

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAZI MADDE FORMLARININ
LYRA GEOMETRİDE İNCELENMESİ

Murat DEMİRTAŞ

Fizik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: **07/02/2014**

Tez Danışmanı:

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

ÇANAKKALE

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

MURAT DEMİRTAŞ tarafından **YRD. DOÇ. DR. MELİS ULU DOĞRU** yönetiminde hazırlanan “**BAZI MADDE FORMLARININ LYRA GEOMETRİDE İNCELENMESİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

Danışman

Yrd. Doç. Dr. E. Canan GÜNAY DEMİREL

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN

Jüri Üyesi

Sıra No :

Tez Savunma Tarihi: 07/02/2014

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Murat DEMİRTAŞ

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmalarım boyunca baŐarma ve üretme heyecanını benimle paylaşan, tecrübeleri ve bilgileriyle sürekli yanımda yer alan saygı değer danışman hocam Yrd. Doc. Dr. Melis ULU DOğRU'ya, çalıŐmam boyunca bana destek olan başta eŐim Saliha DEMİRTAŞ'a ve tüm aile bireylerime sonsuz Őükranlarımı ve teŐekkürlerimi sunarım.

Murat DEMİRTAŞ

SİMGELER VE KISALTMALAR

∂_μ	Kısmi türev
∂_μ	Kovaryant türev
ϕ_l	Ayar (gauge) fonksiyonu
κ	$\frac{8\pi G}{c^4}$ değerindeki çiftlenim sabiti
${}^*\Gamma_{ik}^l$	Lyra geometrisi bağlantı katsayısı
${}^*R^a{}_{bcd}$	Lyra geometride eğrilik tensörü
*R	Lyra geometride eğrilik skaleri
u^i	4-lü hız
x^i	Koordinatlar
A_r	Herhangi bir A fonksiyonunun r 'ye göre türevi
$A_{r,r}$	Herhangi bir A fonksiyonunun r 'ye göre ikinci türevi

Bu tez çalışmasında uzay-zamanı signatürü (-2)' dir.

ÖZET

BAZI MADDE FORMLARININ LYRA GEOMETRİDE İNCELENMESİ

Murat DEMİRTAŞ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

07/02/2014, 30

Bu tez çalışmasında öncelikle anizotropik akışkanlı karadelik çeşitleri (Schwarzschild karadeliği, Reissner-Nordström karadeliği, Minkowski, de Sitter, Anti de Sitter-tipi karadelikler, BTZ-tipi karadelikler, yüklü BTZ-tipi karadelikler) için Lyra geometri çerçevesinde alan denklemleri ve çözümleri elde edilmiştir. Lyra geometri çerçevesinde anizotropik akışkanlı karadelik çeşitleri için basınç ve yoğunlukların radyal koordinata göre değişimleri grafikler yardımıyla incelenmiş, tekil noktaları ile olay ufukları karşılaştırılmıştır. Ayrıca ikinci kısımda ideal akışkanlı silindirik simetrik kozmolojiler için yine Lyra geometri çerçevesinde alan denklemleri ve tam çözümleri incelenmiştir. Lyra geometriye göre, silindirik simetrik ideal akışkanın basınç ve yoğunluklarının eşit olması gerektiğinden, bu madde formunun ancak stiff madde olabileceği anlaşılmıştır. İdeal akışkanın basınç ve yoğunluklarının radyal koordinata göre değişimi grafikler yardımıyla incelenmiştir. Elde edilen çözümlerin fiziksel ve geometrik özellikleri tartışılmıştır.

Anahtar sözcükler: Lyra Geometri, Karadelikler, İdeal Akışkan, Anizotropik Akışkan, Silindirik Simetrik Uzay-Zaman, Küresel Simetrik Uzay-Zaman

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF SOME MATTER FORMS IN LYRA GEOMETRY

Murat DEMİRTAŞ

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Naturel and Applied Sciences

Physics Science, Thesis Master of Science

Advisor : Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

07/02/2014, 30

In this thesis, the field equations and their solutions of various blackholes (Schwarzschild blackhole, Reissner-Nordström blackhole, Minkowski, de Sitter, Anti de Sitter-type blackholes, BTZ-type blackholes, charged BTZ-type blackholes) with anisotropic fluid in the framework of Lyra geometry, were investigated, firstly. In the framework of Lyra geometry, changing according to radial coordinate of pressures and densities for various black holes with anisotropic fluid are investigated with graphics. So, singular point of the black holes solutions are compared with event horizon of them. On the other hand, in second part of the thesis, the field equations and their exact solutions of cylindrical symmetric cosmologies with perfect fluid were analyzed in Lyra geometry. Because, according to Lyra geometry, pressure of perfect fluid are obtained to be equal to density of the fluid, it is presented that the fluid has the form of stiff matter. The changing of pressure and density for the perfect fluid is investigated with using graphics. Physical and geometrical properties of obtained solutions were discussed.

Keywords: Lyra Geometry, Blackholes, Perfect Fluid, Cylindrical Symetric Space-Time, Spherically Symmetric Space-Time.

İÇERİK	Sayfa
YÜKSEK LİSANS TEZ SINAVI SONUÇ FORMU.....	İi
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	İii
TEŞEKKÜR.....	İv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	V
ÖZET.....	Vi
ABSTRACT.....	Vii
BÖLÜM 1 – GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2 – ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	4
BÖLÜM 3- MATERYAL ve YÖNTEM.....	6
BÖLÜM 4 – ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	9
4.1. Lyra Geometride Anizotropik Akışkanlı Karadelikler.....	9
4.1.1. Lyra geometride anizotropik akışkanlı Schwarzschild karadeliği.....	10
4.1.2. Lyra geometride anizotropik akışkanlı Reissner-Nordström karadeliği.....	11
4.1.3. Lyra geometride anizotropik akışkanlı Minkowski, de Sitter ve Anti de Sitter-tipi karadelikler.....	12
4.1.4. Lyra geometride anizotropik akışkanlı BTZ-tipi karadelikler.....	13
4.1.5. Lyra geometride anizotropik akışkanlı yüklü BTZ-tipi karadelikler	14
4.2. Lyra Geometride İdeal Akışkanlı Silindirik Simetrik Kozmolojik Modeller.....	15
BÖLÜM 5 – SONUÇ VE ÖNERİLER.....	18

5.1. Lyra Geometride Anizotropik Akışkanlı Karadelik Modelleri İçin	
Sonuç ve Öneriler.....	18
5.2. Lyra Geometride İdeal Akışkanlı Silindirik Simetrik	
Kozmolojik Modeller İçin Sonuç ve Öneriler.....	25
KAYNAKLAR.....	28
Şekiller.....	I
Özgeçmiş.....	III

BÖLÜM 1**GİRİŞ**

“*Evren nasıl oluştu?*” ve “*Evren nasıl evrimleşti?*” soruları kozmoloji biliminin temelini oluşturan en önemli sorulardandır. Kozmolojinin tarihi gelişimine bakıldığında gravitasyon teorileri ve çeşitli kozmolojik modeller ile bu sorulara cevap bulmaya çalışılmıştır. Gravitasyon teorileri M.Ö. 4. yüzyılda yaşayan Yunan Filozof Aristoteles’e kadar dayanır. İlk olarak Aristoteles, hareket ve etkiyi gravitasyonel bir nedene bağlayarak, iki bin yıl geçerli kalan bir fizik felsefesi öne sürmüştür. Bu fizik felsefesine göre; toprak gibi ağır cisimler, kendi doğalarına bağlı olarak, yere ve Dünya’nın merkezine doğru hareket ederken, hafif bir yapıya sahip olan ateş, yine kendi doğasına uygun bir şekilde kendisi gibi ışık veren Ay’ın merkezine doğru hareket eder. Bu öğretiye göre ağır cisimlerin Dünya’nın merkezine doğru hareket etmeleri bir iç gravitasyondan kaynaklanmaktadır (Grant, 1996). 7. Yüzyılda Hintli Matematikçi Brahmagupta, cisimlerin yeryüzüne düşmesinin dünyanın doğasıyla ilgili olduğunu öne sürmüştür (Khoshy, 2002). Yerçekimi yani gravitasyonun ilk tanımı ise 11. yüzyılda Hintli Matematikçi Bhaskaracharya’ dan gelmiştir. Bhaskaracharya, gökyüzündeki cisimlerin kendi kuvvetleriyle başka cisimleri kendi üzerlerine çektiklerini önerse de, gök cisimleri birbirini çektiklerinde, birbiri üzerine düşmemelerini açıklayamamıştır (Sharma, 2007).

Gravitasyon teorileri aslında kullandığı görelilik ilkelerine göre de farklılaşmaktadır. Newton’un gravitasyon teorisinde etkileşmelerin sonsuz hızla yayılmasını öngören “mutlak zaman” kavramı; Galileo’nun, zamanın bütün gözlemciler için aynı olduğu görelilik ilkesine dayanıyordu. Uzun bir süre geçerliliğini koruyan Newton gravitasyon teorisi ve Galileo görelilik ilkesi, 1865’te Maxwell tarafından ortaya koyulan elektromanyetik alan tanımları ve ışığın yayılma teorisiyle yerini Einstein’ın relativite ve gravitasyon teorilerine bırakmıştır. Einstein teorilerine ilaveten, Minkowski’nin uzay-zaman tanımını geliştirmesi ve zamanı üç boyutlu Öklid uzayına bir koordinat gibi eklemesiyle, Einstein teorilerinin geçerliliği daha da artmıştır. Lorentz dönüşüm ilkeleriyle birleştirildiğinde ise ışık hızına yakın hızlarda hareket eden cisimlerin hareketlerini açıklamada tamamen başarı gösteren bir teori olmuştur. Ancak özel relativite teorisi olarak adlandırılan bu teoride gravitasyonel etkileşimler konusunda bir takım eksiklikler yer almaktadır. Bu eksiklikler gravitasyonun da doğasını açıklayabilmek için Einstein’ı “genel görelilik teorisini” oluşturmaya sevk etmiştir. Özel ve genel relativite teorileri birlikte,

gravitasyonel kırmızıya kayma, ışığın gravitasyonel alanda sapması gibi Newton teorisiyle açıklanamayan olayları da açıklamada başarı sağlamıştır.

Öne sürülen gravitasyon teorilerini kullandıkları geometriler de doğrudan etkilemektedir. Örneğin Einstein'ın özel ve genel relativite teorileri Riemann geometrisine dayanmaktadır. Riemann geometrisi iki temel esasa dayanmaktadır. Bunlardan bir tanesi uzayı metrikle donatmak, diğeri ise vektörlerin paralel ötelenmesi kavramlarından faydalanarak, noktalar arasındaki ilişkisel (affin) özelliklerini ifade etmektir (Özemre, 1982).

1918'de Weyl, elektromanyetik alan ve gravitasyonel alanları birleştirmek için Weyl geometrisini geliştirmiştir. Weyl Geometrisi iki bağımsız değişkenle karakterize edilir. Bunlar g_{ik} metrik tensörü ve ϕ_i ayar (gauge) fonksiyonu şeklindedir. Weyl geometrisindeki geometrik nesnelere bu iki değişkene bağlı olarak tanımlanmaktadır. Bu geometrideki bağlantı katsayıları

$$\alpha^i{}_{kl} = \left\{ \begin{matrix} i \\ kl \end{matrix} \right\} + s^i{}_{kl} \quad (1.1)$$

şeklindedir. Burada $\left\{ \begin{matrix} i \\ kl \end{matrix} \right\}$ Riemann geometrisi bağlantı katsayıları ile ilişkili olan 2. tip Christoffel sembolüdür. Ayrıca

$$s^i{}_{kl} = \frac{1}{2} (\delta_k^i \phi_l + \delta_l^i \phi_k - g_{lk} \phi^i) \quad (1.2)$$

şeklindedir. Weyl geometrisi, koordinat dönüşümlerinde uzunluk yapılarının korunamaması gibi bir eksikliğe sahiptir ve bu nedenle çok fazla dikkate alınmamıştır. Ancak elektromanyetizma ve gravitasyonu birleştirme çabaları; Lyra tarafından, (Weyl geometrisindeki eksikliğin giderilmesi için) ayar fonksiyonlarının kullanımını değiştirmesiyle kaldığı noktadan devam etmiştir. Lyra'nın yeni tanımladığı geometride metrik, koordinatlara ve ayar fonksiyonuna bağlı olarak tanımlanmaktadır (Lyra, 1951). Böylece vektör uzunluklarının paralel taşımalar altında korunması da sağlanmaktadır.

Einstein, genel relativite teorisinde, metrik tensörü gravitasyonel potansiyellere bağlı

tanımlayarak başarı elde etmiştir. Lyra geometriye bağlı skaler alan teorisinde ise, kendi teorisinde hem skaler hem de tensörel alanlar geometrik anlama sahip kılınmış, Einstein'ın elde ettiği başarı yine sağlanmıştır (Rahaman ve ark, 2006a).

Gravitasyonun alternatif teorilerinde öne çıkan skaler alan teorileri Brans-Dicke ve Lyra geometri tabanlı skaler alan teorileridir. Brans-Dicke teorisindeki skaler alan geometriye yabancı kalır. Lyra geometrideki skaler ve tensörel alanlar doğrudan geometriyi etkilediğinden, Einstein'ın alan denklemlerindeki geometrik yapıya daha yakındır (Rahaman, 2003). Lyra geometriye dayanan bu gravitasyonun skaler alan teorisi için alan denklemleri Sen ve Dunn tarafından geliştirilmiştir (Sen ve Dunn, 1971).

Bu çalışmada öncelikle gravitasyonun Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinde alan denklemleri tanıtılmıştır. İki kısımdan oluşan bu tez çalışmasının ilk kısmında, anizotropik akışkanlı karadelikler (Schwarzschild karadeliği, Reissner-Nordström karadeliği, Minkowski, de Sitter, Anti de Sitter-tipi karadelikler, BTZ (Bañados-Teitelboim-Zanelli)- tipi karadelikler ve yüklü BTZ-tipi karadelikler) için Lyra geometri çerçevesinde alan denklemleri elde edilmiştir. Alan denklemleri çözümlerinden anizotropik akışkanın dağılımı, basınç ve yoğunluk parametreleri bulunmuştur. Tez çalışmasının ikinci kısmında ise yine Lyra geometri kapsamında ideal akışkanlı silindirik simetrik kozmolojiler için alan denklemleri ve çözümleri incelenmiştir. Son olarak her iki çözüm için sonuçlar ve özellikleri tartışılmıştır.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Lyra geometri çerçevesinde alan denklemleri Sen (1957), Sen ve Dunn (1971) tarafından inşa edildikten sonra, çeşitli uzay-zaman geometrileri ve madde dağılımları için pek çok alan denklemi uygulamaları incelenmiştir.

Halford (1970) ideal akışkanlı Friedmann-Robertson-Walker uzay-zamanını, yerdeğiştirme vektörü bileşenlerini sabit seçerek incelemiştir. Elde ettiği çözümleri Einstein'ın gravitasyon teorisindeki alan denklemi çözümleri ile karşılaştırmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda, Einstein alan denklemlerindeki kozmolojik sabit ile sabit bileşenli yerdeğiştirme vektörünün aynı rolü üstlendiğini de önermiştir.

Reddy ve Innaiah (1985), ideal akışkanlı Bianchi tip-I uzay-zamanının yine Lyra geometri çerçevesinde incelemiştir. Kozmolojik sabite karşılık geldiği düşünülen yer değiştirme vektörünün, Lyra geometrinin doğasından doğrudan geldiğine dikkat çekmişlerdir.

Ayrıca literatürde Lyra geometrideki yerdeğiştirme vektörünün evrenin genişlemesini ifade ettiği de pek çok çalışmada yer almıştır (Sen ve Vanstone, 1972; Bhamra, 1974; Karade ve Borikar, 1978; Kalyanshetti ve Wagmode, 1982; Beesham, 1986; Reddy ve Venkateswarlu, 1987; Soleng, 1987).

Bhamra (1974), ideal akışkanlı küresel simetrik kozmolojileri Lyra geometri çerçevesinde incelemiş ve statik evren modellerinin fiziksel açıdan gerçekçi olmadığını ifade etmiştir.

Reddy ve Venkateswarlu (1987), ideal akışkanlı küresel simetrik ve konformal kozmolojileri, yer değiştirme vektörünün sabit bileşenini dikkate alarak yine Lyra geometri çerçevesinde incelemiştir. Yer değiştirme vektörünün Einstein-Cartan teorisindeki spin yoğunluğu gibi rol oynadığını da önermişlerdir.

Rahaman ve ark. (2002), 4- boyut ve yüksek boyutta ideal akışkanlı küresel simetrik kozmolojileri Lyra geometri çerçevesinde inceleyerek tekillsiz bir model önermişlerdir. Rahaman (2003), Lyra geometri çerçevesinde monopollü küresel simetrik kozmolojileri yüksek boyutta inceleyerek, elde edilen sonuçları genel relativiteden elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak irdelenmiştir.

Rahaman ve Mondal (2007), global monopollü statik olamayan küresel simetrik uzay-zaman için Lyra geometri alan denklemlerini elde etmiş, böyle bir sistemde hareket eden bir test parçacığının hareket denklemlerini elde etmişlerdir. Sonuç olarak global monopollerin test parçacığına çekici bir kuvvet uyguladığını göstermişlerdir.

Diğer yandan, Lyra geometride incelenen silindirik simetrik kozmolojiler ise aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

Pradhan ve Mathur (2009), elektromanyetik alanlı ve ideal akışkanlı homojen olmayan silindirik simetrik kozmolojileri, yerdeğiştirme vektörü bileşenlerini zamana bağlı dikkate alarak incelemişler ve gözlem sonuçları ile uyuşan bir model elde ettiklerini göstermişlerdir.

Pradhan (2009), viskoz akışkanlı homojen silindirik simetrik kozmolojik modelleri yer değiştirme vektörünü zamanla değişen bir vektör olarak tanımlayarak, Lyra geometri çerçevesinde incelemiştir. Yerdeğiştirme vektörünün kozmolojik sabit gibi davrandığını göstermiştir.

Singh (2008), kozmik sicimli statik silindirik simetrik modeli elektromanyetik alanın varlığında ve var olmadığına Lyra geometri çerçevesinde incelemiş, bu tür kozmolojilerin homojen olmayan yüklü toz bulutu ile dolu olduğunu göstermişlerdir.

Ayrıca literatürde Lyra geometri çerçevesinde, incelenen küresel simetrik uzay-zaman çözümlerinden Rahaman ve ark. (2006b) tarafından yapılan bir karadelik çözümü olduğu göze çarpmaktadır. Sen ve Dunn'ın (1971) daha önce sunduğu seri çözümlü alan denklemlerinin bir karadelik yapısına uygun olduğu gösterilmiştir. Bu çözümler Schwarzschild karadeliklerine benzetilmiş ve Lyra karadeligi adı verilmiştir. Lyra karadeliklerinin iki ufku olduğu ancak belirli koşullar altında bu statik vakum için seri tipli alan denklemleri çözümlerinin karadelik çözümlerine uygun olduğunu belirlemişler, bu çözümlerin Schwarzschild karadeliklerine benzediğini göstermişlerdir. Bu karadelige Lyra karadeligi adını vermişler, ayrıca bu çalışmalarında Lyra karadeliginin iki ufku olduğunu ve bu ufukların belli koşullar altında örtüştüğünü de göstermişlerdir.

Lyra geometri çerçevesinde anizotropik akışkanlı uzay-zaman geometrileri de araştırılmıştır. Adhav (2011)'i anizotropik akışkanlı LRS tipi evrenini zamana bağlı yerdeğiştirme vektörü dikkate alarak incelemiştir. Ele aldıkları modelin izotropik dağılıma indirgenmediğini ve madde yapısının ise karanlık enerjiye benzediğini elde etmişlerdir.

BÖLÜM 3 MATERYAL VE YÖNTEM

Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinde alan denklemleri,

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R + \frac{3}{2}\phi_i\phi_j - \frac{3}{4}g_{ij}\phi_k\phi^k = -\chi T_{ij} \quad (3.1)$$

şeklinde verilir. Burada R_{ij} , R ve g_{ij} sırasıyla Riemann geometrideki Ricci eğrilik tensörü, Ricci eğrilik skaleri ve metrik tensörü göstermektedirler. Diğer yandan ϕ_i Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinin yerdeğiştirme vektörüdür. Eşitliğin sağ tarafındaki T_{ij} kozmik madde dağılımının enerji-momentum tensörü olup, $\chi = \frac{8\pi G}{c^4}$ değerindeki çiftlenim sabitidir. Yerdeğiştirme vektör alanının geometri tanımından doğal bir sonuç olarak çıktığı Lyra (1951) ve Sen (1957) tarafından ortaya koyulmuştur. Ayrıca Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinde kullanılabilecek bağlantı (affin) katsayıları Lyra tarafından

$${}^*\Gamma_{ik}^l = A^{-1}\Gamma_{ik}^l - (\delta_i^l\phi_k + \delta_k^l\phi_i - g_{ki}\phi^l) \quad (3.2)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada Γ_{ik}^l Riemann geometrisinin bağlantı katsayıları olan 2. tip Christoffel sembolleridir. δ_i^k ise metrik tensörün karışık formunu ve Kronecker Delta fonksiyonunu göstermektedir. A ise Lyra manifoldu için ayar fonksiyonudur.

(3.2) ile verilen bağlantı katsayılarından, Lyra geometrinin eğrilik tensörleri üretilir. Lyra geometri eğrilik tensörü

$${}^*R^a{}_{bcd} = A^{-2} \left[- \left(A \tilde{\Gamma}_{bc}{}^a \right)_{,d} + \left(A \tilde{\Gamma}_{bd}{}^a \right)_{,c} - A^2 (\tilde{\Gamma}_{bc}{}^e \tilde{\Gamma}_{ed}{}^a - \tilde{\Gamma}_{bc}{}^e \tilde{\Gamma}_{ce}{}^a) \right] \quad (3.3)$$

şeklinindedir. Burada $\tilde{\Gamma}_{bc}{}^a$ Lyra geometrinin bağlantı katsayıları cinsinden

$$\approx \Gamma_{bc}^a = {}^* \Gamma_{bc}^a - \frac{1}{2} \delta_b^a \phi_c \quad (3.4)$$

şeklindedir. (3.3) denkleminde, Lyra geometrinin eğrilik skaleri elde edilebilir ki, Lyra bu skaleri

$${}^* R = A^{-2} R + 3A^{-1} \phi_{;a}^a + \frac{3}{2} \phi^a \phi_a + 2A^{-1} (\log A^2)_{;a} \phi^a \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlamıştır. (3.2)-(3.4) eşitliklerindeki geometrik nesnelerin, Riemann geometrisindeki geometrik nesnelere ile ilişkileri kullanılarak alan denklemleri, alışkın olduğumuz formda (Riemann geometrisi tabanlı Einstein gravitasyon teorisine benzer olarak), (3.1) eşitliğindeki gibidir.

(3.1) denklemi ile tanımlanan Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinin alan denklemleri de Einstein alan denklemleri gibi madde dağılımı ve geometri arasında bir köprü görevi görür. (3.1) eşitliğinin sağ tarafı uzay-zamana eğrilik kazandıran madde dağılımları, sol tarafı ise uzay-zamanın geometrik özellikleri ile ilgilidir.

Bu tez çalışmasında dikkate alınan kozmik madde dağılımlarının özellikleri ise aşağıdaki biçimde özetlenebilir.

Kozmolojide büyük önem taşıyan madde dağılımlarından birisi ideal akışkandır. Bu akışkan basıncı ve yoğunluğu ile karakterize edilir. p basınçlı, ρ yoğunluklu bir ideal akışkanın enerji-momentum tensörü

$$T_k^i = (p + \rho) u^i u_k - p \delta_k^i \quad (3.6)$$

olarak tanımlanır. Burada u^i ideal akışkanın 4-lü hızıdır. Ayrıca ideal akışkan maddesinin basınç ve yoğunluğu birbirlerine durum denklemi denilen

$$p = \omega \rho \quad (3.7)$$

eşitliği ile bağlıdır (Carroll, 1997). (3.7) denkleminde görüldüğü gibi basınç ve yoğunluk

doğru orantılı olarak değişmektedir. Orantı sabiti ise “ ω ” dır.

Diğer yandan bir diğer akışkan, anizotropik akışkandır ve enerji-momentum tensörü

$$T_i^k = (p_{\perp} + \rho)u_i u^k + p_{\perp} \delta_i^k + (p_r - p_{\perp})X_i X^k \quad (3.8)$$

ile verilir. Burada p_r ve p_{\perp} sırasıyla anizotropik akışkanın radyal ve dik basınçlarıdır. u^i anizotropik akışkanın 4-lü hızları, X_i ise u^i 4-lü hızlarına dik birim uzaysal 4-lü vektördür ve

$$u^i X_i = 0, \quad (3.9)$$

$$X_i X^i = -1 \quad (3.10)$$

şartlarını sağlarlar. Anizotropik akışkan ideal akışkandan farklı olarak iki basınç bileşenine sahiptir. Bu bileşenler akışkanın teğetsel yöndeki ve dik yöndeki basınçlarının aynı olmadığını göstermektedir. Eğer her iki bileşen aynı olsaydı anizotropik akışkan ideal akışkan gibi davranırdı. $p_r = p_{\perp}$ olması durumunda (3.6) ve (3.8) eşitliklerinden, anizotropik akışkanın ideal akışkana indirgeneceği de açıkça görülmektedir.

BÖLÜM 4

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Lyra Geometride Anizotropik Akışkanlı Karadelikler

Küresel simetriye sahip bir yay elemanı olarak

$$ds^2 = F^2(r) dt^2 - \frac{dr^2}{F^2(r)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (4.1)$$

eşitliği dikkate alınabilir. (4.1) denklemi ile verilen küresel simetrik uzay-zaman metriği, bilindiği gibi bazı tür karadeliklerin geometrilerini de tanımlamada kullanılmaktadır.

Diğer yandan, bu çalışmada birlikte (co-moving) harekete uygun olarak (4.1) eşitliği için 4-lü hızlar

$$u^i = \left(0, 0, 0, \frac{1}{F(r)} \right) \text{ ve } u_i = (0, 0, 0, F(r)) \quad (4.2)$$

şeklinde seçilmiştir. Lyra geometriyi Riemann geometrisinden ve Einstein'ın genel relativite teorisinden ayıran yerdeğiştirme vektörü ise

$$\phi_i = (0, 0, 0, \beta), \quad \beta = \text{sabit} \quad (4.3)$$

olarak dikkate alınmıştır. (4.1)-(4.3) denklemleri ve Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinin alan denklemleri (3.1) - (3.10) ile birlikte düşünüldüğünde

$$p_r(r) = -\frac{2FF_r}{r} + \frac{1}{r^2} - \frac{F^2}{r^2} - \frac{3\beta^2}{4F^2}, \quad (4.4)$$

$$p_\perp(r) = -\frac{2FF_r}{r} - F_r^2 + F_{r,r}F - \frac{3\beta^2}{4F^2} \quad (4.5)$$

ve

$$\rho(r) = \frac{2FF_r}{r} - \frac{1}{r^2} + \frac{F^2}{r^2} - \frac{3\beta^2}{4F^2} \quad (4.6)$$

elde edilir. Burada χ çiftlenim sabiti normlanarak $\chi = 1$ alınmıştır. (4.4)-(4.6) eşitlikleri ile, Lyra geometri tabanlı skaler alan teorisinde, anizotropik akışkanın (4.1) denklemi ile verilen uzay-zaman geometrisindeki basınç ve yoğunlukları ifade edilmektedir. Anizotropik akışkanın yarıçapsal ve teğetsel basınçları ve yoğunluğu ise hem radyal koordinata göre hem de $F(r)$ fonksiyonuna göre değişim göstermektedir. $F(r)$ fonksiyonu farklı değerler alarak, (4.1) ile verilen küresel simetrik uzay-zamanı, Schwarzschild, Reissner-Nordström, Minkowski, de Sitter ve Anti de Sitter-tipi, BTZ-tipi ve yüklü BTZ-tipi karadeliklerin geometrilerini ifade eder hale dönüştürmektedir. Bu tür karadeliklere iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımları ise Lyra geometride aşağıdaki şekilde incelenebilir.

4.1.1. Lyra geometride anizotropik akışkanlı Schwarzschild karadeligi

(4.1) denklemindeki $F(r)$ fonksiyonu

$$F(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.7)$$

olduğunda, (4.1) eşitliği Schwarzschild karadeligi geometrisi göstermektedir. En basit karadelik modeli olan Schwarzschild karadelikleri, yükü ve açısal momentumu sıfır olan M kütleli bir modeldir (Schwarzschild, 1916). (4.4)-(4.6) denklemleri ile (4.7) birlikte kullanıldığında Lyra geometride Schwarzschild karadeligine iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı

$$p_r(r) = -\frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)}, \quad (4.8)$$

$$p_{\perp}(r) = -\frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} \quad (4.9)$$

ve

$$\rho(r) = -\frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} \quad (4.10)$$

olarak elde edilir.

4.1.2. Lyra geometride anizotropik akışkanlı Reissner-Nordström karadeligi

(4.1) denklemindeki $F(r)$ fonksiyonu

$$F(r) = \left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{Q^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

olduğunda, (4.1) eşitliği Reissner-Nordström karadeligi geometrisini işaret eder. Bu tür karadeliklerin kütlesi M kadardır. Aynı zamanda Q ise toplam yüküdür. Yüklü ancak statik bir karadelik modelidir (Reissner, 1916; Nordström, 1918). (4.4)-(4.6) denklemleri ile (4.11) denklemi birlikte kullanıldığında Lyra geometride Reissner-Nordström karadeliklerine iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı

$$p_r(r) = -\frac{Q^2}{r^4} - \frac{3\beta^2}{4\left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{Q^2}{r^2}\right)}, \quad (4.12)$$

$$p_{\perp}(r) = \frac{Q^2}{r^4} - \frac{3\beta^2}{4\left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{Q^2}{r^2}\right)} \quad (4.13)$$

ve

$$\rho(r) = \frac{Q^2}{r^4} - \frac{3\beta^2}{4\left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{Q^2}{r^2}\right)} \quad (4.14)$$

olarak elde edilir.

4.1.3. Lyra geometride anizotropik akışkanlı Minkowski, de Sitter ve Anti de Sitter tipi karadelikler

(4.1) denkleminde $F(r)$ fonksiyonu

$$F(r) = \left(k + \frac{r^2}{l^2} - \frac{r_0^3}{l^2 r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.15)$$

olduğunda, bu eşitlik yine bazı karadeliklerin geometrisini gösterir. Buradaki k sabiti sırasıyla 0 , 1 , -1 değerlerini alabilmektedir. k sabitinin aldığı değerlere göre bu tür karadeliklere özel olarak Minkowski tipi, de Sitter tipi, Anti-de Sitter tipi karadelik adlandırılması yapılır. Burada l bulk kozmolojik sabitine bağlı bir sabittir. r_0 ise bulk Newton sabiti ve karadeliğin kütlesi ile ilgili bir uzunluk parametresidir (Cognola ve ark., 2004).

(4.15) denklemi ve (4.4)-(4.6) denklemleri birlikte kullanıldığında, Lyra geometride

Minkowski, de Sitter veya Anti-de Sitter tipi karadeliklere iliştilirilmiş anizotropik akışkan dağılımı

$$p_r(r) = \frac{(-kl^2 - 3r^2 + l^2)}{l^2 r^2} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(k + \frac{r^2}{l^2} - \frac{r_0^3}{l^2 r}\right)}, \quad (4.16)$$

$$p_\perp(r) = -\frac{3}{l^2} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(k + \frac{r^2}{l^2} - \frac{r_0^3}{l^2 r}\right)} \quad (4.17)$$

ve

$$\rho(r) = \frac{(kl^2 + 3r^2 - l^2)}{l^2 r^2} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(k + \frac{r^2}{l^2} - \frac{r_0^3}{l^2 r}\right)} \quad (4.18)$$

olarak elde edilir.

4.1.4. Lyra geometride anizotropik akışkanlı BTZ- tipi karadelikler

(4.1) denkleminde $F(r)$ fonksiyonu

$$F(r) = \left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.19)$$

olduğunda, bu eşitlik BTZ-tipi karadelik geometrisini göstermektedir. Burada l kozmolojik sabit ile $\Lambda = -\frac{1}{l^2}$ şeklinde ilişkili bir sabit olup, M ise yine karadelğin kütlesidir (Hendi, 2008). (4.19) denklemi ve (4.4)-(4.6) denklemleri birlikte kullanıldığında, Lyra geometride BTZ-tipi karadeliklere iliştilirilmiş anizotropik akışkan

dağılımı

$$p_r(r) = \frac{l^2 - 3r^2}{l^2 r^2} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r}\right)}, \quad (4.20)$$

$$p_{\perp}(r) = -\frac{3}{l^2} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r}\right)} \quad (4.21)$$

ve

$$\rho(r) = \frac{3r^2 - l^2}{l^2 r^2} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{\left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r}\right)} \quad (4.22)$$

olarak elde edilir.

4.1.5. Lyra geometride anizotropik akışkanlı yüklü BTZ-tipi karadelikler

(4.1) denkleminde $F(r)$ fonksiyonu

$$F(r) = \left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r} - \frac{2\sqrt{2}Q^3 \ln\left(\frac{r}{l}\right)}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.23)$$

olduğunda, bu eşitlik yüklü BTZ-tipi karadeliklerin geometrisini işaret etmektedir. Burada Q karadeliğin toplam yükünü ve l ise bir tür uzunluk parametresini göstermektedir (Hendi,

2009). (4.23) denklemi (4.4)-(4.6) denklemleri birlikte kullanıldığında, Lyra geometride yüklü BTZ-tipi karadeliklere iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı

$$p_r(r) = \frac{-3r^3 + 2\sqrt{2}Q^3l^2 + rl^2}{r^3l^2} - \frac{3\beta^2}{4 \left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r} - \frac{2\sqrt{2}Q^3 \ln\left(\frac{r}{l}\right)}{r} \right)}, \quad (4.24)$$

$$p_\perp(r) = \frac{-(3r^3 + \sqrt{2}Q^3l^2)}{r^3l^2} - \frac{3\beta^2}{4 \left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r} - \frac{2\sqrt{2}Q^3 \ln\left(\frac{r}{l}\right)}{r} \right)} \quad (4.25)$$

ve

$$\rho(r) = \frac{3r^3 - 2\sqrt{2}Q^3l^2 - rl^2}{r^3l^2} - \frac{3\beta^2}{4 \left(\frac{r^2}{l^2} - \frac{M}{r} - \frac{2\sqrt{2}Q^3 \ln\left(\frac{r}{l}\right)}{r} \right)} \quad (4.26)$$

olarak elde edilir.

4.2. Lyra Geometride İdeal Akışkanlı Silindirik Simetrik Kozmolojik Modeller

Silindirik simetrik uzay-zaman yay elemanı

$$ds^2 = e^{v(r)}dt^2 - e^{\lambda(r)}dr^2 - r^2d\theta^2 - dz^2 \quad (4.27)$$

şeklinindedir. Silindirik simetri bir eksenden belirli bir uzaklıktaki noktaların eşdeğer dağılıma sahip olduğu simetridir. Bu bölümde alan denklemleri oluşturulurken yine birlikte (co-moving) hareket dikkate alınmaktadır ve 4-lü hızlar

$$u^i = \left(0, 0, 0, e^{\frac{-v}{2}}\right) \text{ ve } u_i = \left(0, 0, 0, e^{\frac{v}{2}}\right) \quad (4.28)$$

şeklindedir. Yine Lyra geometrinin yerdeğiştirme vektörü zamansal bir vektör olarak,

$$\phi_i = (0, 0, 0, \beta), \quad \beta = \text{sabit} \quad (4.29)$$

şeklinde seçilmiştir. (3.1)-(3.6) ve (4.27)-(4.29) eşitliklerinin birlikte kullanılmasından, Lyra geometride ideal akışkanlı silindirik simetrik kozmolojilere ait alan denklemleri;

$$p(r) = -\frac{1}{2} \frac{v_r}{e^{\lambda} r} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{e^v}, \quad (4.30)$$

$$p(r) = -\frac{1}{2} \frac{v_{r,r}}{e^{\lambda}} - \frac{1}{4} \frac{v_r^2}{e^{\lambda}} + \frac{1}{4} \frac{\lambda_r v_r}{e^{\lambda}} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{e^v}, \quad (4.31)$$

$$p(r) = \frac{1}{2} \frac{\lambda_r}{e^{\lambda} r} - \frac{1}{2} \frac{v_{r,r}}{e^{\lambda}} - \frac{1}{4} \frac{v_r^2}{e^{\lambda}} + \frac{1}{4} \frac{\lambda_r v_r}{e^{\lambda}} - \frac{1}{2} \frac{v_r}{e^{\lambda} r} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{e^v} \quad (4.32)$$

ve

$$\rho(r) = -\frac{1}{2} \frac{\lambda_r}{e^{\lambda} r} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{e^v} \quad (4.33)$$

olarak elde edilir. $v(r)$, $\lambda(r)$, $p(r)$ ve $\rho(r)$ bilinmeyen fonksiyonları (4.30)-(4.33) eşitliklerinde verilen adi diferansiyel denklem sisteminin çözümünden

$$\lambda(r) = v(r) = c_1 + c_2 r^2, \quad (4.34)$$

$$p(r) = \rho(r) = -\frac{c_2}{e^{c_2 r^2 + c_1}} - \frac{3}{4} \frac{\beta^2}{e^{c_2 r^2 + c_1}} \quad (4.35)$$

olarak elde edilir. Burada c_1 ve c_2 keyfi sabitlerdir. (4.27) ve (4.34) eşitliklerinden, Lyra geometriye göre ideal akışkanlı silindirik simetrik uzay-zaman yay elemanı

$$ds^2 = e^{(c_2 r^2 + c_1)} dt^2 - e^{(c_2 r^2 + c_1)} dr^2 - r^2 d\theta^2 - dz^2 \quad (4.38)$$

ile ifade edilebilir.

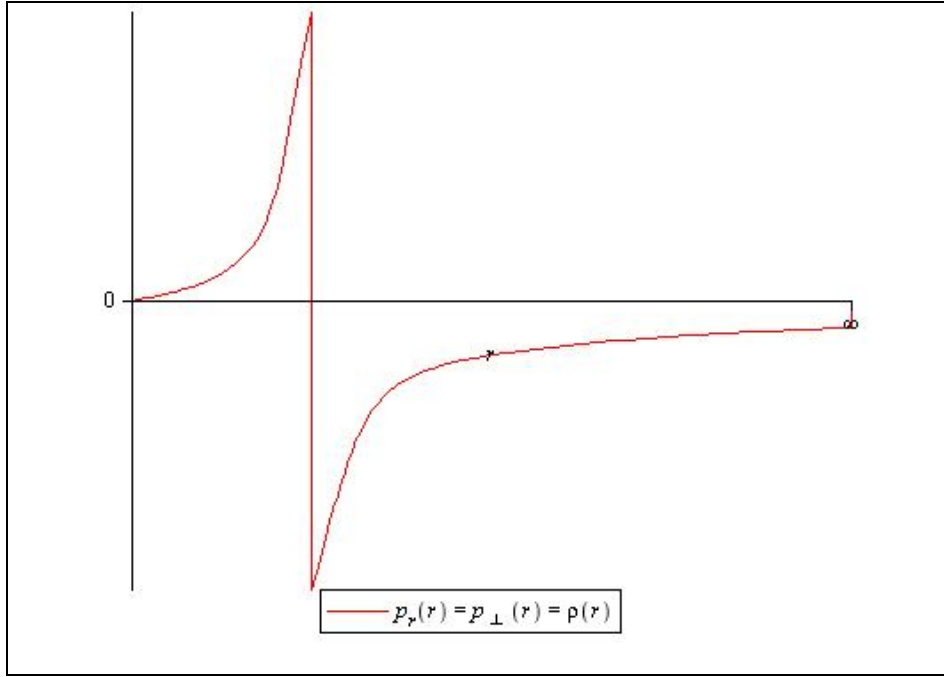
BÖLÜM 5

SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Lyra Geometride Anizotropik Akışkanlı Karadelik Modelleri için Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma kapsamında anizotropik akışkanlı küresel simetrik uzay-zaman geometrisi, Lyra geometri çerçevesinde incelenmiştir. (4.1) denklemi ile verilen ve bazı karadelik çeşitlerini ifade eden küresel simetrik yay elamanı dikkate alınmıştır. Genel formu (4.4)-(4.6) eşitlikleri ile verilen Lyra geometri tabanlı alan denklemleri, çeşitli karadelik geometrilerine uygun $F(r)$ fonksiyonu seçimleri ile çözümlenmiştir.

Bu bağlamda; (4.8)-(4.10) denklemleri Lyra geometri çerçevesinde Schwarzschild tipi karadelik geometrisine neden olabilecek anizotropik akışkan dağılımını göstermektedir. (4.8) ve (4.9) denklemlerinden anizotropik akışkanın radyal ve dik basınçlarının birbirlerine eşit elde edildiği görülmektedir. Dolayısıyla Lyra geometriye göre Schwarzschild tipi karadelik geometrisini sağlayacak akışkan, anizotropik değil ideal akışkan formunda olabilir. Dahası akışkanın (4.10) denklemiyle verilen yoğunluğu da radyal ve dik basınçlarına eşit elde edilmiştir. $p_r(r)=p_{\perp}(r)=\rho(r)$ olduğundan, Lyra geometriye göre stiff madde ile dolu bir küresel simetrik uzay-zaman Schwarzschild geometrisi vermektedir. (4.8)-(4.10) denklemlerinde $\beta = 0$ alındığında bu denklemler $p_r(r)=p_{\perp}(r)=\rho(r)=0$ şeklinde olur, bu çözümlerde genel relativiteye göre küresel simetrik vakum çözümlerinden elde edilen Schwarzschild karadeliği (Schwarzschild, 1916) çözümlerini verir. Ayrıca madde formunun basınç ve yoğunluğunun radyal koordinatla değişimi Şekil 1'de verilmektedir.



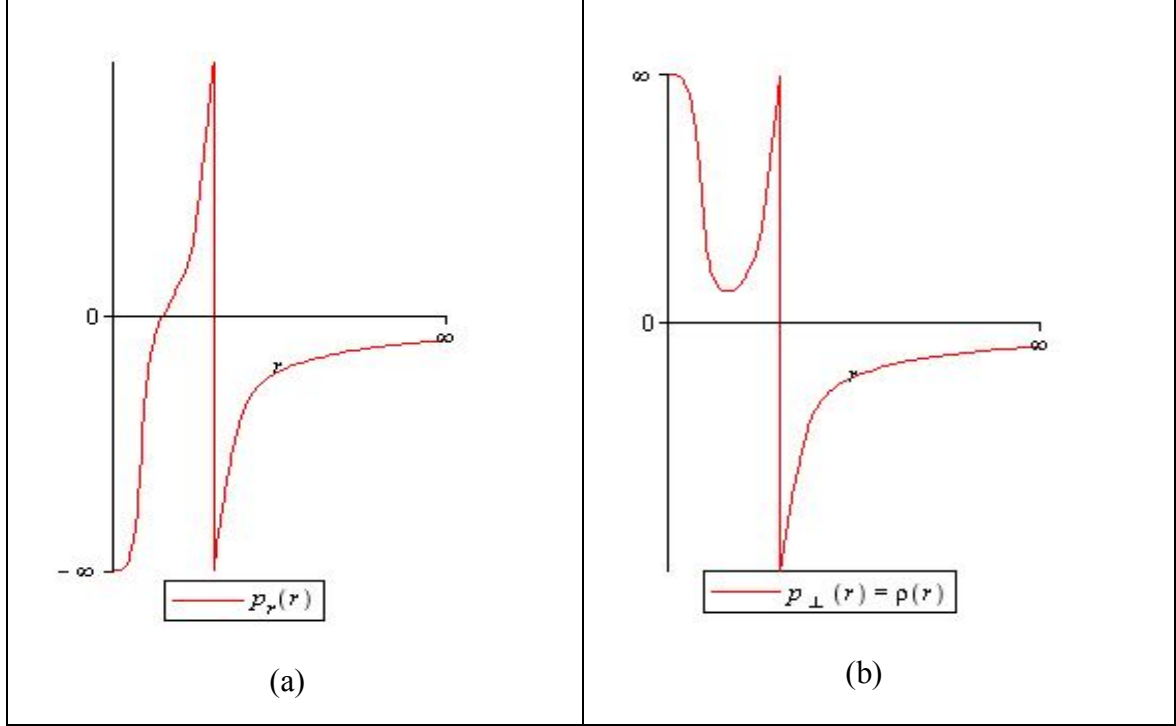
Şekil 1. Lyra geometri çerçevesinde Schwarzschild tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. Radyal, dik basınç ve yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.

Bilindiği üzere $r = 0$ ve $r = 2M$ noktaları Schwarzschild karadeliğinin singüler yani tekil noktalarıdır. $r_h = 2M$ tekil noktası ayrıca bu karadeliğin olay ufku da tanımlamaktadır. Şekil 1’den madde dağılımının olay ufku etrafında arttığına dikkat etmek gerekir. Ayrıca $r_h = 2M$ noktasında madde yoğunluk ve basıncı içinde tekillik söz konusu olmaktadır. Enerji şartlarını sağlayan normal bir madde tanımına uygun olacak şekilde çözüm, $0 < r < r_h$ aralığında anlamlıdır denebilir.

(4.12), (4.13) ve (4.14) denklemleri Lyra geometrisi çerçevesinde Reissner-Nordström tipi karadeliğin geometrisine neden olabilecek anizotropik akışkan dağılımını göstermektedir. Schwarzschild karadeliği ile ilgili çözümlere benzer şekilde, (4.13) ve (4.14) denklemlerinden görüyoruz ki Reissner-Nordström karadeliğine iliştirilen anizotropik akışkanın dik basınç yoğunluğuna eşit elde edilmektedir. Ancak radyal basınç bunlardan farklıdır. Ayrıca yükün ortadan kalkması halinde ($Q = 0$), bu çözüm beklenildiği üzere (4.8)-(4.10) denklemleri ile verilen Schwarzschild çözümüne indirgenmektedir. (4.12)-(4.14) denklemlerinde $\beta = 0$ alındığında $p_r(r) = -\frac{Q^2}{r^4}$,

$p_\perp(r) = \rho(r) = \frac{Q^2}{r^4}$ şeklinde olur. Bu çözümlerde genel relativiteye göre küresel simetrik

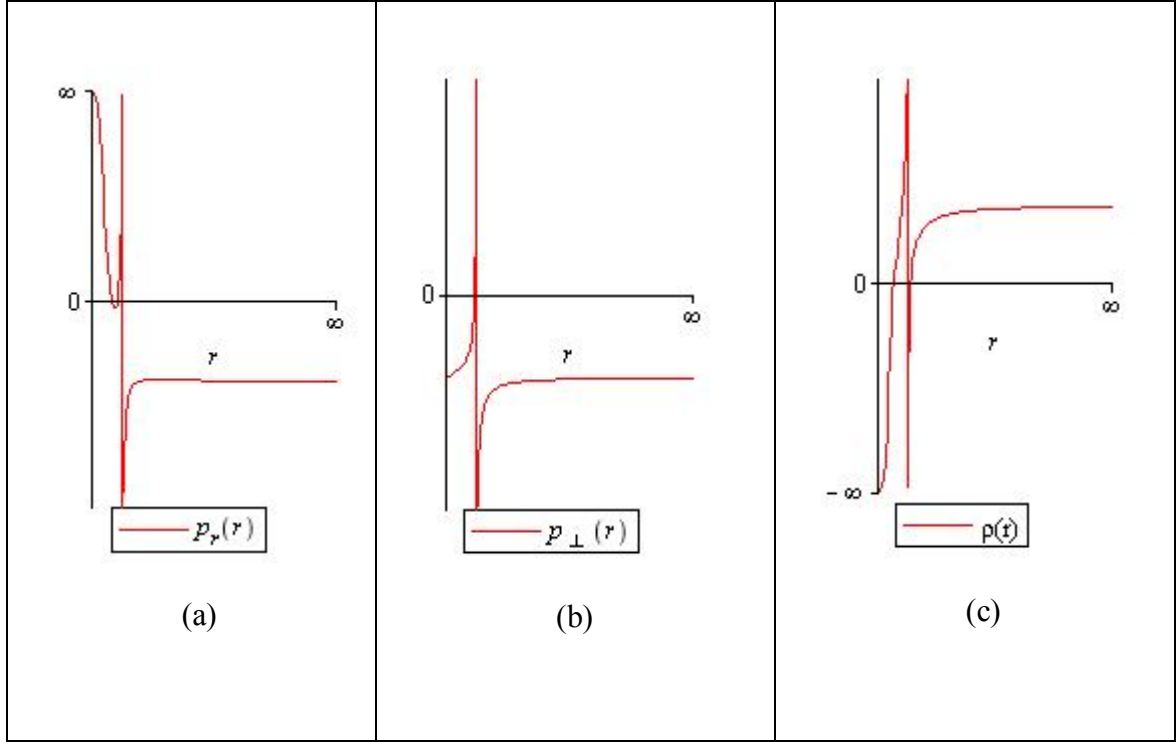
yüklü vakum çözümlerinden elde edilen Reissner-Nordström karadeliği (Reissner, 1916; Nordström, 1918) çözümlerini verir. Ayrıca bu çözüm için madde formunun basınç ve yoğunluğunun radyal koordinatla değişimi Şekil 2’de verilmektedir.



Şekil 2. Lyra geometri çerçevesinde Reissner-Nordström tipi karadeliğe iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basınç ve yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.

Şekil 2’de verilen grafiklerden çözümün tekil noktası olduğu açıkça görülmektedir. Bu tekillik (4.11) ve (4.12)-(4.14) eşitliklerinden kolayca belirlenebilecek olan $r_h = M + \sqrt{M^2 + Q^2}$ noktasındadır. Bu tekillik, Reissner-Nordström karadeliklerinin olay ufkuu belirler. Şekil 2(a)’da olay ufku içerisinde belirli bir bölgede radyal basıncın ortadan kalktığı görülmektedir. Ayrıca ufuk dışında negatif olan radyal basınç etkisini kaybetme eğilimindedir. Öte yandan, Şekil 2(b)’de ise olay ufku dışında hem yoğunluk hem de dik basıncın negatif bölgede olduğu görülmektedir. Bilinen madde formları içinde hem yoğunluk hem de basınçları negatif değer alan ve enerji koşullarını sağlayacak bir form bulunmadığından, çözüm ancak olay ufku içinde fiziksel anlamlıdır. Şekil 2(b)’de olay ufku içinde beklenene uygun biçimde anizotropik akışkanın yoğunluğu $\rho(r) > 0$ şeklindedir. Öyleyse çözüm $0 < r < r_h$ aralığında anlamlıdır denebilir.

(4.16), (4.17) ve (4.18) denklemleri Lyra geometrisi çerçevesinde Minkowski, de Sitter ve Anti de Sitter tipi karadelik geometrisine neden olabilecek anizotropik akışkan dağılımını göstermektedir. Öncelikle Minkowski tipi karadeliklere iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımını daha rahat gözlemleyebilmek için (4.16)-(4.18) denklemlerinde $k = 0$ olduğu dikkate alınmıştır ve elde edilen fonksiyon grafikleri, Şekil 3’de verilmektedir.

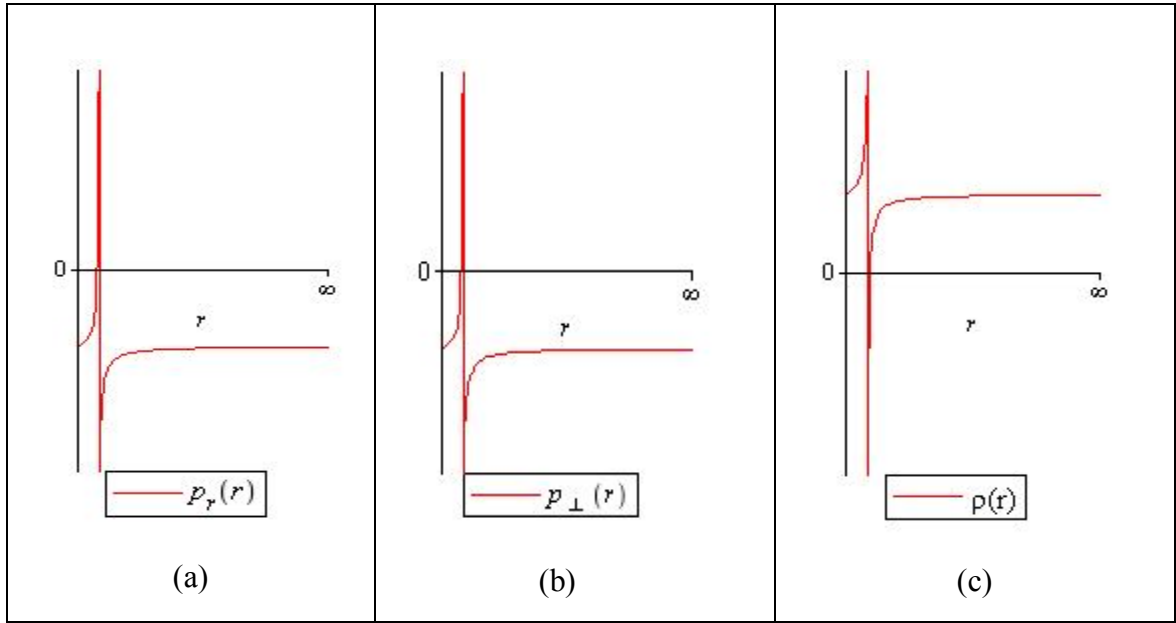


Şekil 3. Lyra geometri çerçevesinde Minkowski tipi karadeliğe iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.

Şekil 3’de madde dağılımı verilen Minkowski karadelikleri, (4.15) eşitliğinden görüldüğü gibi, $r = 0$ ve $r = r_0$ noktalarında tekillığe sahiptir. Şekil 3 (a) ve (c)’den $r = 0$ noktasında radyal basınç ve yoğunlukların sırasıyla (+) ve (-) sonsuz değerlerine yaklaştığı görülmektedir. Bunun yanında, Şekil 3, geometrik açıdan tekilik veren ve bu tip karadeliklerin olay ufku olan $r = r_0$ noktası için, madde dağılımının da tekil olduğunu göstermektedir. Ayrıca radyal ve dik basınçların dağılım etkilerinin olay ufkunun iç ve dış bölgelerinde benzer eğilim gösterdiği anlaşılmaktadır. Her iki basınç türü, olay ufkunun dışında negatif değerler almaktadır. Yoğunluk ise pozitif değerlere sahip olabilmektedir. Bu durum, anizotropik akışkan için tanımlanan $p_r(r) = \omega_1 \rho(r)$ ve $p_{\perp}(r) = \omega_2 \rho(r)$ durum

denklemleri hatırlandığında, ufuğun dış bölgelerinde orantı katsayılarının $\omega_1 < 0$ ve $\omega_2 < 0$ şeklinde elde edileceğini gösterir. Dolayısıyla olay ufkunun dışında Lyra geometriye göre Minkowski tipi karadeliklere iliştirilmiş ideal akışkan egzotik madde özellikleri gösteren bir dağılıma sahiptir denebilir.

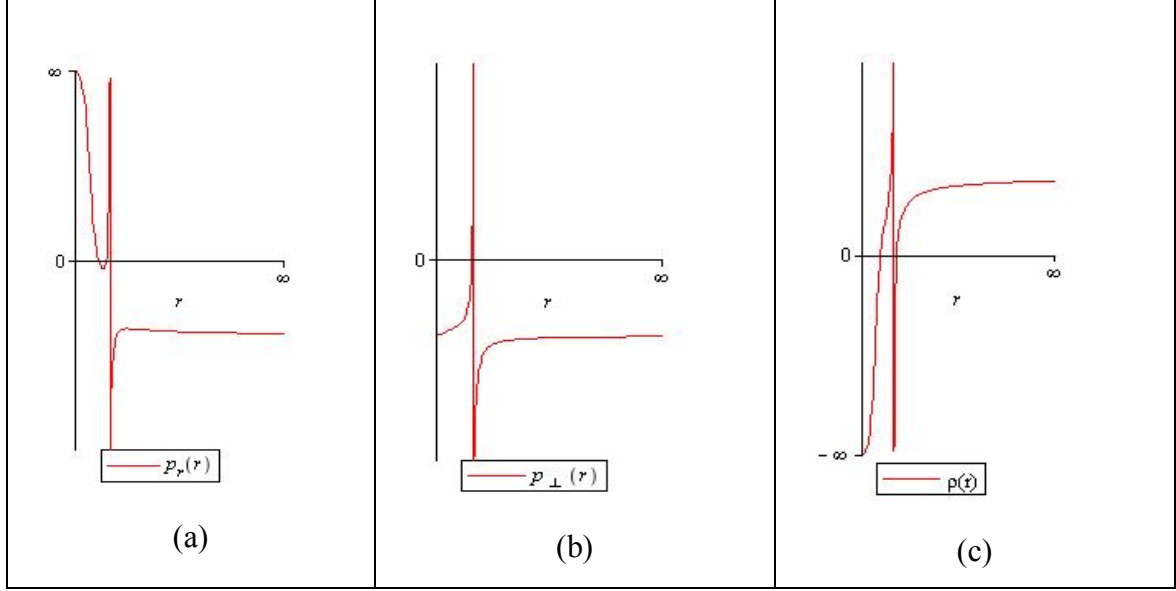
de Sitter tipi karadeliklere iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımını gözlemleyebilmek için (4.16)-(4.18) denklemlerinde $k = 1$ olduğu dikkate alınmıştır ve elde edilen fonksiyon grafikleri, Şekil 4’de verilmektedir.



Şekil 4. Lyra geometri çerçevesinde de Sitter tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.

Lyra geometriye göre, de Sitter tipi karadeliklere iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımını da Minkowski tipi karadeliklerde olduğu gibi, olay ufku olan $r = r_0$ noktasında tekillik göstermektedir. Ayrıca radyal ve dik basınçların dağılım etkilerinin olay ufkunun iç ve dış bölgelerinde benzer eğilim gösterdiği anlaşılmaktadır. Her iki basınç türü, olay ufkü içinde ve dışında genellikle negatif değerler almaktadır. Yoğunluk ise pozitif değerlere sahip olabilmektedir. Bu durum, anizotropik akışkan için tanımlanan $p_r(r) = \omega_1 \rho(r)$ ve $p_{\perp}(r) = \omega_2 \rho(r)$ durum denklemleri hatırlandığında, ufuğun iç ve dış bölgelerinde orantı katsayılarının $\omega_1 < 0$ ve $\omega_2 < 0$ şeklinde elde edileceğini gösterir. Dolayısıyla Lyra geometriye göre de Sitter tipi karadeliklere iliştirilmiş ideal akışkan

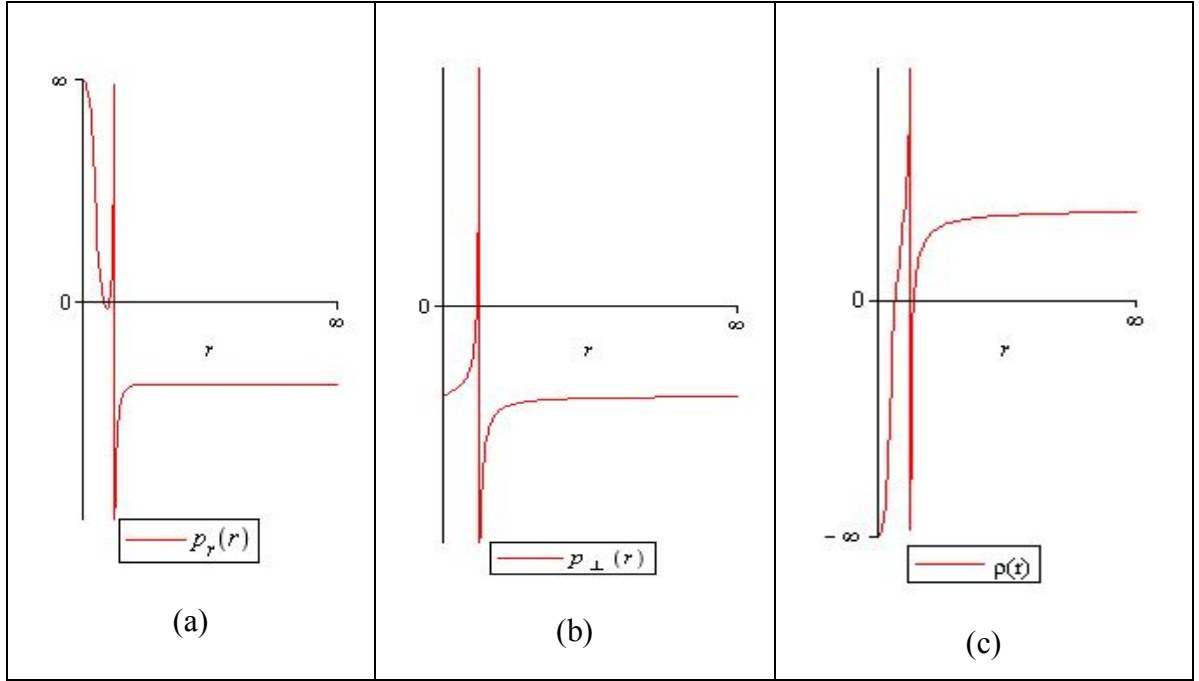
egzotik madde özellikleri gösteren bir dağılıma sahiptir denebilir. Benzer şekilde Anti de Sitter tipi karadeliklere iliştilirilmiş anizotropik akışkan dağılımı için (4.16)-(4.18) denklemlerinde $k = -1$ olduğu dikkate alınabilir. Bu durumdaki basınç ve yoğunluk değişimleri Şekil 5’de gösterilmektedir.



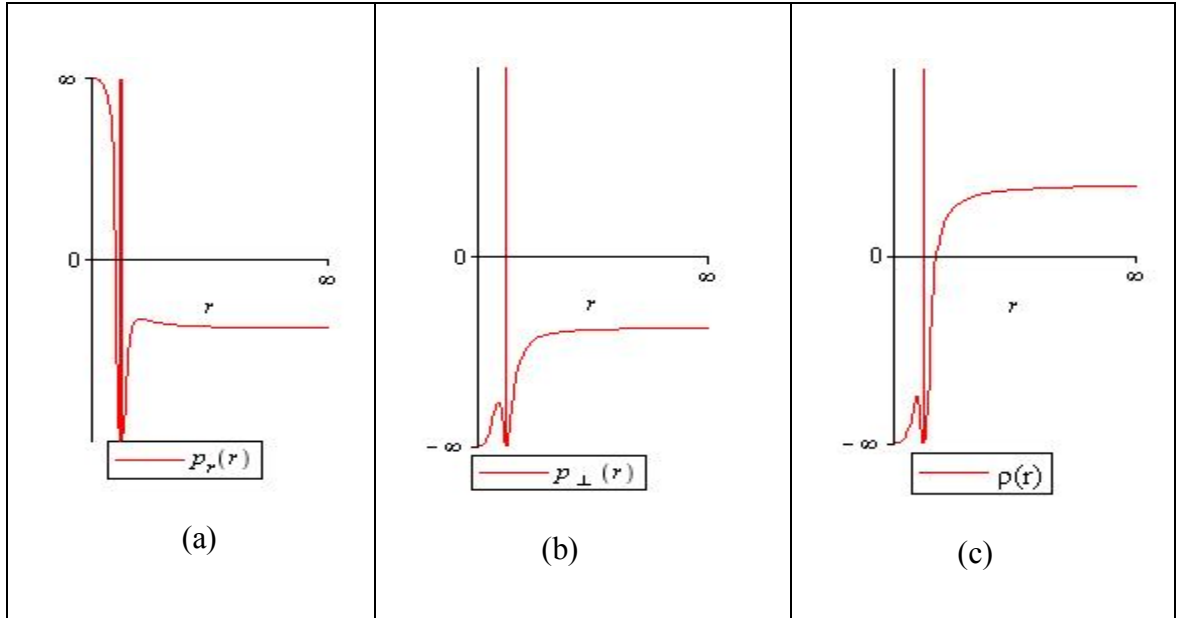
Şekil 5. Lyra geometri çerçevesinde Anti de Sitter tipi karadeliğe iliştilirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.

Anti de Sitter tipi karadelikler için Şekil 5 incelendiğinde yine Minkowski tipi karadeliklerde olduğu gibi durum denklemleri dikkate alındığında olay ufkunun dışında orantı sabitinin negatif aralıkta değer aldığı dolayısıyla akışkanın aynı zamanda bir egzotik maddeye karşılık geldiği de görülmektedir.

Bu tez çalışması kapsamında BTZ ve yüklü BTZ tipi karadeliklere iliştilirilmiş anizotropik akışkan dağılımları elde edilmiş ve sırasıyla (4.20)-(4.22) ve (4.24)-(4.26) denklemleri ile verilmiştir. Bu karadeliğe iliştilirilen anizotropik akışkan dağılımına ait grafikler Şekil 6 ve Şekil 7’de özetlenmiştir. Diğer sonuçlarda olduğu gibi, karadeliğin olay ufku bölgesinde tekillik olduğu madde dağılımından da görülmektedir.



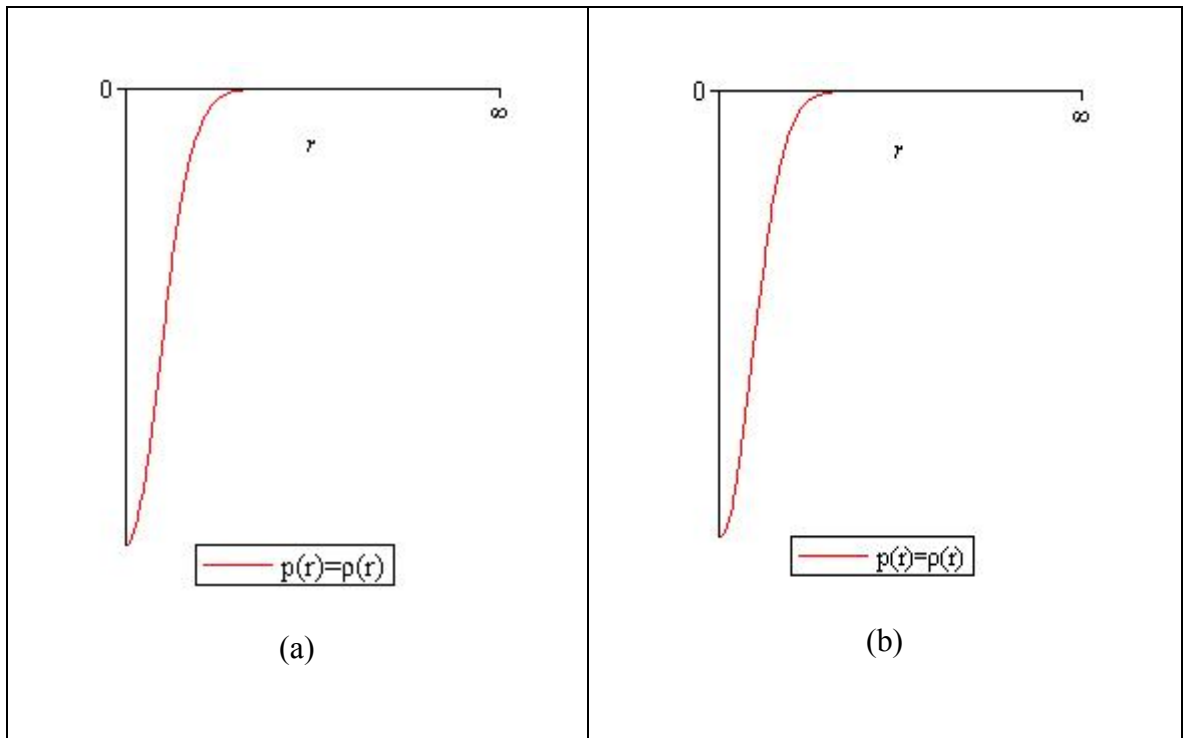
Şekil 6. Lyra geometri çerçevesinde BTZ tipi karadeliğe iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.



Şekil 7. Lyra geometri çerçevesinde yüklü BTZ tipi karadeliğe iliştilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.

5.2. Lyra Geometri Çerçevesinde İdeal Akışkanlı Silindirik Simetrik Kozmolojik Modeller için Sonuç ve Öneriler

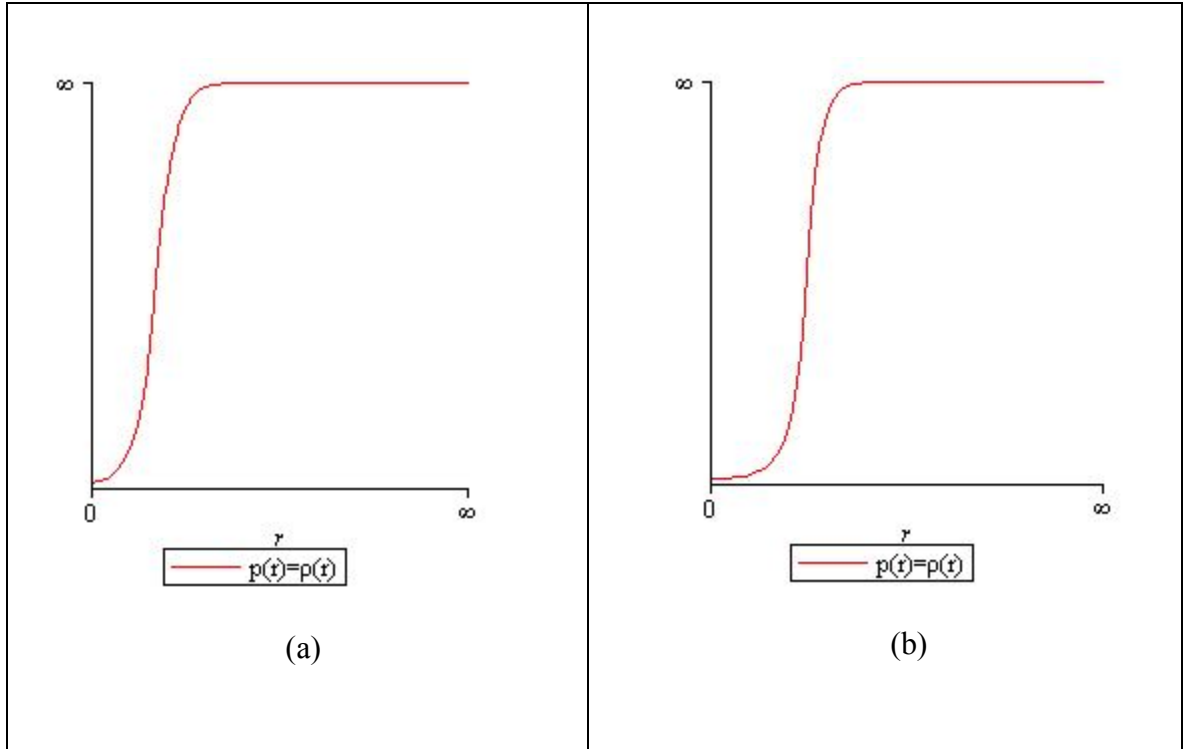
Lyra geometri kapsamında ideal akışkanlı silindirik simetrik uzay-zaman için alan denklemleri ve (4.34)-(4.35) denklemleri ile verilen tam çözümleri elde edilmiştir. (4.34) denkleminde görüldüğü üzere, metrik potansiyeller birbirlerine eşit olarak sonuçlanmıştır. Ayrıca, ideal akışkanın yoğunluk ve basıncı da birbirlerine eşittir. Daha önce bahsedildiği gibi, yoğunluk ve basıncı birbirine eşit olan ideal akışkan formu maddelere “stiff” madde adı verilmektedir. İdeal akışkanın yoğunluk ve/veya basıncının radyal yöndeki değişimi farklı keyfi sabit seçimleri için Şekil 8 ve 9’da verilmektedir.



Şekil 8. Lyra geometri çerçevesinde statik silindirik simetrik dağılıma sahip ideal akışkanın basınç ve yoğunluğunun radyal koordinatla değişimi. (a) ($c_1 = c_2 = 1$) durumu. (b) ($c_1 = -c_2 = -1$) durumu.

Şekil 8’de $c_2 > 0$ durumunda yoğunluk ve basınç görülmektedir. Şekil 8 (a)’da $c_1 > 0$ ve Şekil 8 (b)’de ise $c_1 < 0$ olarak seçilmiştir. Şekil 8’den ve (4.35) denklemlerinden, c_1 keyfi sabiti ile ilgili seçimin ideal akışkanın basınç ve yoğunluğunda etkin bir değişiklik yaratmadığı görülmektedir. Diğer yandan, $c_1 = c_2 = 1$ durumunda ve

$c_1 = -c_2 = -1$ durumunda basınç ve yoğunluğun negatif değerler aldığı görülmektedir. Fiziksel anlamlı bir sonuç elde edilebilmesi için yoğunluk için $\rho > 0$ aralığını dikkate almak gerekir. Dolayısıyla Şekil 8’de dikkate alınan sabit seçimlerini terk etmek yerinde olacaktır. İdeal akışkanın basınç ve yoğunluğu ile ilgili daha belirleyici olan c_2 sabitiyle ilgili, $c_2 < 0$ aralığında alınan değerler için basınç ve yoğunluğun pozitif bölgede olduğu Şekil 9’dan anlaşılmaktadır. (4.35) denkleminde $c_2 \leq -\frac{3}{4}\beta^2$ durumunda, ideal akışkanın $\rho = p > 0$ koşulunu sağlayan fiziksel anlamlı normal madde formunda olacağı anlaşılmaktadır. Öyleyse Şekil 9’dan açıkça görüldüğü gibi, radyal koordinatla artan madde yoğunluğu ve basınçtan söz edilebilir.



Şekil 9. Lyra geometri çerçevesinde statik silindirik simetrik dağılıma sahip ideal akışkanın basınç ve yoğunluğunun radyal koordinatla değişimi. (a) ($c_1 = c_2 = -1$) durumu. (b) ($c_1 = -c_2 = 1$) durumu.

Tüm bu elde edilen sonuçlar, Lyra geometrinin ayar fonksiyonu ile ilgili β parametresinin sabit seçilmesinin genel relativitenin Einstein alan denklemleri ile benzer sonuçlar vermek için yeterli olmadığını göstermektedir. Bu durum, en basit olarak, Lyra

geometri çerçevesinde incelenen Schwarzschild karadeligi çözümleri üzerinden irdelenebilir. Genel relativiteye göre küresel simetrik vakum çözümlerinden elde edilen Schwarzschild karadelikleri, bu tez çalışması kapsamında Lyra geometri çerçevesinde incelenmiştir. Alan denklemi çözümlerinde dikkate alınan anizotropik akışkanın basınç ve yoğunluklarının vakum durumuna indirgenebilmesi yani ortadan kalkması beklenirdi. Bu çözümlerde β sabit olarak dikkate alınmıştı. Ancak (4.8)-(4.10) denklemlerinden her iki gravitasyon teorisinin alan denklemi sonuçlarının uyuşması için β parametresinin sabit seçilmesinin yeterli olmadığı bu sabitin özel olarak $\beta = 0$ olarak dikkate alınması halinde çözümlerin uyum içinde olacağı aşikardır. Dolayısıyla, bu çalışma, Lyra geometriye dayalı skaler alan teorisinin alan denklemleri ile genel relativitenin Einstein alan denklemlerinin $\beta = 0$ durumunda birbirlerine denk olacağı ve daha önce Baykal ve Ulu Doğru (2012) tarafından önerilen fikri desteklemektedir.

KAYNAKLAR

- Adhav K. S., 2011. LRS Bianchi Type-I Universe with Anisotropic Dark Energy in Lyra Geometry. *Int. Journal of Astronomy and Astrophysics*, 1: 204–209.
- Baykal D. ve Ulu Doğru M., 2012. Lyra Geometride Alan Denklemleri ve Çözümleri, Yüksek Lisans Tezi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Çanakkale.
- Bhamra K. S., 1974. A Cosmological Model of Class One in Lyra's Manifold. *Austr. J. Phys.*, 27: 541.
- Beesham, A., 1986. Vacuum Friedmann cosmology based on Lyra's manifold *Astrophysics and Space Science*. vol. 127, 189-191.
- Carroll S., 1997. Lecture Notes on General Relativity. eprint arXiv:gr-qc/9712019v1.
- Cognola G., Elizalde E. ve Zerbini, S., 2004. One –loop effective potential from higher-dimensional AdS black holes. *Physics Letters B*, Vol. 585, p. 155-162.
- Grant, E., 1996. *The Foundations of Modern Science in the Middle Ages*. Cambridge Univ., Cambridge.
- Halford W. D., 1970. Cosmological theory based on Lyra's geometry. *Austr. J. Phys.*, 23: 863.
- Hendi, S.H., 2008. Rotating Black Branes in Brans-Dicke-Born-Infeld Theory. eprint arXiv:gr-qc/0808.23477.
- Hendi, S.H., 2009. Topological black holes in Gauss-Bonnet gravity with conformally invariant Maxwell source. *Physics Letters B*, Vol. 677, 123-132.
- Kalyanshetti S. B. ve Waghmode B. B., 1982. A static cosmological model in Einstein-Cartan theory. *General Relativity and Gravitation*, vol. 14, Oct. 1982, 823-830.
- Karade, T. M. ve Borikar, S. M., 1978. Thermodynamic equilibrium of a gravitating sphere geometry *General Relativity and Gravitation*, vol. 9, May , 431-436

- Khoshy, T., 2002. Elementary Number Theory with Applications., 567.
- Lyra G., 1951. Übereine modifikation der riemannschen geometrie. *Math. Z*, 54: 52.
- Nordström G., 1918. On the Energy of the Gravitational Field in Einstein's Theory. *Verhandl. Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap.*, Afdel. Natuurk., Amsterdam 26: 1201–1208.
- Özemre A. Y., 1982. *Teorik Fizik Dersleri Cild:VII-Gravitasyonun Rölativist Teorileri*. İ. Ü. Fen Fak., İstanbul.
- Pradhan A. ve Chauhan D.S., 2009. A New Class of LRS Bianchi Type-I Cosmological Model in Lyra Geometry. *RAPC*, 8: 179-190.
- Pradhan, A., 2009. Cylindrically symmetric viscous fluid universe in Lyra geometry *Journal Mathematical Physics*. Vol. 50, p. 022501-022501-13.
- Pradhan A. ve Mathur P., 2009. Inhomogeneous Perfect Fluid Universe with Electromagnetic Field in Lyra Geometry. *Fizika B*, 18: 243-264.
- Rahaman F., Chakraborty S., Begum N., Hossain M. ve Kalam M., 2002. A Study of Four and Higher-Dimensional Cosmological Models in Lyra Geometry. *Fizika B*, 11 (1): 57-62.
- Rahaman F., 2003. A Study of Global Monopoles in Higher Dimensional Space-Times. *Astrophys. Space Sci.*, 283: 33-42
- Rahaman F., Begum N., Das S., Hossain M. ve Kalam M., 2006a. Bianchi-I Cosmology with Magnetic Field in Lyra Geometry. eprint arXiv:gr-qc/0612126.
- Rahaman F., Gosh A. ve Kalam M., 2006b. Lyra Black Holes. *II Nuovo Cimento B*, 121 (7): 649-659.
- Rahaman F. ve Mondal R., 2007. Non Static Global Monopole in Lyra Geometry. *Fizika B*, 16 (1): 223.
- Reddy D. R. K. ve Innaiah P., 1985. An Anisotropic Cosmological Model in Lyra's Manifold. *Astrophys. Space Sci.*, 114: 285-288.

- Reddy D. R. K. ve Venkateswarlu R., 1987. A Static Conformally Flat Cosmological Model in Lyra's Manifold. *Astrophys. Space Sci.*, 136: 183-186.
- Reissner H., 1916. Über die Eigengravitation des elektrischen Feldes nach der Einsteinschen Theorie. *Annalen der Physik.*: 106–120.
- Schwarzschild K., 1916. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* 7: 189–196.
- Sen, D. K. 1957. A static cosmological model. *Zeitschrift für Physik*, Volume 149, Issue 3, pp.311-323.
- Sen, D. K. ve Dunn K. A., 1971. A Scalar-Tensor Theory of Gravitation in a Modified Riemannian Manifold. *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 12, 578-586.
- Sen D. K. ve Vanstone, J. R. 1972. On Weyl and Lyra Manifolds. *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 13, 990-993.
- Sharma S. S., 2007. *Mathematics & Astronomers of Ancient India*. New delhi: Pithambar publishing company (P) limited. ISBN 81-209-1421-X.
- Singh J. K., 2008. Cylindirically Symmetric Cosmologies models in Lyra geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 317: 39-44.
- Soleng H. H., 1987. Cosmologies based on Lyra's geometry. *General Relativity and Gravitation*, Vol. 19, 1213-1216

ŞEKİLLER

Sayfa No

Şekil 1. Lyra geometri çerçevesinde Schwarzschild tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. Radyal, dik basınç ve yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	19
Şekil 2. Lyra geometri çerçevesinde Reissner-Nordström tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basınç ve yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	20
Şekil 3. Lyra geometri çerçevesinde Minkowski tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	21
Şekil 4. Lyra geometri çerçevesinde de Sitter tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	22
Şekil 5. Lyra geometri çerçevesinde Anti de Sitter tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	23
Şekil 6. Lyra geometri çerçevesinde BTZ tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	24
Şekil 7. Lyra geometri çerçevesinde yüklü BTZ tipi karadeliğe iliştirilmiş anizotropik akışkan dağılımı. (a) Radyal basıncın radyal koordinatla değişimi. (b) Dik basıncın radyal koordinatla değişimi. (c) Yoğunluğun radyal koordinatla değişimi.....	24
Şekil 8. Lyra geometri çerçevesinde statik silindirik simetrik dağılıma sahip ideal akışkanın basınç ve yoğunluğunun radyal koordinatla değişimi. (a) ($c_1 = c_2 = 1$) durumu. (b) ($c_1 = -c_2 = -1$) durumu.....	25

Şekil 9. Lyra geometri çerçevesinde statik silindirik simetrik dağılıma sahip ideal akışkanın basınç ve yoğunluğunun radyal koordinatla değişimi. (a)

($c_1 = c_2 = -1$) durumu. (b) ($c_1 = -c_2 = 1$) durumu..... 26

KİŞİSEL BİLGİLER:

Adı Soyadı: Murat DEMİRTAŞ

Doğum Yeri: Çanakkale

Doğum Tarihi: 14.04.1977

EĞİTİM DURUMU:

İlkokul Öğrenimi: Abdiğa Köyü İlkokulu-1989-Çanakkale

Ortaokul Öğrenimi: Biga Ortaokulu-1992-Çanakkale

Lise Öğrenimi: Biga Mehmet Akif Ersoy Lisesi-1995- Çanakkale

Lisans Öğrenimi: Kocaeli Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü-2000

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

İŞ DENEYİMİ:

Hikmet Uluğbay İ.Ö.O (Sınıf Öğretmeni) 2002-2005. İstanbul

Biga-Güvemalan İ.Ö.O (Sınıf Öğretmeni) 2005-2008. Çanakkale

Demirci Anadolu Lisesi (Fizik Öğretmeni) 2008-2010. Manisa

Yenice-Pazarköy Lisesi (Fizik Öğretmeni) 2010-..... Çanakkale

İLETİŞİM:

Adres: Cumhuriyet Mahallesi, Lise Caddesi No:1/2 Pazarköy Beldesi,

Yenice/ÇANAKKALE

Ev Tel: 0286-4948599

Cep Tel: 0505-8748211