merkezi yüksekliği-yüklü araçlarda                                                                                                                                                                                                                                                            | -%20 den +%10 a                               | -%100 den +%20ye                                                                                                                  | -%40 dan +%40 a                               | -%100 den + A <sup>a</sup> ya                                                                                                                 |
| Yaylanmayan kütle                                                                                                                                                                                                                                                                                     | -%5 den +%5 e                                 | -%100 den +%50ye                                                                                                                  | -%10 dan +%10a                                | Uygulanabilir değil                                                                                                                           |
| Süspanse edilen birincil kütle (eğer aracın ikincil süspansiyon seviyesi yok ise toplam kütle)                                                                                                                                                                                                        | -%5 den +%5 e                                 | Uygulanabilir değil                                                                                                               | -%10 dan +%10a                                | Uygulanabilir değil                                                                                                                           |
| Süspanse edilen ikincil kütle                                                                                                                                                                                                                                                                         | -%10 dan +%10a                                | Uygulanabilir değil                                                                                                               | -%10 dan +%10a                                | Uygulanabilir değil                                                                                                                           |
| Aracın atalet momenti (z-ekseni etrafında)                                                                                                                                                                                                                                                            | -%10 dan +%10a                                | -%100 den +%10 <sup>d</sup> ye                                                                                                    | -%10 dan +%10a                                | -%100 den +%20 <sup>d</sup> ye                                                                                                                |
| Torsiyonel katılık katsayısı $c_t^x \leq 3 \times 10^{10} \text{ kNm}^2 / \text{rad}^e$                                                                                                                                                                                                               | Uygulanabilir değil                           | -%66 dan +%200e                                                                                                                   | Uygulanabilir değil                           | -%66 dan +%200e                                                                                                                               |
| Torsiyonel katılık katsayısı $c_t^x \leq 3 \times 10^{10} \text{ kNm}^2 / \text{rad}^e$                                                                                                                                                                                                               | Uygulanabilir değil                           | +%50 den +A <sup>a</sup> ya                                                                                                       | Uygulanabilir değil                           | -%50 den +A <sup>a</sup> ya                                                                                                                   |
| Araç darası ≥ 12t (bojisiz vagonlarda) veya 16t (bojili vagonlarda) <sup>f</sup> olan araçlar için araç darası                                                                                                                                                                                        | Uygulanabilir değil                           | -%15 den +A <sup>a</sup> ya                                                                                                       | Uygulanabilir değil                           | -%30 dan +A <sup>a</sup> ya                                                                                                                   |
| Maksimum statik tekerlek kuvvetleri                                                                                                                                                                                                                                                                   | Uygulanabilir değil                           | -%100 den +%5e                                                                                                                    | Uygulanabilir değil                           | -%100 den +%10 a                                                                                                                              |
| <b>Boji parametreleri</b>                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                               |                                                                                                                                   |                                               |                                                                                                                                               |
| Boji dingil mesafesi                                                                                                                                                                                                                                                                                  | %0 dan +%5 e                                  | %0 dan +%10 a                                                                                                                     | -%5 den +%20ye                                | -%10 dan +%20ye                                                                                                                               |
| Nominal tekerlek çapı                                                                                                                                                                                                                                                                                 | -%10 dan +%15e                                | -%10 dan +%15e                                                                                                                    | -%10 dan +%15e                                | -%10 dan +%15e                                                                                                                                |
| Birincil düşey süspansiyon sertliği (iki süspansiyon seviyesi olan araçlarda)                                                                                                                                                                                                                         | -%20 den +%20ye                               | %0 dan +%25 e                                                                                                                     | -%40 dan +%40 a                               | %0 dan +%25 e                                                                                                                                 |
| İkincil düşey süspansiyon sertliği (tek süspansiyon seviyesi olan araçlarda toplam sertlik )                                                                                                                                                                                                          | -%10 dan +%10a                                | %0 dan +%25 e                                                                                                                     | -%40 dan +%40 a                               | %0 dan +%25 e                                                                                                                                 |
| Alt geçiş yükleri                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Uygulanabilir değil                           | %5 den %0 a                                                                                                                       | Uygulanabilir değil                           | %5 den %0 a                                                                                                                                   |
| Dingil çatalı : Sertlik                                                                                                                                                                                                                                                                               | %0 dan +%10 a                                 | --- <sup>b</sup>                                                                                                                  | -10 dan %10 a                                 | --- <sup>c</sup>                                                                                                                              |
| Dingil çatalı : sönümlleme, mesafe v.b.                                                                                                                                                                                                                                                               | -%10 dan +%10 a                               | --- <sup>b</sup>                                                                                                                  | -10 dan %10 a                                 | --- <sup>c</sup>                                                                                                                              |
| Bojinin rotasyonel torku                                                                                                                                                                                                                                                                              | -%10 dan +%10 a                               | -%20 den +%20 ye                                                                                                                  | -%20 den +%20 ye                              | -%20 den +%20 ye                                                                                                                              |
| Bojinin atalet momenti (z-ekseni etrafında)                                                                                                                                                                                                                                                           | -%100 den +%5 e                               | -%100 den +%10 a                                                                                                                  | -100 den +%10 a                               | -%100 den +%20ye                                                                                                                              |
| İkincil düşey süspansiyon (sertlik, sönümlleme, mesafe v.b.)                                                                                                                                                                                                                                          | -%10 dan +%10 a                               | --- <sup>b</sup>                                                                                                                  | -10 dan %10 a                                 | --- <sup>c</sup>                                                                                                                              |
| <p>a Bu belgeden gelen bir limitlendirme yok, diğer yönetmeliklerden gelen kısıtlamalar olabilir.</p> <p>b seyir testlerinden muafiyet söz konusu değil</p> <p>c Bütün (complete) seyir testleri gereklidir</p> <p>d Yalnızcabojisiz araçlar için</p> <p>e Başlangıç değeri</p> <p>f Bitiş değeri</p> |                                               |                                                                                                                                   |                                               |                                                                                                                                               |

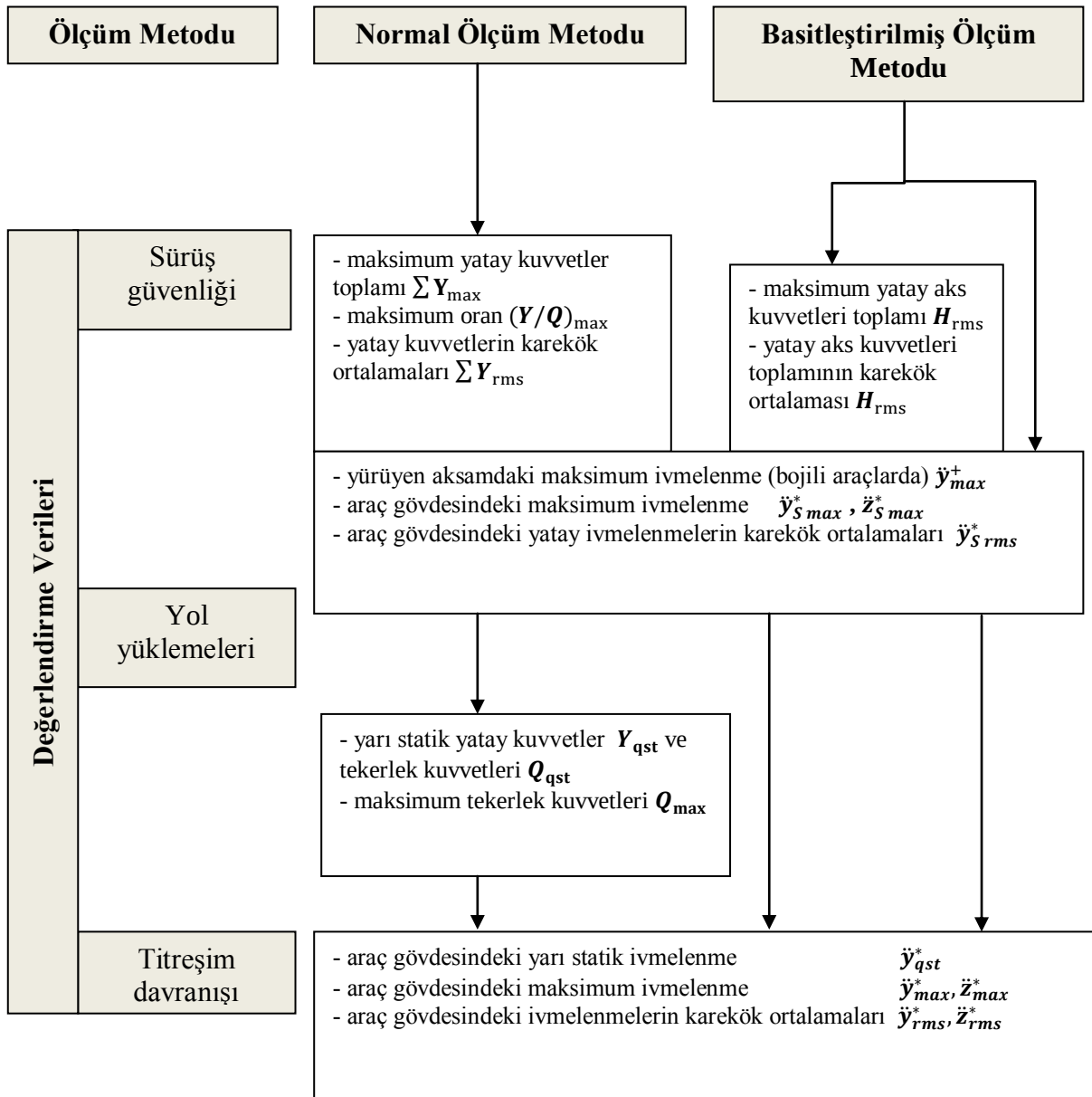
### 3.2.2 Ölçüm metotlarının seçimi

#### 3.2.2.1 Genel

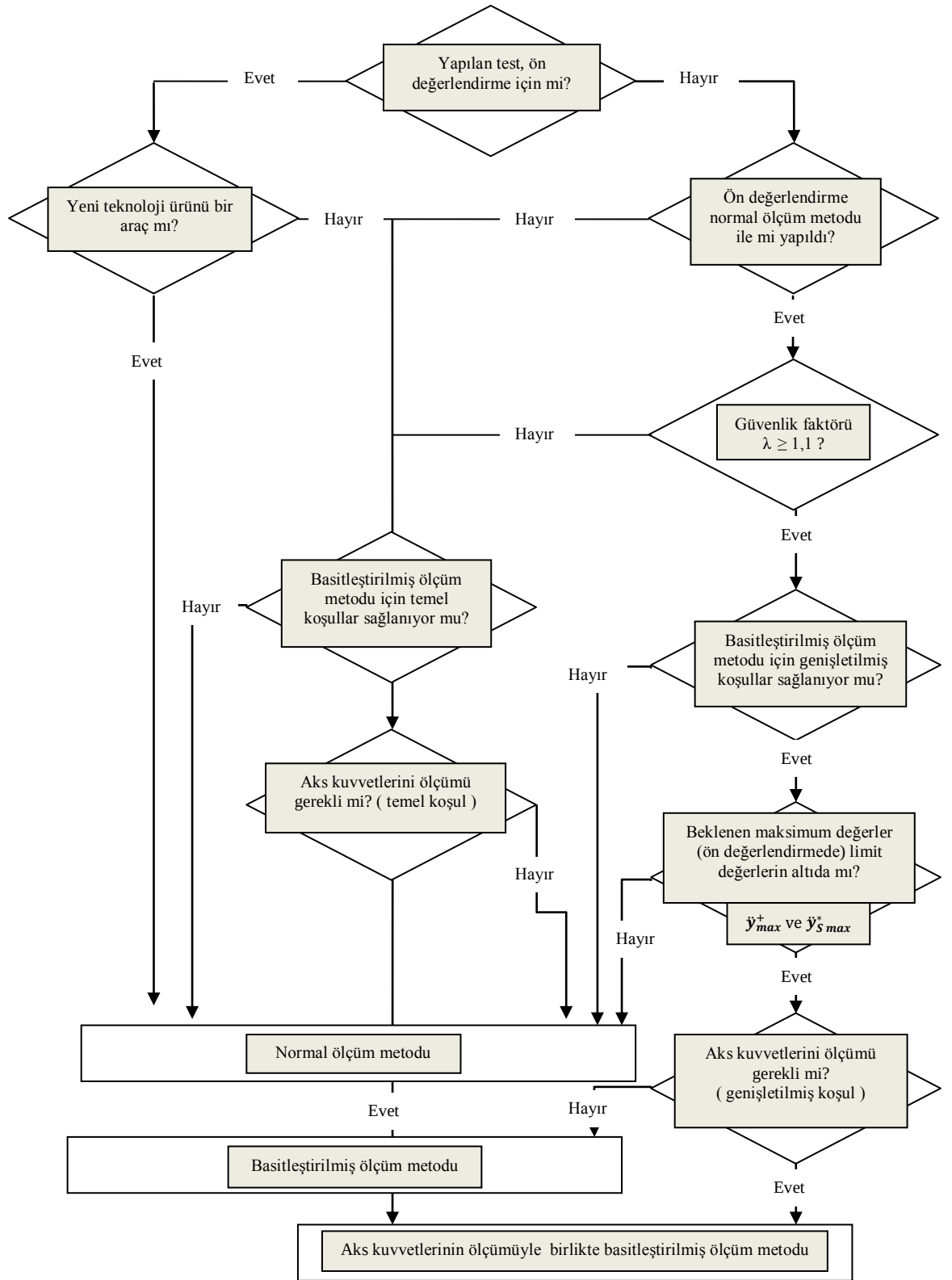
Bütün ve kısmi testler iki değişik ölçüm metodu kullanılarak yapılmaktadır.

- Normal ölçme metodu
- Basitleştirilmiş ölçme metotları

Şekil 3.3. Te her iki metotta kullanılan değerlendirme verileri kısaca gösterilmektedir.



Şekil 3. 3: Ölçüm metodları ve değerlendirme verileri.



Şekil 3. 4: Ölçüm metodunun seçimi.

Not: Normal ölçüm metotlarında ileriki durumlar için şekil 2.3 e ek olarak ivme değerlerinin incelenmesi de gerekmektedir.

Normal ölçüm tekniği kullanılarak yapılan testler;

- Sürüş güvenliği,
- Vagon yüklemeleri,
- Araçların sürüş karakteristiklerinin

Tekerlekle ile raylar arasındaki kuvvetler ve yürüyen aksam ile vagon gövdelerindeki ivmelenme değerlerinden yola çıkarak incelenmesini sağlamaktadır.

Basitleştirilmiş ölçüm teknikleri kullanılarak yapılan testler ise;

- Sürüş güvenliği
- Araçların sürüş karakteristikleri

gibi konuların tekerlekler ve akslar arasındaki yanal yükler ve vagon ve boji gövdelerinden gelen ivme değerleri yardımıyla incelenmesini amaçlamaktadırlar.

Biz analizlerimizde normal ölçüm tekniğini kullanacağız.

### **3.3 Değerlendirme Verileri, Limit Ve Ölçüm Değerleri**

#### **3.3.1 Değerlendirme verileri**

##### **3.3.1.1 Genel**

Değerlendirme verileri, direk olarak ölçülebilir veya ölçülen parametrelerden yola çıkılarak matematiksel olarak hesaplanabilirler.

Değerlendirme verileri, vagon ve raylar arasındaki etkileşimin incelenmesinde ve genel olarak, tekerlek/raylardaki temas noktaları arasında var olan ilişkinin incelenmesi ve açıklanabilmesi amacıyla kullanılırlar.

Genel olarak sürüş karakteristiklerinin test edilmesinde kullanılan değerlendirme verileri aşağıdaki gibidir;

- a) Tekerlekler ve raylar arasındaki kuvvetler:
  - 1) Yatay kuvvetler  $Y$ ,
  - 2) Düşey kuvvetler  $Q$ ,
  - 3) Yatay kuvvetlerin toplamı  $\sum Y$ ,
  - 4) Yatay kuvvetlerin düşey kuvvetlere oranı  $Y/Q$
- b) Boji kuvvetleri:

- 1) Yatay aks kuvvetleri toplamı  $H$ ,
- c) İvmelenmeler:
  - 1) Boji bulunmayan araçlarda akslardaki yatay doğrultudaki ivmelenmeler  $\ddot{y}$ ,
  - 2) Bojilerdeki yatay doğrultudaki ivmelenmeler  $\ddot{y}^+$ ,
  - 3) Araç gövdesinde yatay ve düşey doğrultulardaki ivmelenmeler  $\ddot{y}^*, \ddot{z}^*$ ,

Not: Değerlendirme verilerine etki eden koşulların genel olarak;

- araçlar
- hatlar
- işleyiş
- çevre
- ölçme ve değerlendirme prosedürü
- ile ilgili oldukları söylenebilir.

### 3.3.1.2 Sürüş güvenliği için değerlendirme verileri

Hesaplanan  $\sum Y$  ve  $Y/Q$  değerleri, sürüş güvenliği için gerekli kriterleri oluşturmaktadır. Bunlar güvenlik için kritik değerlendirme verileri olarak tanımlanırlar.  $\sum Y$  değerleri araçların yol değişimlerine uygun olup olmadıklarının değerlendirilmesinde, ön tekerleklerden okunan  $Y/Q$  değerleri ise tekerlek flanşlarının ray profillerine tırmanmaları sonucu oluşan raydan çıkma durumlarında bir güvenlik kriteri olarak kullanılmaktadır.

Basitleştirilmiş ölçüm tekniğinin kullanılabilmesi için, belirli koşullar altında yatay kuvvet değerleri toplamı  $\sum Y$  yerine yatay aks kuvvetleri  $H$  nin kullanımına izin verilebilmektedir.

Bojilerden ve araç gövdesinden ölçülen ivme değerleri  $\ddot{y}^+, \ddot{y}_S^*$  ve  $\ddot{z}_S^*$ , (alt indis olan  $S$ , bu değerlerin özellikle sürüş güvenliği için kullanıldığını belirtmektedir.) basit olarak sürüş güvenliği testlerinde kullanılabilir, araçların denge durumları hakkında fikir verebilirler.

Sonuç olarak demiryolu araçlarındaki denge bozuklukları, yatay kuvvetler  $\sum Y$ , yatay aks kuvvetleri  $H$ , boji ve akslardan gelen ivmelenme verileri  $\ddot{y}^+$  ve  $\ddot{y}$  nin rms değerleri göz önüne alınarak tespit edilmektedir.

### 3.3.1.3 Yüklemelerle ilgili değerlendirme verileri

Yatay ve dikey yüklemelerle ilgili değerlendirmeler,  $Y$  ve  $Q$  kuvvetleri baz alınarak yapılmaktadır.

### 3.3.1.4 Sürüş karakteristikleri ile ilgili değerlendirme verileri

Araçların sürüş karakteristiklerinin belirlenmesinde, vagon üzerinden ölçülen ivme değerleri  $\ddot{y}^+$  ve  $\ddot{z}_S^*$ , kullanılmaktadır. Kullanılan bu ivme değerleri, maksimum değerler ve rms ler biçimindedirler.

### 3.3.2 Limit değerleri

#### 3.3.2.1 Genel

Verilen limit değerleri güvenlik ile ilgili farklı konularda önem teşkil etmektedir.

#### 3.3.2.2 Sürüş güvenliği ile ilgili limit değerleri

Belirlenen ölçüm tekniğine göre aşağıdaki limit değerleri kullanılmaktadır.

$\sum Y$  ve  $Y/Q$  : normal ölçüm tekniğinin kullanıldığı durumlarda

$H$ ,  $\ddot{y}_S^*$  ve  $\ddot{z}_S^*$  : basitleştirilmiş ölçüm tekniğinin kullanıldığı durumlarda akslardan gelen yatay kuvvetler için ( $\ddot{y}_S^*$  yalnızca boji bulunmayan araçlarda kullanılacaktır).

$\ddot{y}^+$ ,  $\ddot{y}_S^*$  ve  $\ddot{z}_S^*$  : bojilerde basitleştirilmiş ölçüm tekniğinin kullanıldığı durumlarda akslardan gelen yatay kuvvetler için

$\ddot{y}_S$ ,  $\ddot{y}_S^*$  ve  $\ddot{z}_S^*$  : boji bulunmayan araçlarda, basitleştirilmiş ölçüm tekniğinin kullanıldığı durumlarda

a) Toplam yatay kuvvetler  $\sum Y_{max}$ :

Yol değiştirmek için kritik güvenlik limiti

$$\sum Y_{max,lim} = k_1 (10 + 2 Q_0/3) \text{ kN} \quad (3.2)$$

$k_1$  faktörü

1)  $k_1 = 1,0$  lokomotifler, yolcu vagonları, kendi kendine hareket edebilen vagonlar için

2)  $k_1 = 0,85$  yük vagonları için

b) Yatay kuvvetlerin düşey kuvvetlere oranı  $(Y/Q)_{max}$ :

Ön tekerlek için kritik güvenlik limiti

$$(Y/Q)_{max,lim} = 0,8 \quad \text{yarıçapı } R \geq 250 \text{ m olan raylar için}$$

c) Yatay aks kuvvetleri toplamı  $H_{max}$ :

Bu limit değerleri yalnızca yatay aks kuvvetlerinin hesaplanmadığı durumlarda basitleştirilmiş ölçüm tekniği uygulanırken kullanılmaktadır.

$$H_{max,lim} = k_2 (10 + 2 Q_0/3)kN \quad (3.3)$$

$k_2$  faktörü

- 1)  $k_2 = 0,90$  lokomotifler, yolcu vagonları, kendi kendine hareket edebilen vagonlar için
- 2)  $k_2 = 0,75$  boş yük vagonları için
- 3)  $k_2 = 0,80$  dolu yük vagonları için
- d) Bojilerdeki maksimum ivmelenme  $\ddot{y}_{max}^+$ :

$\ddot{y}_{max}^+$  değerleri yalnızca, yatay aks kuvvetlerinin bilinmediği durumlarda basitleştirilmiş ölçme tekniği uygulamalarında kullanılmaktadır. Bojinin ağırlığına  $m^+$  (tekerlekler dahil) bağlı olarak, aşağıdaki limit değerleri  $\ddot{y}_{max,lim}^+$ , kullanılmaktadır.

$m^+$ , t anındaki kütle olmak üzere;

$$\ddot{y}_{max,lim}^+ = 12 - \frac{m^+}{5}$$

- e) Vagonlardaki maksimum ivmeler  $\ddot{y}_{s max}^*$ ,  $\ddot{z}_{s max}^*$

Bu veriler için limit değerleri tablolarda belirtilmiştir. Yalnızca basitleştirilmiş ölçme tekniği uygulamalarında kullanılmaktadırlar.

**Çizelge 3. 3 :** Araç gövdesinden okunan ivme değerleri için limitler.

| Araçların test koşulları                        |                                                                   | Vagon üzerinden okunan ivme değerleri için limitler (m/s <sup>2</sup> ) |                          |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
|                                                 |                                                                   | $\ddot{y}_{s max,lim}^*$                                                | $\ddot{z}_{s max,lim}^*$ |
| Lokomotifler, çoklu üniteler ve yolcu vagonları | Tek süspansiyon seviyesi veya söndürülmüş durumdaki havalı yaylar |                                                                         | 5                        |
|                                                 | Çift süspansiyon seviyesi                                         |                                                                         | 3                        |
|                                                 | Düz veya geniş kurplu hatlarda 1 ve 2 numaralı test bölümlerinde  | 3                                                                       |                          |
|                                                 | Dar yarıçaplı kurplarda 3 numaralı test bölümünde                 | 2,8                                                                     |                          |
|                                                 | Çok dar kurplarda 4 numaralı test bölümünde                       | 2,6                                                                     |                          |
| Yük vagonları, yüklü ve özel araçlar            |                                                                   |                                                                         | 5                        |
| Boş yük vagonları                               |                                                                   |                                                                         | 5                        |
| Yük vagonları, boji öze araçlar                 |                                                                   | 3                                                                       |                          |
| Yük vagonları, bojisiz özel araçlar             | $2Q_0 < 60kN$                                                     | 4                                                                       |                          |
|                                                 | $60kN \leq 2Q_0 \leq 200kN$                                       | $4.43 - 2Q_0/140$                                                       |                          |
|                                                 | $2Q_0 > 200kN$                                                    | 3                                                                       |                          |

- f) Dengesizlik kriteri:

Ölçüm tekniğine ve vagon tiplerine göre limit değerleri aşağıdaki gibidir.

1) Bojisiz araçlarda:

a) Normal ölçüm metodu için:

Yatay kuvvetlerin toplamı:

$$\sum Y_{rms,lim} = \frac{\sum Y_{max,lim}}{2} \quad (3.4)$$

b) Basitleştirilmiş ölçüm metodu için:

Yatay aks kuvvetleri toplamı:

$$H_{rms,lim} = \frac{H_{max,lim}}{2} \quad (3.5)$$

c) Basitleştirilmiş ölçüm metodu için:

Akslardaki ivmeler:  $\ddot{y}_{rms,lim} = 5 \text{ m/s}^2$  ( ilk değer )

2) Bojili araçlarda:

a) Normal ölçüm metodu için:

Yatay kuvvetlerin toplamı:

$$\sum Y_{rms,lim} = \frac{\sum Y_{max,lim}}{2} \quad (3.6)$$

b) Basitleştirilmiş ölçüm metodu için

Yatay aks kuvvetleri toplamı:

$$H_{rms,lim} = \frac{H_{max,lim}}{2} \quad (3.7)$$

c) Basitleştirilmiş ölçüm metodu için akslardaki yatay kuvvetlerin ölçülmediği durumlarda

Boji gövdelerindeki ivmeler:

$$\ddot{y}_{rms,lim}^+ = \frac{\ddot{y}_{max,lim}^+}{2} \quad (3.8)$$

### 3.3.2.3 Yüklemlerle ilgili limit değerleri (normal ölçüm metodu için)

Tekerleklerle gelen maksimum statik kuvvetlerin 12,5kN olduğu demiryolu araçlarında aşağıda verilen limit değerleri kullanılmaktadır daha ağır araçlar için bu değerler arttırılabilir.

a) Yarı durağan yatay kuvvetler  $Y_{qst}$  :

$Y_{qst,lim} = 60 \text{ kN}$       kapsam: geçiş kısımları dışında 2,3 and 4 numaralı test bölümlerinde

b) Yarı durağan düşey kuvvetler  $Q_{qst}$ :

$Q_{qst} = 145 \text{ kN}$       kapsam: geçiş kısımları dışında 2,3 and 4 numaralı test bölümlerinde

c ) Maksimum düşey kuvvet  $Q_{max}$ :

$$Q_{max,lim} = 90 + Q_0 \text{ kN} \quad (3.9)$$

İzin verilen maksimum hız değerlerine ( $V_{adm}$ ) göre ise şu şekilde sınırlandırılmaktadırlar;

$$\begin{aligned} V_{adm} \leq 160 \text{ km/h:} & \quad Q_{max,lim} \leq 200 \text{ kN} \\ 160 \text{ km/h} < V_{adm} \leq 200 \text{ km/h:} & \quad Q_{max,lim} \leq 190 \text{ kN} \\ 200 \text{ km/h} < V_{adm} \leq 250 \text{ km/h:} & \quad Q_{max,lim} \leq 180 \text{ kN} \\ 250 \text{ km/h} < V_{adm} \leq 300 \text{ km/h:} & \quad Q_{max,lim} \leq 170 \text{ kN} \\ V_{adm} \leq 300 \text{ km/h:} & \quad Q_{max,lim} \leq 160 \text{ kN} \end{aligned}$$

### 3.3.2.4 Sürüş karakteristikleri ile ilgili limit değerleri

Sürüş karakteristiklerinin değerlendirilebilmesi için aşağıdaki ivme değerleri kullanılmaktadır.

- a) Vagon üzerindeki yarı-durağan ivmeler  $\ddot{y}_{qst}^*$
- b) Vagon üzerindeki maksimum ivmeler  $\ddot{y}_{max}^*, \ddot{z}_{max}^*$
- c) Vagon üzerindeki ivmelerin karekök ortalamaları (rms)  $\ddot{y}_{rms}^*, \ddot{z}_{rms}^*$

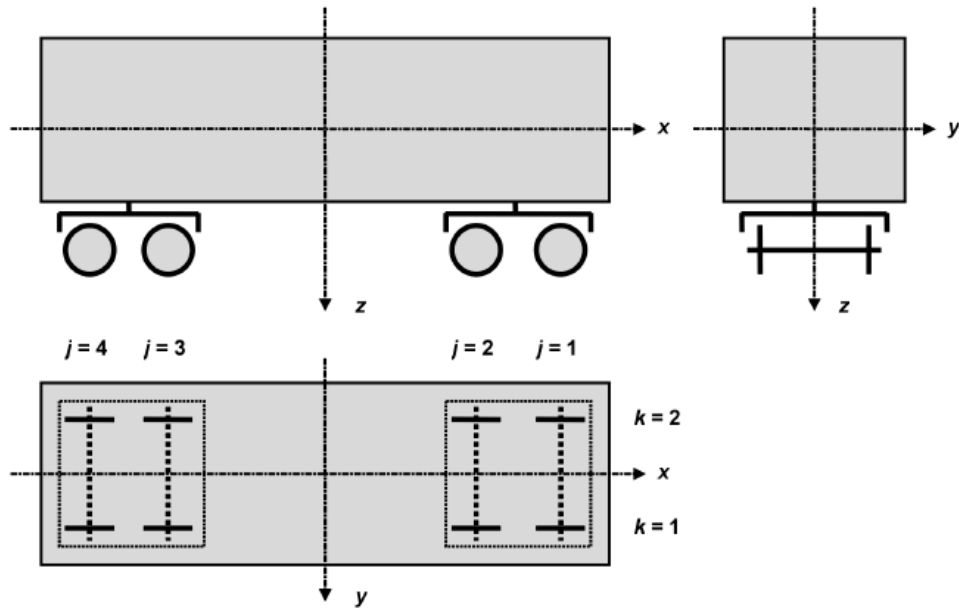
**Çizelge 3. 4 : Sürüş karakteristikleri için limit değerleri.**

| Değerlendirme,<br>araçlar,<br>test koşulları | Araç gövdesindeki ivmelenmeler için<br>limit değerleri $\text{m/s}^2$ |                        |                        |                        |                        |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Sürüş karakteristikleri                      | $\ddot{y}_{qst,lim}^a$                                                | $\ddot{y}_{max,lim}^*$ | $\ddot{z}_{max,lim}^*$ | $\ddot{y}_{rms,lim}^*$ | $\ddot{z}_{rms,lim}^*$ |
| Lokomotifler,<br>güç araçları                | 1,5                                                                   | 2,5                    | 2,5                    | 0,5                    | 1,0                    |
| Çoklu üniteler,<br>Yolcu araçları            | 1,5                                                                   | 2,5                    | 2,5                    | 0,5                    | 0,75                   |
| Yük vagonları,<br>bojili özel araçlar        | 1,3                                                                   | 3,0                    | 5,0                    | 1,3                    | 2,0                    |

| Değerlendirme,<br>araçlar,<br>test koşulları                                 | Araç gövdesindeki ivmelenmeler için<br>limit değerleri m/s <sup>2</sup> |                        |                        |                        |                        |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Sürüş karakteristikleri                                                      | $\ddot{y}^*_{qst,lim} a$                                                | $\ddot{y}^*_{max,lim}$ | $\ddot{z}^*_{max,lim}$ | $\ddot{y}^*_{rms,lim}$ | $\ddot{z}^*_{rms,lim}$ |
| Yük vagonları,<br>bojisiz özel araçlar                                       | 1,3                                                                     | 4,0                    | 5,0                    | 1,5                    | 2,0                    |
| <sup>a</sup> Yalnızca test bölgeleri 2,3 ve 4 de geçerli ( yatay kurplarda ) |                                                                         |                        |                        |                        |                        |

### 3.3.3 Ölçülen değerler ve ölçüm noktaları

Ölçülen değerler ve değerlendirme verileri, şekil D1 de gösterilen araç koordinat sistemindeki konumlarına göre karakterize edilirler.



Şekil 3. 5 : Araç koordinat sistemi.

Seyir testleri için gerekli ölçülen parametreler ve ölçüm noktaları çizelge 2.4 de gösterilmektedir.

Çizelge 3. 5 : Ölçme noktaları ve değerleri.

| Ölçüm<br>referans noktası                   | Yönü  | Sembolü          | Birim | Uyarı |
|---------------------------------------------|-------|------------------|-------|-------|
| <b>Tekerlek ve ray arasındaki kuvvetler</b> |       |                  |       |       |
| <b>Yatay kuvvetler Y</b>                    |       |                  |       |       |
| Dingil 1 ya da 2, sağ tekerlek              | yatay | $Y_{11}, Y_{21}$ | kN    |       |
| Dingil 1 ya da 2, sol tekerlek              | yatay | $Y_{12}, Y_{22}$ | kN    |       |
| Dingil 3 ya da 4, sağ tekerlek              | yatay | $Y_{31}, Y_{41}$ | kN    |       |
| Dingil 1 ya da 2, sol tekerlek              | yatay | $Y_{32}, Y_{42}$ | kN    |       |

| Ölçüm referans noktası                                               | Yönü                                                                                        | Sembolü            | Birim            | Uyarı                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tekerlek kuvvetleri $Q$                                              |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Dingil 1 ya da 2, sağ tekerlek                                       | düşey                                                                                       | $Q_{11}, Q_{21}$   | kN               |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Dingil 1 ya da 2, sol tekerlek                                       | düşey                                                                                       | $Q_{12}, Q_{22}$   | kN               |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Dingil 3 ya da 4, sağ tekerlek                                       | düşey                                                                                       | $Q_{31}, Q_{41}$   | kN               |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Dingil 1 ya da 2, sol tekerlek                                       | düşey                                                                                       | $Q_{32}, Q_{42}$   | kN               |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Boji kuvvetleri                                                      |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| yatay aks kuvvetleri $H$                                             |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Dingil 1 ya da 2, sağ süspansiyon                                    | düşey                                                                                       | $H_{12}, H_{22}$   | kN               | yatay aks kuvvetleri, her bir yön için ayrı ayrı veya dingil başına toplam olarak hesaplanabilir.                                                                                                                                                                               |
| Dingil 1 ya da 2, sol süspansiyon                                    | düşey                                                                                       | $H_{31}, H_{41}$   | kN               |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Dingil 1 ve 2 nin toplamı                                            | düşey                                                                                       | $H_1, H_2$         | kN               |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                      |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| İvmelenmeler                                                         |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Akslardaki ivmelenmeler $\ddot{y}$                                   |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Tekerlek 11 ( ya da 12 ) ye ait aks                                  | düşey                                                                                       | $\ddot{y}_{11}$    | m/s <sup>2</sup> | kuvvetlerin ölçülmediği durumlarda bojisiz araçlar için kullanılmıştır.                                                                                                                                                                                                         |
| Tekerlek 21 ( ya da 22 ) ye ait aks                                  | düşey                                                                                       | $\ddot{y}_{21}$    | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Boji gövdelerindeki ivmelenmeler $\ddot{y}^+$                        |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| tekerlek 11 üzerindeki boji gövdesi                                  | düşey                                                                                       | $\ddot{y}_{11}^+$  | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| tekerlek 21 üzerindeki boji gövdesi                                  | düşey                                                                                       | $\ddot{y}_{21}^+$  | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araç gövdesindeki ivmelenmeler $\ddot{y}^*, \ddot{z}^*$ <sup>b</sup> |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araç gövdesinin merkezinden                                          | yatay                                                                                       | $\ddot{y}_M^*$     | m/s <sup>2</sup> | Ölçüm noktaları <sup>b</sup> :<br>- hareketli aksam üzerinden, araç gövdesinden<br>- çalışır durumdayken şoför kabininden ( yalnızca sürüş karakteristiklerini n değerlendirme verileri için, bölüm 5.2.2.3)<br>- Çoklu üniteler ve yolcu vagonlarında araç gövdesi merkezinden |
| Araç gövdesinden, boji 1 üzerinden                                   | yatay                                                                                       | $\ddot{y}_I^*$     | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araç gövdesinden, boji 2 üzerinden                                   | yatay                                                                                       | $\ddot{y}_{II}^*$  | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Şoför kabini FI                                                      | yatay                                                                                       | $\ddot{y}_{FI}^*$  | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Şoför kabini FII                                                     | yatay                                                                                       | $\ddot{y}_{FII}^*$ | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araç gövdesinin merkezinden                                          | düşey                                                                                       | $\ddot{z}_M^*$     | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araç gövdesinden, boji 1 üzerinden                                   | düşey                                                                                       | $\ddot{z}_I^*$     | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araç gövdesinden, boji 2 üzerinden                                   | düşey                                                                                       | $\ddot{z}_{II}^*$  | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Şoför kabini FI                                                      | düşey                                                                                       | $\ddot{z}_{FI}^*$  | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Şoför kabini FII                                                     | düşey                                                                                       | $\ddot{z}_{FII}^*$ | m/s <sup>2</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                      |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Etkileyici miktarlar                                                 |                                                                                             |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Hız                                                                  | -                                                                                           | $V$                | km/h             | Ray dizilimlerine bağlı uygulamalarda                                                                                                                                                                                                                                           |
| Dever miktarı                                                        | -                                                                                           | $cd$               | km/h             |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| a                                                                    | değişik dingil düzenleri bulunan araçlara, ölçüm noktaları uygun biçimde adapte edilebilir. |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| b                                                                    | sürüş güvenliğinin değerlendirilmesinde, bojilerin üzerindeki ölçüm noktaları kullanılır.   |                    |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

Normal ölçüm yönteminin uygulandığı durumlarda seyir testleri için gerekli olan değerler;

- Yatay kuvvetler  $Y$  ve düşey kuvvetler  $Q$
- Bojilerdeki ivmeler  $\ddot{y}^+$
- Vagon üzerindeki ivmeler  $\ddot{y}^*$  ve  $\ddot{z}^*$  dir.

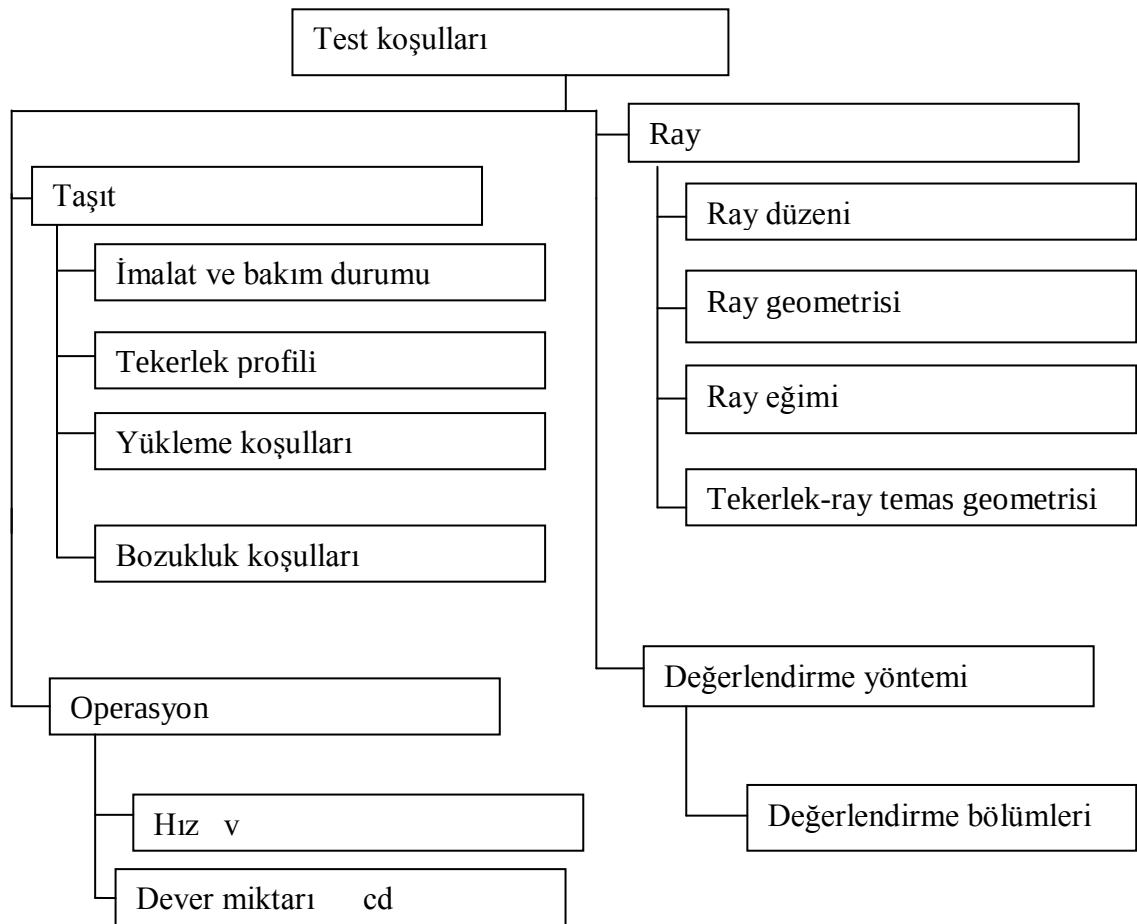
Bunlara ek olarak

- Hız değerleri  $V$
- Dever miktarı  $cd$

gibi parametreler de ölçülmelidir.

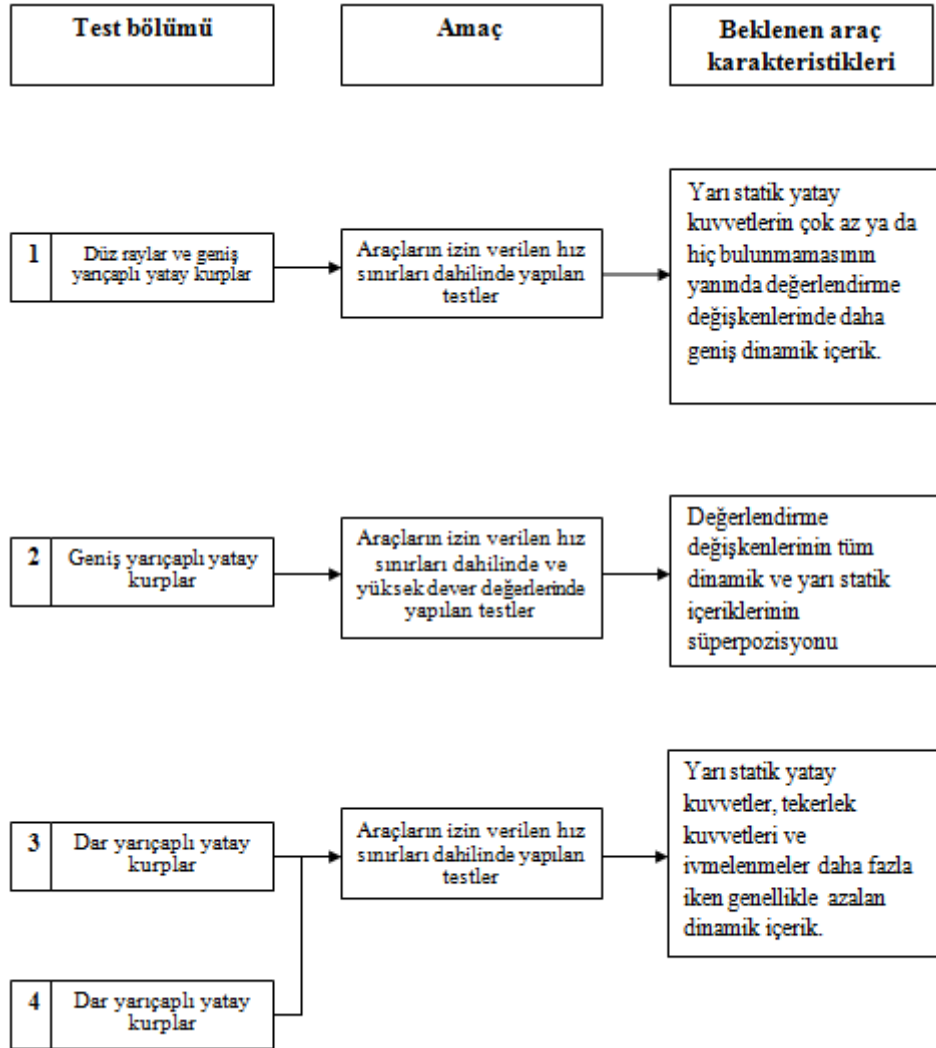
### 3.4 Seyir Testlerinin Uygulanması

#### 3.4.1 Test koşulları



**Şekil 3. 6:** Test koşullarının oluşturulması.

### 3.4.2. Test Bölümleri



Şekil 3. 7 : Test bölümleri.

### 3.4.3 Raylar

#### 3.4.3.1 Rayların seçimi

Rayların seçiminde aşağıda belirtilen 4 önemli koşul göz önüne alınmaktadır.

- Ray düzeni
- Geometrik özellikler ve kalite

- Eşdeğer konikliğe etkiyen ray açıklığı ve ray profili
- Rayların eğimi

### 3.4.3.2 Rayların eğimi

Rayların eğimi, tekerleklerin raylarla olan temasının kesilmemesi açısından önemli bir parametredir. Genel olarak testlerin, 1:20 ile 1:40 değerleri arasındaki ray eğimlerini kapsamaması beklenmektedir. Bu sebeple farklı eğimlere sahip raylar üzerinde test yapılabileceği gibi, tekerleklerin farklı eğim değerlerine göre, tekerlek ray arası temas açılarını simule edebilecek şekilde ayarlanabilmeleri de mümkündür. Özel araçlarda, eğer sürüş güvenliği için ölçülen değerler limit değerlerinin %85 inden daha düşükse bütün testler tek bir eğim değeri için yapılabilmektedir.

### 3.4.3.3 Ray profilleri

Düz veya geniş çaplı raylarda araçların denge bozukluklarını engellemek amacıyla eşdeğer konikliklerin kontrolünün yapılması gerekmektedir. Bu amaçla 100 m uzunluğunda bir hat üzerinde karekök ortalamaları alınarak eşdeğer koniklik hesaplanır. Eğer bu ortalama değerler aşağıda hatlar için verilen eşdeğer koniklik ( $\tan \gamma_e$ ) değerlerini aşıyor ise bu kısımlar analizlere alınmamalıdır.

**Çizelge 3. 6 :** Varsayılan hat üzerindeki aracın eşdeğer koniklik değerleri

| İzin verilen mahalli hız             | Eşdeğer koniklik $\tan \gamma_e$ |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| $V \leq 140$ km/h                    | $\leq 0,5$                       |
| $140 \text{ km/h} < V \leq 200$ km/h | $\leq 0,4$                       |
| $200 \text{ km/h} < V \leq 230$ km/h | $\leq 0,35$                      |
| $230 \text{ km/h} < V \leq 250$ km/h | $\leq 0,3$                       |
| $250 \text{ km/h} < V \leq 280$ km/h | $\leq 0,25$                      |
| $280 \text{ km/h} < V \leq 350$ km/h | $\leq 0,15$                      |

### 3.4.4 Ray bölümleri

#### 3.4.4.1 Genel özellikler

Test bölgeleri kendi içlerinde ray bölümlerine ayrılırlar. Bir ray bölümü, test hattının tanımlı

- Ray düzeni
- Uzunluğu  $L_{ts}$

Olan bir kısmını oluşturur. Bu kısımlar kat edilirken önceden belirli ve sabit bir

- Hız  $V$
- Değer miktarı  $cd$

olmak zorundadır.

Ray bölümleri test hattının,

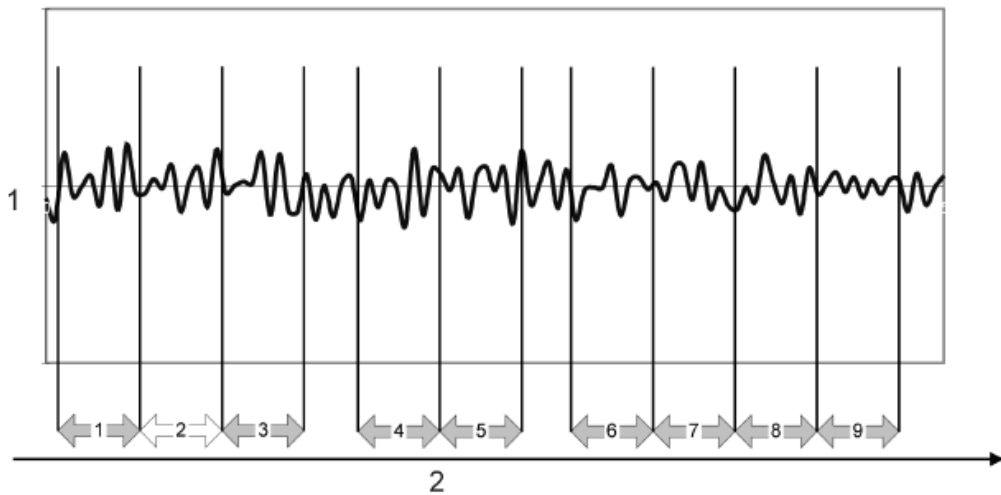
- Rayların yapısı
- Ray düzeni
- Bakım statüsü

gibi belirli karakteristik özellikleriyle ilişkili olmalıdır.

Raylardaki yatay kurpların yarıçap değerleri ve geçişlerdeki değer miktarından ayrı olarak, belirli karakteristik özellikler ray bölümleri boyunca aynı kalmalıdır.

#### 3.4.4.2 Düz veya çok geniş yarıçaplı test bölgeleri için ray bölümleri

Düz raylardaki bölümler, araçları izin verilen maksimum hız değerlerinde test etmek için kullanılmaktadır.



1. Ölçülen değer
2. Ray bölümleri

**Şekil 3. 8:** Hat bölümleri.

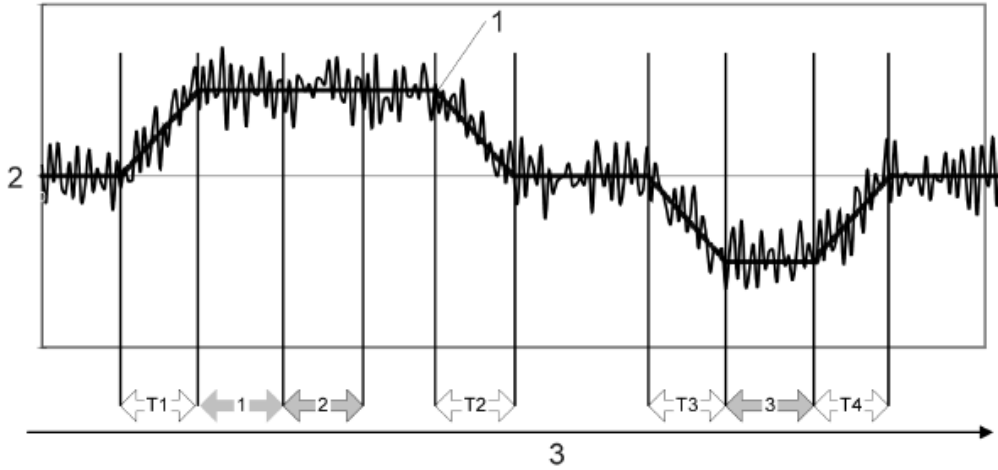
Şekil (3.8) düz bir hatta ray bölümleri için yapılan tipik bir düzenlemeyi göstermektedir. Çizelge 3.7., burada kullanılması gereken test koşullarını ifade etmektedir.

**Çizelge 3. 7 : Düz hatlar ve çok geniş yarıçaplı yatay kurplardaki ray bölümleri için test koşulları**

| Test Özellikleri                                                                  | 1. Test bölümü<br>Düz ve geniş yatay kurplu hatlar |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Ray bölümlerinin uzunluğu $L_{ts}^a$<br>a) $V \leq 200$ km/h<br>b) $V > 220$ km/h | 250 m<br>500 m                                     |
| Minimum ray bölümü sayısı $n_{ts,min}$                                            | 25                                                 |
| Ray bölümlerinin toplam uzunluğunun minimum değeri $\sum L_{ts,min}$              | 10 km                                              |
| <sup>a</sup> her bir ray bölümü için uzunlu toleransı $\pm\%10$                   |                                                    |

### 3.4.4.3 Yatay kurplarda test bölgelerine ait ray bölümleri

Yatay kurplarda ray bölümleri;



1. Eğri diyagramı
2. Ölçüm değeri
3. Kavislerde ve geçiş eğrilerinde ayrılan ray bölümleri,

**Şekil 3. 9:** Yatay kurplu hatlarda bölümler.

Çizelge 2.7 de yatay kurplardaki ray bölümleri için test koşulları özetlenmektedir. Bu değerler yaklaşık olarak geçiş eğrileri için de kullanılabilirler.

**Çizelge 3. 8 : Yatay kurplardaki ray bölümleri için test koşulları.**

| Test özellikleri                                                                                                | Test bölümü             |                              |                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|
|                                                                                                                 | 2                       | 3<br>$400m \leq R \leq 600m$ | 4<br>$400m \leq R \leq 600m$ |
| Ray bölümlerinin uzunluğu $L_{ts}^a$<br>a) $V \leq 200$ km/h<br>b) $140km/h < V < 220km/h$<br>c) $V > 220$ km/h | 100 m<br>250 m<br>500 m | 100 m                        | 70 m                         |

| Test özellikleri                                                                                                                                                                                                                                | Test bölümü |                      |                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|----------------------|-----------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                 | 2           | 3<br>400m ≤ R ≤ 600m | 4<br>400m ≤ R ≤ 600m  |
| Minimum ray bölümü sayısı $n_{ts,min}$                                                                                                                                                                                                          | 25          | 50                   | 25                    |
| Ray bölümlerinin toplam uzunluğunun minimum değeri $\sum L_{ts,min}$                                                                                                                                                                            | 10 km       |                      |                       |
| Tüm ray bölümlerinin kurp yarıçaplarının ortalama değeri $R_{mwa}^b$                                                                                                                                                                            |             | 500 m<br>±50 m       | 300 m<br>±50 m, -20 m |
| <sup>a</sup> her bir ray bölümü için uzunluk toleransı ±%20<br><sup>b</sup> 3 ve 4 numaralı test bölümleri için kurp yarıçaplarının değeri değişebilir, bu durumlarda ortalama değer $R_{mwa}^b$ , bu iki değer ortalaması olarak seçilmelidir. |             |                      |                       |

### 3.4.5 Test uygulamaları

#### 3.4.5.1 Genel

Hız **V** ve dever miktarı **cd**, yapılan testlerle birlikte aşağıda belirtilen koşullar göz önüne alınarak belirlenmektedir.

- uygun yasal düzenlemeler
- araç için planlanan uygulama parametreleri
- raylar veya test uygulamaları için izin verilen hızlar
- test kısımlarının gereksinimleri

#### 3.4.5.2 Hız

1 numaralı düz ve 2 numaralı geniş yarıçaplı test bölümleri için hız, belirleyici bir parametredir. Testler için uygun hız miktarı izin verilen maksimum hız olan  $V_{adm}$  olacaktır.

Testler için belirlenen hızlar tablo 2.8 de gösterilen limitler arasında olmalıdır.

**Çizelge 3. 9 : Hız ve dever değerleri için test koşulları.**

| Test Koşulları     | Test Bölümleri                                              |                                                         |                                                               |                                                                   |
|--------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
|                    | 1<br>Düz ve geniş yatay kurplu hatlar<br>( $cd \leq 40$ mm) | 2<br>Büyük yarıçaplı yatay kurplar                      | 3<br>Küçük yarıçaplı yatay kurplar<br>$400 \leq R \leq 600$ m | 4<br>Çok küçük yarıçaplı yatay kurplar<br>$250 \leq R \leq 400$ m |
| Hız $V$            | $V = \max (1,1 \times V_{adm}, V_{adm} + 10 \text{ km/h})$  | $V_{adm} \leq V \leq 1,1 \times V_{adm}$                | $V \leq 1,1 \times V_{adm}$                                   |                                                                   |
| Dever miktarı $cd$ | $cd \leq 40$ mm                                             | $0.75 \times cd_{adm} \leq cd \leq 1,1 \times cd_{adm}$ |                                                               |                                                                   |
| Tolerans           | $\pm 5$ km/h                                                | $\pm 5$ km/h $\pm 0,05 \times cd_{adm}$                 | $\pm 0,05 \times cd_{adm}$                                    |                                                                   |

### 3.4.5.3 Dever miktarı

2, 3, ve 4 numaralı test bölümleri için dever miktarı, belirleyici bir parametre olmaktadır. Belirlenecek olan dever miktarlarının tablo 2.8 de gösterilen limitler arasında olması gerekmektedir.

## 3.5 Test verilerinin değerlendirilmesi

### 3.5.1 Ölçülen sinyallerin kayıt edilmesi

Ölçülen sinyallerin kaydı esnasında düşük dereceli filtreler kullanılmalıdır. Sinyallerin sona erdiği frekanslar kayıt etme yöntemi ve parametrelerin çeşitlerine göre değişiklik göstermektedir.

- a) Veri taşıyıcılar için  $\geq 40$  Hz veya
- b) Grafik sunumlarında
  - Yanal parametreler  $\geq 10$  Hz
  - Dikey parametreler  $\geq 20$  Hz

### 3.5.2 Sinyallerin işlenmesi

İstatistiksel değerlendirme için önkoşul;

- Ölçülen sinyaller filtrelenmeli
- Kayan ortalamalar belirlenmeli
- Frekans dağılımları için seçilen karakteristik değerler belirlenmeli

**Çizelge 3. 10 : Sinyal işleme için gerekli koşullar.**

| Ölçülen Değer                           | Sembol           | Birim | Değerlendirme için filtreleme              | Sınıflandırma Metodu                | Karakteristik Değerleri <sup>c</sup> | Gruplandırma dönüşürme ve |                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------|------------------|-------|--------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                         |                  |       |                                            |                                     |                                      | Test bölümü1              | Test bölümü 2,3,4                                                                                                                                       |
| Ray Yüklemleri                          |                  |       |                                            |                                     |                                      |                           |                                                                                                                                                         |
| Yanal Kuvvetler<br>Tekerlek setleri 1,2 | Y <sub>qst</sub> | kN    | Düşük geçişli filtreler 20 Hz <sup>a</sup> | Rastgele seçme yöntemi <sup>b</sup> | h <sub>0</sub> = %50                 |                           | Tekerlekseti grubu başına dış tekerleklerde y <sub>j1</sub> (h <sub>0</sub> ) (sol-hc <sup>e</sup> ) ve y <sub>j2</sub> (h <sub>0</sub> )*(-1) (sağ-hc) |
|                                         |                  |       |                                            |                                     |                                      |                           | Tekerlekseti grubu başına tekerleklerde y <sub>j1</sub> (h <sub>0</sub> ) (sol-hc) ve y <sub>j2</sub> (h <sub>0</sub> ) (sağ-hc)                        |

| Ölçülen Değer                                        | Sembol              | Değerlendirme için filtreleme | Sınıflandırma Metodu                                          | Birim                                                                                  | Karakteristik c Değerleri <sup>d</sup> | Gruplandırma ve dönüştürme                              |                                                                                                    |
|------------------------------------------------------|---------------------|-------------------------------|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                      |                     |                               |                                                               |                                                                                        |                                        | Test bölümü1                                            | Test bölümü 2,3,4                                                                                  |
| Düşey Kuvvetler<br>Tekerlek setleri 11,12 21,22      | $Q_{qst}$           | kN                            | Düşük geçişli filtreler 20 Hz <sup>a</sup>                    | Rastgele seçme yöntemi <sup>b</sup>                                                    | $h_2 = \%99.85$                        | Boji grubu başına tüm tekerleklerde $y_{jk}(h_2)$       | Boji grubu başına dış tekerleklerde $y_{j1}(h_2)$ (sol-hc) ve $y_{j2}(h_2)$ (sağ-hc)               |
|                                                      | $Q_{max}$           |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
| Sürüş Güvenliği                                      |                     |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
| Toplam Yanal Kuvvetler<br>Tekerlek setleri 1,2       | $\sum Y_{max}$      | kN                            | Düşük geçişli filtreler 20 Hz <sup>a</sup>                    | Kayan ortalama metodu - 2 m pencere genişliği ve - 0.5 m kademe uzunluğu ile birlikte  | $h_1 = \%0,15$<br>$h_2 = \%99.85$      | Tekerlekseti grubu başına $y_j(h_1)*(-1)$ ve $y_j(h_2)$ | Tekerlekseti grubu başına $y_j(h_2)$ (sol-hc) ve $y_j(h_1)*(-1)$ (sağ-hc)                          |
|                                                      |                     |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
|                                                      |                     |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
|                                                      |                     |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
| Oran ön tekerlek setleri                             | $(Y/Q)_{max}$       |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         | Ön Tekerlekseti grubu için dış tekerleklerde $y_{11}(h_2)$ (sol-hc) ve $y_{12}(h_1)*(-1)$ (sağ-hc) |
| Yatay aks kuvvetleri toplamı<br>Tekerlek setleri 1,2 | $H_{max}$           |                               |                                                               |                                                                                        |                                        | Tekerlekseti grubu başına $y_j(h_1)*(-1)$ ve $y_j(h_2)$ | Tekerlekseti grubu başına $y_j(h_2)$ (sol-hc) ve $y_j(h_1)*(-1)$ (sağ-hc)                          |
| Bojilerdeki ivmelenmeler<br>Tekerlek setleri 1,2     | $\ddot{y}_{max}^+$  | m/s <sup>2</sup>              | Düşük geçişli filtreler 10 Hz <sup>a</sup>                    | Rastgele seçme yöntemi <sup>b</sup>                                                    |                                        |                                                         |                                                                                                    |
| Araç üzerindeki ivmelenmeler<br>Son 1 ,2             | $\ddot{y}_{smax}^+$ |                               | Düşük geçişli filtreler 6 Hz <sup>a</sup>                     |                                                                                        |                                        | Grupsonu başına $y_j(h_1)*(-1)$ ve $y_j(h_2)$           |                                                                                                    |
|                                                      | $\ddot{z}_{smax}^+$ |                               | Band geçişli filtreler 0.4Hz den 4 Hz <sup>a</sup> ya         |                                                                                        |                                        |                                                         | Grupsonu başına $y_j(h_1)*(-1)$ ve $y_j(h_2)$                                                      |
| Dengesizlik kriteri                                  | $\sum Y_{rms}$      | kN                            | Band geçişli filtreler <sup>a</sup><br>$f_0^c \pm 2\text{Hz}$ | Kayan ortalama metodu - 100 m pencere genişliği ve - 10 m kademe uzunluğu ile birlikte | Maksimum değerler                      | Tekerlekseti başına                                     | Tekerlekseti başına                                                                                |
|                                                      | $H_{rms}$           | kN                            |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
|                                                      | $\ddot{y}_{rms}^+$  | m/s <sup>2</sup>              |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
|                                                      | $\ddot{y}_{rms}$    | m/s <sup>2</sup>              |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |
| Sürüş Karakteristikleri                              |                     |                               |                                                               |                                                                                        |                                        |                                                         |                                                                                                    |

| Ölçülen Değer                           | Sembol                                   | Birim            | Değerlendirme için filtreleme                          | Sınıflandırma Metodu                | Karakteristik Değerleri <sup>d</sup> | Gruplandırma ve dönüştürme                    |                                                                                         |
|-----------------------------------------|------------------------------------------|------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
|                                         |                                          |                  |                                                        |                                     |                                      | Test bölümü 1                                 | Test bölümü 2,3,4                                                                       |
| Araç üzerindeki ivmelenmeler<br>Son 1,2 | $\ddot{y}_{qst}^+$                       | m/s <sup>2</sup> | Düşük geçişli filtreler<br>e.g. 20 Hz <sup>a</sup>     | Rastgele seçme yöntemi <sup>b</sup> | $h_0 = \%50$                         |                                               | Grupsonu başına dış tekerleklerde $y_{j1}(h_0)$ (sol-hc) ve $y_{j2}(h_0)*(-1)$ (sağ-hc) |
|                                         | $\ddot{y}_{max}^*$<br>$\ddot{z}_{max}^*$ |                  | Band geçişli filtreler 0.4Hz den 10 Hz <sup>a</sup> ya |                                     | $h_1 = \%0,15$<br>$h_2 = \%99,85$    | Grupsonu başına $y_j(h_1)*(-1)$ ve $y_j(h_2)$ |                                                                                         |
|                                         | $\ddot{y}_{rms}^*$<br>$\ddot{z}_{rms}^*$ |                  |                                                        |                                     | rms- değerleri                       |                                               |                                                                                         |
| Etkili Parametreler                     |                                          |                  |                                                        |                                     |                                      |                                               |                                                                                         |
| Hız                                     | V                                        | km/h             | Düşük geçişli filtreler<br>4 Hz                        | Rastgele seçme yöntemi <sup>b</sup> | $h_0 = \%50$                         |                                               |                                                                                         |
| Dever Miktarı                           | cd                                       | mm               |                                                        |                                     |                                      |                                               |                                                                                         |

<sup>a</sup> -3 dB bitiş frekansı ile filtreleme, gradient  $\geq 24$  dB/octave, tolerans  $\pm 5$  dB den bitiş frekansına kadar veya bu değerin  $\pm 1$  dB üstünde

<sup>b</sup> örnekleme frekansı en az 200 Hz

<sup>c</sup>  $f_0$  dengesizlik frekansıdır. Testlerin değerlendirilmesinden önce belirlenmelidir.

<sup>d</sup> tanım 3.5.3. e bakınız

<sup>e</sup> sağ taraf eğrisi anlamında

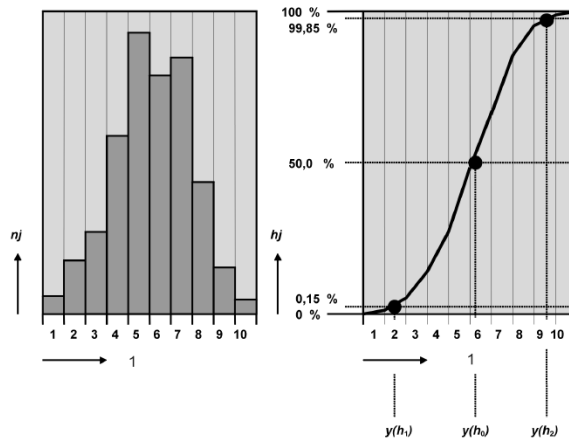
### 3.5.3 Ray bölümleri için frekans değerleri, rms-değerleri ve maksimum değerlerin hesaplanması

Ölçümü yapılan ve tablo 2.9 a göre değerlendirilen frekans değerleri  $y(h_j)$ , şekil 2.10 da gösterilen birikim eğrisi üzerinde olmalıdır. Buna göre;

- $y(h_1)$ , birikim eğrisi frekansı  $h_1 = \%0,15$ ;
- $y(h_0)$ , birikim eğrisi frekansı  $h_0 = \%50$ ;
- $y(h_2)$ , birikim eğrisi frekansı  $h_2 = \%99,85$ ;

a) sınıflandırılmış ani değerler veya kayan ort.

b) Birikim eğrisi



Şekil 3. 10: Frekans değerleri  $y(h_j)$

Bu bilgiler çerçevesinde vagon testleri için belirlemiş olduğumuz hatlar (hız ve deve miktarlarıyla birlikte) şu şekildedir.

**Çizelge 3. 11 : Kullanılan test hatlarının özellikleri.**

| <b>Yatay kurp Yarıçapı<br/>(m)</b> | <b>Hız (km/h)</b> | <b>Dever (mm)</b> |
|------------------------------------|-------------------|-------------------|
| "Duzgun R150                       | 60                | 127.3             |
| "Duzgun R200                       | 60                | -59.4             |
| "Duzgun R300                       | 60                | 9.9               |
| "Duzgun R500                       | 60                | 66.1              |
| "Duzgun R750                       | 60                | 94.3              |
| "Duzgun R1000                      | 60                | 108.4             |
| "Duzgun R1200                      | 60                | 115.5             |
| "Duzgun R1500                      | 60                | 122.6             |
| "Duzgun R2000                      | 60                | 129.7             |
| "Duzgun R2500                      | 60                | 133.9             |
| "Duzgun R5000                      | 60                | 142.4             |
| "Duzgun R150                       | 90                | -435.5            |
| "Duzgun R200                       | 90                | -304.4            |
| "Duzgun R300                       | 90                | -160.7            |
| "Duzgun R500                       | 90                | -38.7             |
| "Duzgun R750                       | 90                | 23.9              |
| "Duzgun R1000                      | 90                | 55.5              |
| "Duzgun R1200                      | 90                | 71.4              |
| "Duzgun R1500                      | 90                | 87.2              |
| "Duzgun R2000                      | 90                | 103.1             |
| "Duzgun R2500                      | 90                | 112.7             |
| "Duzgun R5000                      | 90                | 131.8             |
| "Duzgun R500                       | 120               | -180.5            |
| "Duzgun R750                       | 120               | -73.1             |
| "Duzgun R1000                      | 120               | -17.9             |
| "Duzgun R1200                      | 120               | 9.9               |
| "Duzgun R1500                      | 120               | 38.0              |
| "Duzgun R2000                      | 120               | 66.1              |
| "Duzgun R2500                      | 120               | 83.0              |
| "Duzgun R5000                      | 120               | 116.9             |
| "Ikazli R150                       | 60                | -127.3            |
| "Ikazli R200                       | 60                | -59.4             |
| "Ikazli R300                       | 60                | 9.9               |
| "Ikazli R500                       | 60                | 66.1              |
| "Ikazli R750                       | 60                | 94.3              |
| "Ikazli R1000                      | 60                | 108.4             |
| "Ikazli R1200                      | 60                | 115.5             |
| "Ikazli R1500                      | 60                | 122.6             |
| "Ikazli R2000                      | 60                | 129.7             |
| "Ikazli R2500                      | 60                | 133.9             |
| "Ikazli R5000                      | 60                | 142.4             |

| Yatay kurp Yarıçapı<br>(m) | Hız (km/h) | Değer (mm) |
|----------------------------|------------|------------|
| "İkazlı R150               | 90         | -435.5     |
| "İkazlı R200               | 90         | -304.4     |
| "İkazlı R300               | 90         | -160.7     |
| "İkazlı R500               | 90         | -38.7      |
| "İkazlı R750               | 90         | 23.9       |
| "İkazlı R1000              | 90         | 55.5       |
| "İkazlı R1200              | 90         | 71.4       |
| "İkazlı R1500              | 90         | 87.2       |
| "İkazlı R2000              | 90         | 103.1      |
| "İkazlı R2500              | 90         | 112.7      |
| "İkazlı R5000              | 90         | 131.8      |
| "İkazlı R500               | 120        | -180.5     |
| "İkazlı R750               | 120        | -73.1      |
| "İkazlı R1000              | 120        | -17.9      |
| "İkazlı R1200              | 120        | 9.9        |
| "İkazlı R1500              | 120        | 38.0       |
| "İkazlı R2000              | 120        | 66.1       |
| "İkazlı R2500              | 120        | 83.0       |
| "İkazlı R5000              | 120        | 116.9      |

### 3.6 Manyezit Vagonunun Seyir Güvenliği İle İlgili Testleri

#### 3.6.1 Limit değerleri

Manyezit vagonu, boji bağlantıları bulunan ve seyir testleri normal ölçüm metoduna uygun olarak yapılmış bir yük vagonudur. Dolayısıyla bu özelliklere sahip olan vagonlar için belirlenen limit değerlerine tabi tutulacaktır.

Yük vagonları için temel koşul olarak kabul edilen hız  $V_{adm}$  ve izin verilen toplam aks yükü  $2Q_0$  limitleri;

$$V_{adm} \leq 160 \text{ km/h}$$

$$2Q_0 \leq 225 \text{ kN}$$

şeklindedir. Bu bilgiler ışığında vagonun seyir güvenliği için bölüm 2.3.2. de tanımlanan başlıca limit değerleri;

1.  $\sum Y_{max,lim} = k_1(10 + 2Q_0/3) \text{ kN} = 65.16 \text{ kN} \quad (k_1 = 0.85, 2Q_0 = 225 \text{ kN})$
2.  $(Y/Q)_{max,lim} = 0.85$
3.  $Y_{qst,lim} = 60 \text{ kN}$
4.  $Q_{qst,lim} = 145 \text{ kN}$
5.  $\ddot{y}_{max,lim}^* = 3 \text{ m/s}^2$
6.  $\ddot{z}_{max,lim}^* = 5 \text{ m/s}^2 \text{ dir.}$

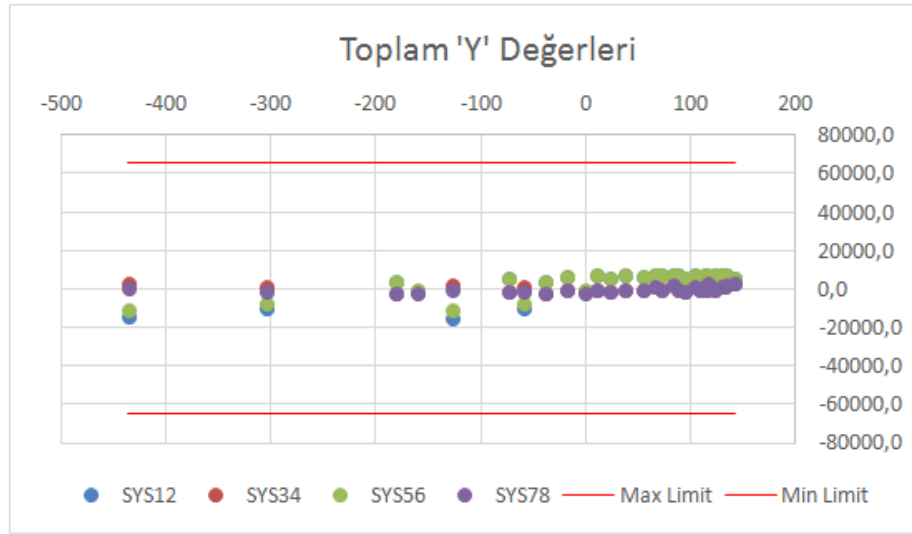
### 3.6.2 Seyir testleri sonuçları

Seyir için testleri seçilen yükleme durumları:

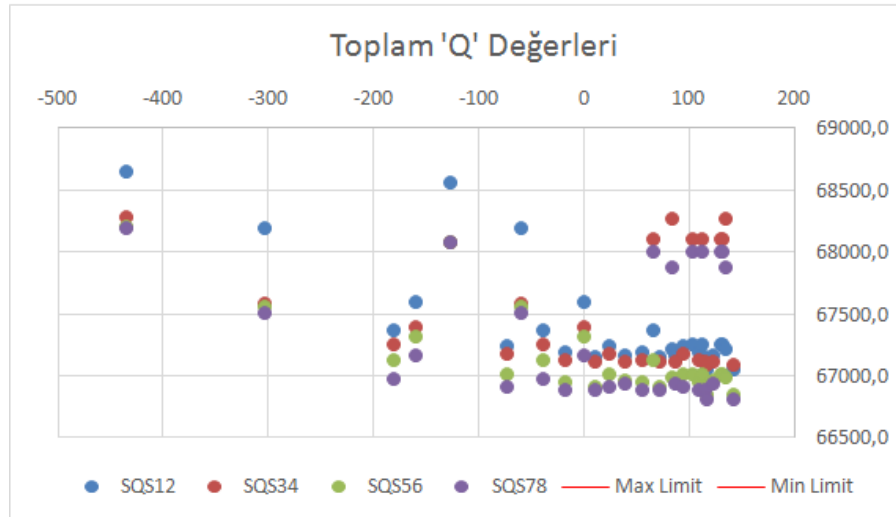
1. Vagonun boş olduğu durum (RA)
2. Tüm bunkerlerin dolu olduğu durum (RB)
3. Yalnızca ön bunkerin dolu olduğu durum (RC)
4. Yalnızca arka bunkerin dolu olduğu durum dur. (RD)

Buna göre seyir testlerinden elde edilen sonuçlar:

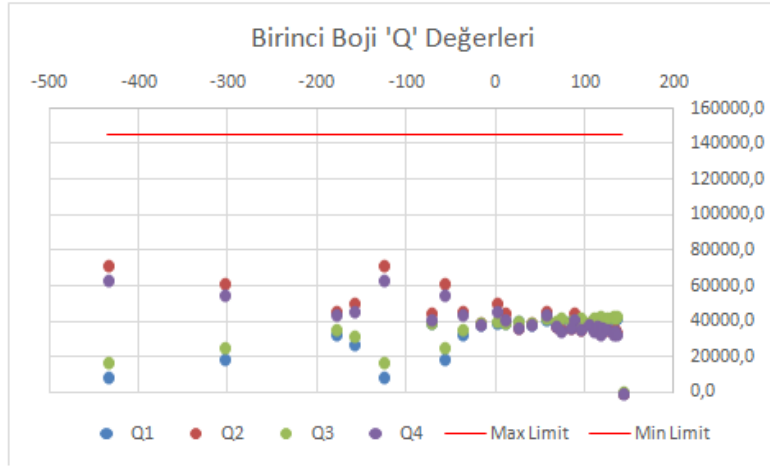
1. Vagonun Boş Olduğu Durum İçin:



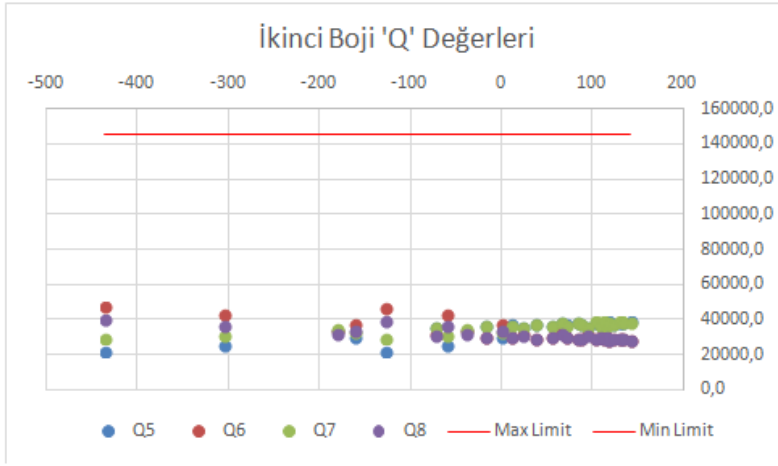
Şekil 3. 11: RA yükleme durumunda 'toplam Y' değerlerinin dağılımı.



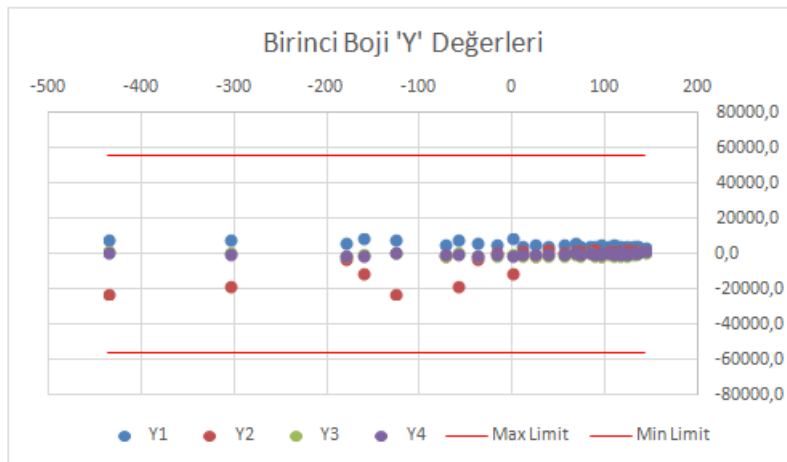
Şekil 3. 12: RA yükleme durumunda 'toplam Q' değerlerinin dağılımı.



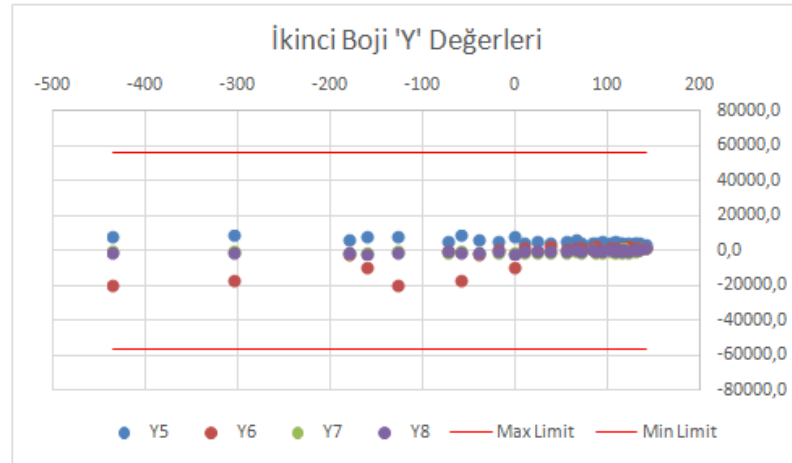
Şekil 3. 13: RA yükleme durumunda ‘birinci bojideki Q’ değerlerinin dağılımı.



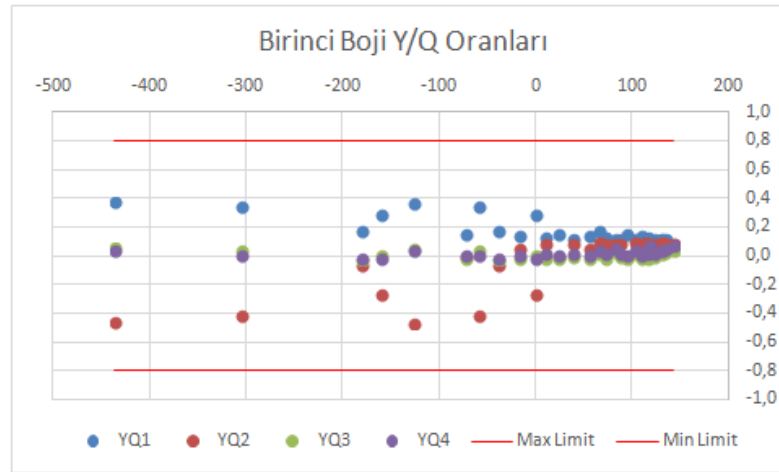
Şekil 3. 14 : RA yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Q’ değerlerinin dağılımı.



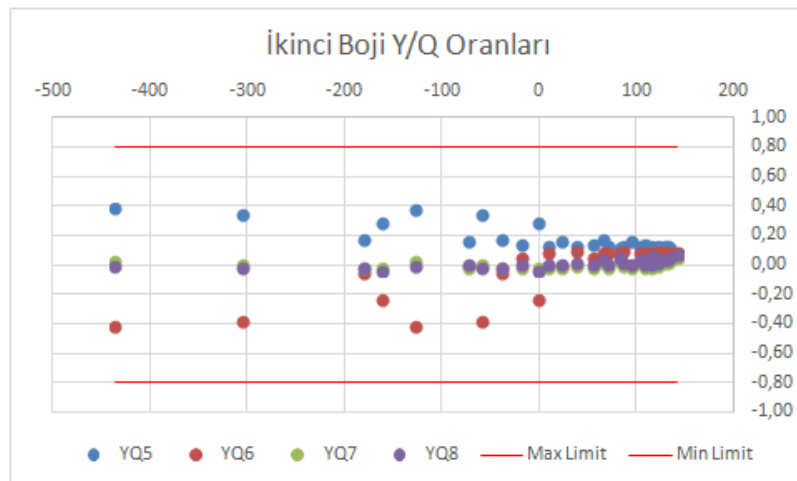
Şekil 3. 15 : RA yükleme durumunda ‘birinci bojideki Y’ değerlerinin dağılımı.



Şekil 3. 16 : RA yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Y’ değerlerinin dağılımı.

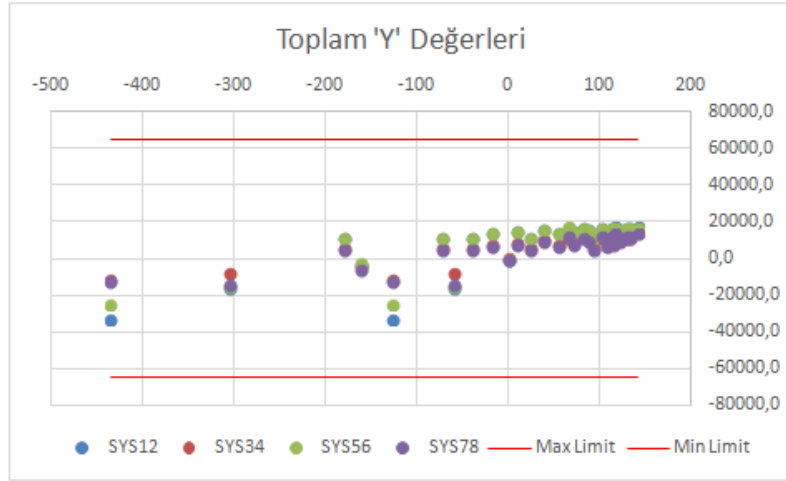


Şekil 3. 17 : RA yükleme durumunda ‘birinci bojideki Y/Q’ değerlerinin dağılımı.

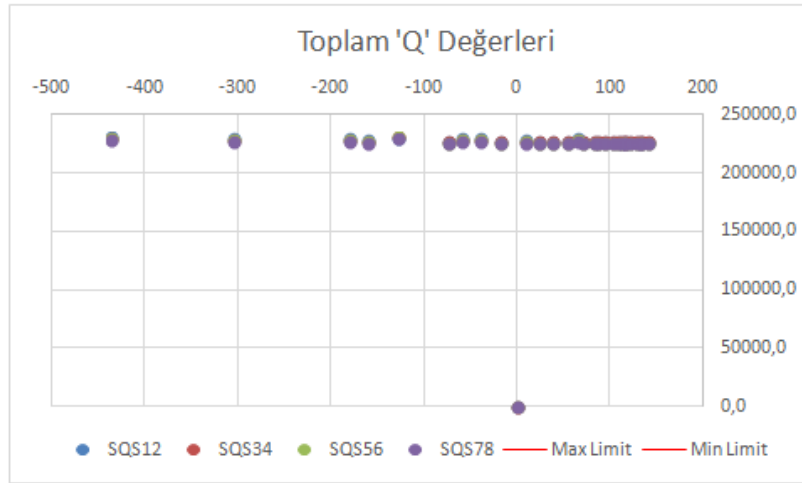


Şekil 3. 18 : RA yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Y/Q’ değerlerinin dağılımı.

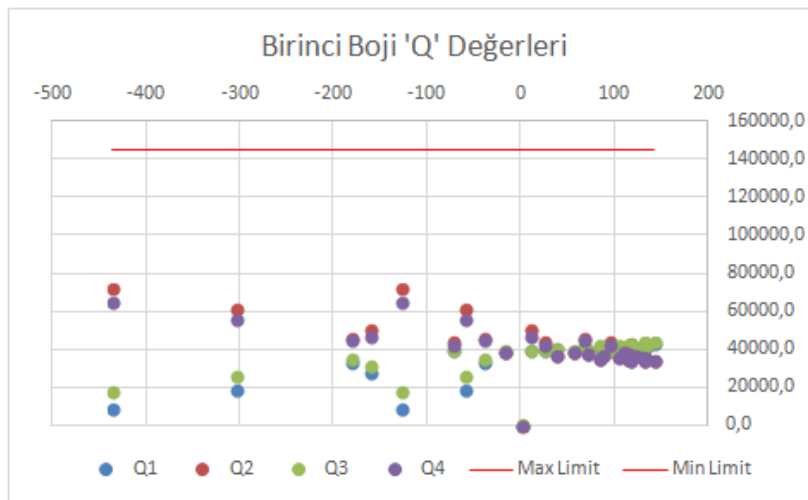
2. Tüm bunkerlerin dolu olduğu durum için:



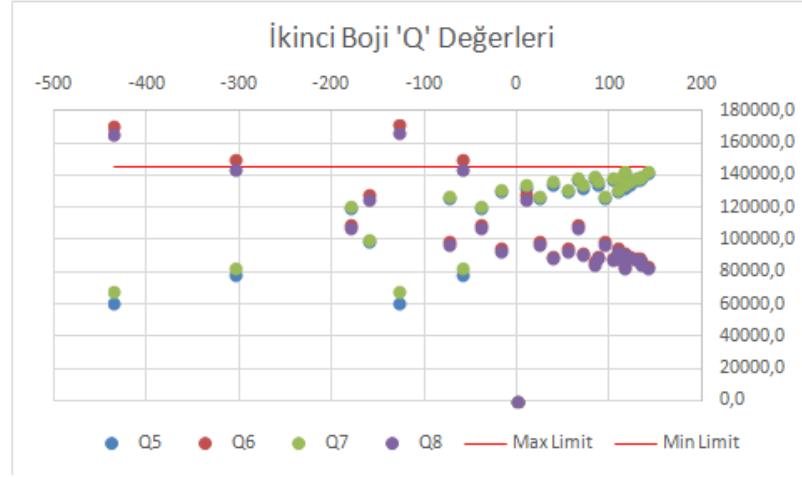
Şekil 3. 19 : RB yükleme durumunda ‘toplamlY’ değerlerinin dağılımı.



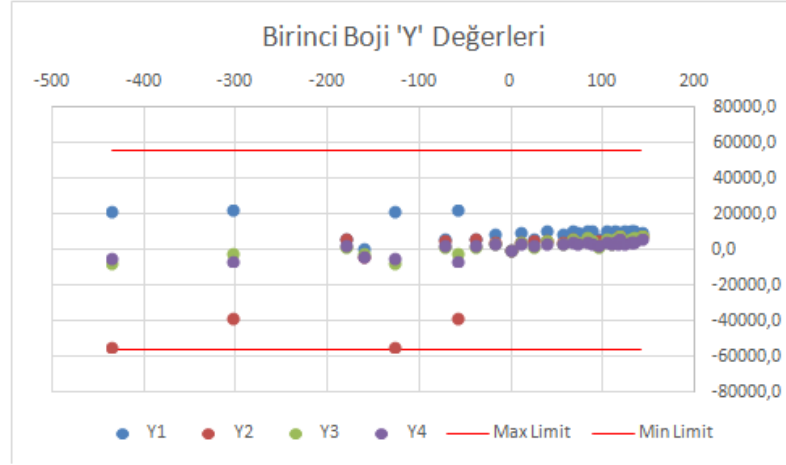
Şekil 3. 20 : RB yükleme durumunda ‘toplamlQ’ değerlerinin dağılımı.



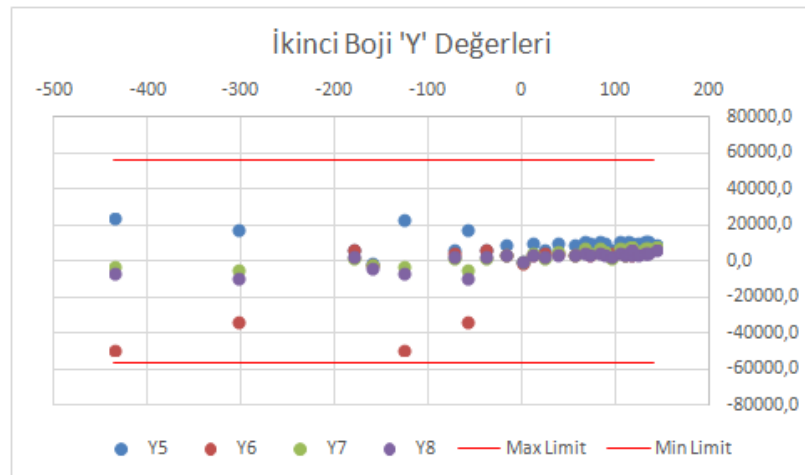
Şekil 3. 21 : RB yükleme durumunda ‘birinci bojideki Q’ değerlerinin dağılımı.



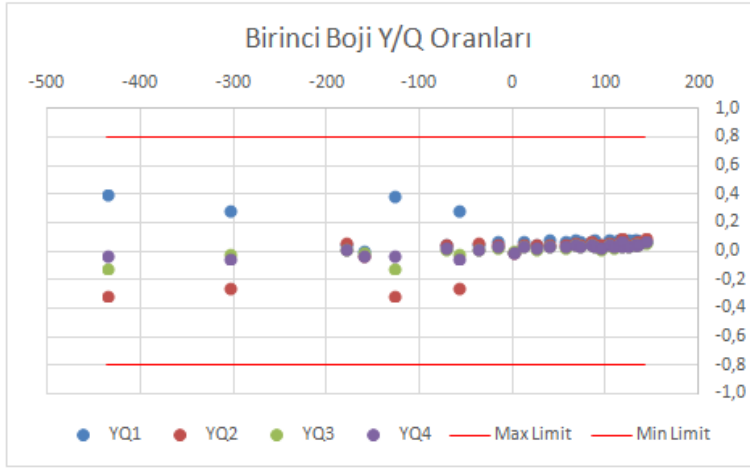
Şekil 3. 22 : RB yükleme durumunda 'ikinci bojideki Q' değerlerinin dağılımı.



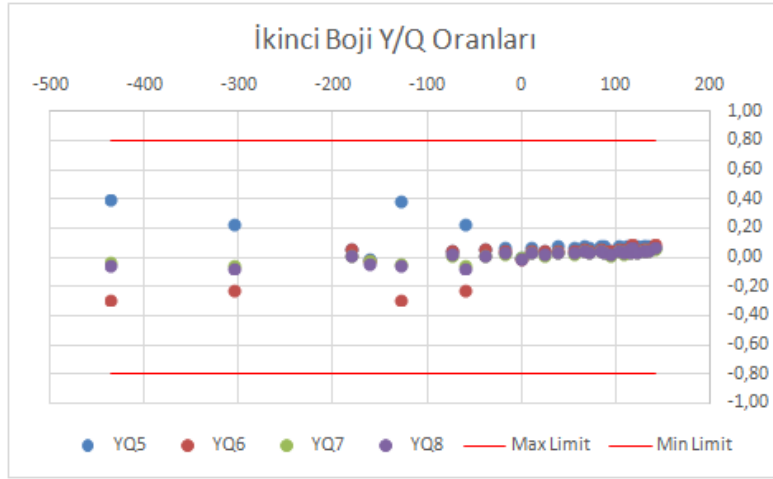
Şekil 3. 23 : RB yükleme durumunda 'ikinci bojideki Y' değerlerinin dağılımı.



Şekil 3. 24 : RB yükleme durumunda 'ikinci bojideki Y' değerlerinin dağılımı.

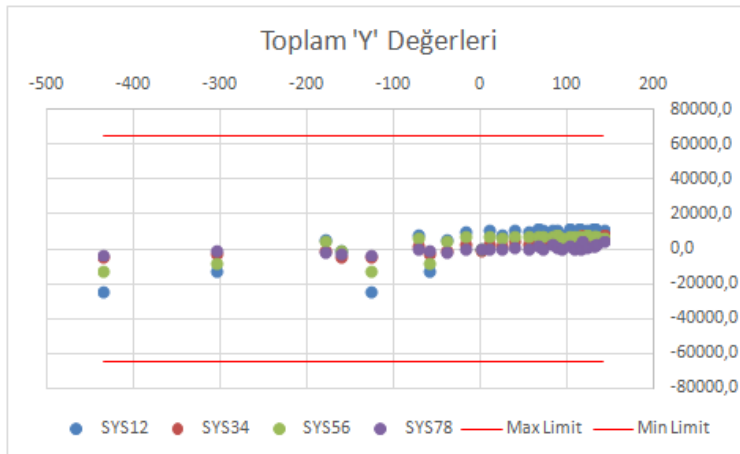


Şekil 3. 25 : RB yükleme durumunda ‘birinci bojide Y/Q’ değerlerinin dağılımı.

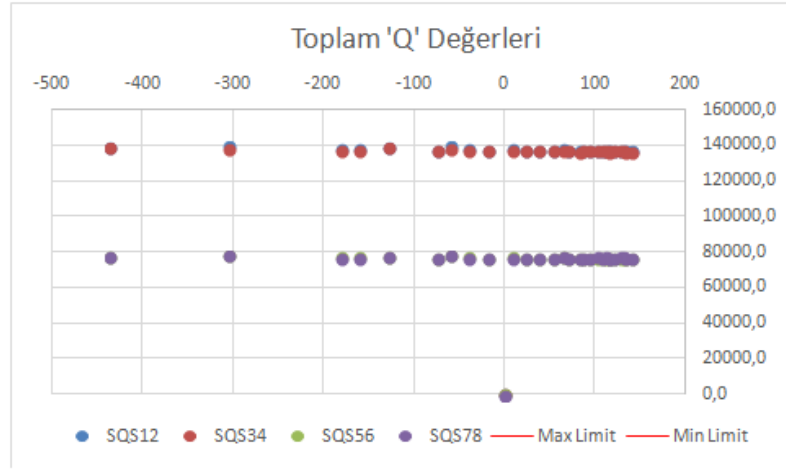


Şekil 3. 26 : RB yükleme durumunda ‘ikinci bojide Y/Q’ değerlerinin dağılımı.

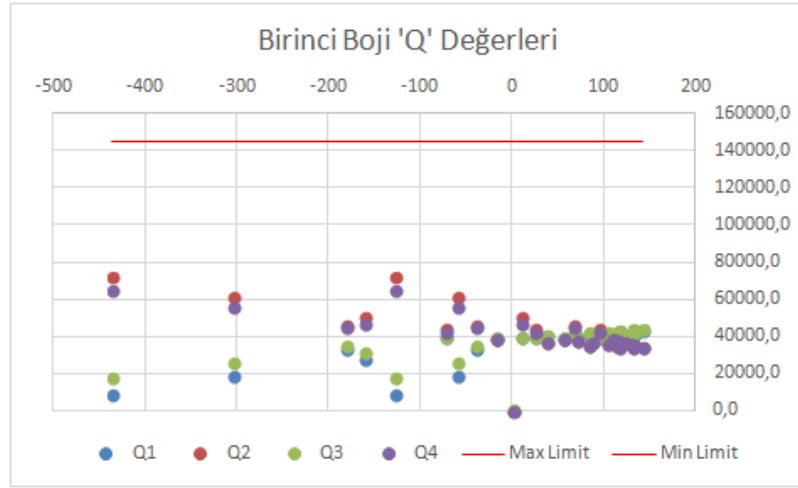
3. Yalnızca ön bunkerin dolu olduğu durum için:



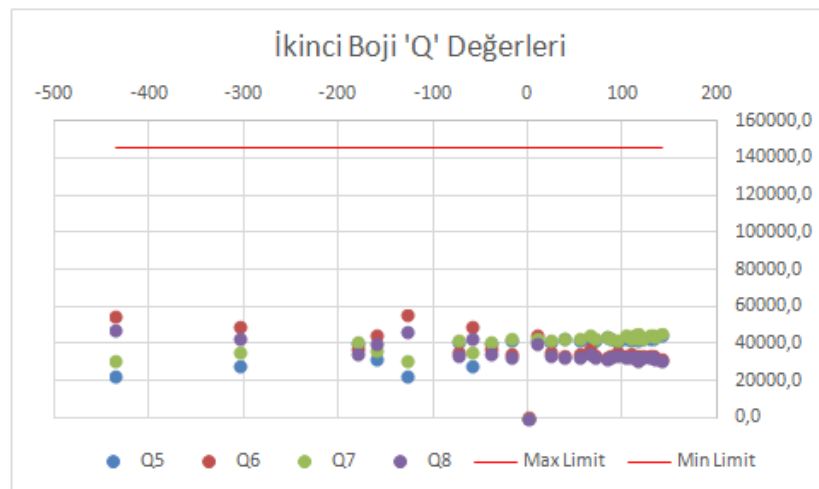
Şekil 3. 27 : RC yükleme durumunda ‘toplam Y’ değerlerinin dağılımı.



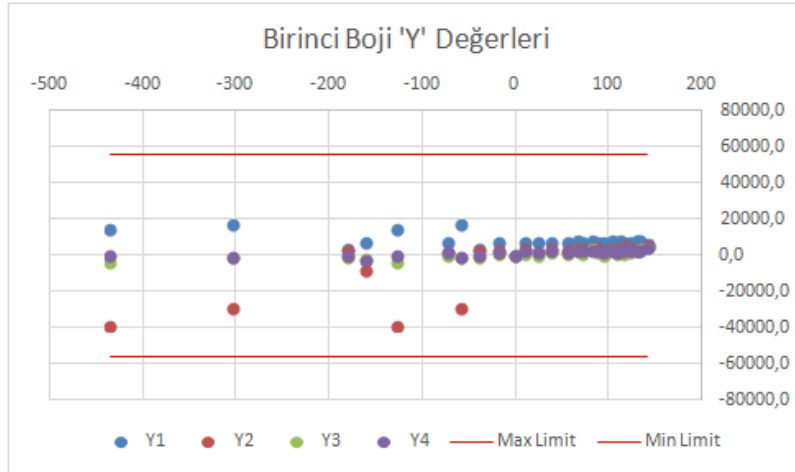
Şekil 3. 28 : RC yükleme durumunda ‘toplam Q’ değerlerinin dağılımı.



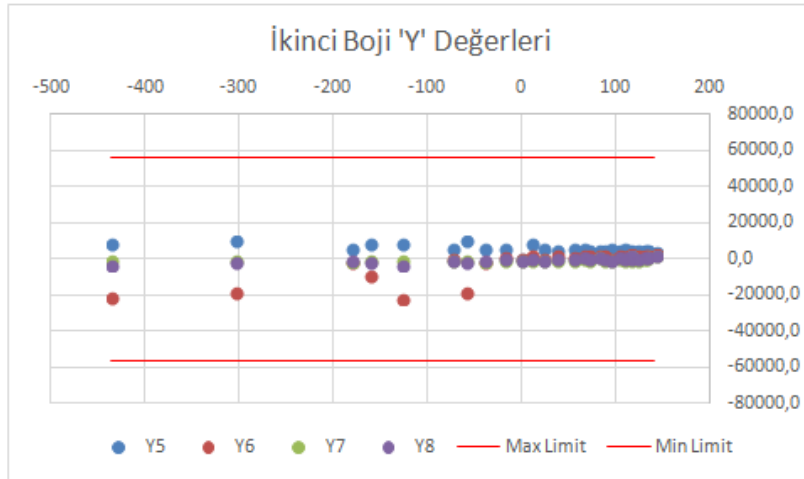
Şekil 3. 29 : RC yükleme durumunda ‘birinci bojideki Q’ değerlerinin dağılımı.



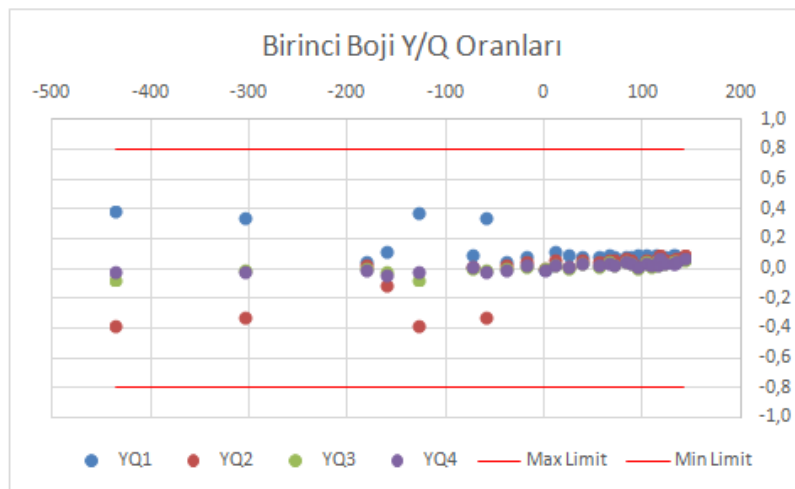
Şekil 3. 30 : RC yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Q’ değerlerinin dağılımı.



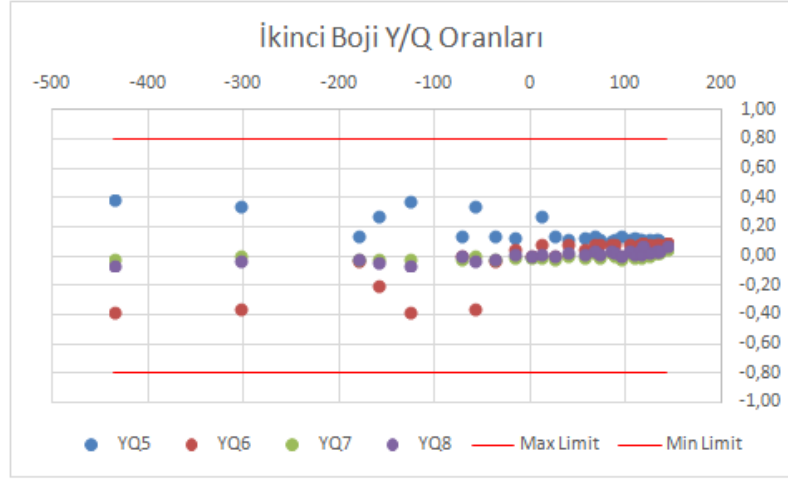
Şekil 3. 31 : RC yükleme durumunda ‘birinci bojideki Y’ değerlerinin dağılımı.



Şekil 3. 32 : RC yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Y’ değerlerinin dağılımı.

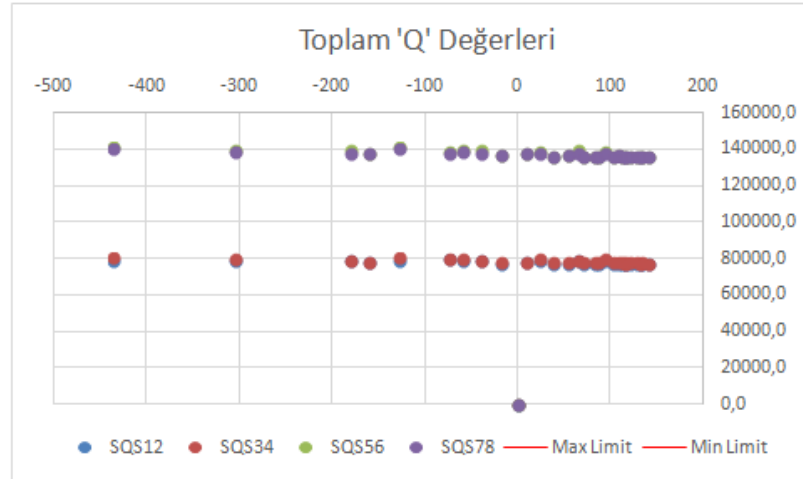


Şekil 3. 33 : RC yükleme durumunda ‘birinci bojideki Y/Q’ değerlerinin dağılımı.

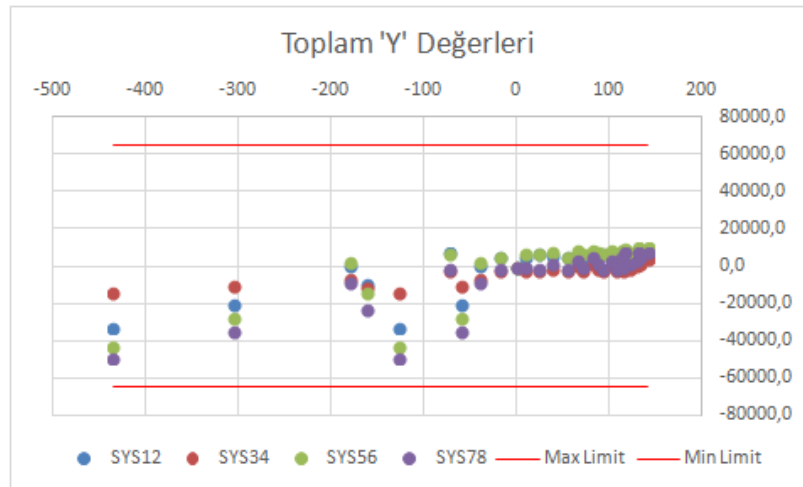


Şekil 3. 34 : RC yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Y/Q’ değerlerinin dağılımı.

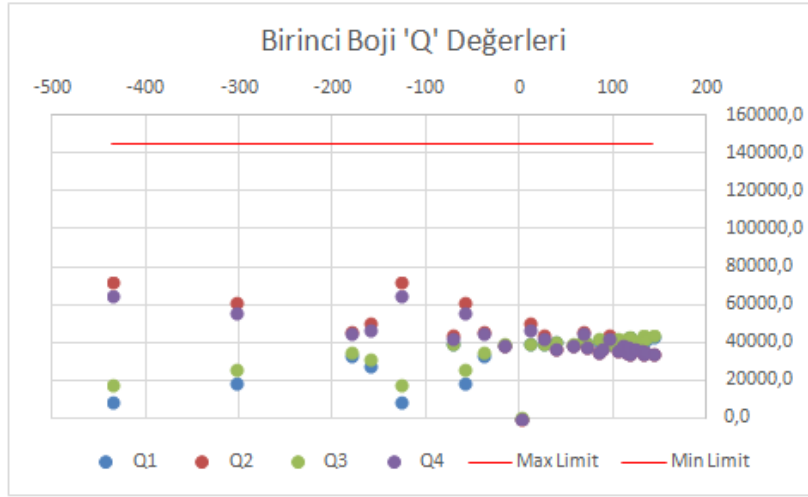
4. Yalnızca arka bunkerin dolu olduğu durum için:



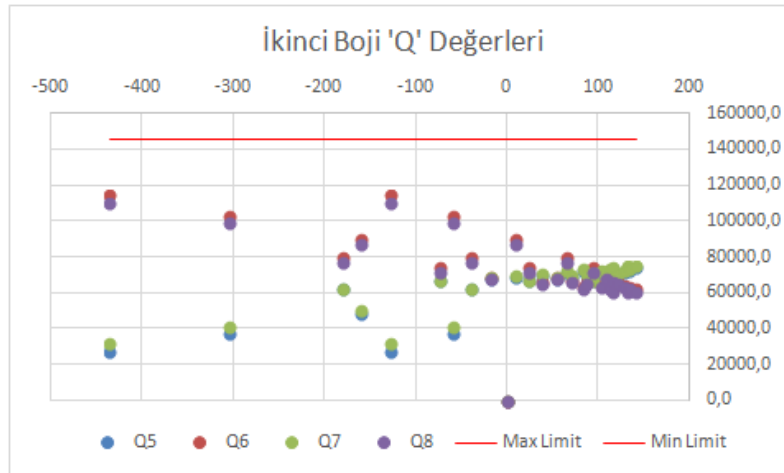
Şekil 3. 35 : RD yükleme durumunda ‘toplam Q’ değerlerinin dağılımı.



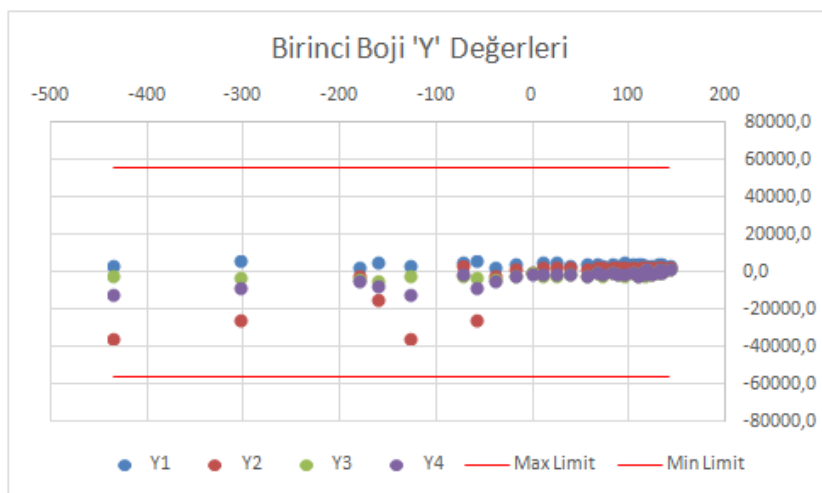
Şekil 3. 36 : RD yükleme durumunda ‘toplam Y’ değerlerinin dağılımı.



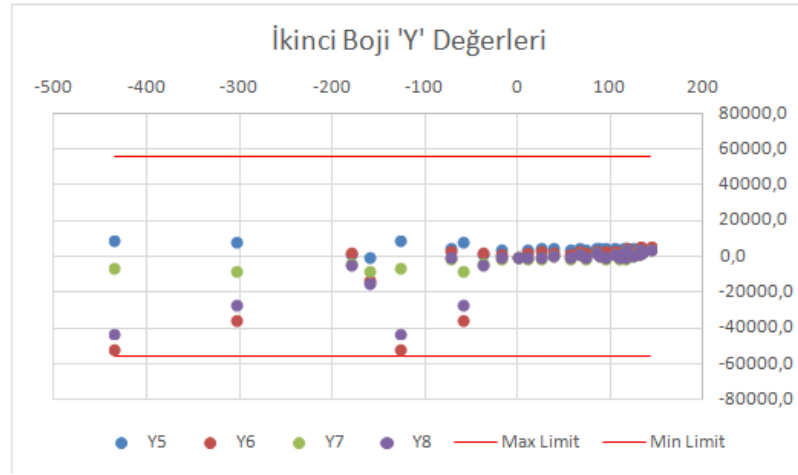
Şekil 3. 37 : RD yükleme durumunda ‘birinci bojideki Q’ değerlerinin dağılımı.



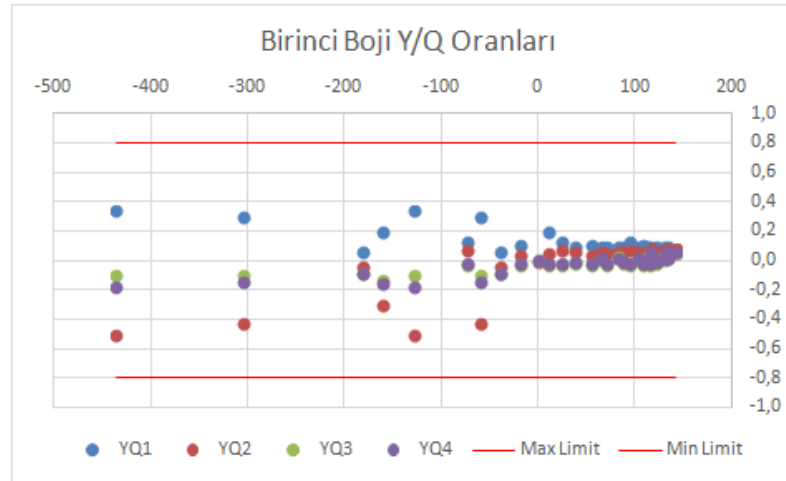
Şekil 3. 38 : RD yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Q’ değerleri.



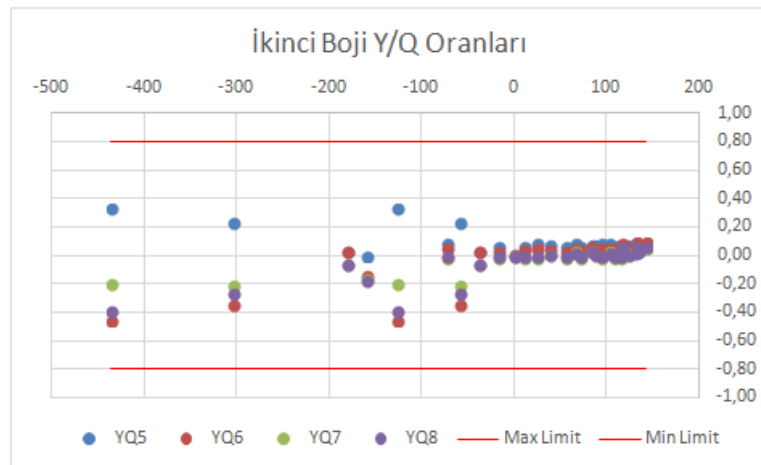
Şekil 3. 39 : RD yükleme durumunda ‘birinci bojideki Y’ değerlerinin dağılımı.



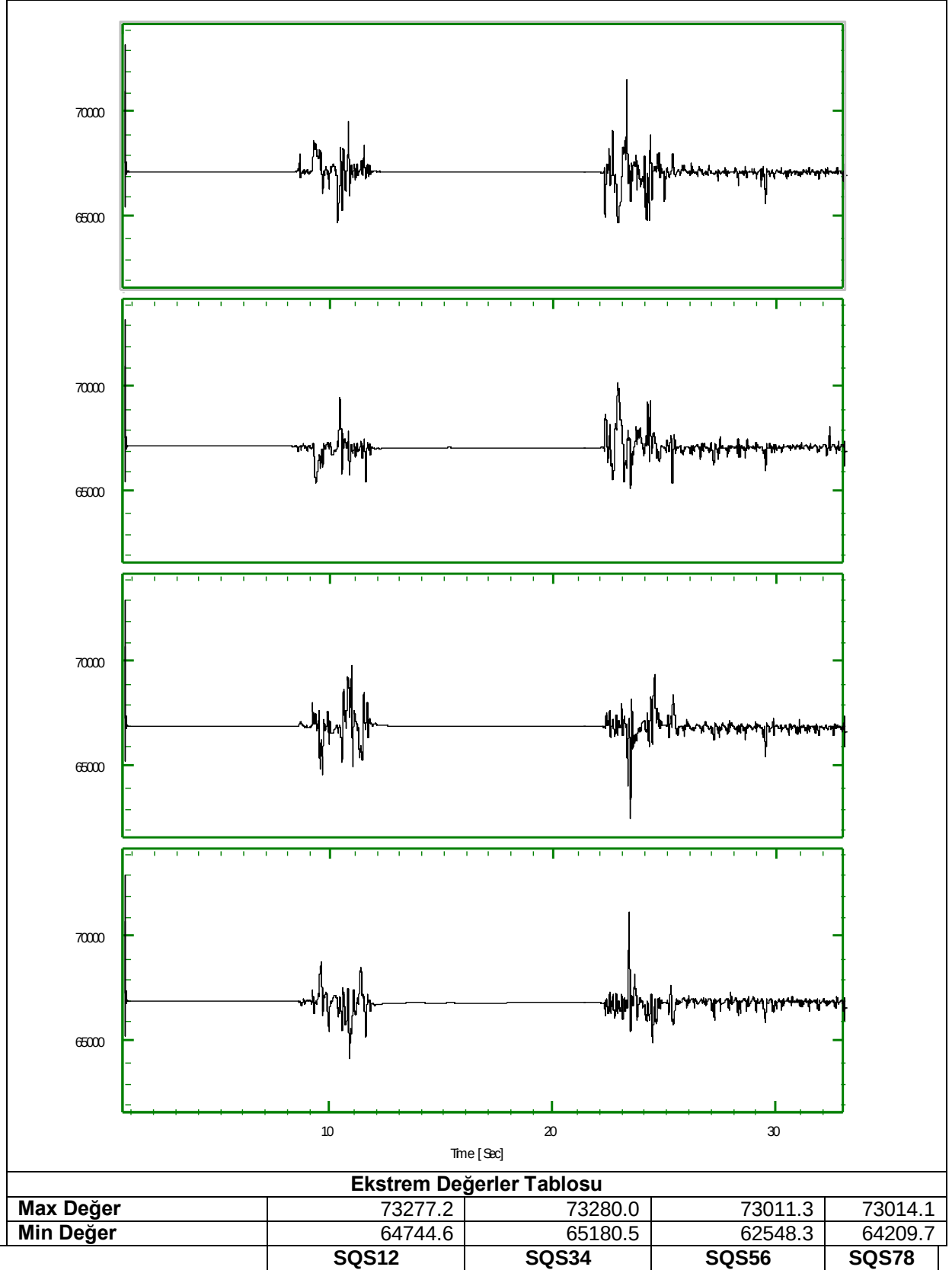
Şekil 3. 40 : RD yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Y’ değerlerinin dağılımı.



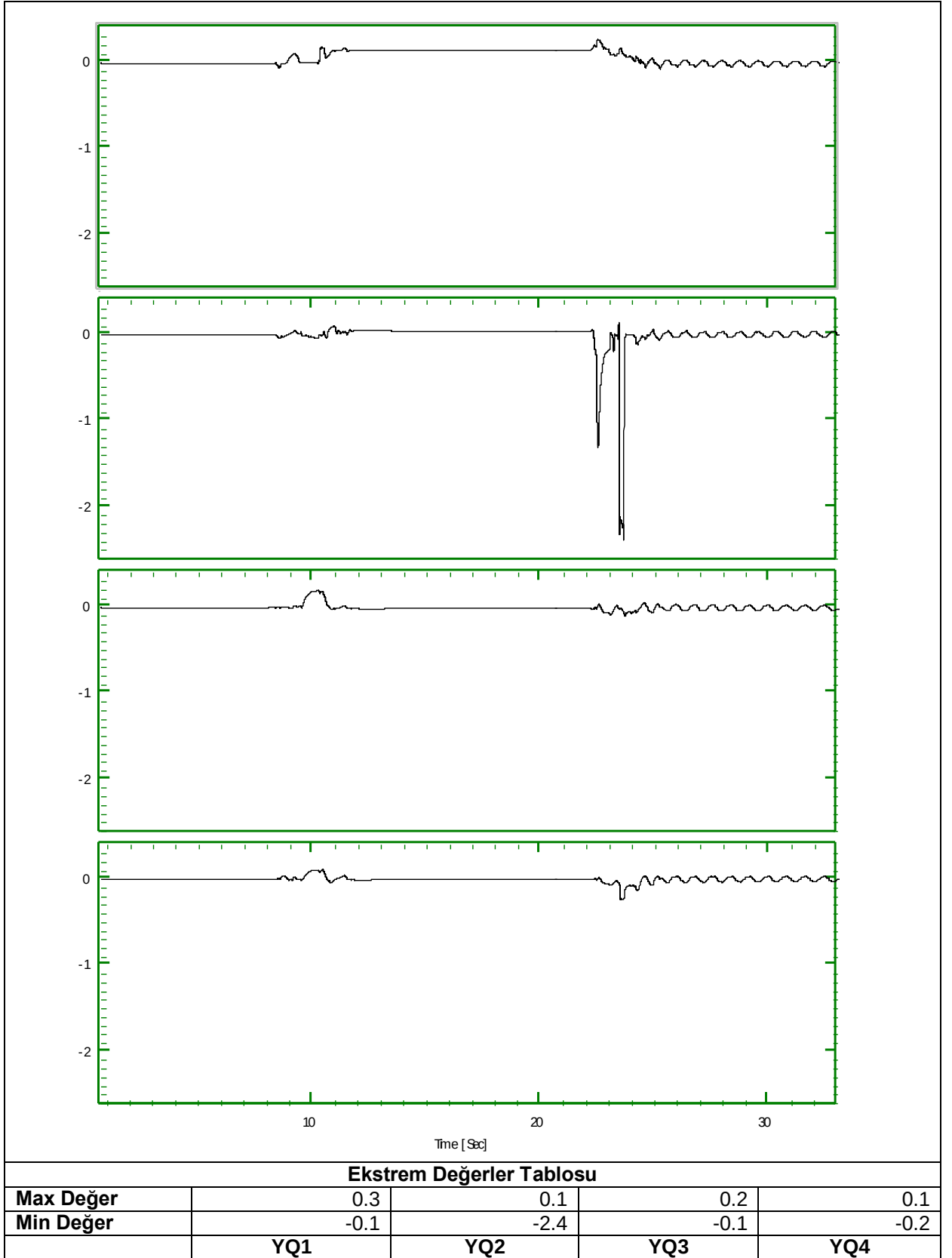
Şekil 3. 41 : RD yükleme durumunda ‘birinci bojideki Y/Q’ değerleri.



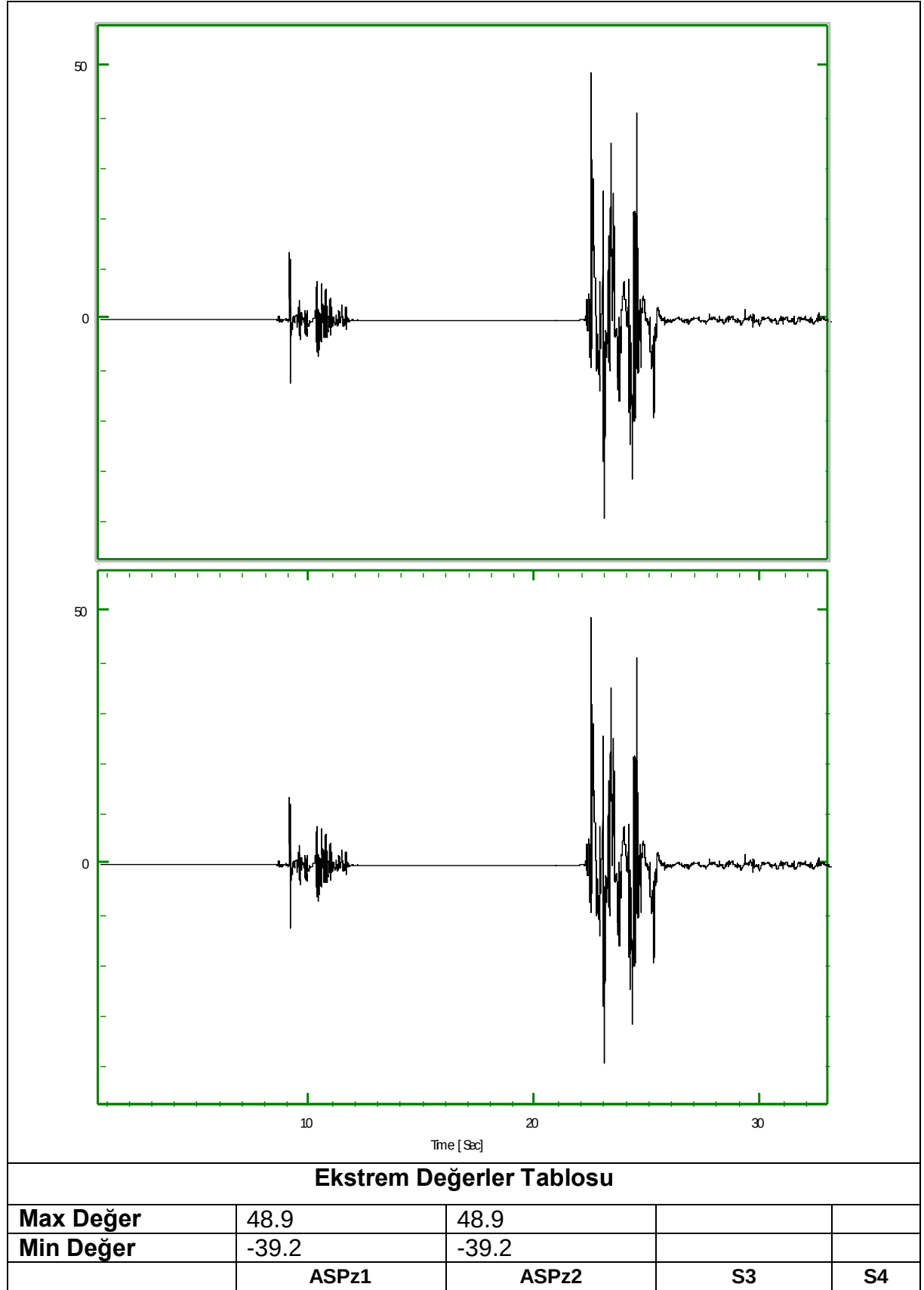
Şekil 3. 42 : RD yükleme durumunda ‘ikinci bojideki Y/Q’ değerlerinin dağılımı.



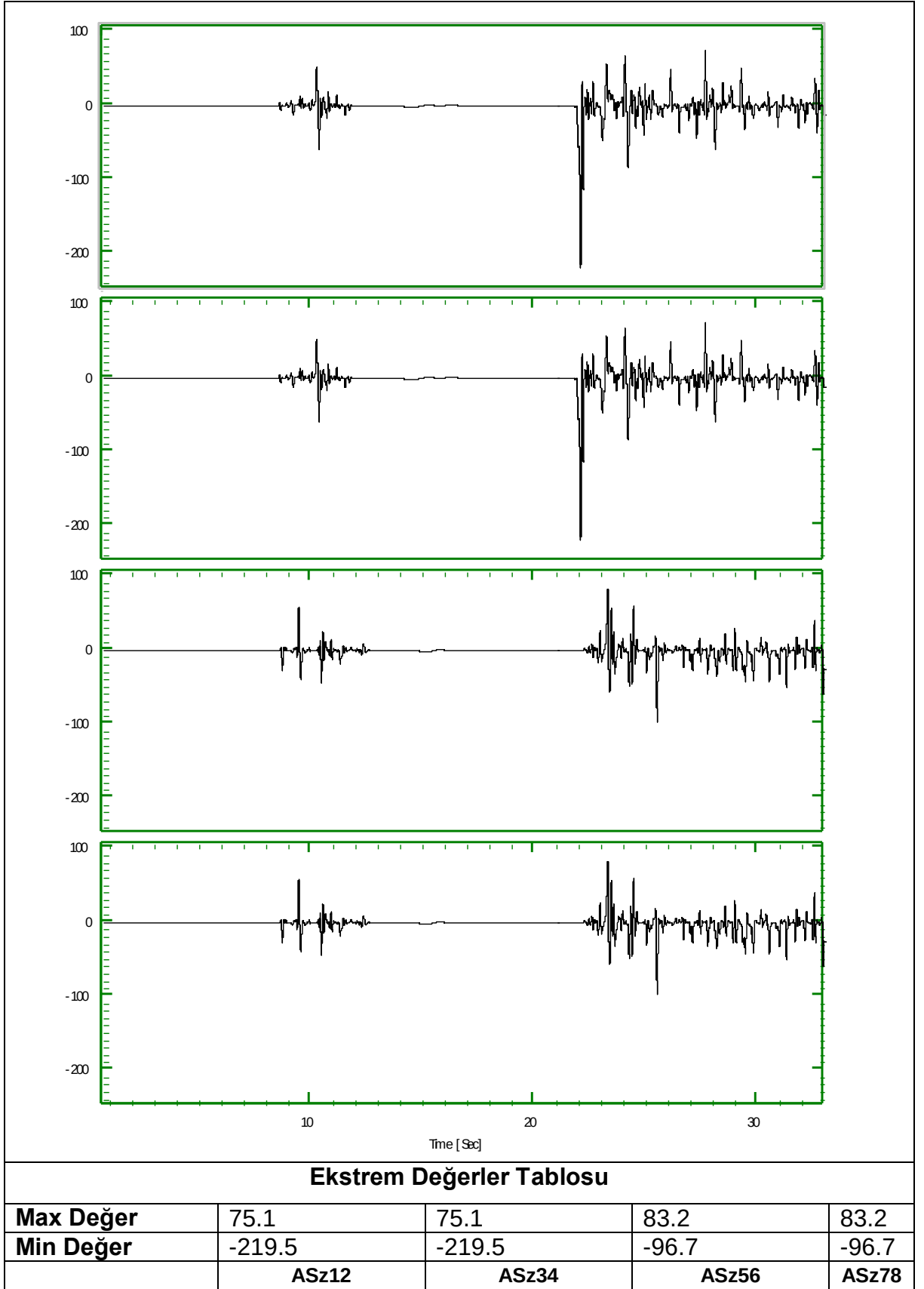
Şekil 3. 1 : Bos vagon düzgün R1000m V120kmh deşerfarki 17.9mm ile seyir RA113 20Hz LP.



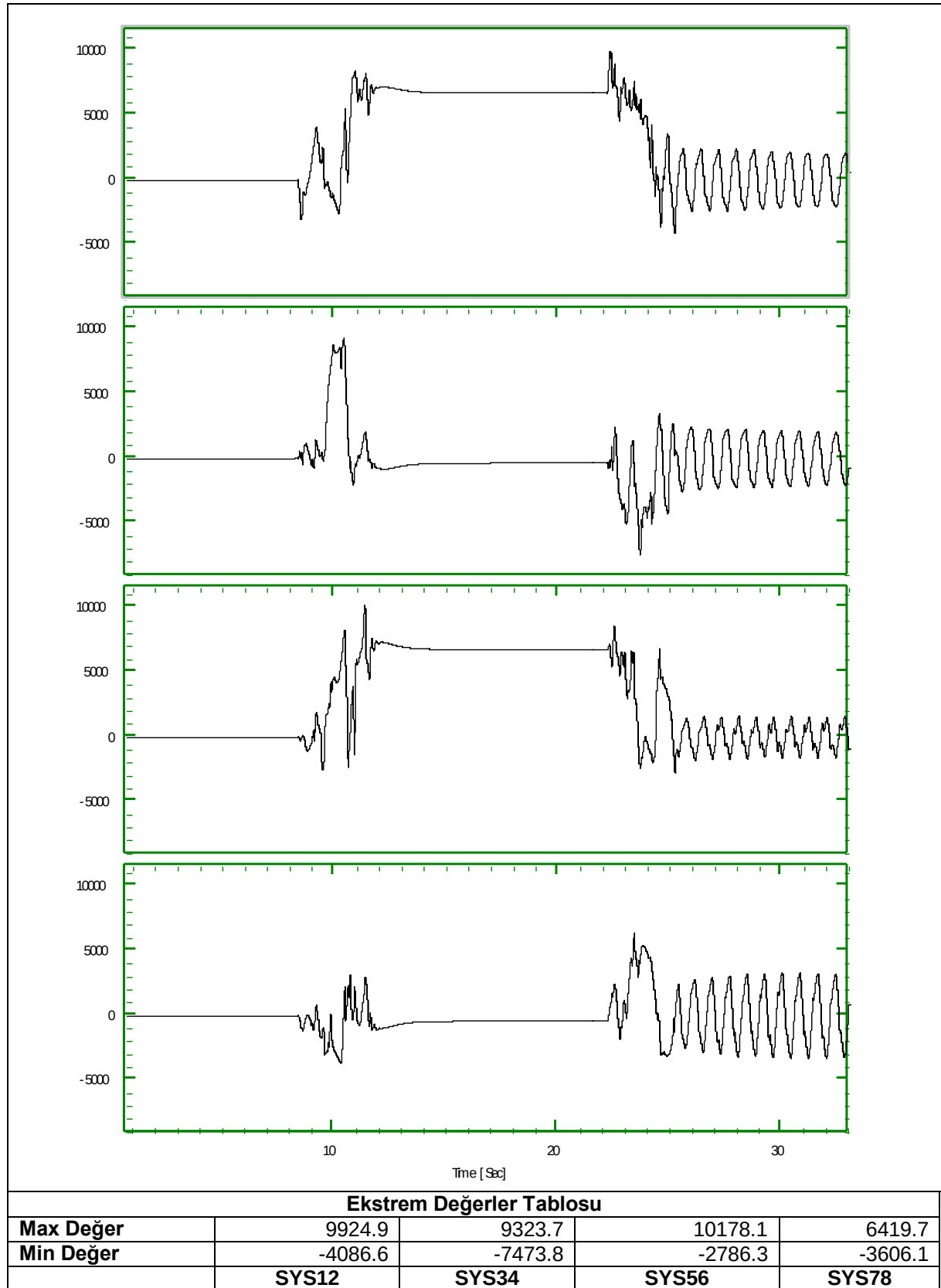
Şekil 3. 2 : Bos vagon düzgun R1000m V120kmh Değer Farkı 17.9mm ile seyir RA113 20Hz LP.



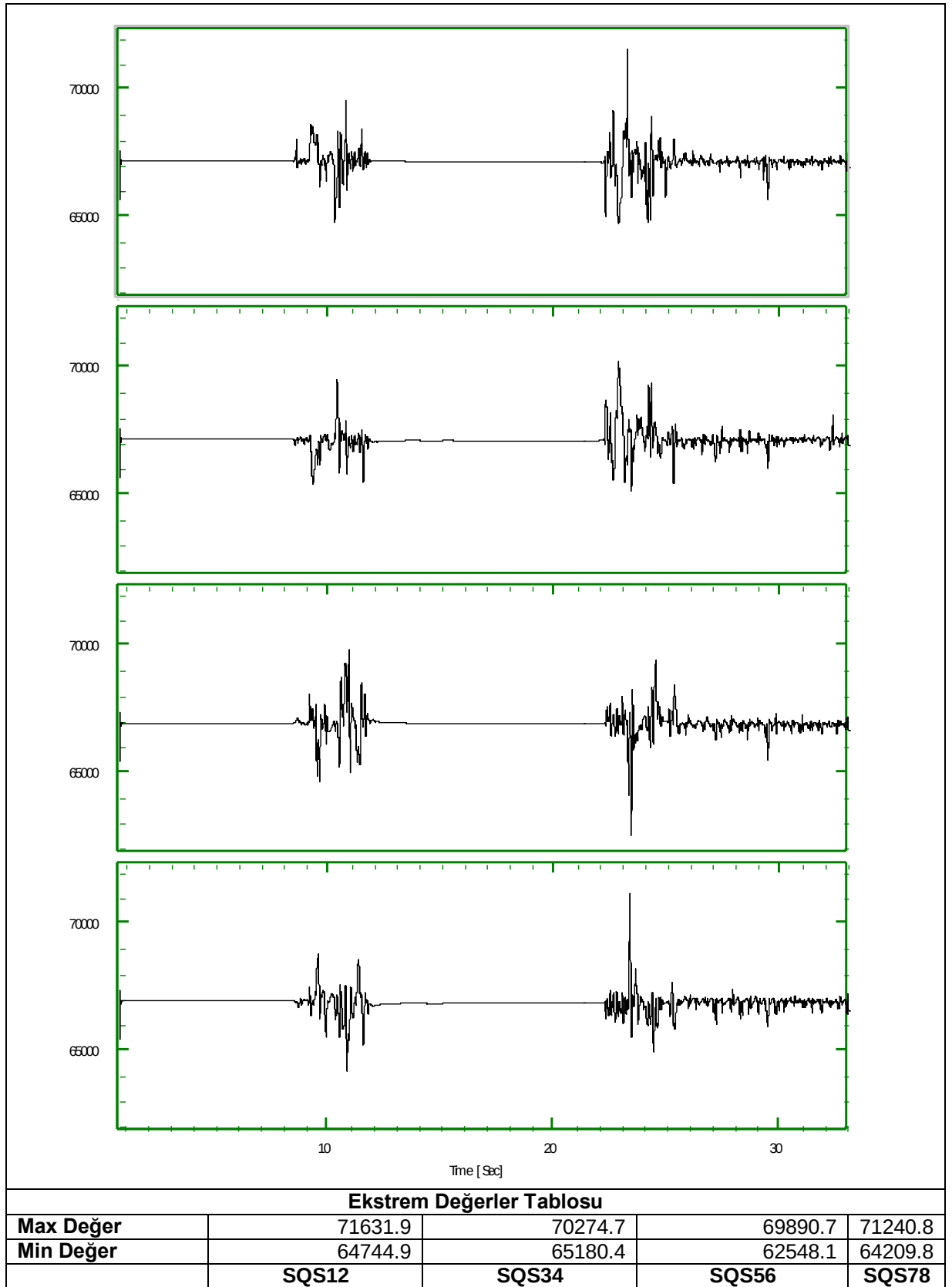
Şekil 3. 3 : Bos vagon düzgün R1000m V120kmh devertarki17.9mm ile seyirRA11320HzLp.



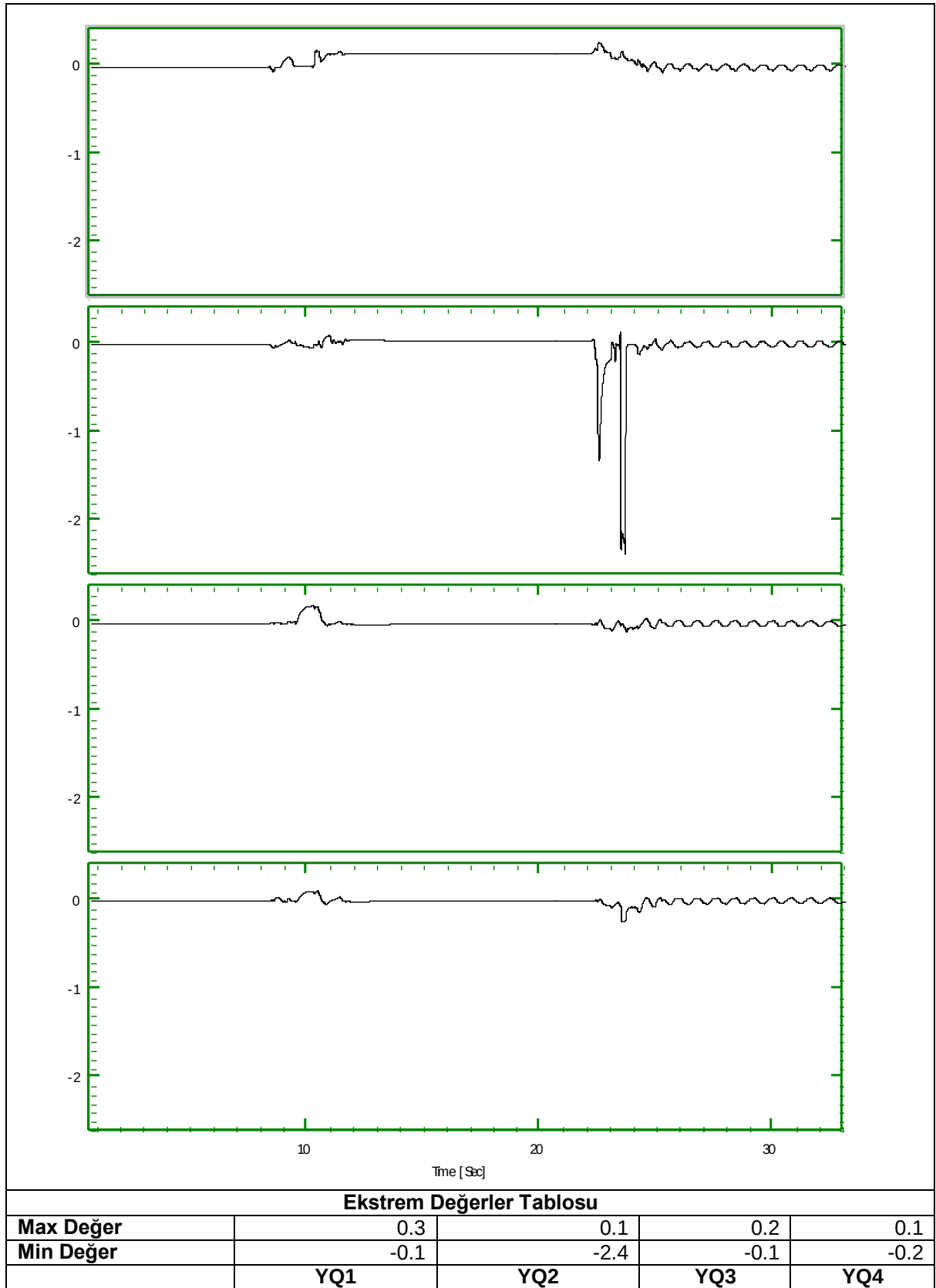
Şekil 3. 4 : Bos vagon düzgun R1000m V120kmh devertarki17.9mm ile seyir RA11310Hz LP.



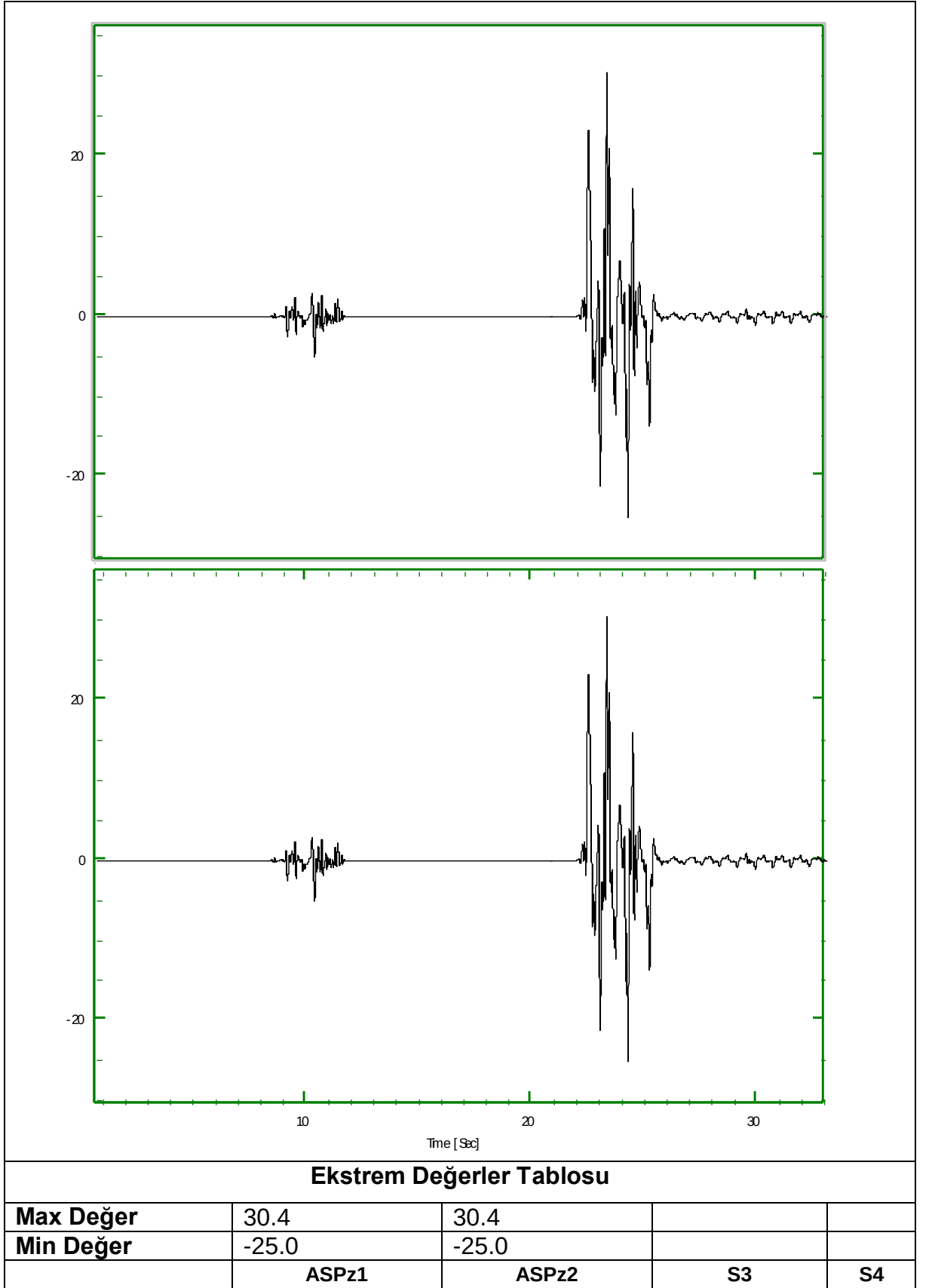
Şekil 3. 5 : Bos vagon düzgun R1000mV90kmh deşverfarki 55.5mm ile seyir RA016 20Hz LP.



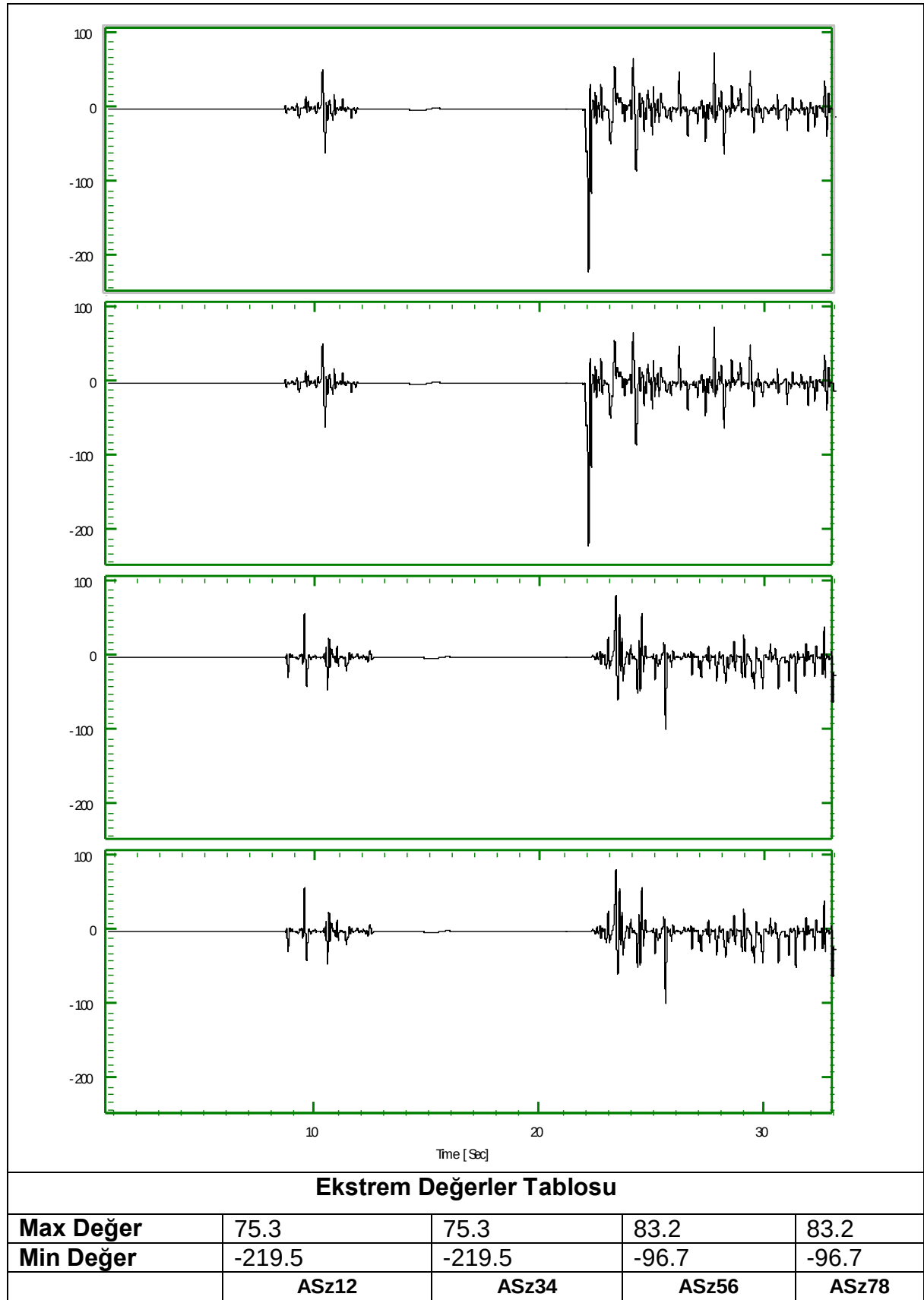
Şekil 3. 6 : Bos vagon duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016 20Hz LP.



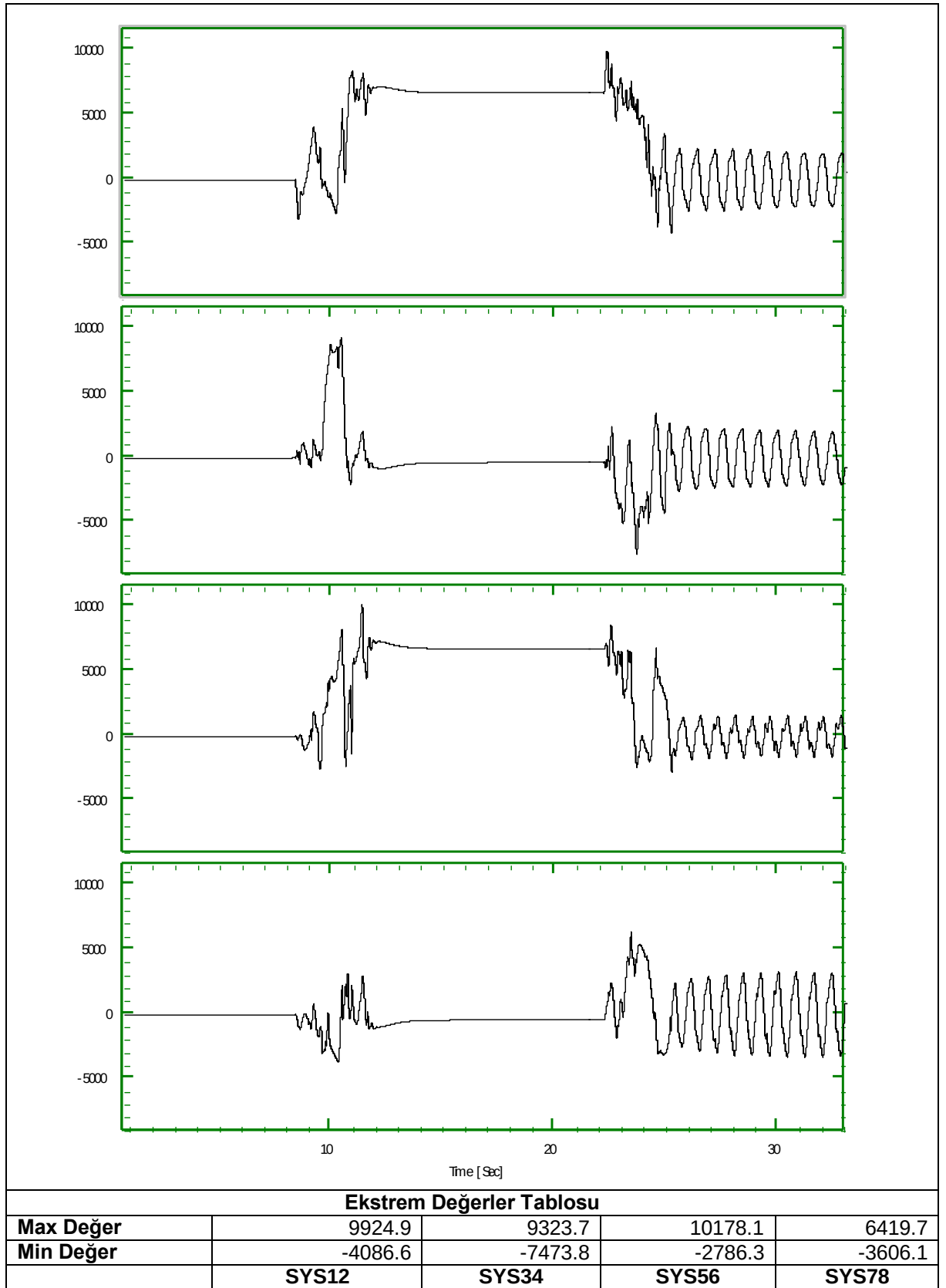
Şekil 3. 7 : Bos vagon duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyirRA016 20Hz LP.



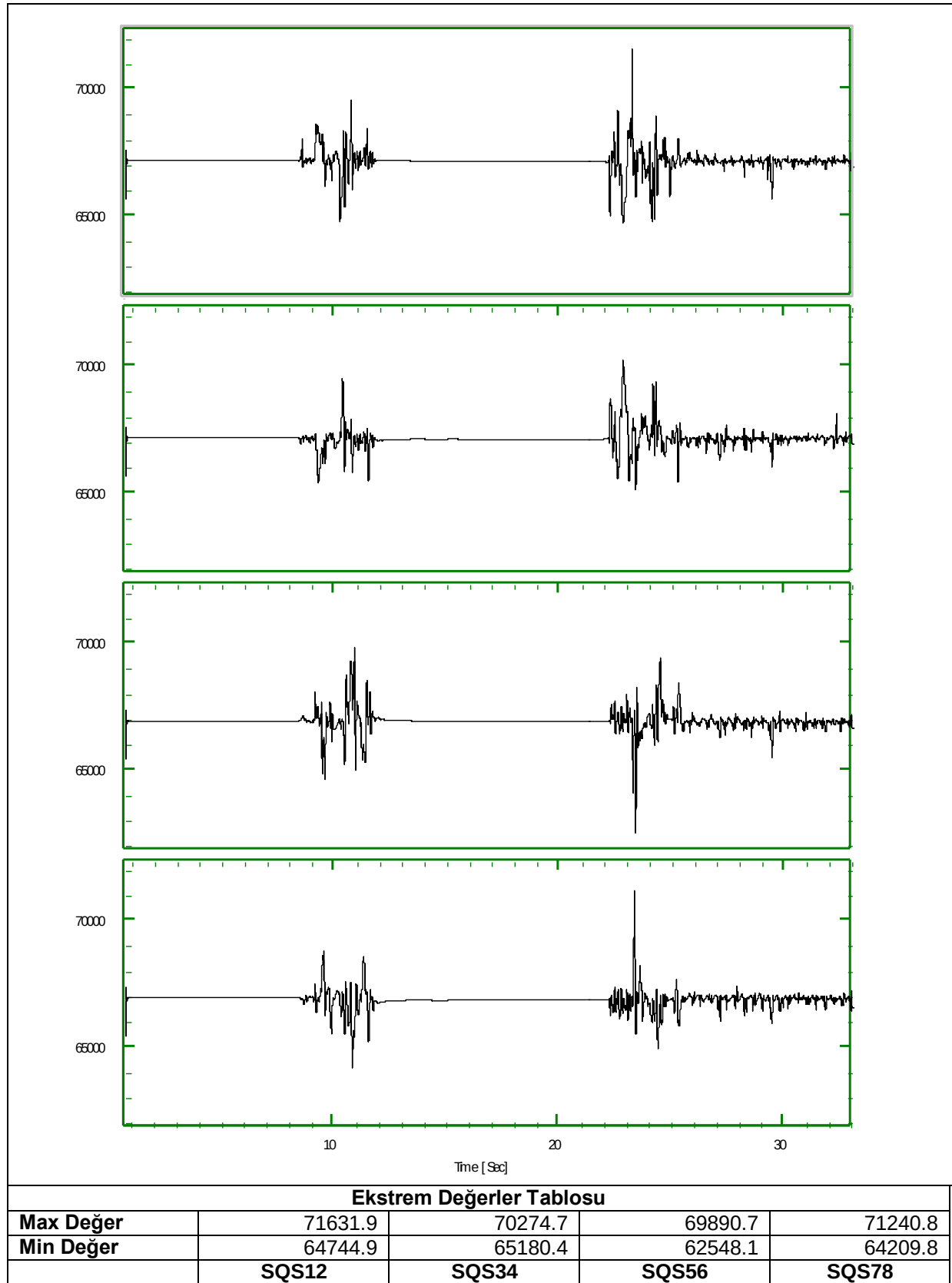
Şekil 3. 50 : Duzgun R1000mV90kmh deyer fark55.5mm ile seyir RA016 10Hz LP.



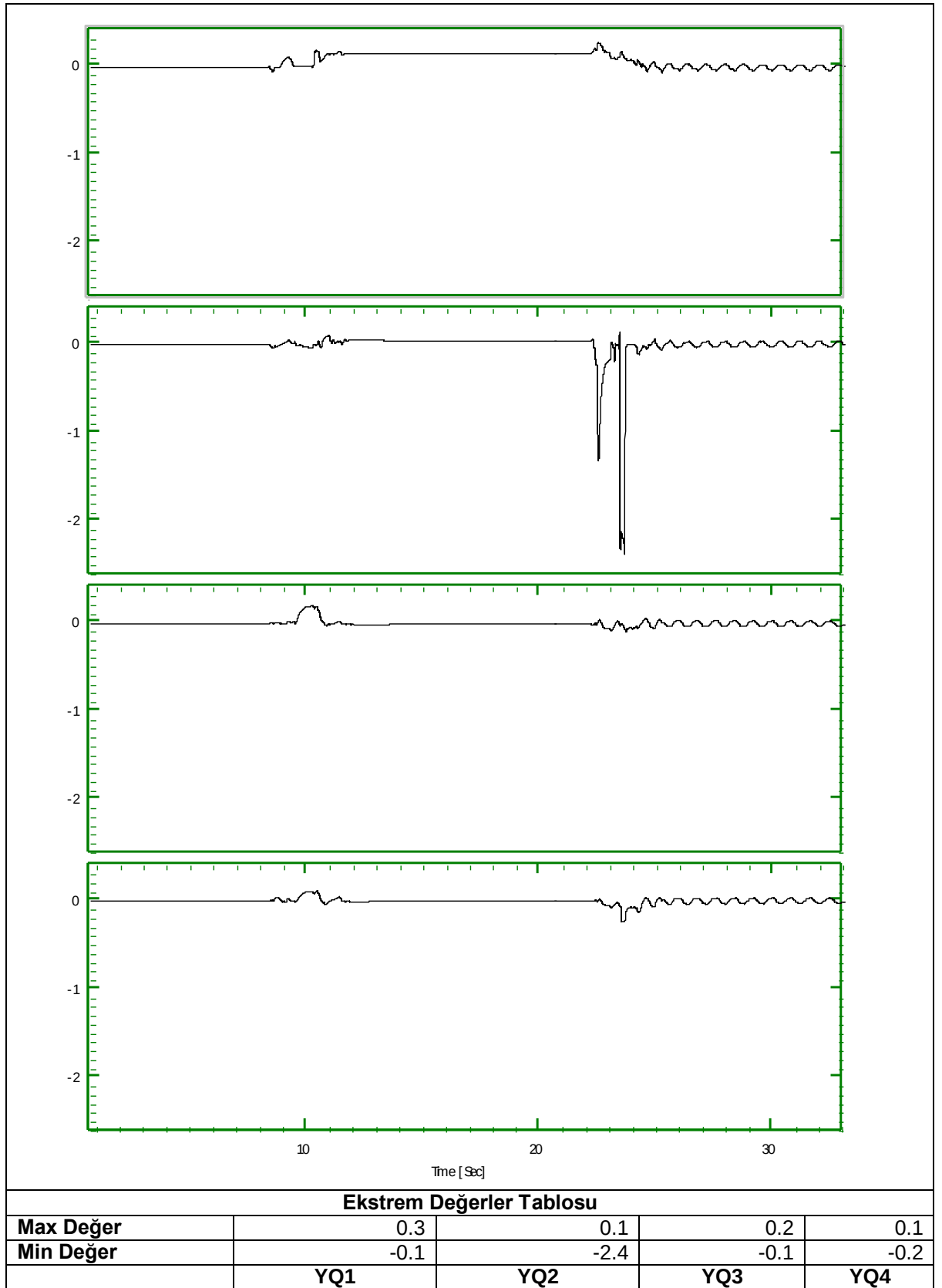
Şekil 3. 51 : Duzgun R1000m V90kmh deverfark55.5mm ile seyir RA016 10Hz LP.



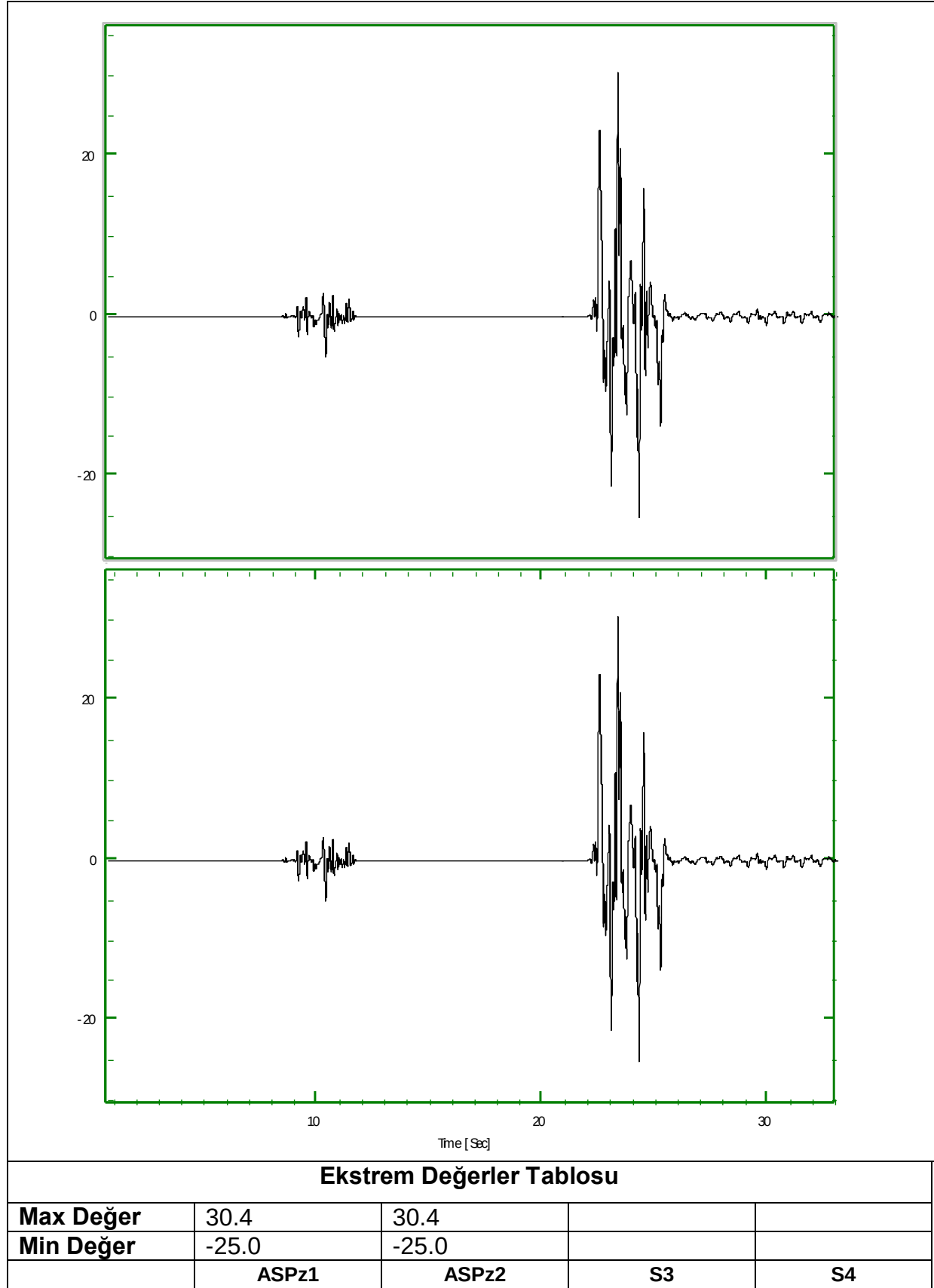
Şekil 3. 8 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006 20Hz LP.



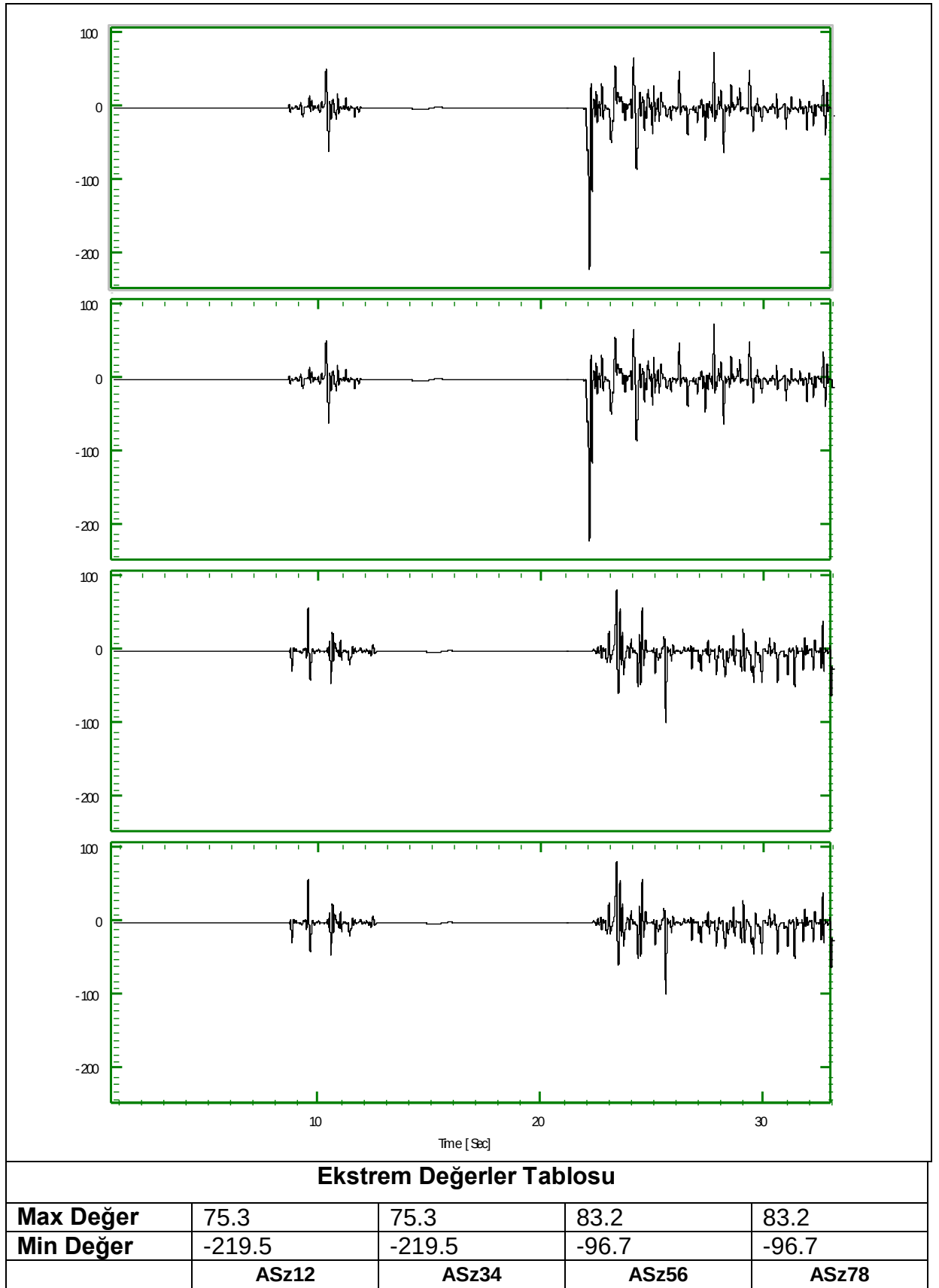
Şekil 3. 9 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile Seyir RA006 20Hz LP.



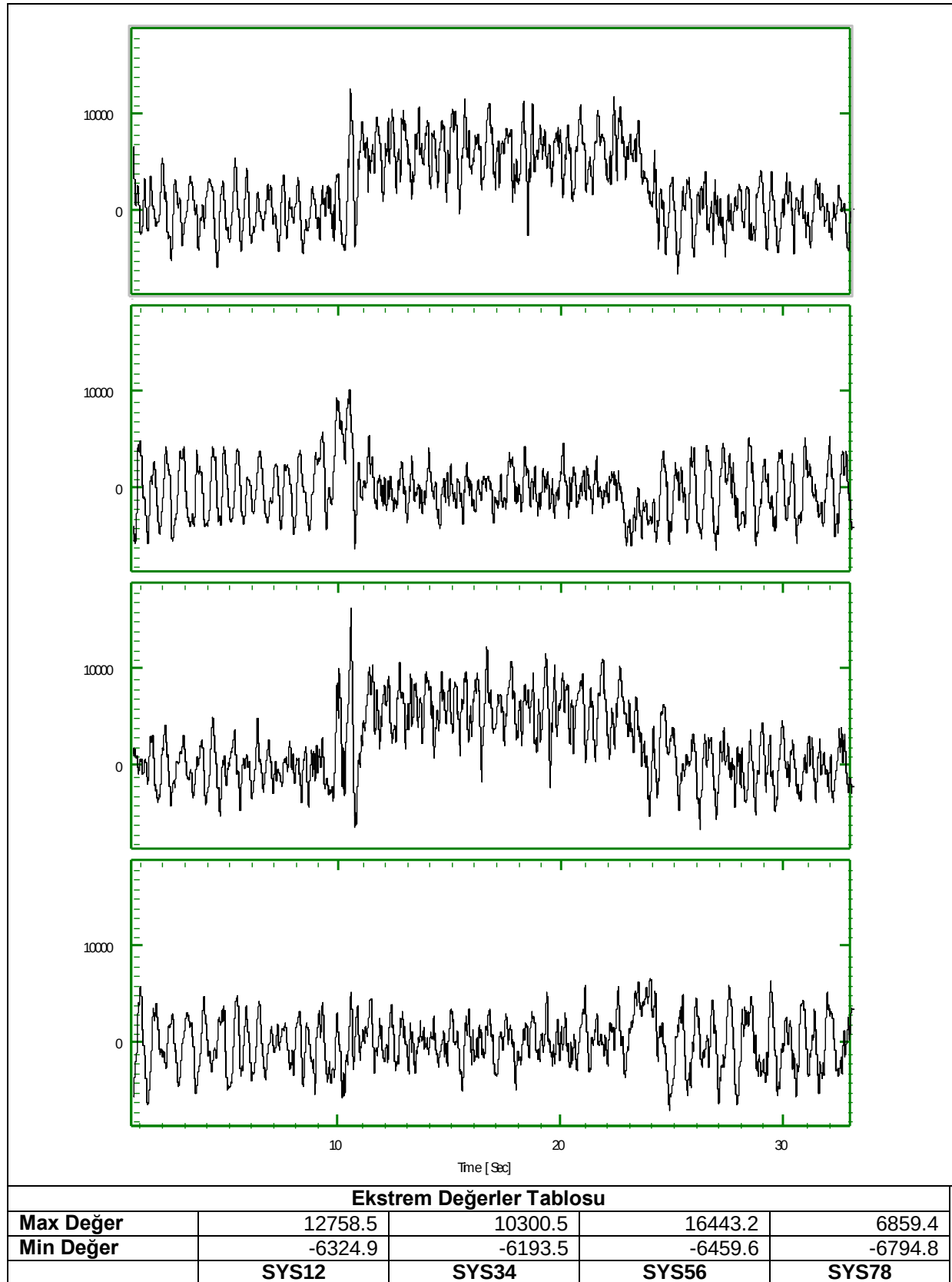
Şekil 3. 10 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RA006 20Hz LP.



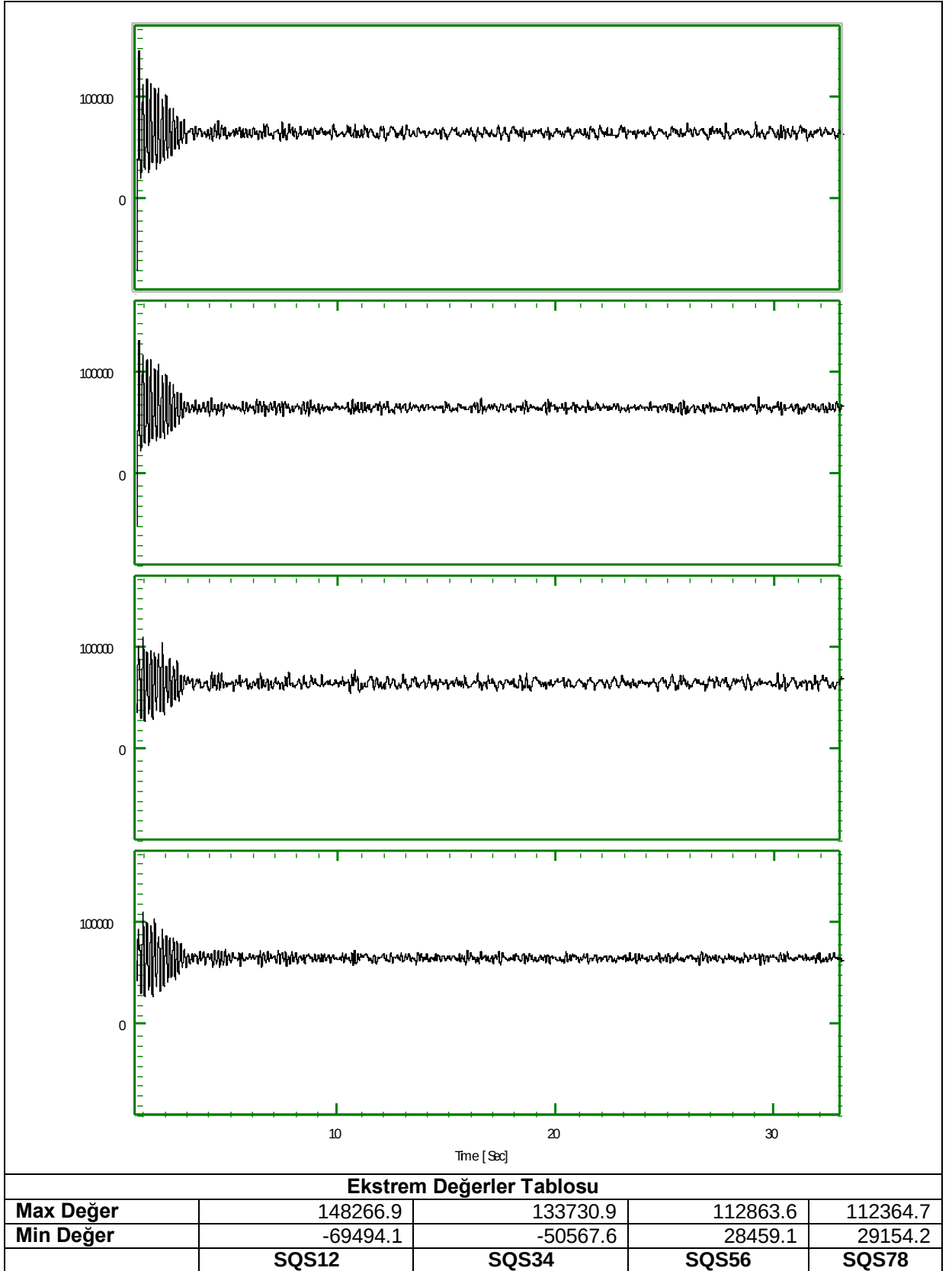
Şekil 3. 11 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RA006 10Hz LP.



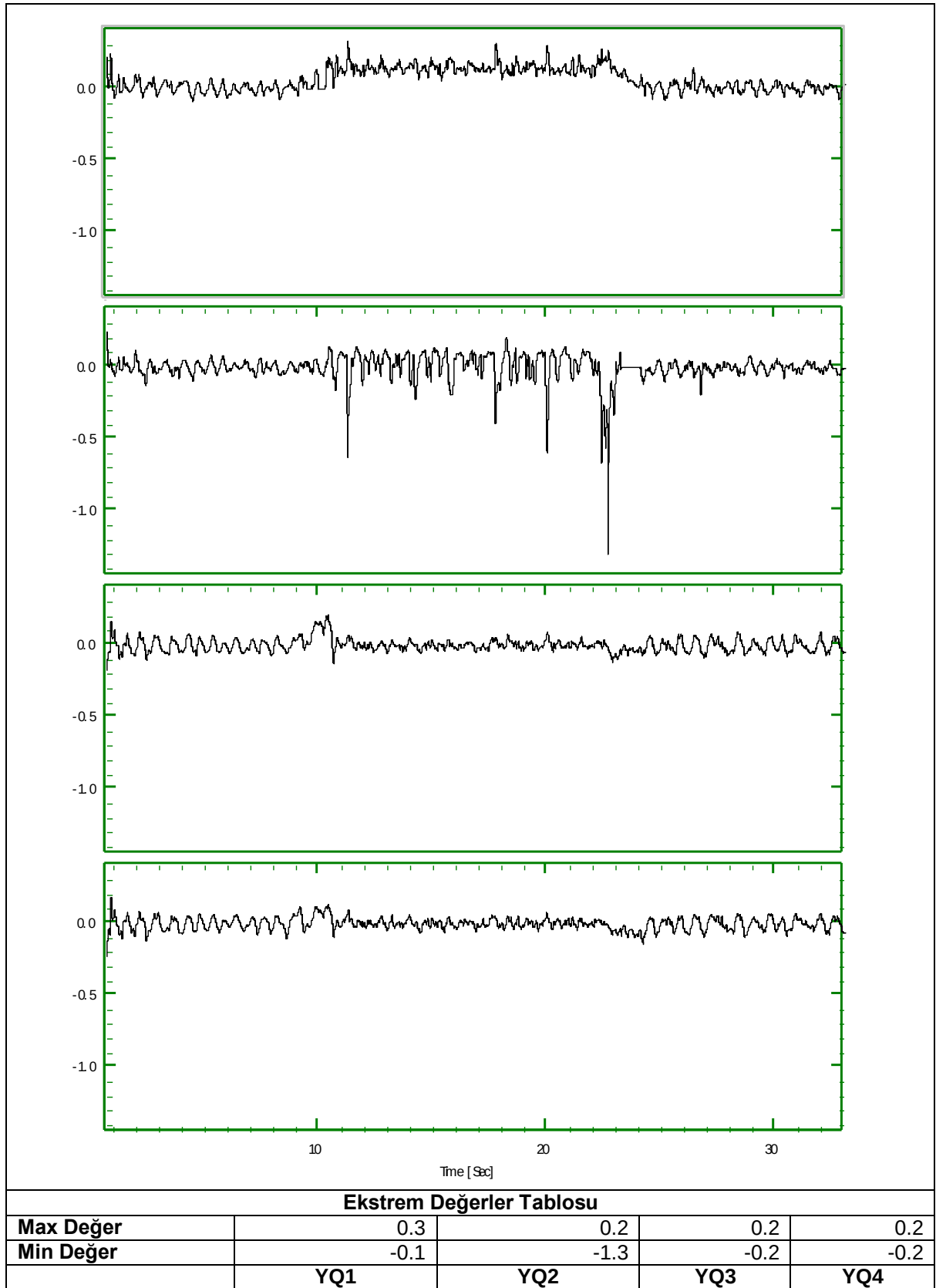
**Sekil 3. 12 :** Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile sevir RA006 10Hz LP.



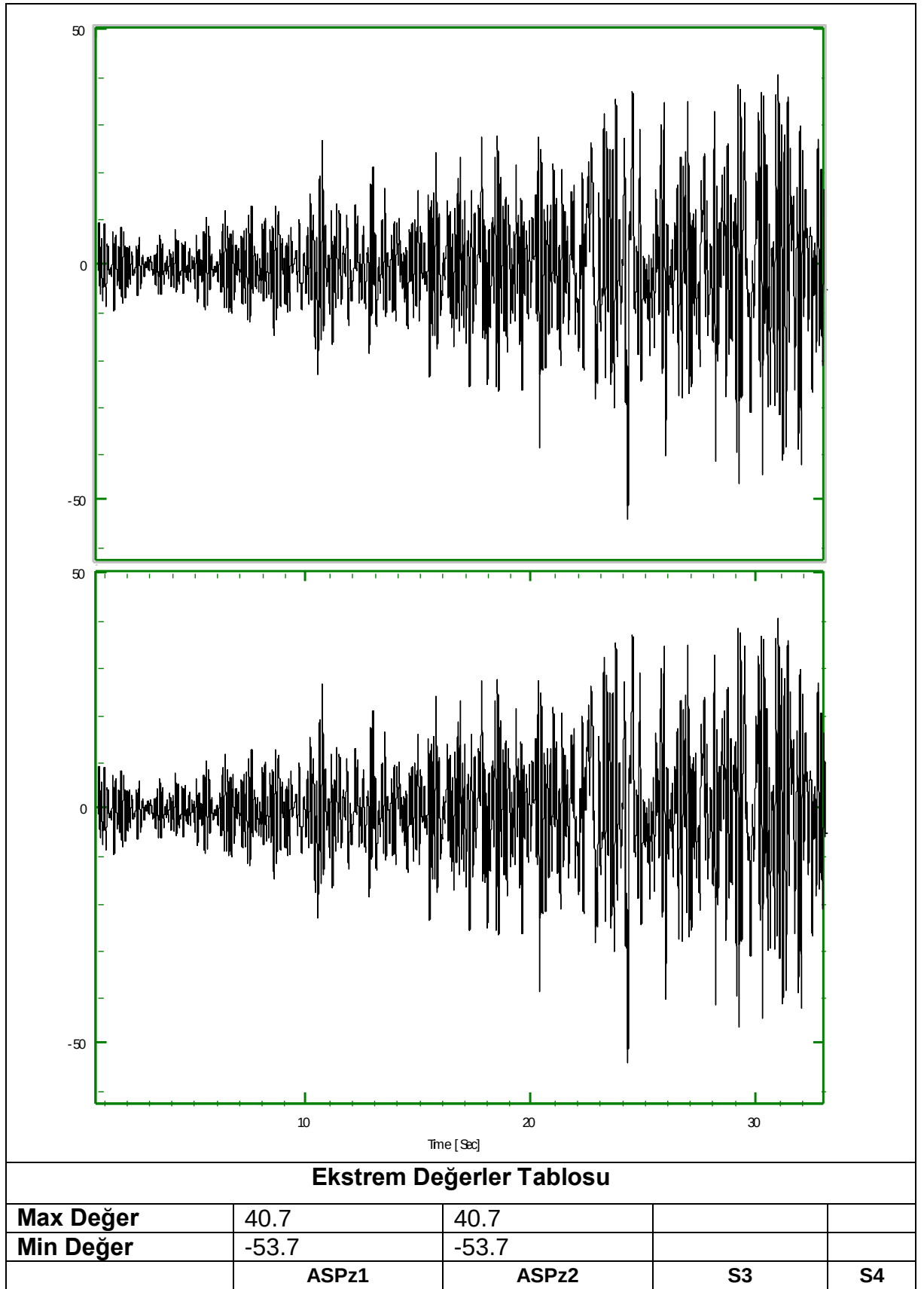
Şekil 3. 13 : İkazlı R1000m V120kmh devertfarki 17.9mm ile seyir RA113\_ex 20Hz LP.



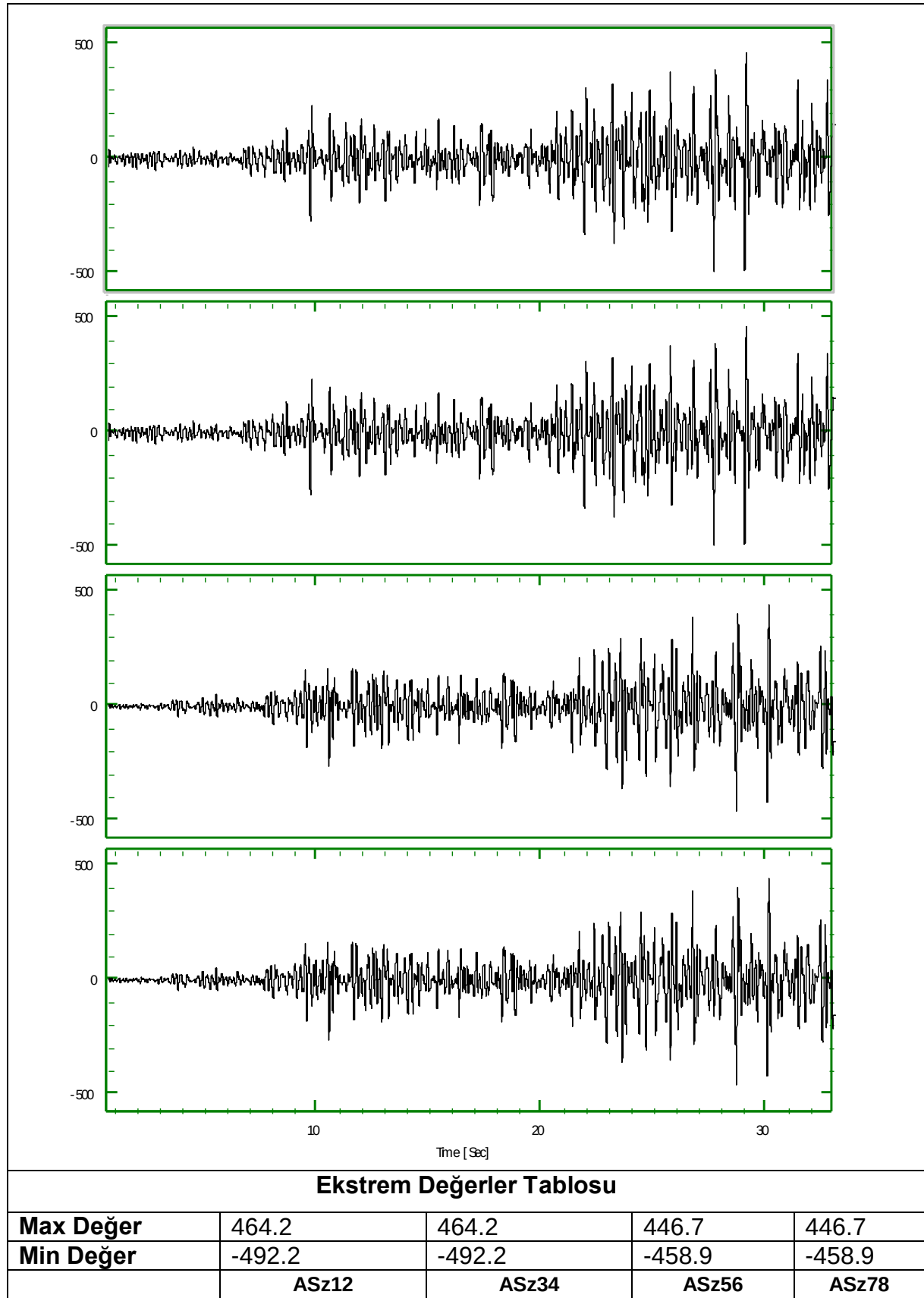
Şekil 3. 14 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RA113\_ex 20Hz LP.



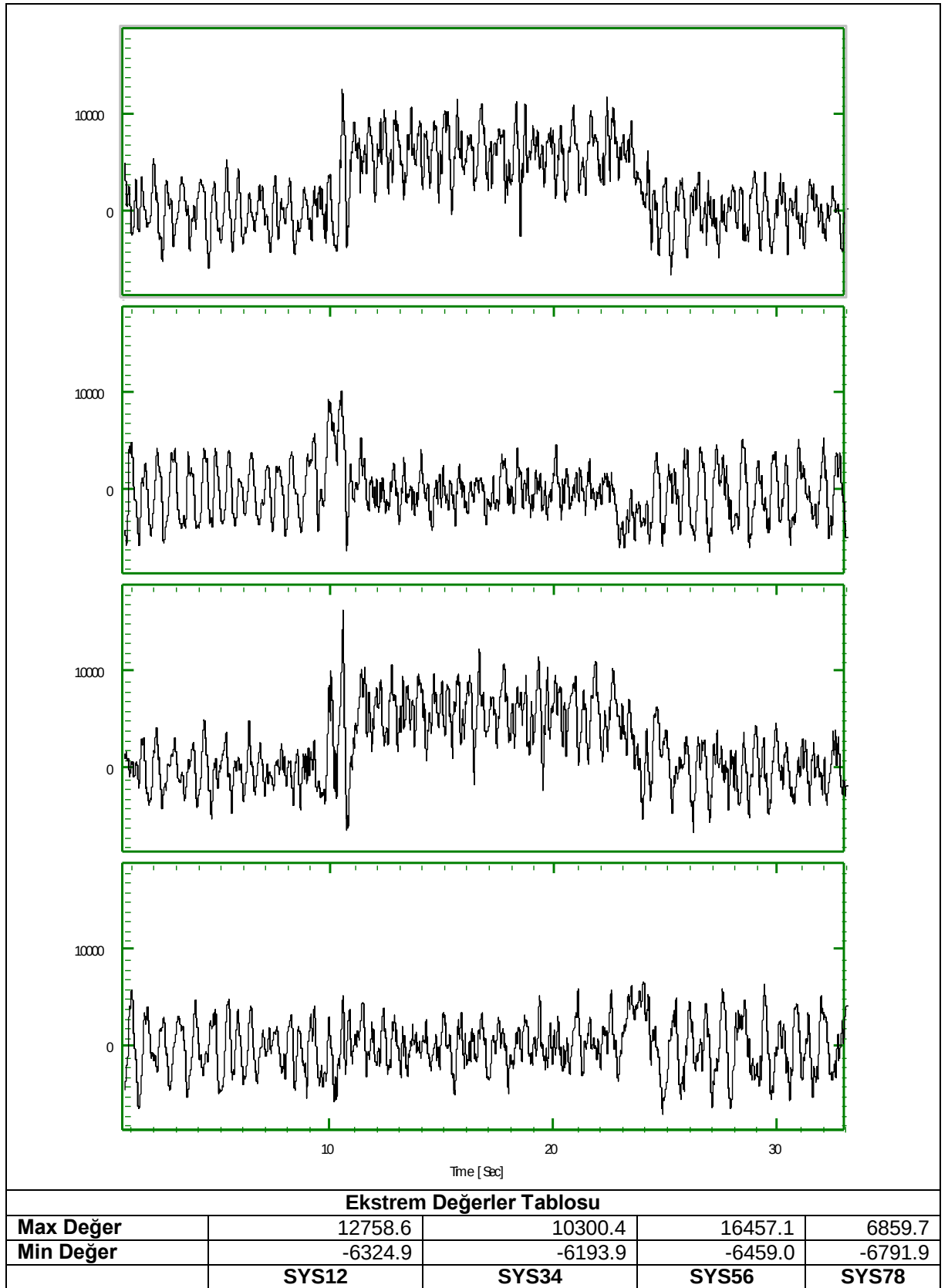
**Şekil 3. 15 :** İkazlı R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RA113\_ex 20Hz LP.



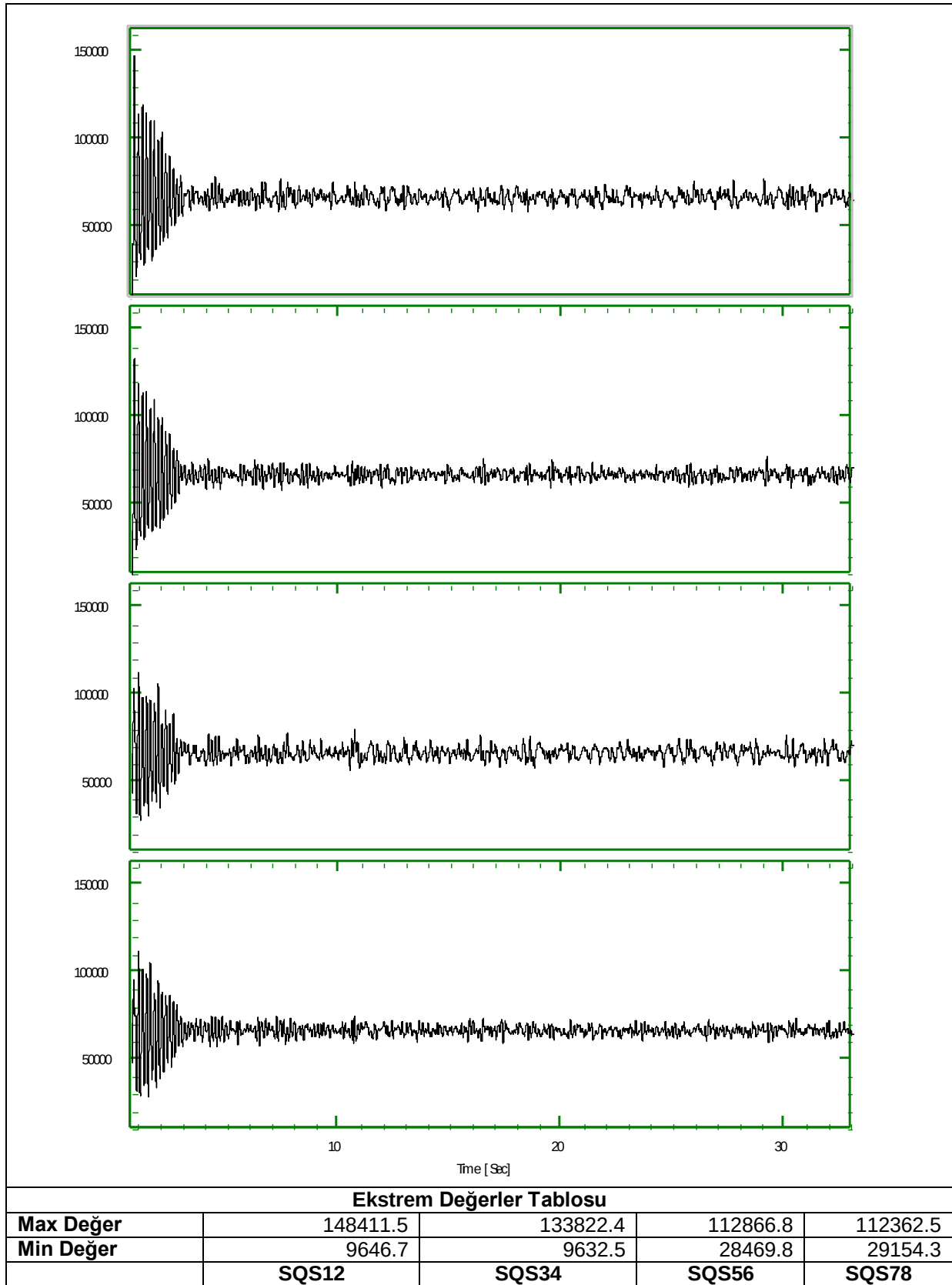
**Sekil 3.16 :** İkazlı R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile sevir RA113 ex 10Hz LP.



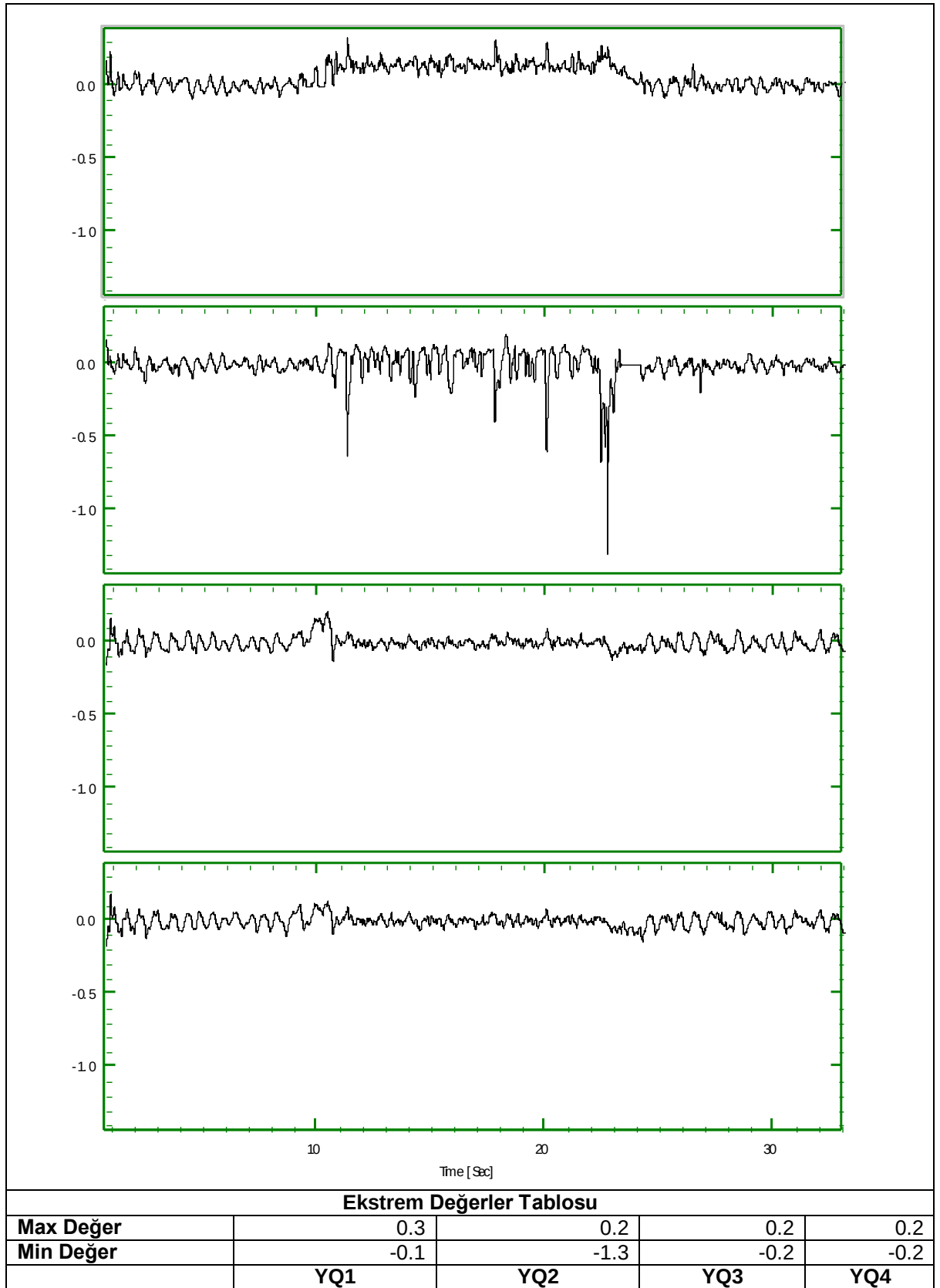
Şekil 3. 17 : İkazlı R1000m V120kmh devertfarki 17.9mm ile seyir RA113\_ex 10Hz LP.



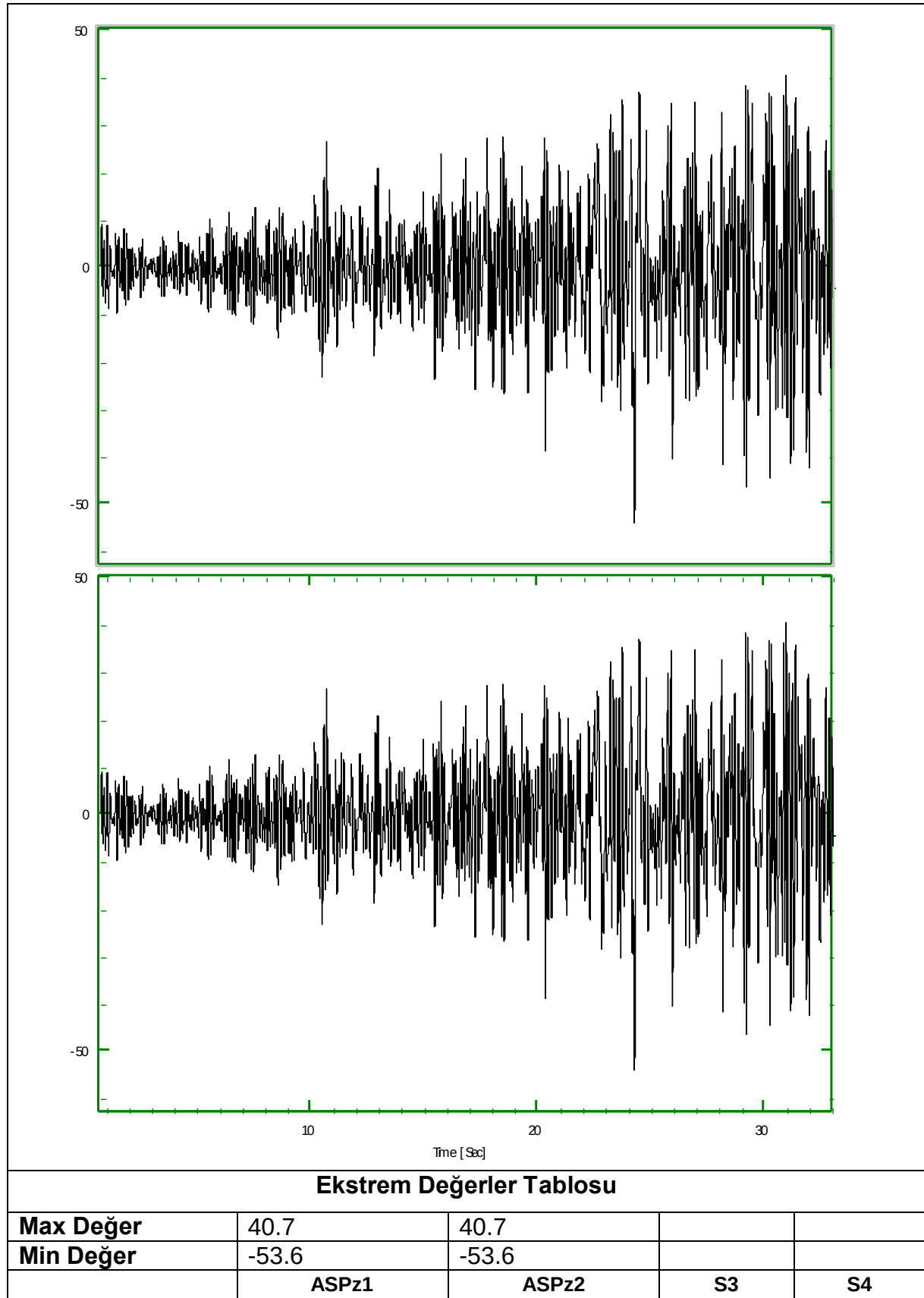
Şekil 3. 18 : İkazlı R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016\_ex 20Hz LP.



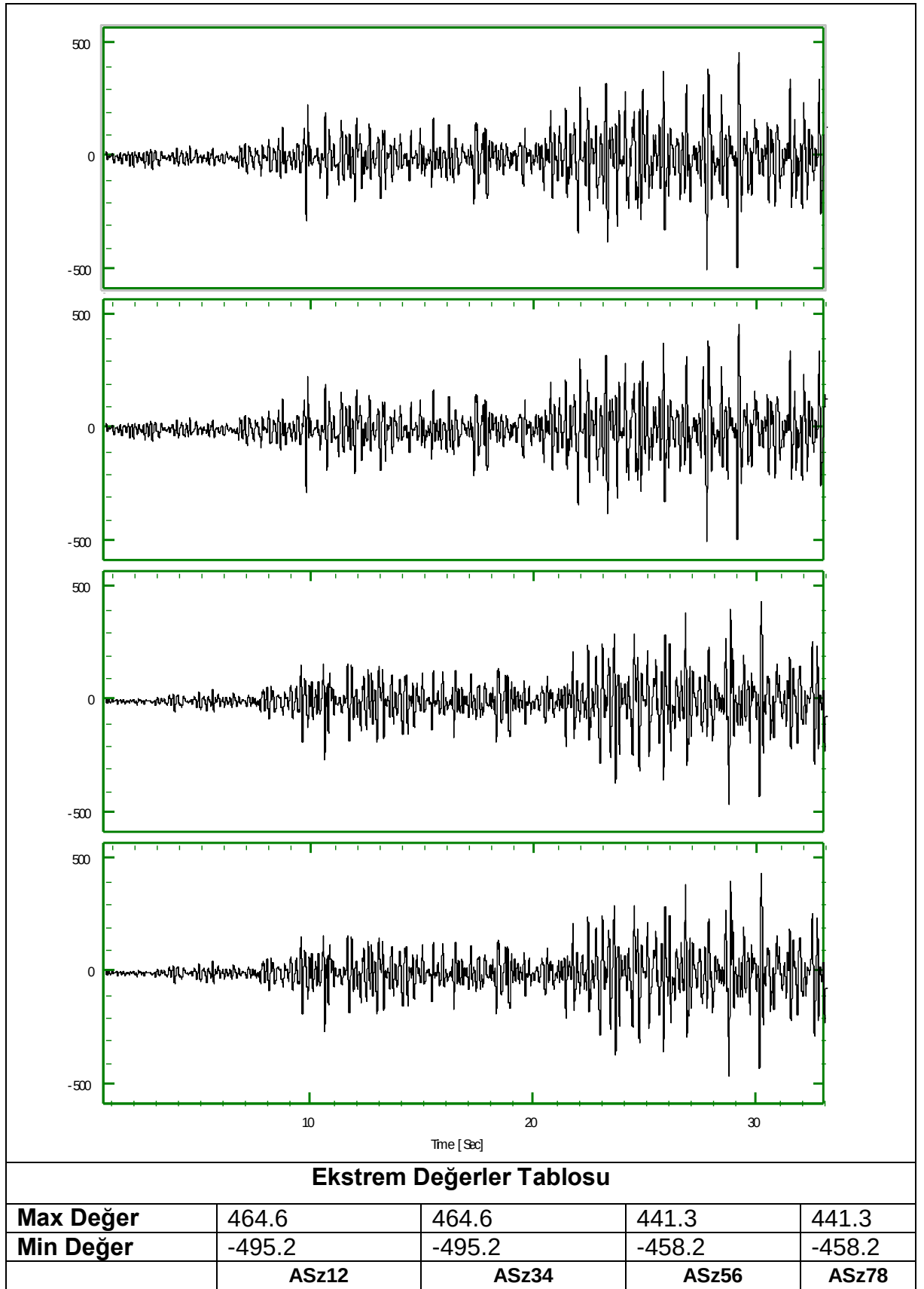
Şekil 3. 19 : İkazlı R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RA016\_ex 20Hz LP.



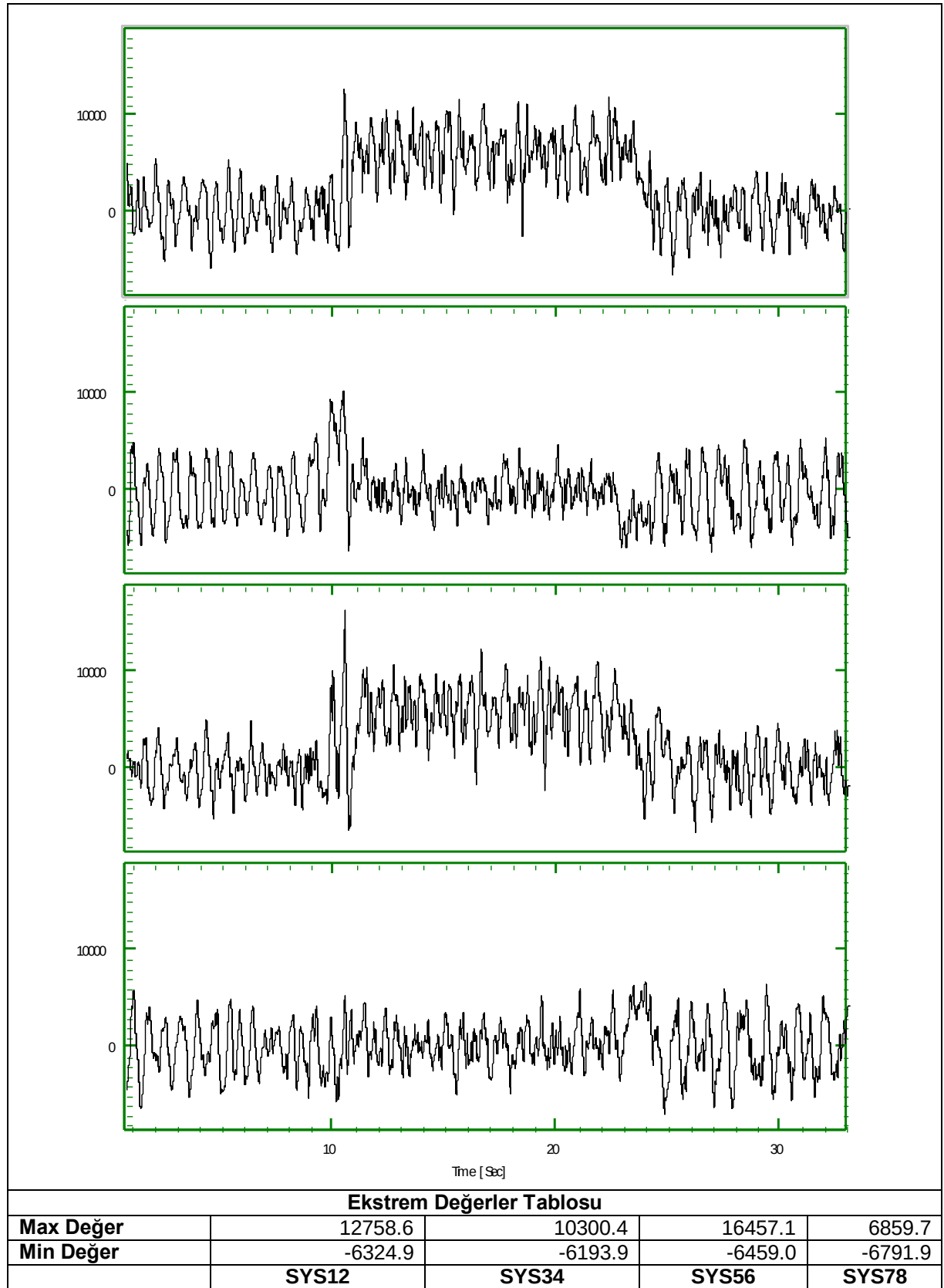
Şekil 3. 20 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RA016\_ex 20Hz LP.



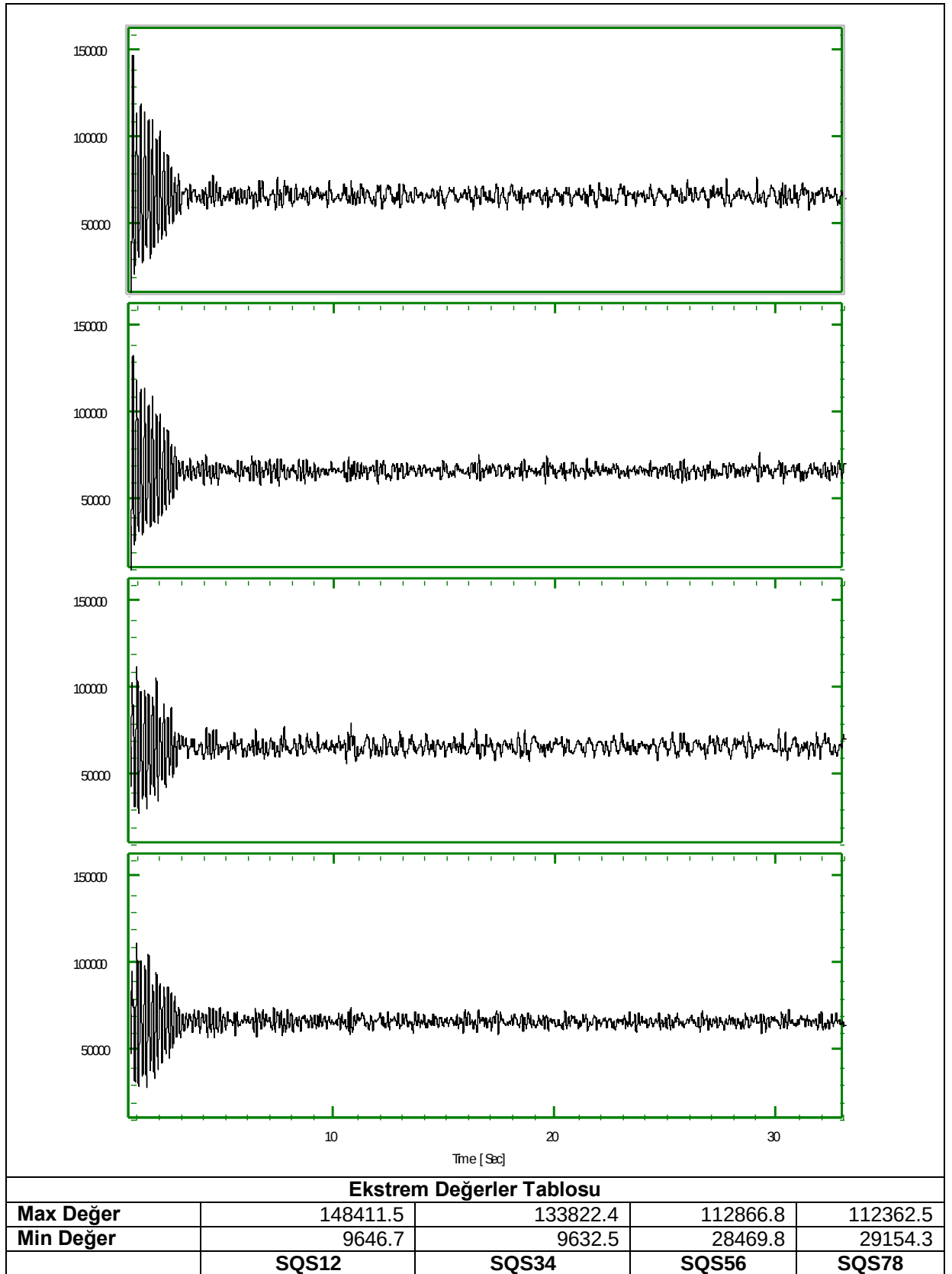
Şekil 3. 21 : İkazlı R1000m V90kmh devertfarki 55.5mm ile seyir RA016\_ex 10Hz LP.



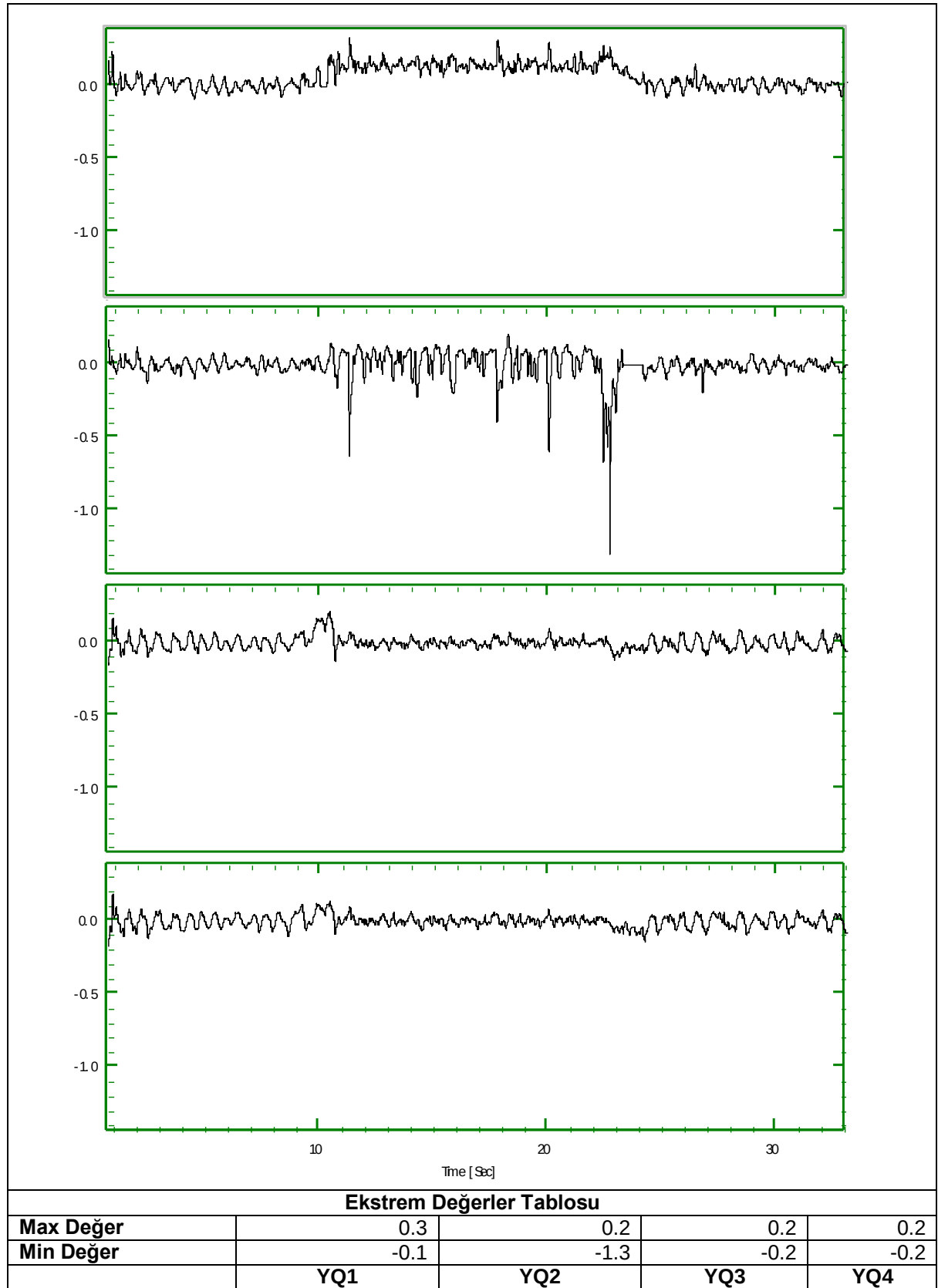
Şekil 3. 22 : İkazlı R1000m V90kmh devertfarki 55.5mm ile Seyir RA016\_ex 10Hz LP.



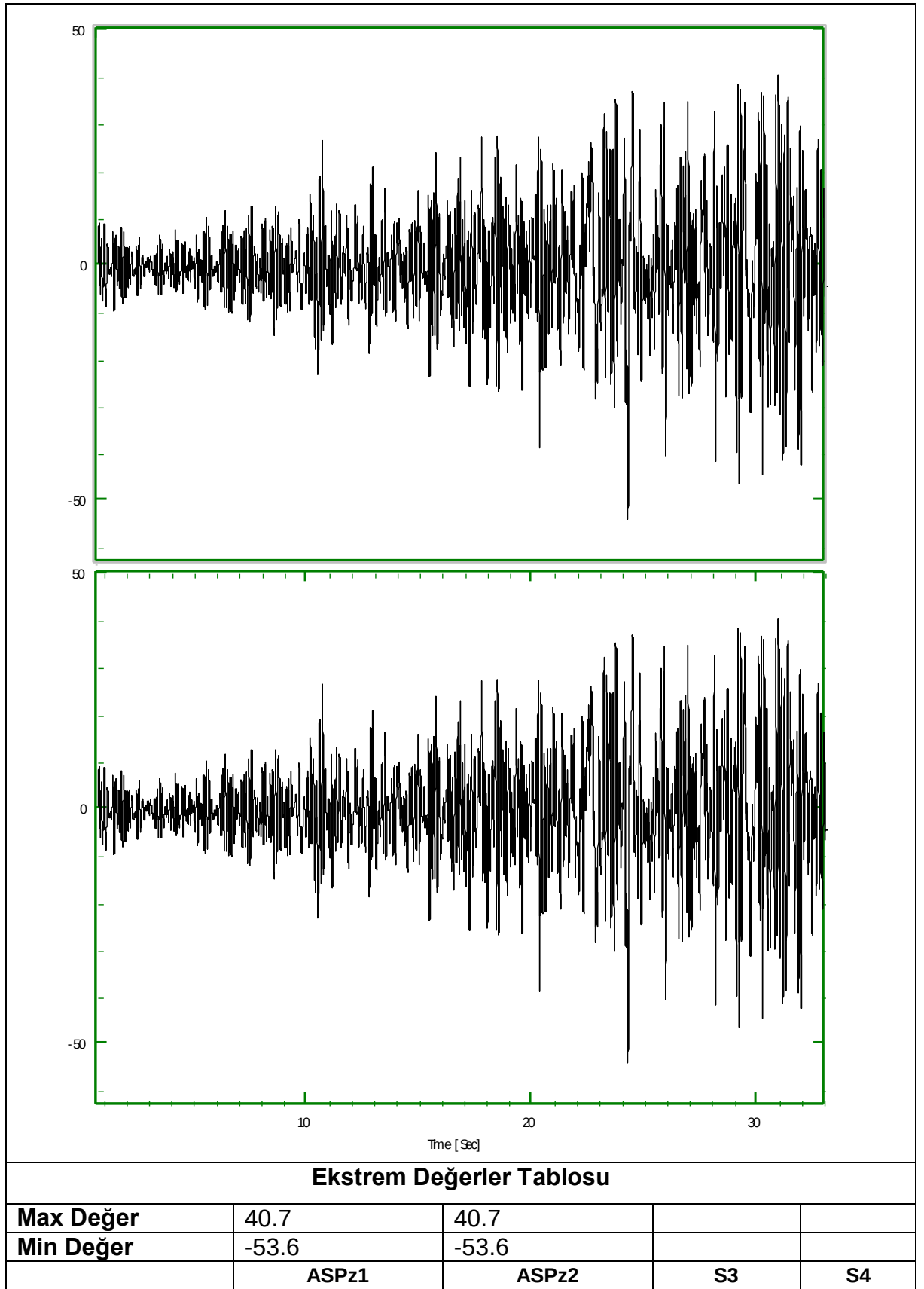
Şekil 3. 23 : İkazlı R1000m V60kmh DeverFarki 108.4mm ile Seyir RA006\_ex 20Hz LP.



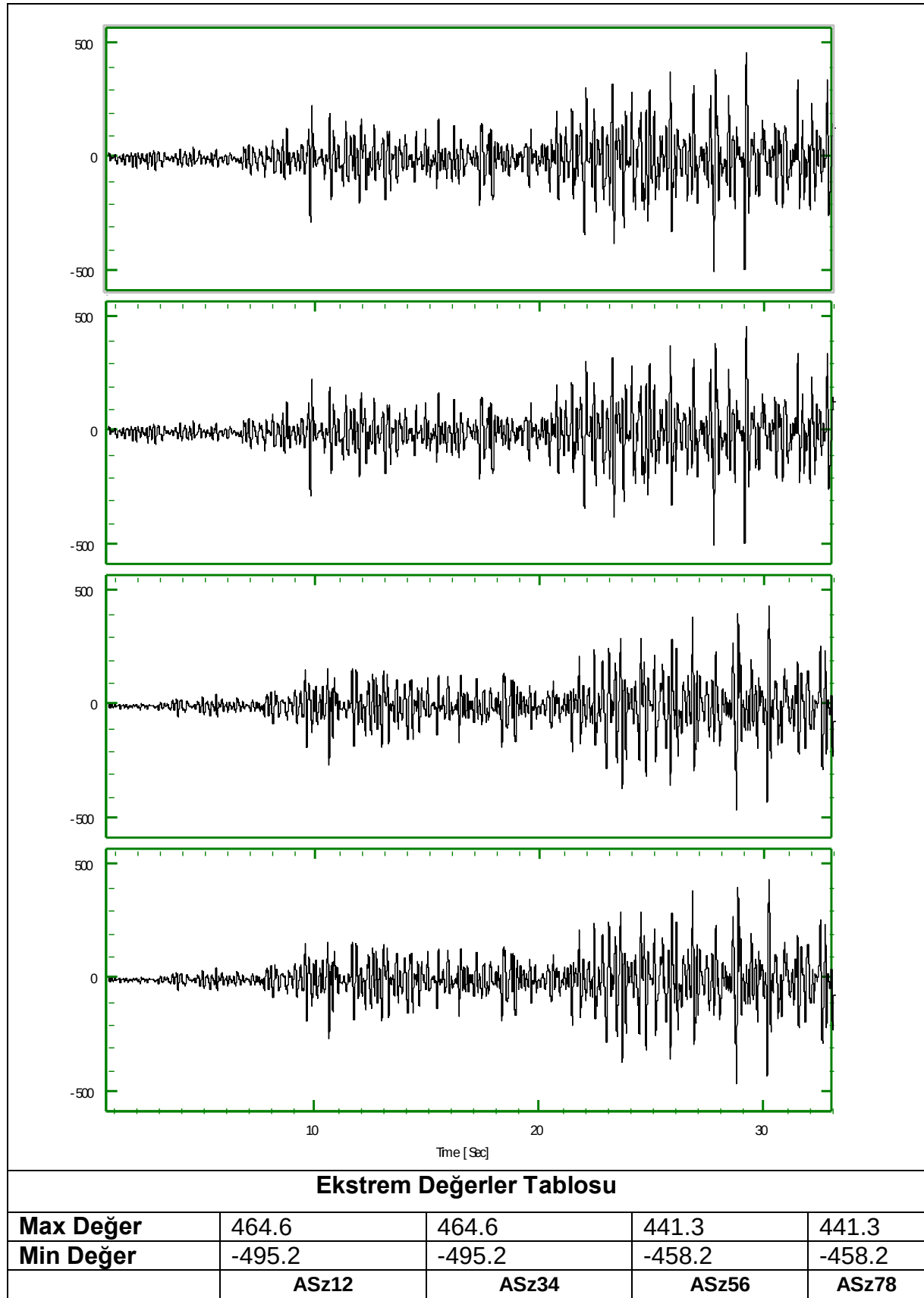
Şekil 3. 24: İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RA006\_ex 20Hz LP.



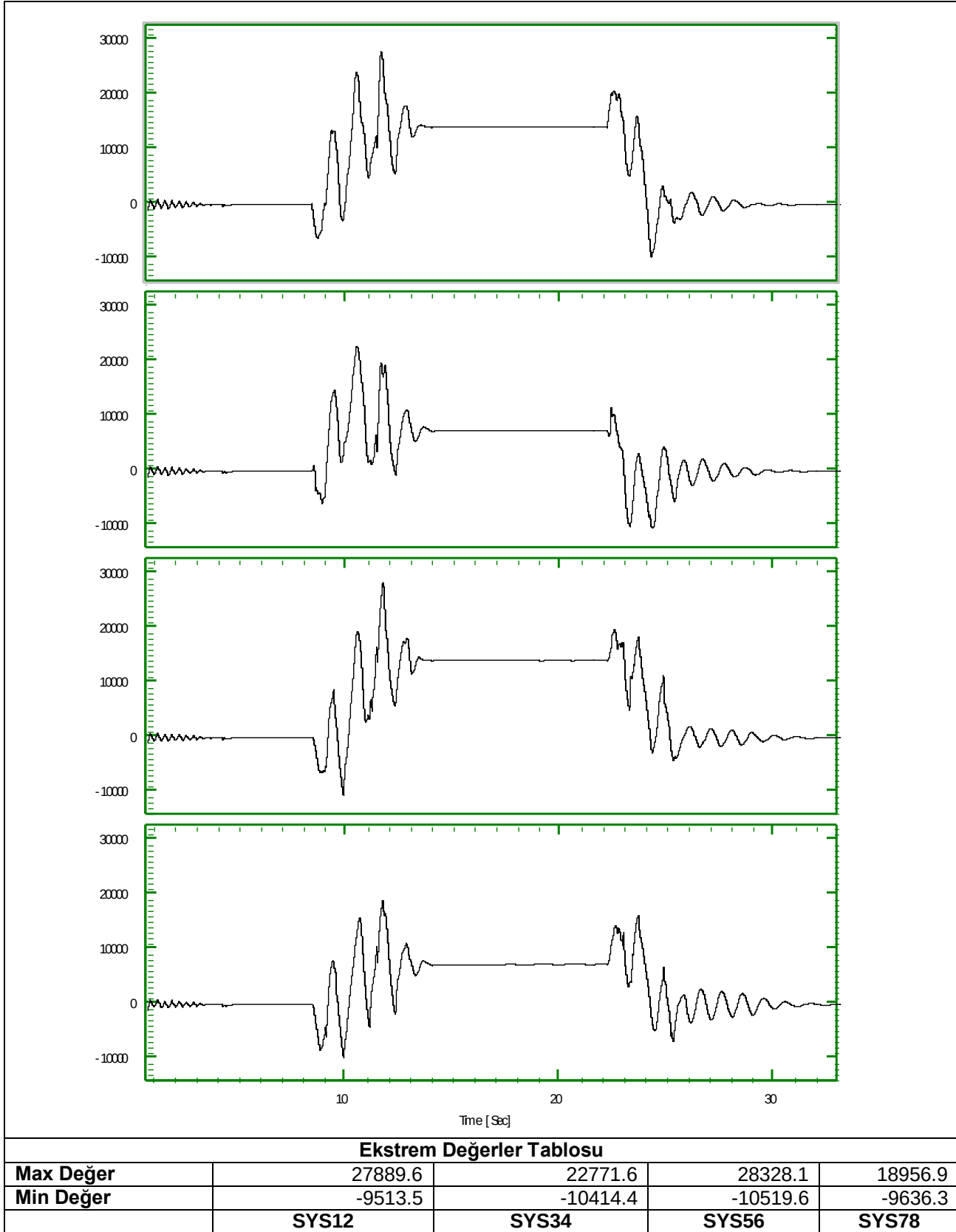
Şekil 3. 25 : İkazlı R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RA006\_ex 20Hz LP.



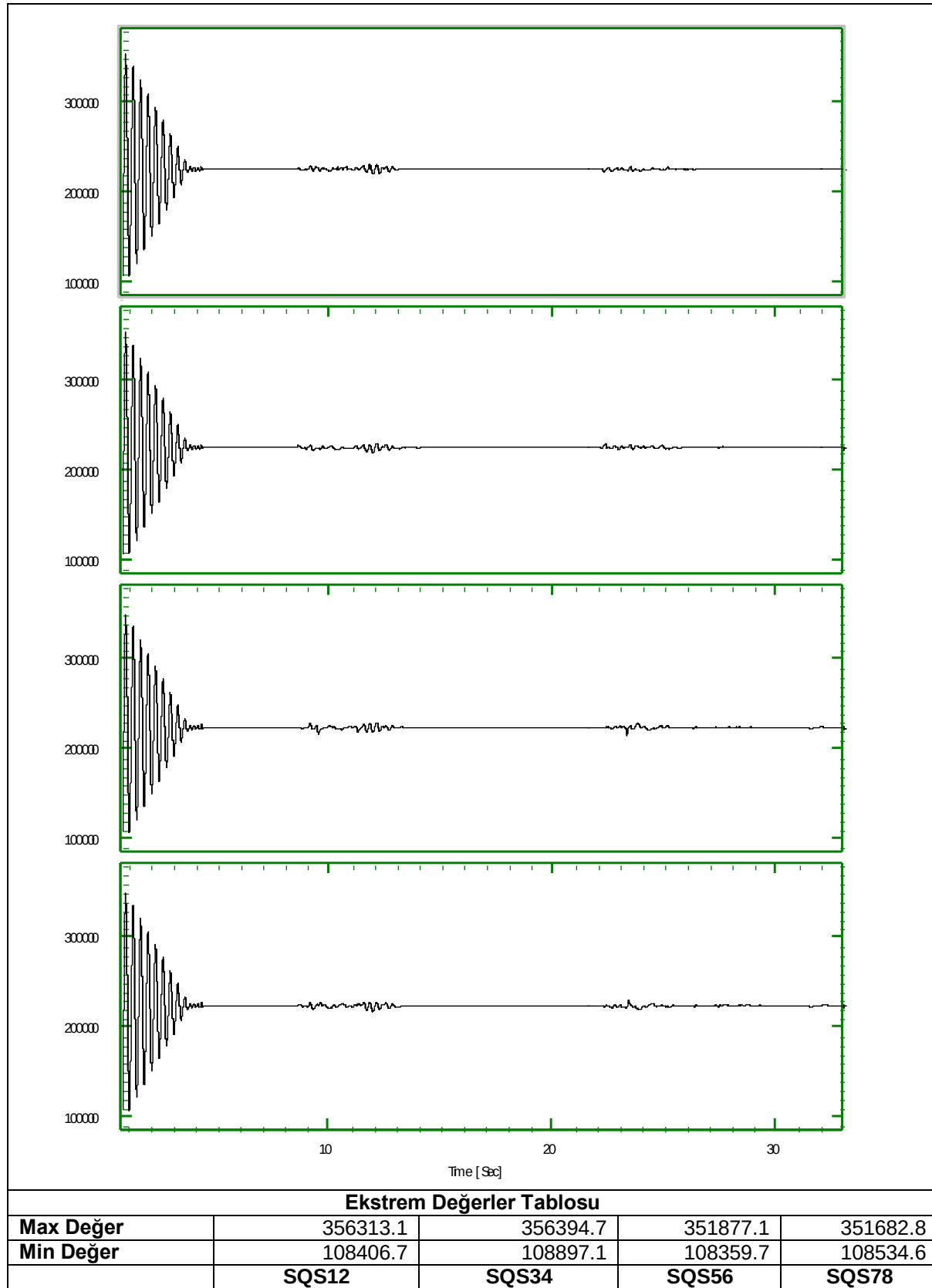
**Şekil 3. 26:** İkazlı R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RA006\_ex 10Hz LP.



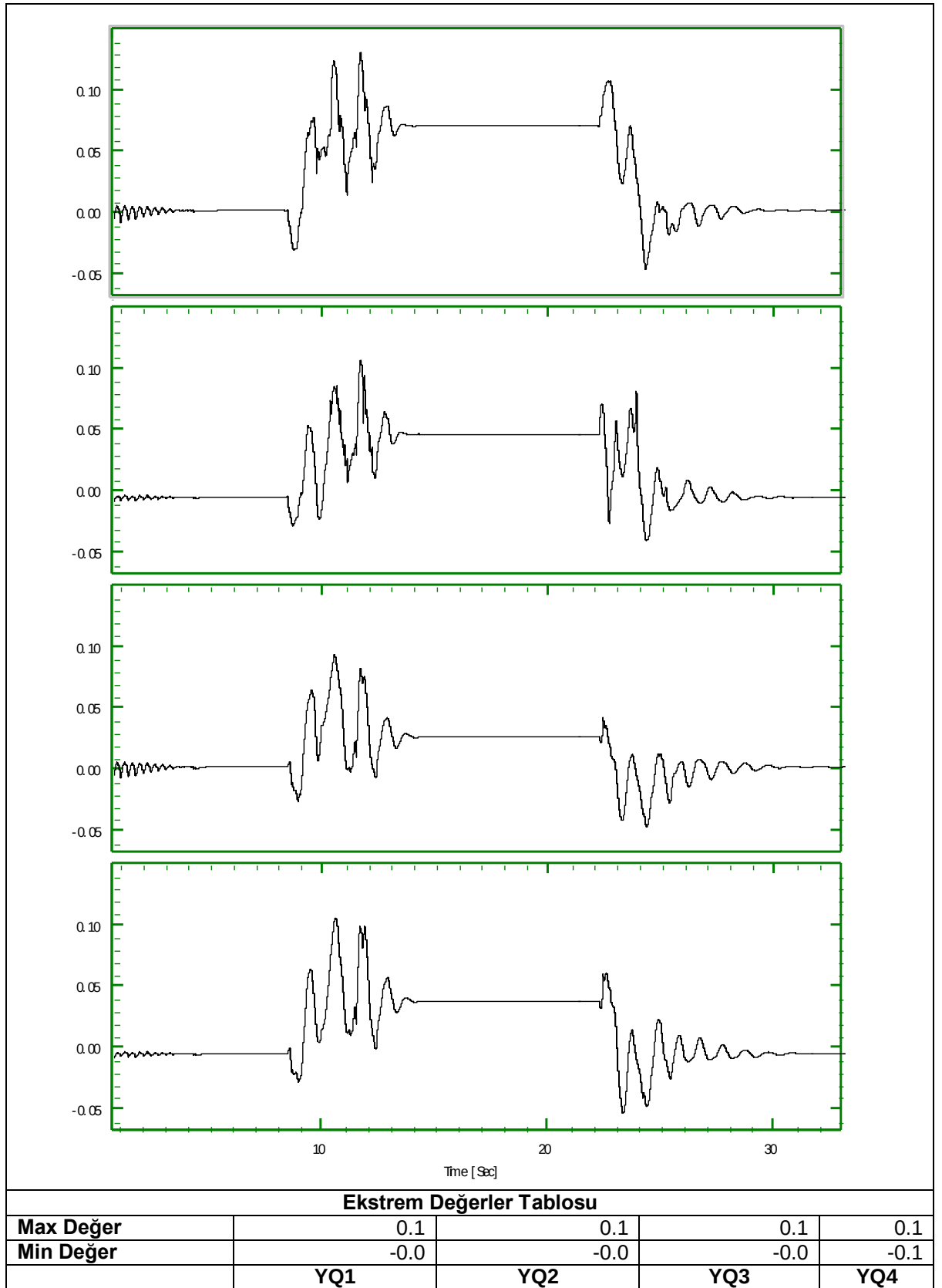
Şekil 3. 27 : İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RA006\_ex 10Hz LP.



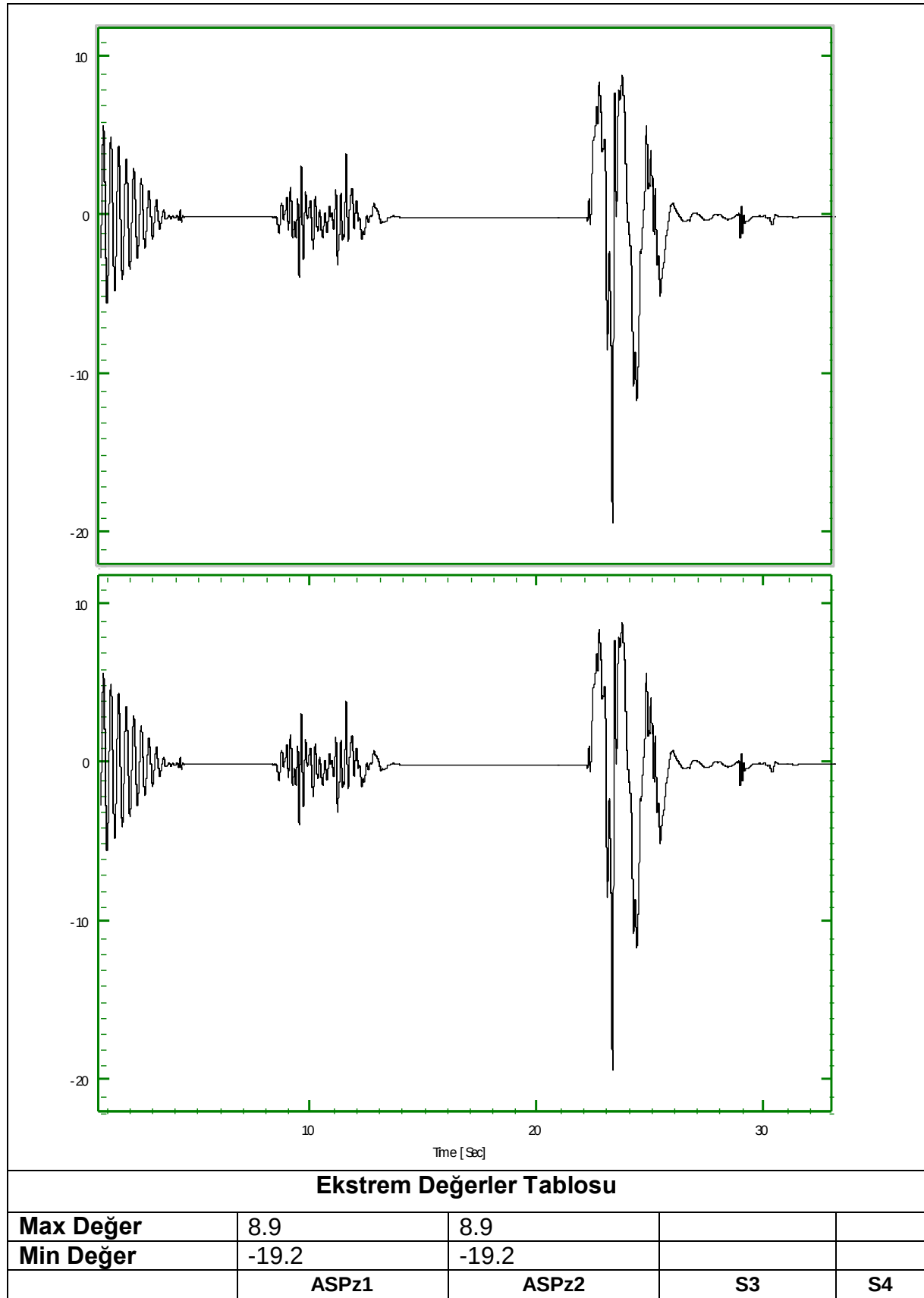
Şekil 3. 28 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RB113 20HzLP.



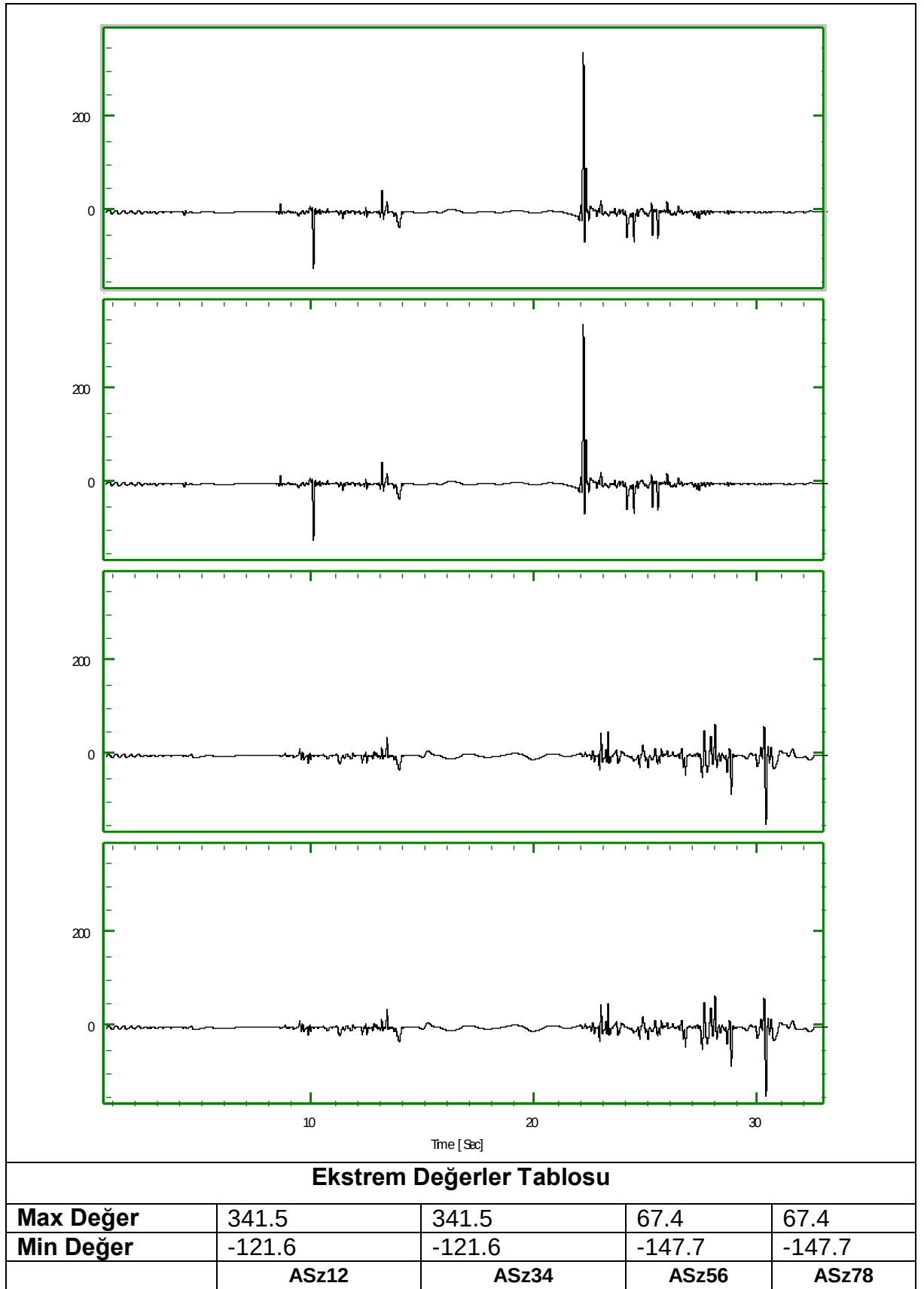
Şekil 3. 29 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113 20Hz LP.



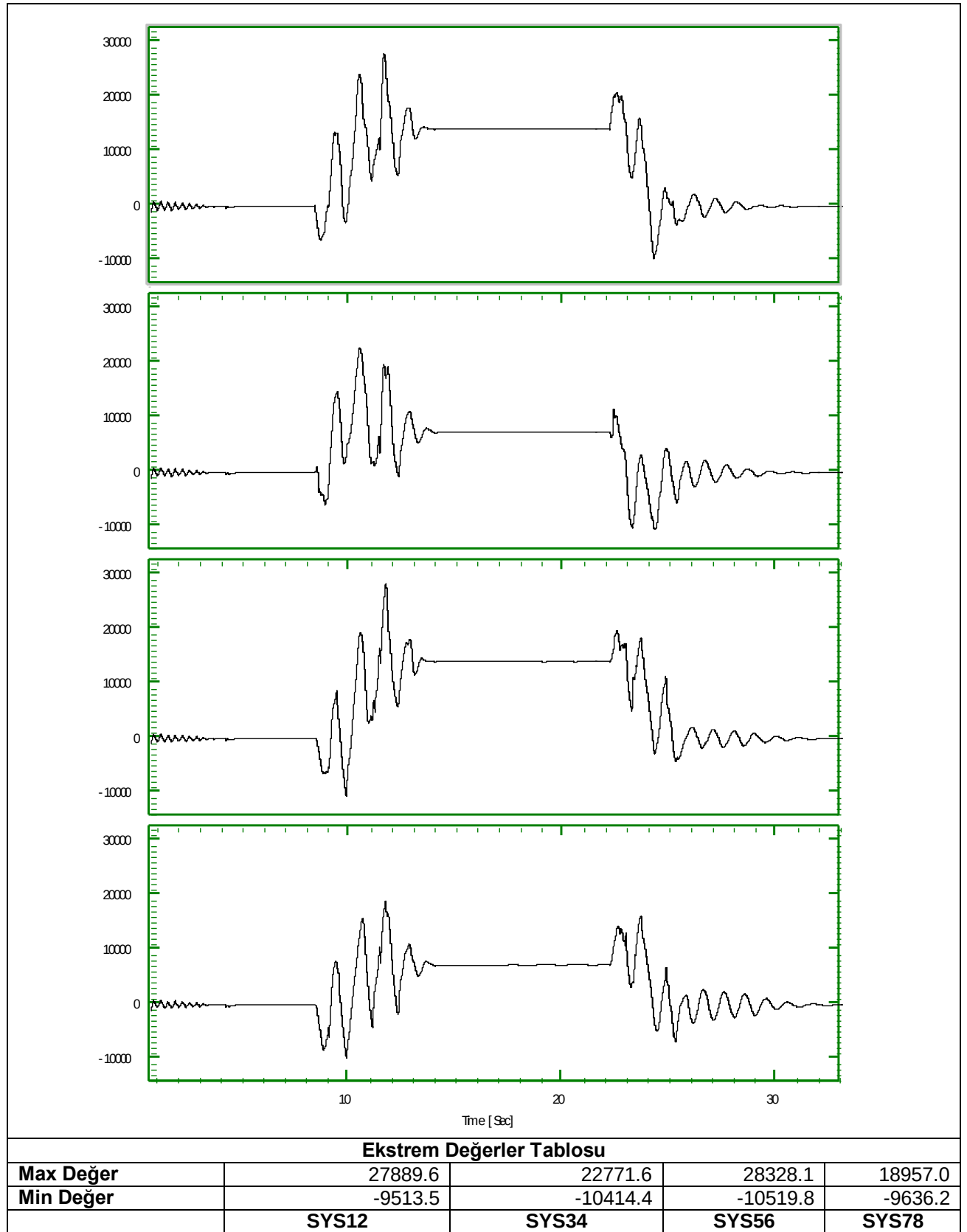
Şekil 3. 30 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RB113 20Hz LP.



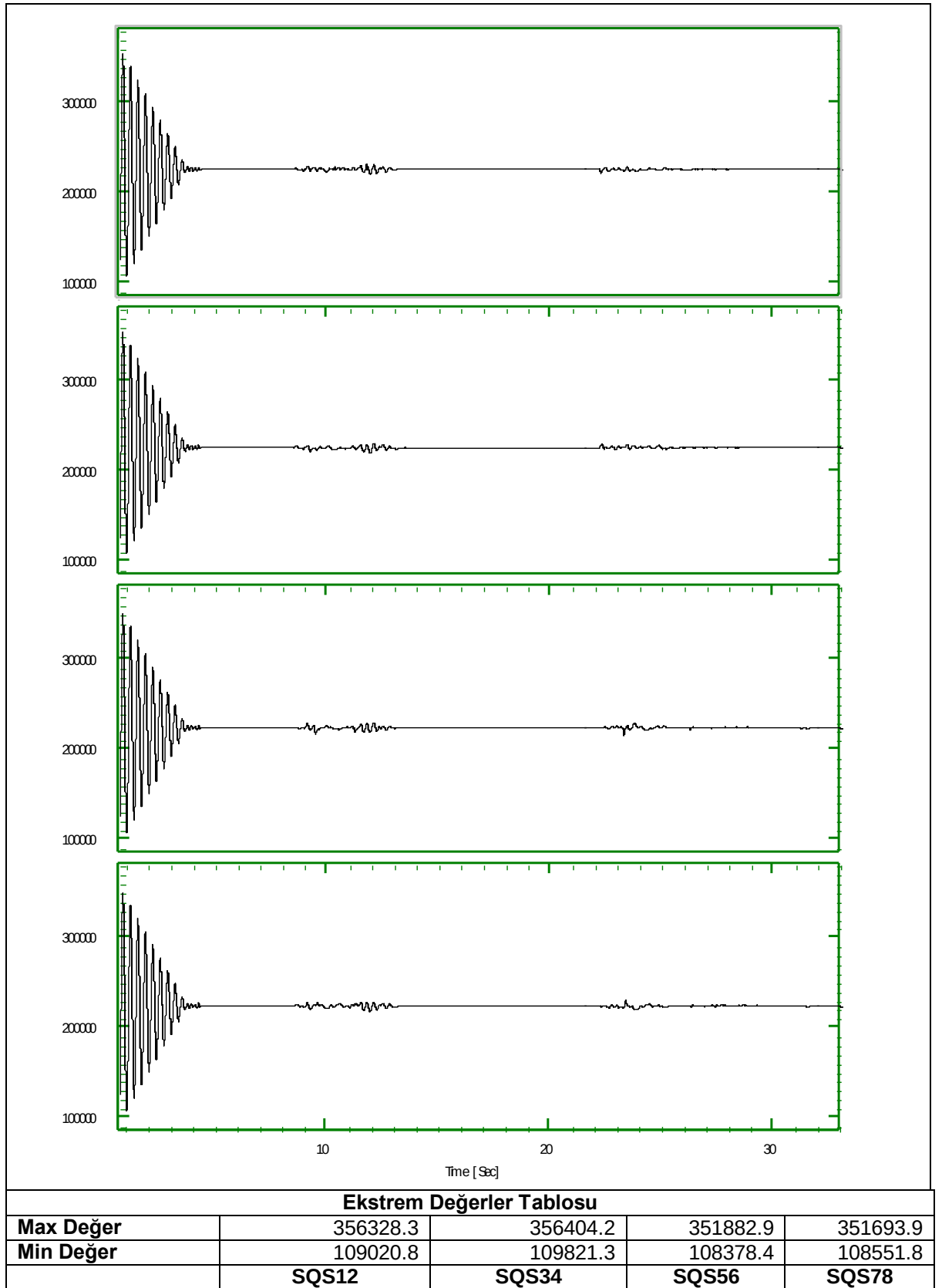
Şekil 3. 31 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RB113 10Hz LP.



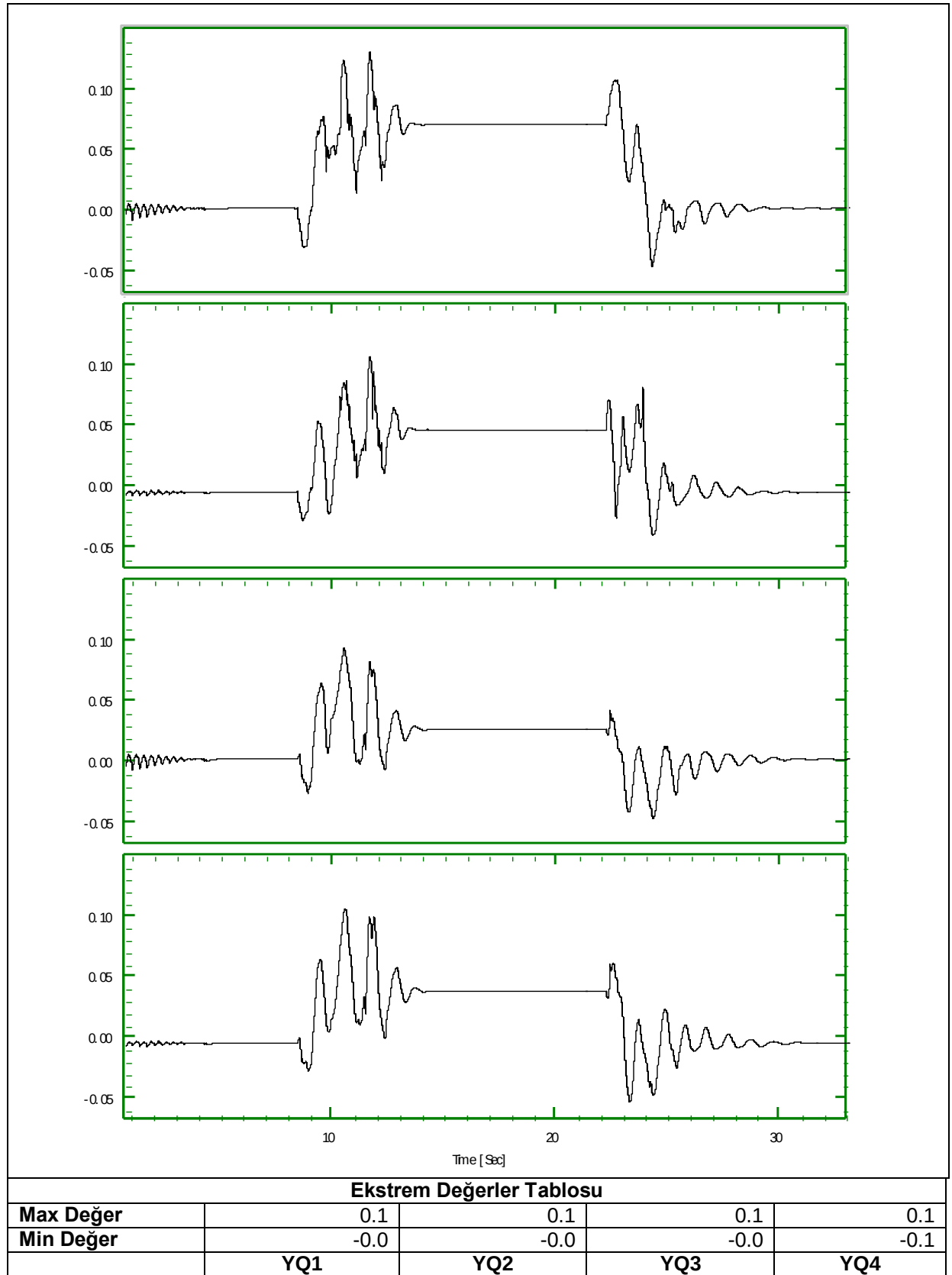
Şekil 3. 32 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki17.9mm ile seyir RB113 10Hz LP.



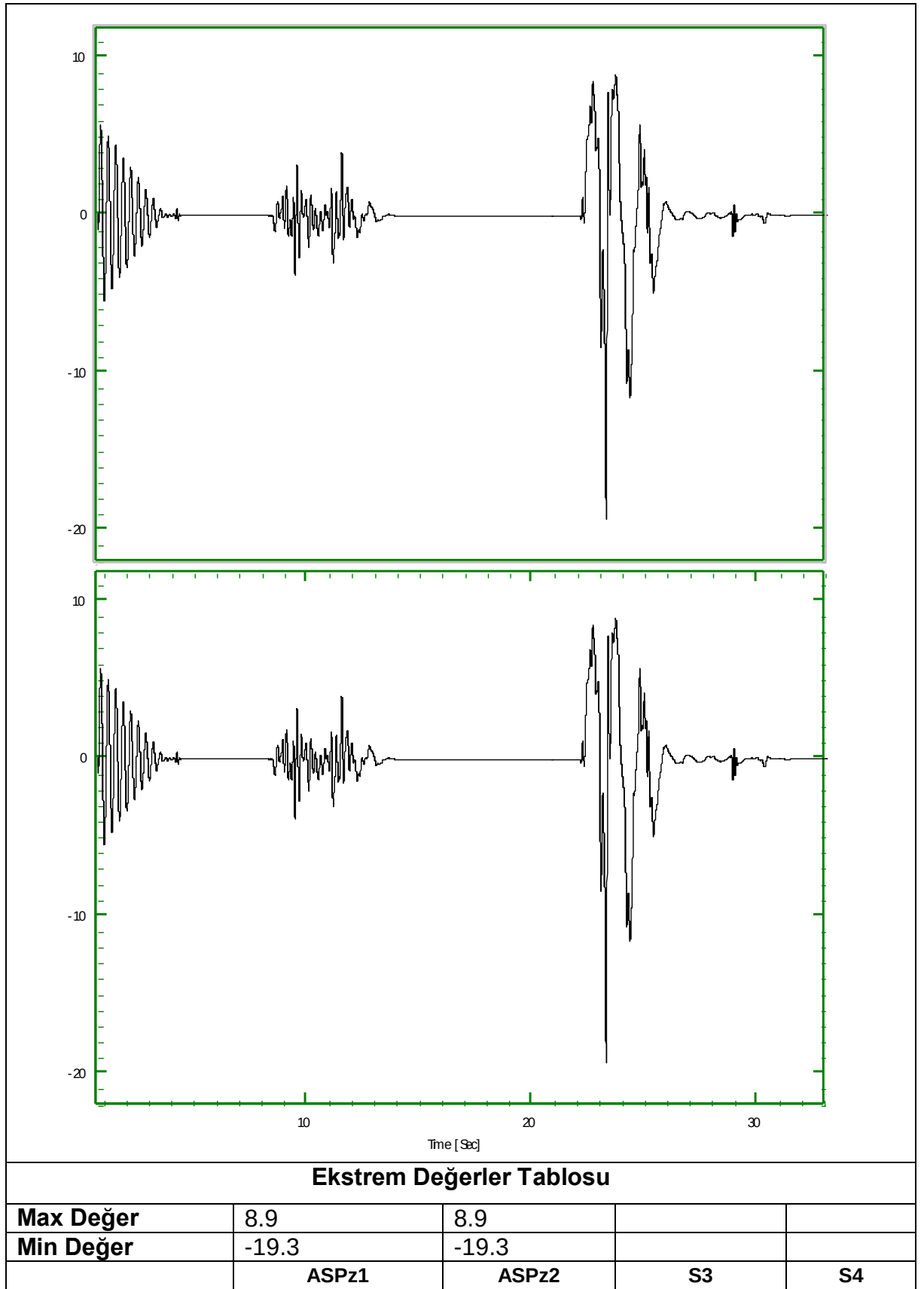
Şekil 3. 33 : Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RB016 20Hz LP.



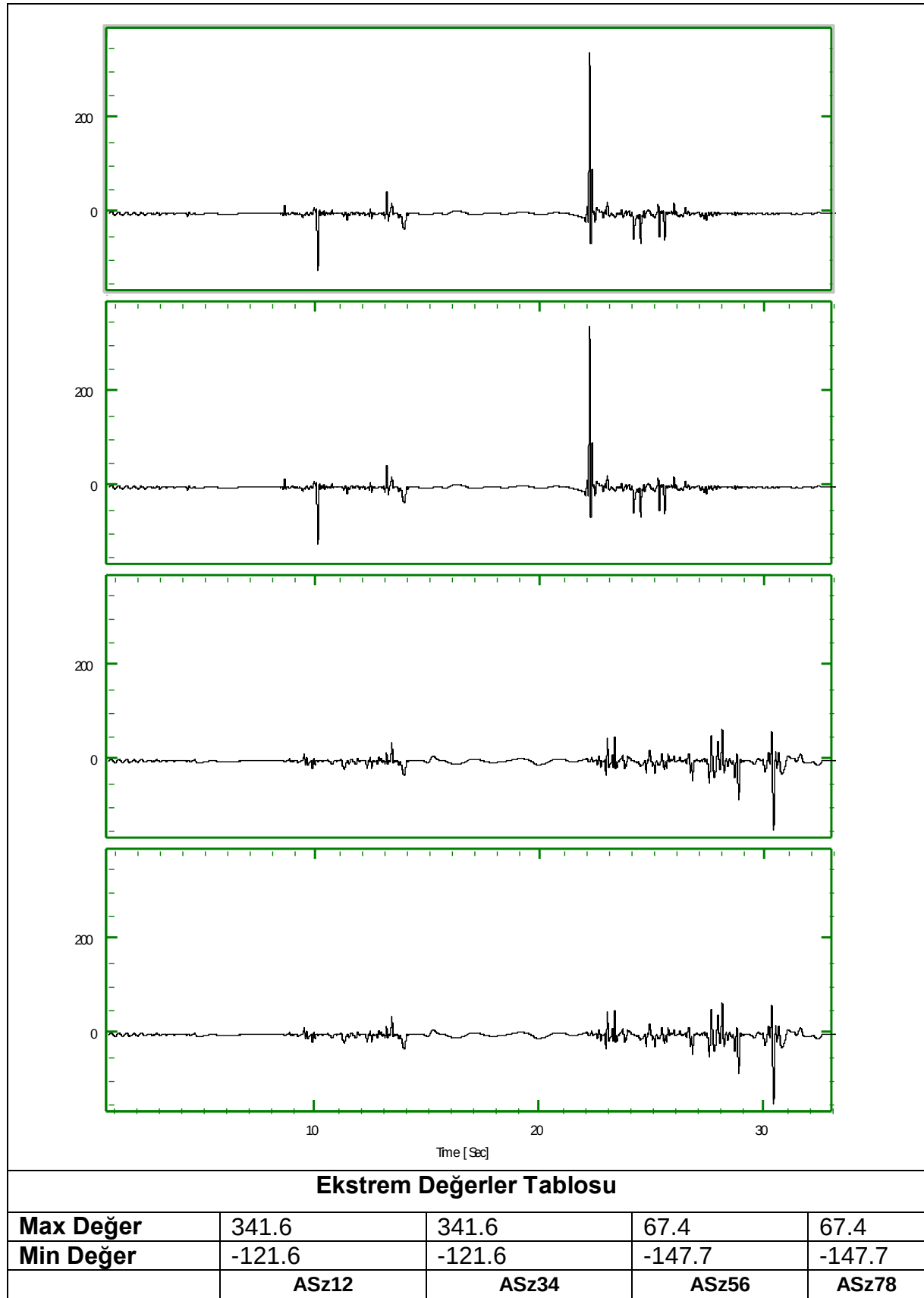
Şekil 3. 34 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 20Hz LP.



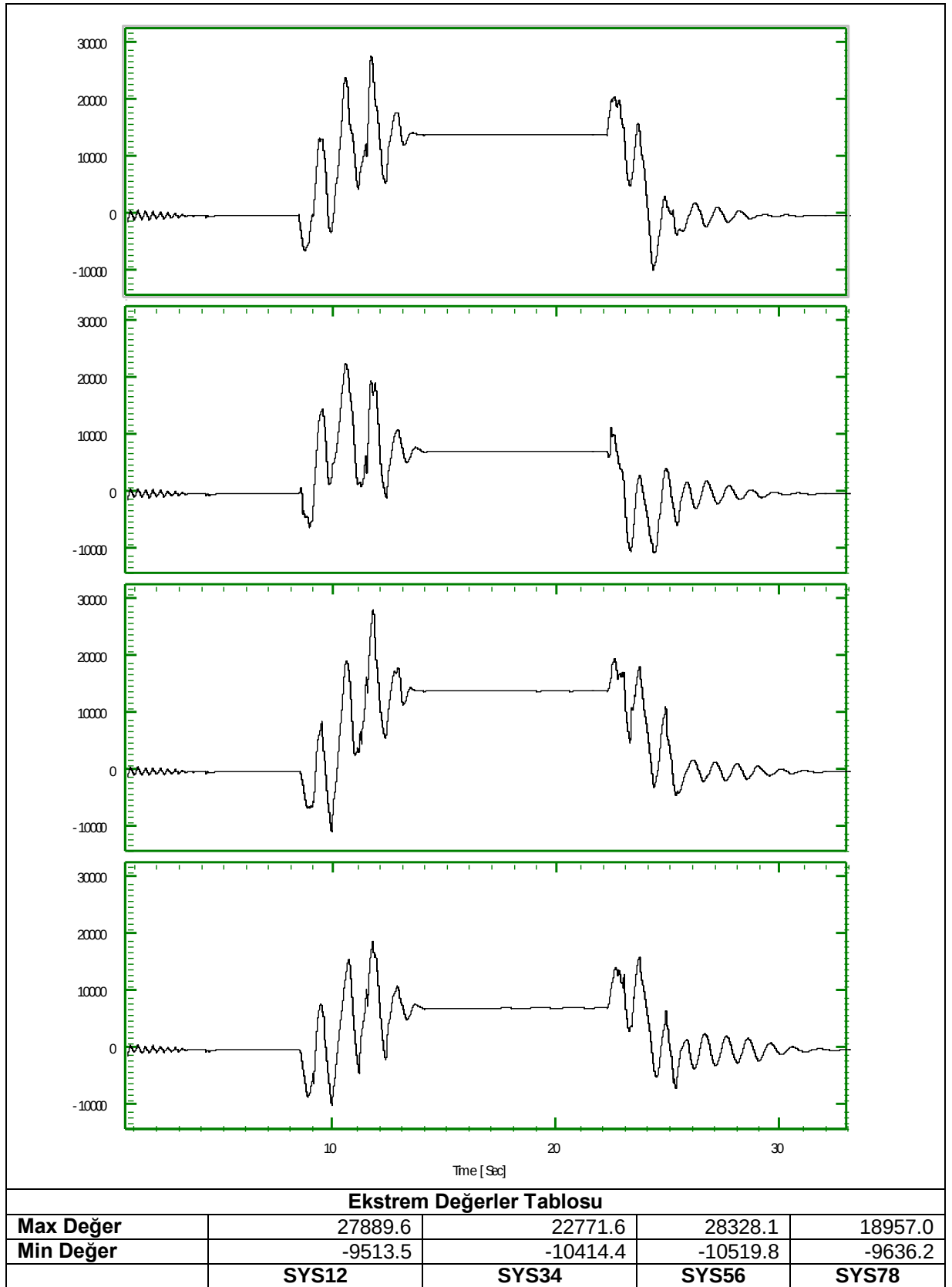
Şekil 3. 35 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016 20Hz LP.



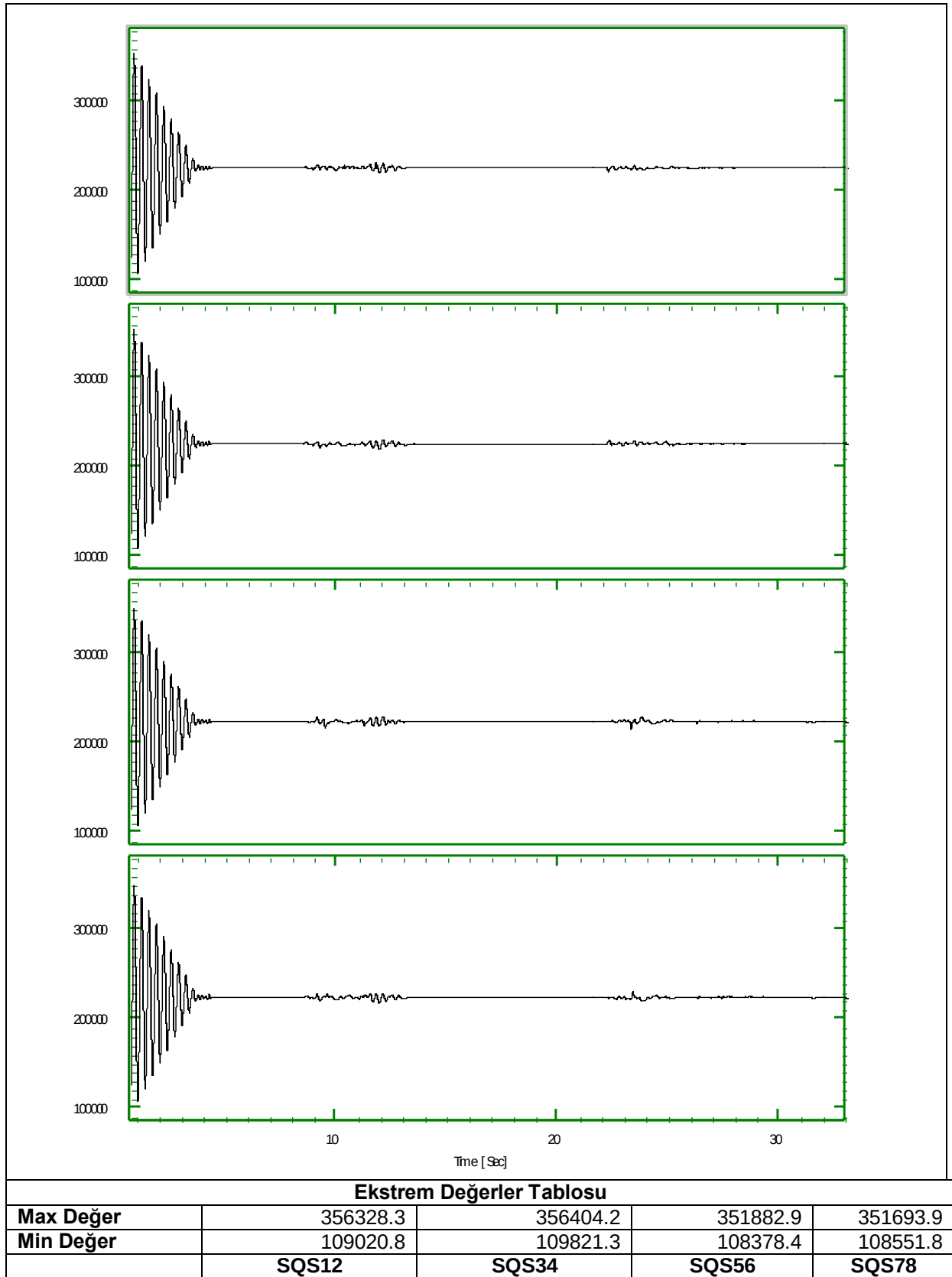
**Şekil 3. 36 :** Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RB016 10Hz LP.



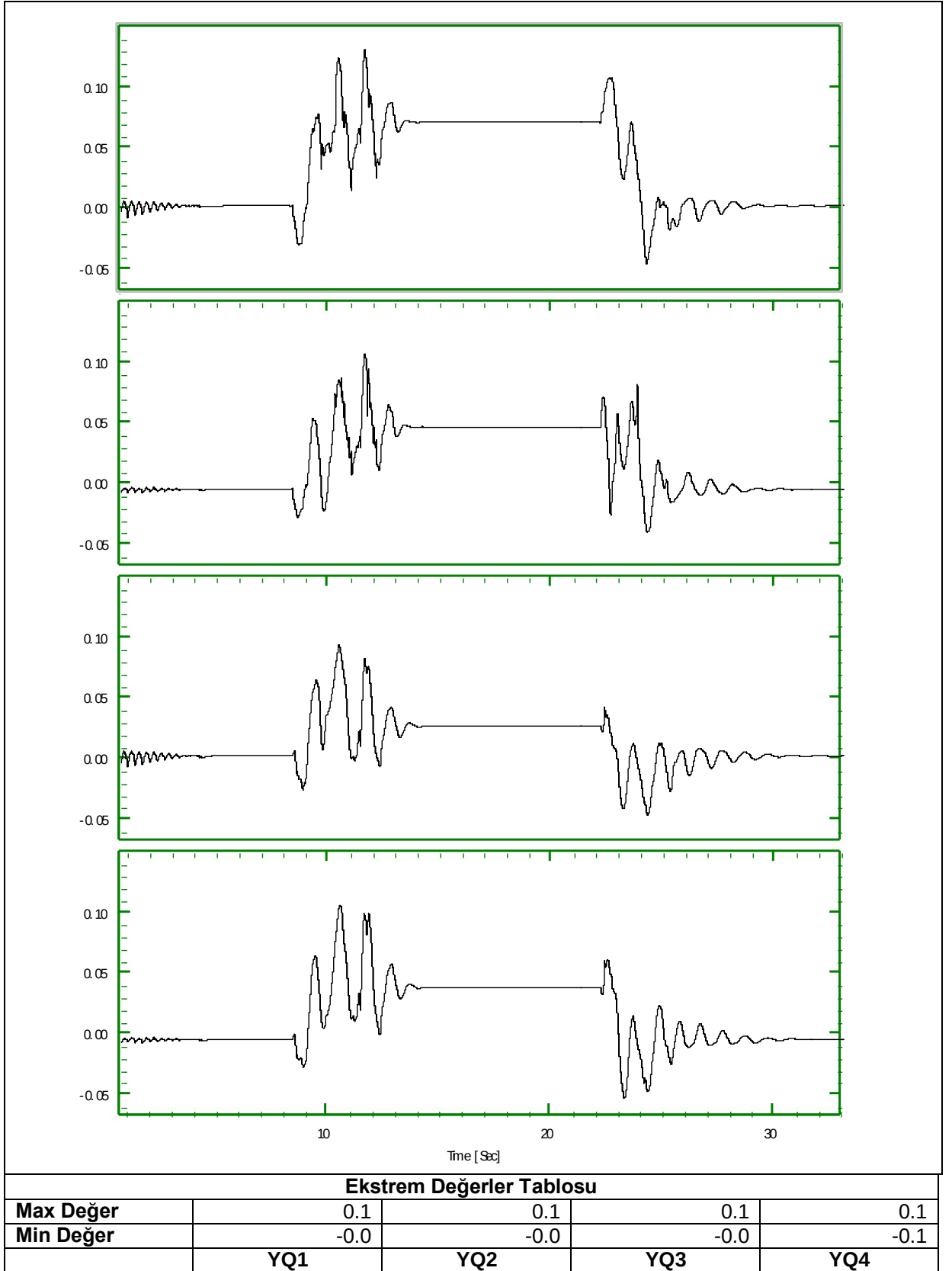
Şekil 3. 37 : Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RB016 10Hz LP.



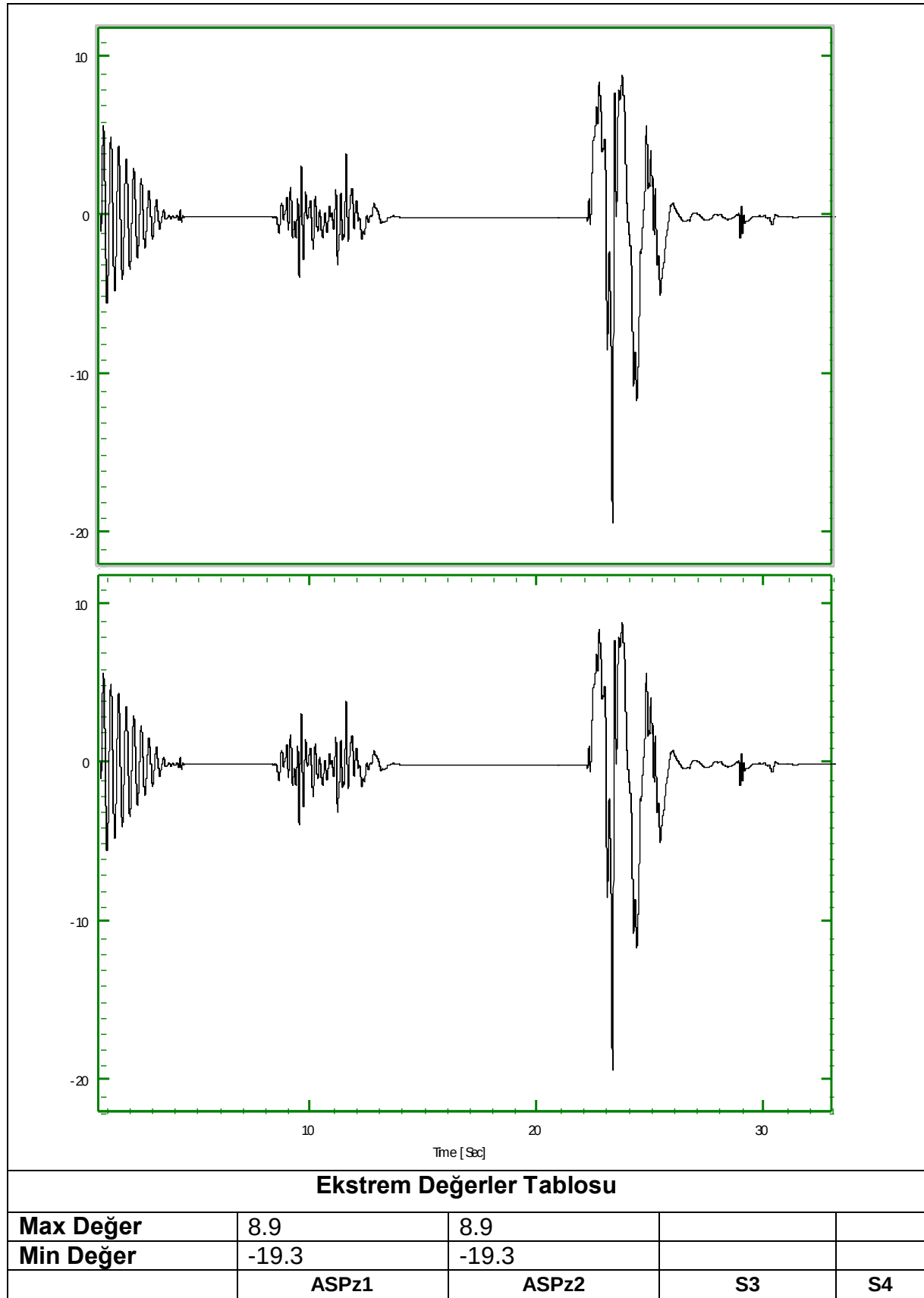
Şekil 3. 38 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006 20Hz LP.



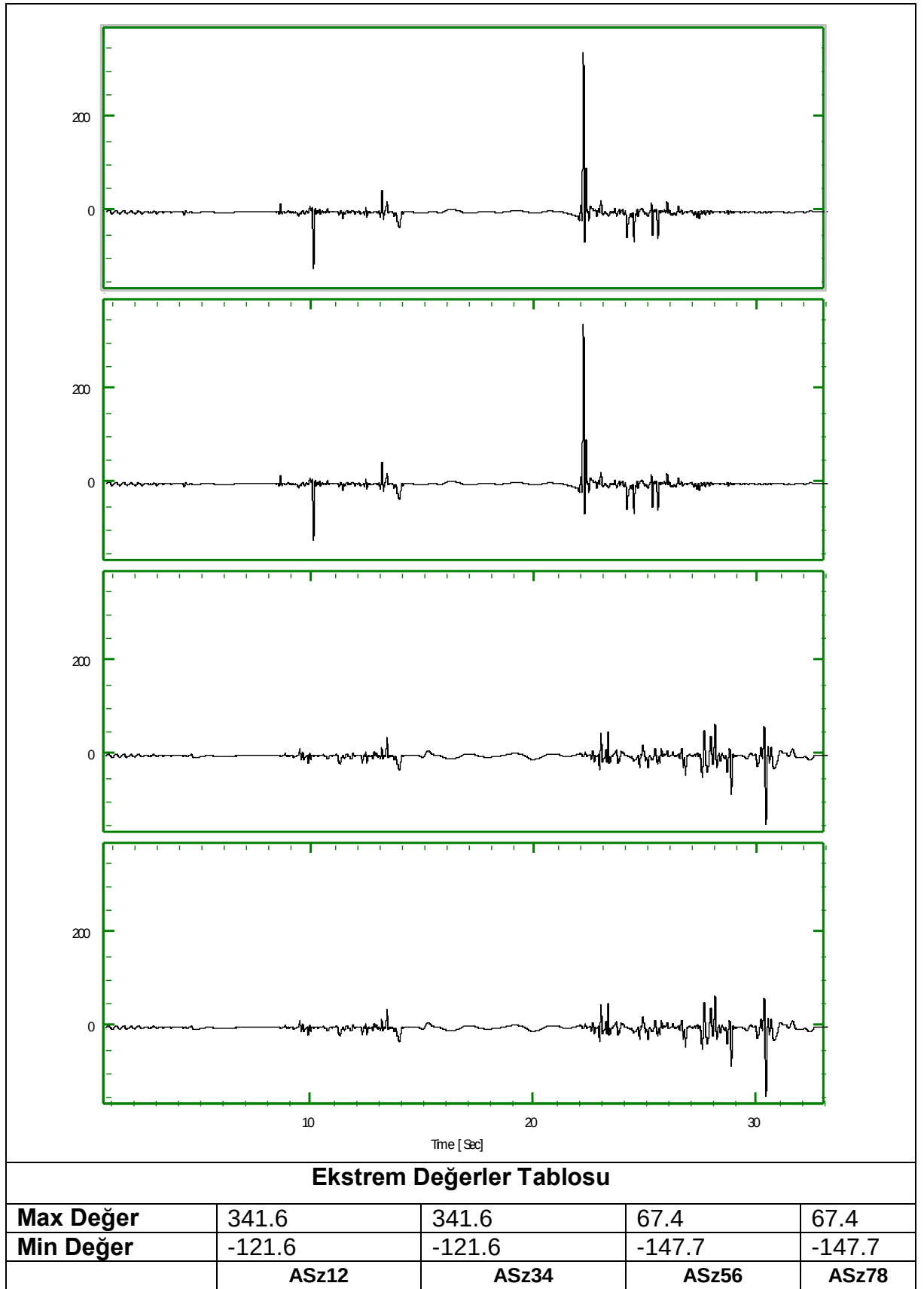
Şekil 3. 39 : Duzgun R1000m V60kmh DeverFarki108.4mm ile Seyir RB006 20Hz LP.



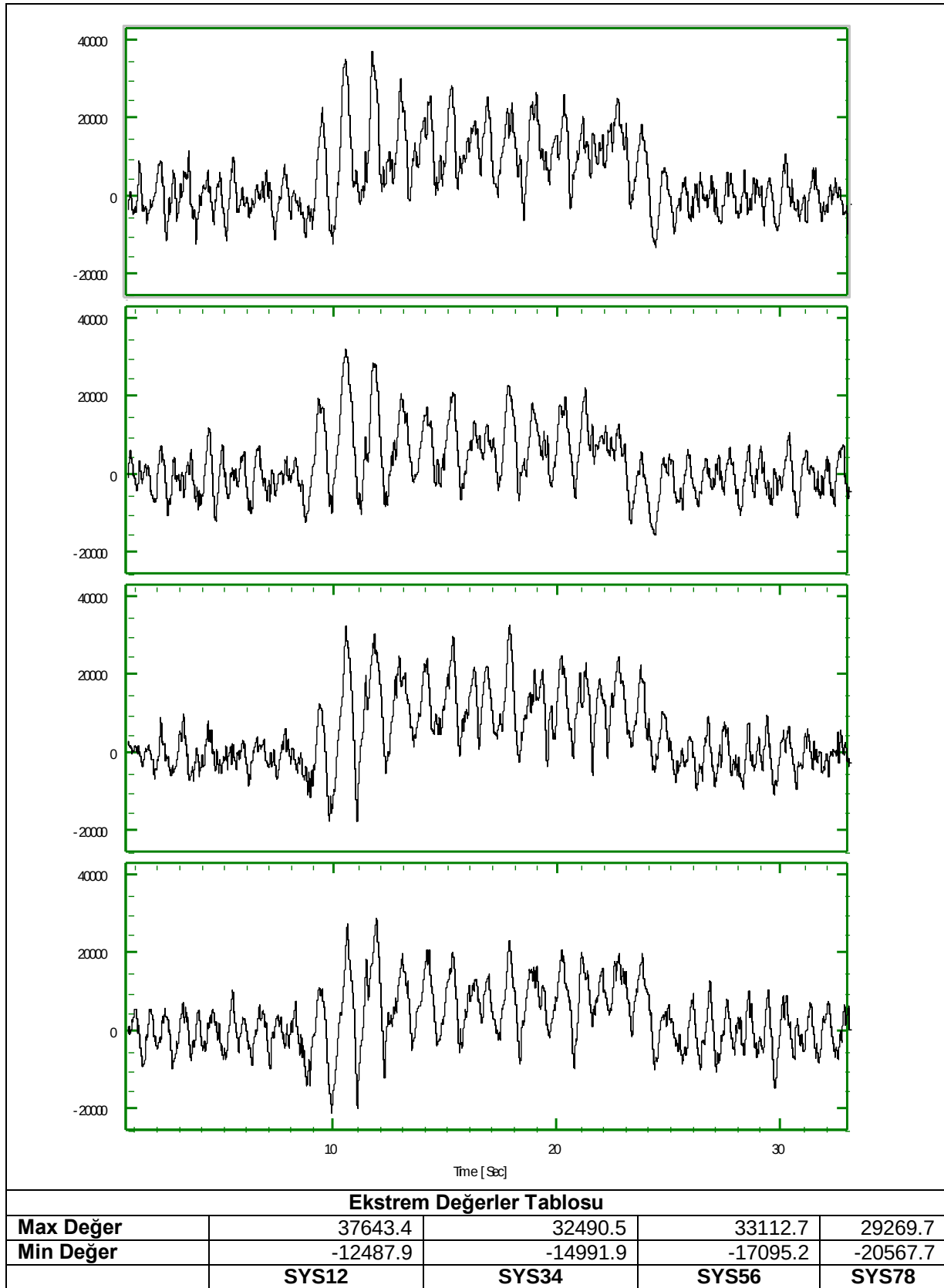
Şekil 3. 40 Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RB006 20Hz LP.



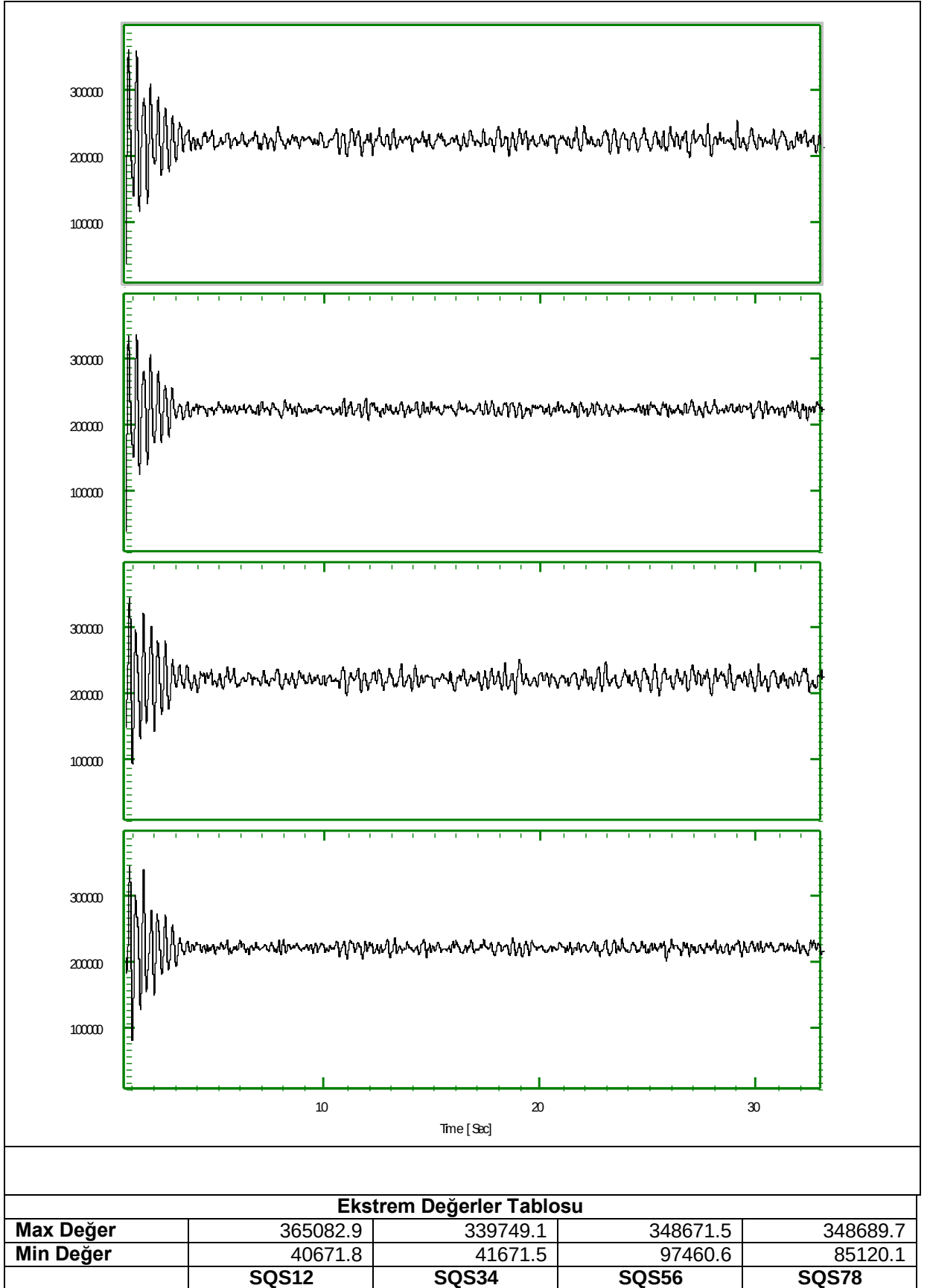
Şekil 3. 41 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RB006 10Hz LP.



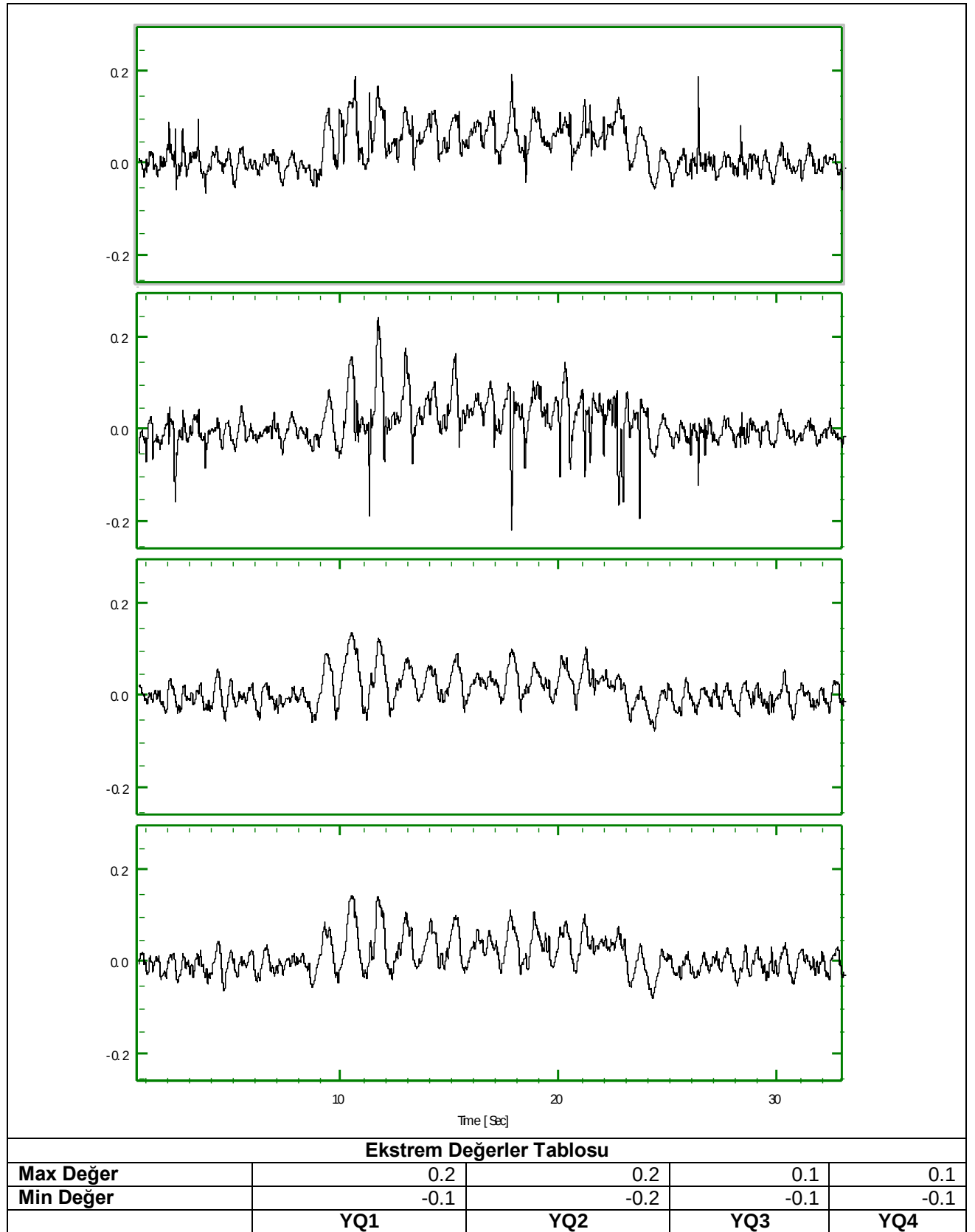
Şekil 3. 42 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RB006 10Hz LP.



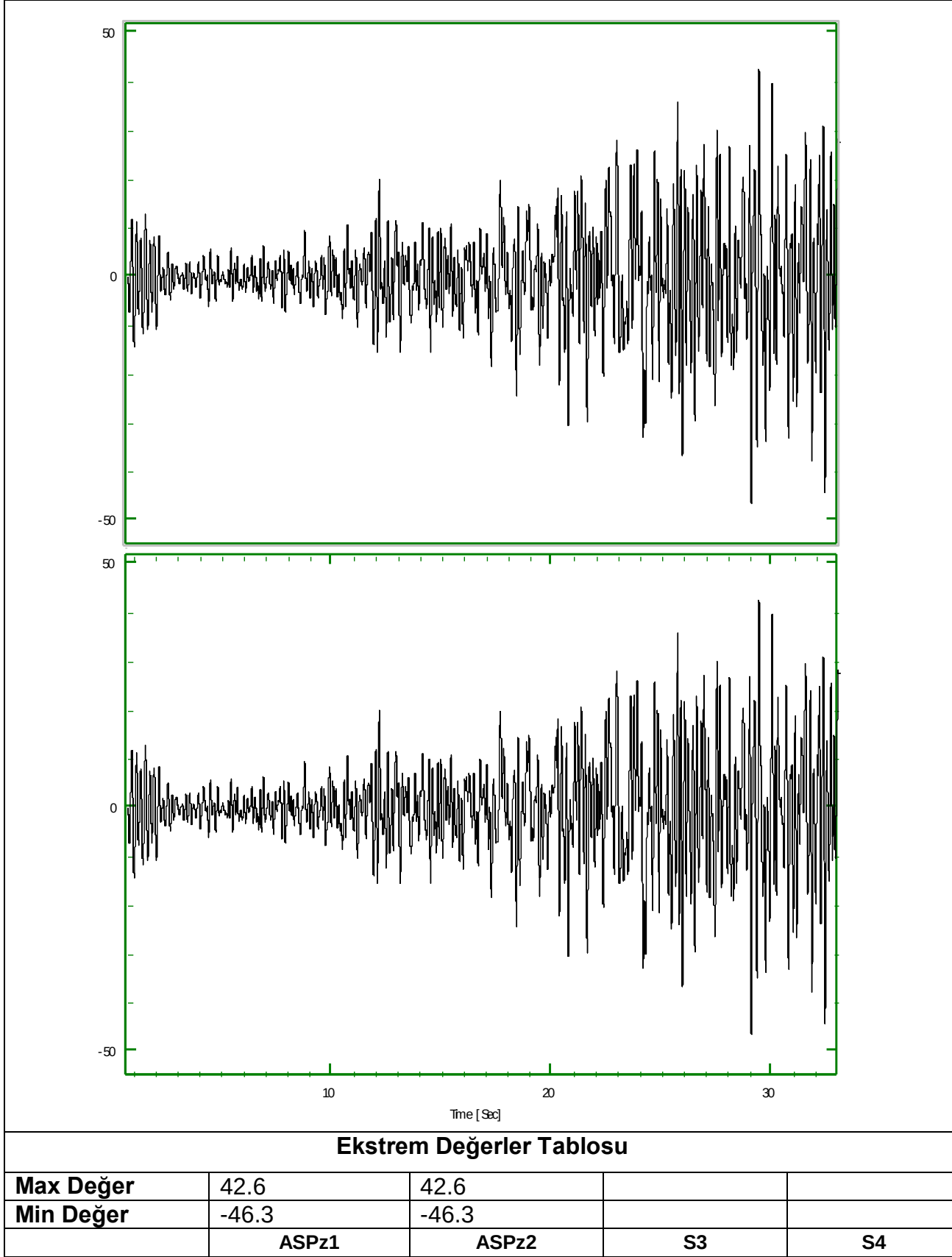
Şekil 3. 43 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RB113\_ex 20Hz LP.



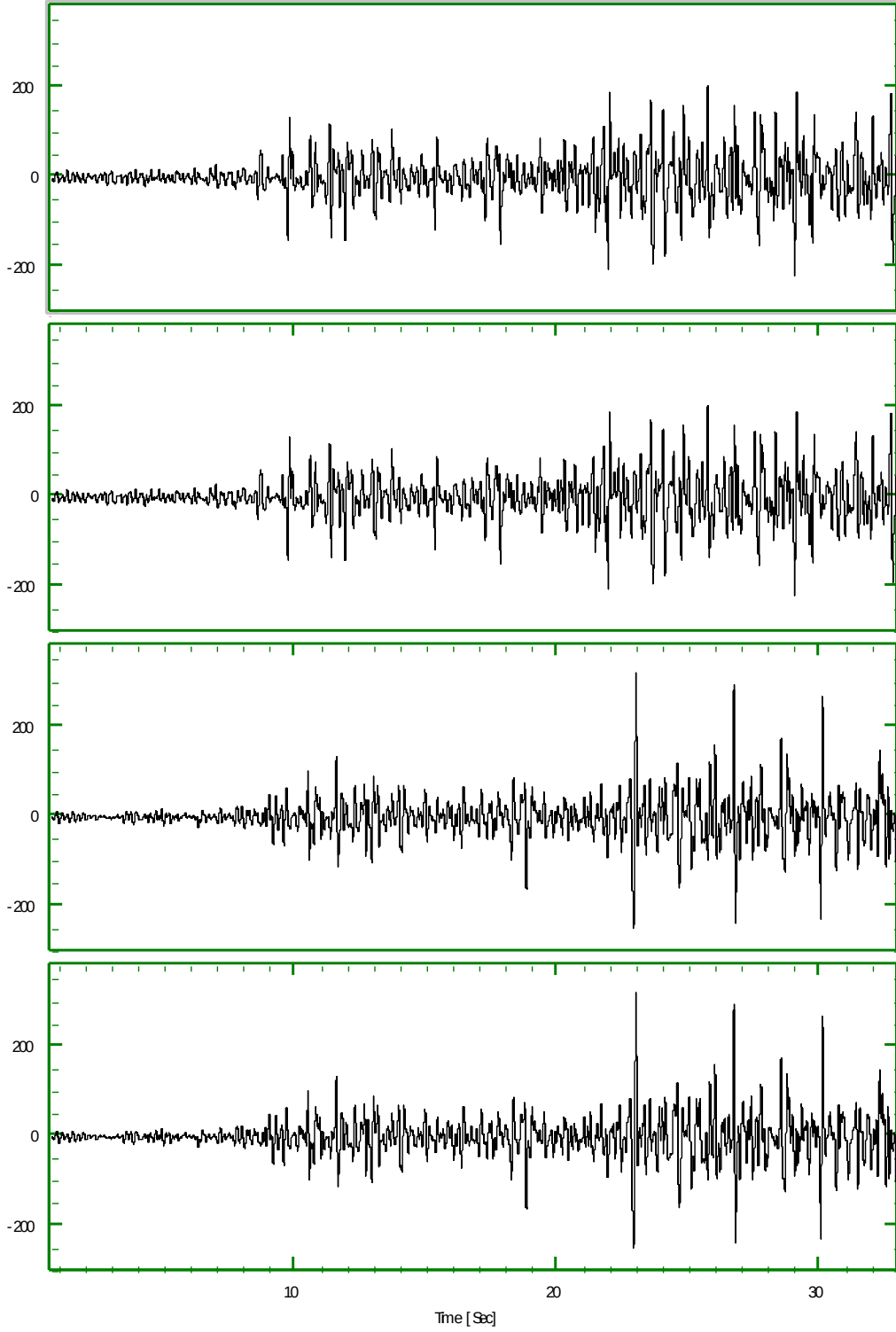
Şekil 3. 44 : İkazlı R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113\_ex 20Hz LP .



Şekil 3. 45 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RB113\_ex 20Hz LP.



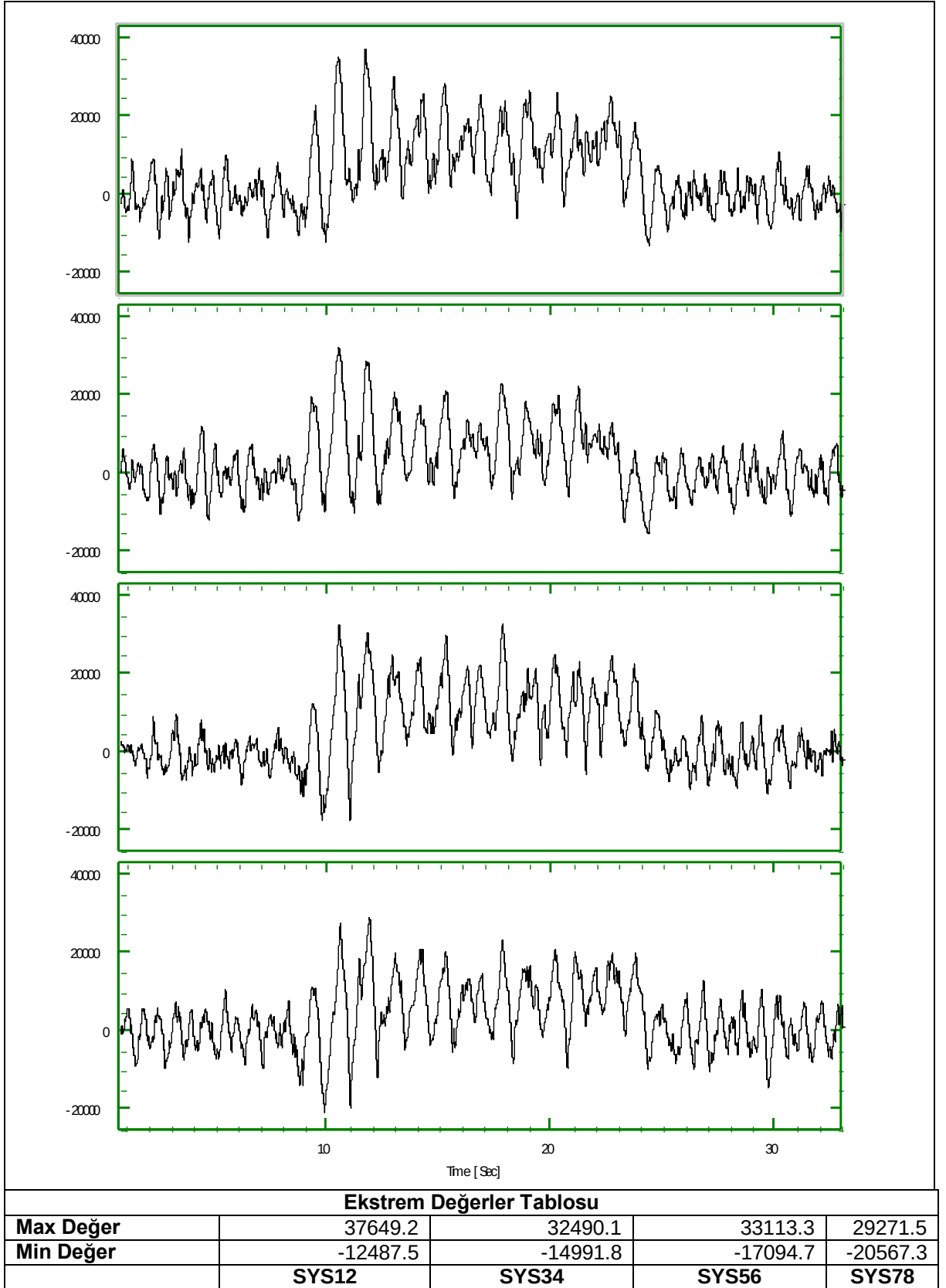
Şekil 3. 46 : İkazlı R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RB113\_ex 10Hz LP.



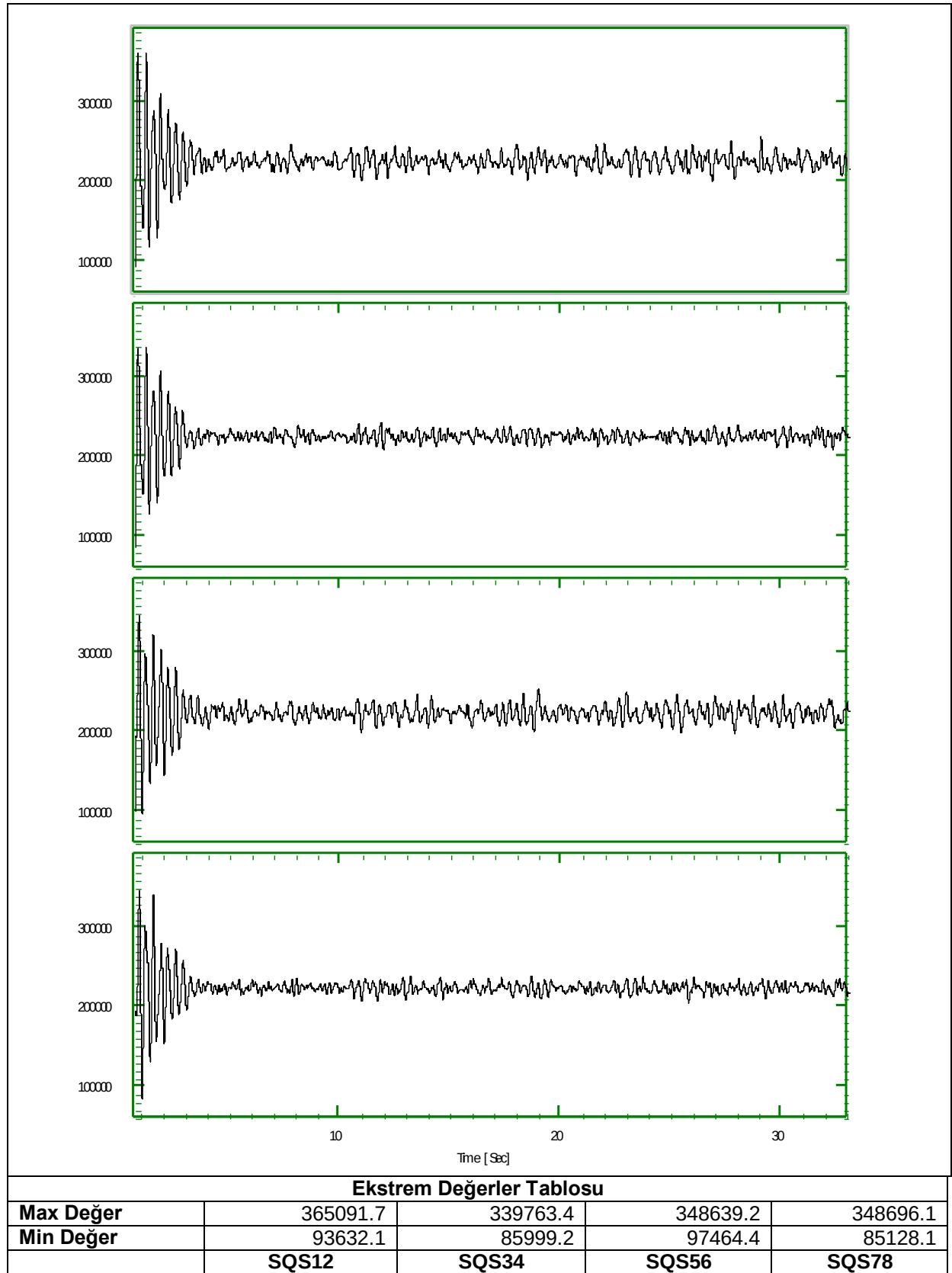
**Ekstrem Değerler Tablosu**

|                  |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>Max Değer</b> | 205.8        | 205.8        | 322.0        | 322.0        |
| <b>Min Değer</b> | -219.3       | -219.3       | -248.0       | -248.0       |
|                  | <b>ASz12</b> | <b>ASz34</b> | <b>ASz56</b> | <b>ASz78</b> |

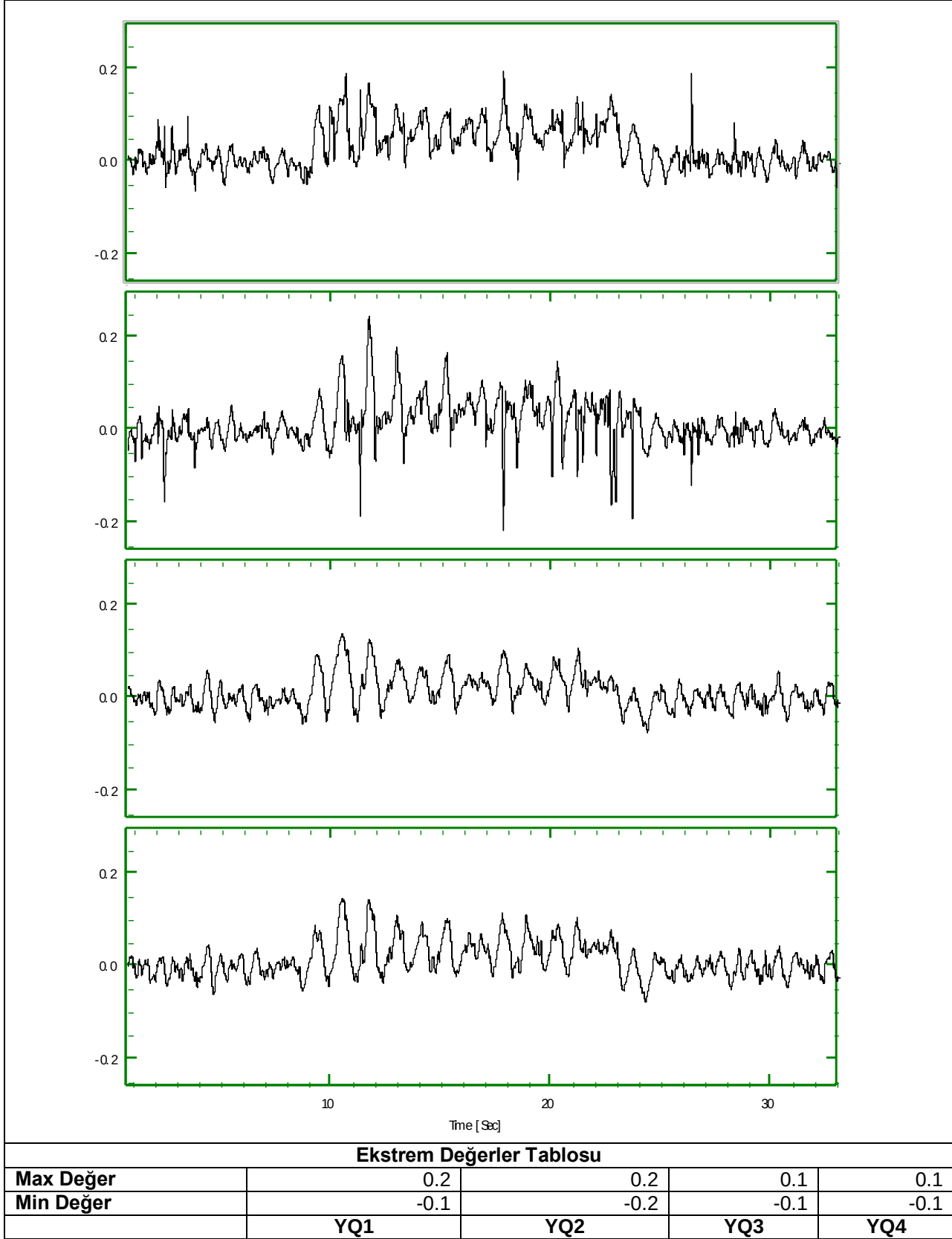
Şekil 3. 47 : İkazlı R1000m V120kmh devertfarki 17.9mm ile seyir RB113\_ex 10Hz LP.



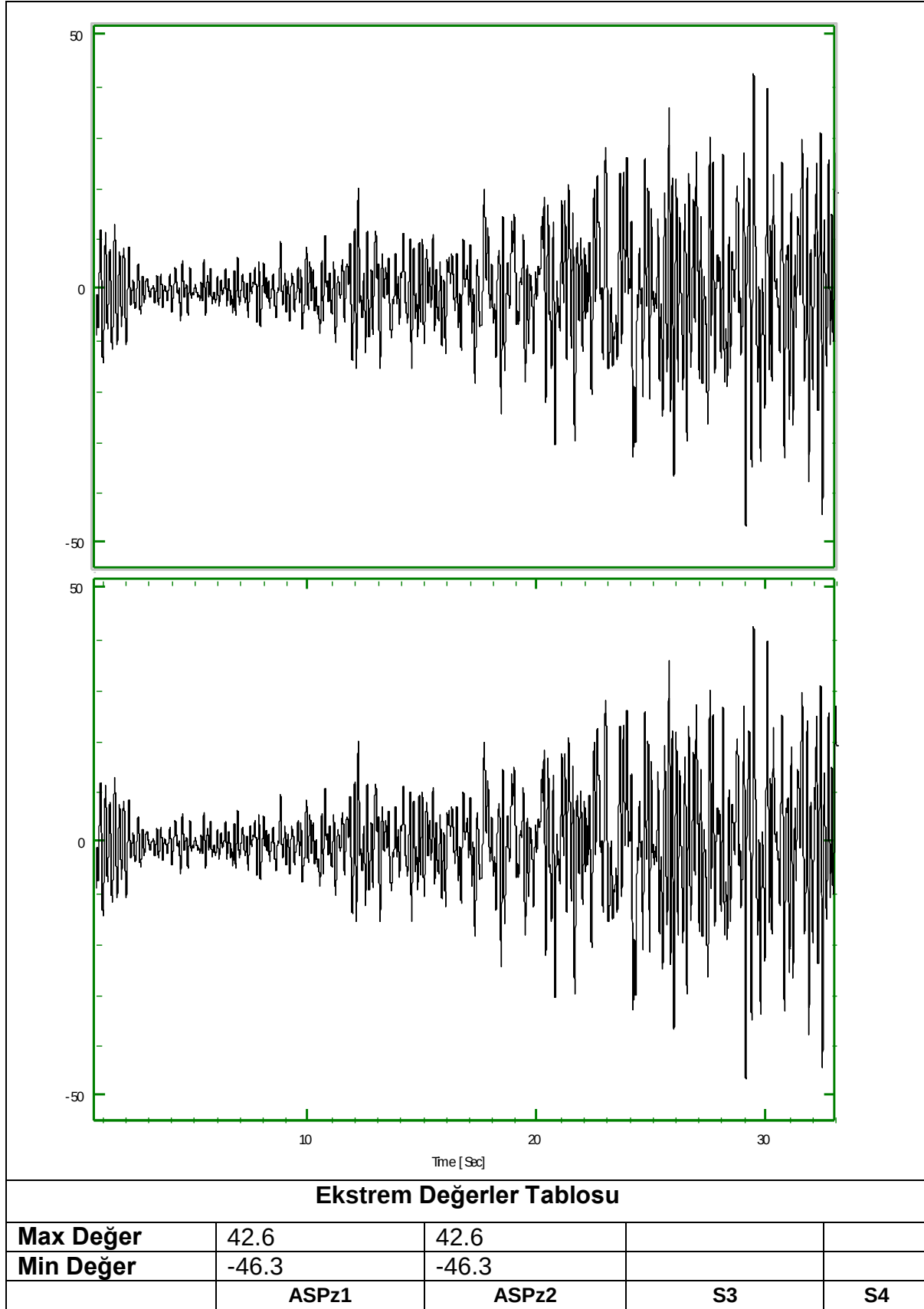
Şekil 3. 48 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RB016\_ex 20Hz LP.



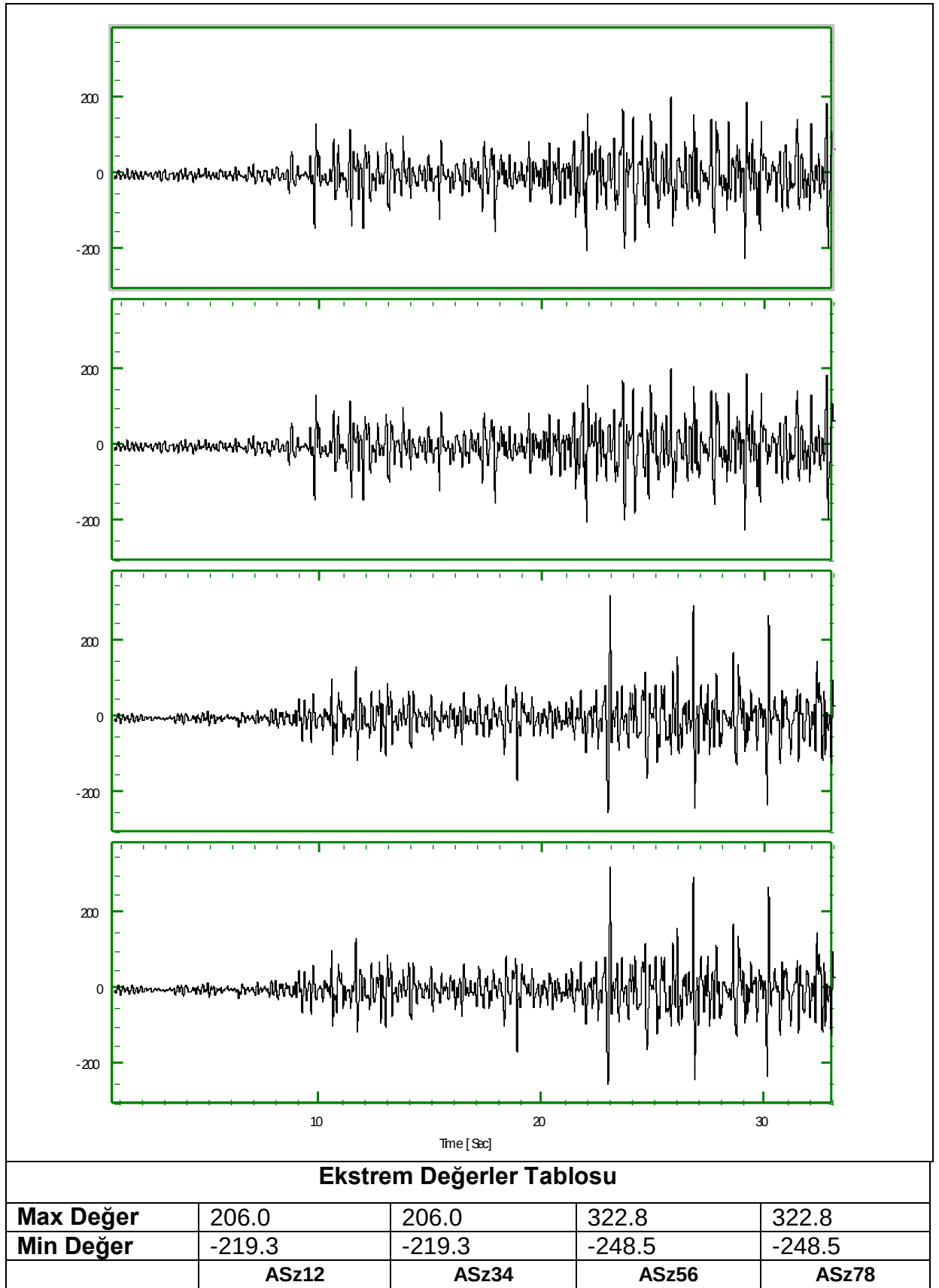
Şekil 3. 49 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RB016\_ex 20Hz LP.



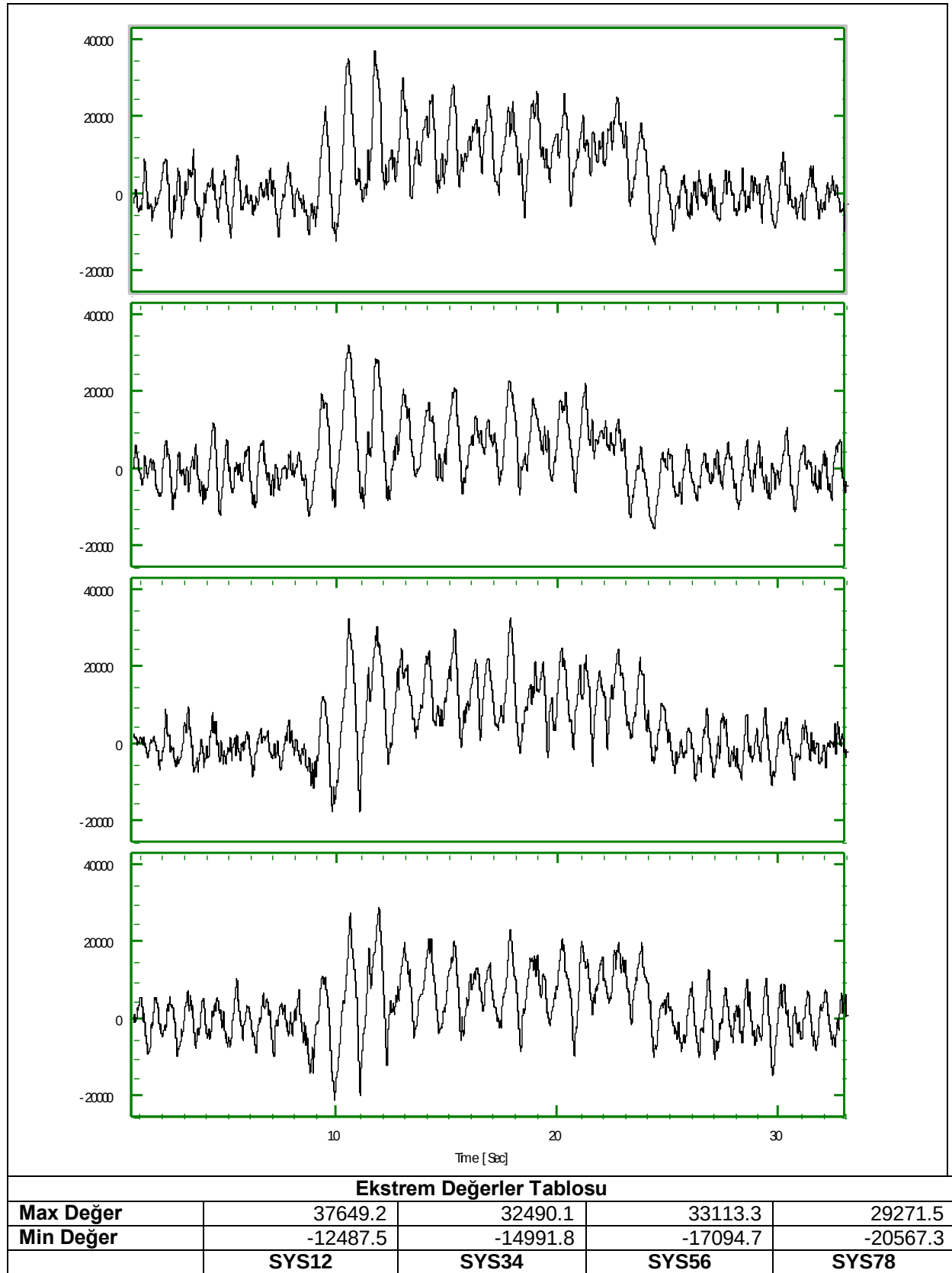
Şekil 3. 50 : İkazlı R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RB016\_ex 20Hz LP.



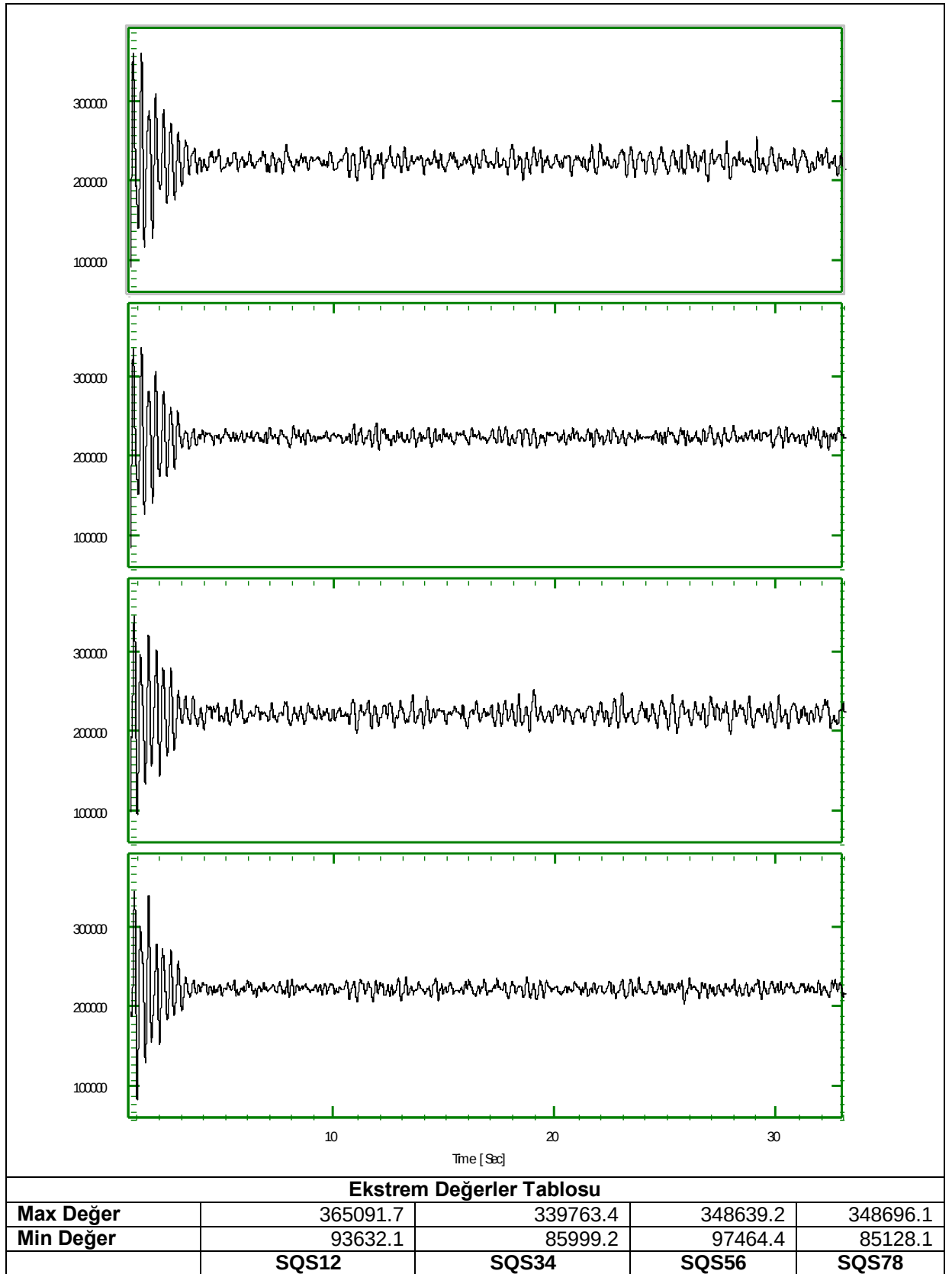
Şekil 3. 51 : İkazlı R1000m V90kmh devertfarki 55.5mm ile seyir RB016\_ex 10Hz LP .



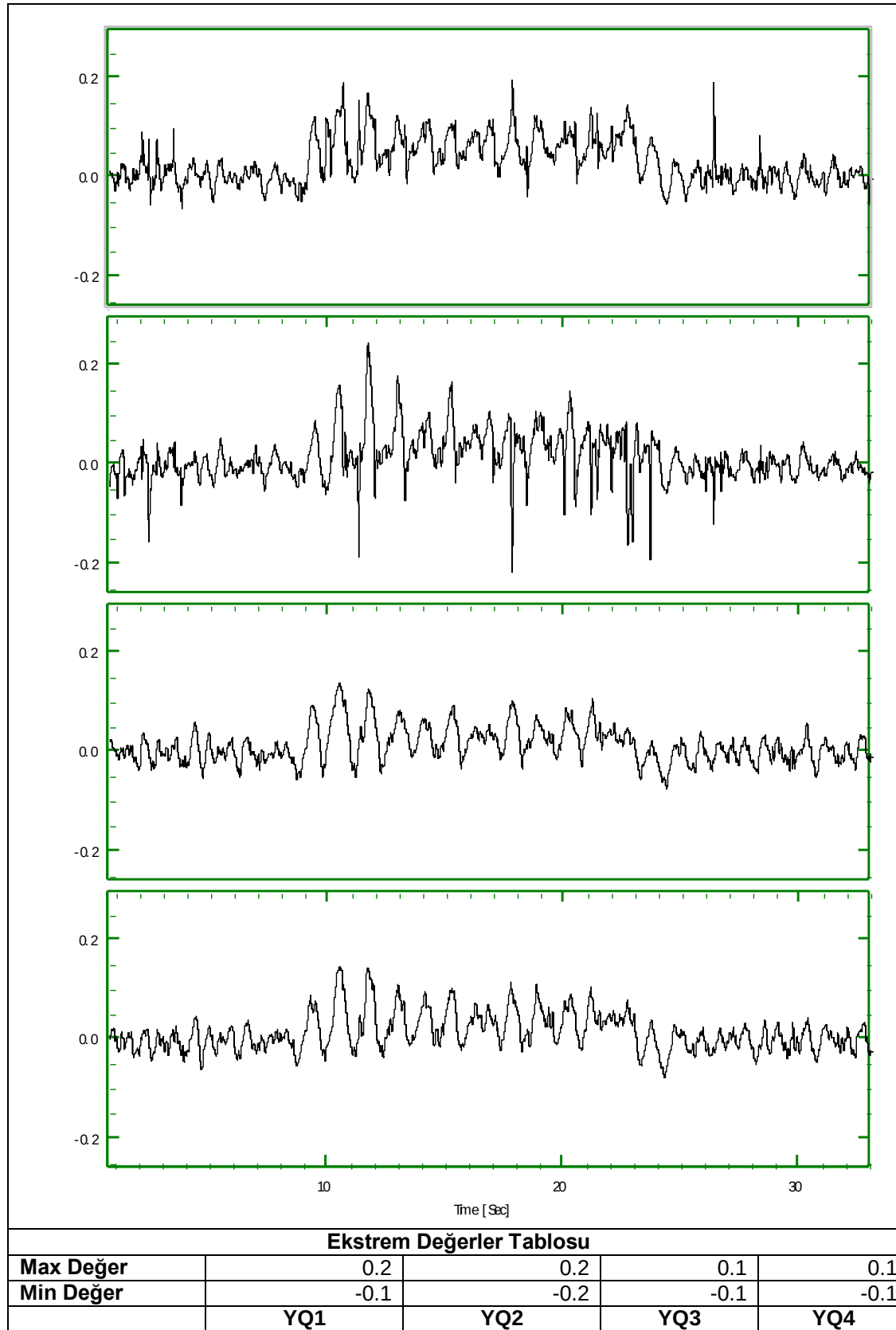
Şekil 3. 52 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RB016\_ex 10Hz LP.



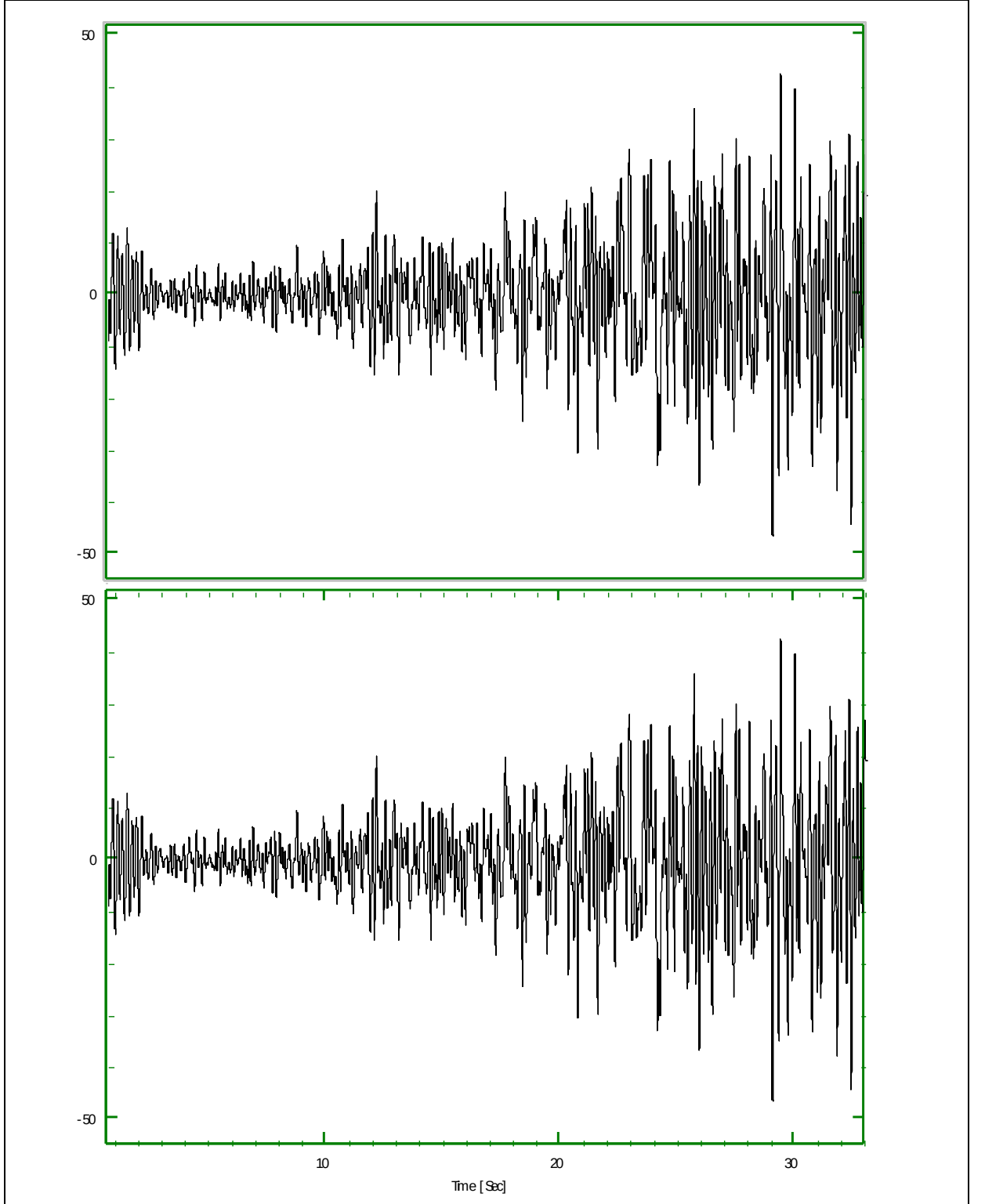
**Şekil 3. 53 :** İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RB006\_ex 20Hz LP .



Şekil 3. 54 : İkazlı R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RB006\_ex 20Hz LP.

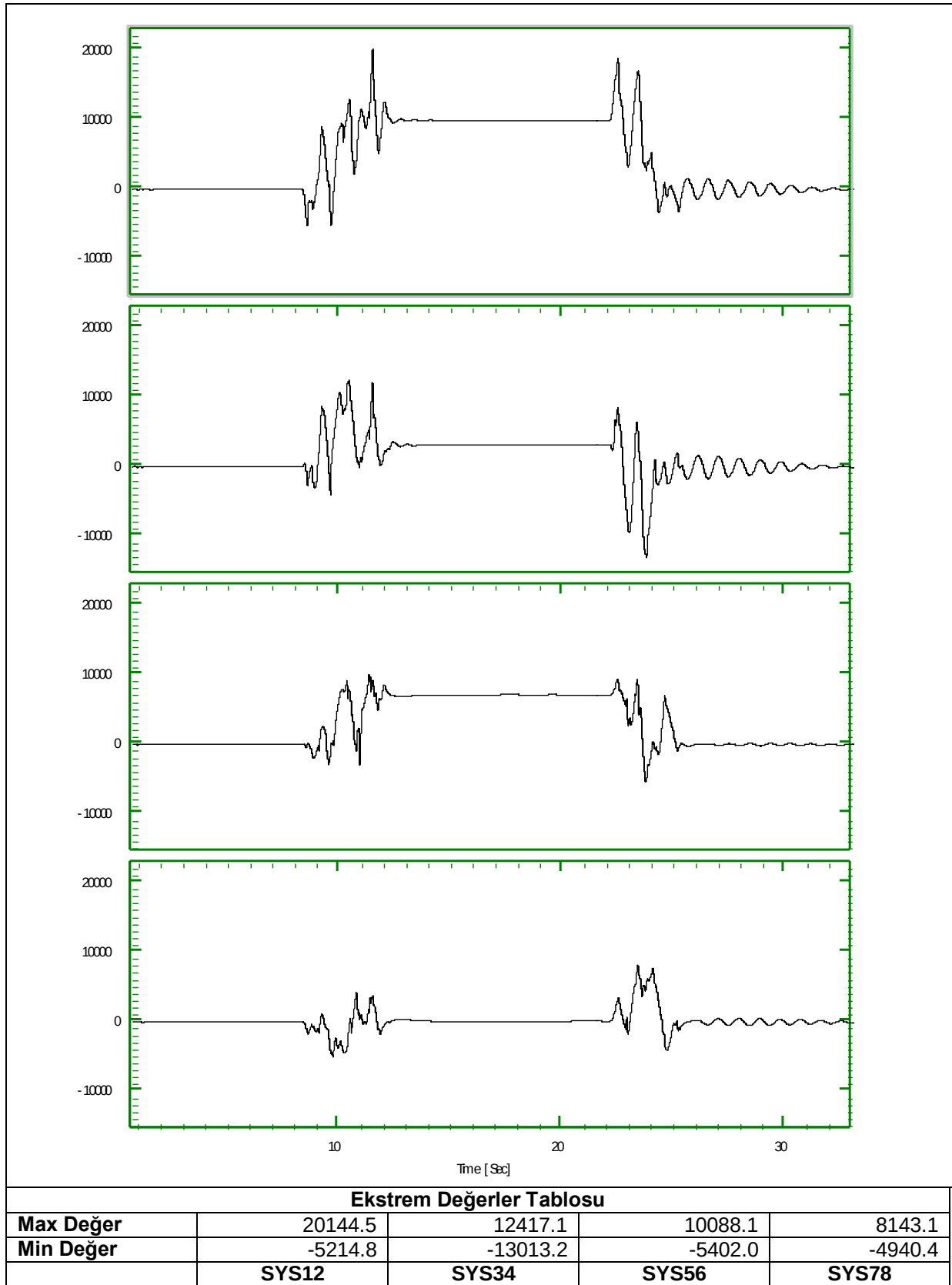


Şekil 3. 55 : İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RB006\_ex 20Hz LP .

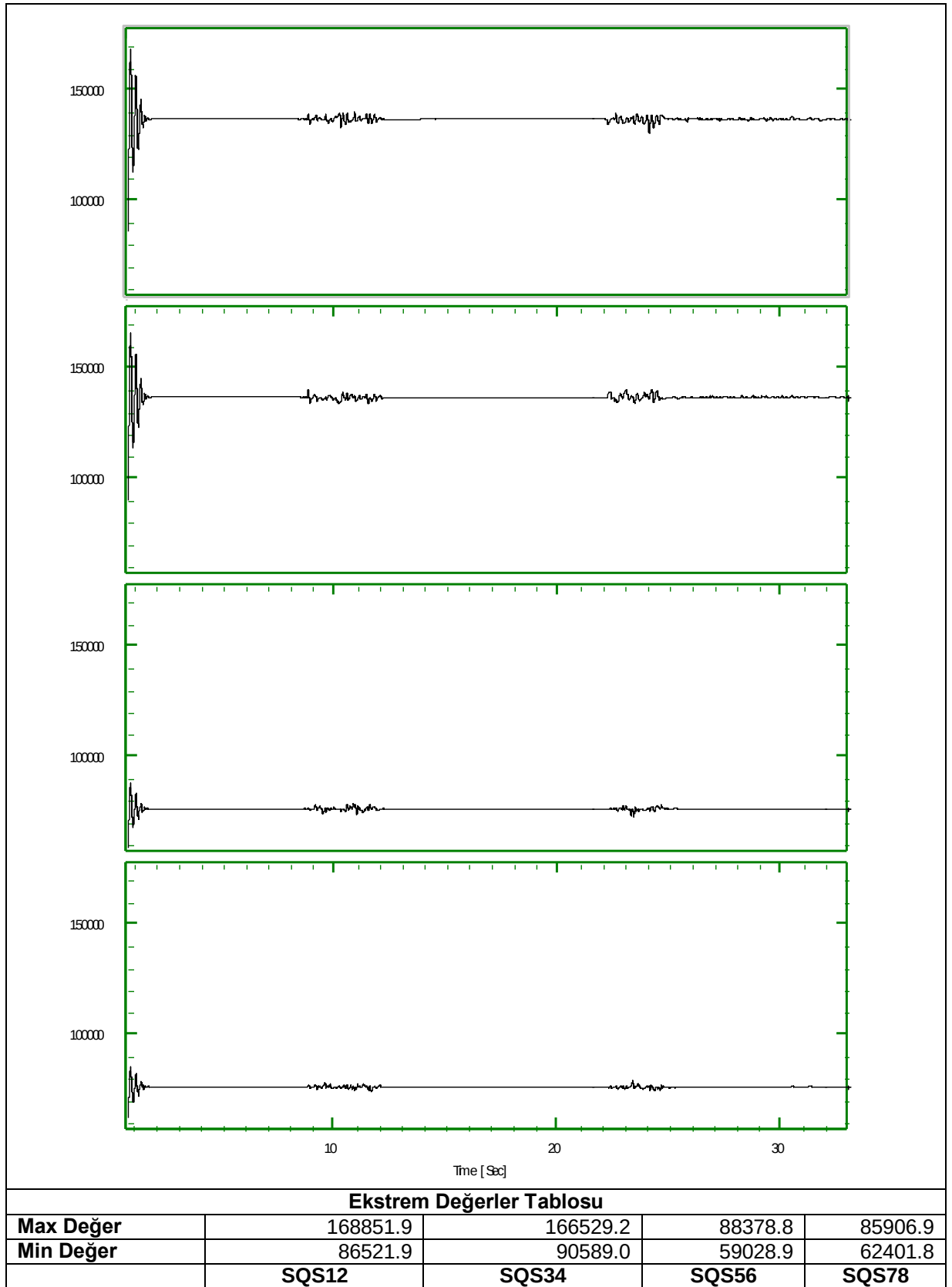


| Ekstrem Değerler Tablosu |       |       |    |    |
|--------------------------|-------|-------|----|----|
| Max Değer                | 42.6  | 42.6  |    |    |
| Min Değer                | -46.3 | -46.3 |    |    |
|                          | ASPz1 | ASPz2 | S3 | S4 |

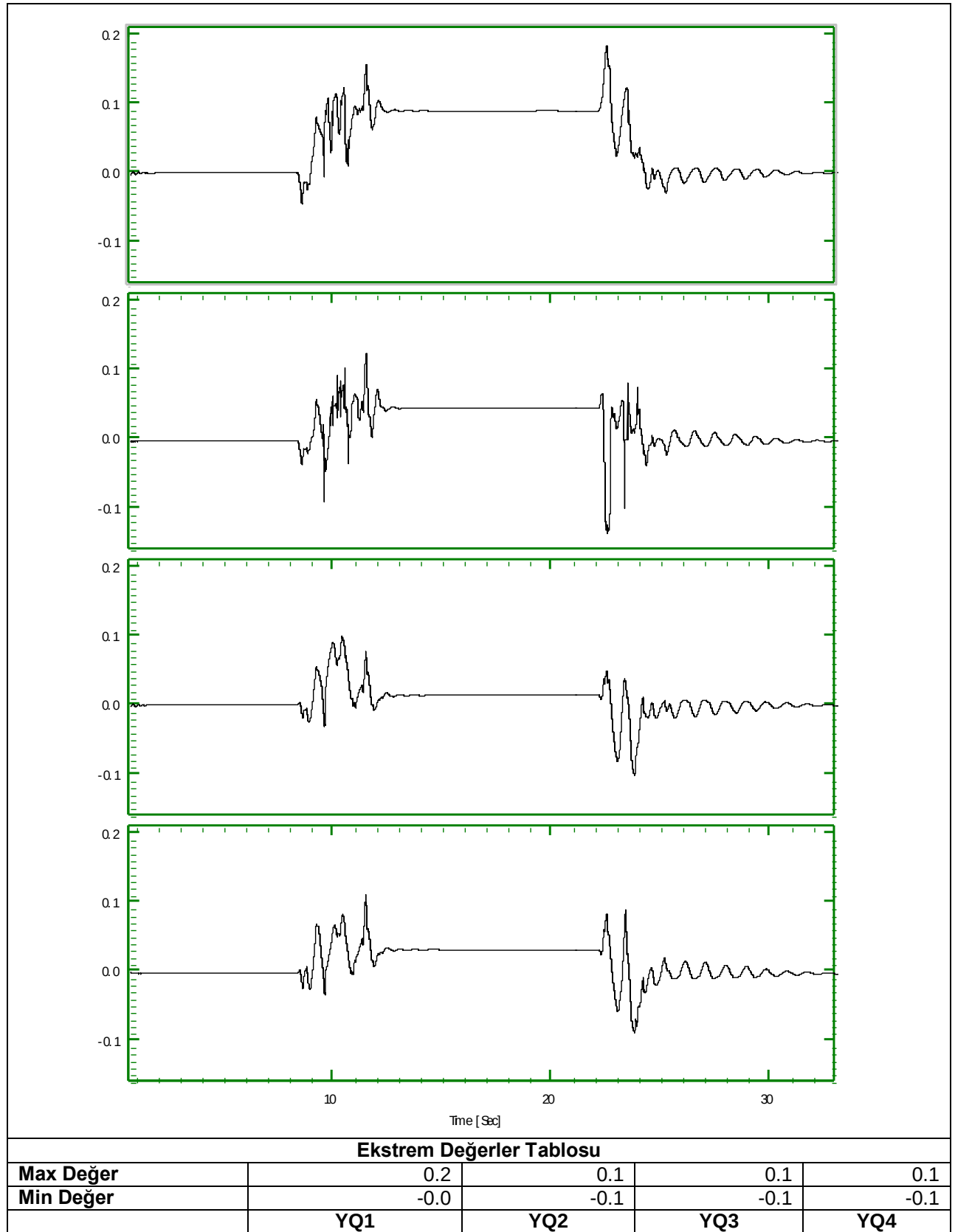
Şekil 3. 56 : İkazlı R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RB006\_ex 10Hz LP.



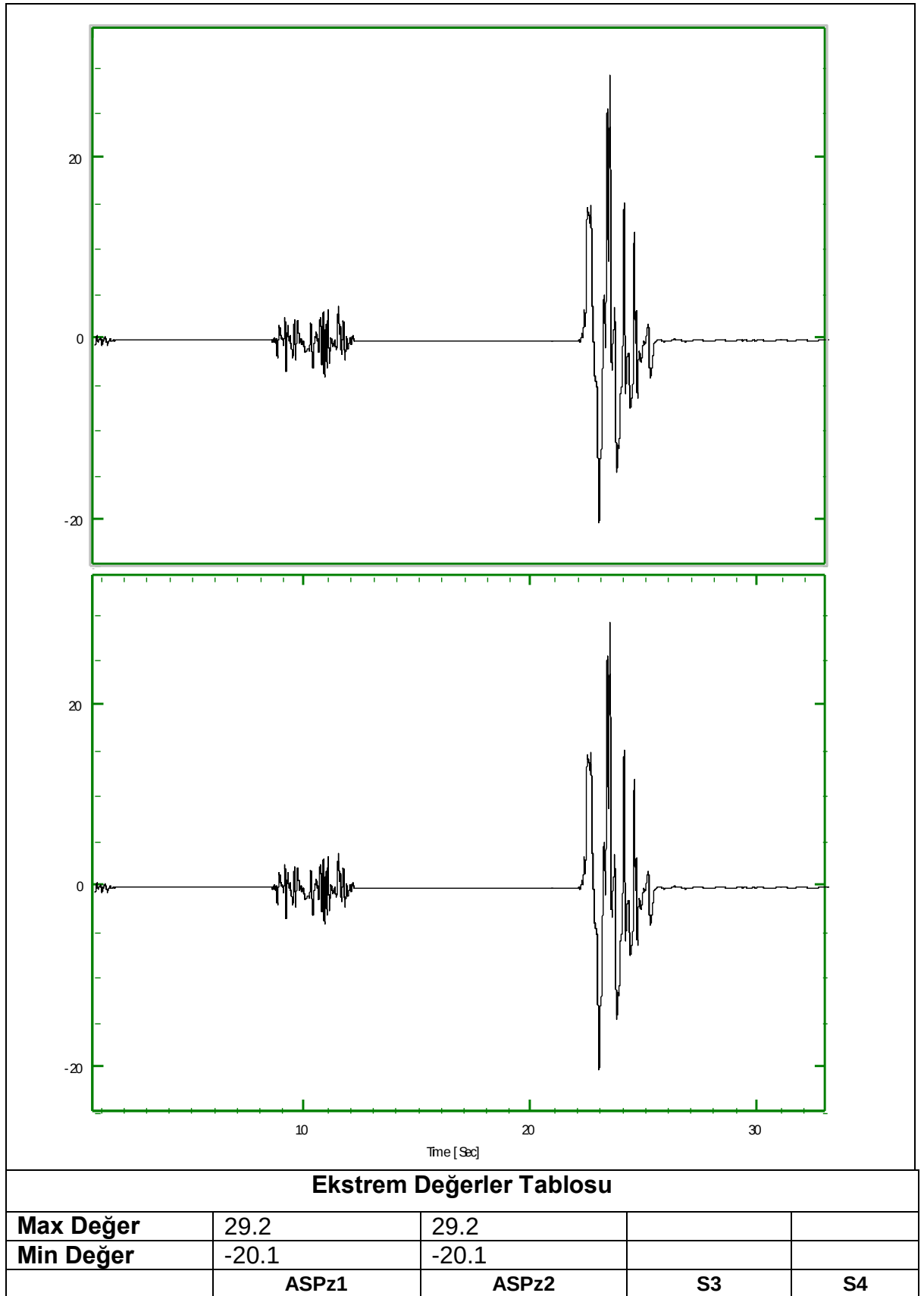
Şekil 3. 57 : Duzgun R1000m V120kmh devertfarki 17.9mm ile seyir RC113 20Hz LP.



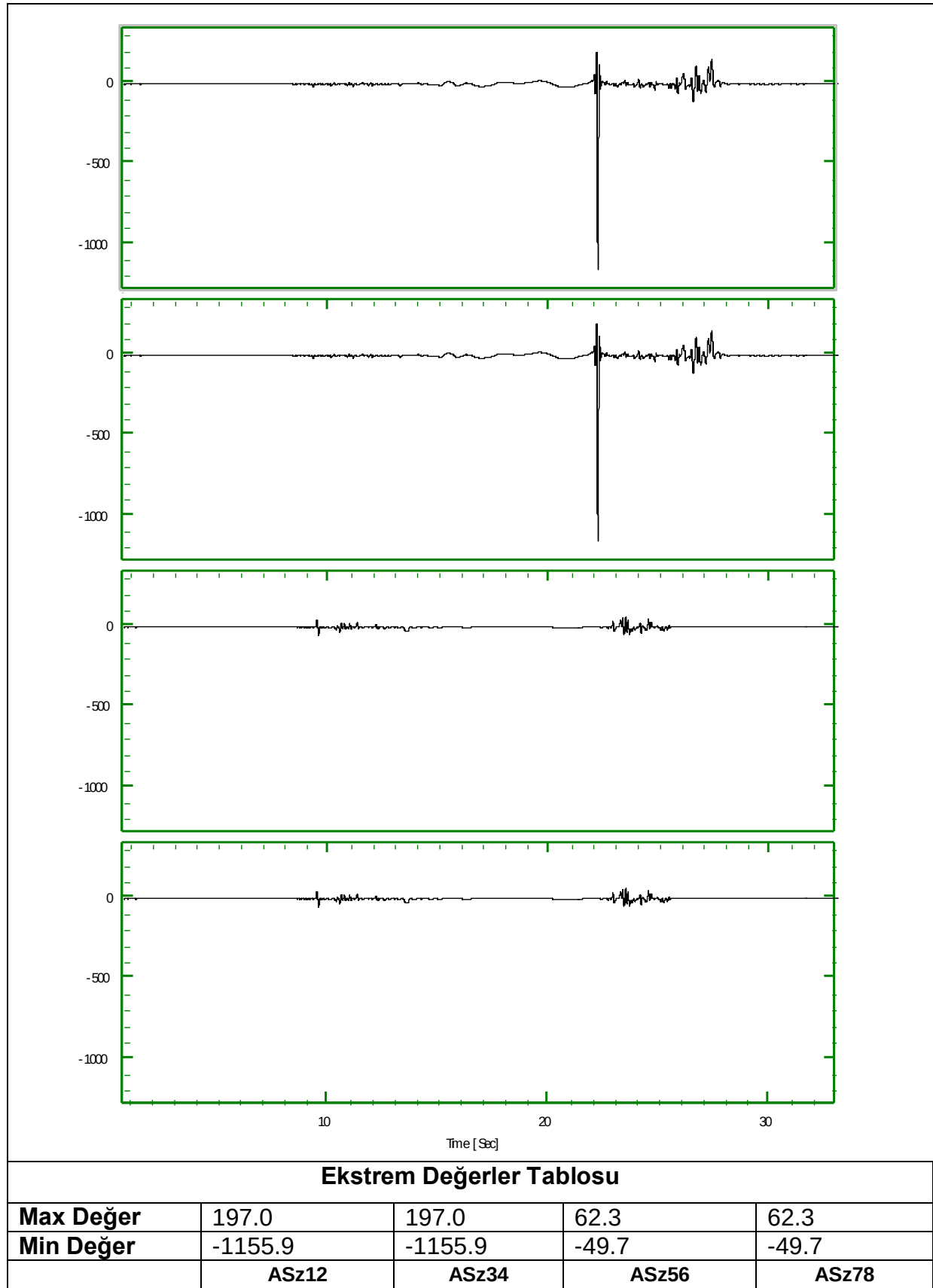
Şekil 3. 58 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113 20Hz LP.



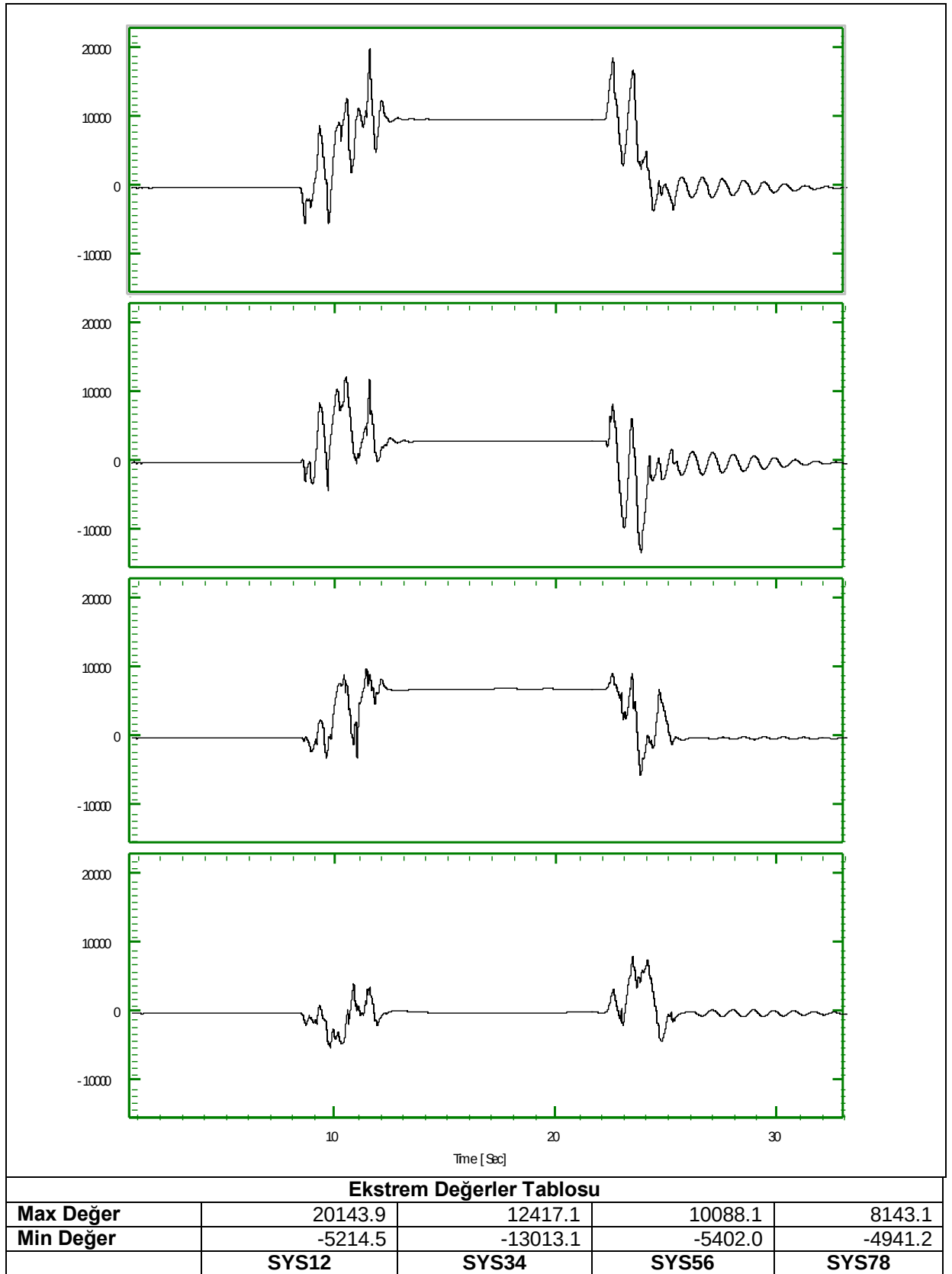
Şekil 3. 59 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RC113.



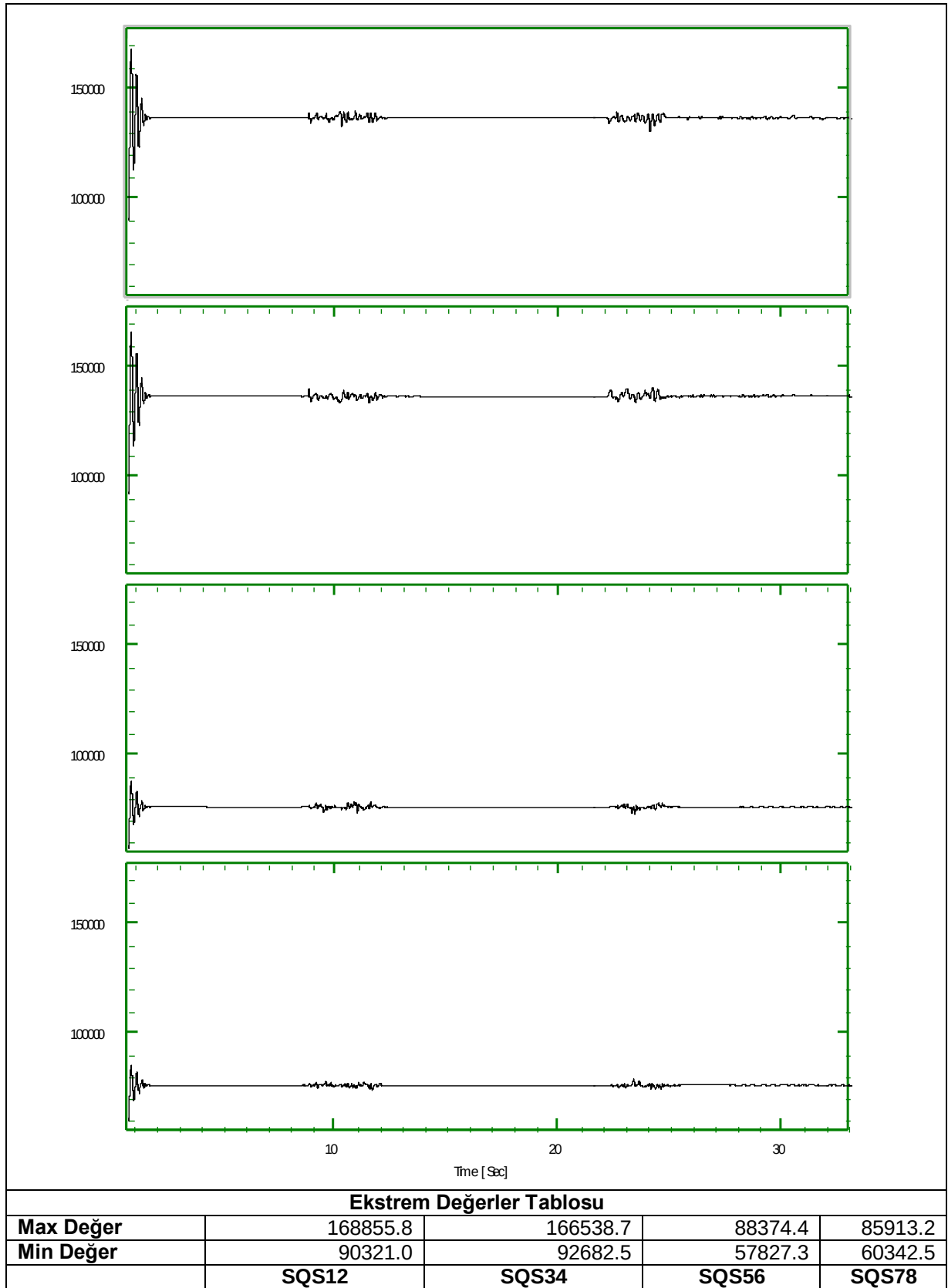
Şekil 3. 60 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki 17.9mm ile seyir RC113 10Hz LP.



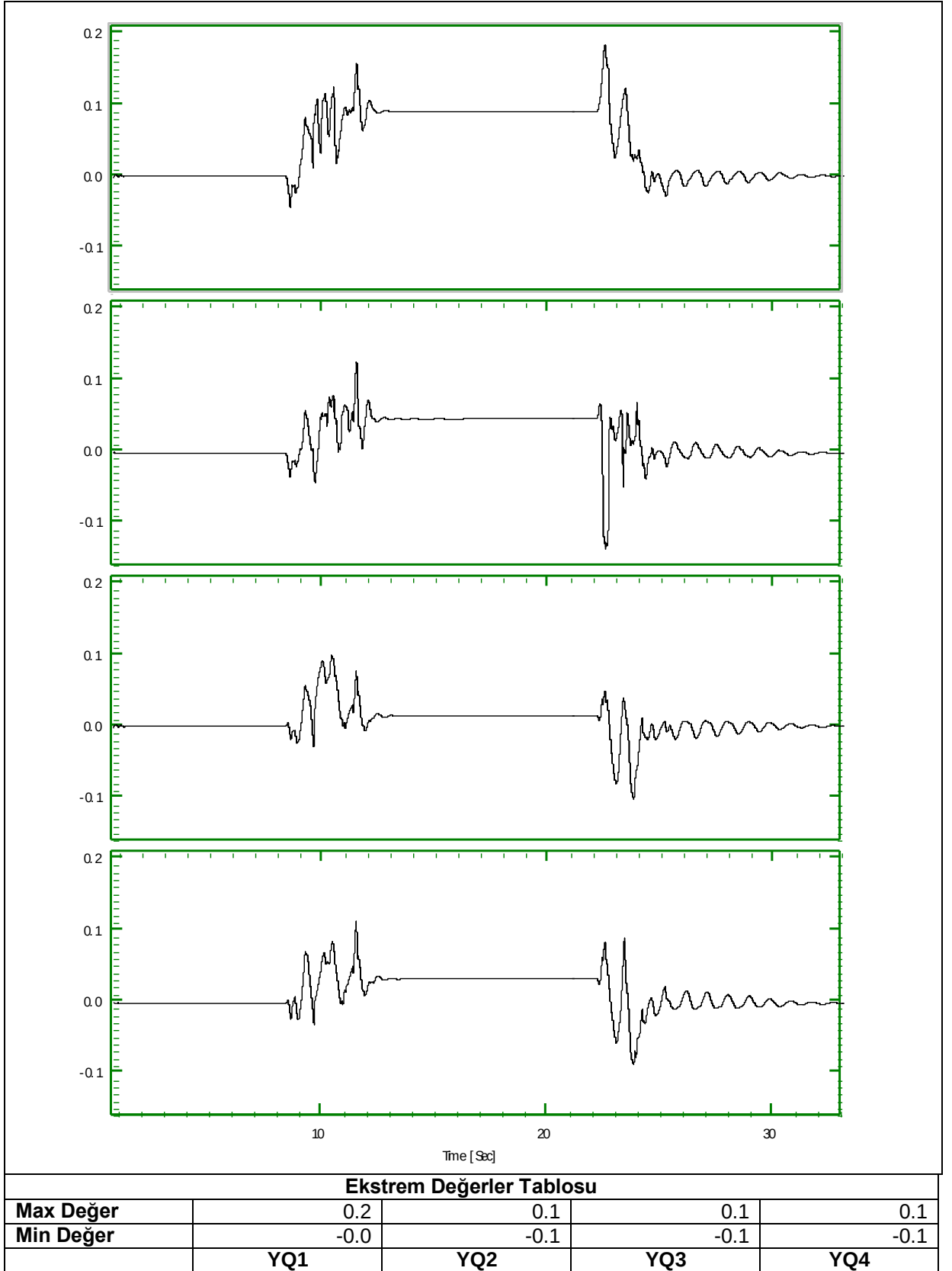
Şekil 3. 61 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki 17.9mm ile seyir RC113 10Hz LP.



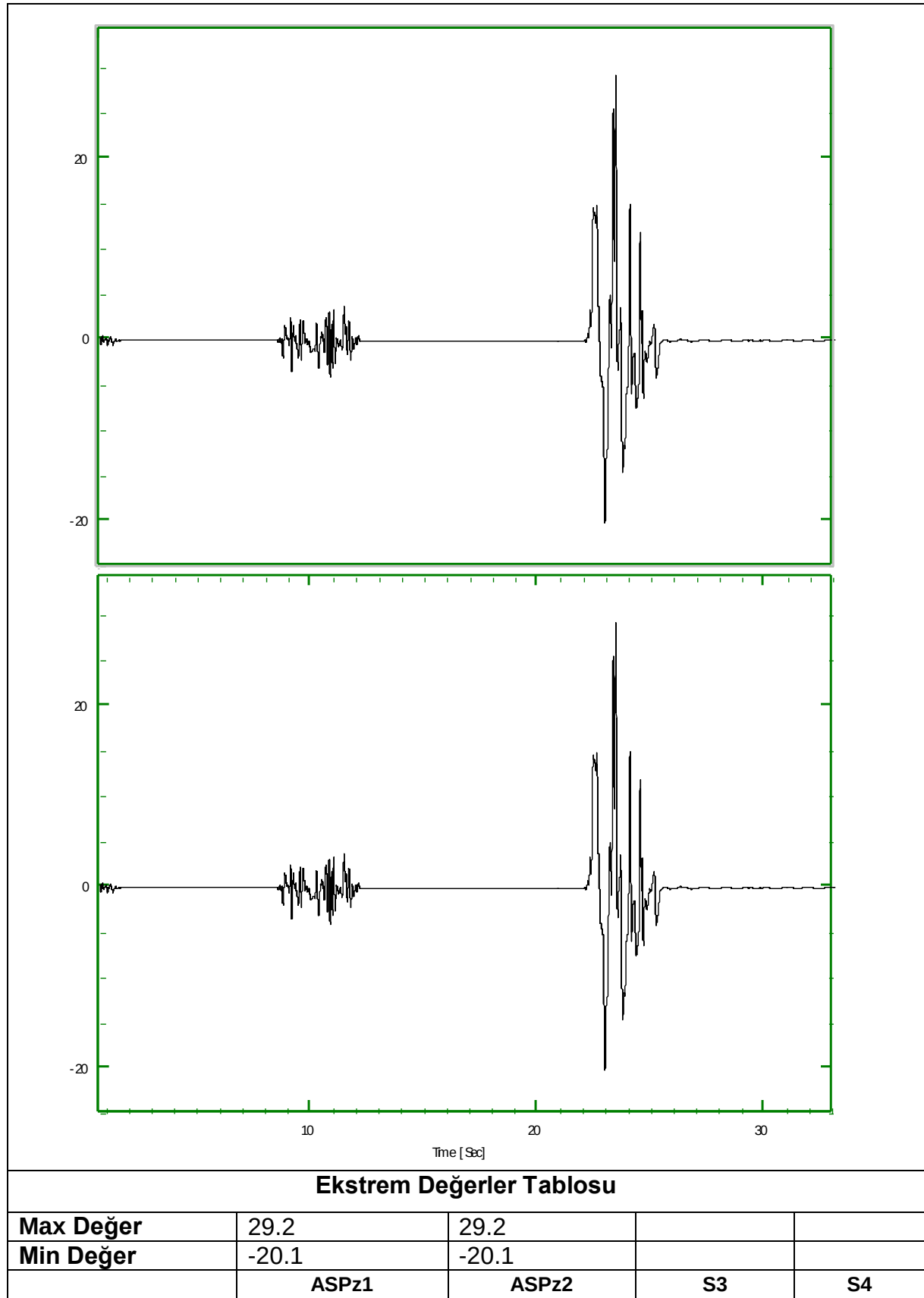
Şekil 3. 62 : Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RC016 20Hz LP.



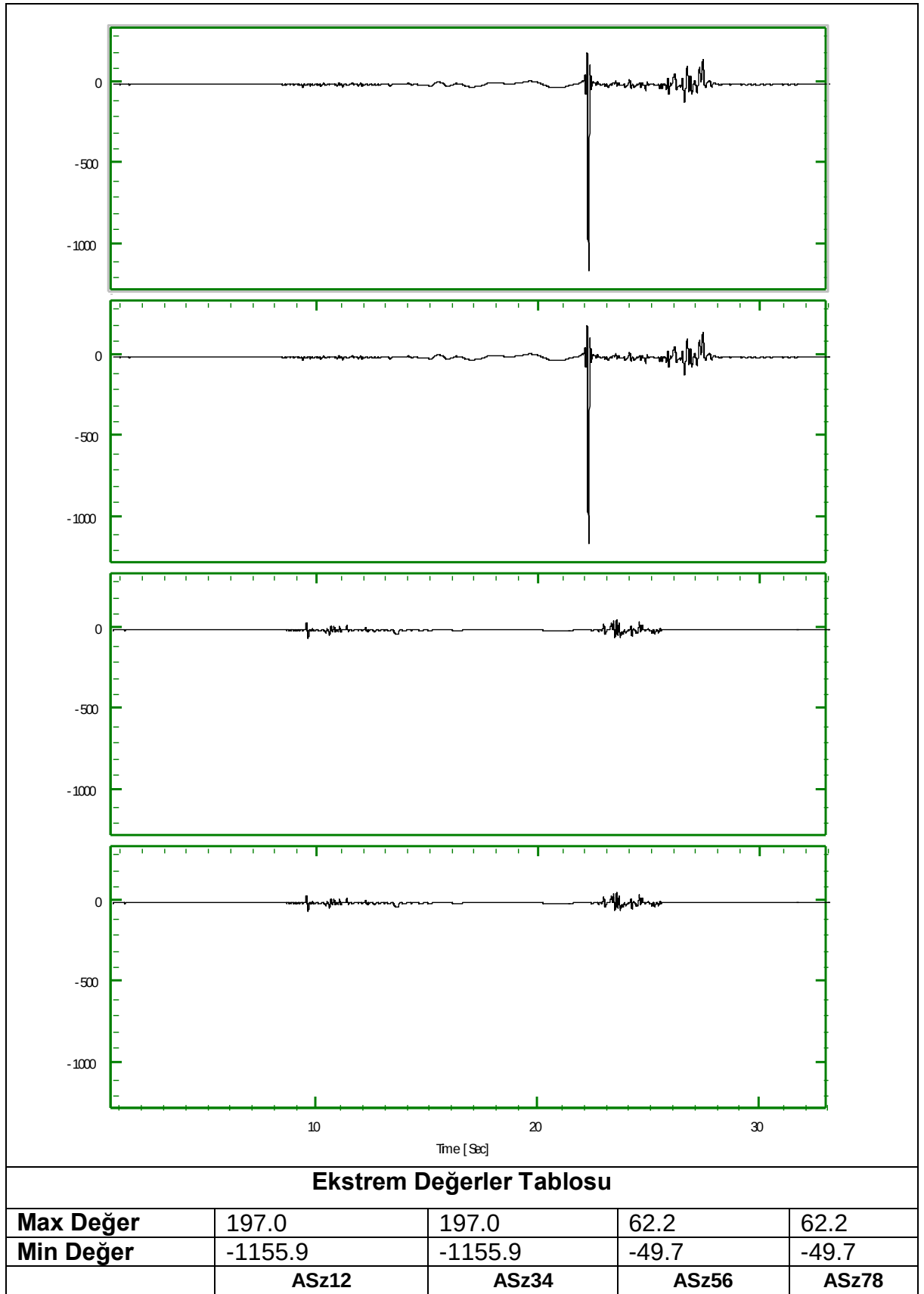
Şekil 3. 63 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 20Hz LP.



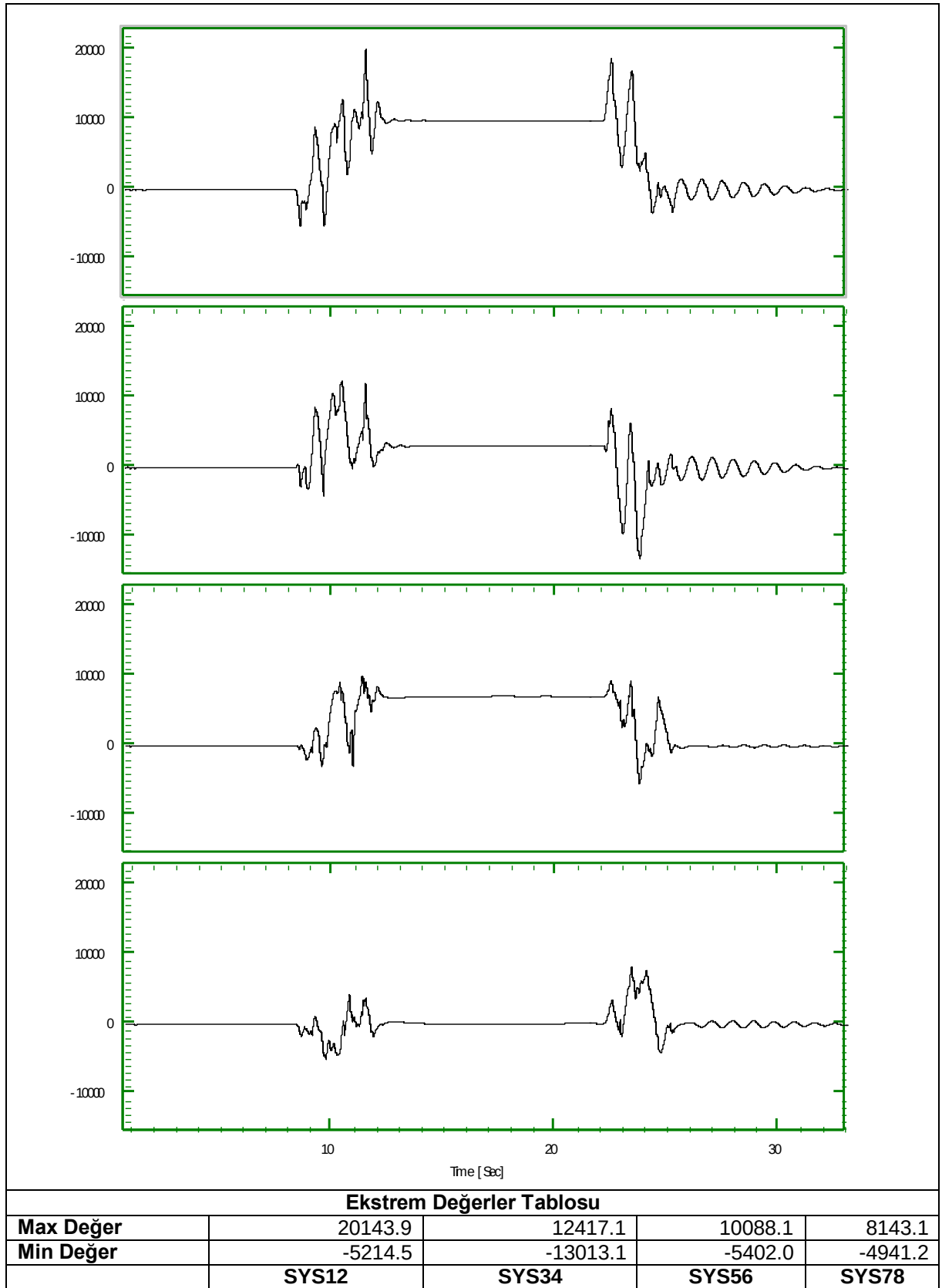
Şekil 3. 64 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 20Hz LP.



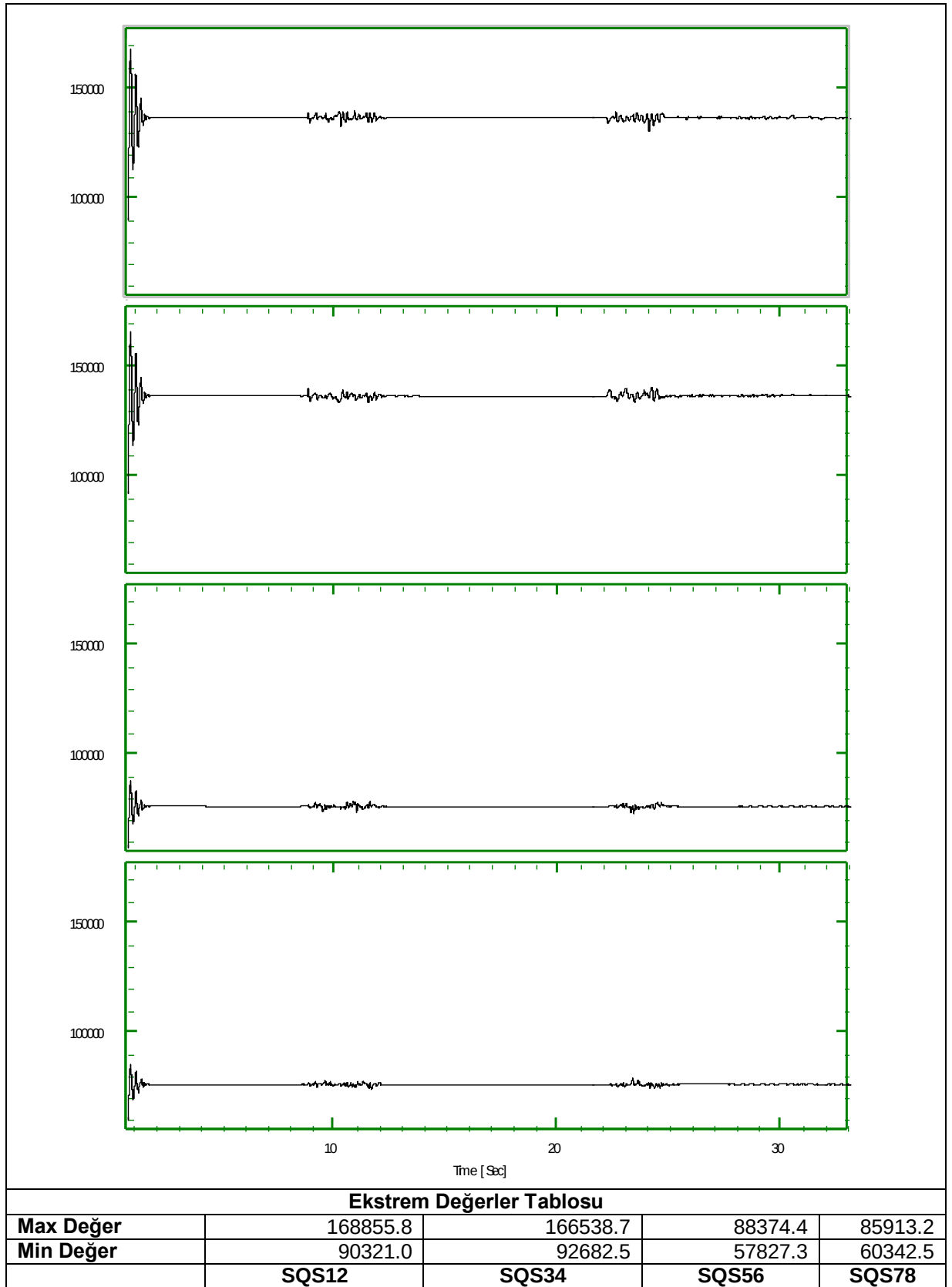
Şekil 3. 65 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016 10Hz LP.



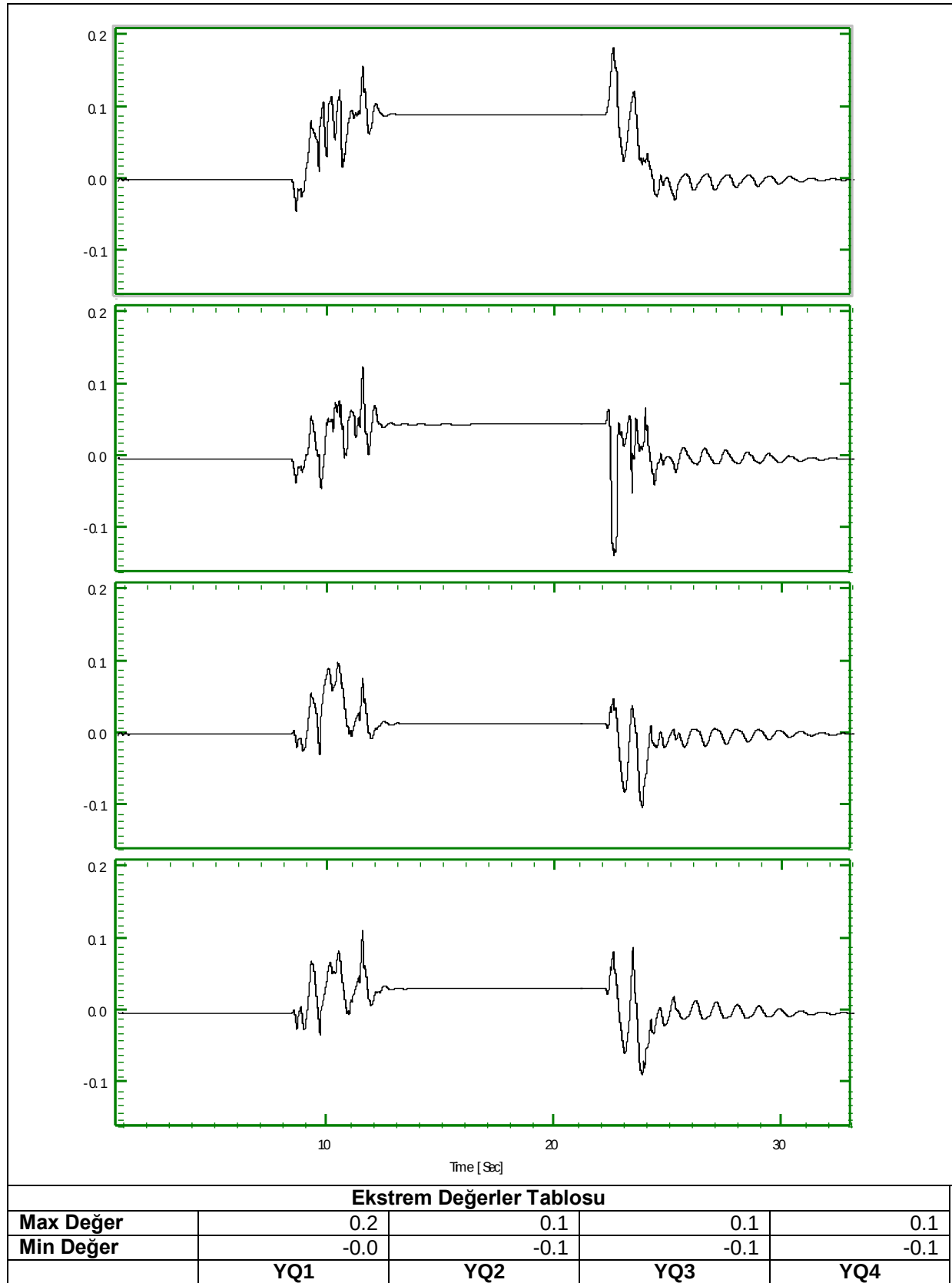
Şekil 3. 66 : Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RC016 10Hz LP.



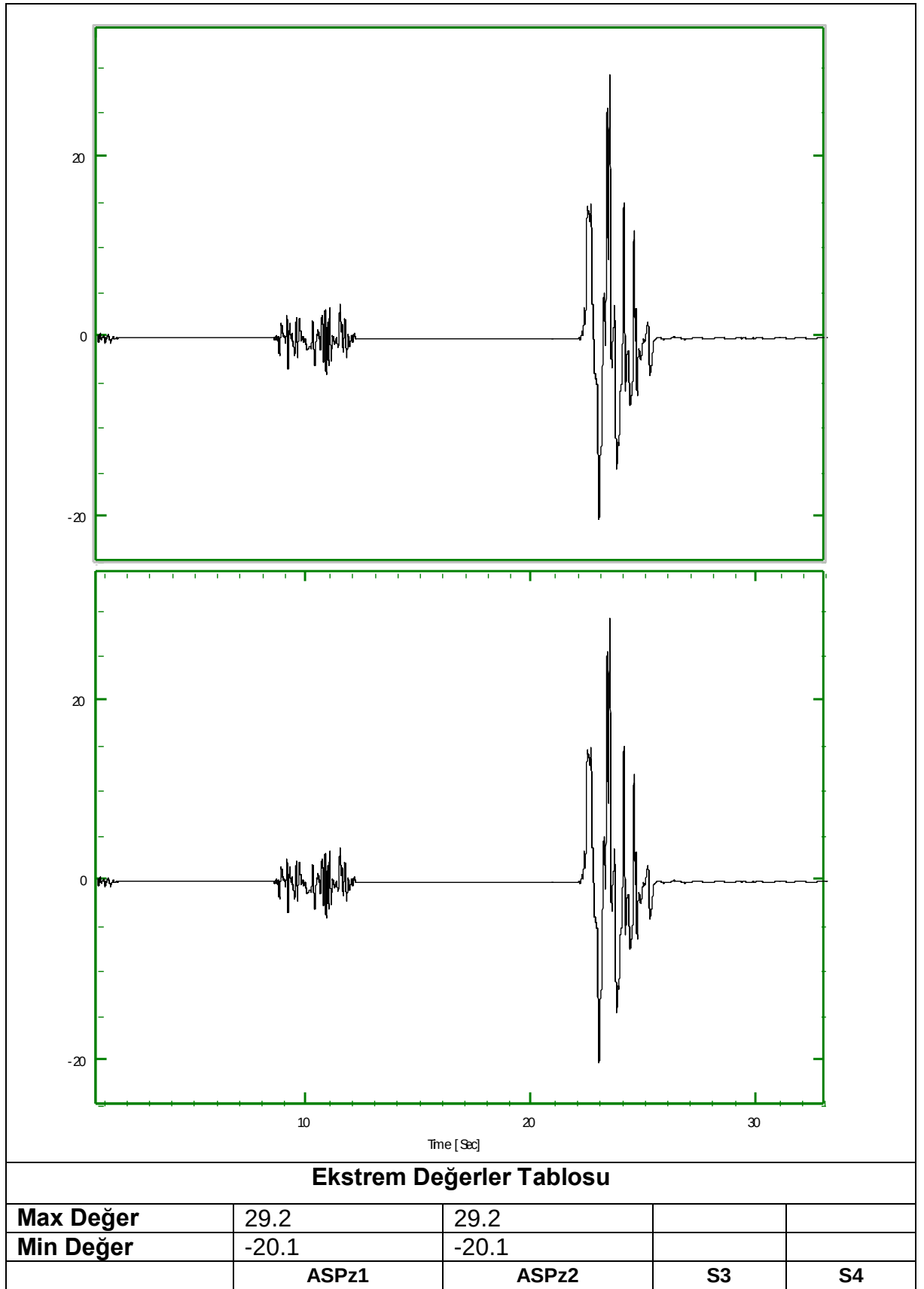
Şekil 3. 67 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 20Hz LP.



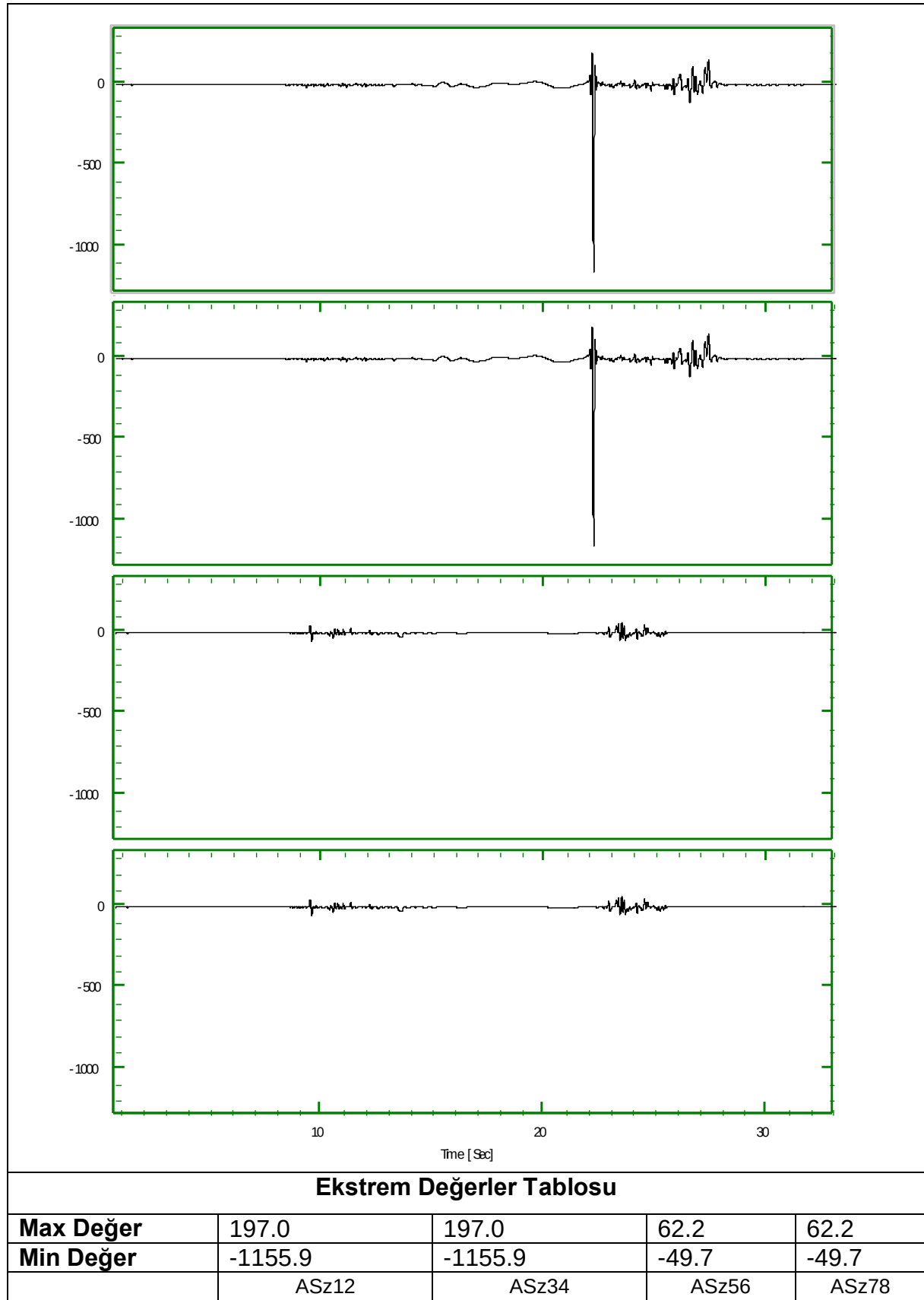
Şekil 3. 68 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RC006 20Hz LP.



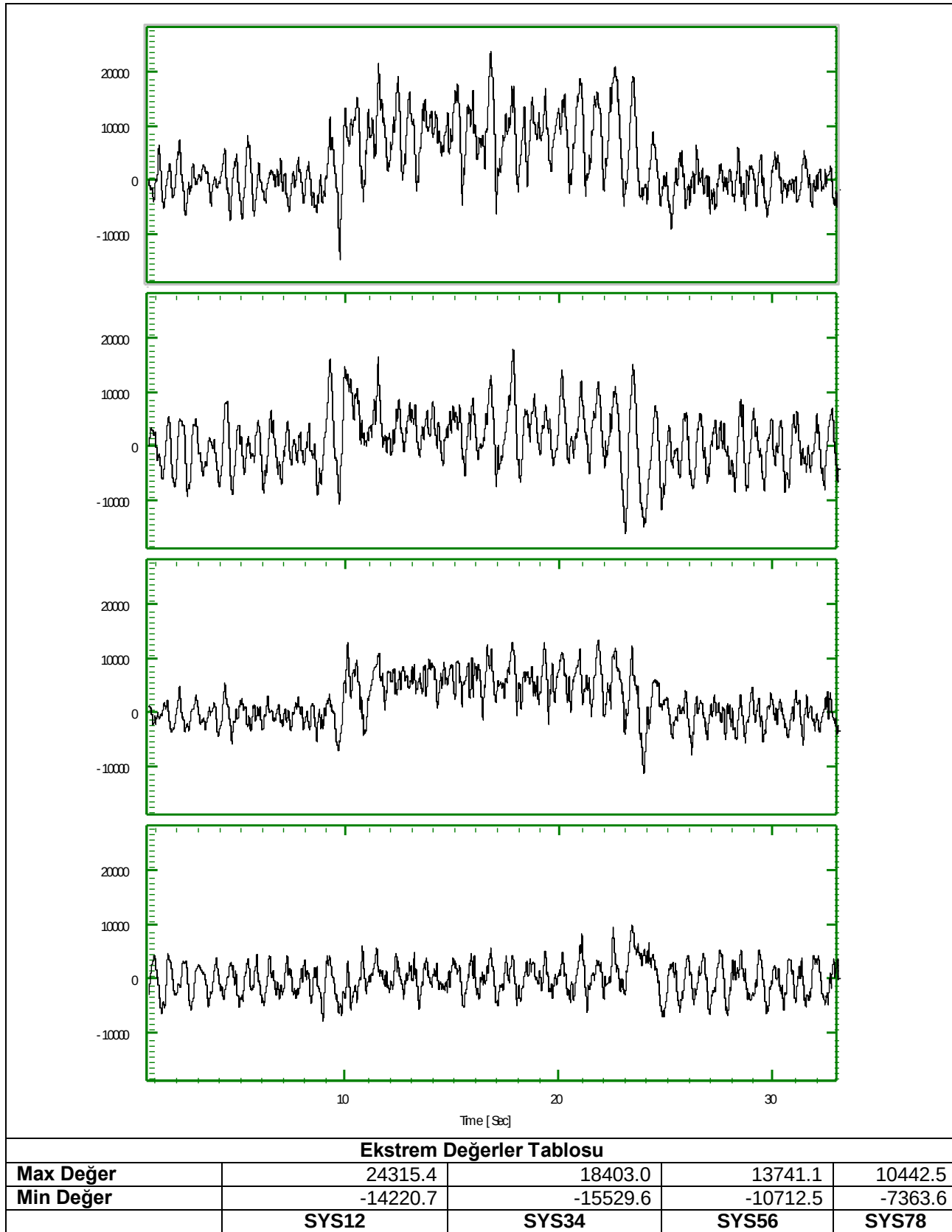
**Şekil 3. 69 :** Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 20Hz LP.



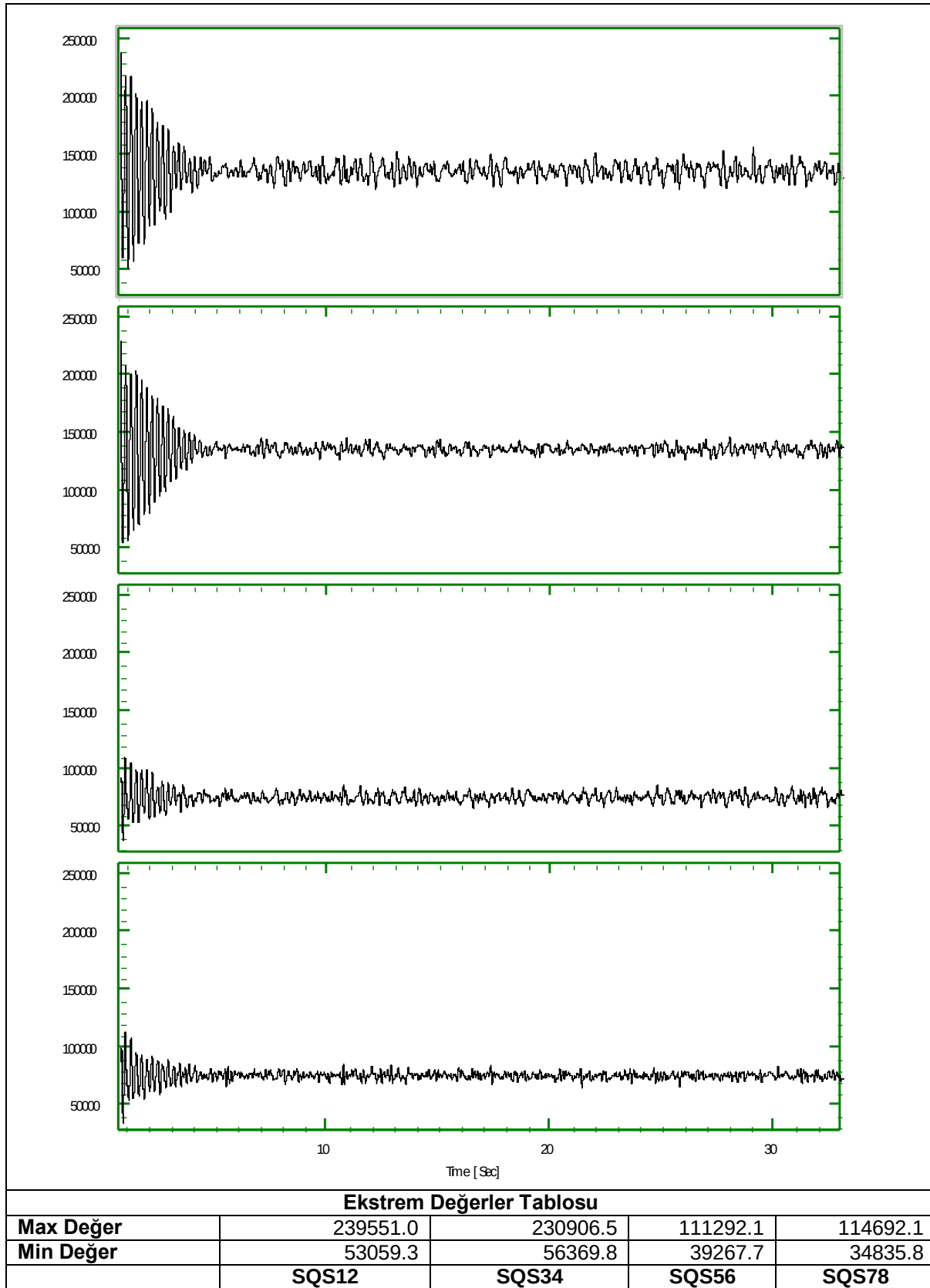
Şekil 2. 70 : Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RC006 10Hz LP.



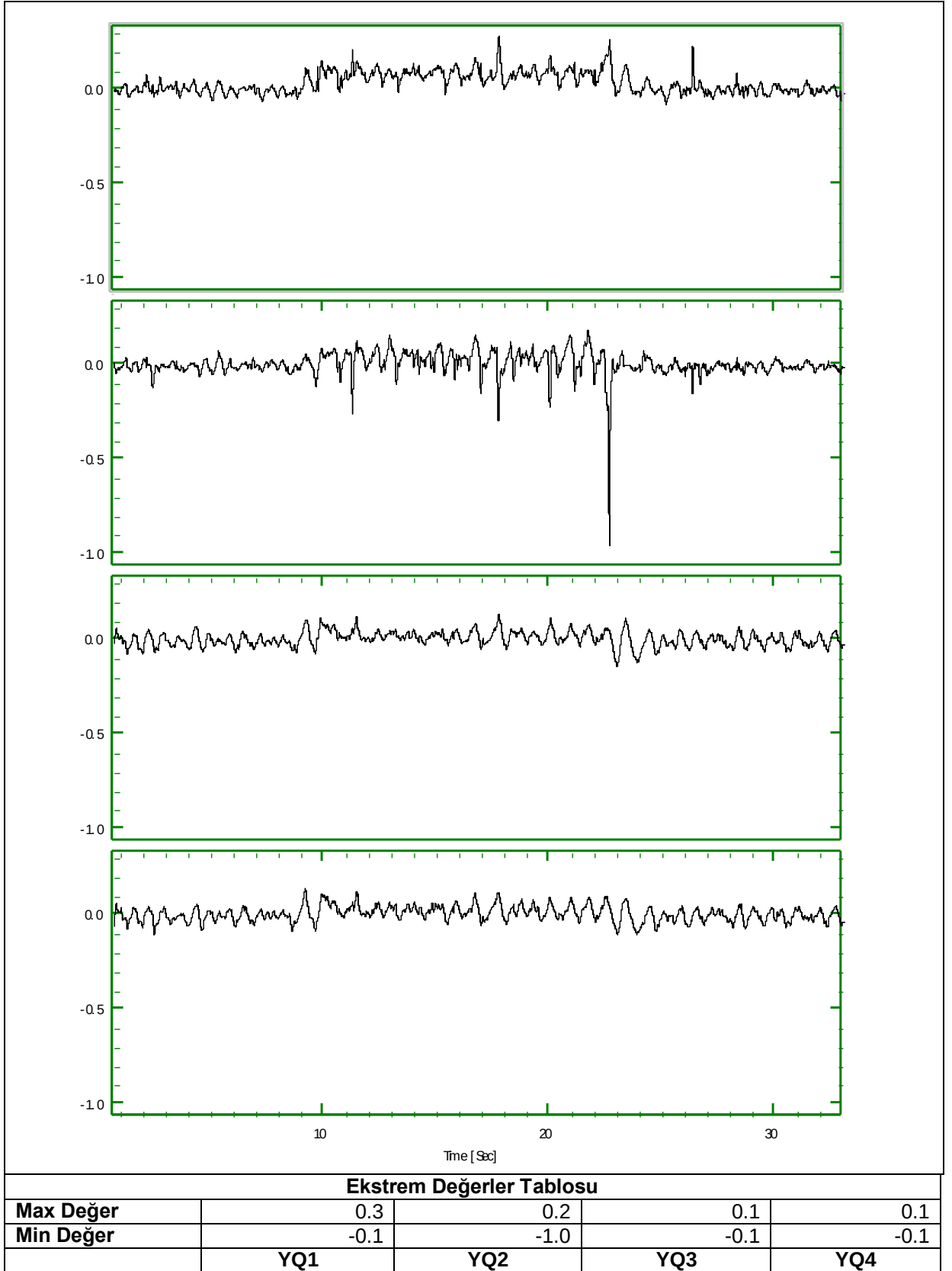
Şekil 3. 71 : Duzgun R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RC006 10Hz LP.



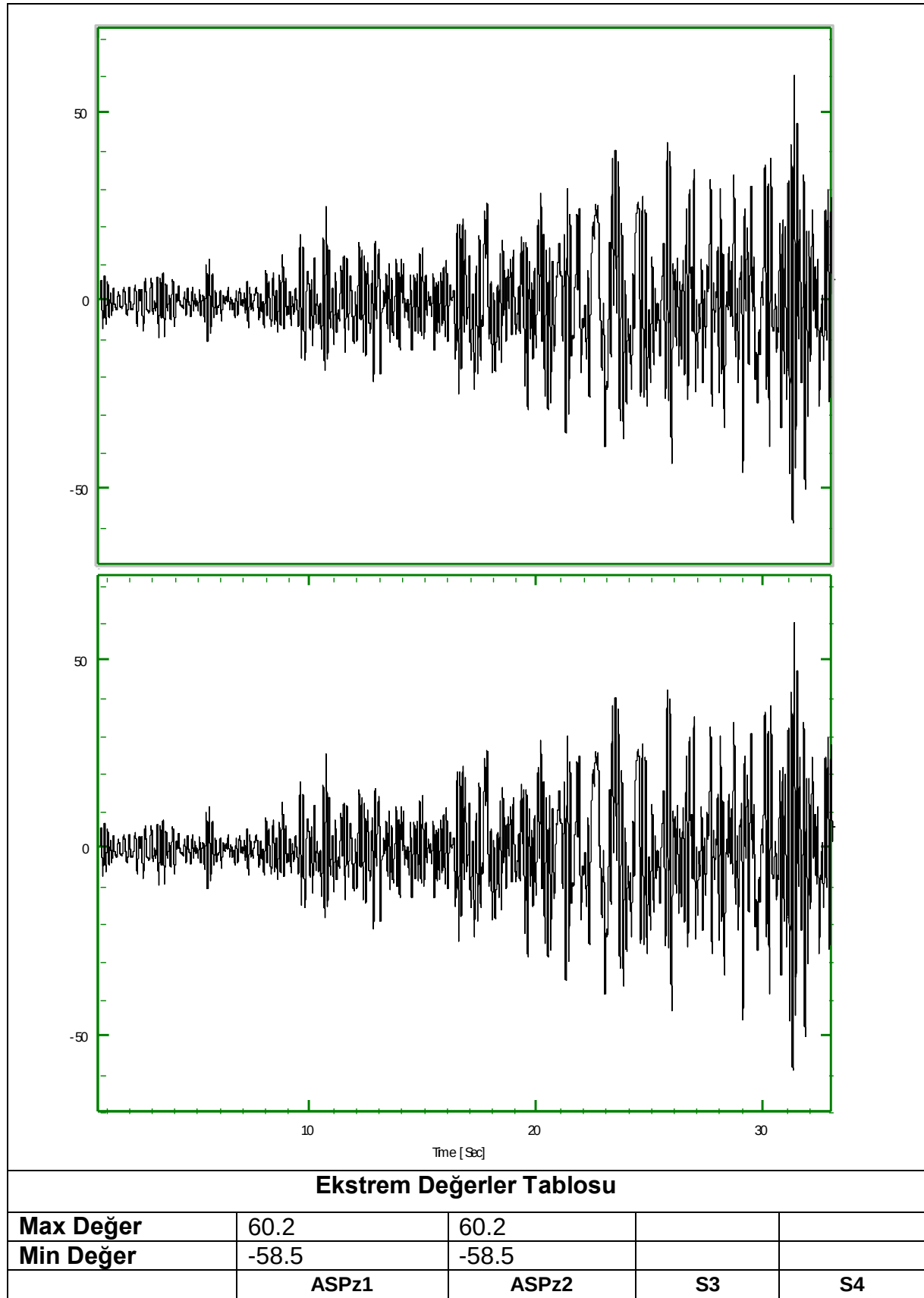
Şekil 3. 72 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RC113\_ex 20Hz LP.



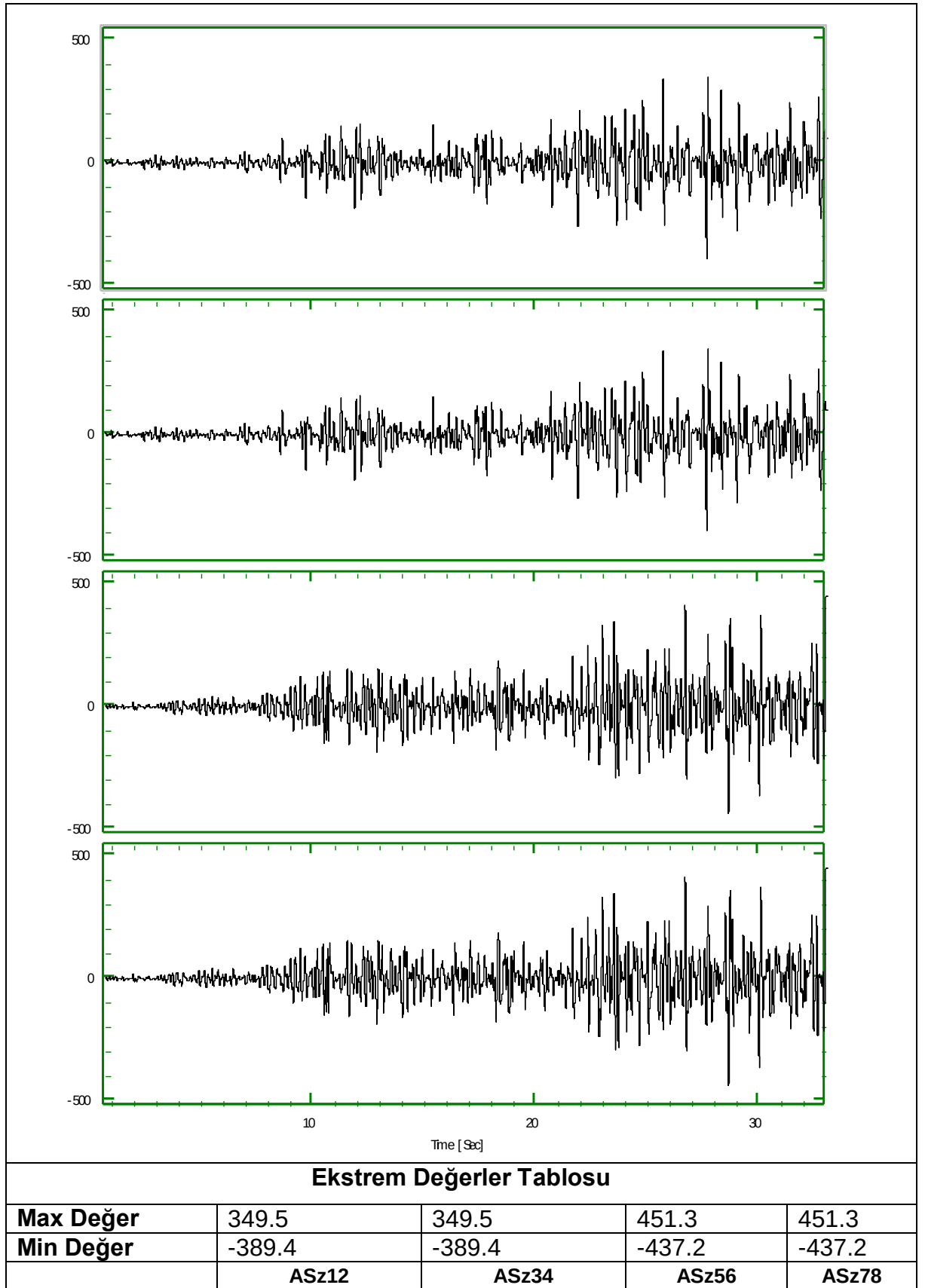
Şekil 3. 73 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RC113\_ex 20Hz LP .



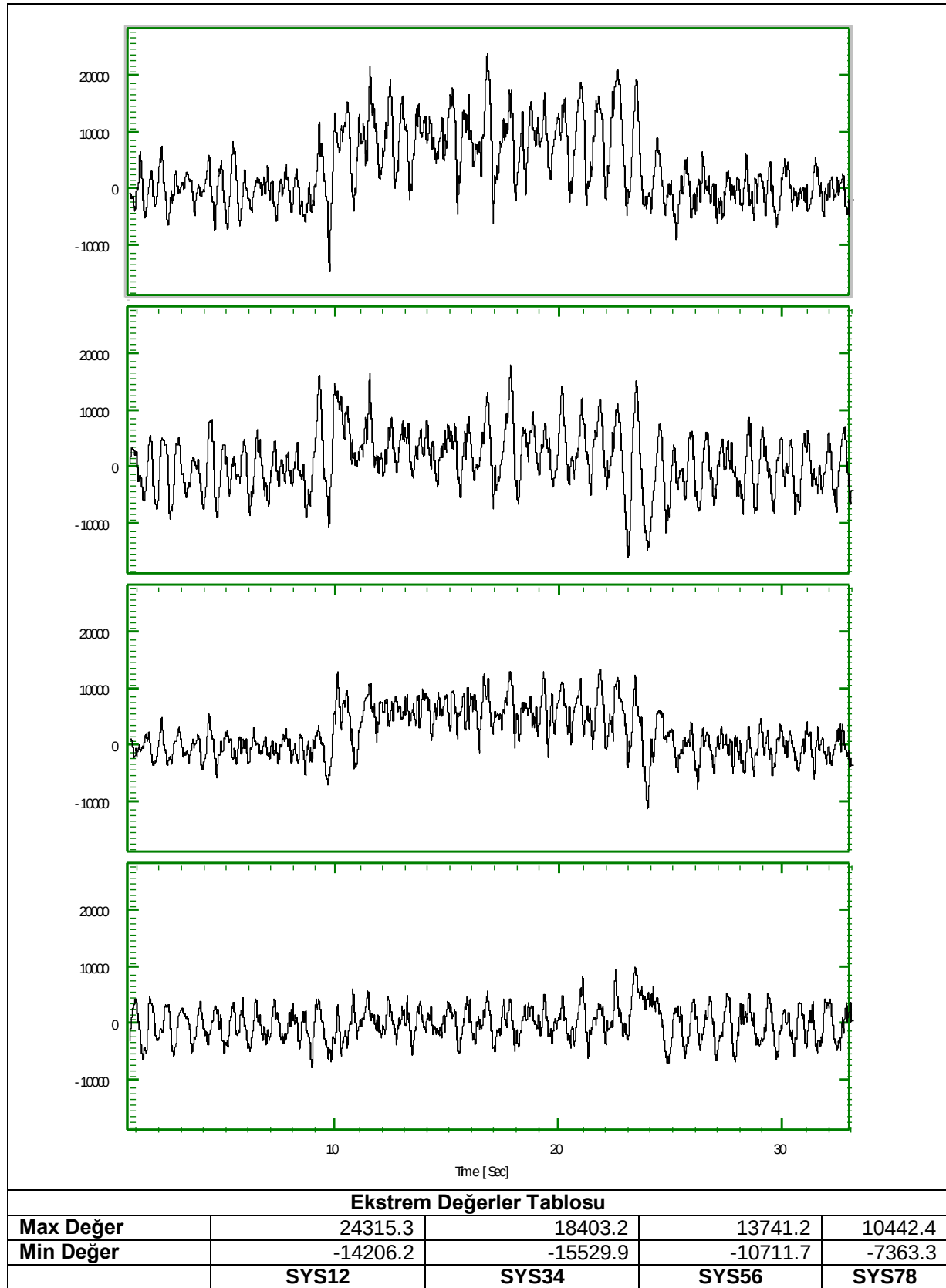
Şekil 3. 74 : İkazlı R1000m V120kmh DeğerFarkı -17.9mm ile Seyir - RC113\_ex 20Hz LP.



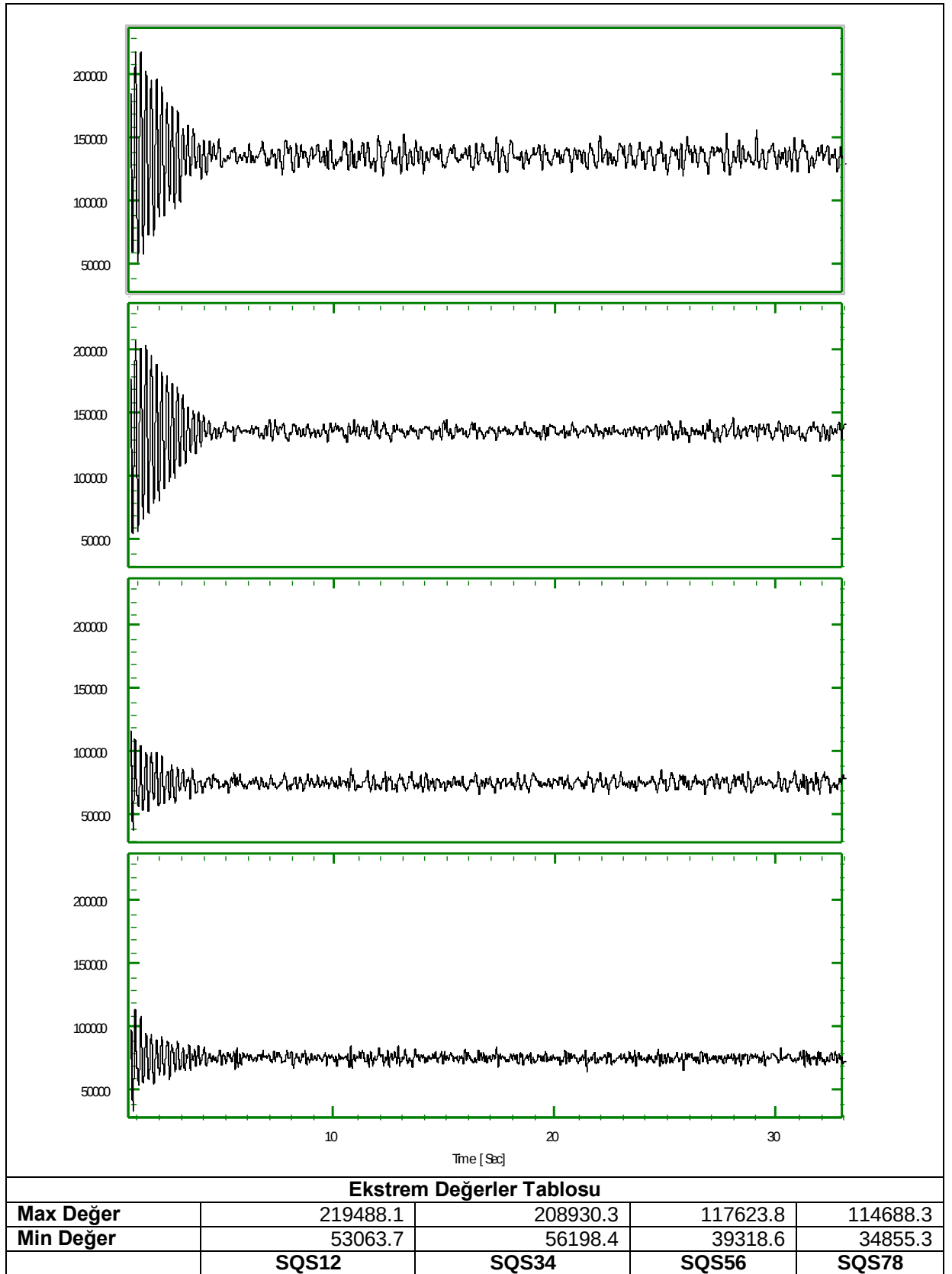
Şekil 3. 75 : İkazlı R1000m V120kmh DeverFarki -17.9mm ile Seyir RC113\_ex 10Hz LP.



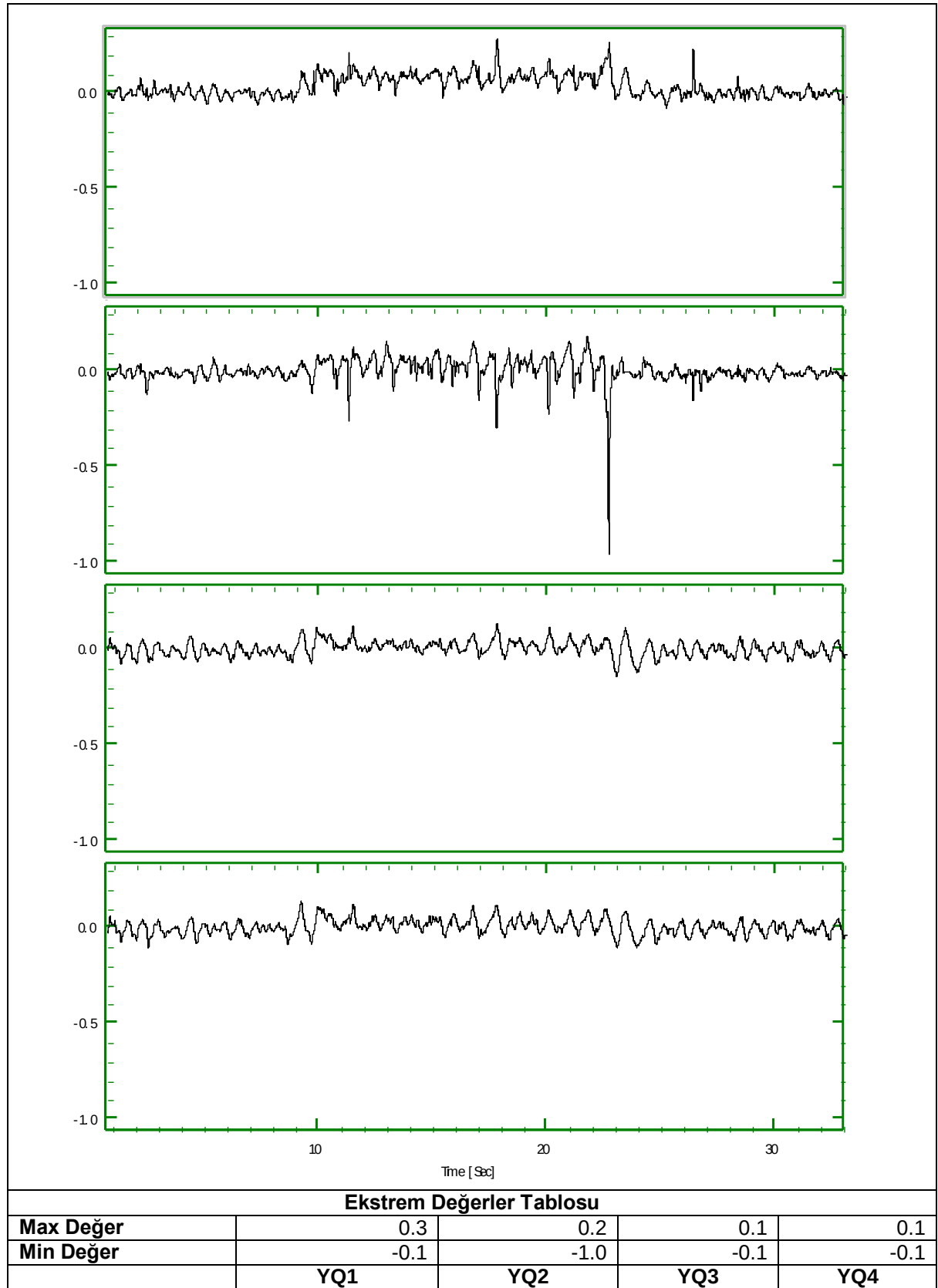
Şekil 3. 76 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RC113\_ex 10Hz LP.



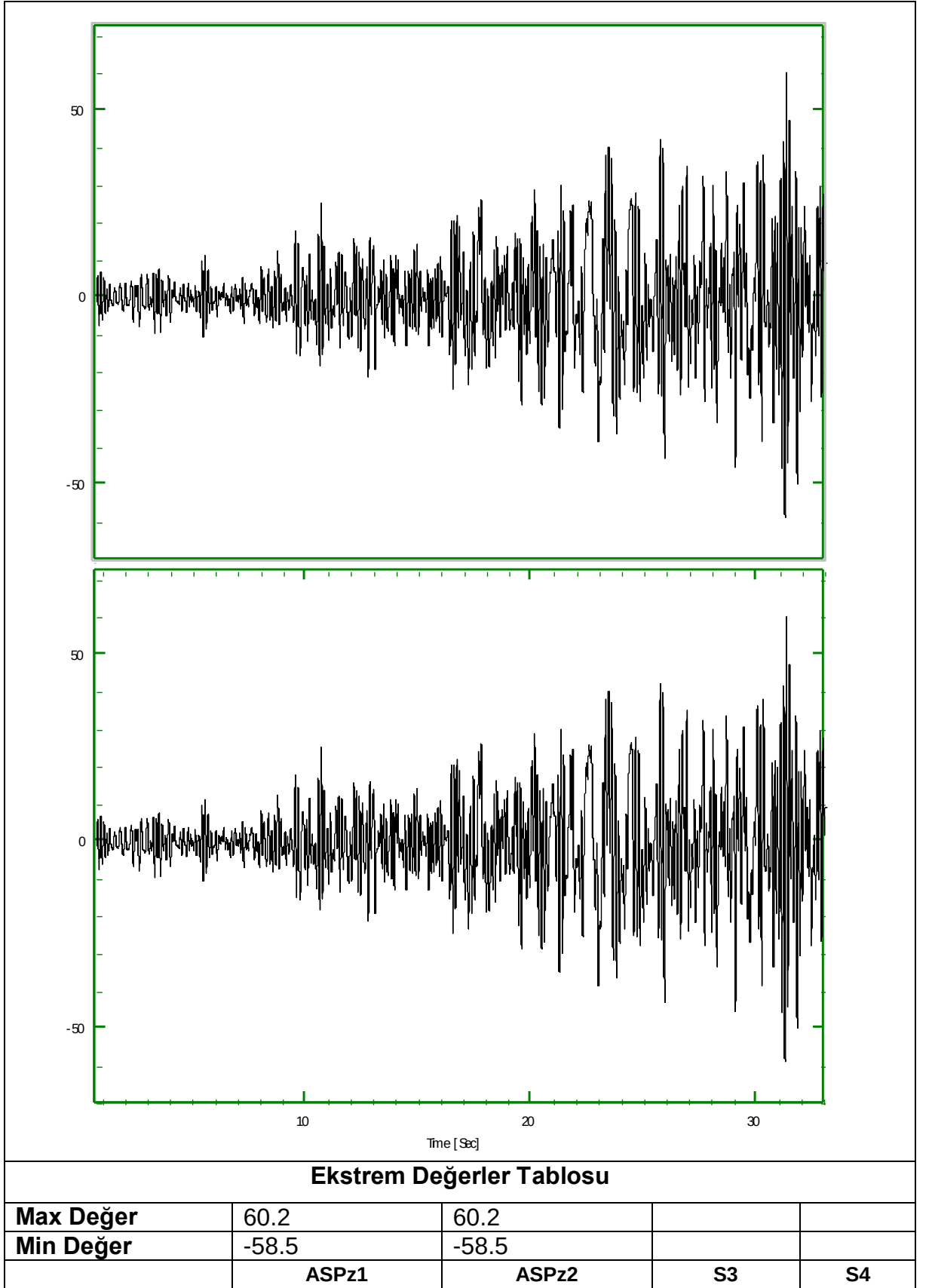
Şekil 3. 77 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RC016\_ex 20Hz LP.



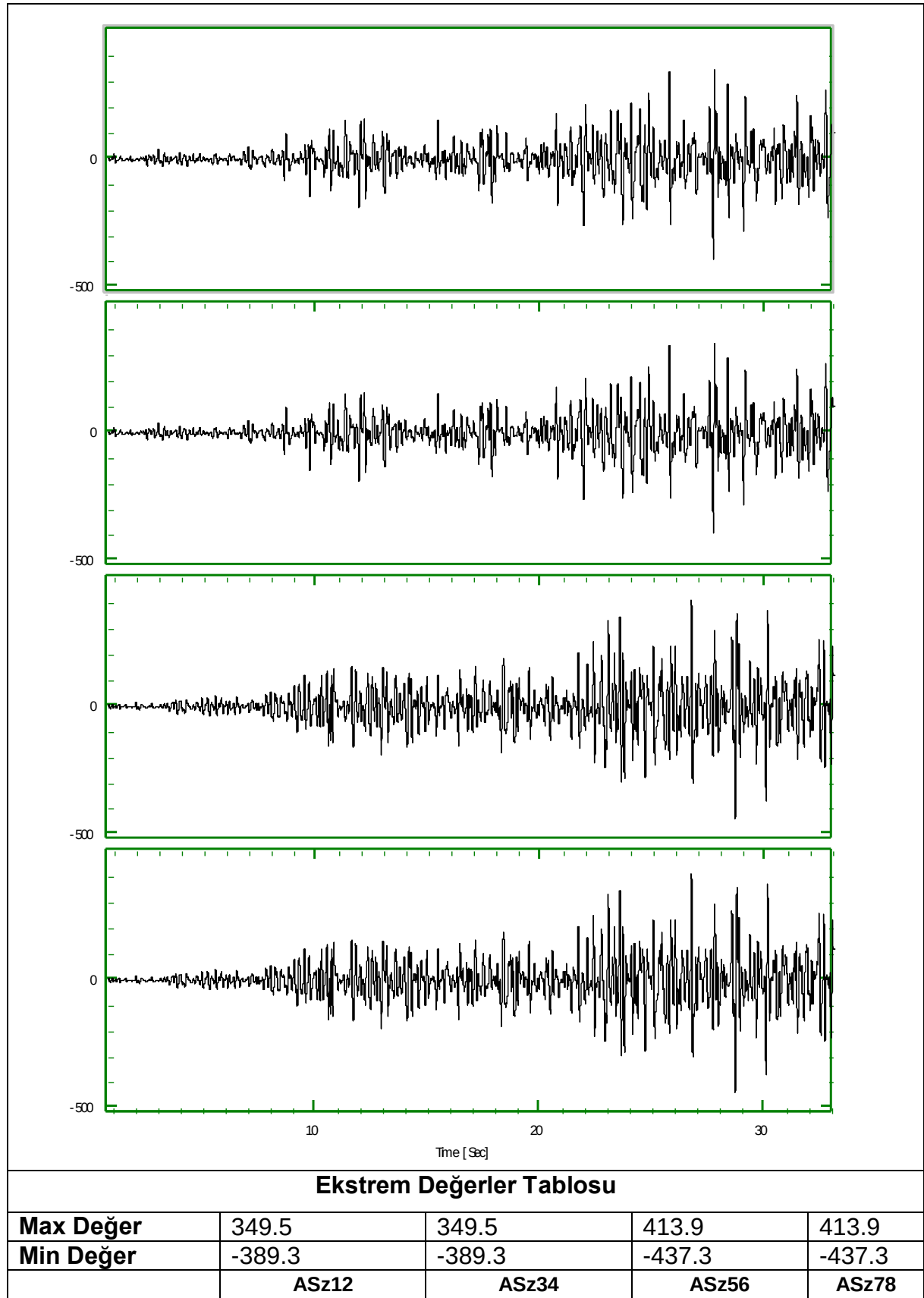
Şekil 3. 78 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RC016\_ex 20Hz LP.



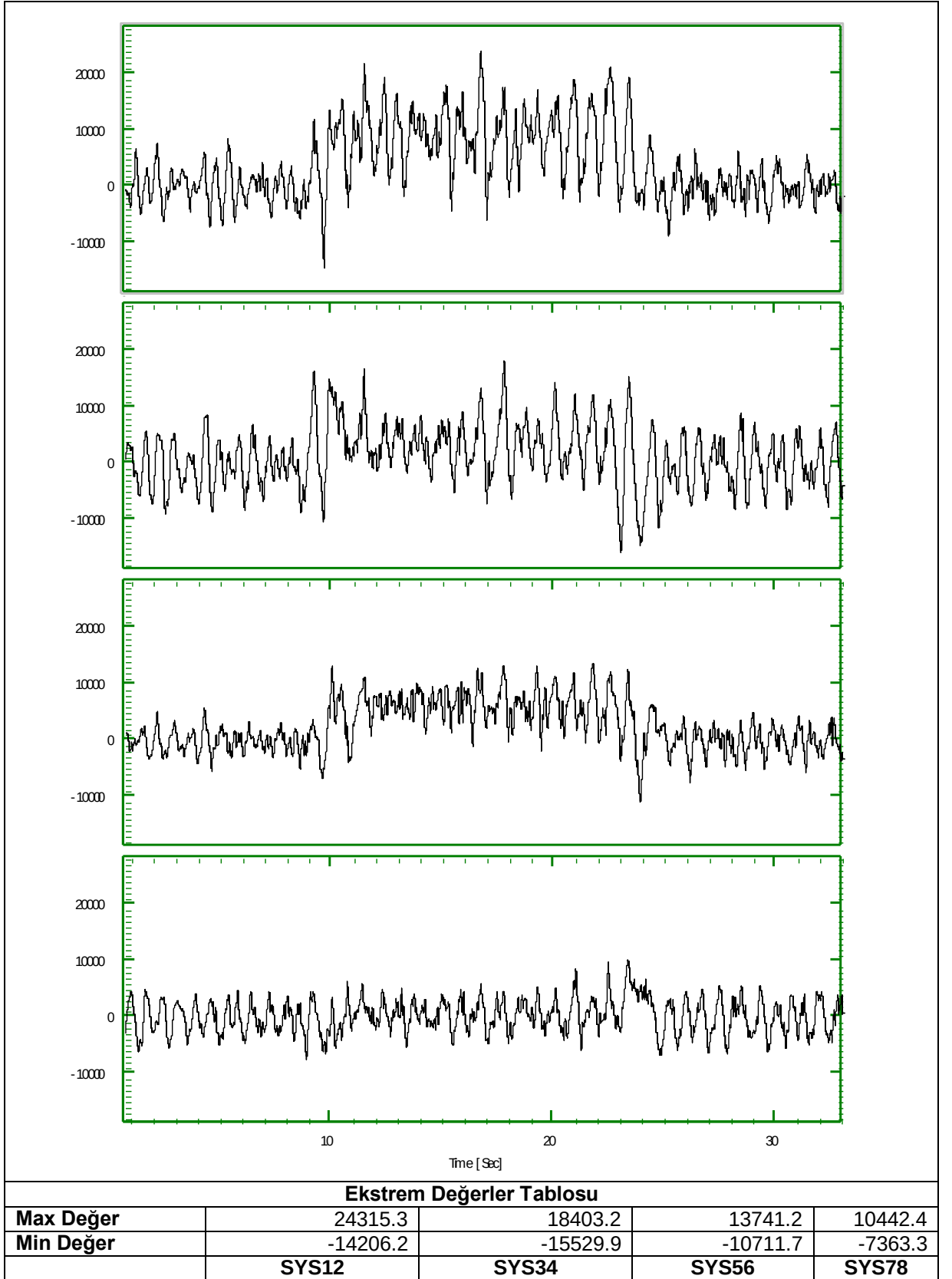
Şekil 3. 79 : İkazlı R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RC016\_ex 20Hz LP.



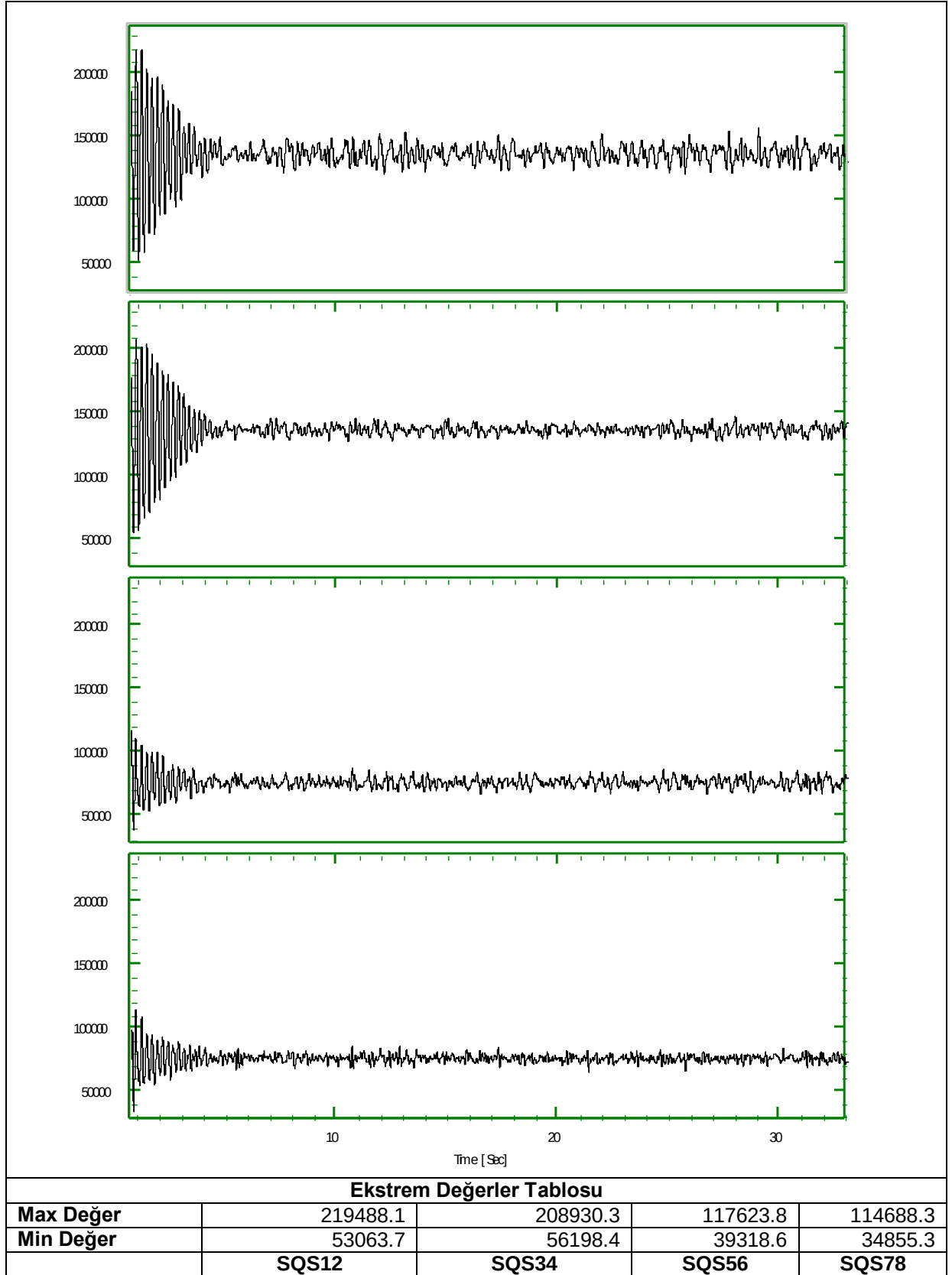
Şekil 3. 80 : İkazlı R1000m V90kmh devertfarki 55.5mm ile seyir RC016\_ex 10Hz LP .



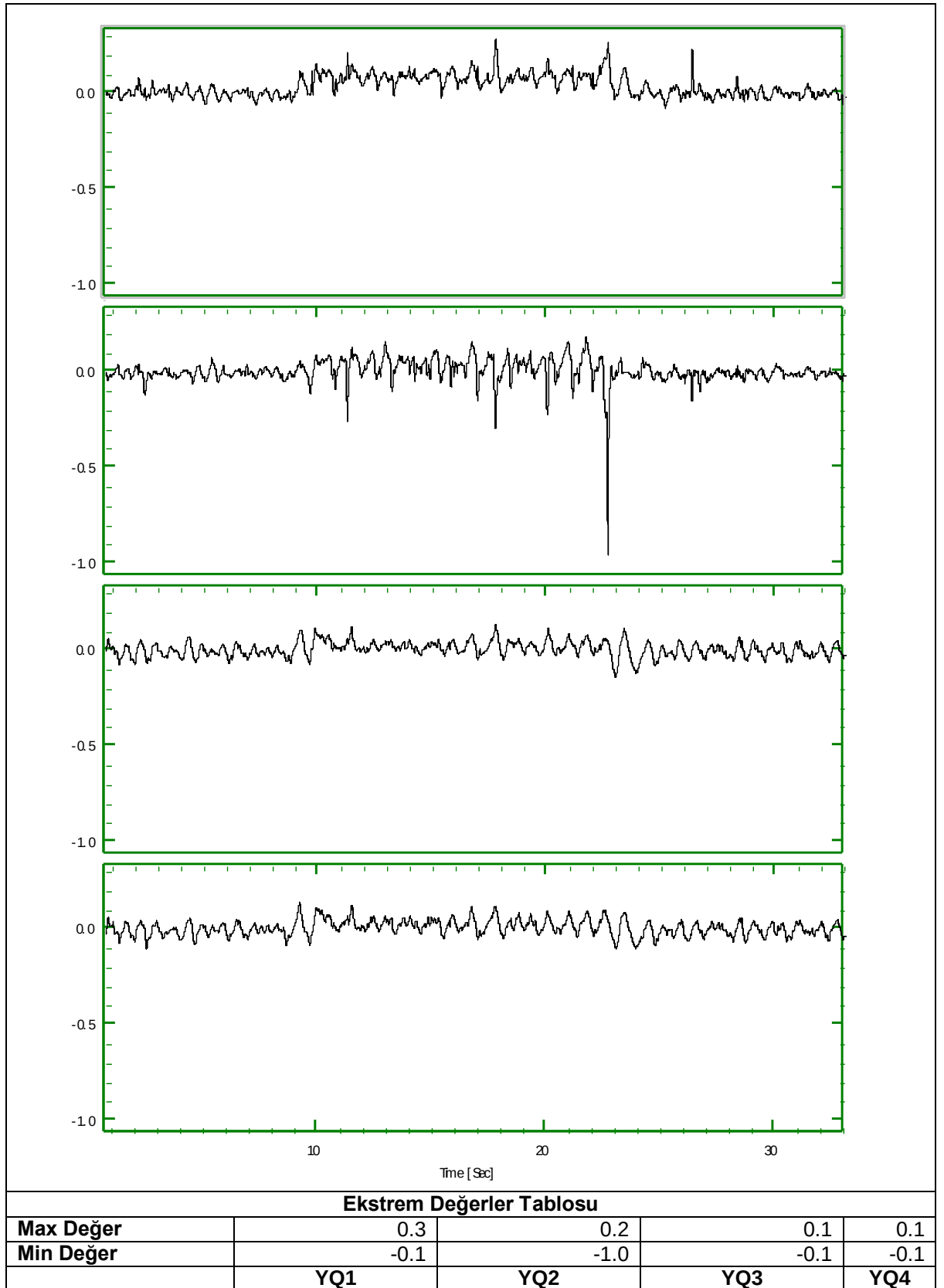
Şekil 3. 81 : İkazlı R1000m V90kmh devertfarki 55.5mm ile seyir RC016\_ex 10Hz LP.



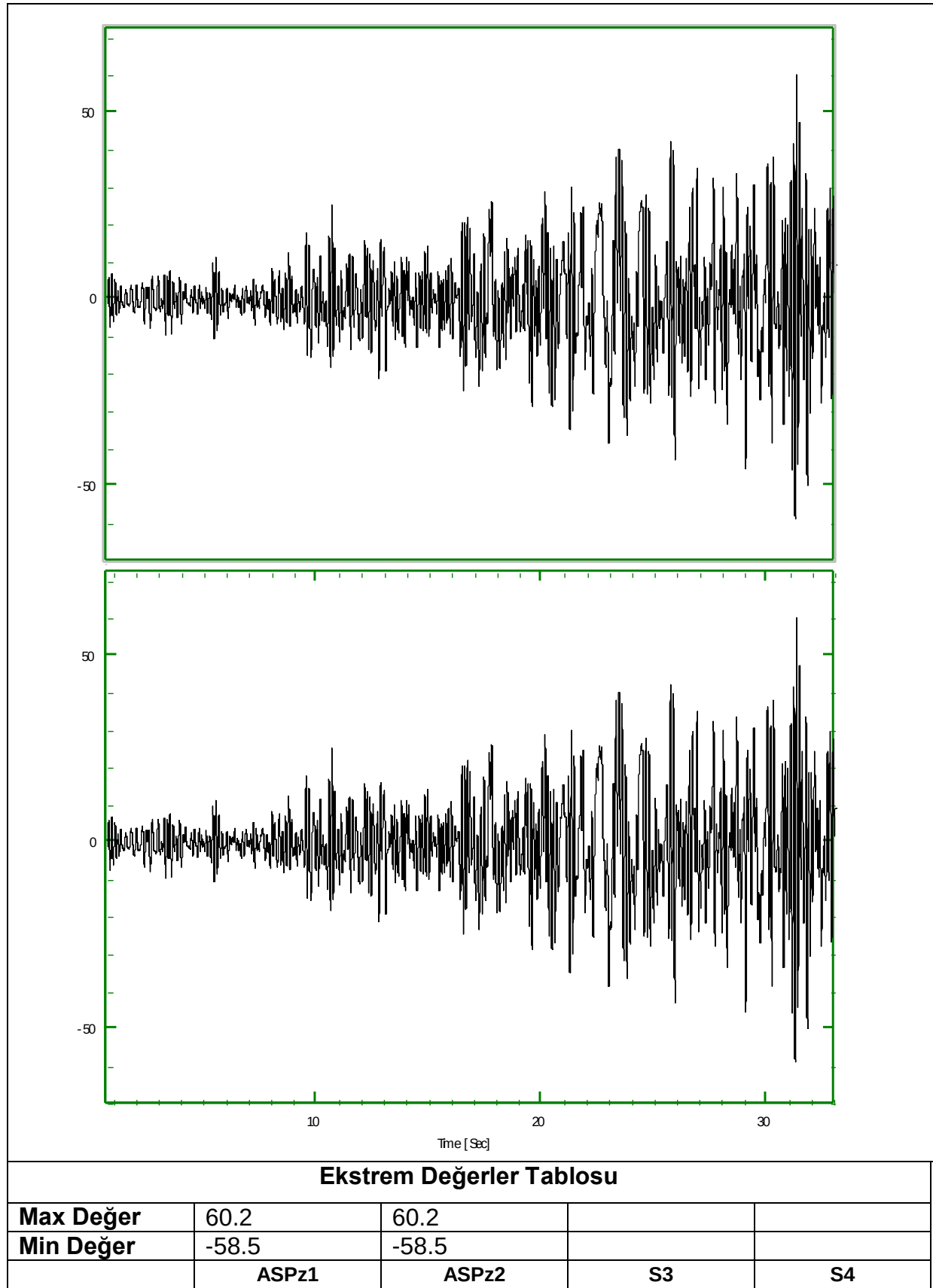
Şekil 3. 82 : İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RC006\_ex 20Hz LP.



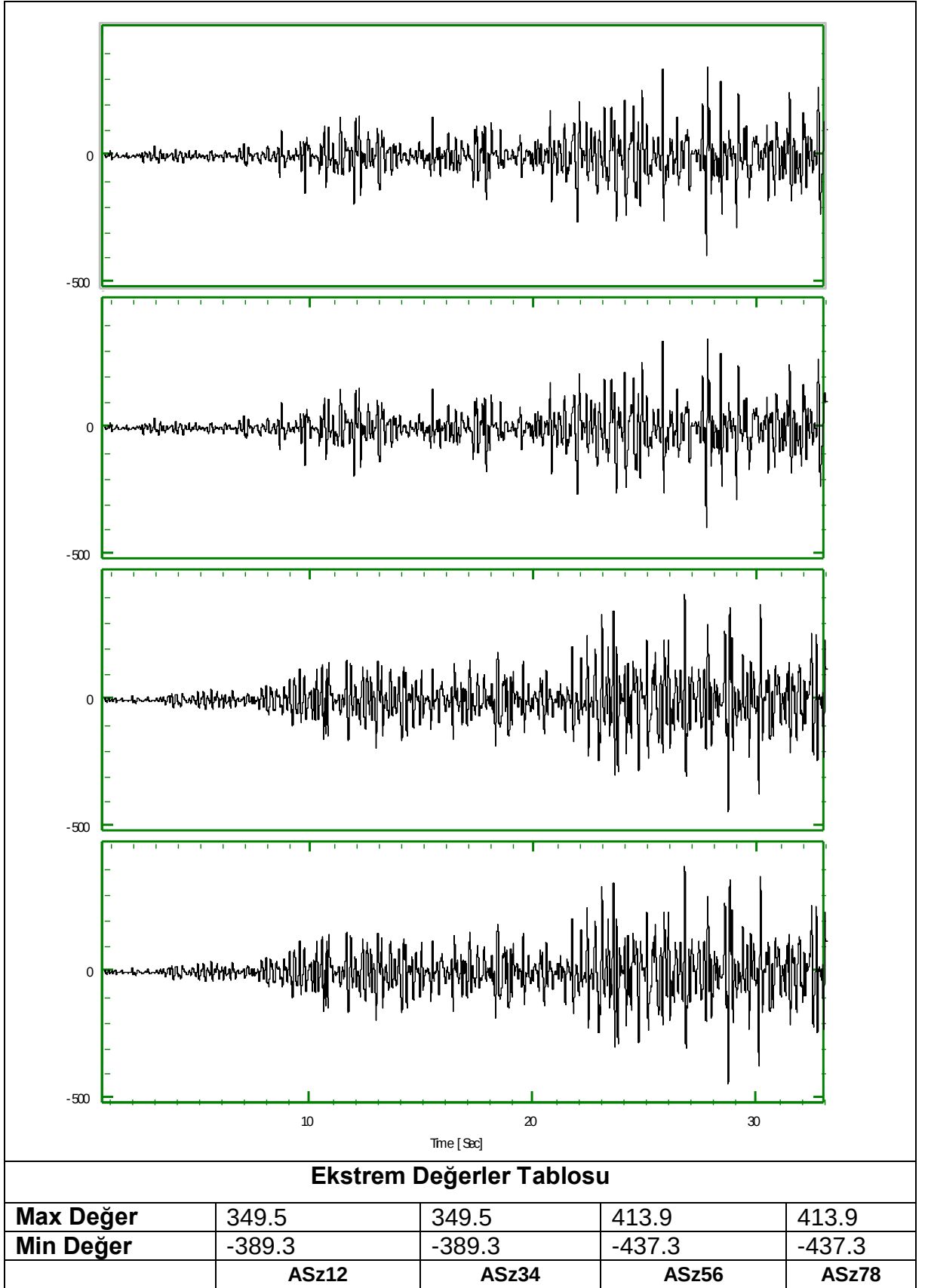
**Sekil 3. 83 :** İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile sevir RC006 ex 20Hz LP .



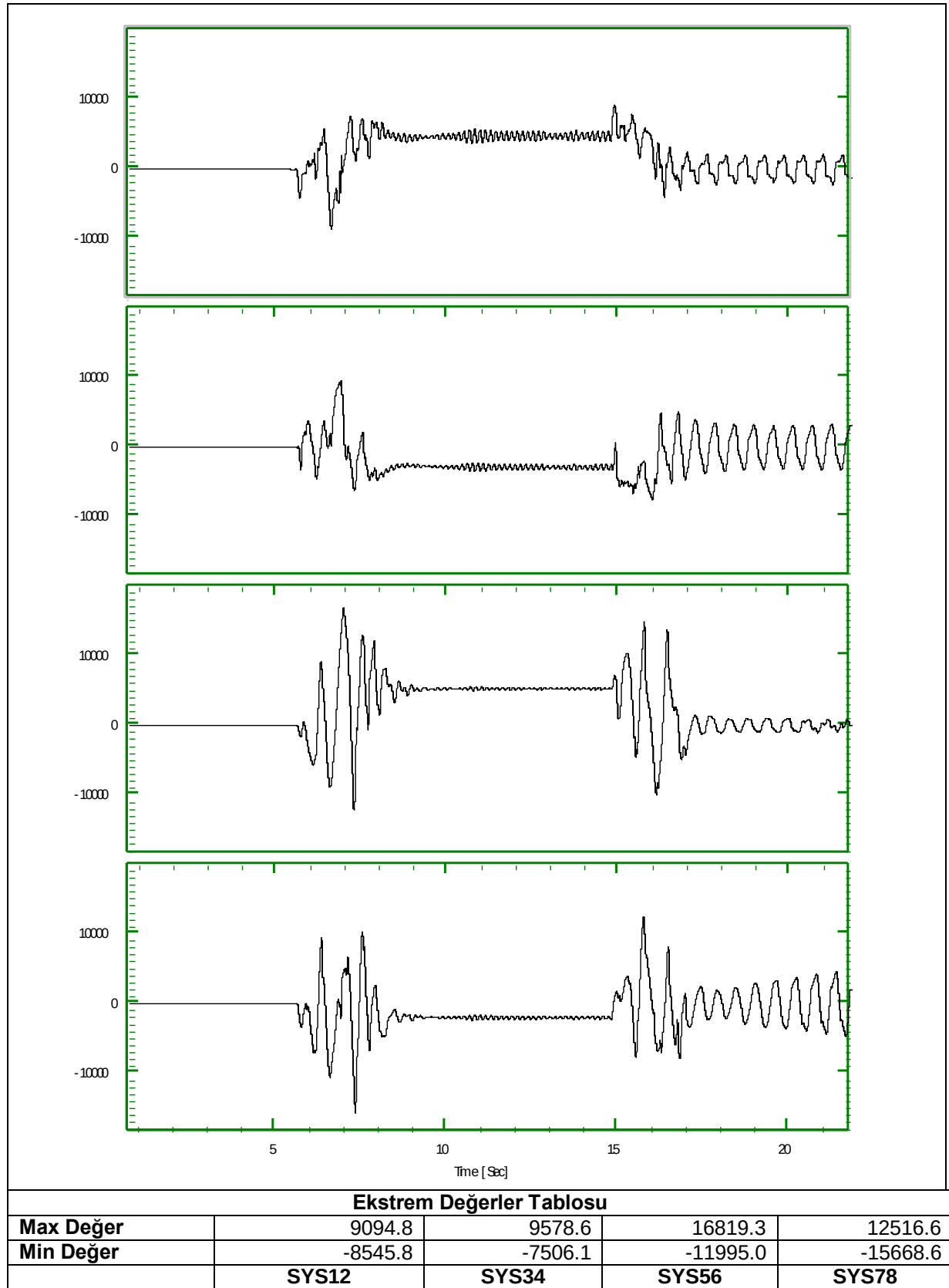
Şekil 3. 84 : İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RC006\_ex 20Hz LP.



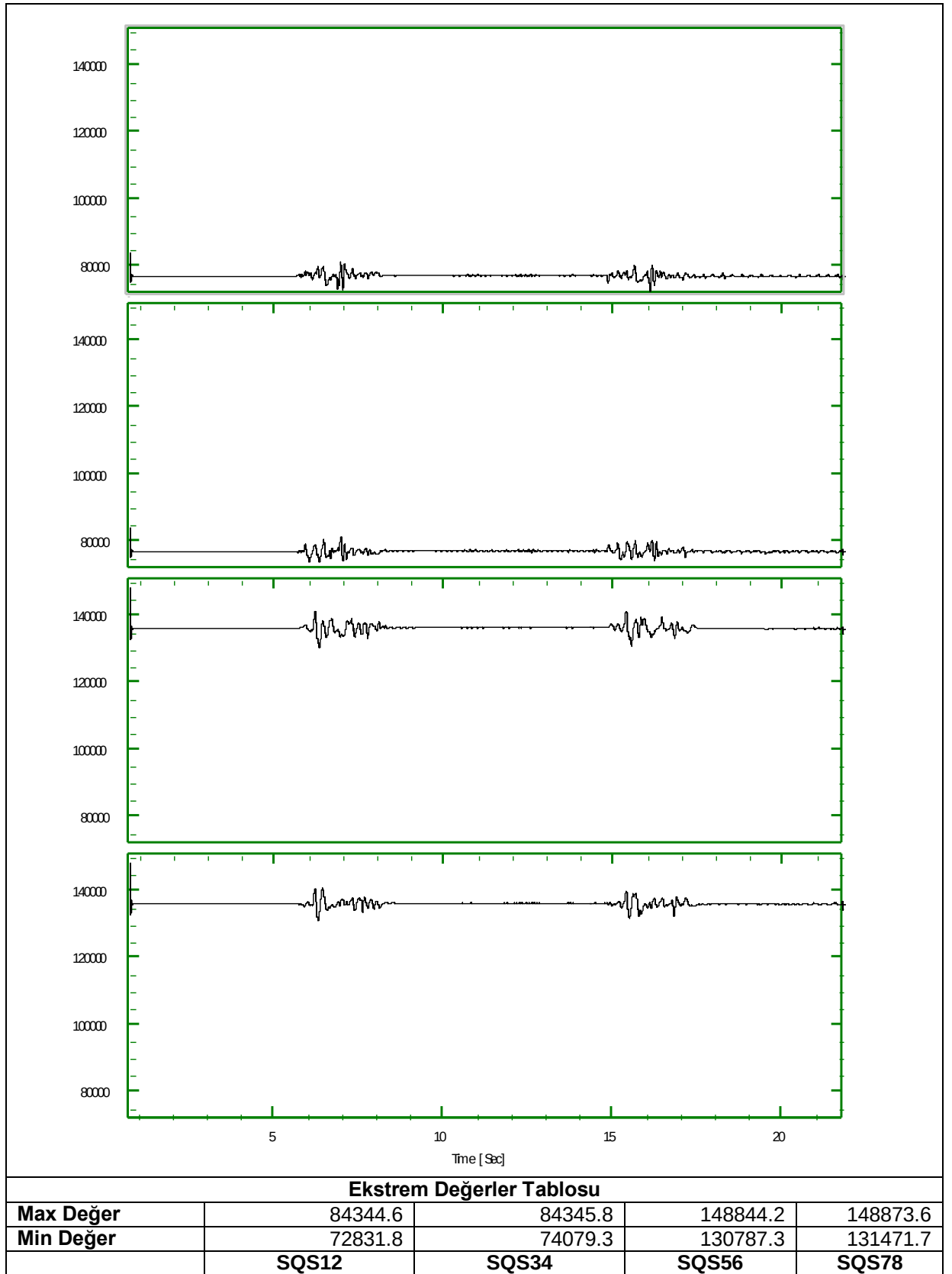
Şekil 3. 85 : İkazlı R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RC006\_ex 10Hz LP.



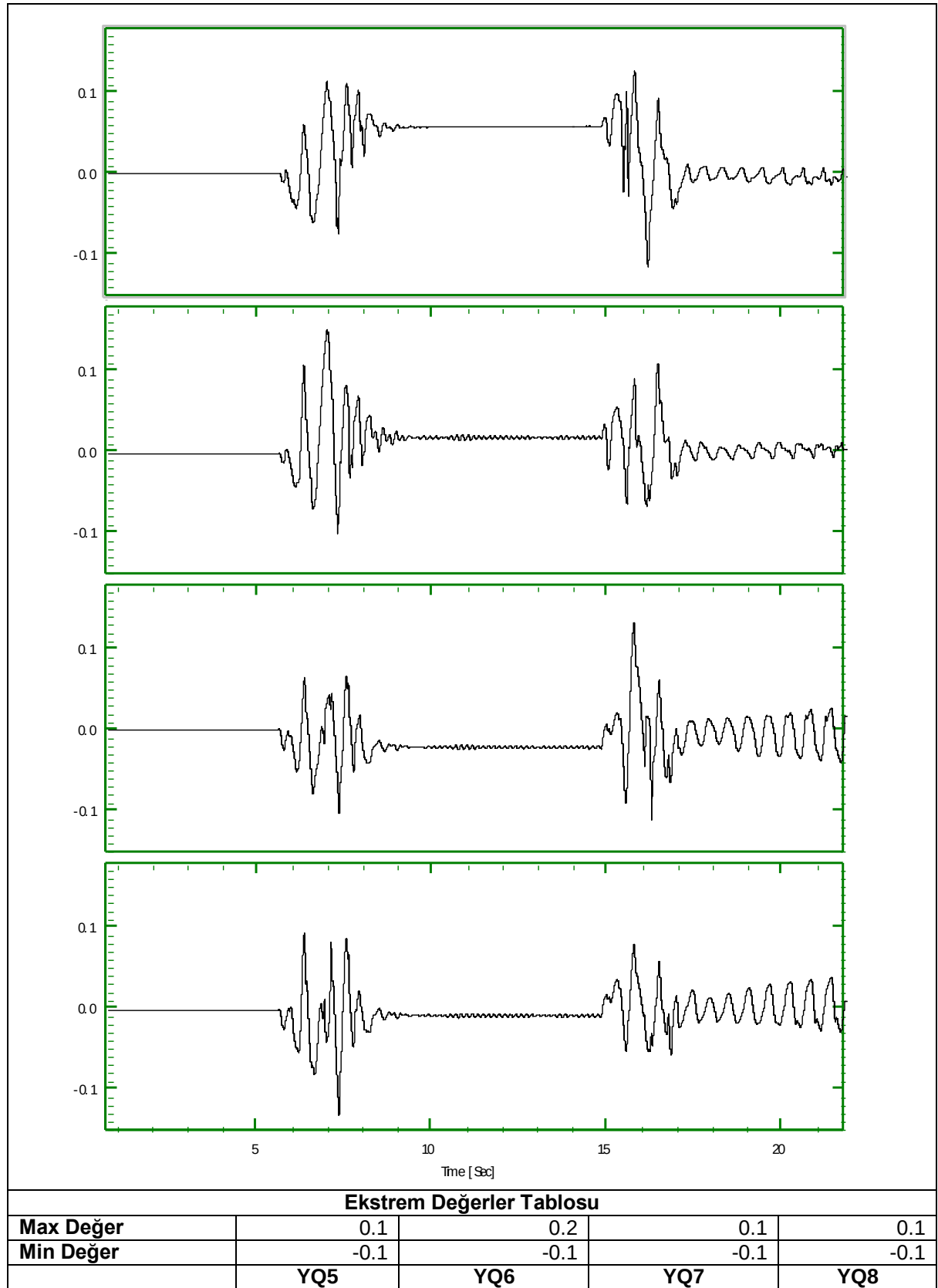
Şekil 3. 86 : İkazlı R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RC006\_ex 10Hz LP.



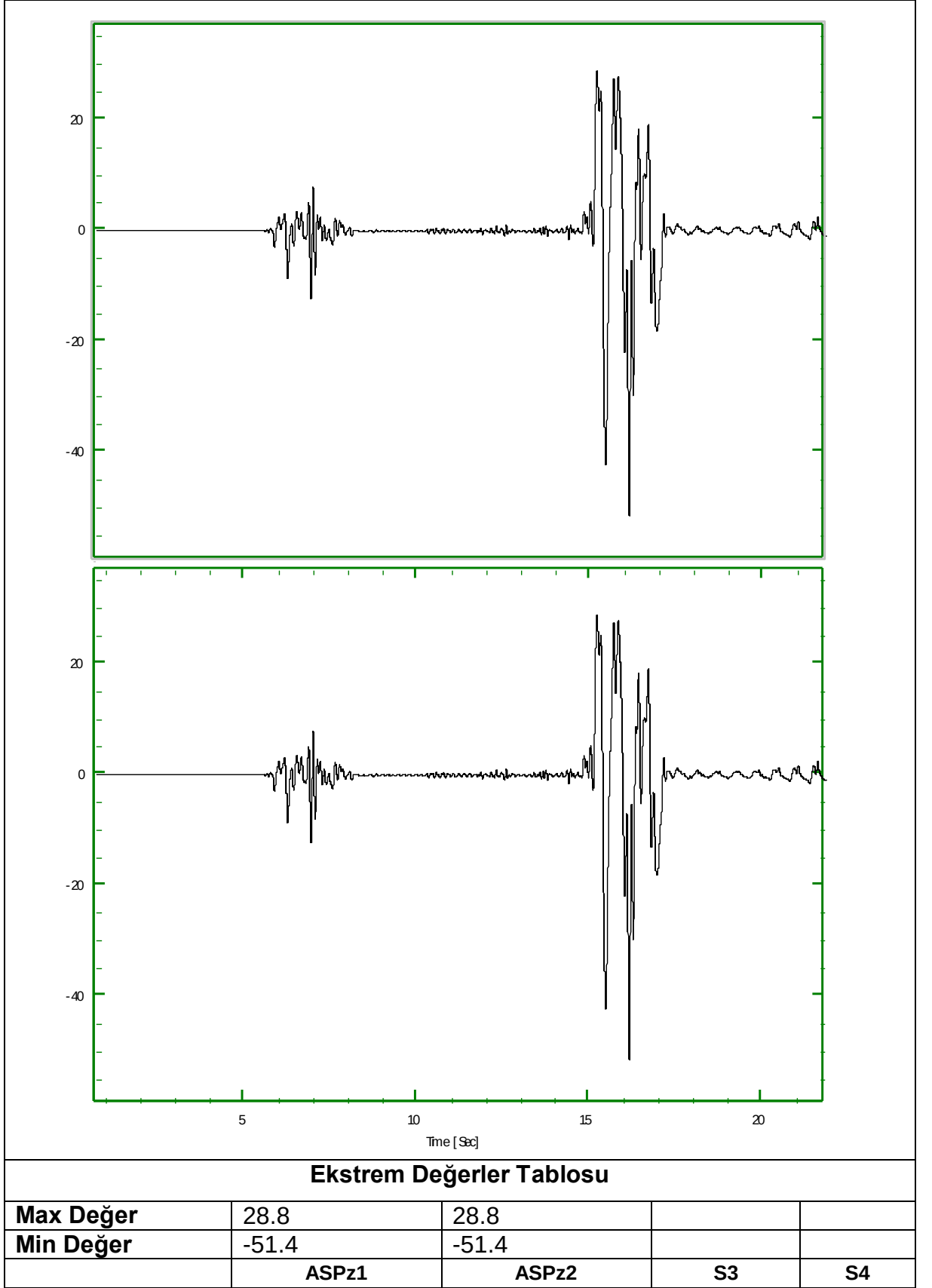
Şekil 3. 87 : Duzgun R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113 20Hz.



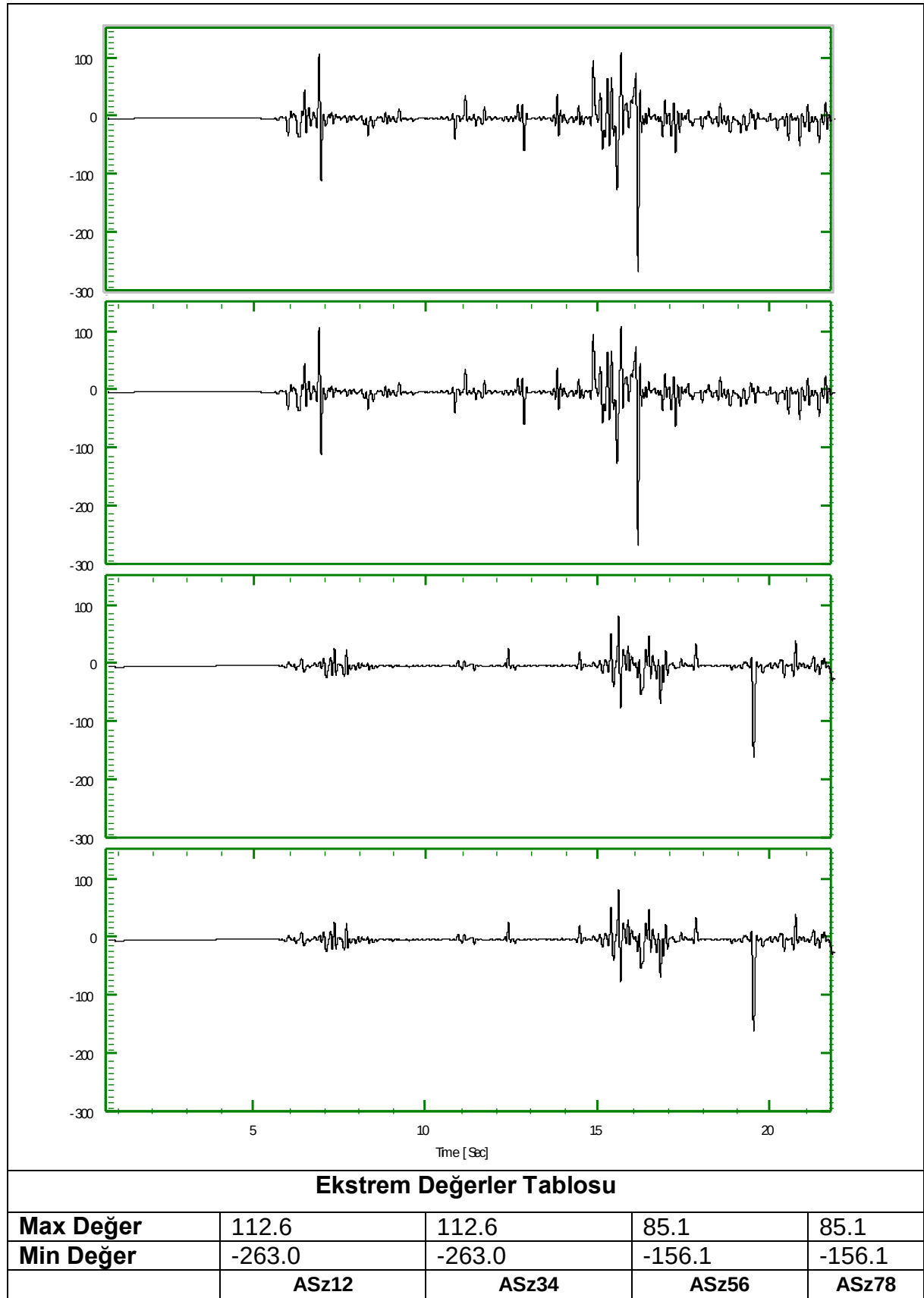
Şekil 3. 88 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RD113 20Hz LP.



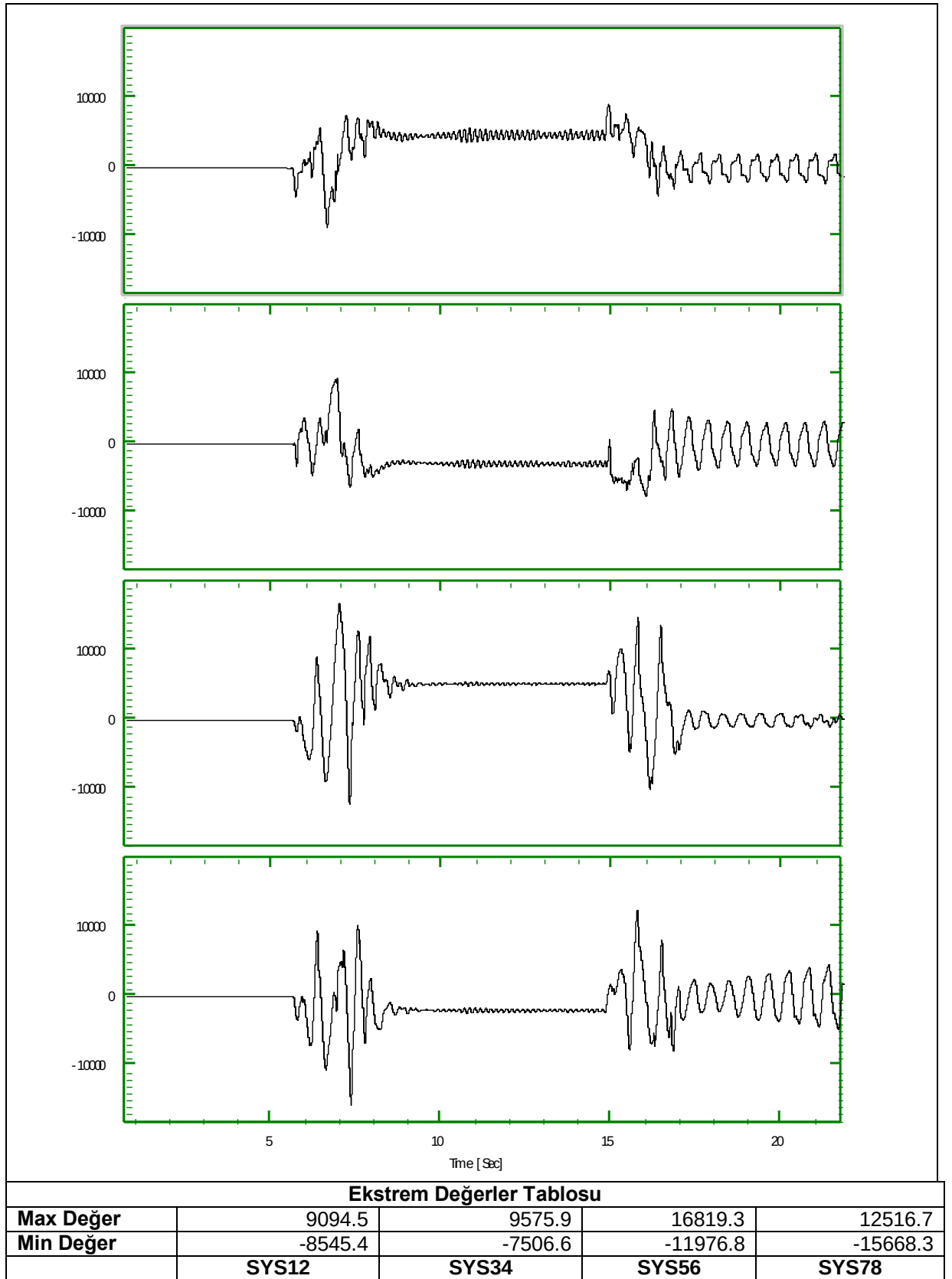
Şekil 3. 89 :Duzgun R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RD113 20Hz LP.



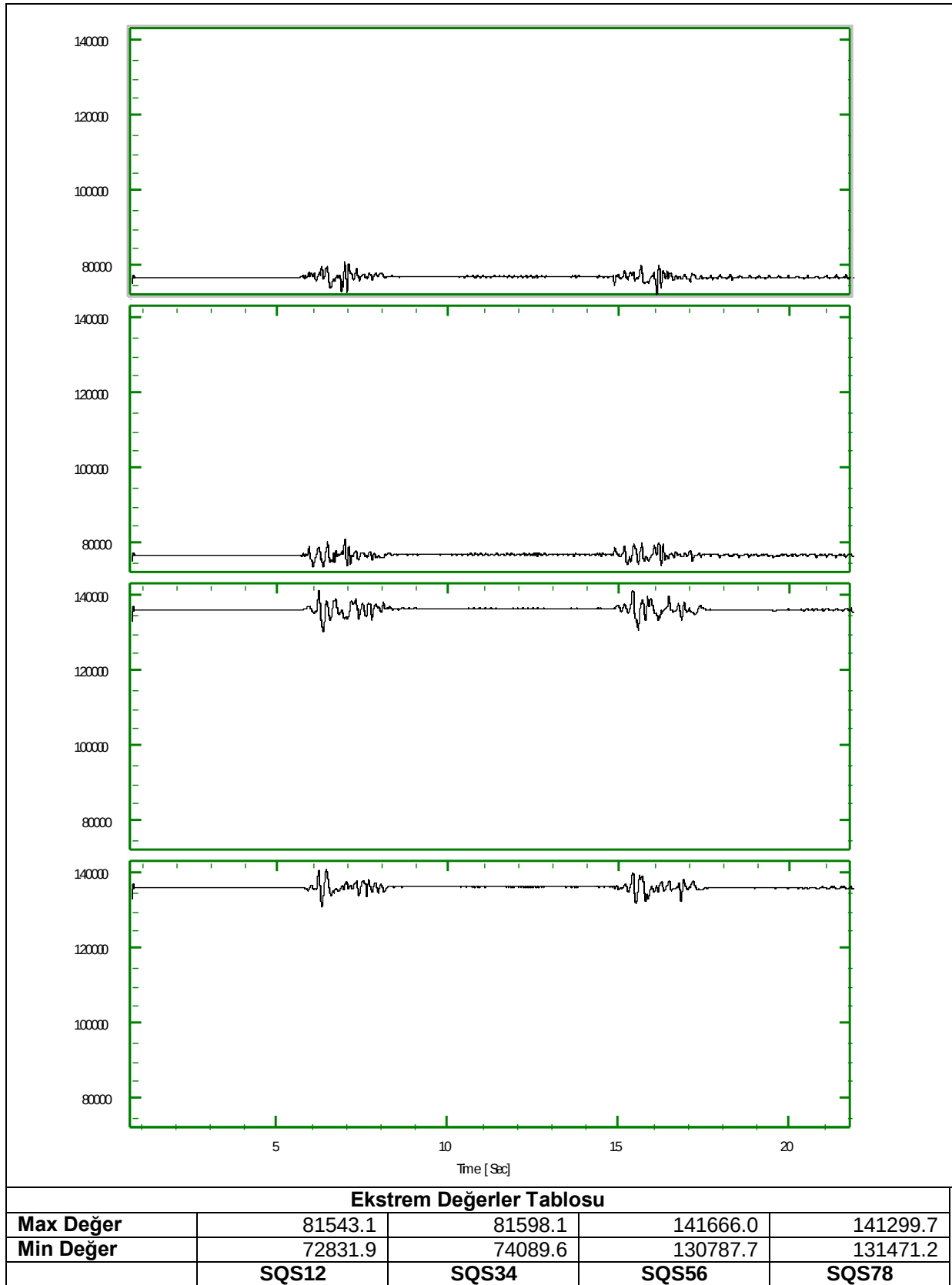
Şekil 3. 90 : Duzgun R1000m V120kmh devertfarki -17.9mm ile seyir RD113 10Hz LP.



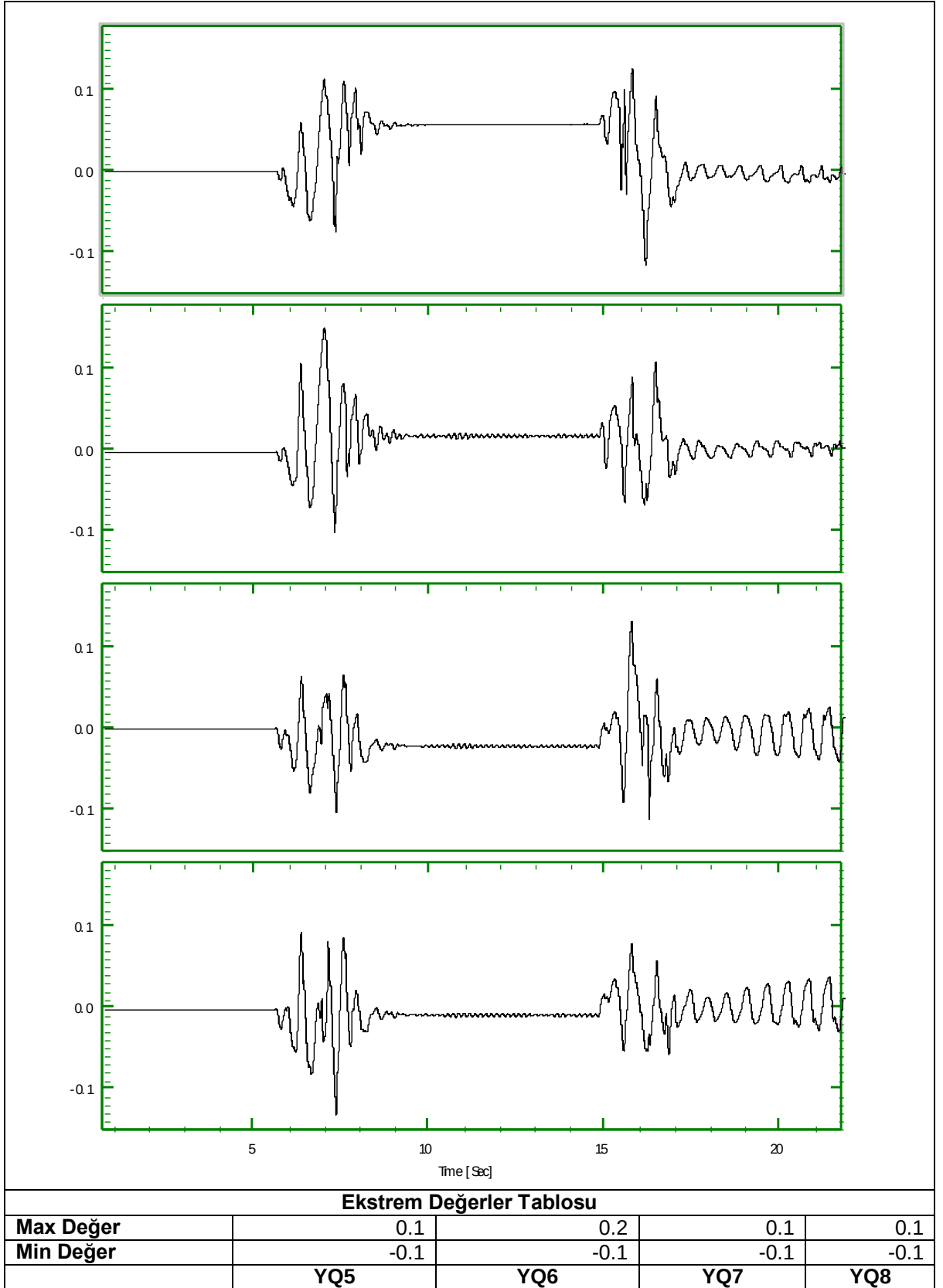
Şekil 3. 91 : Duzgun R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RD113 10Hz LP.



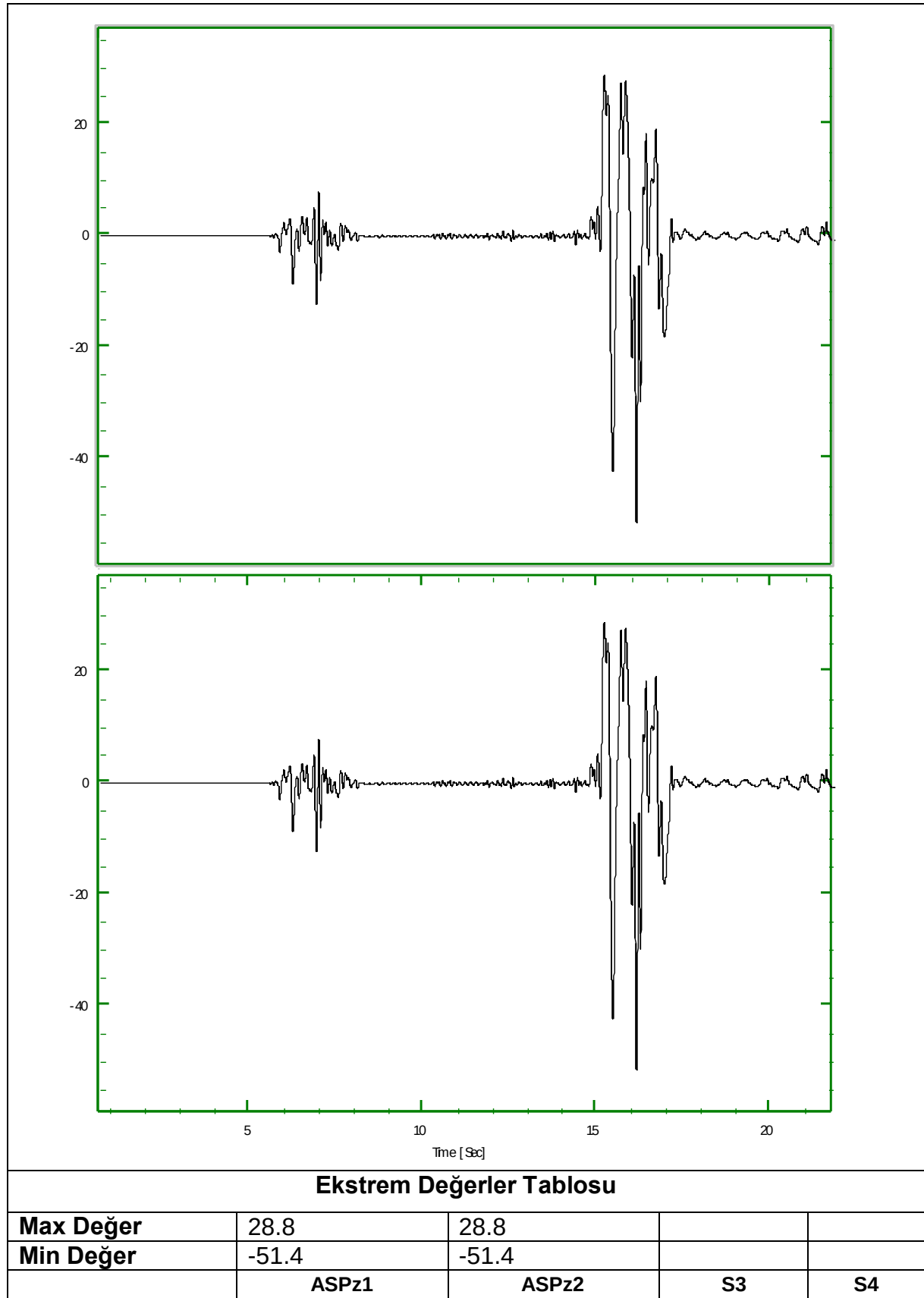
Şekil 3. 92 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 20Hz LP.



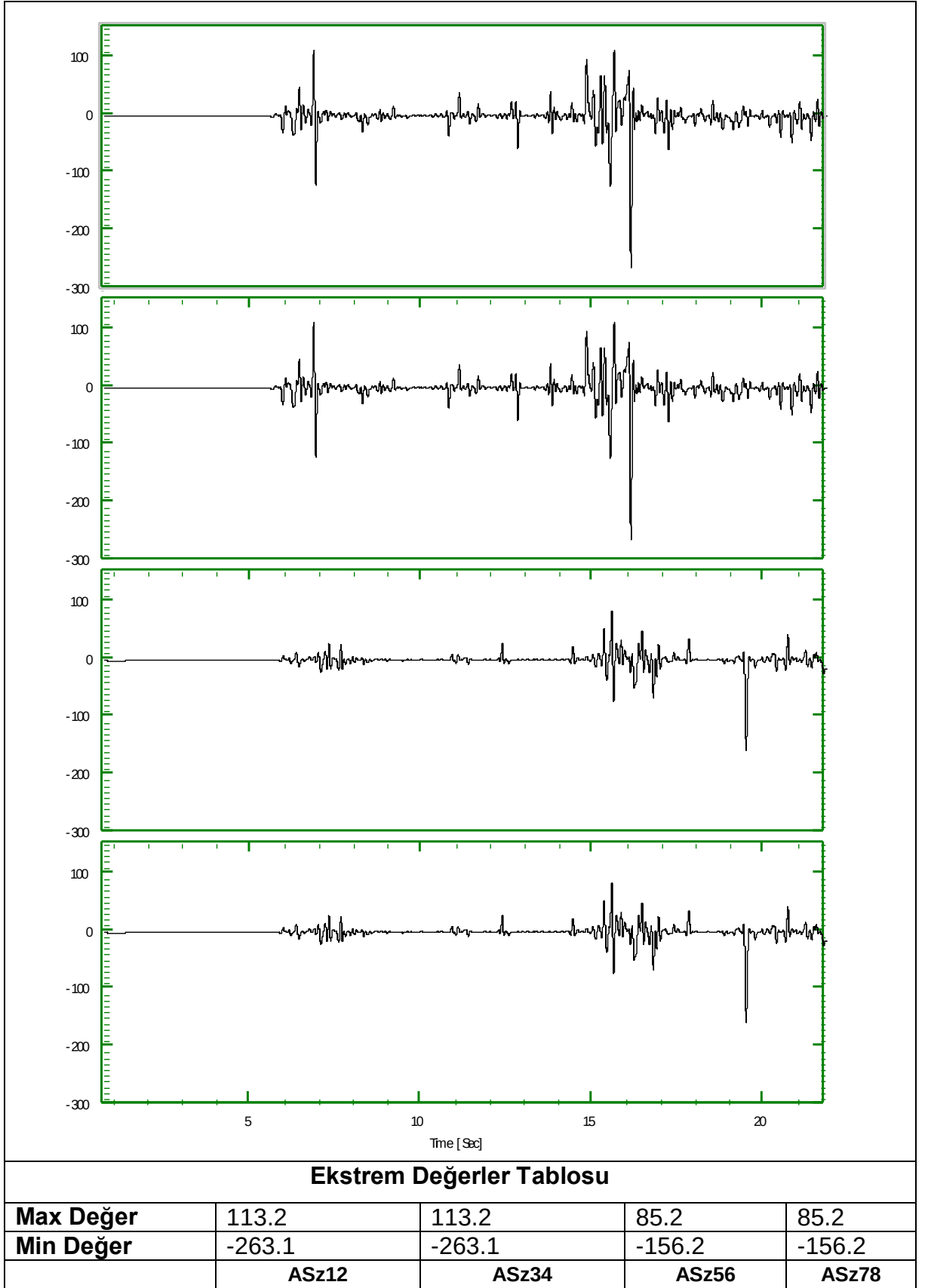
Şekil 3. 93 : Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RD016 20Hz LP.



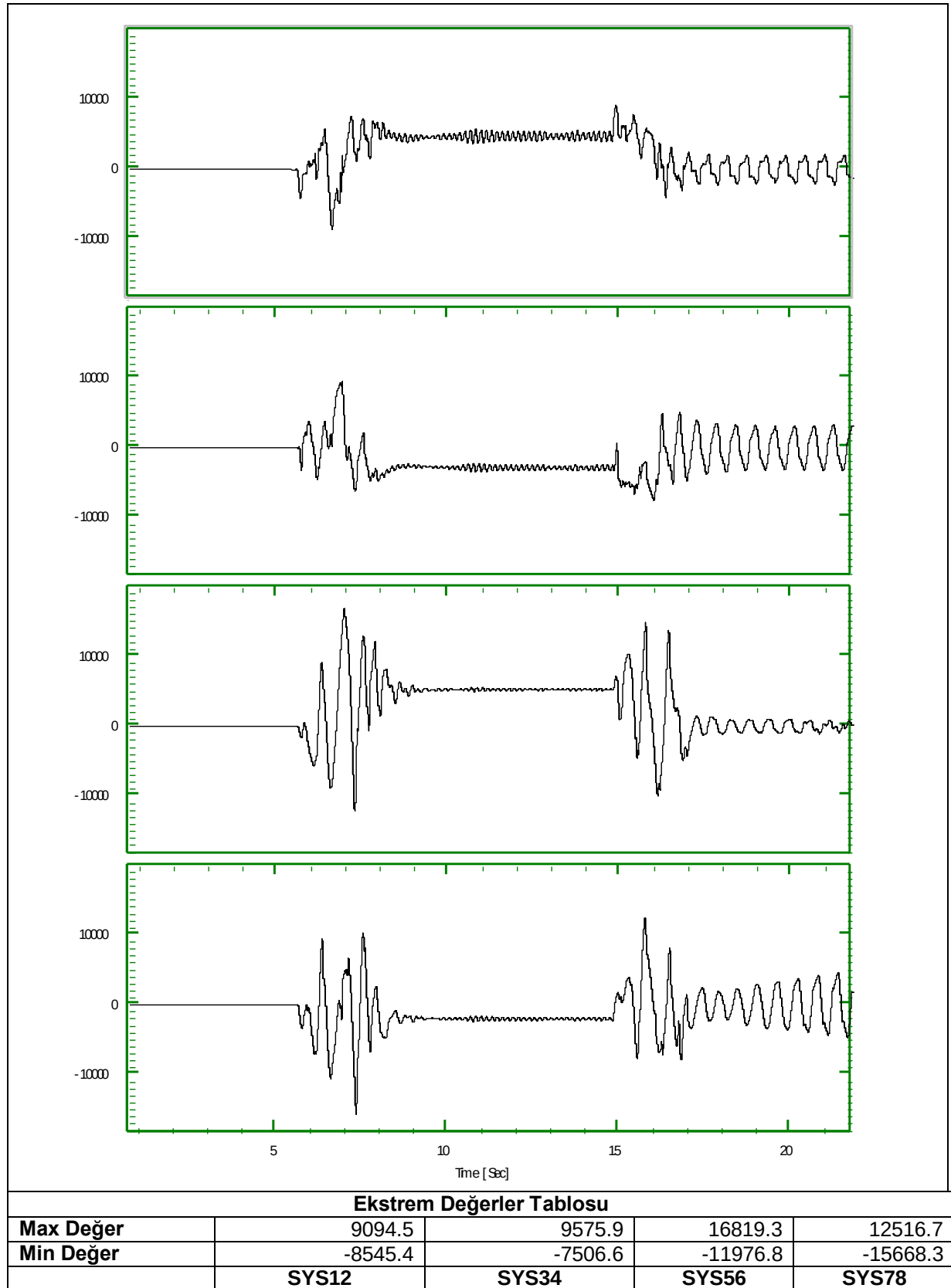
Şekil 3. 94 : Duzgun R1000m V90kmh devertfarki 55.5mm ile seyir RD016 20Hz LP.



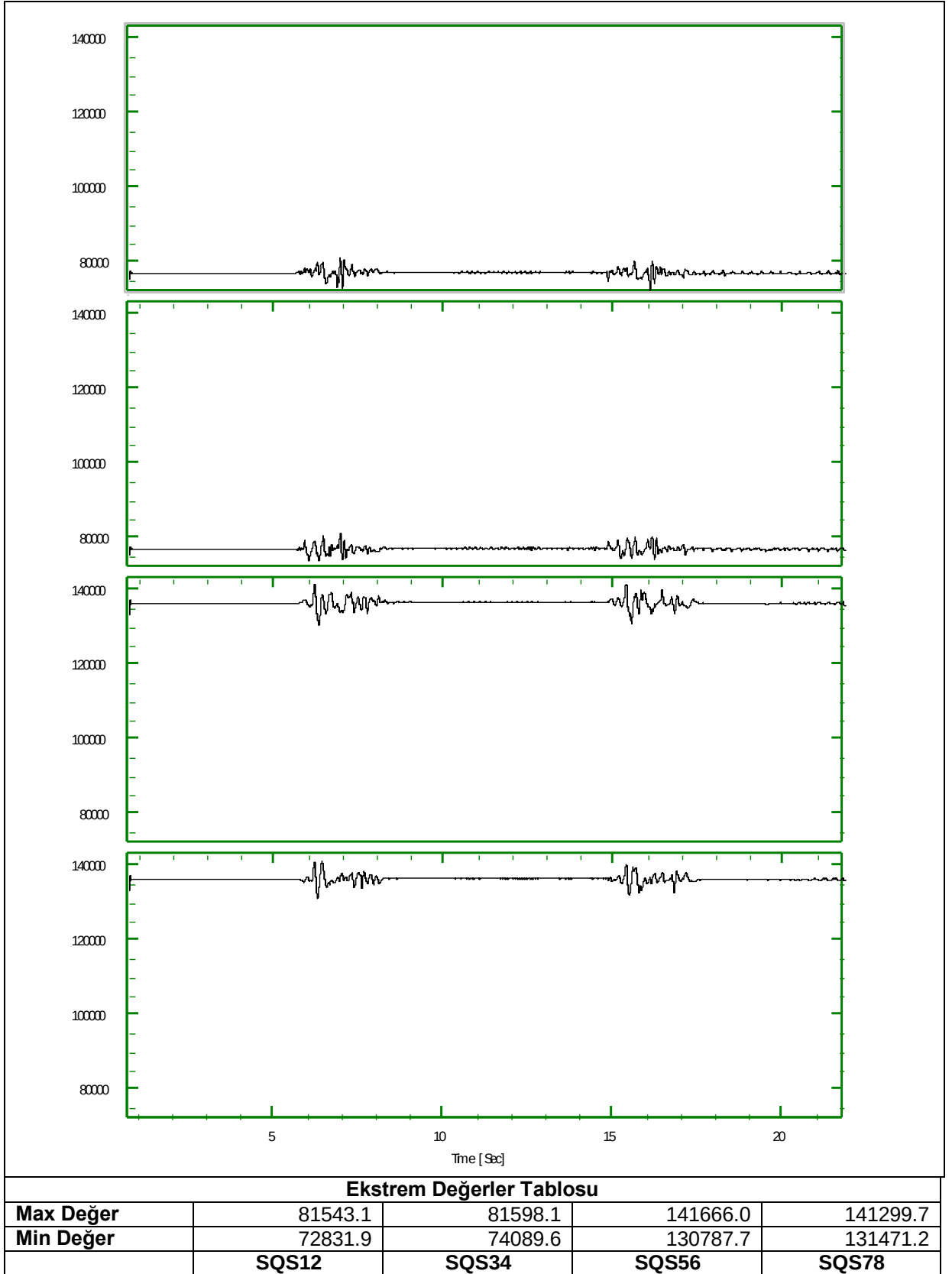
Şekil 3. 95 : Duzgun R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016 10Hz LP.



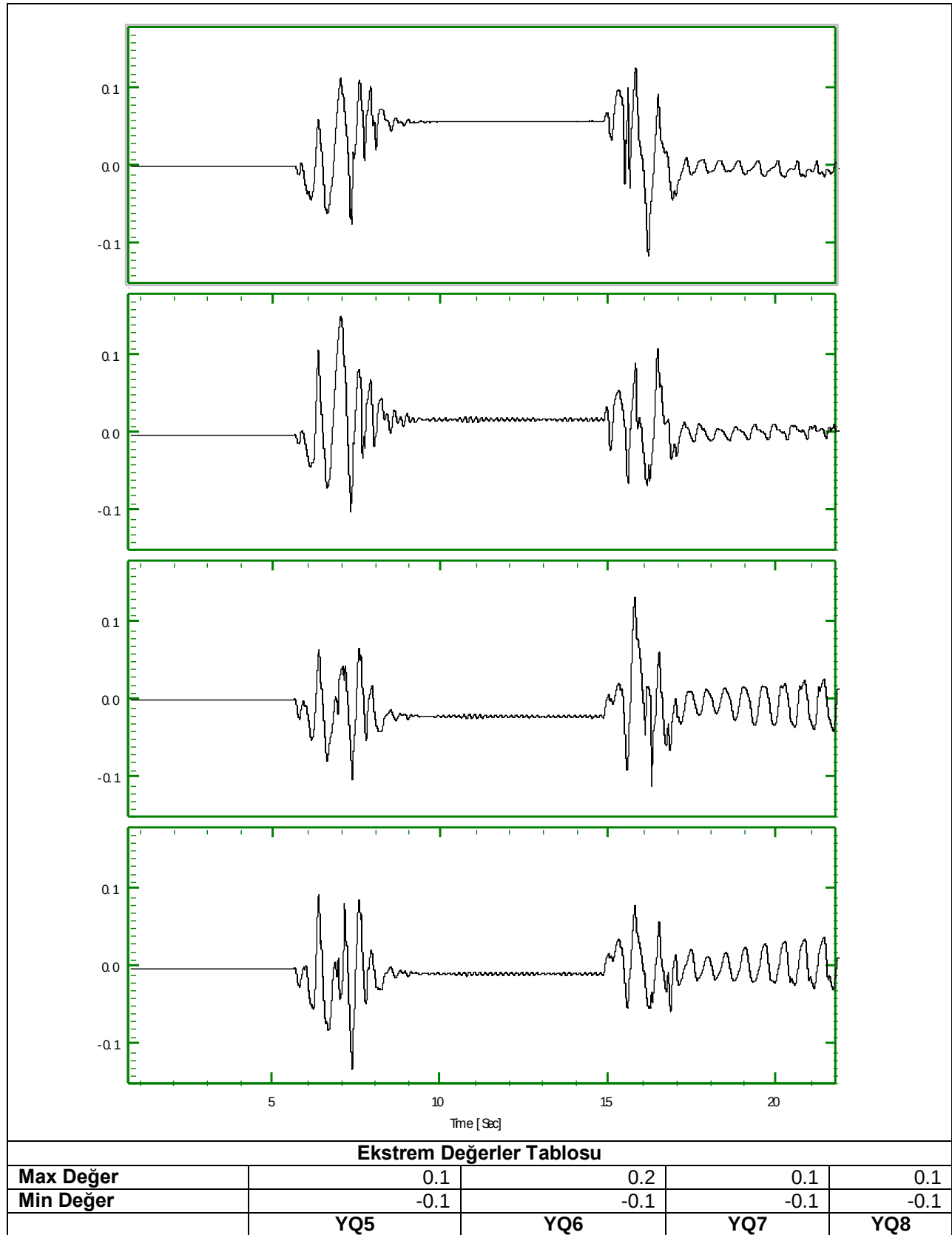
**Şekil 3. 96 :** Duzgun R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile sevir RD016 10Hz LP.



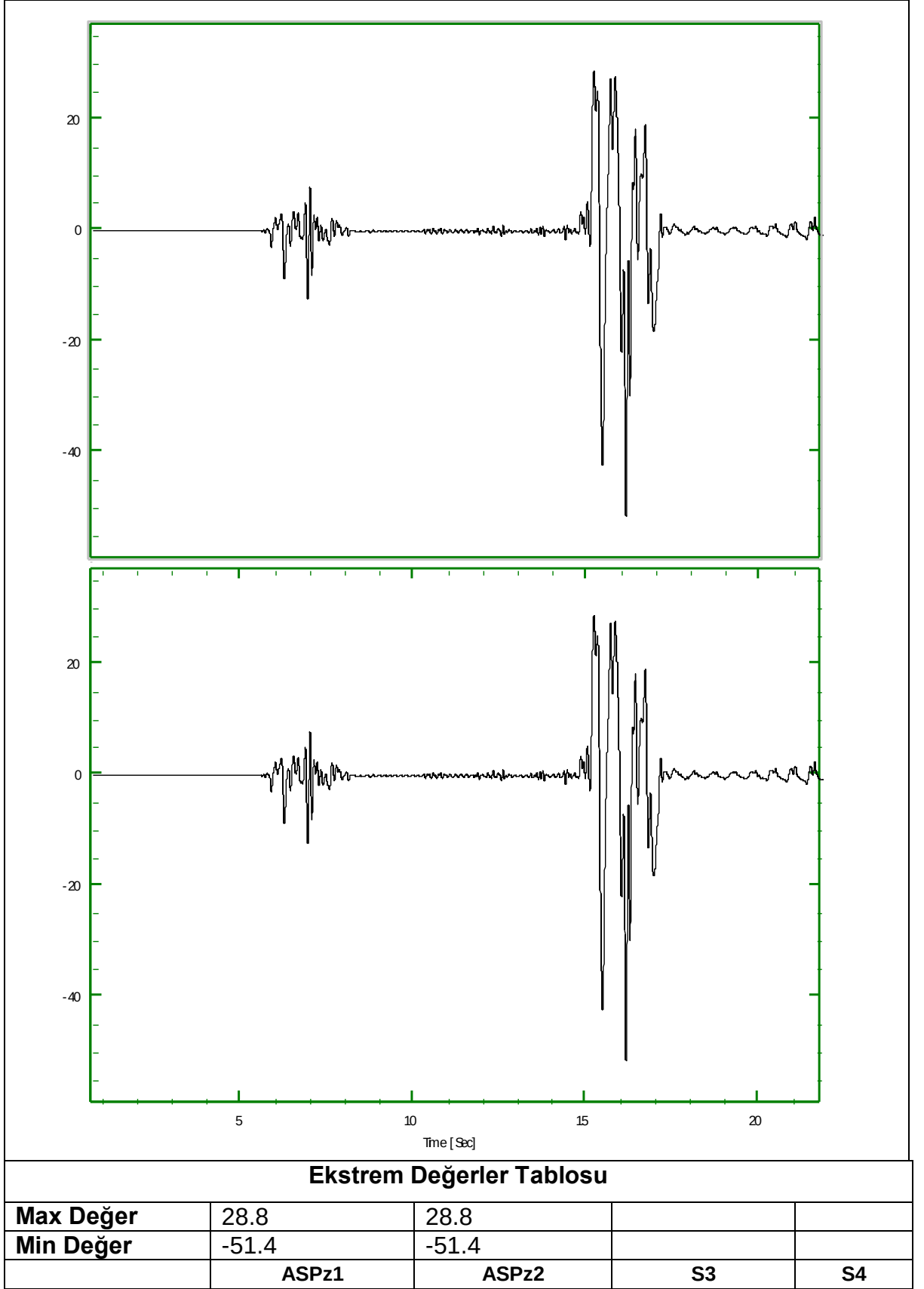
Şekil 3. 97 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006 20Hz LP.



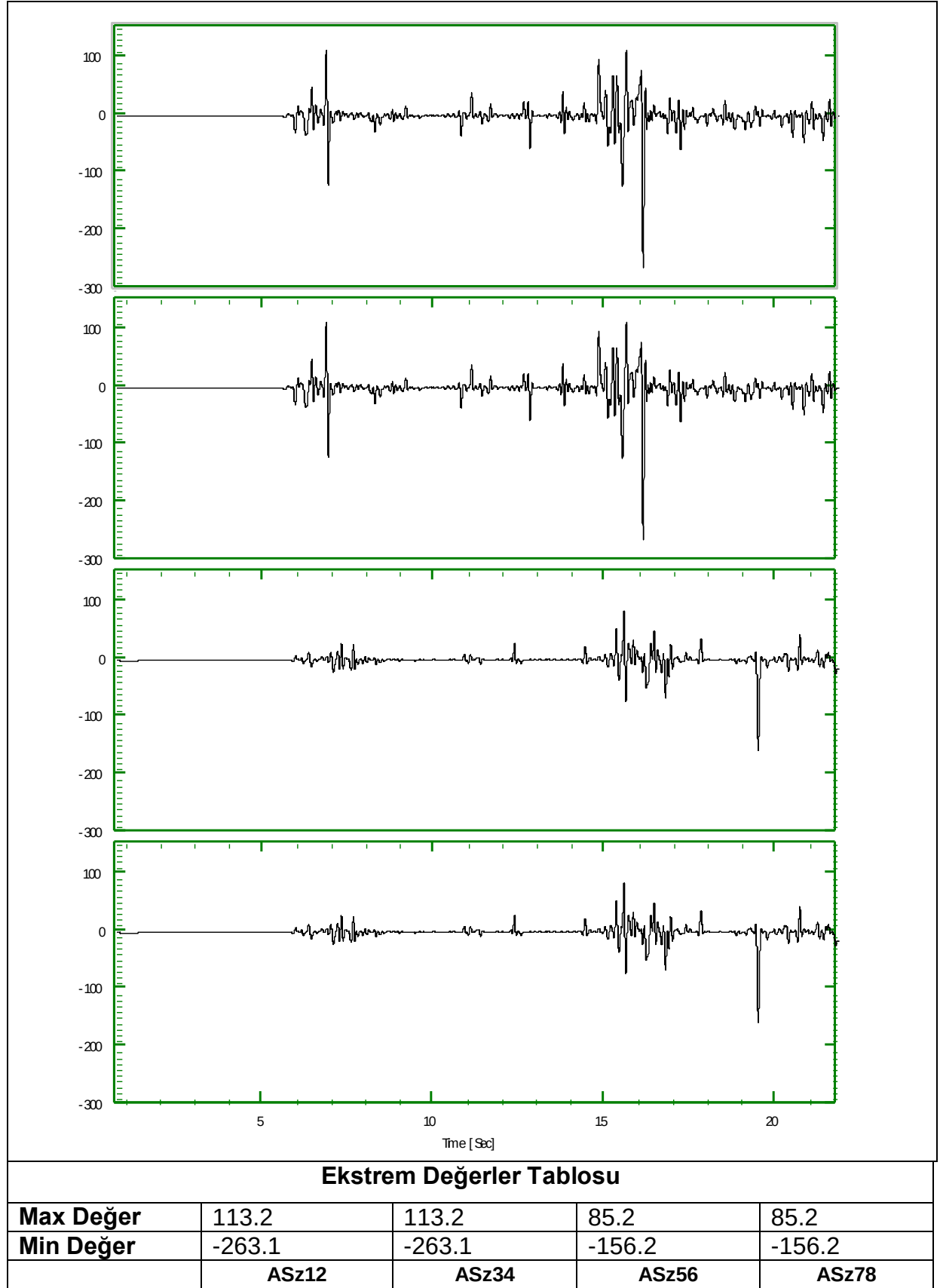
Şekil 3. 98 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006 20Hz LP .



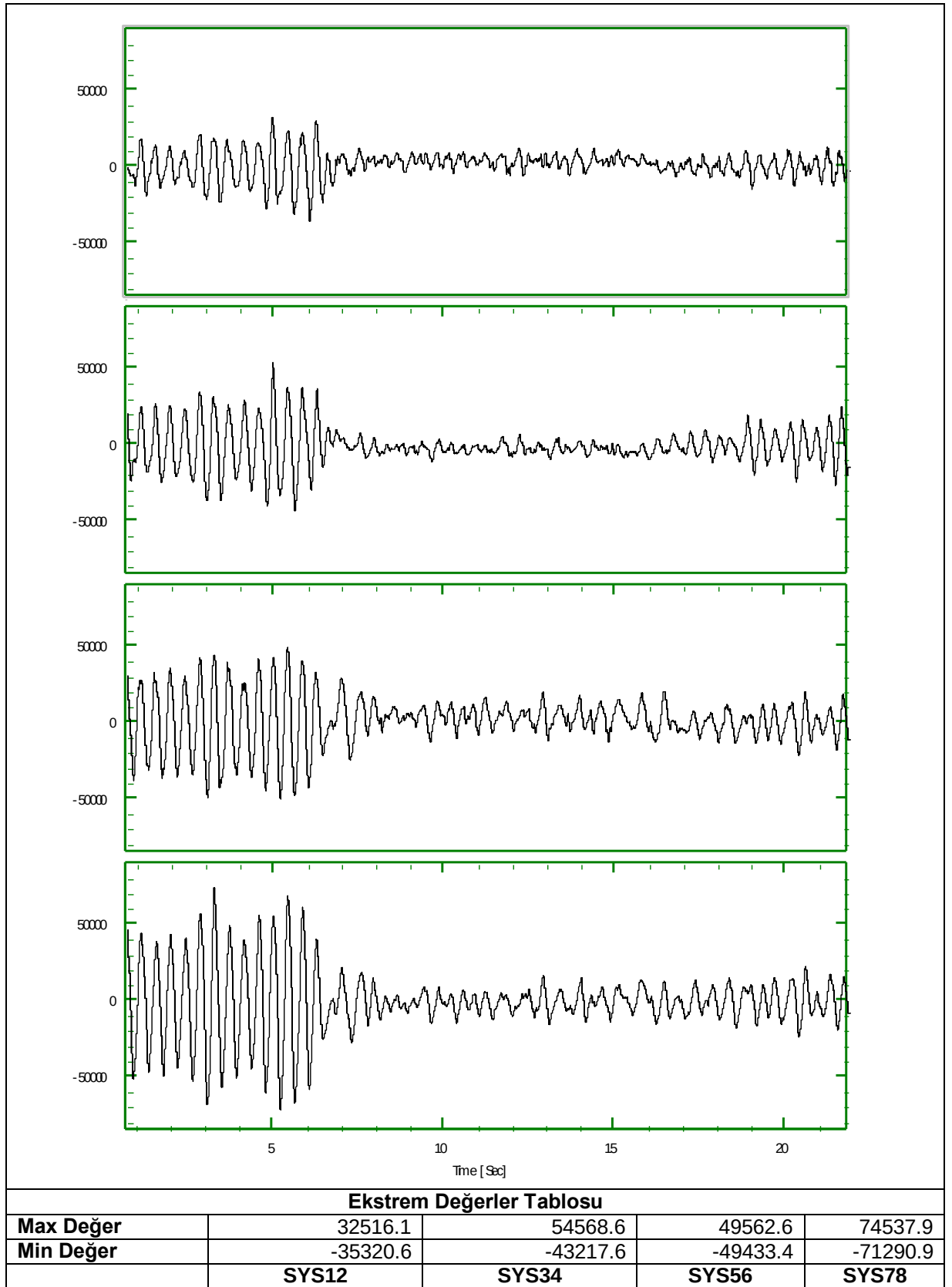
Şekil 3. 99 : Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006 20Hz LP .



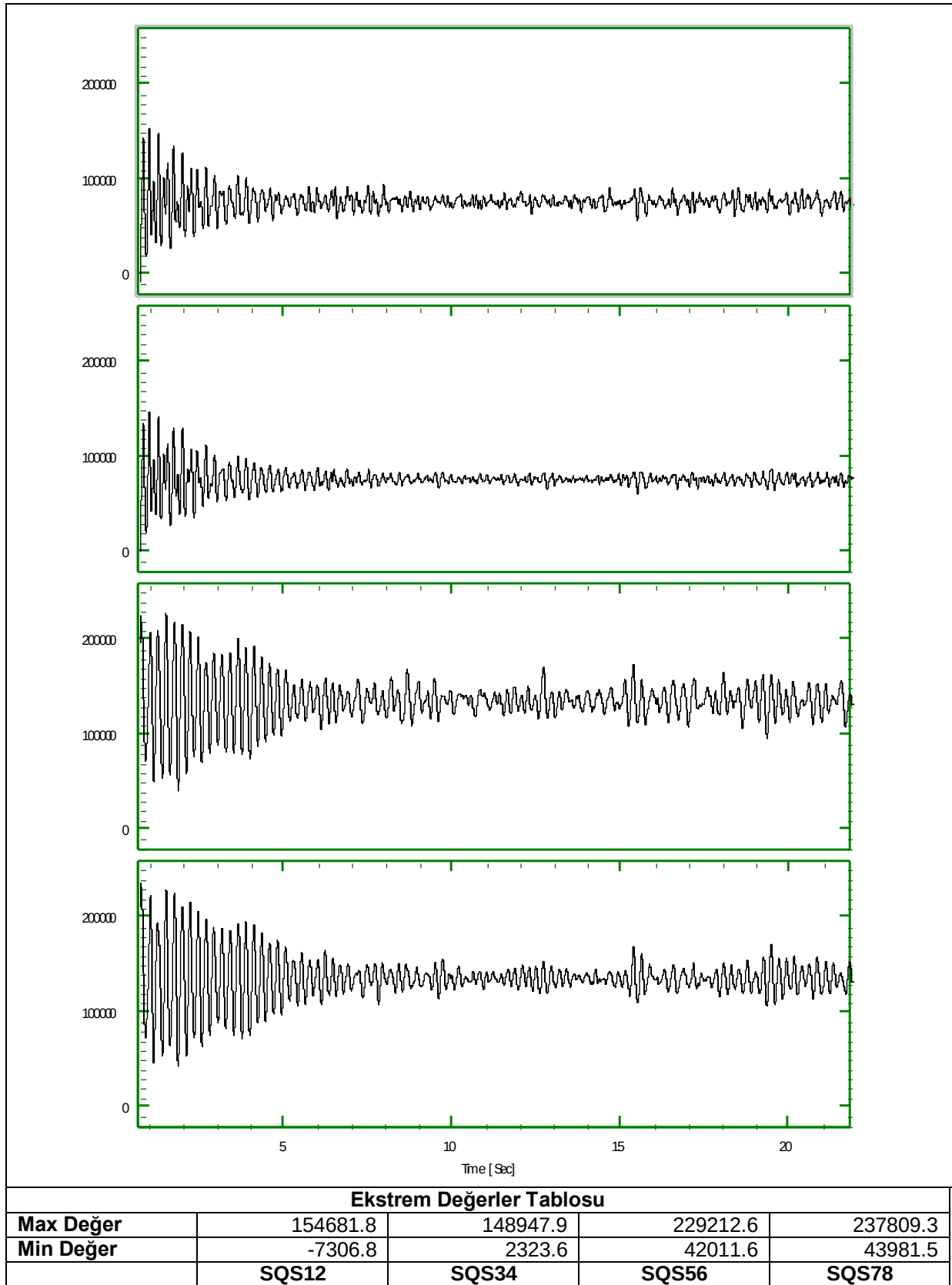
**Şekil 3. 100 :** Duzgun R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006 10Hz LP.



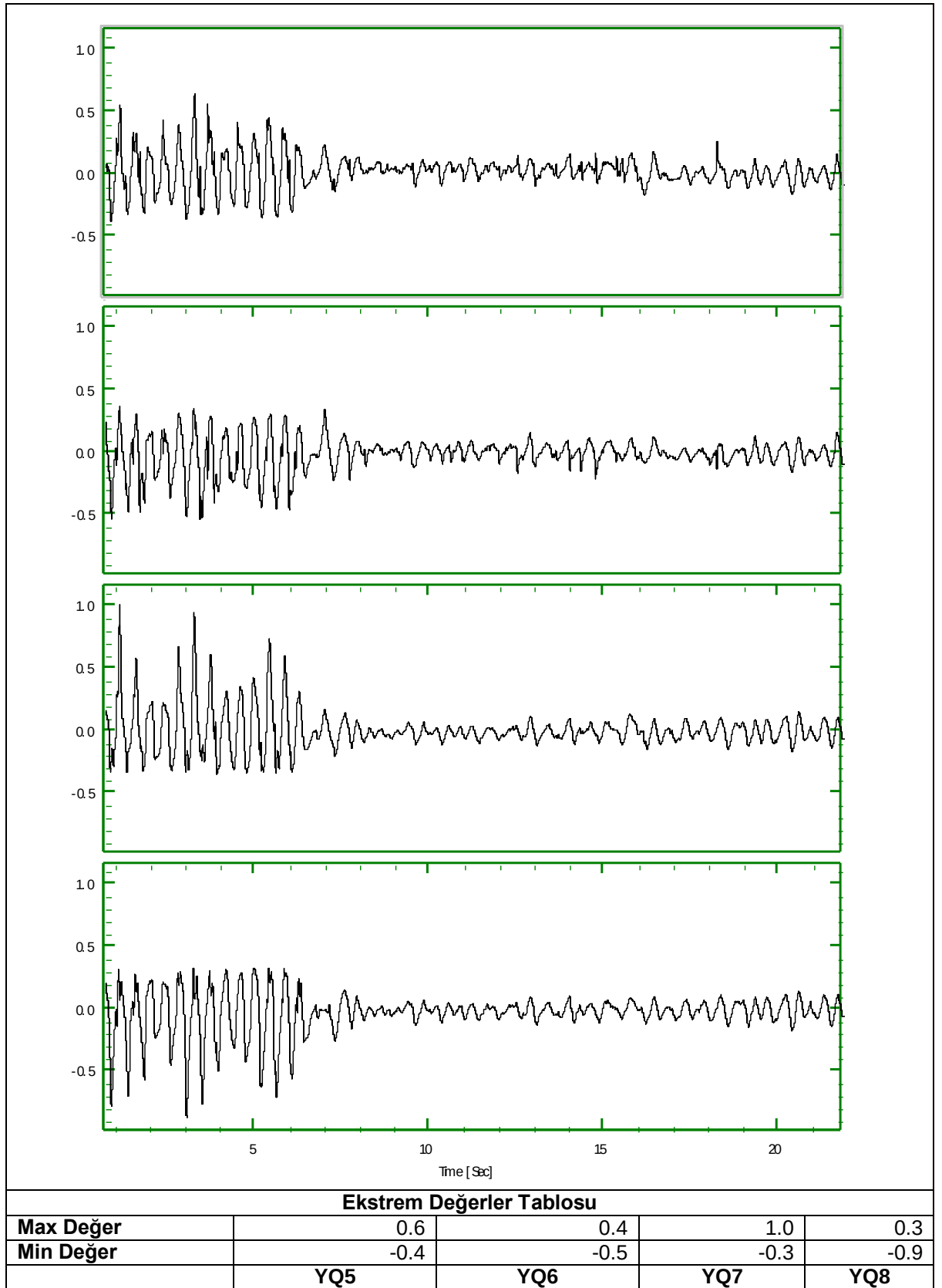
**Şekil 3. 101 :** Duzgun R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006 10Hz LP.



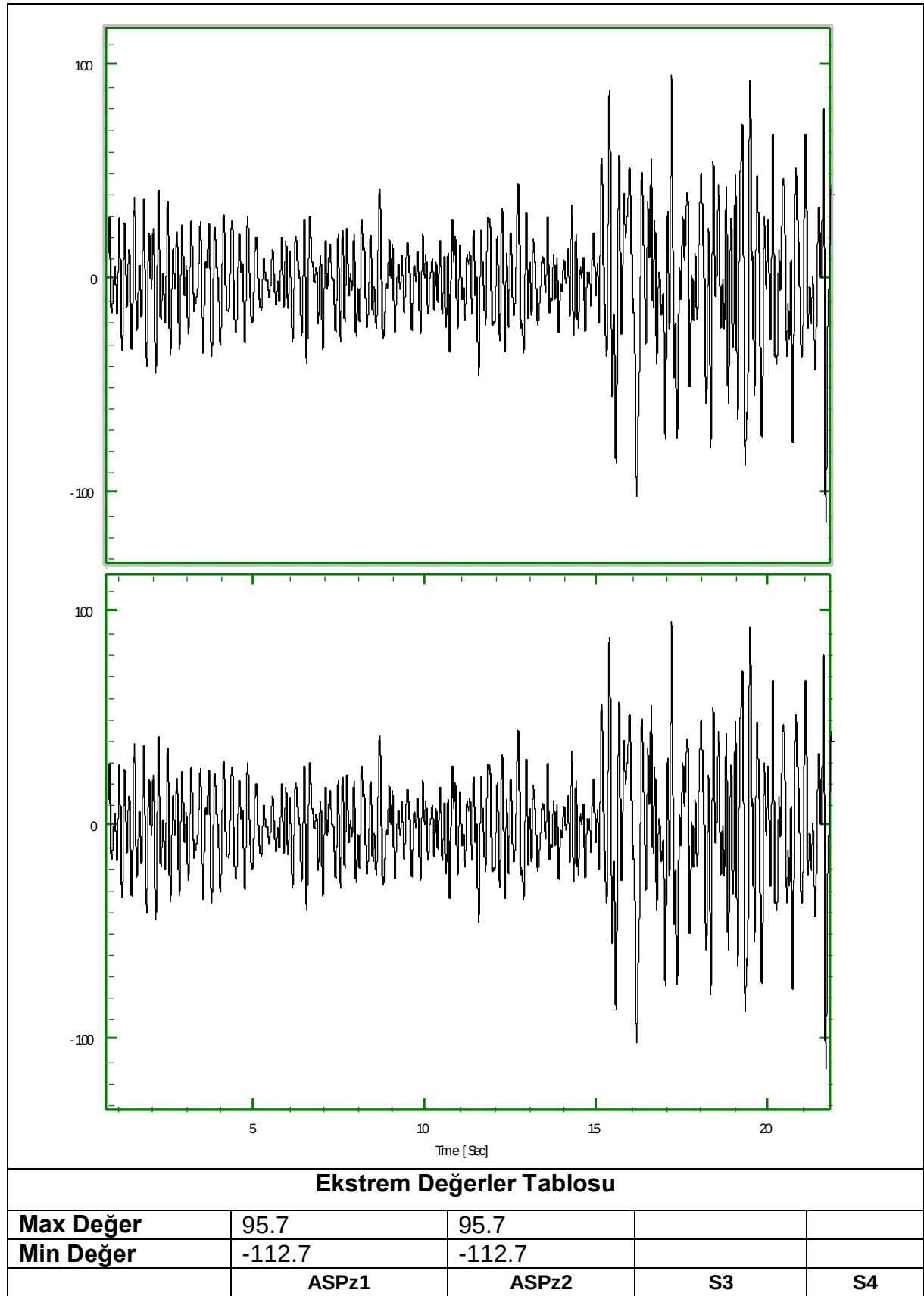
Şekil 3. 102 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RD113\_ex 20Hz LP.



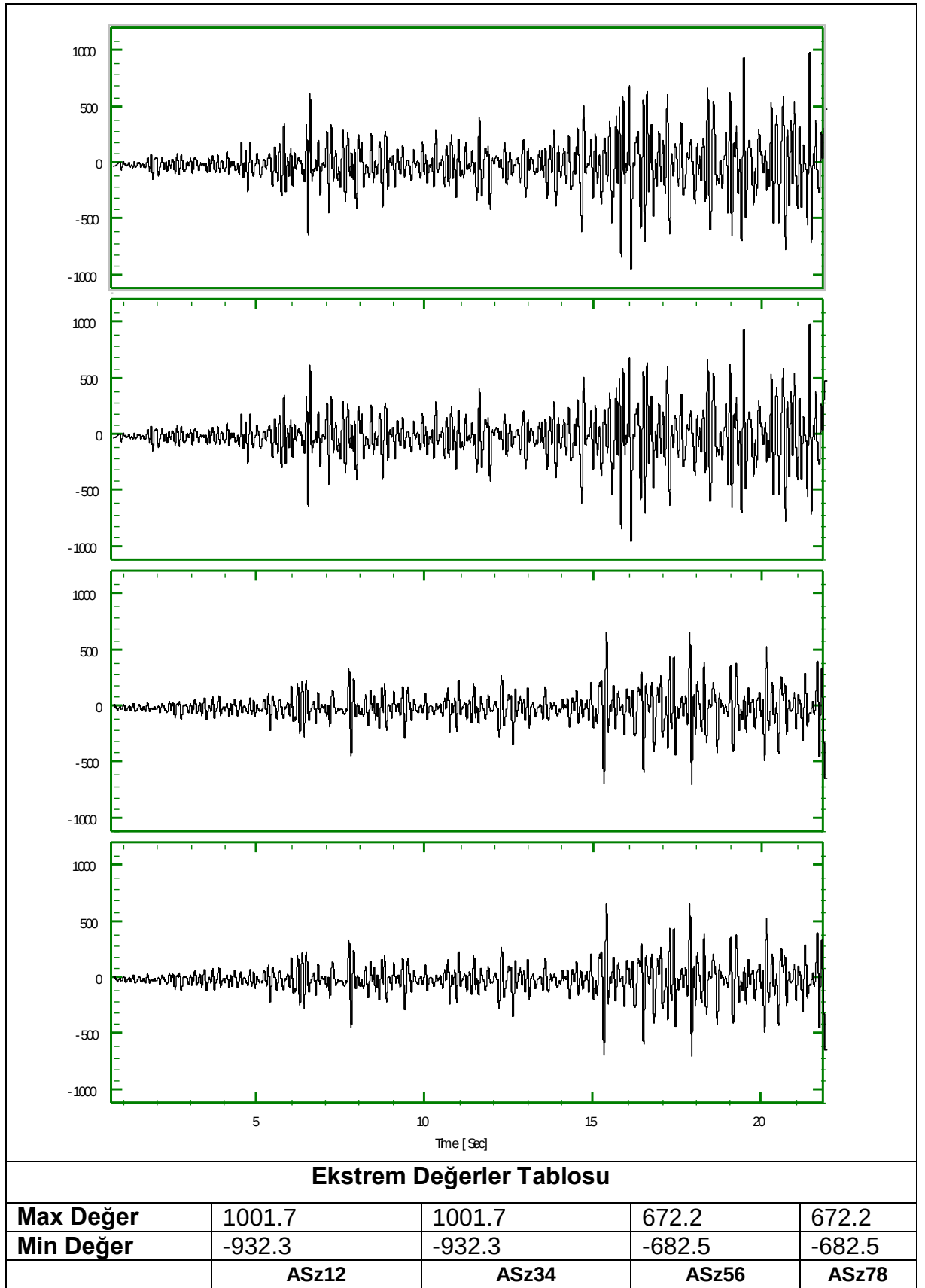
Şekil 3. 103 : İkazlı R1000m V120kmh devertfarki -17.9mm ile seyir RD113\_ex 20Hz LP .



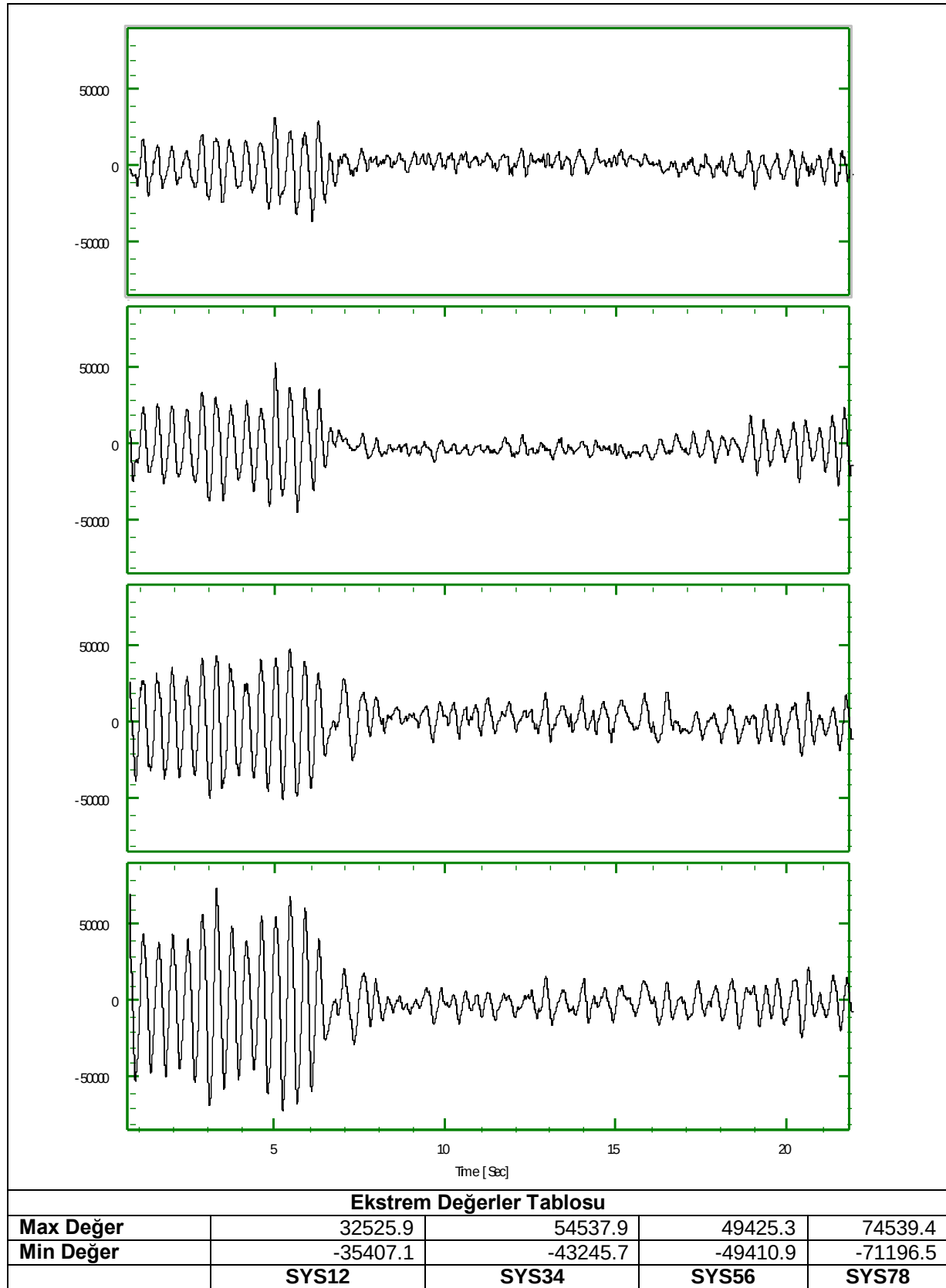
Şekil 3. 104 : İkazlı R1000m V120kmh devertarki -17.9mm ile seyir RD113\_ex 20Hz LP .



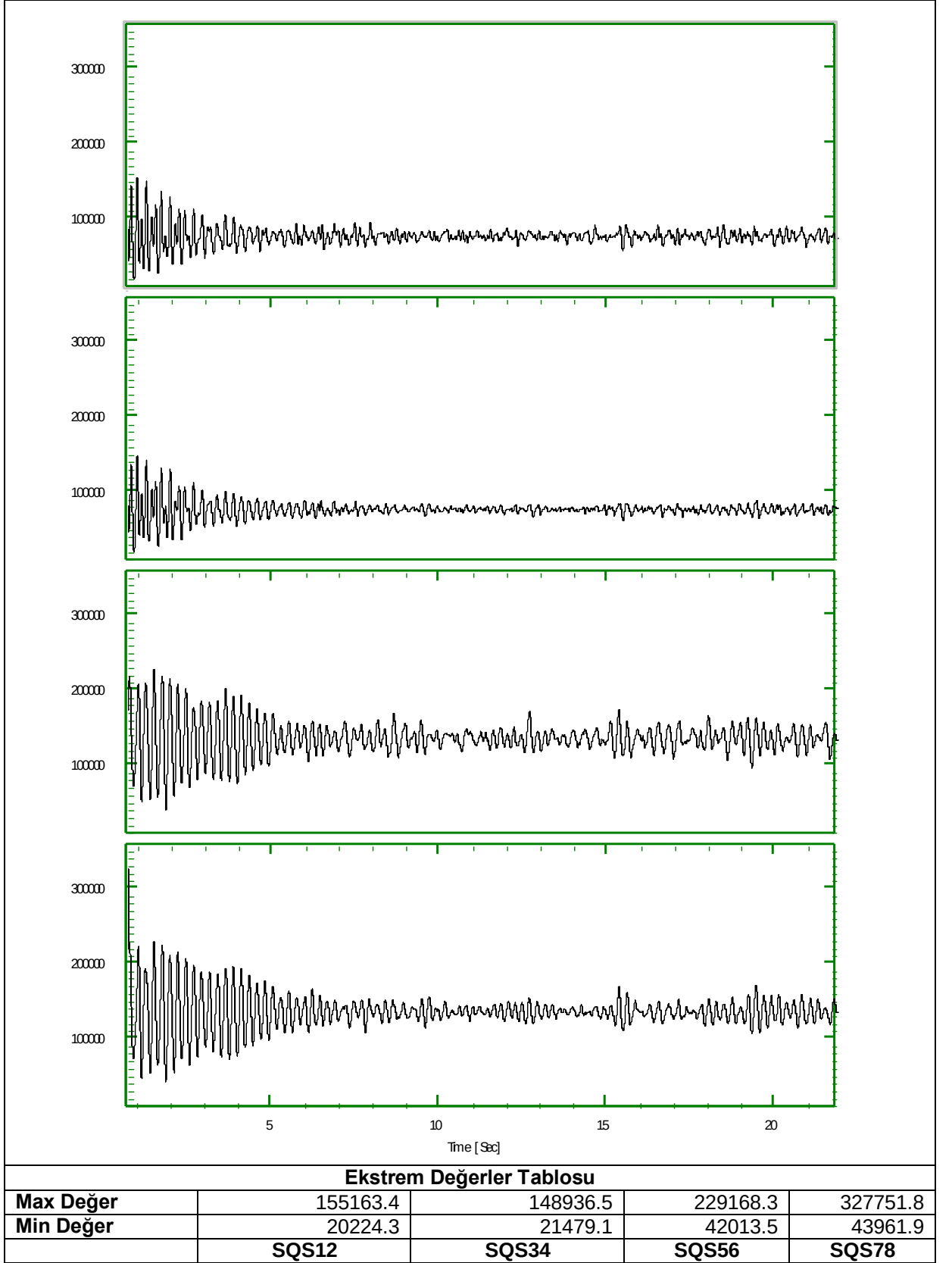
Şekil 3. 105 : İkazlı R1000m V120kmh deverfarki -17.9mm ile seyir RD113\_ex 10Hz LP .



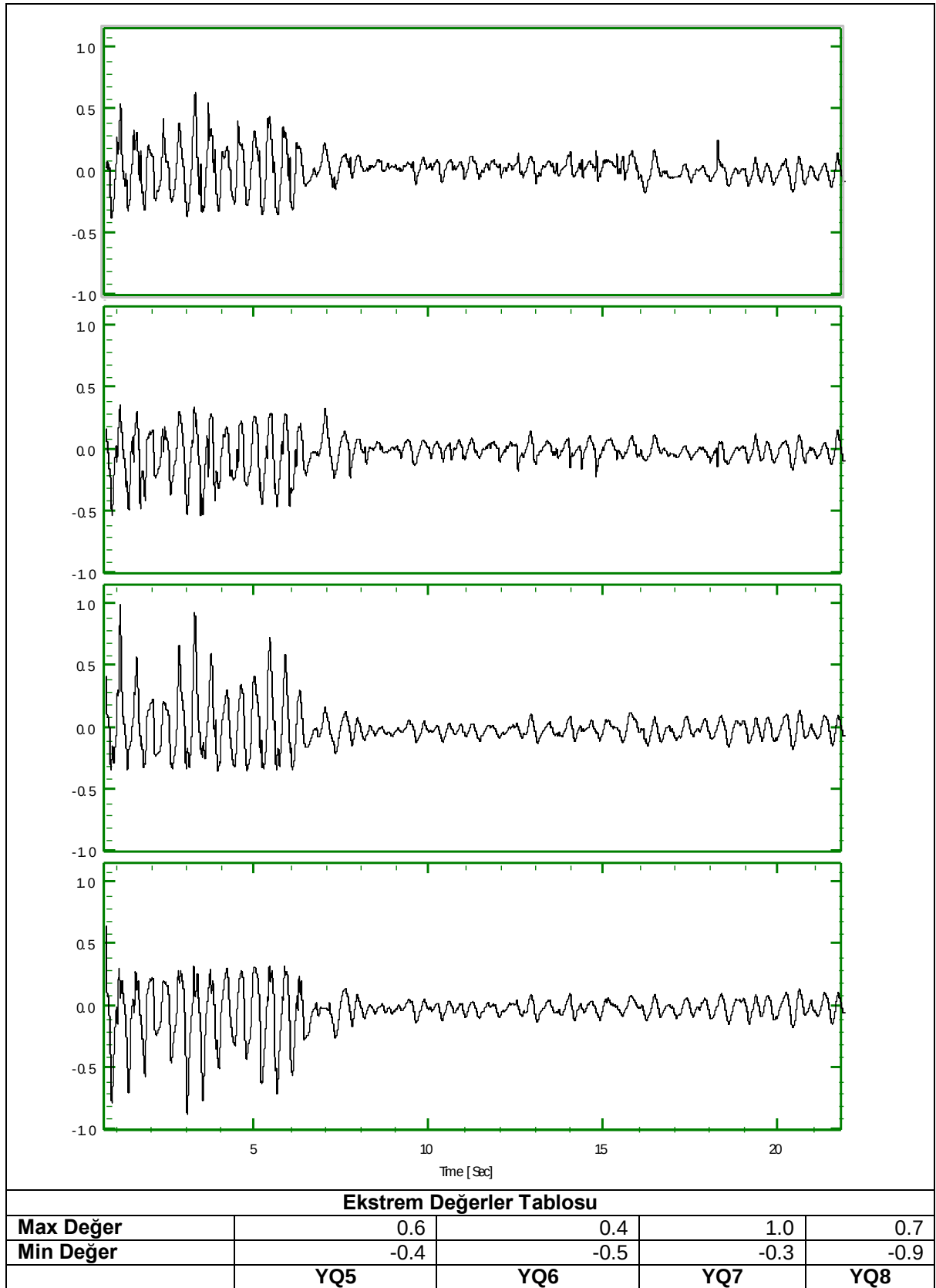
**Şekil 3. 106 :** İkazlı R1000m V120kmh devertfarki -17.9mm ile seyir RD113\_ex 10Hz LP.



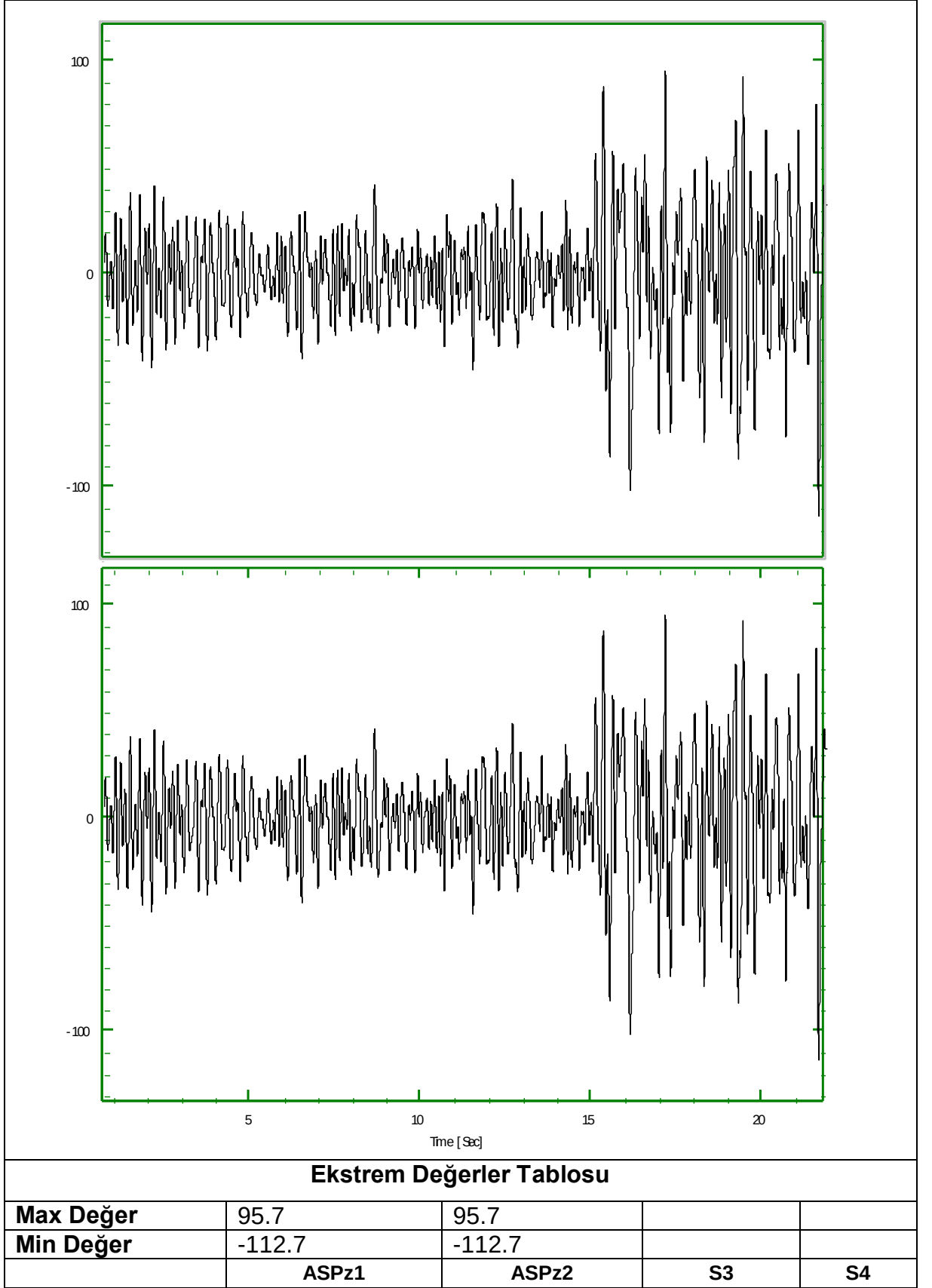
Şekil 3. 107 : İkazlı R1000m - V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RD016\_ex 20Hz LP.



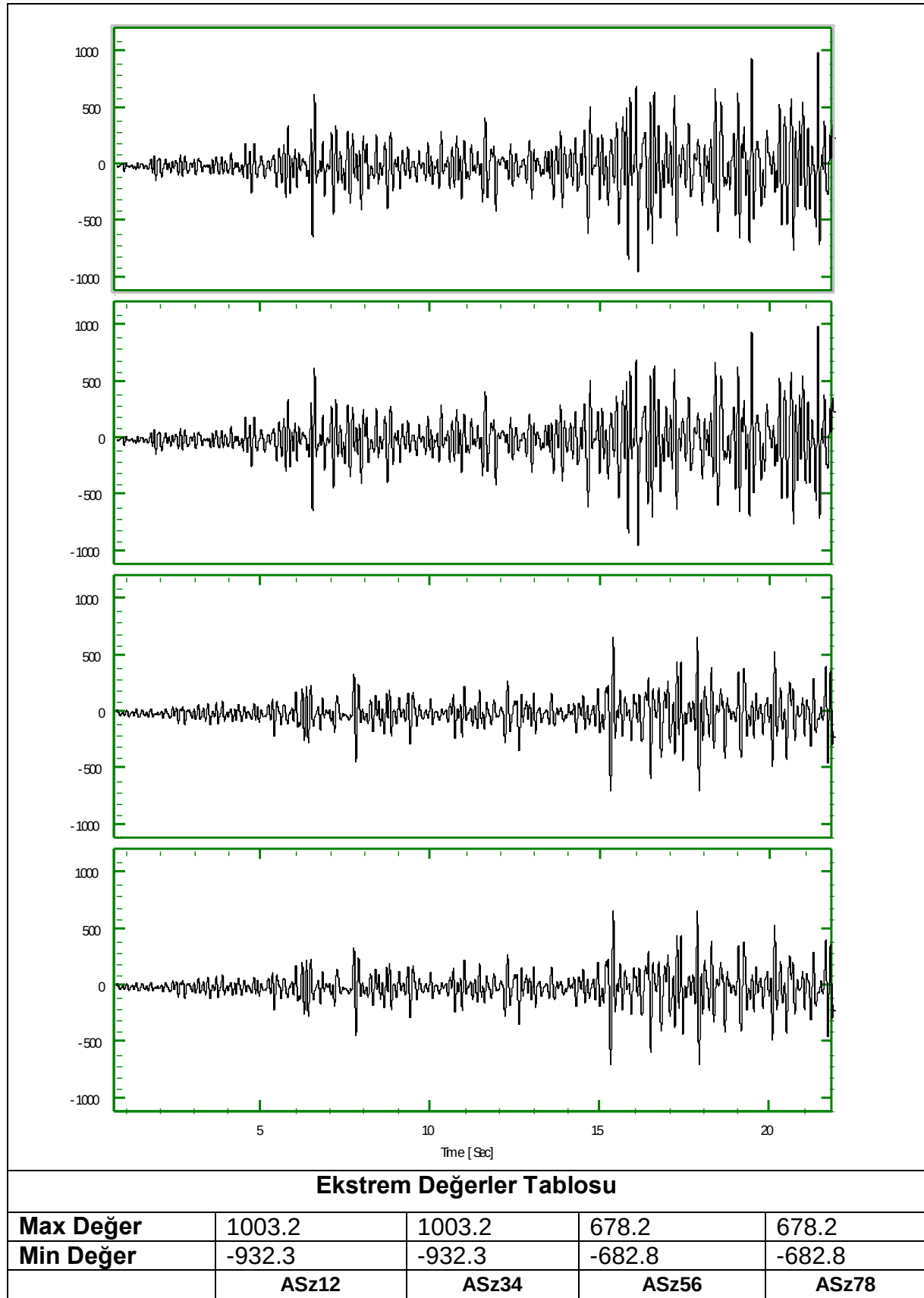
Şekil 3. 108 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RD016\_ex 20Hz LP.



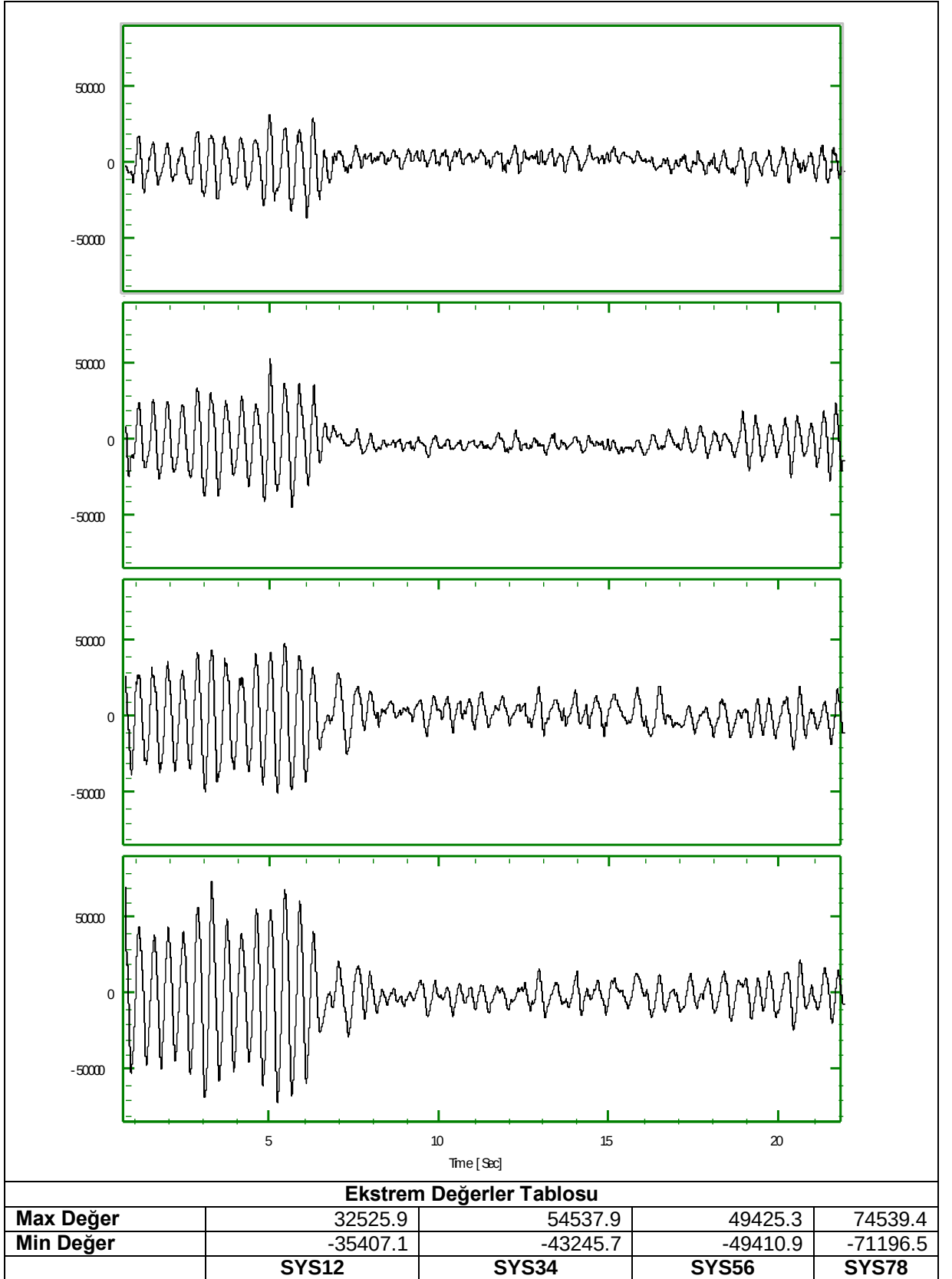
Şekil 3. 109 : İkazlı R1000m V90kmh devertarki 55.5mm ile seyir RD016\_ex 20Hz LP.



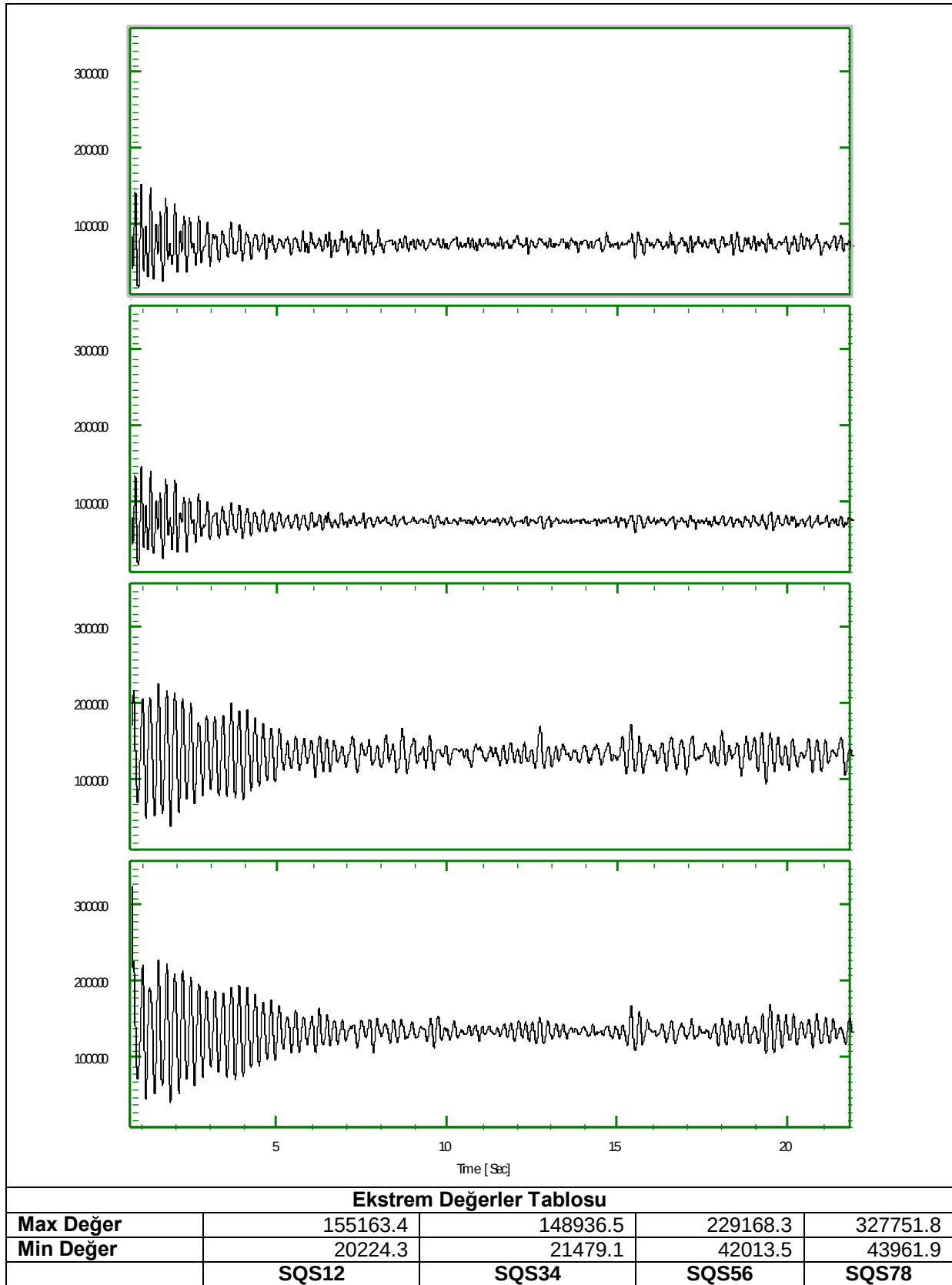
Şekil 3. 110 : İkazlı R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016\_ex 10Hz LP.



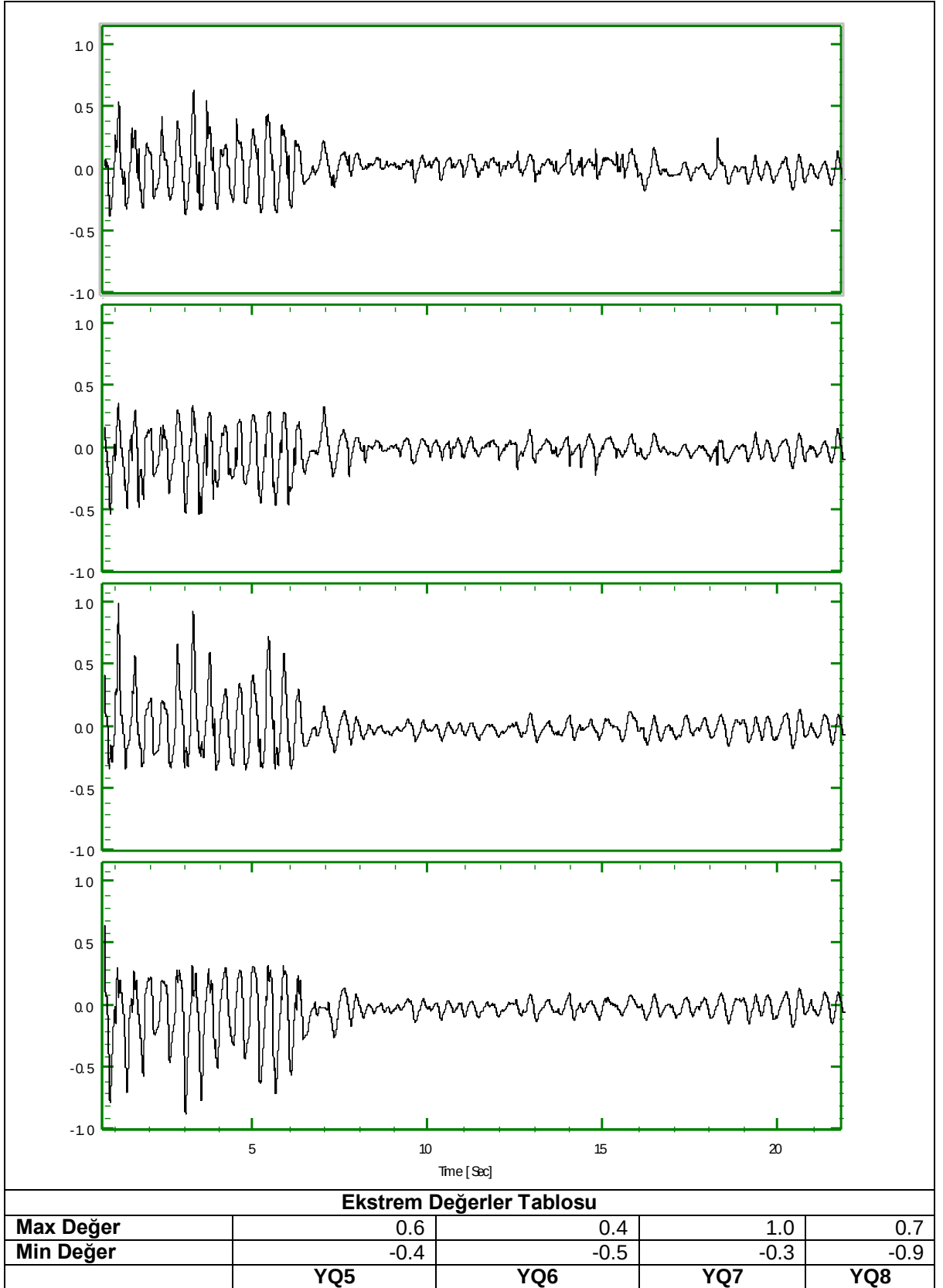
Şekil 3. 111 : İkazlı R1000m V90kmh deverfarki 55.5mm ile seyir RD016\_ex 10Hz LP .



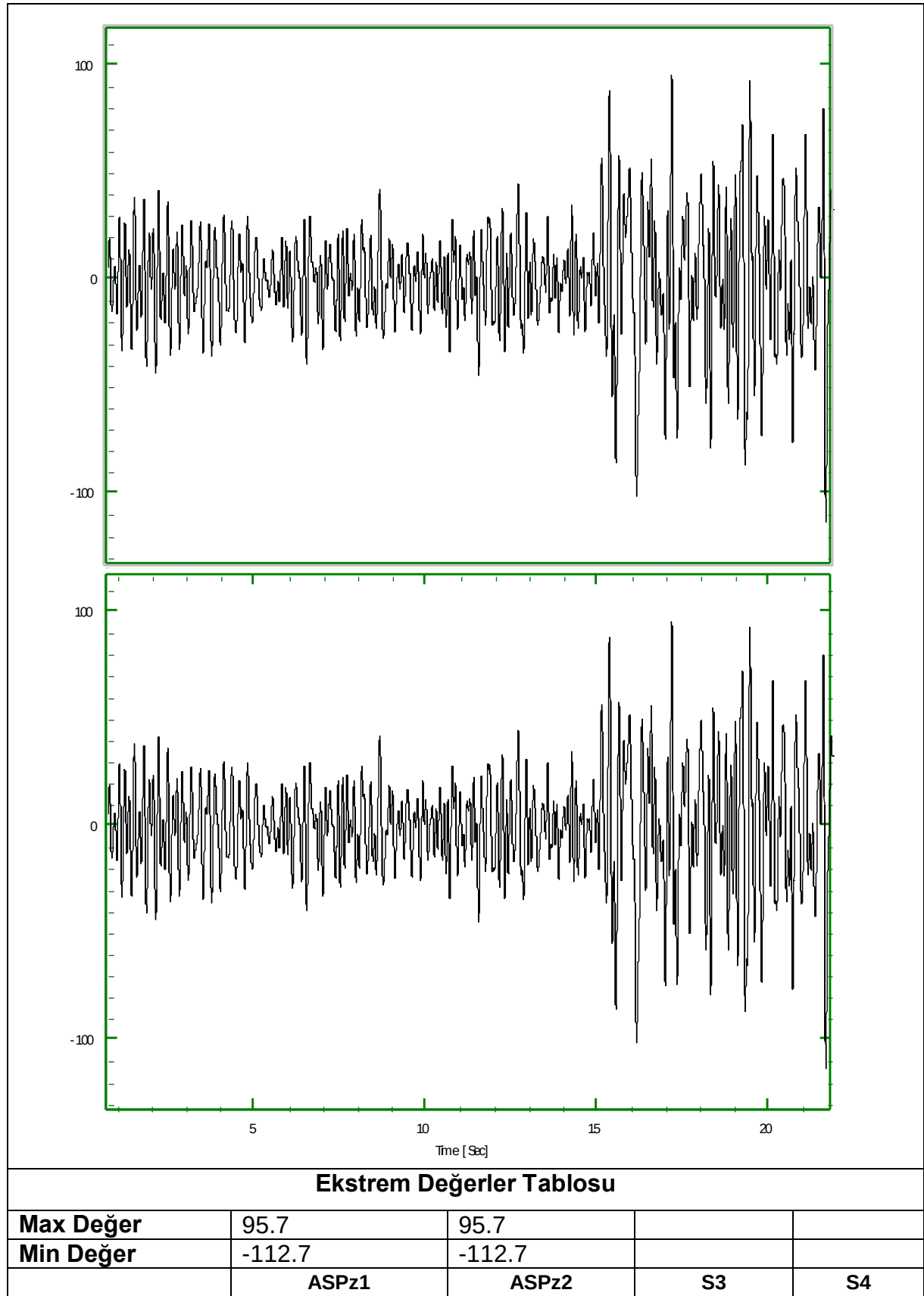
Şekil 3. 112 : İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006\_ex 20Hz LP .



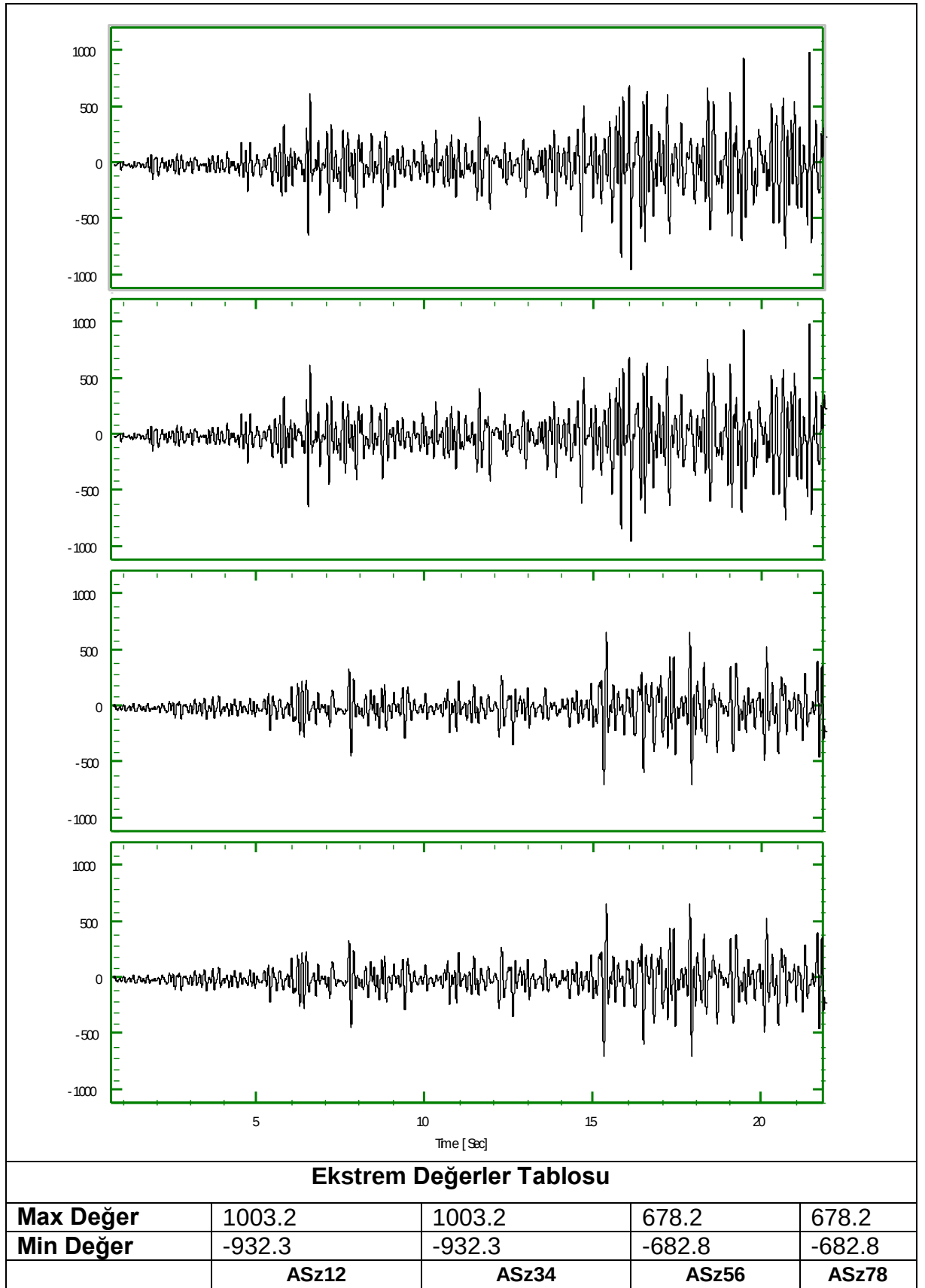
Şekil 3. 113 : İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006\_ex 20Hz LP.



**Şekil 3. 114 :** İkazlı R1000m V60kmh devertarki 108.4mm ile seyir RD006\_ex 20Hz LP.



Şekil 3. 115 : İkazlı R1000m V60kmh devertfarki 108.4mm ile seyir RD006\_ex 10Hz LP .



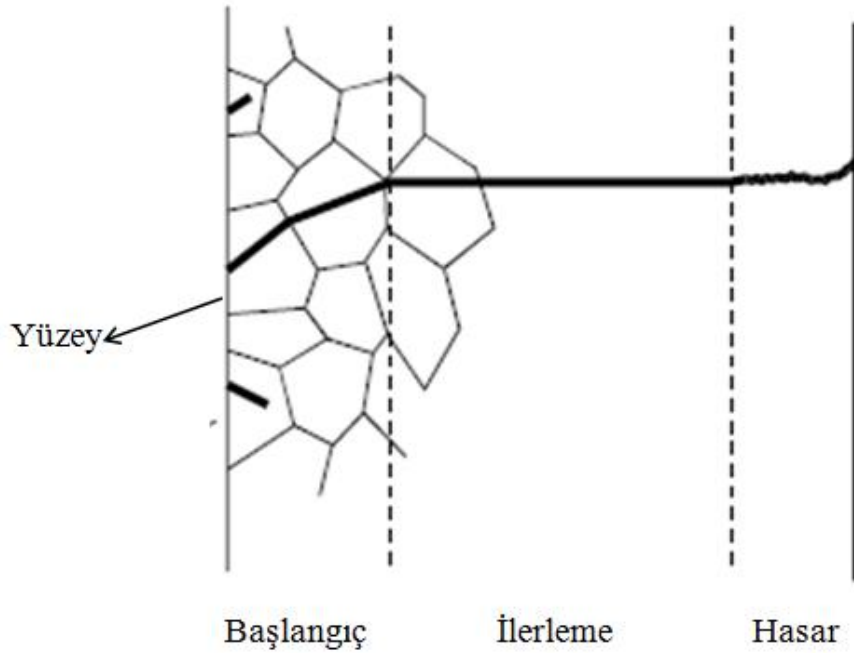
Şekil 3. 116 : İkazlı R1000m V60kmh deverfarki 108.4mm ile seyir RD006\_ex 10Hz LP.

Grafiklerden de anlaşılaçağı üzere vagondan okunan kritik değerler, seyir güvenliği için belirlenen sınırlar arasındadır. Bundan da vagonun, üzerine etki eden yükler ve kendi ağırlığının etkisiyle denge konumunda olduğu ve farklı yükleme durumlarında dahi bu konumdan dışarı ıkadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla vagonun çalışma şartlarıyla ilgili olarak belirleyici olacak sonuçlar yorulma analizi sonuçları olacaktır.

## 4. YORULMA ANALİZİ

### 4.1 Giriş

Deney sonuçları göstermiştir ki, malzemedeki en büyük gerilmeyi emniyet gerilmesinin çok altında tutacak biçimde seçilecek bir  $\sigma(t)$  gerilmesi periyodik olarak binlerce defa uygulanarak malzeme tahrip edilebilir. Yorulma çatlakları, tek başına hasara yol açamayacak kadar az olan yüklerin tekrarlanması ile meydana gelirler. Yorulma hasarına sebep olan bu çatlaklar genel olarak bileşenin yüzeyinden başlarlar. Bunu takiben çatlak ilerlemesi genel olarak malzemeye uygulanan kuvvete dik doğrultuda ilerler. Son olarak ürün hasarı meydana gelir. Şekil 3.1 bu aşamaları görsel olarak yansıtmaktadır.



Şekil 4. 1 : Yorulma hasarının üç evresi.

#### 4.1.1 Çatlak başlangıcı ve öncesi

Genellikle yüksek gerilme yığılmalarının olduğu bölgelerde veya kristal yapıdaki hatalı noktalardan çatlak oluşumu başlar.

#### **4.1.2 Çatlak ilerlemesi**

Çatlak genellikle yüzeyden başlayıp, kayma hatları ile orta kısımlara iletilir. Ayrıca malzeme içinde mikro çatlaklar var ise ve çatlak ucunda oluşan gerilme yığılması çatlağı ilerletebilecek seviyede ise çatlak ilerler. Uygulanan gerilme çatlağın ilerlemesi için yeterli değilse malzeme yorulmaz. Gerilme çatlağın ilerlemesini sağlayacak kadar büyük ise çatlak ilerler. Böylece yıpranma yavaş yavaş tüm kesite yayılır. Ayrıca büyük ve haber verici bir uzama veya büzülme görülmez.

#### **4.1.3 Kırılma**

Yıpranma nedeniyle ayrışma yeter derecede ilerledikten sonra kesitin geri kalan kısmı yükü taşıyamaz hale gelir ve malzeme aniden kopar.

Yorulma olayı malzemede önemli bir plastik şekil değişimi yapmadığından ve uyarı vermeden elastik limitin altındaki gerilmelerde malzemenin ani olarak göçmesi nedeniyle tehlikelidir.

### **4.2 Yorulmaya Etki Eden Faktörler**

#### **4.2.1 Gerilme hali**

Gerilme genliği, ortalama gerilme, iki eksenli gerilme halinin varlığı, kayma gerilmeleri v.b.

#### **4.2.2 Geometri**

Yorulma çatlağını başlatabilecek ve gerilme yığılmalarına neden olan süreksizlerin varlığı.

#### **4.2.3 Malzeme türü**

Yorulma ömrü malzeme türüne göre büyük değişiklikler gösterebilir.

#### **4.2.4 Artık gerilmeler**

Kaynak, döküm v.b. işlemler sonunda oluşan artık gerilmeler cisim dinamik yüklemeler altında iken yorulma ömrünü azaltır.

#### **4.2.5 İç kusurların boyutları ve dağılımı**

Örneğin döküm sonrası oluşan boşluklar yorulma ömrünü azaltır.

#### **4.2.6 Yükleme doğrultusu**

İzotrop olmayan malzemeler için önemlidir.

#### 4.2.7 Tane büyüklüğü

Pek çok metal için küçük tane büyüklüğü uzun yorulma ömrü anlamına gelir.

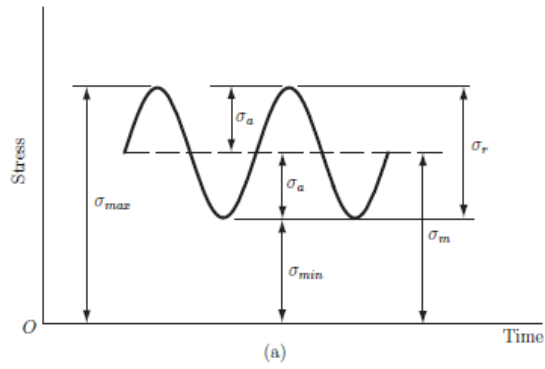
#### 4.2.8 Çevre

Gaz ortamı, korozyon, erozyon v.b. çevre şartları yorulma ömrünü etkiler.

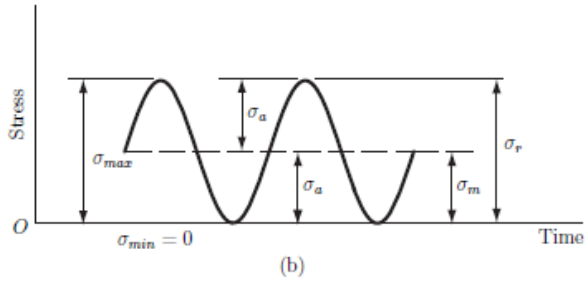
#### 4.2.9 Sıcaklık

Çok yüksek veya çok düşük sıcaklıklar yorulma ömrünü azaltır.

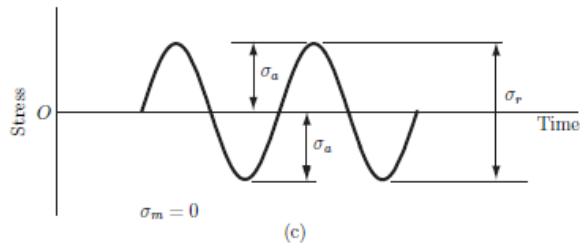
### 4.3 Gerilmelerin Sınıflandırılması



Şekil 4. 2 : Yorulma hasarının üç evresi.



Şekil 4. 3 : Titreşimli (dinamik) yüklemeler.



Şekil 4. 4 : Tam değişken (dinamik) yüklemeler.

#### 4.3.1 Maksimum gerilme ( $\sigma_{max}$ )

Uygulanan gerilmeler arasında en büyük cebirsel değeri olan gerilmedir. Genel olarak çekme gerilmeleri (+) basma gerilmeleri (-) ile gösterilir.

#### 4.3.2 Minimum gerilme ( $\sigma_{min}$ )

Uygulanan gerilmeler arasında en küçük cebirsel değeri olan gerilmedir.

#### 4.3.3 Ortalama gerilme ( $\sigma_m$ )

Maksimum ve minimum gerilmelerin cebirsel ortalamasıdır.

$$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2 \quad (4.1)$$

#### 4.3.4 Gerilme aralığı ( $\sigma_r$ )

$$\sigma_r = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \quad (4.2)$$

#### 4.3.5 Gerilme genliği ( $\sigma_a$ )

Gerilme aralığının yarısıdır.

$$\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2 \quad (4.3)$$

#### 4.3.6 Gerilme oranı

Genellikle iki tür gerilme oranı kullanılır. En çok kullanılanı R ile gösterilen maksimum gerilmenin minimum gerilmeye oranıdır.

$$R = (\sigma_{max}/\sigma_{min}) \quad (4.4)$$

İkincisi ise A ile gösterilen gerilme genliğinin ortalama gerilmeye oranıdır.

$$A = (\sigma_a/\sigma_m) \quad (4.5)$$

#### 4.3.7 Çevrim (N)

Gerilme zaman eğrisinin periyodik olarak tekrarlanan en küçük parçasına bir çevrim denir.

Ortalama gerilmesi sıfır olan ( $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$ ) yükleme durumuna tam harmonik titreşim denir. En olumsuz yükleme şekli budur.

Eğer  $\sigma_m$  ve  $\sigma_a$  belirliyse,

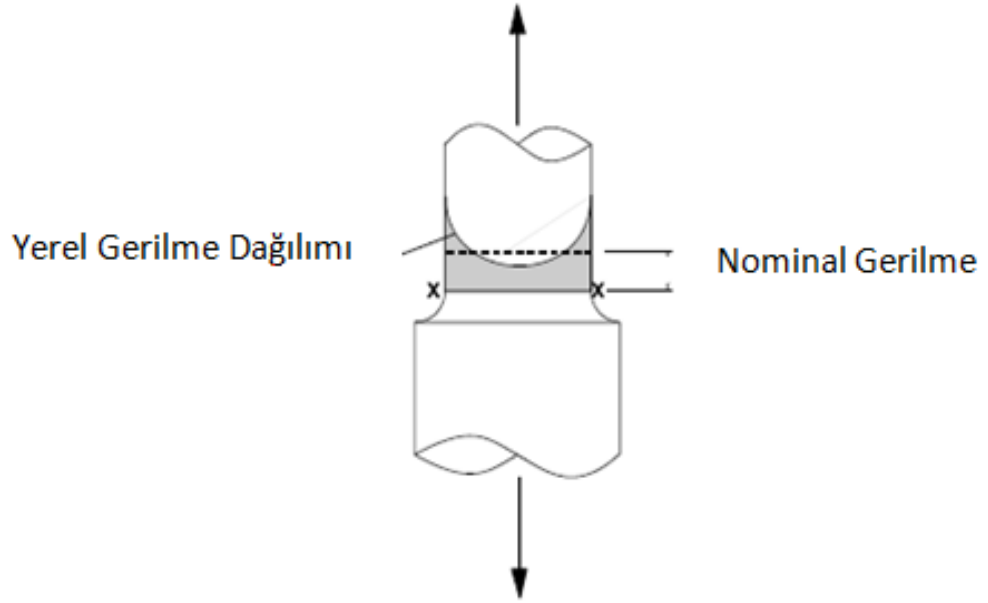
$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (4.6)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (4.7)$$

olacaktır.

#### 4.4 S-N Eğrileri Yardımıyla Yorulma Analizi

Şekil 4.5'te verilen parçanın XX eksenine dik doğrultusundaki ortalama gerilme nominal gerilme olarak adlandırılır. Bu nominal gerilmenin büyüklüğü S-N eğrilerinde yorulma çevrimine karşı olarak yerleştirilir. Çevrim sayısı ve nominal gerilme büyüklüğü S-N eğrilerini meydana getirir. Hem çevrim sayısı hem de nominal yük doğal logaritma tabanlarında yazılırlar. S-N eğrileri oluşturabilmenin bir yolu yorulma deneyleri yapmaktır.



Şekil 4. 5 : XX eksenine dik doğrultudaki gerilme.

##### 4.4.1 Yorulma deneyleri

Yorulma analizleri yapılırken göz önünde bulundurulan en önemli hususlardan bir tanesi de sürekli dayanım sınırının (yorulma sınırı) belirlenmesidir. Bunun belirlenebilmesi için yorulma deney düzeneklerinden dolayısıyla yorulma makinalarından yararlanılmaktadır.

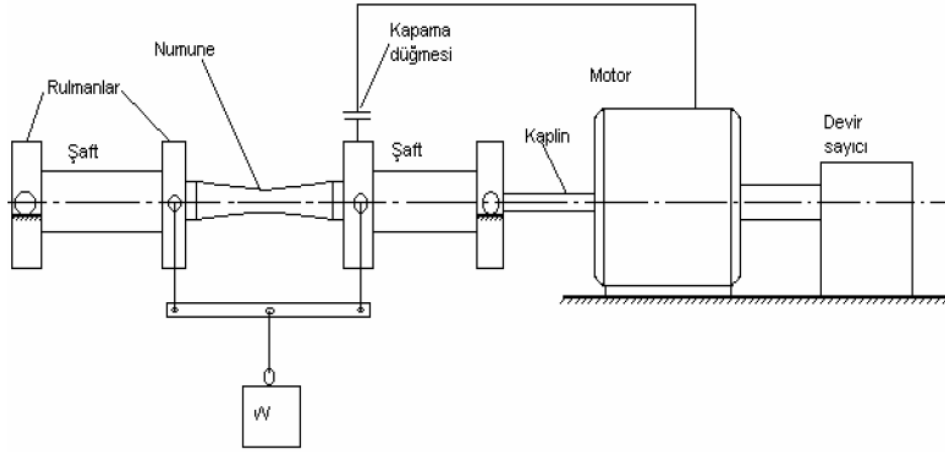
Yorulma deneylerinde kullanılan cihazlar çok çeşitli olmalarına rağmen, bu cihazları numuneye uyguladıkları gerilme türü açısından 4 ana grupta toplamak mümkündür.

- 1- Eksenel gerilmeleri (çekme-basma) uygulayan cihazlar
- 2- Eğilme gerilmesi uygulayan cihazlar
- 3- Burulma gerilmesi uygulayan cihazlar

#### 4- Birleşik gerilme uygulayan cihazlar

Olarak sınıflandırılabilir. Bir örnek verilecek olursa:

Günümüzde kullanılmakta olan en yaygın yorulma deneyi, numunenin dönerken birbiri arkasına eşit genlikte çekme ve basma gerilmelerine uğradığı döner mil deneyidir. Dönme sırasında sıfır değerindeki ortalama gerilme etrafında titreşen, değişen eğme gerilmeleri meydana gelir. Numune gittikçe azalan gerilme genliği ( $\sigma_a$ ) etkisinde kopmaya kadar muayene edilir ve kopma için gerekli yük tekrar sayısı tespit edilir. Devir sayısı 1000 d/d ile 10000d/d arasındadır. (1 devir =1 yük tekrarı) . Sınır yük tekrar sayısı  $N_G$  'ye erişen numuneler artık kopmazlar ve muayeneden çıkartılırlar.



**Şekil 4. 6 : R.R. Moore döner mil yorulma makinasının şematik gösterimi.**

Bu deney düzeneğinde iki milin uçlarına rijit olarak yerleştirilen numune sadece eğilmeye maruz kalmaktadır. Dönme esnasında üst kısmı daima basıya, alt kısmı daima çekmeye çalışılan numune yüzeyinin her noktasında sinüzoidal değişen bir gerilme doğar. Yükleme statik olduğundan sabit bir yükleme yapılabilir ve ortalama gerilme sıfırdır.

Bu ve benzeri deney düzenekleri ile numunelere uygulanan periyodik yüklemeler sonucu, kırılmaların olduğu N tekrar sayıları ölçülür.

#### 4.4.2 S-N eğrileri (Wöhler eğrileri)

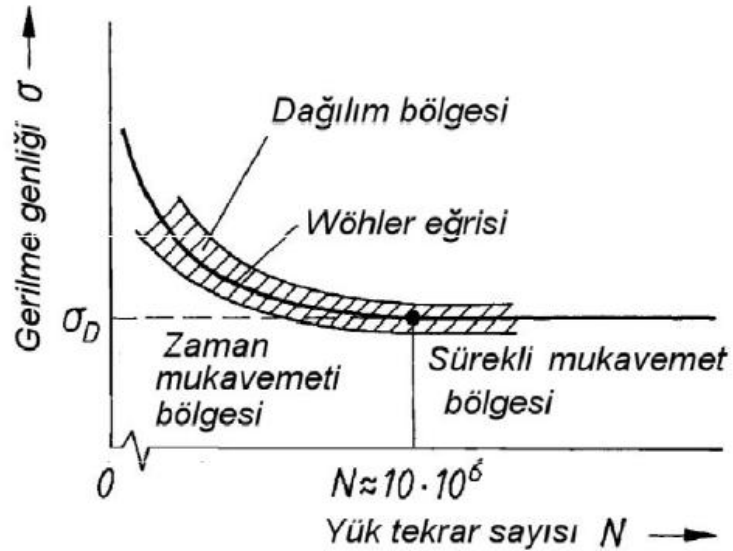
Yorulma deneyleri neticesinde farklı tipte malzemeler için yorulma sınırlarını belirlemek ve bu sınırlara göre gruplandırmalar yapabilmek amacıyla pek çok farklı diyagram oluşturulmuştur. Bunlardan en önemli olanı S-N diyagramlarıdır. Wöhler

eğrileri olarak da isimlendirilen bu diyagramlarda ‘S’ gerilme genliğini, ‘N’ ise çevrim sayısını göstermektedir.

Demir alaşımlı malzemelerde  $10^6$   $10^7$  tekrar sayılarında bu eğri yatay duruma gelmeye başlar. Malzemenin yorulma hasarına uğramadığı bu gerilmeye sürekli dayanım gerilmesi, yorulma limiti veya sonsuz yorulma dayanımı adı verilir. Bu gerilme değerinin altında, malzeme yükleme sayısına bağlı olmaksızın sürekli dayanır. Birçok demir esaslı alaşım yorulma limiti değerine sahiptir ve bu sınır yaklaşık olarak çekme dayanımının yarısıdır.

İstatistiksel olarak deney verilerindeki değişkenlik yorulma testlerinde sıklıkla karşılaşılan bir sorundur. Bu yüzden sonuçların kesinliği açısından ortalama 20 numune için her birinde 10 farklı yükleme seviyesi olmak üzere S-N eğrileri oluşturulmalıdır.

İlk bakışta ölçülen ömür değerlerindeki dağılma, özellikle apsis değerlerinin logaritmik skalada verilmesinden de anlaşılacağı üzere çok büyük görünebilir. Bilinen gerilme testlerindeki değişim katsayısı çok küçük değerlerde iken, yorulma testlerinde ömür değerlerinin ölçülen büyüklüğün katları mertebesinde değişmektedir. Bunun sebebi, sıradan gerilme testlerinde gerilme seviyeleri sadece belirli bir çevrim içinde ölçülmesi, yorulmada ise belirli bir gerilme değeri için dayanım ömrünün belirlenmeye çalışılmasıdır.

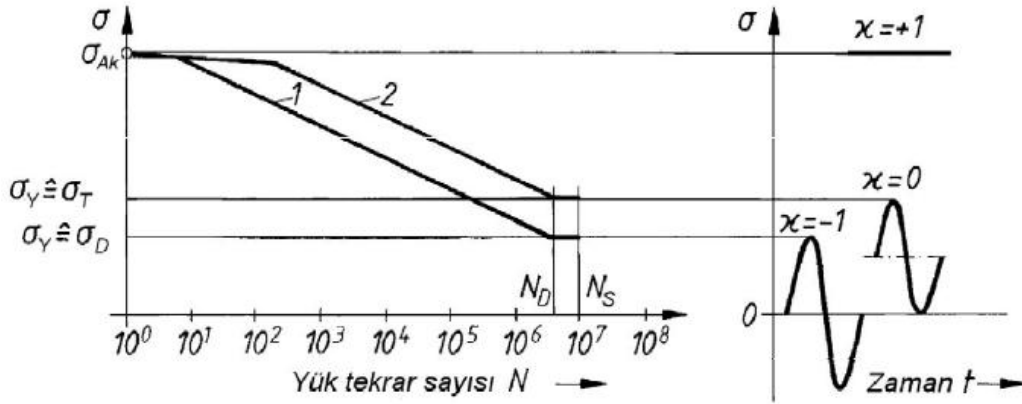


Şekil 4. 7 : Wöhler eğrisi.

Wöhler eğrisinin zaman mukavemeti bölgesinde ömür zamanla sınırlıdır. Belirli bir noktadan sonra şekilde gösterilen  $\sigma_D$  değeri aşılmadığı takdirde malzemenin pratik

olarak sonsuz ömre sahip olduğu söylenir. Bu gerilme değeri de yorulma sınırı olarak adlandırılır.

Wöhler eğrisi logaritmik skalada çizilirse anlaşılması daha kolay bir hale gelecektir.



Şekil 4. 8 : Logaritmik skalada wöhler eğrisi.

Bu eğride hem tam değişken hem de titreşimli zorlanma için eğriler aynı diyagramda gösterilmiştir. Çelikler için sürekli mukavemeti temsil eden yük tekrar sayısı  $10^7$  olarak kabul edilir. Hafif metaller için bu değer  $10^8$  dir.

Gerilme genliği sabit tutularak yapılan deneylerde elde edilen kırılma tekrar sayısı farklılık gösterir. Bundan dolayı Wöhler eğrileri çizilirken istatistiki ortalama alınır. Literatürde verilen yorulma değerleri genellikle %50 kırılma ihtimali olan değerlerdir.

Yükün tam bir devri için periyot  $T$  ile gösterilirse, frekans  $f = 1/T$  olur. Periyodik yüklemede  $\sigma_{max}$  ve  $\sigma_{min}$  sınırlarının aynı ya da farklı işaretli olması numunenin dayanımı üzerinde çok etkindir. İşaret değiştiren yükleme cisimde iç yıpranmayı artırır. Eğer  $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$  olursa buna tam harmonik titreşim denir. Keyfi bir periyodik yükleme, bir  $\sigma_m$  ortalama gerilmesinin üstüne bir harmonik gerilme değişiminin eklenmesiyle titreşim mukavemeti ( $\sigma_t$ ),

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(\omega t) \quad (4.8)$$

Elde edilir. Genlik gerilmesi  $\sigma_a$  azaltılarak, sürekli dayanım sınırına (yorulma sınırı) çekilirse,  $\sigma_a \rightarrow \sigma_a^s$  olur. O zaman belli bir sabit  $\sigma_m$  gerilmesi için,

$$\sigma_{max}^s = \sigma_m + \sigma_a^s \quad (4.9)$$

$$\sigma_{min}^s = \sigma_m - \sigma_a^s \quad (4.10)$$

İki tane sınır gerilme elde edilir. Burada,  $\sigma_{max}^s$  ve  $\sigma_{min}^s$ , sürekli üst dayanım ve sürekli alt dayanım sınırlarıdır. Yükleme süresince, malzemede güvenlik koşulu

$\sigma_{min}^s \leq \sigma(t) \leq \sigma_{max}^s$  sağlandığı kadar, tekrar sayısı ne kadar arttırılırsa arttırılsın cisim kopmaz. Sürekli dayanım sınırlarının dışında zorlanan cisimlerde sonlu bir  $n$  sayısından sonra yorulma meydana gelir.

#### 4.4.3 Ortalama gerilmenin etkisi

Aşağıdaki şekilde eşit gerilme genliğine ve farklı ortalama gerilme değerlerine sahip 3 farklı sinyal görülmektedir. Burada ortalama çekme gerilmesi değerinin en küçük olduğu durumda şekilde görüldüğü gibi yorulma ömrü diğerlerine göre daha uzun olacaktır.



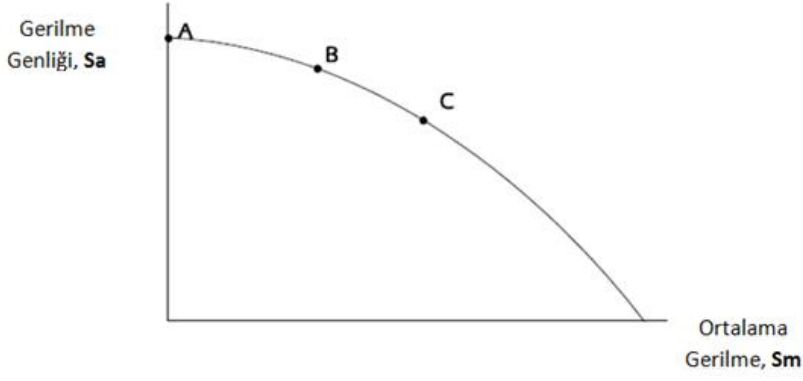
**Şekil 4. 9 :** Aynı gerilme genliği, farklı ortalama gerilmeler

Herhangi bir çevrim sırasında veriler, seçilen çevrim için ortalama gerilmenin etkisini gösterecek şekilde bir grafiğe aktarılabilir. Bu tip grafiklere, Haigh diyagramı ismi verilmektedir.

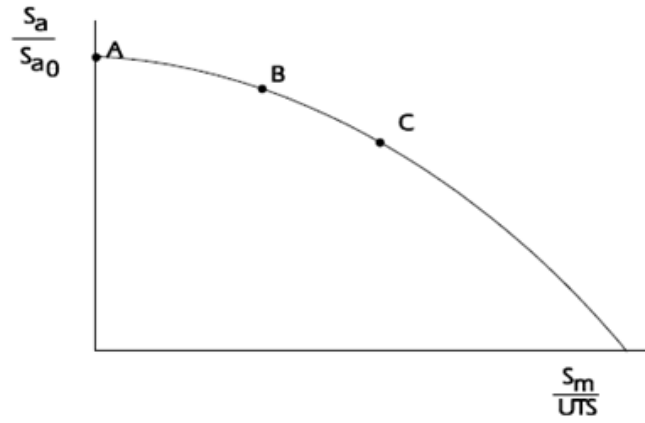
Eksenleri birimsiz yapabilmek için, düşey eksen  $\frac{S_a}{S_{a0}}$  oranıyla ifade edilebilir. Burada  $S_a$  gerilme genliği,  $S_{a0}$  ise ortalama gerilmenin sıfır olduğu durumdaki gerilme genliğidir.

Ortalama gerilmenin sıfır olduğu durumda bu oran 1 e eşittir. Ortalama gerilme eksenini birimsiz yapabilmek için, bu eksen maksimum çekme gerilmesi, (UTS) ne bölünür.

Şekil 4.15 te, ortalama gerilme ilişkisini açıklamakta en sık kullanılan iki eşitlik gösterilmiştir.



Şekil 4. 10 : Ortalama gerilmenin etkisi.



Şekil 4. 11 : Normalize edilmiş haigh diyagramı.

Bu konuda ortaya konulan başlıca eşitlikler şunlardır;

Pürüzsüz numuneler için, test verilerinin doğrusal bir dağılım izlediği Goodman denklemi;

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_{ult}} = 1 \quad (4.11)$$

Ve doğrusal olmayan Gerber denklemi;

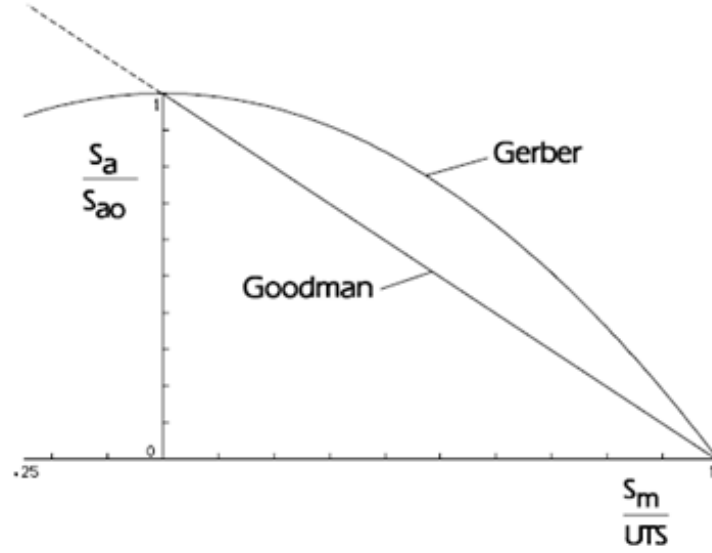
$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \left(\frac{S_m}{S_{ult}}\right)^2 = 1 \quad (4.12)$$

UTS nin yerine akma gerilmesinin kullıldığı Soderberg denklemi ise;

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_y} = 1 \quad (4.13)$$

Şeklindedir.

Soderberg denkleminin diğer eşitliklere göre daha konservatif olduğu kabul edilmektedir. Genellikle deney verilerinde, ortalama gerilme değerleri gerilme genliklerine göre daha küçük olduğundan Goodman veya Gerber eşitlikleri daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 4.17 de Goodman ve Gerber eğrileri karşılaştırılmaktadır.



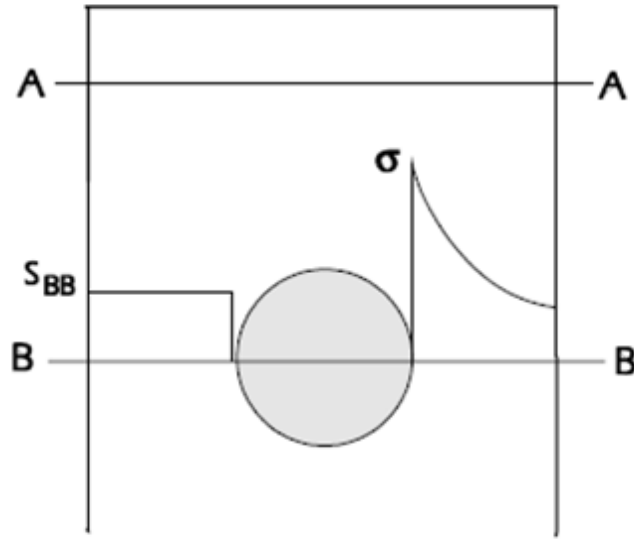
Şekil 4. 12 : Goodman ve Gerber diyagramlarının karşılaştırılması.

#### 4.4.4 Gerilme yığılmalarının uygulamaları

Birçok mühendislik parçaları deliklerde, yuvarlatmalarda ve yivlerde gerilme yığılmalarına maruz kalmaktadır. Örnek olarak, ortasında delik bulunan bir plakayı göz önüne alalım. Plakanın AA kesitindeki gerilme hesabı kolaylıkla hesaplanırken, deliği içeren BB kesitindeki gerilme hesabını yapabilmek AA kesitindeki kadar kolay değildir. BB kesitinde çıkan gerilme dağılımı daha karışık bir yapıya sahiptir. Deliğin uç noktasındaki gerilme değeri, diğer noktalardaki gerilme değerleriyle kıyaslandığında çok daha fazla olacaktır. Delik tarafından oluşturulan ya da deliğin sebep olduğu gerilme yığılması,  $K_t$  ;

$$K_t = \frac{\text{Delikteki Gerçek Gerilme}}{\text{BB kesitindeki ortalama gerilme}} \quad (4.14)$$

Her iki gerilme de elastik durumlar için hesaplanmıştır. Şekil 4.13, bu gerilme durumlarına ilişkin görsel ayrıntılar vermektedir.

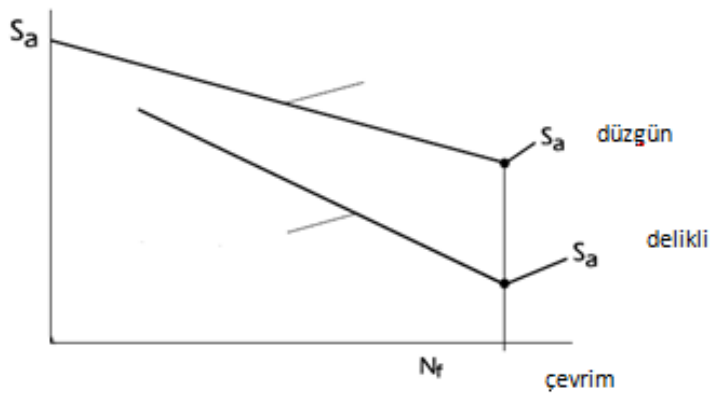


**Şekil 4. 13 :** Delik uç noktalarındaki gerilme durumları.

Örneğin üzerinde delik bulunan bir plak için S-N eğrisi test yardımıyla, grafikte kullanılan gerilme genliği değeri  $S_a$  ise şekil 4.13 de gösterilen BB kesitinden hesaplanarak elde edilebilir.

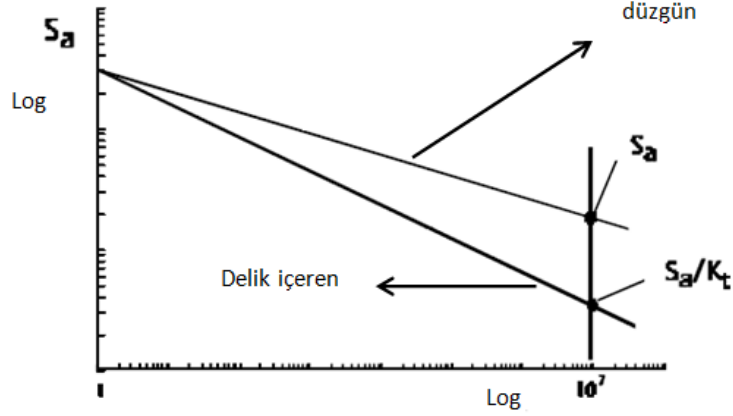
Yüksek dayanımlarda, yorulma direncindeki azalma, numunenin yorulma direnci,  $K_t$  değerine bölünerek elde edilebilir.

Kısa ömür değerlerinde ise, gerilme yığılması, yorulma direncinde daha küçük bir azalmaya sebep olur. Bunun sebebi de çatlaklar etrafındaki akmanın, gerilme yığılma faktörü  $K_\sigma$  'yı düşürmesidir.



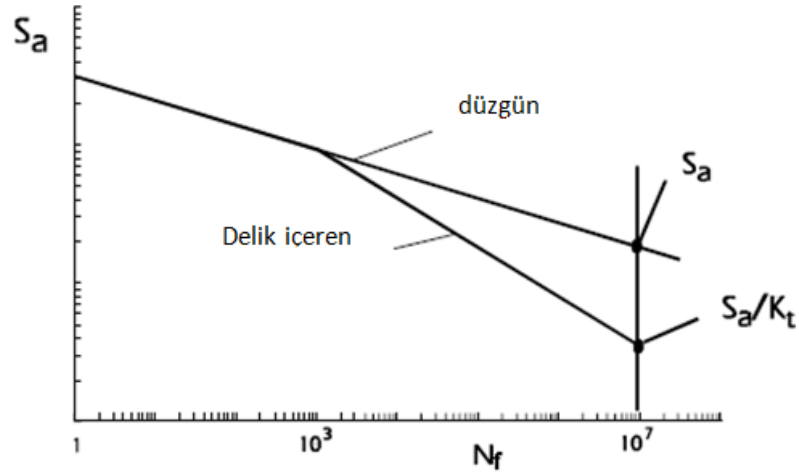
**Şekil 4. 14 :** Düzgün, pürüzsüz parça ile delikli parça arasındaki hasar çevrim sayıları.

Deliklerde oluşan plastisite etkisini göstermek için, çeşitli deneysel metotlar önerilmiştir. Bunlardan en basit olanı,  $N_f = 1$  ve  $N_f = 10^7$  çevrim değerleri arasındaki lineer değişimden yola çıkarak,  $N_f = 1$  çevrim değerinde, gerilme yığılmasının hiçbir etkisi olmadığını varsayılmasıdır.



Şekil 4. 15 :  $10^7$  çevrim arası limitin lineer değişmesi.

Alternatif bir yöntem de, gerilme yığılmasının,  $N_f = 10^3$  çevrim değerinin altında dayanıma bir etkisi olmadığını varsaymaktadır.

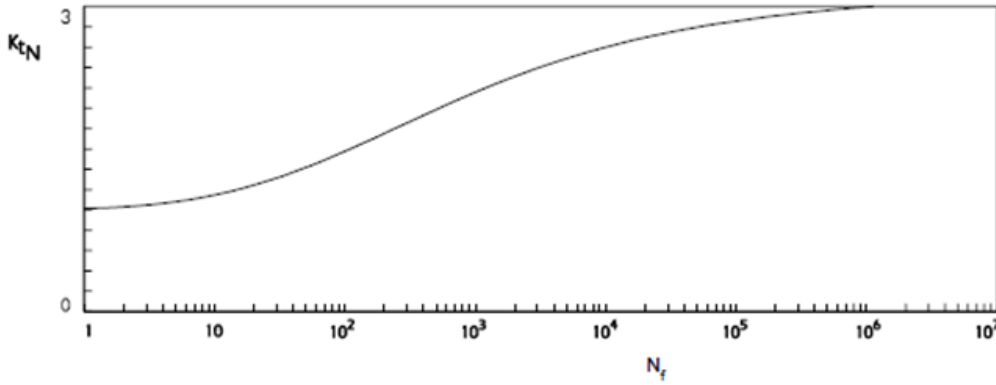


Şekil 4. 16 : 1- $10^3$  çevrim arası gerilme yığılmasının etkisi.

Peterson, herhangi bir dayanımdaki etkin gerilme yığılması  $(K_t)_N$  'nin

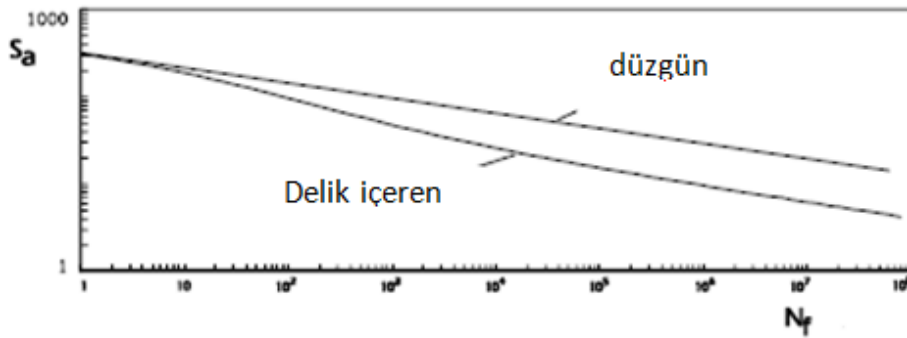
$$(K_t)_N = 1 + \frac{K_t - 1}{0.915 + \frac{200}{(\log N)^4}} \quad (4.15)$$

şeklinde ifade edilebileceğini önermiştir. Burada  $K_t$ ,  $10^7$  çevrim değerindeki gerilme yığılma faktörüdür. Bu ilişki yorulma analizlerinde çok yaygın bir biçimde kullanılmaktadır. Şekil 4.11 de  $K_t = 3$  değeri için, bu ilişkinin grafiği görülmektedir.



**Şekil 4. 17 :** Peterson'a göre gerilme yığılma faktörünün çevrim sayılarına göre değişimi ( $K_t=3$ ).

Şekil 4.17 de ise  $K_t = 3$  değeri için Peterson eşitliği kullanılarak çizilen S-N eğrisi görülmektedir.

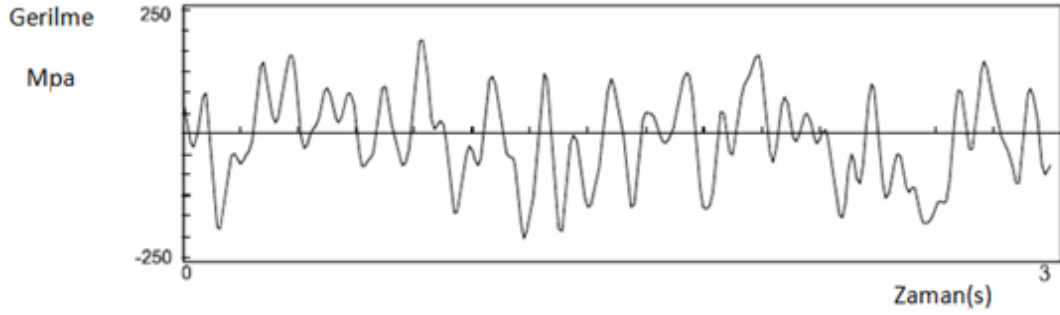


**Şekil 4. 18 :** Delikli ve yüzeyi pürüzsüz parçaların peterson'a göre limit dayanıklılık eğrileri.

#### 4.5 Karışık yükleme durumları

Gerçek hayatta karşımıza çıkan yükleme durumları, genellikle sabit genlikli, ortalama gerilme değeri sıfıra eşit olan sinüs eğrisi şeklinde değildir. Ortalama gerilme değerleri sıfıra eşit değildir ve sabit genlikli değildirler. Bu forma sahip gerilme durumlarına ait S-N eğrilerini oluşturabilmek için,

- Ortalama gerilme değeri sıfır olan yorulma verilerini, ortalama gerilmesi sıfırdan farklı olan çevrimlere uygulayacak bir yöntem ve
- Sabit genlikli testlerden elde edilen yorulma verilerini, değişken genlikli sinyallere uygulayacak bir metot.



**Şekil 4. 19 :** Karışık yükleme durumlarına ilişkin gerilme - zaman grafiği örneği.

#### 4.5.1 İki eksenli gerilme durumu ve yorulmayla ilişkisi

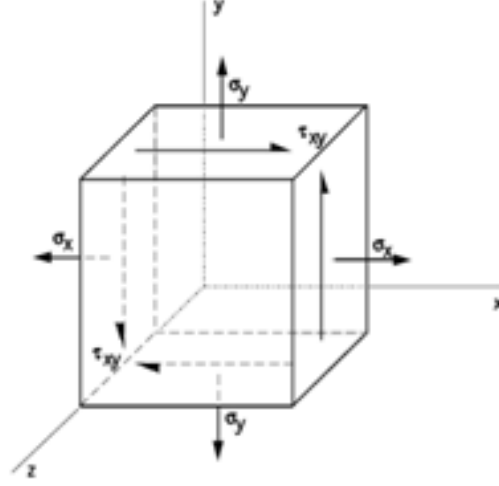
Şuana kadar sadece tek eksenli gerilme durumlarına ilişkin yorulma ilişkileri irdelenmiştir. Genel durumda birçok parça, eğilme ve burulma zorlanmaları altında çalışırlar ve en azından kritik gerilmelerin olduğu dış yüzeylerde genellikle iki eksenli gerilmeye maruz kalırlar. Krank milleri, akslar, şaftlar gibi yorulma dayanımının önemli olduğu parçalar bu şekildeki gerilmelerle zorlanırlar.

Tek eksenli gerilme durumlarında kullanılan metotların iki eksenli gerilme durumlarına zorlanan bileşenlere uygulanması yorulma ömrü tahminlerinin yapılabilmesini oldukça kolaylaştırmaktadır. Genel olarak iki eksenli gerilme durumunda zorlanan bir bileşen, tek eksenli gerilme durumuna ilişkin teorik yaklaşımlarla irdelendiğinde, tahmin edilenden daha kısa sürede hasara uğrayacaktır.

Çok eksenli yorulma durumlarıyla ilgili çalışmalar genellikle malzemelerde oluşan çatlak başlangıçlarının gözlemlenmesiyle yakından ilgilidir. Kırılgan metallerde bu çatlak oluşumları, maksimum eksenel gerilme ve uzamaların olduğu düzlemlere bağlı iken sünek malzemelerde bu olay daha çok kayma gerilmeleri ve kayma doğrultuları ile ilgilidir.

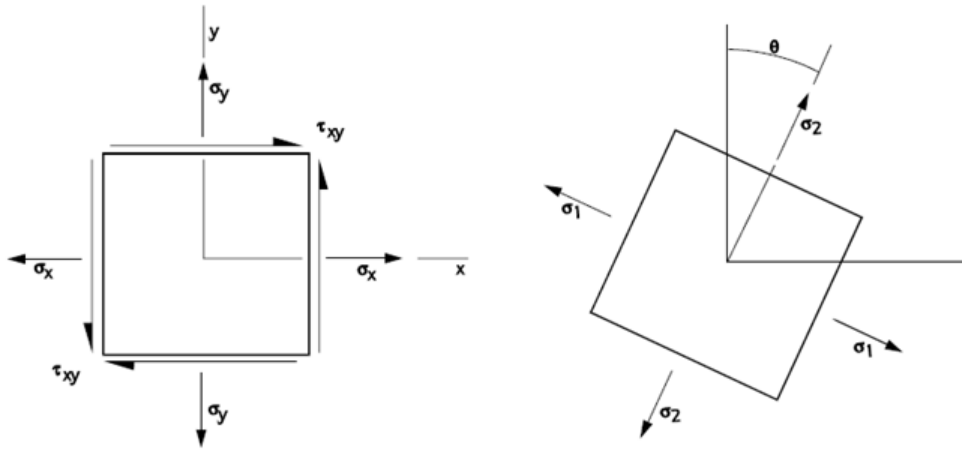
#### 4.5.2 Düzlemsel şekil değıştirme ilişkileri

Düzlemsel gerilme durumları bileşenin yüzeyine etkirler. Şekil 3.18’de X ve Y yüzey normallerine etkiyen çekme ve kayma gerilmeleri görölmektedir.



Şekil 4. 20 : İki eksenli gerilme durumu.

Üçüncü yüzeyde herhangi bir gerilme olmadığından, şekil 16, iki boyutlu olarak temsil edilebilir.



Şekil 4. 21 : İki eksenli gerilme durumunun iki boyutta gösterimi.

$\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilmeler olmak üzere,

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.16)$$

Formülüyle hesaplanabilir. Maksimum kayma gerilmesi ise,

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.17)$$

Formülüyle ifade edilmektedir. Maksimum ve minimum kayma gerilmeleri, asal eksenin  $45^\circ$ 'lik açılarında meydana gelir ve birbirlerine boyut olarak eşit ters işaretlidirler. Eğer asal gerilmelerin farkı alınırsa;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.18)$$

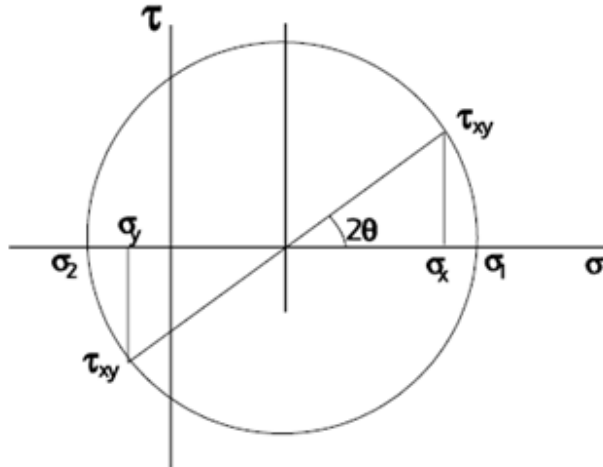
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.19)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.20)$$

İfadesi elde edilecektir. Bu ifade de sağ taraf  $2\tau_{max}$ 'a eşit olduğu görülmektedir. Bu sebeple  $\tau_{max}$ ;

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (4.21)$$

Olacaktır. Düzlemsel gerilme durumlarında meydana gelen bu maksimum kayma gerilmesi,  $\theta = \pm 45^\circ$ 'lik açılarda ortaya çıkar.



Şekil 4. 22 : Mohr çemberi iki eksenli gerilme durumu.

#### 4.5.3 Çok eksenli durumda eşdeğer gerilme ya da şekil değiştirme ile yorulma hesabı

Yorulma çatlakları genelde, malzemelerin dış yüzeylerinde oluşmaya başlar. Yüzeylerde oluşan gerilme dağılımlarının düzlemsel gerilmeler olduğu kanıtlanmıştır. Genellikle yüzeylerde oluşan birim uzamalar 3 eksenli olmaktadır. Çok eksenli yorulma teorileri de genellikle bu koşula odaklanmaktadır. Tek eksenli gerilme durumu için birim uzama-ömür eşitliği;

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.22)$$

Şeklindedir. Burada;

$\Delta \varepsilon$  uygulanan şekil değiştirme aralığı,

$2N_f$  ani değişikliklerde limit dayanıklılıktır (ömür),

$\sigma'_f$  yorulma gerilmesi sabiti(limit dayanıklılık sabiti),

$\varepsilon'_f$  yorulma süneklik sabiti,

b yorulma gerilmesi üssü,

c yorulma süneklik üssüdür.

Çok eksenli durumda yorulma analizi yapabilmek için dikkat edilmesi gereken önemli noktalar şunlardır:

1. Tek eksenli durumdaki gerilmeler için yorulma ömrü düzgün bir şekilde hesaplanmalı,
2. Gözlemlere dayanarak belirlenen çatlak ilerleme yönü doğru olmalıdır.
3. Tek eksenli yükleme durumu için elde edilen malzeme özellikleri çok eksenli duruma adapte edilebilmelidir.

#### 4.5.4 Asal şekil değiştirme kriteri

Bu kritere göre, yorulma çatlakları asal şekil değişiminin maksimum olduğu yüzeylerde, yüzeye dik olarak oluşurlar.

Burada ömür ifadesi;

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.23)$$

Şeklinde. Yüksek çevrim sayılı yorulma durumlarında bu formül;

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad (4.24)$$

halini alır. Ayrıca eşdeğer bir formül olarak;

$$\frac{\Delta \sigma_1}{2} = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (4.25)$$

Yazmak mümkündür. Çok yüksek çevrimli yorulma durumlarında, gerilme ve şekil değiştirme arasındaki değişim ya da benzeşim doğrusal bir yapıdadır. Bu nedenle, elastik yerel gerilmeler, şekil değiştirme yerine gerilme kullanılarak doğrudan ve neredeyse sıfır hata payı ile hesaplanabilirler.

Asal şekil değiştirme analizi, dökme demir veya yüksek mukavemetli çelikler gibi “kırılgan” malzemeler için kullanılır. Sünek malzemeler için önerilen bir yöntem değildir.

#### 4.5.5 Asal gerilme kriteri

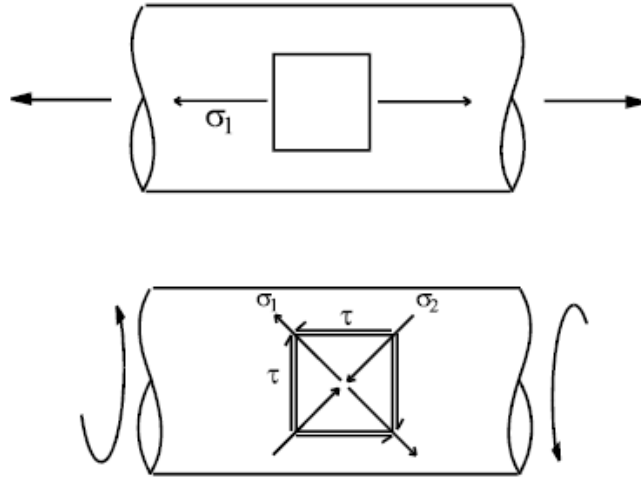
2 eksenli gerilme durumlarında asal gerilmelerin;

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.26)$$

formülü yardımıyla hesaplanabileceği önceki kısımlarda belirtilmişti. Sadece burulma zorlanmasına maruz bırakılan bir şaft düşünüldüğünde,  $\tau$ 'nın kaytma gerilmesi olduğu bilindiğine göre, daha önce belirtilmiş olan formüllerden, asal gerilmelerin,

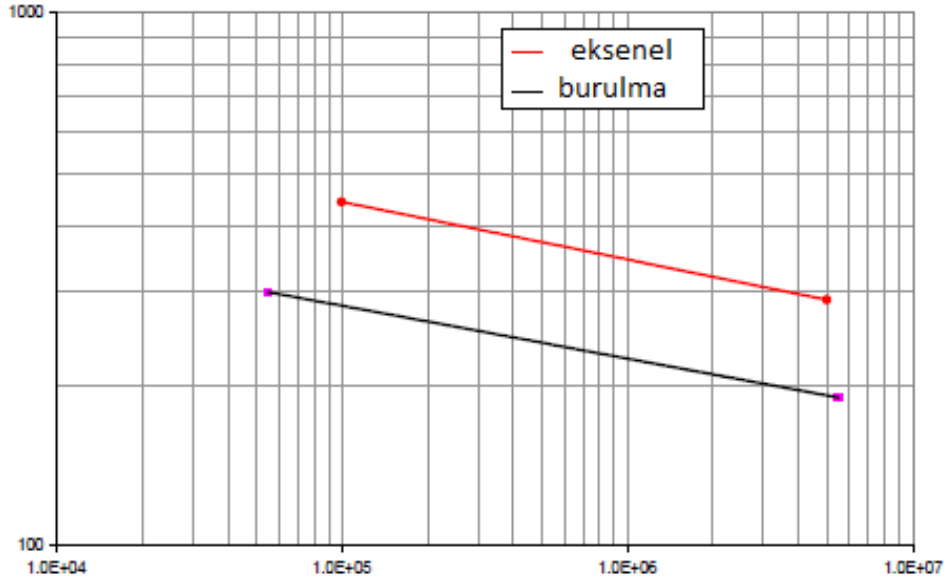
$$\sigma_{1,2} = \pm \sqrt{\tau_{1,2}^2} \quad (4.27)$$

İle bulunacağı görülmektedir. Buradan çıkan sonuç, asal gerilmelerin birbirlerinin ters işaretlisi olacaktır. Yani yorulma ömrü hesabında asal gerilme kriterinin uygulanması, burulma zorlanması halinde yorulma sınır gerilmesi ile tek eksenli zorlanma durumundaki yorulma gerilmesinin (sınır değerinin) aynı olmasıdır. Fakat formüle dayandırılan bu gerçeğin testlerde aynı sonucu vermediğini belirtmek gerekmektedir. Şekil (4.21) 'deki ilk resim tek eksenli zorlanma durumuna, ikinci resim de burulma zorlanmasına aittir.



**Şekil 4. 23 :** Burulma ve tek eksenli zorlama durumları.

Şekil (4.21) sık kullanılan St 37 çeliğine uygulanan iki yorulma ömrü hesabını göstermektedir. Analizlerin biri tek eksenli gerilme durumu için uygulanmış, diğeri de burulma zorlanması halinde uygulanmıştır.



**Şekil 4. 24 :** Tek eksenli zorlanma ile burulma zorlanmasının yorulma ömrünün karşılaştırılması.

Grafikten burulma zorlanması halinde ortaya çıkan yorulma sınır gerilme değerinin, tek eksenli zorlanma durumundaki değerden daha az olduğu görülmektedir. Burulma zorlanması için müsaade edilen değer, tek eksenli zorlanma hali için müsaade edilen değer yaklaşık olarak % 60 'ı kadardır. 1/0.6 düzeltme faktörü ile, tek eksenli

gerilme hali için bulunan sınır değeri, burulma zorlanmasına maruz bırakılan bileşen için kullanabiliriz.

Asal gerilme kriterinin bu sebeple yüksek yorulma ömürleri için kullanılmaması önerilmektedir. Bu da asal gerilme kriterinin sadece gevrek özellikteki malzemeler için kullanılabileceği anlamına gelmektedir. Örnek olarak, dökme demir verilebilir.

#### 4.6 Brown Miller Şekil Değiştirme Kriteri

Brown-Miller eşitliğine göre maksimum yorulma hasarı, maksimum kayma şekil değiştirme genliğine sahip yüzeyde oluşur. Hasar, bu kayma şekil değiştirmesinin ve kayma şekil değiştirmesinin bulunduğu yüzeye dik olan şekil değiştirmenin fonksiyonudur.

Maksimum kayma şekil değiştirmesine  $\gamma_{max}$  ve bu kayma şekil değiştirmesinin bulunduğu düzleme dik olan şekil değiştirmeye de  $\varepsilon_n$  diyelim. Mohr çemberinden

$$\frac{\gamma_{max}}{2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}, \quad \varepsilon_n = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \quad (4.28)$$

olarak bulunur.

Tek eksenli gerilme durumu için,

$$\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1 \quad \varepsilon_3 = -\nu\varepsilon_1 \quad (4.29)$$

olduğu daha önce bahsedilmişti. Böylelikle maksimum kayma şekil değiştirmesi,

$$\gamma_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = (1 + \nu)\varepsilon_1 \quad (4.30)$$

olarak bulunur. Maksimum kayma şekil değiştirmesinin bulunduğu yüzeye dik olan eksendeki şekil değiştirme,

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} = \frac{(1 - \nu)\varepsilon_1}{2} \quad (4.31)$$

olarak elde edilir. Şekil değiştirme – yorulma ömrü eşitliği kayma şekil değiştirmesi ve buna dik olan eksendeki normal şekil değiştirmesi ile tekrar yazıldığında,

$$\frac{\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = C1 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + C2 \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.32)$$

Elastik                      Plastik

Plastik şekil değiştirme için poisson oranı 0.5 ve elastik şekil değiştirme için poisson oranı 0.3 alındığında C sabitleri çözülür ve formül,

$$\frac{\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = 1,65 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + 1,75 \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.33)$$

haline gelir. Bu formülasyon, Kandil, Brown ve Miller tarafından ortaya atılmıştır. C1 sabitinin 1.65 ve C2 sabitinin 1.75 olarak bulunması, yorulma çatlaklarının maksimum kayma şekil değiştirmesinin bulunduğu yüzeyden başladığı esasına dayandırılmaktadır.

Brown-Miller kriterinde plastik şekil değiştirmenin kullanılması, bu kriterin daha çok sünek malzemelerde yorulma analizi için kullanıldığını kanıtlar. Brown-Miller kriteri gevrek malzemelerde yorulma analizi yapmak için uygun bir kriter değildir.

#### 4.7 Ortalama Gerilmenin Yorulmaya Etkisi

Meydana gelen en büyük hasarın kayma şekil değiştirmelerinden kaynaklandığı malzeme türleri için, Fatemi ve Socie;

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_y}\right) = \frac{\tau'_f}{E} (2N_f)^b + \gamma'_f (2N_f)^c \quad (4.34)$$

eşitliğini ortaya koymuşlardır. Burada;

$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2}$  = maksimum kayma şekil değiştirme genliği,

$\sigma_n$  = Maksimum kayma şekil değiştirme genliğinin bulunduğu düzleme dik gerilme,

$\sigma_y$  = Tek eksenli durumdaki akma dayanımıdır.

Son zamanlarda, kayma şekil değiştirmesinin baskın olduğu yorulma çatlakları için daha verimli yöntemler geliştirilmiştir. Bunlardan bir tanesi Morrow tarafından Brown-Miller Şekil Değiştirme-Yorulma Ömrü eşitliğine uygulanmıştır. Morrow, eşitliğe ortalama gerilmenin de etkisini katarak, eşitliğin daha güvenilir sonuçlar vermesini sağlamıştır. Morrow tarafından geliştirilen formül,

$$\frac{\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\epsilon_n}{2} = 1,65 \frac{\sigma'_f - \sigma_{n,m}}{E} (2N_f)^b + 1,75 \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.35)$$

Şeklindedir. Burada,

$\sigma_{n,m}$  = Yüzeyde oluşan ortalama normal gerilmedir.

#### 4.8 Miner's Şekil Değiştirme Yasası

Yorulma evresi boyunca çevrimli yük değerlerinin değişimi, 'cumulative damage model' denilen modelin ortaya konmasına sebep olmuştur. Örneğin  $\sigma_1$  gerilme değerinde parçanın ömrü  $N_1$  sayıda çevrim, aynı şekilde  $\sigma_2$  değerinde  $N_2$  olsun.

Eğer yorulma boyunca hasar sabit bir oranda artıyorsa ve  $\sigma_1$  değerinde  $n_1 < N_1$  olacak şekilde  $n_1$  sayıda çevrim uygulanıyorsa,  $n_1/N_1$  gibi bir ömür oranından bahsedilebilir.  $\sigma_2$  değerinde ne kadar ek çevrim uygulanabileceği aşağıdaki eşitlikle belirlenebilir.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1 \quad (4.36)$$

Burada kullanılan çevrim sayılarının logaritmik cinsten olmadığını söylemek gerekir. Eğer (4.36) denklemi  $n_2$  için çözülürse;

$$n_2 = (1 - n_1/N_1) \quad (4.37)$$

Dolayısıyla Miner's yasası:

$$\sum \frac{n_j}{N_j} = 1 \quad (4.38)$$

Olarak elde edilir.

#### 4.9 Şekil Değişimi - Ömür Yöntemine Göre Yorulma Analizleri (Strain Based Fatigue)

Buraya kadar olan kısımlarda gerilme-yorulma ömrü ilişkilerine göre yorulma analizlerinin nasıl yapıldığı anlatılmıştır. Bir diğer yöntem ise, yorulma ömürlerinin hesaplanmasında şekil değişimi-ömür ilişkilerinden faydalanılmasıdır.

Şekil değişimi-ömür yöntemine göre yapılan yorulma analizleri, malzemelerin çevrimsel elastik-plastik şekil değişimlerine olan tepkilerinin ve bu şekil değiştirmeler ile yorulma ömrü arasındaki ilişkinin bilinmesini gerektirmektedir. Şekil değişimi- ömür yöntemine göre yapılan yorulma analizlerinde, yorulma ömürleri şekil değişimlerinden yola çıkılarak hesaplanmakta ve özellikle çentik içeren parçaların yorulma ömürlerinin hesaplanmasında gerilme konsantrasyon faktörlerini kullanılmaktadır.

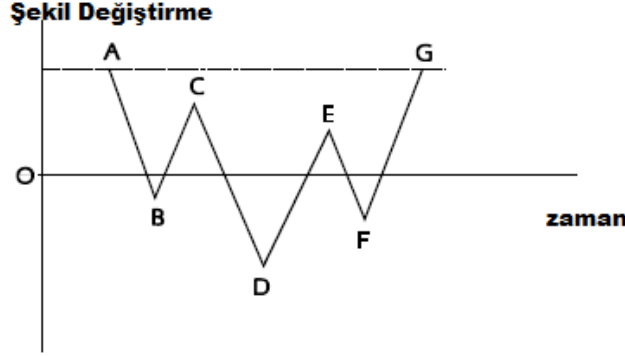
Bu yöntem genellikle şekil değişimlerinin strain geyçler yardımıyla ölçülebildiği pratik yorulma uygulamaları için elverişlidir. Her bir bölgede oluşan gerilme ve şekil değişimlerini düzgün olarak gösterdiklerinden sonlu eleman modelleri de bu yöntem için oldukça kullanışlıdır.

Bu yöntem için kullanılan, kritik bölgelerdeki gerilme ve şekil değişimleri, yerel gerilme ( $\sigma$ ) ve yerel şekil değişimi( $\epsilon$ ) olarak, çentiklerden etkilenmeyen uzak

bölgelerdeki gerilme c-ve şekil değişimleri ise, nominal gerilme(S) ve nominal şekil değişimleri( $\epsilon$ ) olarak isimlendirilmektedirler.

Bu yöntem yardımıyla yapılan analizlere kısa bir örnek vermek gerekirse;

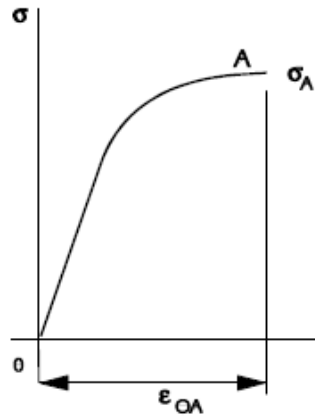
Aşağıda görüldüğü gibi bir şekil değiştirme verisine sahip olan bir çevrim düşünelim;



**Şekil 4. 25 :** Bir çevrim örneği.

Bu durumda A noktasındaki gerilme değeri;

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{\left( \frac{1}{n'} \right)} \quad (4.39)$$

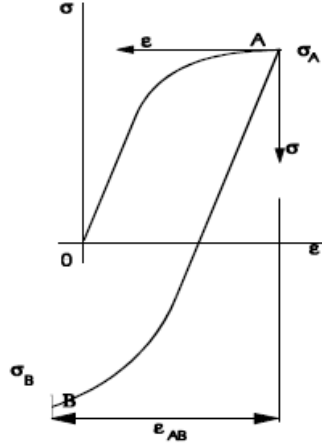


**Şekil 4. 26 :** A noktasının gerilme şekil değiştirme grafiği.

formülü yardımıyla hesaplanabilir. A noktası çevrimin orijin noktası olarak kabul edilirse, A noktasından B ye kadar olan birim uzama eğrisi histeresiz çevrimine benzer bir yol izleyecektir.

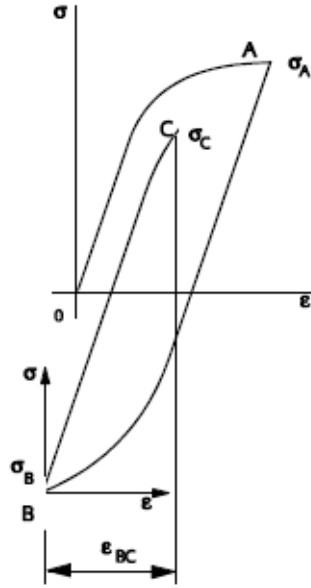
Bu durumda B noktasının gerilme değeri A noktasındaki gerilmeden A-B noktaları arasındaki gerilme değişimi çıkarılarak elde edilebilir.

$$\Delta \epsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + 2 \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{\left( \frac{1}{n'} \right)} \quad (4.40)$$



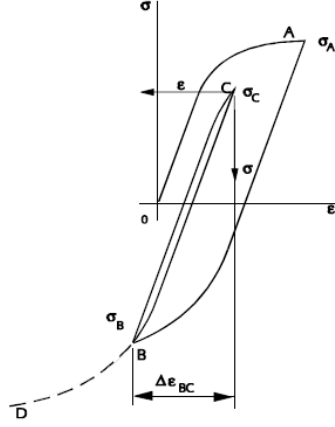
**Şekil 4. 27 :** A-B noktaları arasındaki değişim.

B-C arasındaki değişim için ise B noktası yeni bir orijin noktası olarak seçilir, bu noktalar arasında meydana gelen birim uzama x ekseninde gösterilmiştir. Gerilme değişimi ise histeresiz çevrimi denkleminde elde edilebilir. Daha sonra bu gerilme değişimi B noktasındaki gerilme değerine eklenerek C noktasındaki gerilme bulunmuş olur.



**Şekil 4. 28 :** A-B-C noktaları arasındaki değişim.

Bu işlem yapıldığında B-C arasındaki değişim yukarıda görülen şekildeki gibi olacaktır.



**Şekil 4. 29 :** A-B-C ve D noktaları arasındaki değişim.

Yukarıda görüldüğü üzere C-D noktaları arasındaki eğri kapalı bir çevrim oluşmasına sebep olmaktadır. B noktası bu çevrimin alt noktası C ise üst noktasıdır. Oluşan bu kapalı eğri bir yorulma çevrimidir, dolayısıyla burada meydana gelen yorulma hasarı hesaplanabilir.

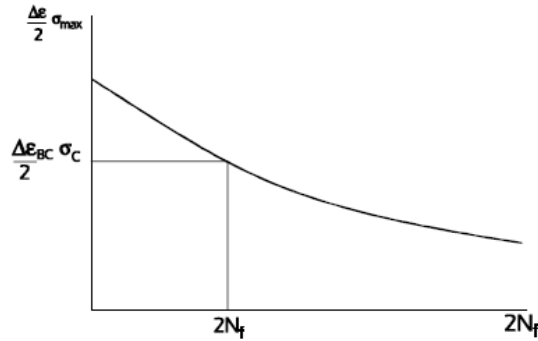
Birim uzama-ömür hesaplamaları için, uzama miktarı  $\Delta\epsilon_{BC}$  ikiye bölünür ve uzama genliği  $\frac{\Delta\epsilon}{2}$  ve  $2N_f$  ters çevrimleri;

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.41)$$

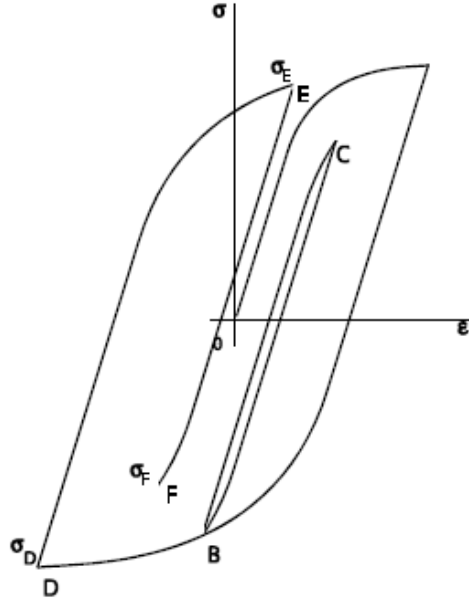
Formülü yardımıyla elde edilir. Smith-Watson-Topper ortalama gerilme katsayısı kullanıldığında, gerilme genliği maksimum gerilme değeriyle  $\sigma_{max}$  çarpılır bu da söz konusu çevrimdeki C noktasındadır. Böylece  $2N_f$  değerleri;

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} \sigma_{max} = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \epsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (4.42)$$

Şeklinde tanımlanan Smith-Watson-Topper denklemi yardımıyla hesaplanır.



**Şekil 4. 30 :** Maksimum gerilme değerleriyle çarpılan birim uzamaların, ters çevrimlere oranla değişimi.



**Şekil 4. 31 :** E noktasına kadar meydana gelen çevrim.

Miner's deformasyon yasasına göre yorulma hasarı  $\frac{n}{N_f}$  olacaktır ve bu durumda çevrim sayısı 1 e eşit olduğu için yorulma hasarı  $\frac{1}{N_f}$  e eşittir.

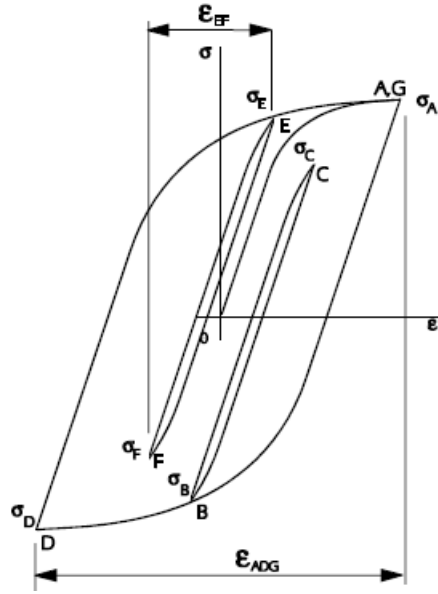
C-D çevrimi A-D arasında meydana gelen uzaman değişimini kesintiye uğratmaktadır. D noktası A noktasından başlayan ve A-D noktaları arasındaki uzama değişimine sahip olan histeresiz eğrisi yardımıyla hesaplanabilir.

D-E ve E-F noktaları arasındaki şekil değişimleri E ve F deki gerilme değerlerini hesaplayabilmek amacıyla kullanılmaktadır. E ve F noktaları arasında da C-D arasındakine benzer biçimde bir kapalı çevrim meydana gelir ve benzer şekilde hesaplanabilir.

E-F arasındaki çevrimden sonra F ve G noktaları arasında oluşan eğri çevrimi kapatmaktadır. Eğer hesaplamalar doğruysa G ve A'nın aynı noktada çakışması gerekmektedir.

Bu bilgiler çerçevesinde ve Miner's deformasyon yasası yardımıyla bu sinyalin meydana getirdiği toplam hasar: B-C + E-F + A-F-G çevrimleri arasında meydana gelen hasar miktarlarının toplamına eşit olacaktır.

$$\sum \frac{n}{N_f} = \left( \frac{1}{N_f} \right)_{B-C} + \left( \frac{1}{N_f} \right)_{E-F} + \left( \frac{1}{N_f} \right)_{A-D-G} \quad (4.43)$$



Şekil 4. 32 : A-G noktaları arasında oluşan kapalı çevrim.

Sinyalin uzama genliği  $\frac{\epsilon_{ADG}}{2}$  ye , Smith-Watson-Topper parametresi ise  $\sigma_A$ ya eşittir.

#### 4.10 Çevrim sayma yöntemleri

Tüm çevrim sayma yöntemlerinin amacı, değişken genlikli yükleme durumlarının ve sabit genlikli yük çevrimlerinden elde edilen eğrilerin, yorulma verilerine olan etkilerini karşılaştırmaktır.

Lineer deformasyon kuralının ( $\sum n_i/N_{fj} = 1$ ) uygulanabilmesi için, hasarın olduğu duruma ait, ortalama gerilme, gerilme genliği veya deformasyon miktarının bilinmesi gerekir.

Değişik çevrim sayma yöntemleri, yorulma ömrü belirlenmesinde önemli farklılıkların oluşmasına sebep olurlar.

İyi bir çevrim sayma yönteminin, her bir çevrimi, bir tepe noktasından bir sonraki çukur noktasına kadar olan bir aralıkta sayması ve önceden sayılan kısımların sonraki çevrimlerde, maksimum veya minimum noktalarından daha yüksek veya daha düşük değerler alıp almadıklarına bakması gerekmektedir. Ayrıca çevrimler bir defa sayılmalıdır.

Bu amaçla kullanılan çeşitli çevrim sayma yöntemleri:

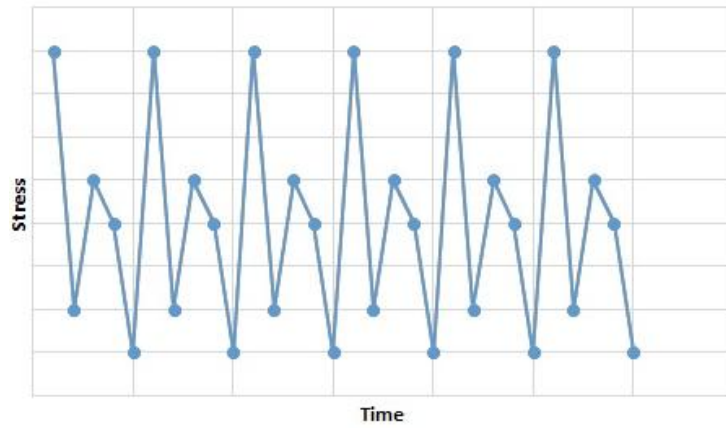
- 1) Rainflow metodu:
- 2) Rainflow yönteminin benzeri metotlar
  - a) Range – pair yöntemi

- b) Racetrack yöntemi
- 3) Diğer yöntemler
  - a) Level – crossing yöntemi
  - b) Peak – counting yöntemi

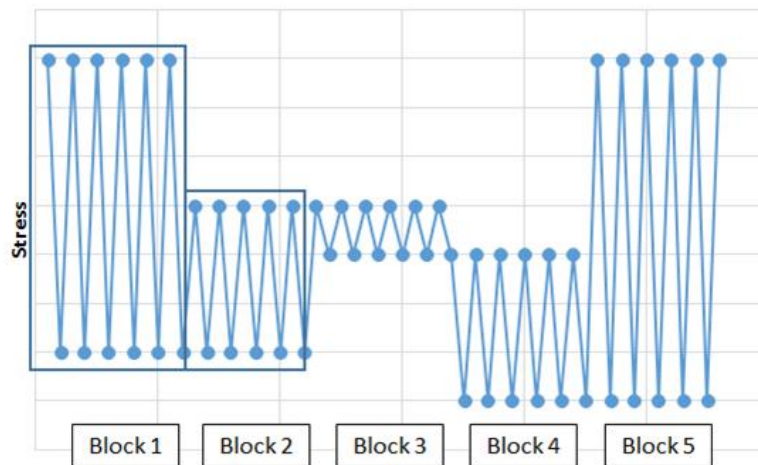
#### 4.10.1 Rainflow counting metodu

Düşey eksen zamanı gösterecek şekilde düzenlendiğinde, gerilme-zaman şekil değiştirme- zaman veya kuvvet-zaman grafiklerinde grafik çizgileri, çatıdan aşağıya doğru akan yağmur damlalarına benzer bir profil izlerler. Bu yüzden bu yöntem ‘Rainflow-Counting method’ olarak isimlendirilmiştir.

Rainflow counting algoritması, yorulma analizlerinde en yaygın olarak kullanılan yöntemdir. Bu yöntemde değişken gerilme spektrumları basit gerilme değişimlerine indirgenir. Daha önce açıkladığımız Miner’s kuralının uygulanmasına olanak verdiği için önemlidir.



Şekil 4. 33 : Rainflow-counting metodu.



Şekil 4. 34 : Rainflow-counting metodu (bloklar halinde).

$$B \left( \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \dots + \frac{N_k}{N_{fk}} \right) = 1 \quad (4.44)$$

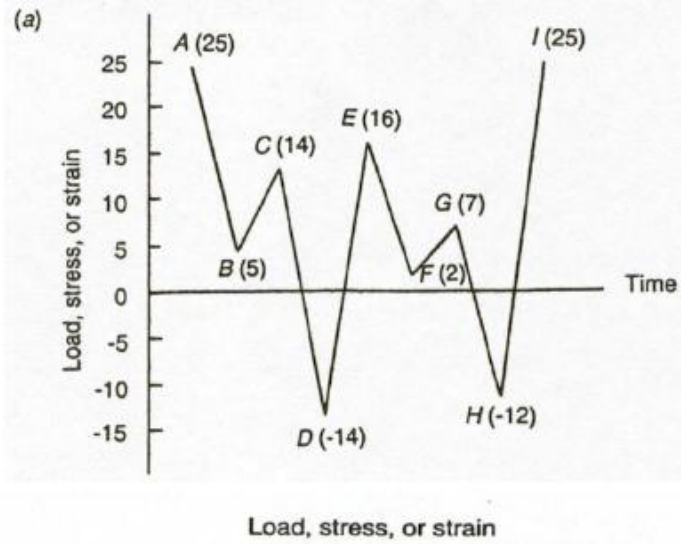
Bu eşitlikte:

B= blok sayısı

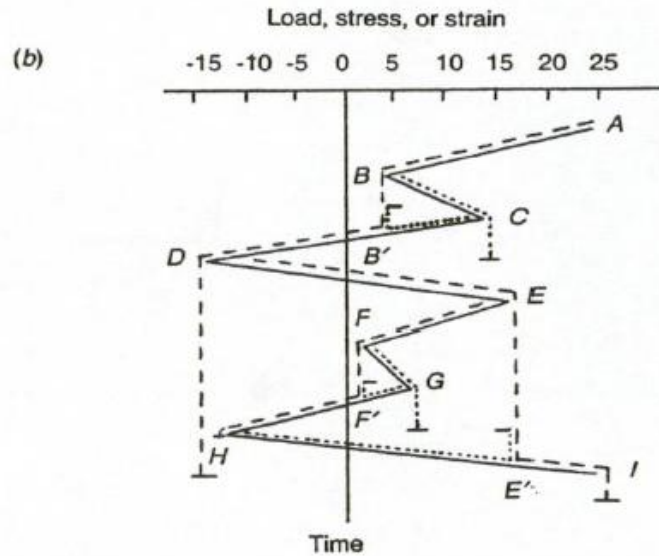
$N_k$  = k' inci yükleme koşulundaki çevrim sayısı

$N_{fk}$  = k' inci yükleme koşulunda, kopmaya kadar geçen çevrim sayısı

Şekilde 4 tepe ve 4 çukur noktası için yöntemin bir uygulaması gösterilmiştir.



Şekil 4. 35 : Rainflow yönteminin uygulaması (1.örnek).



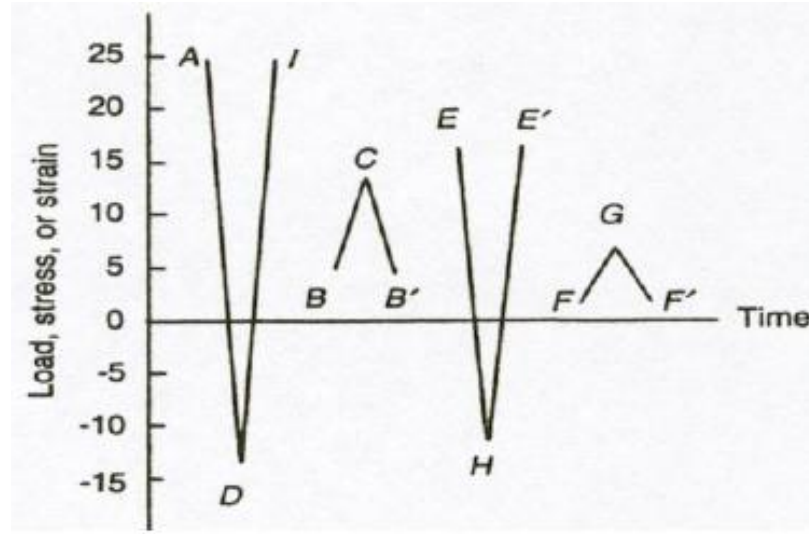
Şekil 4. 36 : Rainflow yönteminin uygulaması (2.örnek).

Uygulama yöntemi:

Öncelikle veriler en yüksek tepe veya en alt çukur noktasından başlayacak şekilde düzenlenir.

Şekilde görüldüğü gibi eğer en üst noktadan başlanıyorsa, bir sonraki yön değişiminin olduğu noktaya kadar kesikli çizgi devam ettirilir. Eğer bir önceki tepe noktasına eşit veya ondan büyük bir pik noktası yok ise çizgi aşağıya doğru iner ve devam eder. Daha sonra, aynı işlem diğer çevrimler için tekrarlanır.

Her bir çevrim yalnızca 1 defa sayılır. Sonuçta tüm grafik boyunca sayılan yarı çevrimler aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, eşit büyüklükte çiftler olarak ortaya çıkarlar.



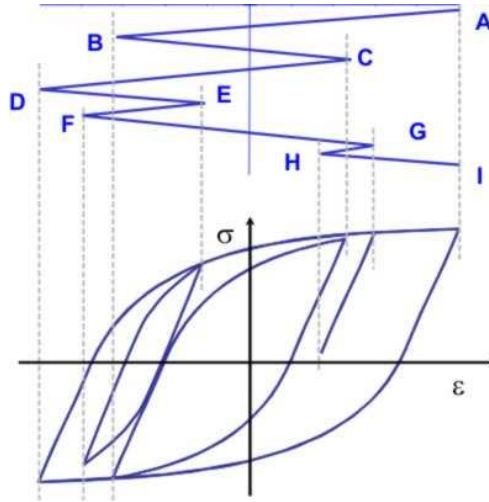
| Çevrim | Max | Min | Aralık | Ortalama |
|--------|-----|-----|--------|----------|
| A-D-I  | 25  | -14 | 39     | 5.5      |
| B-C-B' | 14  | 5   | 9.5    | 4.5      |
| E-H-E' | 16  | -12 | 28     | 2        |
| F-G-F' | 7   | 2   | 5      | 4.5      |

Şekil 4. 37 : Çevrim çiftleri.

#### 4.10.1.1 Yöntemin avantajları

Çentikli numuneler analiz edilirken, rainflow yöntemi, kapalı histeresis çevrimleri şeklinde sonuçlar verecektir. Bu çevrimlerde her bir döngü, sayılan bir çevrimi sembolize eder. Bu yüzden çevrimler sayılırken bu yöntem, histeresis çevrimleri şeklindeki dataların kullanılabilmesine imkan verir.

Sayılan bir çevrimdeki hasar miktarı, o çevrimdeki şekil değiştirme genliği, ve ortalama gerilmeden hesaplanabilir.



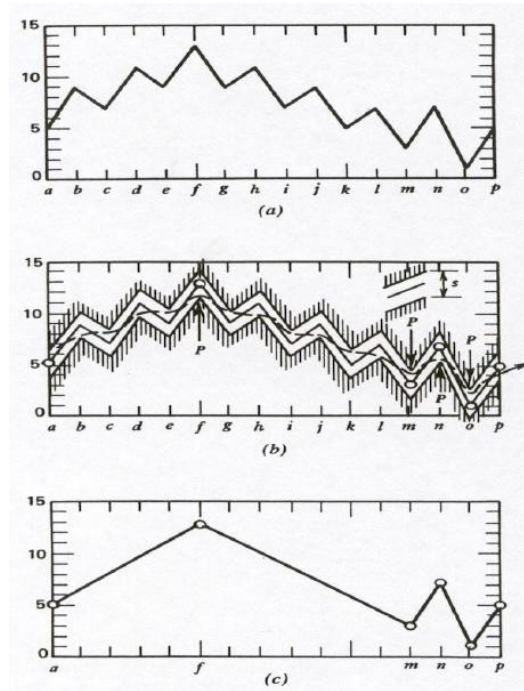
**Şekil 4. 38 :** Rainflow grafiği ve histeresis çevrim.

Ayrıca, bu yöntem için test sırasında strain gage lerden gelen sinyalleri anında sayılabilecek verilere dönüştüren bilgisayar programları mevcuttur.

#### 4.10.2 Racetrack counting yöntemi

Bu metotta ‘race track’ ismi verilen, orijinal grafikte aynı sınırlara sahip geniş bir ‘S’ profili tanımlanır ve sayımı yapılan çevrimlerin sayısını bu ‘S’ profilinin genişliği belirler. Dolayısıyla grafikler ana hatlarına sadık kalınarak daha basit bir şekle dönüştürülmüş olur.

Şekilde bu yöntemin bir örneği görülmektedir.



**Şekil 4. 39 :** Racetrack counting yöntemi.

#### **4.10.2.1 Yöntemin avantajları**

Bu yöntem sayesinde uzun ve karmaşık veriler yoğunlaştırılarak kolay anlaşılır bir şekle dönüştürülmüş olur. Yapılan yorulma testlerinde, hasarın oluşumunda, meydana gelen olayların çok küçük bir kısmı etkin ise çevrim sayımı için bu yöntem elverişli olmaktadır.

Bu şekilde yoğunlaştırılan ve basitleştirilen veriler, hesaplama hızını attırır ve önemsiz noktalara odaklanılmasını önler.

#### **4.11 Sürekli Mukavemeti Azaltan Etkiler**

Yorulma sınırını etkileyen pek çok faktör olmakla birlikte, bunların en önemlilerini listelemek gerekirse;

1. Parça büyüklüğünün etkisi
2. Yüzey kalitesi
3. Çentik etkisi
4. Sıcaklık etkisi
5. Güvenilirlik faktörü
6. Darbe etkisi

Yazılabilir. Güvenlik açısından temel olarak ilk 3 maddeyi kısaca incelemek faydalı olacaktır. Diğer faktörler de uygulamaya bağlı olarak dikkate alınabilir.

##### **4.11.1 Parça büyüklüğünün etkisi**

Aynı gerilme altındaki parçalardan büyük olanında yorulma çatlağını başlatacak bir süreksizliğin bulunma ihtimali daha yüksektir. Dolayısıyla artan parça büyüklüğü dayanımı azaltır.

##### **4.12.2 Yüzey kalitesinin etkisi**

Belirli bir ortalama gerilmede parçanın taşıyabileceği gerilme genliği yüzey kalitesine bağlıdır. Üst yüzey pürüzlülüğü arttıkça gerilme genliği azalır.

##### **4.12.3 Çentik etkisi**

Kuvvet hatlarının yön değiştirmesi, o bölgede bir gerilme yığılması oluşumuna sebep olur. Statik yüklemelerde sünek malzemelerde oluşan pekleşme nedeniyle gerilme

yığılması fazla dikkate alınmaz ancak dinamik yüklemelerde gerilme yığılması çok önemlidir.

Yorulma analizlerinde kullanılan çentik faktörü ( $\beta_k$ ), iki ayrı bileşenden oluşur. Bunlar, şekil faktörü (gerilme yığılma faktörü) ( $\alpha_k$ ) ve çentik hassasiyet faktörü ( $\eta_k$ ) dır. Şekil faktörü geometriye ve zorlanma durumlarına bağlı olarak diyagramlar halinde verilir, çentik hassasiyet faktörü ise malzeme türüne göre tablolardan alınır. Çentik hassasiyet faktörü şekil faktörü ile çentik etkisi arasındaki ilişkiyi belirler ve formülü

$$\eta_k = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1} \quad (4.45)$$

Şeklindedir.

#### 4.13 Sonlu Elemanlar Kullanılarak Yorulma Analizi

Sonlu elemanlar yöntemiyle hazırlanmış modeller, mühendislik parçalarını analiz etmek için kullanılırlar. Bu modellerin sonucu, gerilme, deplasman, sıcaklık dağılımı, şekil değiştirme ve frekans cevabı olabilir. Bu sonuçların tümü yorulma analizi için kullanılabilir.

Birçok yorulma analizi, sonlu elemanların gerilme ve şekil değiştirme çıktısını veri olarak kullanır. Yorulma kavramı çatlak ile ilişkili olduğundan ve de çatlak bileşenin yüzeyinde olduğundan, sonlu elemanlar ile ağ oluşturulmuş bileşenin, ağ elemanlarının yüzeyinde mutlaka bir düğüm noktası olmalıdır. Ağ elemanının içinde bulunan integrasyon noktası yerine, elemanın yüzeyinde bulunan düğümler yorulma analizi için veri oluştururlar. Sonlu elemanların bir diğer çıktısı olan şekil değiştirmeler de yorulma analizi için kullanılabilirler.

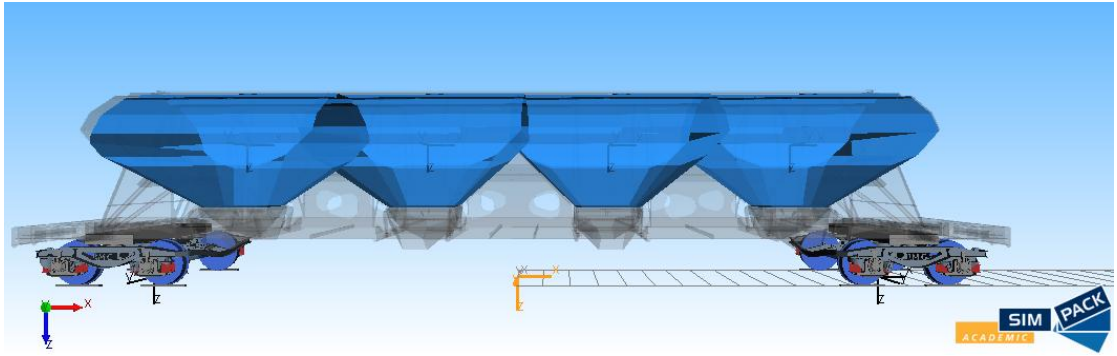
Sonlu elemanlar modellemesi yardımıyla yorulma analizi, henüz yeni kullanılmaya başlanan bir yöntemdir ve temel kuralları belirlenmektedir. Bunlardan en önemlisi, ağ elemanının içindeki integrasyon noktası yerine, elemanların üzerlerinde bulunan düğüm noktalarındaki verilerin kullanılmasıdır.

Doğrusal elastik analiz yapıldığında sonlu elemanlar yöntemi, her bir düğüm noktasında gerilme tensörü için bir sonuç üretir. Terminoloji programdan programa değişiklik gösterebilir fakat genel anlamda üretilen bu son adım ya da veri takımı olarak adlandırılır.

Bazı analizlerde, örneğin doğrusal olmayan analiz ya da termo-mekanik analizlerde, sonlu elemanlar analizi uygulaması gereken kuvveti, nihai gerilmeleri hesaplayabilmek için artışlar şekilde uygular. Fakat birçok analizde sadece son gerilme durumu, nihai gerilme, önem taşıdığından, kullanılan programda da “last increment only” seçeneği aktif edilir ve kullanılır.

#### 4.14 Manyezit Vagonu Yorulma Analizleri

Manyezit vagonunun yorulma analizleri, vagonda tüm bunkerlerin dolu olduğu yükleme durumu için yapılmıştır.



Şekil 4. 40 : Tam yüklü manyezit vagonu.

Bunker ağırlığı: 16255.432 kg

Analizler KRUMOVO DIMITROVGRAD hattından alınan verilere göre oluşturulmuştur.

##### 4.14.1 ‘KRUMOVO DIMITROVGRAD’ hat bilgileri

Sayısal yorulma analizi için, temsili yaklaşık 70km uzunluğundaki bir hat göz önüne alınmıştır. Bu hat, 160km/h maksimum, 140km/h nominal hız için tasarlanmış olan Bulgaristan’daki Krumovo-Dimitrovgrad arasındaki modernize edilmiş Avrupa-Türkiye demiryolu koridorunun bir kısmına aittir.

Bu hatta ait eğrilik (1/km olarak) bilgileri ve hattın genel görünüşü Şekil 4.41 de verilmiştir.

Gerçek çalışma şartları, gerek iyi koşullardaki yolları gerekse de kötü yol durumlarını içerdiği için, bu hat üzerinde proje kapsamında tasarlanmış olan vagon

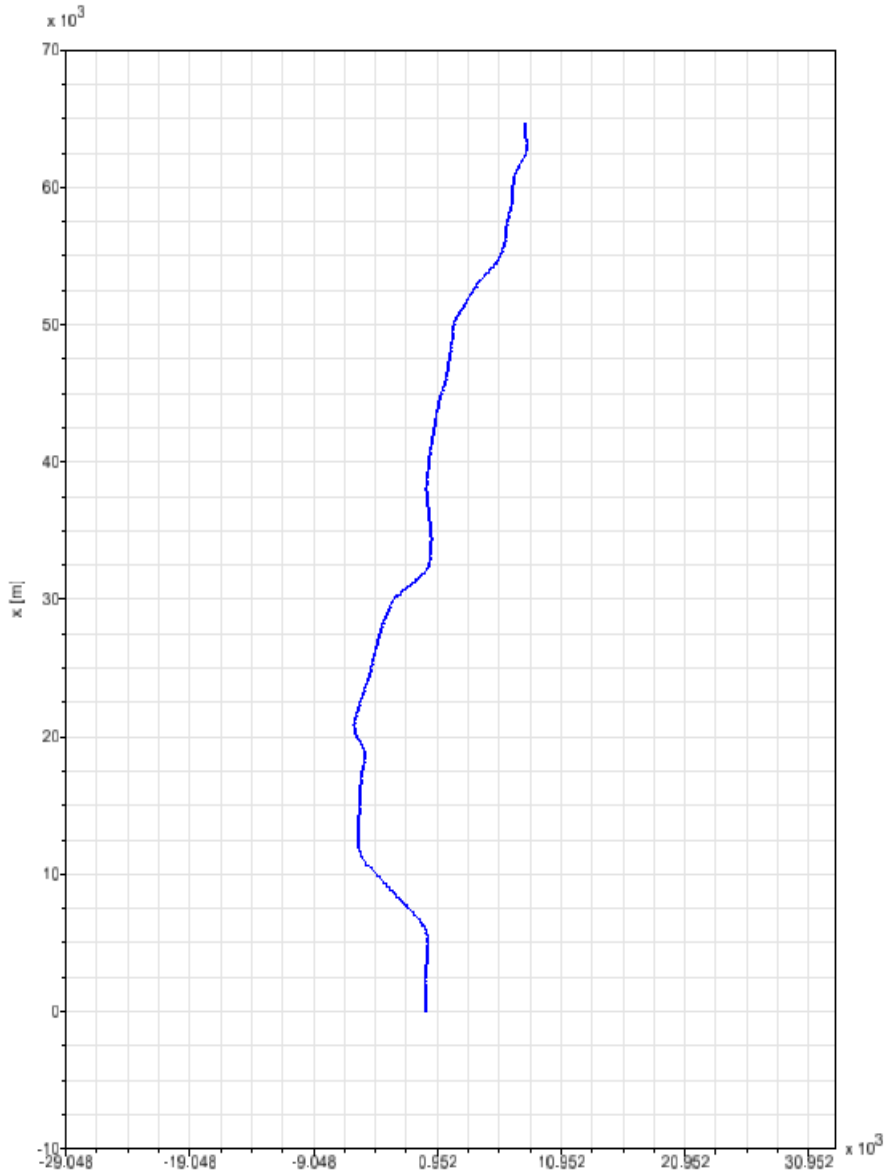
- a) İdeal düzgün yol şartlarında
- b) Bozuk yol şartlarında

Ayrı ayrı test edilmiştir.

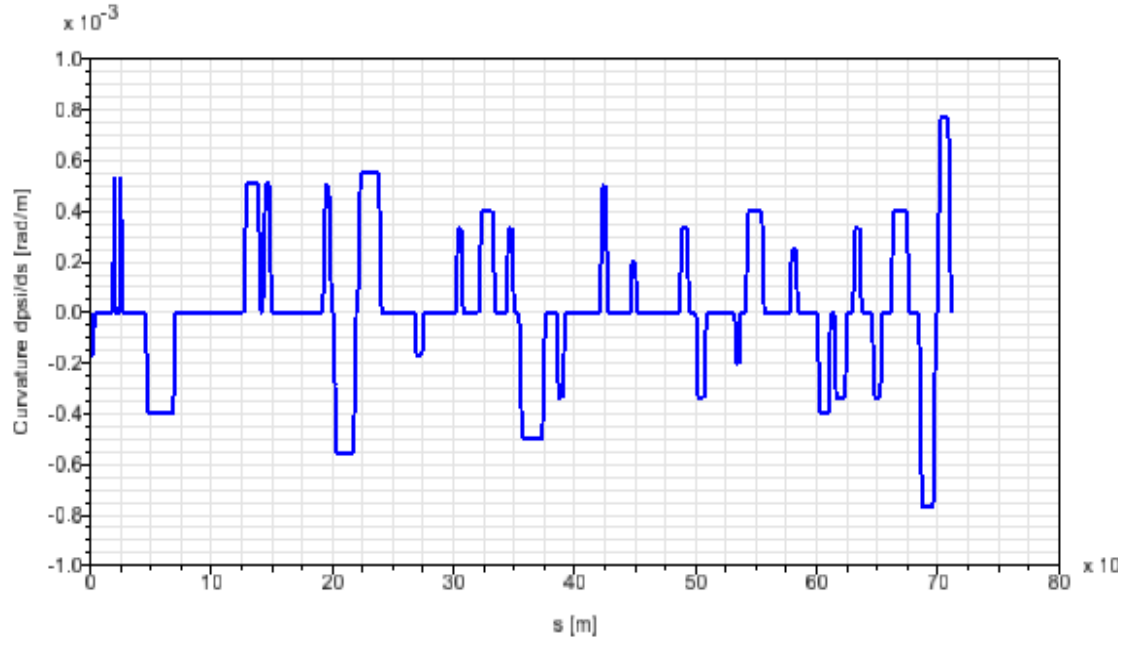
Bozuk yol şartları, ERRI B176 standardında, daha önce tanımlanmış olan ondülasyon spektrumları kullanılarak:

- a) Ekartman Düzgünsüzlüğü
- b) Sağ/Sol Seviye (düşey seviye) düzgünsüzlüğü
- c) Yatay Düzgünsüzlük (eksen kayması)
- d) Dever Düzgünsüzlüğü (Roll Angle)

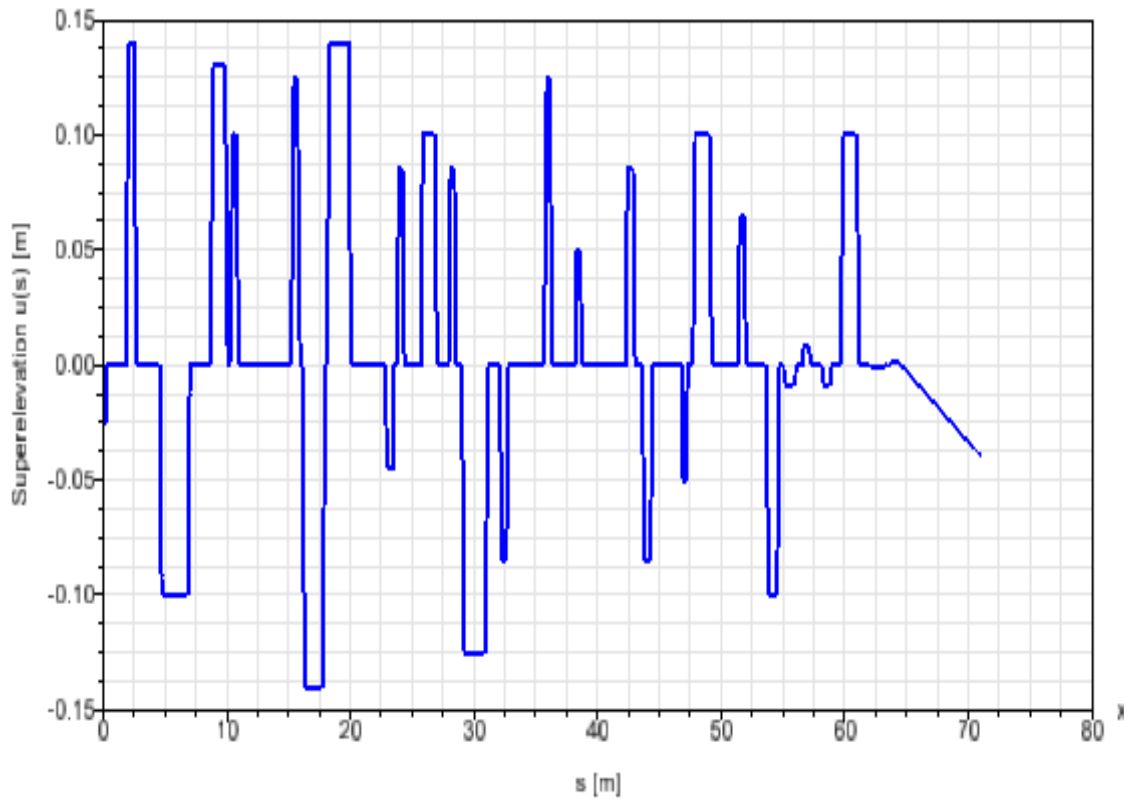
olacak şekilde en yüksek seviyede tanımlanmış, böylece en zorlayıcı şartlar elde edilmiştir.



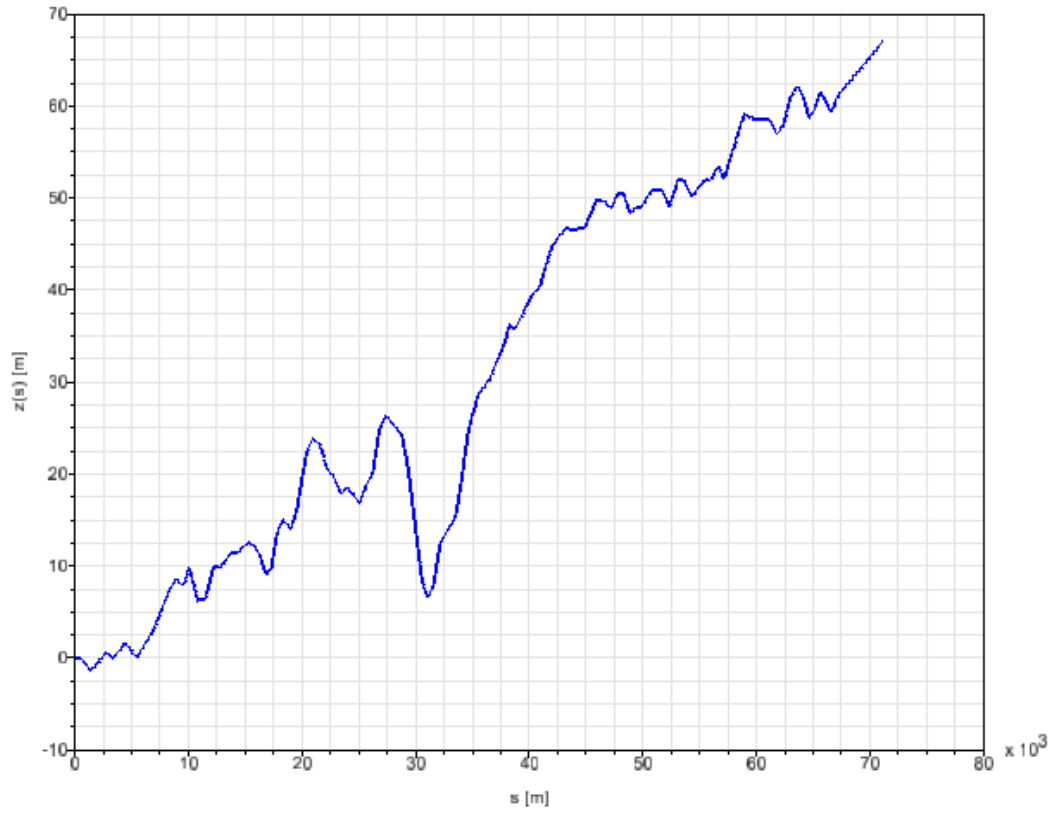
**Şekil 4. 41 :** Krumovo-Dimitrovgrad hattının planda görüntüsü.



Şekil 4. 42 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının eğrilik (kurp) dağılımı.



Şekil 4. 43 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının dever değişimi görüntüsü.



Şekil 4. 44 : Krumovo-Dimitrovgrad hattının yükselti değişimi.

## 5. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu Elemanlar Yöntemi, çeşitli mühendislik problemlerine kabul edilebilir bir yaklaşımla çözüm arayan bir sayısal çözüm yöntemidir.

Ele alınan mühendislik probleminin çözüm bölgesi, çeşitli alt bölgelere ayrıştırılır ve her alt bölgede aranan fonksiyonun ifadesi polinom olacak şekilde seçilir. Belirli işlemler dahilinde her alt bölgede polinom olarak kabul edilen çözümün katsayıları belirlenmeye çalışılır.

Çözümü sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan başlıca problemleri genel bir ifadeyle;

- Sınır değer problemleri,
- Başlangıç değer problemleri,

olarak gruplandırmak mümkündür.

Bu çalışmada hazırlanmış olan vagon modeli, bir sonlu eleman analizi programı olan 'Hypemesh' içerisine dahil edilerek, modelin yüzeyleri, sonlu eleman ağı olarak bilinen *mesh*lere bölünmüştür. Bu analizde 2 boyutlu *mesh* elemanları kullanılmıştır. Daha sonra oluşturulan sonlu eleman modeli üzerinde analiz yapabilmek amacıyla model, ABAQUS programı ortamına alınmış, bu program dahilinde vagonun yoğunluğu, vagon üzerinde taşınan yükler ve problemin sınır koşulları belirlenmiştir. Daha sonra bu koşullar dahilinde modele etkimesi muhtemel olan yükler, *mesh* modeli üzerine uygulanmış, böylece ortaya çıkması muhtemel olan gerilme, şekil değişimleri v.b. bilgilere ulaşılmıştır.

Sonlu Elemanlar Yönteminin avantajları ve sistemin çalışma mantığından kısaca bahsetmek gerekirse;

### 5.1 Yöntemin Avantajları

Sonlu Elemanlar Yöntemi, geometrisi karmaşık şekillerin incelenmesine olanak sağlar. Çözüm bölgesi alt bölgelere ayrılabilir ve değişik boyut ve geometride elemanlar kullanılabilir. Gerektiğinde bazı alt bölgelerde daha hassas hesaplamalar yapılabilir,

Sonlu Elemanlar Yöntemi, değişik ve karmaşık malzeme özellikleri olan sistemlerde kolaylıkla uygulanabilir. Örneğin, anizotropi, nonlineer, zamana bağlı malzeme özellikleri gibi malzeme özellikleri dikkate alınabilir,

Sınır koşulları, sistemin temel denklemleri kurulduktan sonra, oldukça basit satır sütun işlemleriyle denklem sistemine dahil edilebilir,

Sonlu Elemanlar Yöntemi, matematiksel olarak genelleştirilebilir ve çok sayıda problemi çözmek için aynı model kullanılabilir,

Yöntemin hem fiziksel anlamı hem de matematiksel temeli mevcuttur.

## 5.2 Dezavantajları

- Bazı problemlere uygulanmasında bazı zorluklar vardır,
- Elde edilen sonucun doğruluğu verilerin doğruluğuna bağlıdır,
- Kabul edilebilir doğru sonucun elde edilmesi için bölgenin ayrıklaştırılması deneyim gerektirir,
- Diğer yaklaşık yöntemlerde olduğu gibi, Sonlu Elemanlar Yöntemi ile elde edilen sonucun doğruluğu üzerinde de dikkat edilmeli ve fiziksel problem iyi incelenmelidir. Çıkabilecek sonuç önceden kestirilmeli ve sonuç ona göre test edilmelidir.

## 5.3 İşlem Aşamaları

1. Fiziksel problemin matematiksel modeli kurulur veya hazır alınır.
2. Ele alınan probleme ait *Varyasyonel İfade (Formülasyon)* kurulur,
3. Çözüm bölgesi *sonlu eleman* adı verilen alt bölgelere ayrıklaştırılır. Bu işleme *ayrıklaştırma* veya *sonlu eleman ağı (mesh)* adı verilir.
4. Her sonlu elemanda aranan fonksiyonun ifadesi polinom olarak kabul edilir. Bu fonksiyonlar Madde 2’de verilen varyasyonel ifadede yerine yazılarak, her sonlu eleman için verilen temel denklemler cebirsel denklemlere dönüştürülür. Örneğin e. sonlu eleman için bu cebirsel denklemler,

$$\mathbf{K}^{(e)} \mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{F}^{(e)} \quad (5.1)$$

şeklindedirler. Her sonlu eleman için ayrı ayrı bulunan (5.1.) denklemleri uygun şekilde birleştirilerek bütün sisteme ait cebirsel denklemler takımı elde edilir.

5. Bu sisteme sınır koşulları uygun satır/sütun işlemleriyle dahil edilerek, *indirgenmiş sistem* bulunur.





## 6. SONUÇLAR

### 6.1 Statik Analiz Sonuçları

Statik analizler yapılırken vagonun yoğunluğu ve bunkerlerde taşınan ağırlıklar göz önüne alınarak, sınır koşulları ve yükleme durumları oluşturulmuştur. Vagon parametreleri;

+z yönünde vagon uzunluğu:  $L = 4261,799 \text{ mm}$

+x yönünde vagon uzunluğu:  $L = 2649,835 \text{ mm}$

Bunkerlerin +y yönünde yüksekliği  $h = 1401 \text{ mm}$

Şeklinde dir. Buna göre yükleme miktarları sırasıyla;

$\pm x$  yönündeki yüklemeler:  $\rho g L / 2 = 0,00124 \text{ (ton/mm} \cdot \text{s}^2\text{)}$

- y yönündeki yüklemeler:  $\rho g h = 9,394 \cdot 10^{-7} \cdot (1401 - x) \text{ (ton/mm} \cdot \text{s}^2\text{)}$

$\pm z$  yönündeki yüklemeler:  $(\rho g L / 2) \times 2 = 0,002 \times 2 = 0,004 \text{ (ton/mm} \cdot \text{s}^2\text{)}$

Olarak belirlenmiştir.

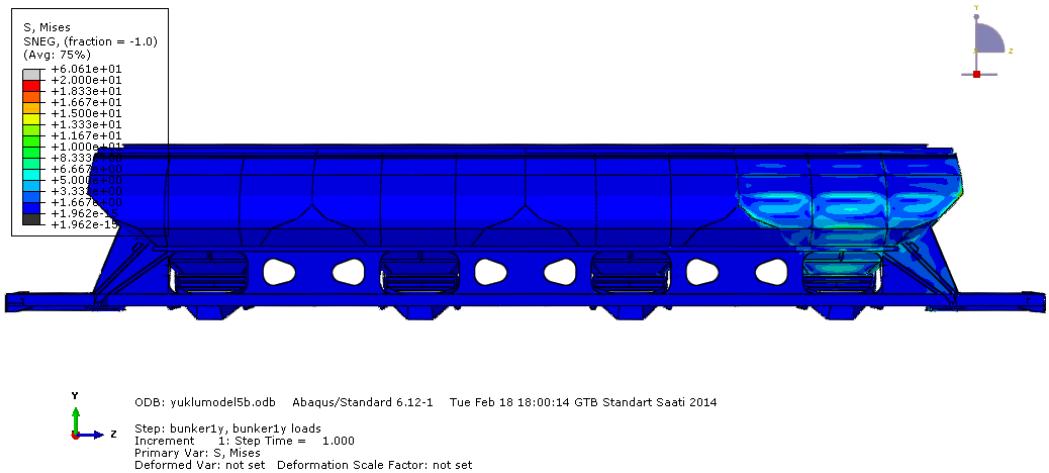
Sınır koşulları ise;

Arka pivo noktasında: x ve y yönlerinde ötelenme kısıtları,

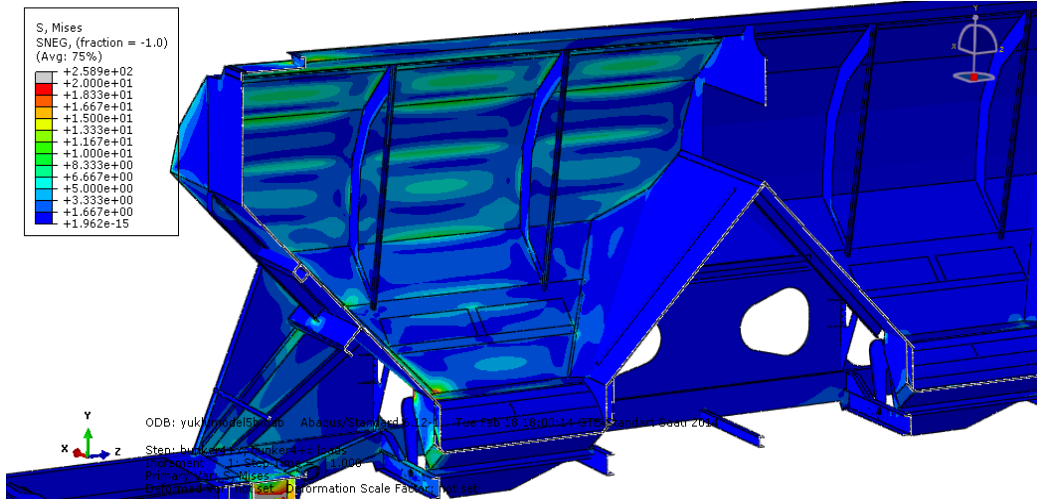
Ön pivo noktasında: x,y ve z yönlerinde ötelenme ve z yönünde dönme kısıtları

Şeklinde dir.

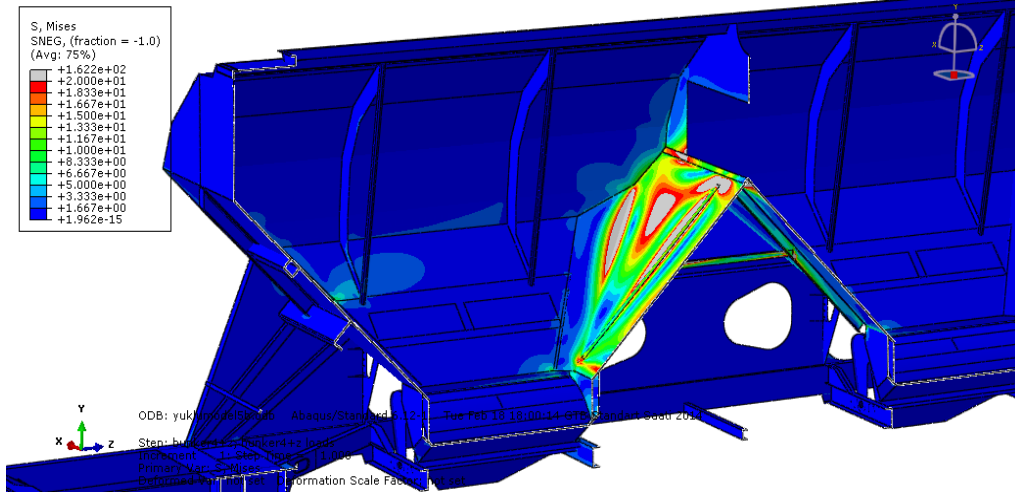
Tüm bu bilgilerin ışığında analiz sonunda ulaşılan gerilme sonuçları:



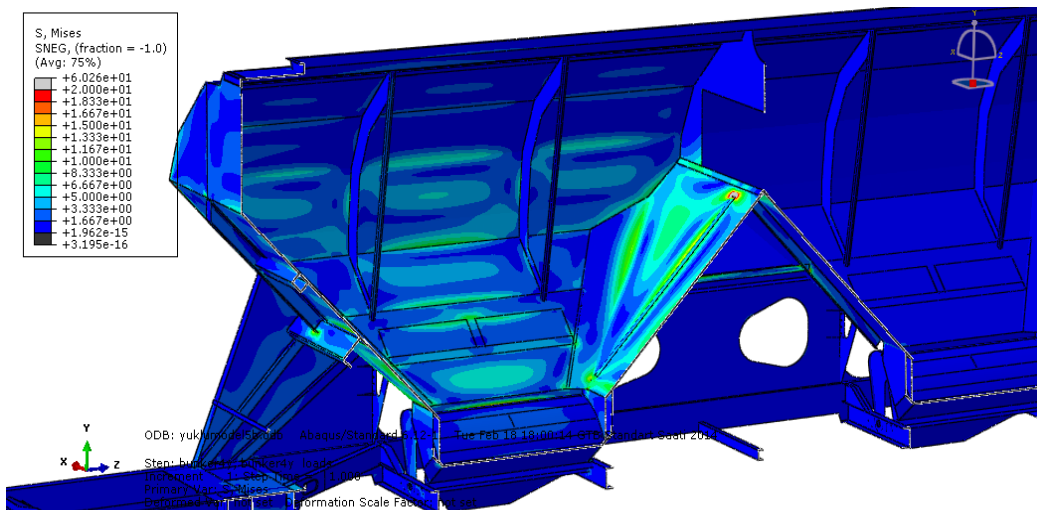
Şekil 6. 1 : 4. Bunkerde –y yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler.



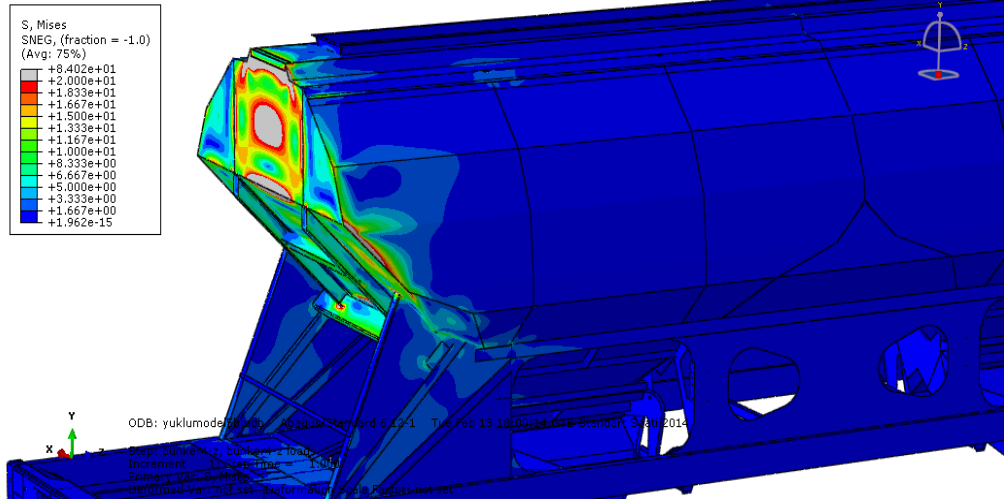
Şekil 6. 2 : 4. Bunkerde +x yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler.



Şekil 6. 3 : 4. Bunkerde +z yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler.



Şekil 6. 4 : 4. Bunkerde -y yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler.

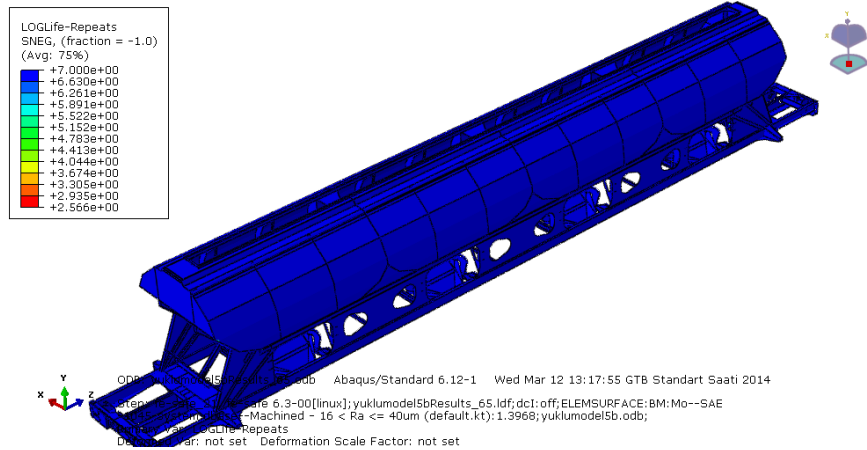


Şekil 6. 5 : 4. Bunkerde  $-z$  yönündeki yüklerin oluşturduğu gerilmeler.

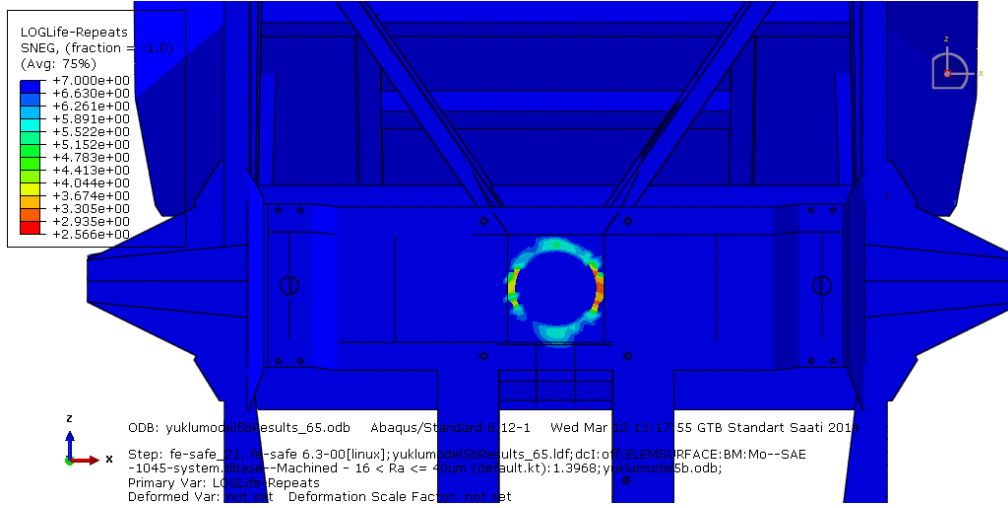
## 6.2 Yorulma Sonuçları

Yorulma analizlerinde farklı hızlarda, ikazlı ve ikazsız olarak Krumovo Dimitrovgrad hattında ilerleyen vagonun maruz kaldığı yüklemeler ve statik analiz sonuçları ışığında yorulma durumları gözlemlenmiştir. Yorulma analizlerinde kullanılan parametreler:

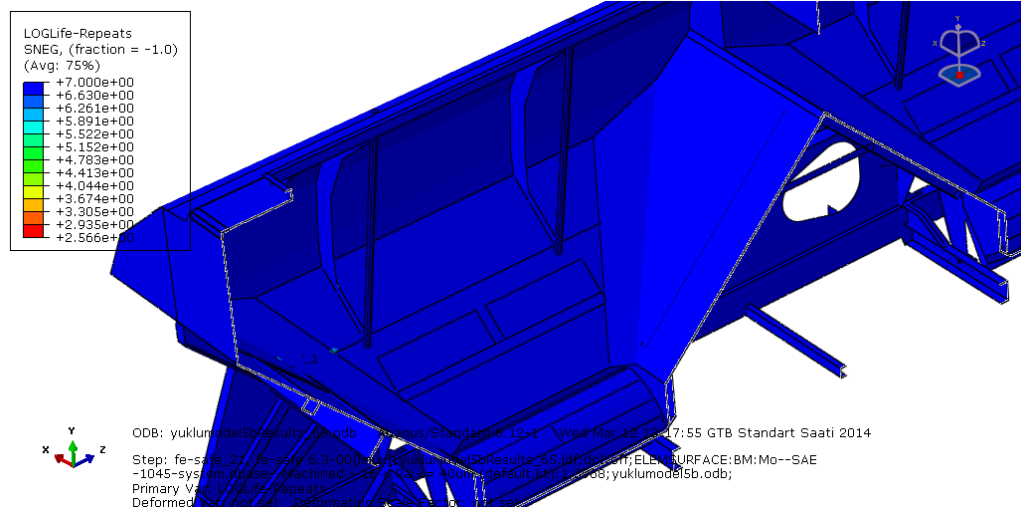
120kmh hızda ikazlı hatta %95,%75,%55,%35,%15 gate değerlerinde alınan veriler  
 120kmh hızda ikazsız hatta %95,%75,%55,%35,%15 gate değerlerinde alınan veriler  
 100kmh hızda ikazlı hatta %95,%75,%55,%35,%15 gate değerlerinde alınan veriler  
 100kmh hızda ikazsız hatta %95,%75,%55,%35,%15 gate değerlerinde alınan veriler  
 65kmh hızda ikazlı hatta %95,%75,%55,%35,%15 gate değerlerinde alınan veriler  
 65kmh hızda ikazsız hatta %95,%75,%55,%35,%15 gate değerlerinde alınan veriler  
 Şeklinde. Aşağıda elde edilen bu verilerden bazıları görülmektedir.



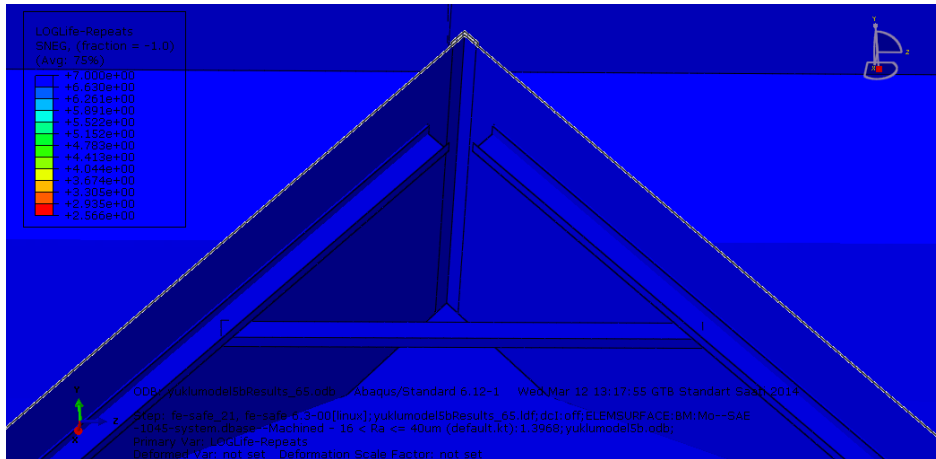
Şekil 6. 6 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



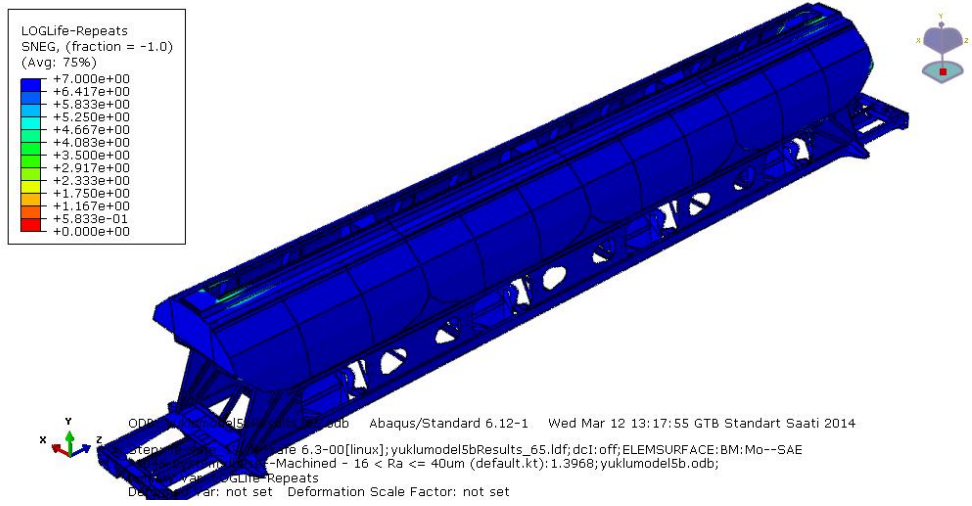
Şekil 6. 7 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü).



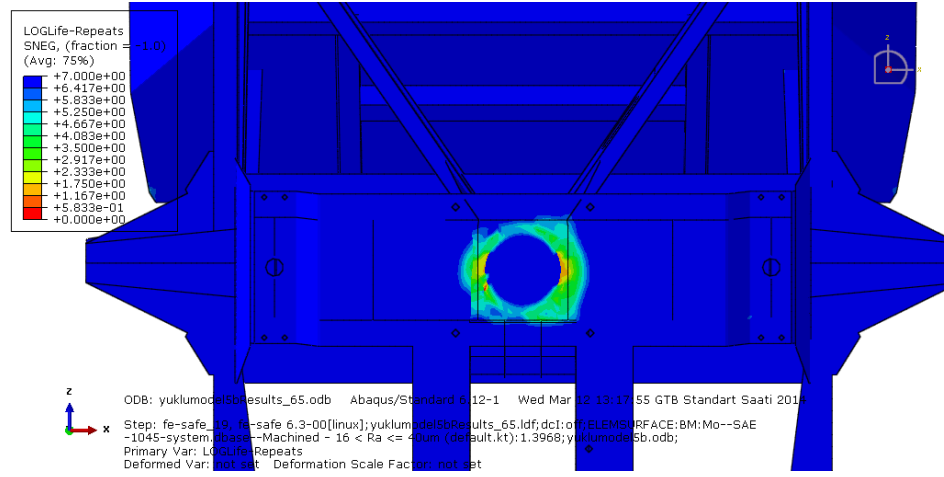
Şekil 6. 8 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü).



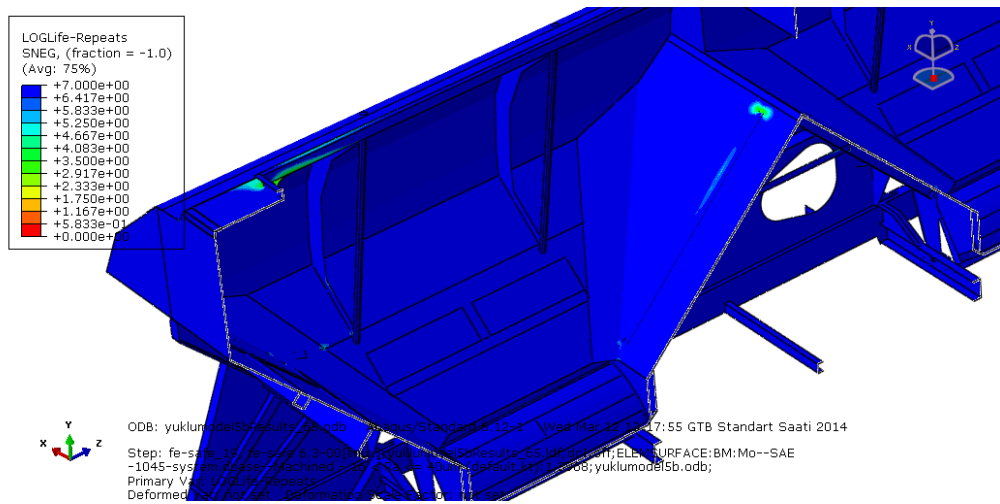
Şekil 6. 9 : ikazsız hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü).



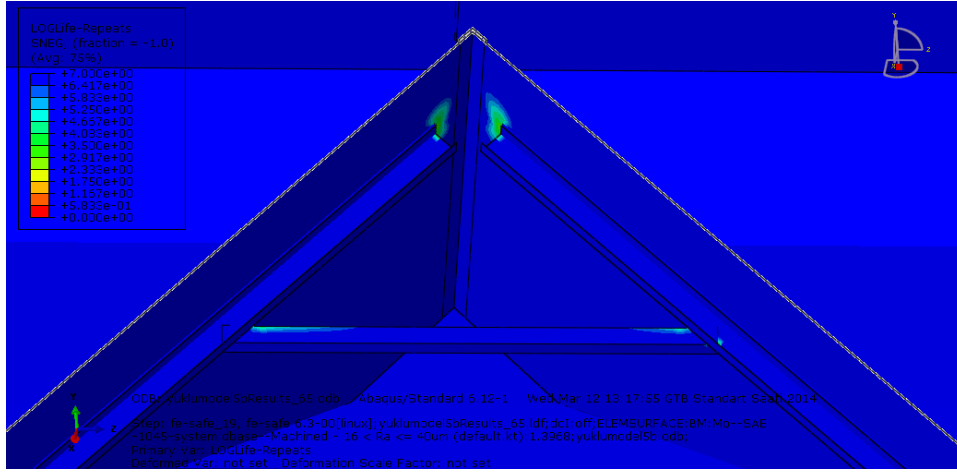
Şekil 6. 10 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



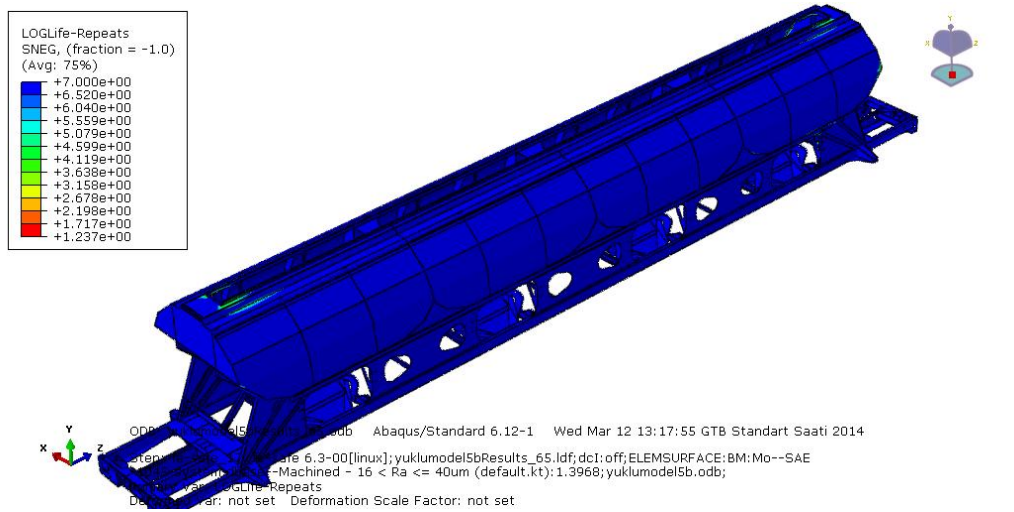
Şekil 6. 11 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü).



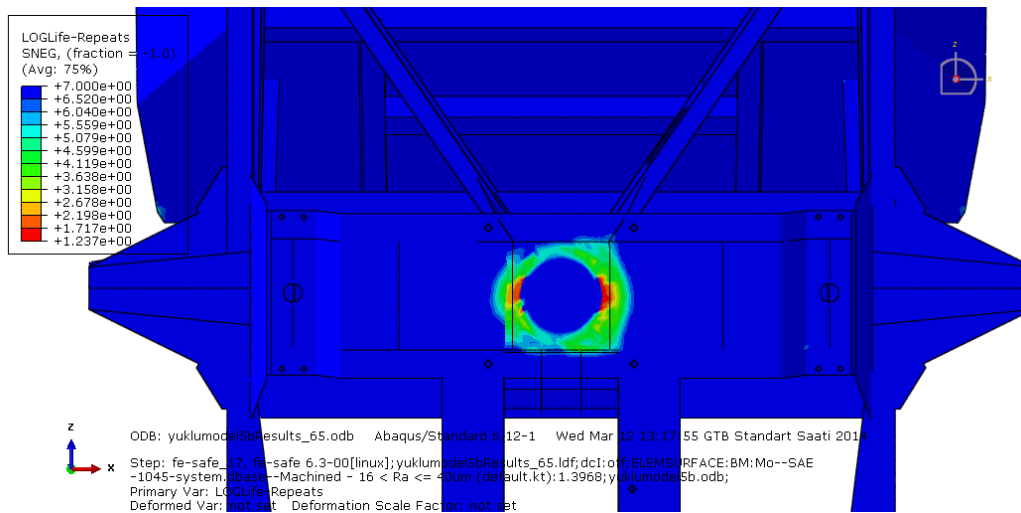
Şekil 6. 12 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü).



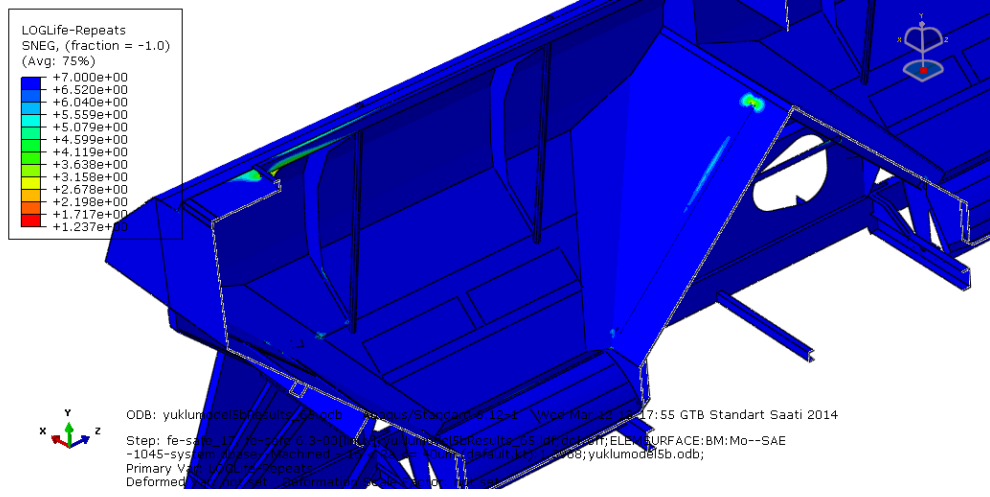
Şekil 6. 13 : ikazlı hatta 65kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



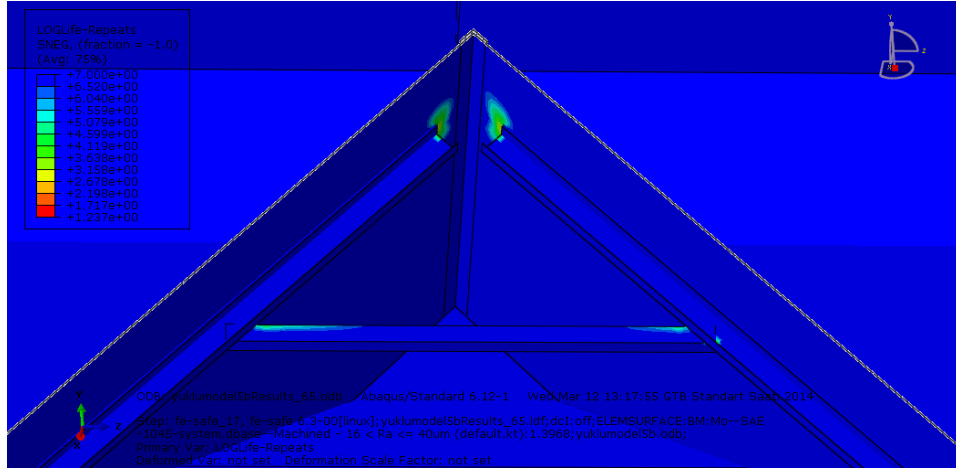
Şekil 6. 14 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



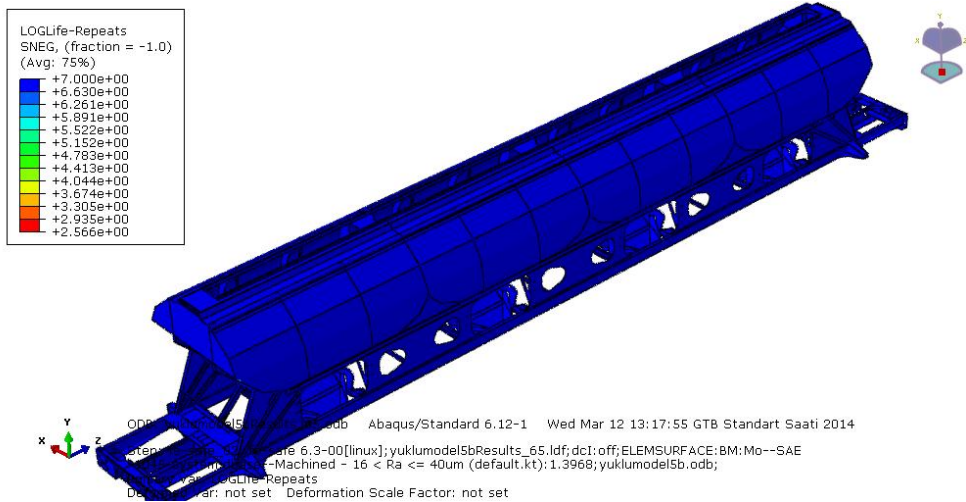
Şekil 6. 15 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü).



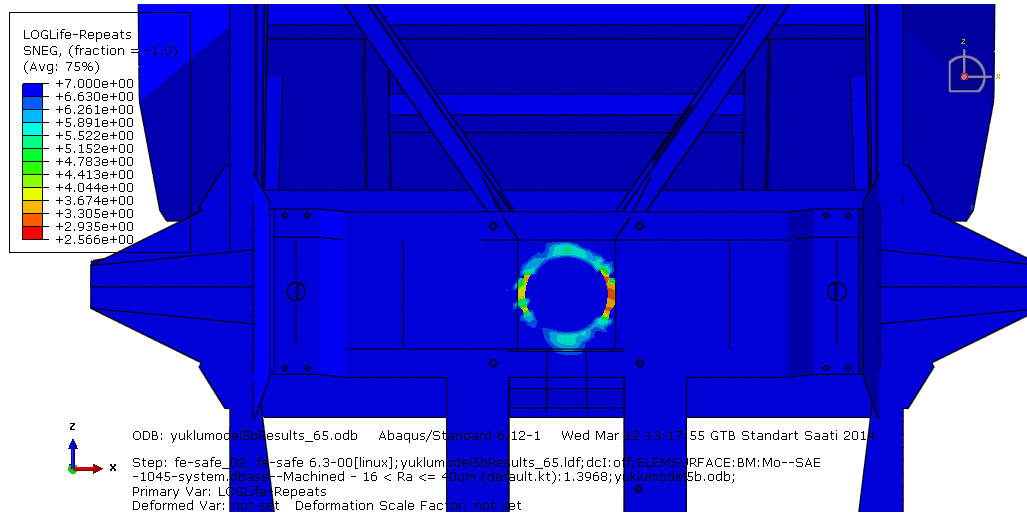
Şekil 6. 16 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü).



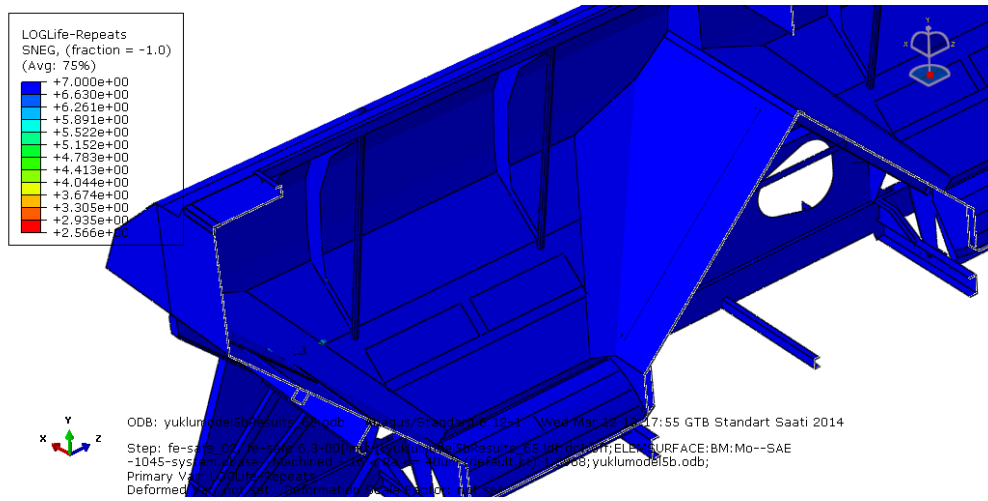
Şekil 6. 17 : ikazlı hatta 65kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü).



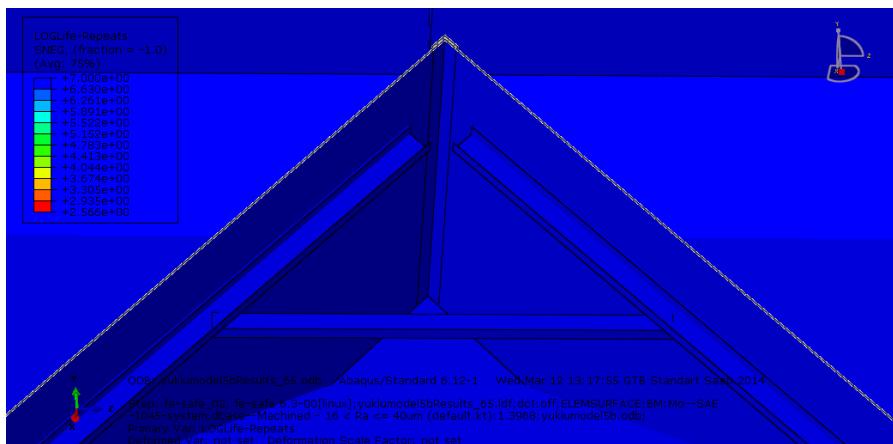
Şekil 6. 18 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



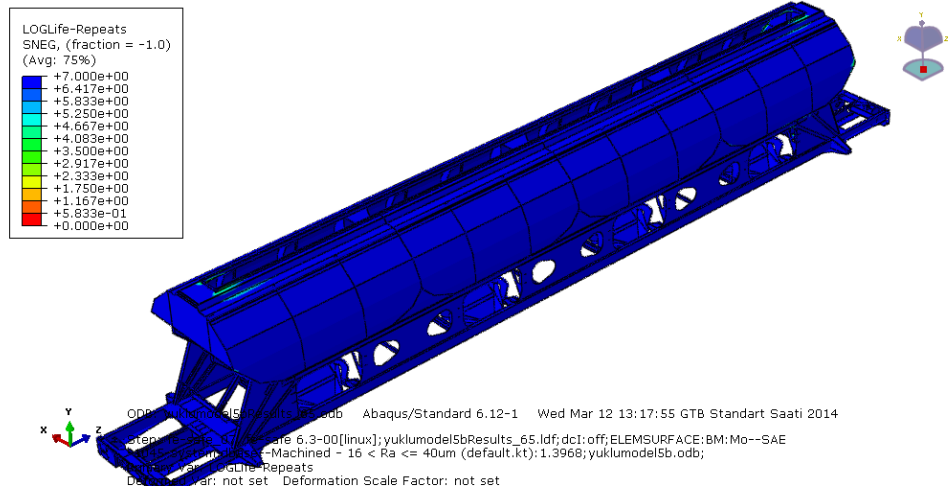
Şekil 6. 19 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü).



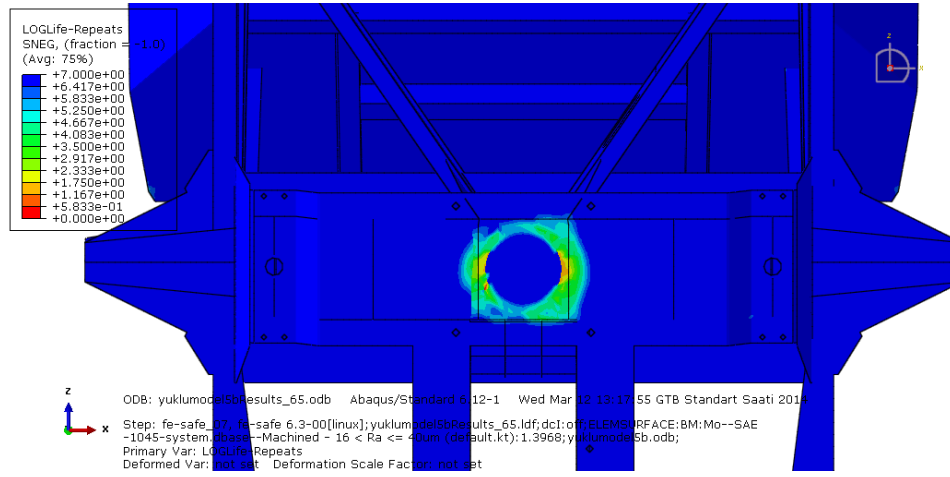
Şekil 6. 20 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü).



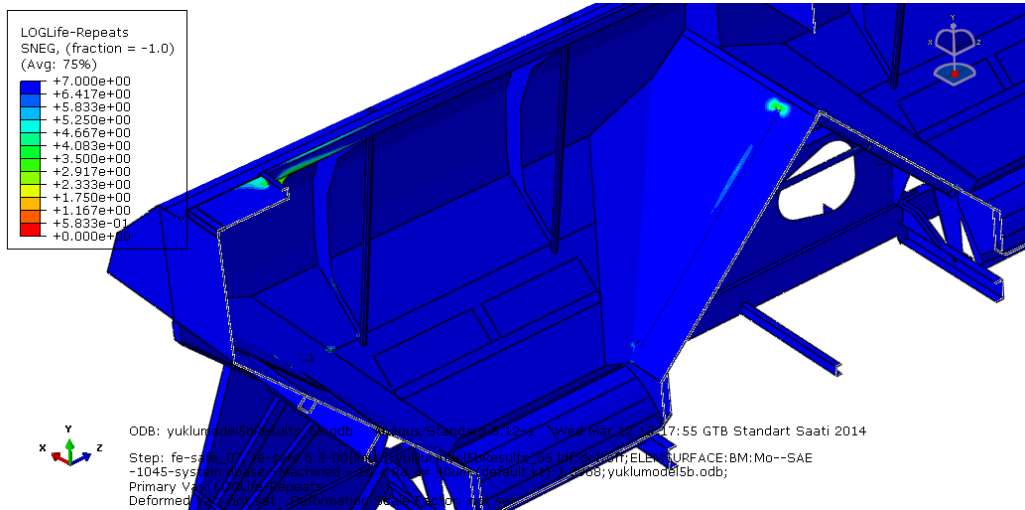
Şekil 6. 21 : ikazsız hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü).



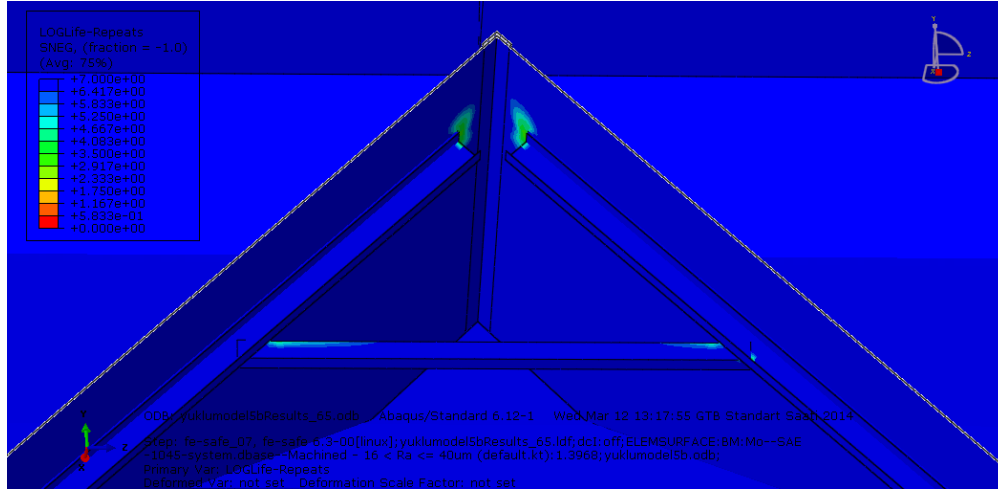
Şekil 6. 22 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



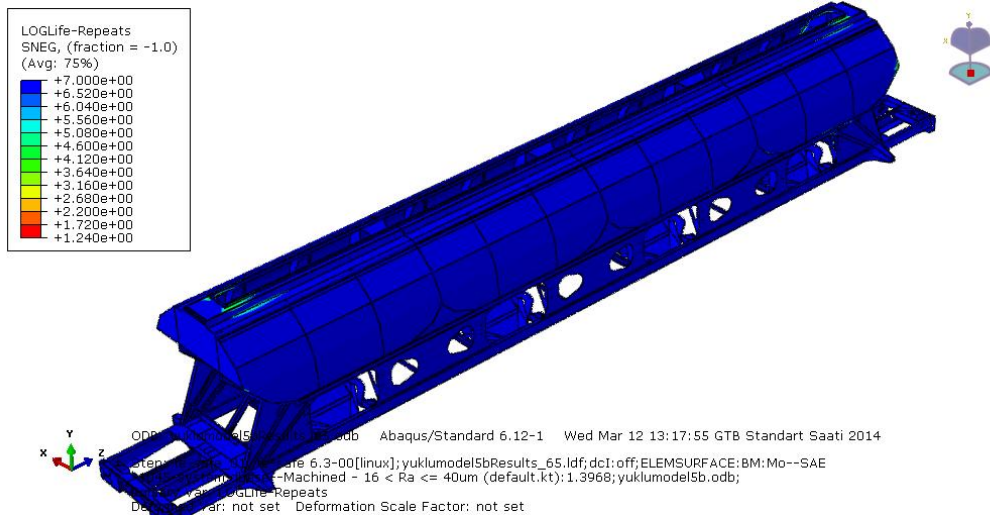
Şekil 6. 23 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü).



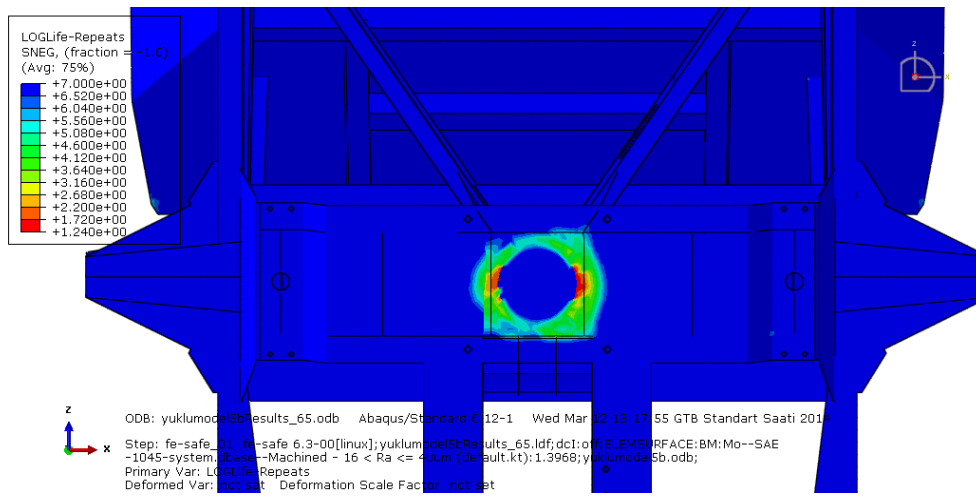
Şekil 6. 24 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü).



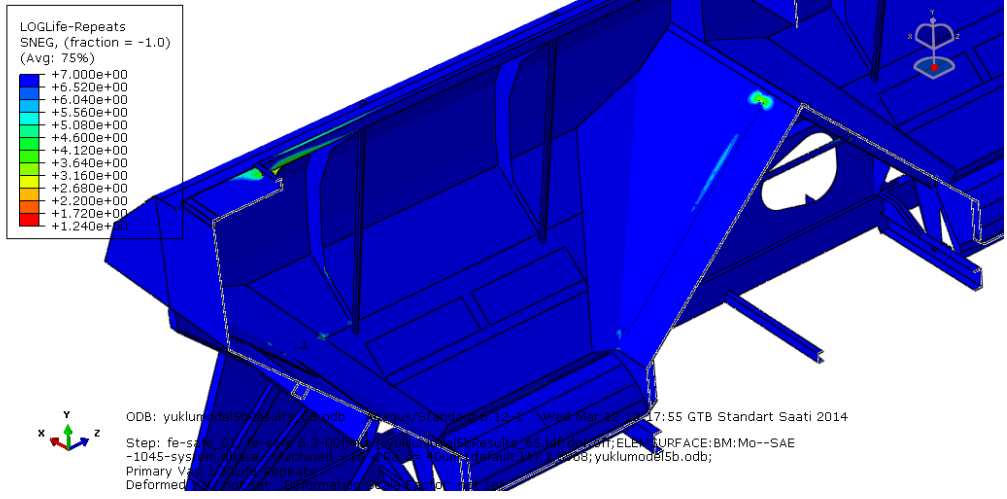
Şekil 6. 25 : ikazlı hatta 120kmh, %55 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü).



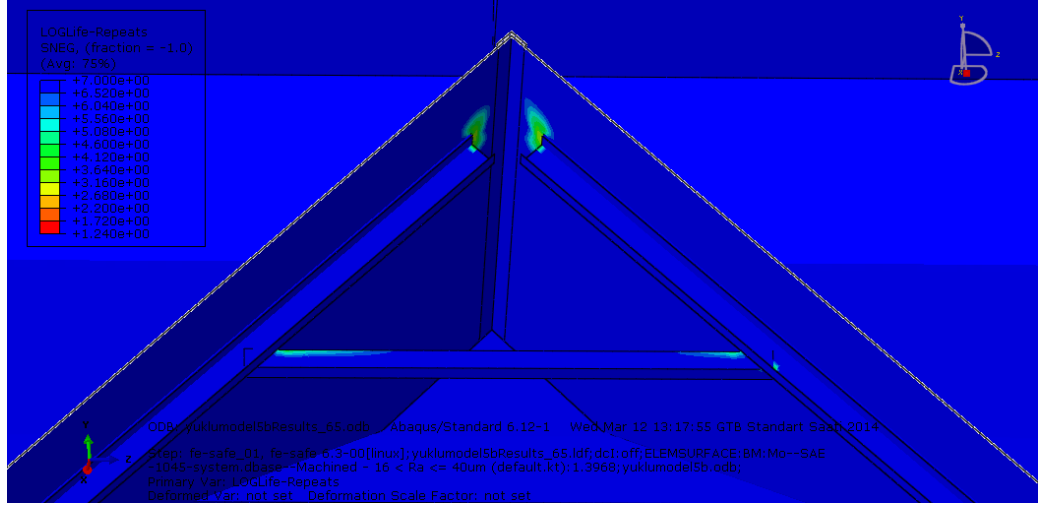
Şekil 6. 26 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (1.görüntü).



Şekil 6. 27 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (2.görüntü).



Şekil 6. 28 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (3.görüntü).



Şekil 6. 29 : ikazlı hatta 120kmh, %95 gate değerinde alınan sonuçlar (4.görüntü).

### 6.3 Sayısal Analizler Neticesinde Ulaşılan Sonuç

Analizler, daha önceden de belirtildiği üzere, ideal düzgün yol şartlarında ve bozuk yol şartlarında 65km/h, 100km/h ve 120km/h hız değerlerinde yapılmıştır.

Sonuçta bozuk yol şartlarında, özellikle boji bağlantılarının bulunduğu pivo noktalarında, destek kirişlerinin kaynakla bağlantılarında ve bunker boşluklarının üst kısımlarındaki keskin köşelerde, diğer bölgelere oranla, yorulma dayanımlarında belirgin bir düşüş görülmektedir. Düzgün yol şartlarında ise bu düşüş yalnızca pivo noktalarında gözlemlenmiştir. Hız değerlerindeki değişim ise, vagona etkiyen kuvvet miktarları hızlara bağlı olarak çok az değiştiğinden, dayanımlarda önemli bir farklılığa sebebiyet vermemektedir. Bu da bize yorulma sonuçlarında asıl belirleyici olan parametrenin yol koşulları olduğunu göstermektedir.

Yorulma analizlerinde sinyallerin eşik değerlerindeki değişimin etkilerini gözlemleyebilmek amacıyla ise %95,%75,%55,%35,%15 eşik değerlerinde ayrı ayrı alınan sonuçlar karşılaştırmıştır. Bu durumda ise %95 ile %55 gate değerleri arasında küçük çaplı bir değişim olmakta, %55 den düşük her değerlerde ise hemen hemen aynı sonuçlara ulaşılmaktadır.

Sayısal yöntemler kullanılarak yapmış olduğumuz analizlerin neticesinde, yorulma dayanımlarının düştüğü noktalara yapılabilecek takviyeler veya vagon tasarımındaki değişiklikler vagonların çalışma sürelerinin uzatılmasını veya yapılarda kırılma, kopma v.b. durumların ortadan kaldırılabilmesini sağlayabilecektir.

## KAYNAKLAR

- Shabana, A. A.** (2005). Dynamics of multibody systems, Cambridge University Press, UK.
- Geradin, M. ve Cardona, A.** (2001). Flexible Multibody Dynamics (A Finite Element Approach), Wiley Publishing, John Wiley And Sons inc / UK.
- Cowell, J. M.** (2006). Development of a Practical Fatigue Analysis Methodology for Life, Prediction of Rotary-Wing Aircraft Components, Raleigh, North Carolina.
- Lee, Y. L., Barkey, M. E., Kang, H. T.** (2012). Metal Fatigue Analysis Handbook, Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering, Elsevier inc.
- Christian, L.** (2009). Mechanical Vibration And Shock Analysis, Wiley Publishing, Hoboken, NJ.
- Kelly, S. G.** (2007). Advanced Vibration Analysis, CRC Press, Boca Raton, FL.
- Pala, Y.** (2007). Mühendislik Mekaniği Dinamik, Nobel Yayın Dağıtım LTD. ŞTİ. /Ankara.
- Fatemi, A.** (t.y). University Of Toledo Fatigue From Variable Amplitude Loading .
- Vega, M., Razeto, M., Dufeu, E., Hillerns, A.** (2002). Fatigue Analysis Through Finite Element Models For Paper Suction Rolls, Departamento de Ingeniería Mecánica Universidad de Concepción Concepción, Chile.
- Ryan, E. A.** (2007). Multibody Dynamics Modeling and System Identification for a Quarter-Car Test Rig with McPherson Strut Suspension, Blacksburg, Virginia.
- BS EN 14363, (2005), Railway Applications-Testing For The Acceptance Of Running Characteristics Of Railway Vehicles –Testing Of Running Behaviour And Stationary Tests, CEN.
- FE-SAFE, Fatigue Theory Reference Manual, (2002), safe technology limited.
- ASTM International, (2011), Standard Practices For Cycle Counting in Fatigue Analysis
- Url-1** <[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/92/Svt\\_112513.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/92/Svt_112513.png)>, alındığı tarih: 02.02.2013
- Url-2** <[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Blocks\\_112513.png](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Blocks_112513.png)>, alındığı tarih: 02.02.2013.
- Url-3** <[http://www.electronic-engineering.ch/study/ins/euler\\_angles.gif](http://www.electronic-engineering.ch/study/ins/euler_angles.gif)>, alındığı tarih: 02.04.2014.
- Url-4** <<http://mathworld.wolfram.com/EulerAngles.html>>, alındığı tarih: 03.04.2014.



## ÖZGEÇMİŞ

Berat Gürcan ŞENTÜRK  
Ataköy 9. Kısım B/25 Blok  
Bakırköy, İstanbul  
(555)6044359  
E-mail :gurcansenturk@gmail.com



### KİŞİSEL BİLGİLER

Doğum Tarihi 1988  
Medeni Durum Bekar  
Askerlik Durumu Tecilli

### EĞİTİM BİLGİLERİ

2007 – 2011 Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta  
Lisans, Makine Mühendisliği  
2002 – 2006 İstanbul – Fatih Şehremini Y.D.A. LİSESİ  
Lise

### İŞ ve STAJ BİLGİLERİ

2010 Gül Pres Döküm Sanayi A.Ş. : Staj (2010)  
(Beylikdüzü/İstanbul)  
2009 Erdoğanlar Alüminyum Sanayi ve Ticaret A.Ş. : Staj (2010)  
(Kıraç Esenyurt/İstanbul)

### BİLGİSAYAR BECERİLERİ

Katı tasarım (CAD) programları: Solidworks, Autocad, Catia  
Sonlu Eleman Analizi Programları: Ansys Workbench, ABAQUS, NASTRAN, MARC  
Programlama Dilleri: C, C++, Fortran  
Programlama ve sayısal hesaplama için: MATLAB

### SEMİNER ve KURSLAR

American Cultural Association Language Schools, German, 2009  
Üçüncü Binyıl Teknik Eğitim Akademisi, ANSYS eğitim programı, 2012