

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YAPISAL GÜVENİLİRLİĞİN SİMÜLASYON YÖNTEMİ İLE
BELİRLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Serdar GÜNAY

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YAPISAL GÜVENİLİRLİĞİN SİMÜLASYON YÖNTEMİ İLE
BELİRLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Serdar GÜNAY
(501091196)**

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Abdullah GEDİKLİ

HAZİRAN 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 501091196 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Serdar GÜNAY**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**Yapısal Güvenilirliğin Simülasyon Yöntemi ile Belirlenmesi**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç. Dr. Abdullah GEDİKLİ**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Yrd. Doç. Dr. Beyza TAŞKIN**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Sema NOYAN ALACALI

Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **30 Nisan 2012**

Savunma Tarihi : **6 Haziran 2012**

Anneme ve babama,

ÖNSÖZ

Bu tez kapsamında, Yapısal Güvenilirlik kavramı ve güvenilirliğin belirlenmesiyle ilgili çözüm yöntemleri anlatılmış, bu çözüm yöntemlerinden Monte Carlo Simülasyonu üzerinde durulmuştur. Seçilen örnekler Monte Carlo Simülasyonu ve İkinci Moment Yöntemi ile çözülmüş; bulunan sonuçlar birbirleriyle ve referans kaynaklardaki sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Bu tezin hazırlanmasında bana her konuda yardımcı olan, tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Abdullah GEDİKLİ' ye ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Sema Noyan ALACALI' ya çok teşekkür ederim.

Haziran 2012

Serdar Günay
(İnşaat Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
ŞEKİL LİSTESİ	xiii
SEMBOL LİSTESİ	xv
ÖZET	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
1.1 Yapısal Güvenilirlik Kavramı	1
1.2 Rastgele Değişkenler ve Olasılık Dağılımları	1
1.3 Yapısal Güvenilirliğin Tahmini	4
1.4 Güvenilirliğin Belirlenmesiyle İlgili Çözüm Yöntemleri	6
1.4.1 Birinci düzey (yarı olasılıksal) yöntemler	6
1.4.2 İkinci düzey (yaklaşık olasılıksal) yöntemler	6
1.4.3 Üçüncü düzey (tam olasılıksal) yöntemler	7
2. İKİNCİ MOMENT YAKLAŞIMI	9
2.1 Güvenilirlik İndeksi	10
2.2 Güvenilirlik İndeksinin Doğrudan Hesaplanması	12
2.3 Güvenilirlik İndeksinin İterasyonla Hesaplanması	13
2.4 Eşdeğer Normal Dağılımlar	18
2.4.1 Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım	20
2.4.2 Tip I asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım	21
3. MONTE CARLO SİMÜLASYON YÖNTEMİ	23
3.1 Rastgele Sayıların Üretilmesi	23
3.1.1 Sözde rastgele sayılar	24
3.1.2 Standart normal dağılımlı rastgele sayılar	26
3.1.3 Normal dağılımlı rastgele sayılar	28
3.1.4 Lognormal dağılımlı rastgele sayılar	28
3.1.5 Tip I asimptotik dağılımlı rastgele sayılar	29
3.2 Örnek Boyutuyla İlgili Hata	29
3.3 Simülasyon Yönteminin Uygulanması ve Algoritma	30
4. YAPISAL SİSTEMLERİN GÜVENİLİRLİĞİ	33
4.1 Yapısal Sistemlerin Sınıflandırılması	33
4.1.1 Seri sistemler	33
4.1.2 Paralel sistemler	34
4.1.3 Karma sistemler	34
4.2 Yapısal Sistemlerin Modellenmesi	35
4.2.1 Basit giriş ve kablo	35
4.2.2 Köprü sistemi	36
4.2.3 Kafes sistem	36

4.2.4 Çerçeve sistem	36
4.3 Yapısal Sistem Güvenilirliğinde Aralıklar	38
4.3.1 Basit (Geniş) aralık	39
4.3.2 Dar aralık	39
5. ÖRNEKLER	41
5.1 Örnek 1	41
5.1.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	42
5.2 Örnek 2	43
5.2.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	44
5.3 Örnek 3	45
5.3.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	46
5.4 Örnek 4	48
5.4.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	49
5.5 Örnek 5	50
5.5.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	51
5.5.2 İkinci moment yöntemine göre çözüm	52
5.5.2.1 Doğrudan çözüm	52
5.5.2.1 İterasyonla çözüm	53
5.6 Örnek 6	53
5.6.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	55
5.6.2 İkinci moment yöntemine göre çözüm	57
5.6.2.1 Basit (Geniş) aralık	57
5.6.2.2 Dar aralık	58
5.7 Örnek 7	63
5.7.1 Monte Carlo yöntemine göre çözüm	65
5.7.2 İkinci moment yöntemine göre çözüm	66
5.7.2.1 Basit (Geniş) aralık	66
5.7.2.2 Dar aralık	67
6. SONUÇ	73
KAYNAKLAR	79
EKLER	81
ÖZGEÇMİŞ	85

KISALTMALAR

CDF	: Cumulative Distribution Function
JSSC	: Joint Committee on Structural Safety
ODG	: Olasılık Dağılım Grubu
PDF	: Probability Density Function

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Güvenilirlik indeksi (β) ve risk (p_f) ilişkisi.....	11
Çizelge 3.1 : Lehmer(1951)'e göre hesaplanmış u_i değerleri	26
Çizelge 5.1 : Örnek 5.1'e ait istatistiksel değerler.....	42
Çizelge 5.2 : 5.1.1.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	42
Çizelge 5.3 : 5.1.1.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	43
Çizelge 5.4 : Örnek 5.2'ye ait istatistiksel değerler.....	44
Çizelge 5.5 : 5.2.1.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	44
Çizelge 5.6 : 5.2.1.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	45
Çizelge 5.7 : Örnek 5.3'e ait istatistiksel değerler.....	46
Çizelge 5.8 : 5.3.1.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	47
Çizelge 5.9 : 5.3.1.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	47
Çizelge 5.10 : Örnek 5.4'e ait istatistiksel değerler.....	49
Çizelge 5.11 : 5.4.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları	49
Çizelge 5.12 : Örnek 5.5'e ait istatistiksel değerler	50
Çizelge 5.13 : 5.5.1 1. Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	51
Çizelge 5.14 : 5.5.1 2. Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	51
Çizelge 5.15 : 5.5.1 3. Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları.....	52
Çizelge 5.16 : Örnek 5.5'in iterasyonla çözümü.....	53
Çizelge 5.17 : Örnek 5.6'ya ait performans fonksiyonları.....	54
Çizelge 5.18 : Örnek 5.6'ya ait istatistiksel değerler.....	55
Çizelge 5.19 : 5.6.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları(10^{-3}) ...	56
Çizelge 5.20 : Göçme modlarının yeniden sıralanması (Örnek 5.6)	59
Çizelge 5.21 : Korelasyon katsayıları (Örnek 5.6)	60
Çizelge 5.22 : Üst ve alt sınır için ortak olasılık değerleri(10^{-5})(Örnek 5.6).....	61
Çizelge 5.23 : Örnek 5.7'ye ait istatistiksel değerler	63
Çizelge 5.24 : Örnek 5.7'ye ait göçme modları	64
Çizelge 5.25 : 5.6.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları(10^{-3}) ...	65
Çizelge 5.26 : Göçme modlarının yeniden sıralanması (Örnek 5.7)	68
Çizelge 5.27 : Korelasyon katsayıları (Örnek 5.7)	69
Çizelge 5.28 : Üst ve alt sınır için ortak olasılık değerleri(10^{-5})(Örnek 5.7)	70
Çizelge 6.1 : Örneklere ilişkin göçme olasılıklarının karşılaştırılması	77
Çizelge A.1 : Kullanılan olasılık dağılım modellerine ilişkin tablo	83
Çizelge B.1 : Standart normal dağılıma ait olasılık tablosu.....	84

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : X rasgele değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu.....	2
Şekil 1.2 : $P(a < X \leq b)$ olasılığının normal ve standart normal olasılık dağılımlarıyla belirlenmesi.....	4
Şekil 1.3 : Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam olasılıksal yöntemlerle belirlenmesi.....	6
Şekil 2.1 : Güvenilirlik indeksinin grafiksel ifadesi.....	10
Şekil 2.2 : X' koordinatlarının Y ye dönüştürülmesi.....	14
Şekil 2.3 : Karakteristik en büyük değerin (u_n) tanımlanması	22
Şekil 3.1 : U standart uniform rasgele değişkenine ait PDF ve CDF değerleri.....	27
Şekil 3.2 : u ve x arasındaki ilişki.....	27
Şekil 3.3 : Simülasyon yönteminin algoritmasını gösteren akış şeması.....	32
Şekil 4.1 : Seri Sistemlerin şematik gösterimi.....	33
Şekil 4.2 : Paralel Sistemlerin şematik gösterimi	34
Şekil 4.3 : Karışık Sistemlerin şematik gösterimi	35
Şekil 4.4 : İki elemanlı bir seri sistem	35
Şekil 4.5 : Bir köprü sisteminin modellenmesi (Ranganathan, 1990)	36
Şekil 4.6 : Bir kafes sistemin modellenmesi	37
Şekil 4.7 : Çerçeve sistemlerin modellenmesi	37
Şekil 4.8 : Çerçeve sistemlerin modellenmesinde şematik gösterim	37
Şekil 5.1 : Prefabrike betonarme kiriş planı ve enkesiti.....	46
Şekil 5.2 : Örnek 4'teki çelik çerçeve.....	48
Şekil 5.3 : Örnek 4'teki göçme modları.....	48
Şekil 5.4 : Betonarme kiriş planı ve enkesiti	50
Şekil 5.5 : Çelik Çerçeve	54
Şekil 5.6 : Kafes Sistem	63
Şekil 6.1 : Örnek boyutu ile p_f arasındaki ilişki	63
Şekil A.1 : Histogram ve olasılık yoğunluk eğrisi	82

SEMBOL LİSTESİ

a	Sözde rastgele sayıların üretilmesi için kullanılan parametre
A_n	n elemanın başarılı olma olayı
A_n^c	n elemanın başarısız olma olayı
c	Sözde rastgele sayıların üretilmesi için kullanılan parametre
Cov	Kovaryans
E_i	i olayı
$E(X)$	X rastgele değişkeninin beklenen değeri
$f(x)$	X rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu
$F(x)$	X rastgele değişkeninin birikimli olasılık dağılım fonksiyonu
$g(X)$	Performans fonksiyonu, limit durum fonksiyonu
G	Gradyan vektörü
k	Sözde rastgele sayıların üretilmesi için kullanılan parametre
$L(.)$	Lagrange çarpanlar yöntemine ilişkin fonksiyon
m	Sözde rastgele sayıların üretilmesi için kullanılan parametre
m_x	X rastgele değişkeninin ortalama değeri
m_z	Performans fonksiyonuna ait ortalama değer
n	Örnek büyüklüğü
$N(.)$	Normal dağılım yoğunluk fonksiyonu
$P(E_i)$	i olayının gerçekleşme ihtimali
$\langle p \rangle$	P olasılığının güven aralığı
\hat{p}	P olasılığının nokta tahmini
p_f	Risk, Göçme olasılığı
p_s	Güvenilirlik, Kalıcılık olasılığı
R	Kapasite
s	Standart normal rastgele değişken
S	Talep ya da İstem
u	Tip I asimptotik dağılıma ilişkin yer parametresi
u	Standart uniform dağılımlı rastgele sayılar
V	varyasyon katsayısı
Var	Varyans
x	X rastgele değişkenine ilişkin değerler
x^{*}	En olası göçme noktası
X	Rastgele değişkenler
X'	İndirgenmiş rastgele değişkenler
Z	Performans fonksiyonu, limit durum fonksiyonu
α	Tip I asimptotik dağılıma ilişkin yer parametresi
α	Duyarlık katsayısı
β	Tip I asimptotik dağılıma ilişkin ölçek parametresi
β	Güvenilirlik indeksi
ρ	Korelasyon katsayısı

- σ_x X rastgele değişkeninin standart sapması
 σ_z Performans fonksiyonuna ait standart sapma
 λ Lagrange çarpanlar yönteminde bir parametre
 λ Log-normal dağılıma ilişkin parametre
 ζ Log-normal dağılıma ilişkin parametre
 $\Phi(\cdot)$ Standart normal dağılım fonksiyonu
 $\phi(\cdot)$ Standart normal yoğunluk fonksiyonu

YAPISAL GÜVENİLİRLİĞİN SİMÜLASYON YÖNTEMİ İLE BELİRLENMESİ

ÖZET

Yapısal güvenilirlik, mühendislik hizmeti görmüş yapıların limit durumlarının aşılma olasılığının yapı kullanım ömrü için hesaplanmasıyla ilgilidir. Güvenilirlik teorisindeki limit durum istenen ve istenmeyen yapı performansı arasındaki sınırın ifadesidir ve limit durum fonksiyonuyla gösterilir. Yapısal sistemlerde limit durum toptan göçme, kullanılabilirlik ve yorulma limit durumları olarak üçe ayrılır.

Güvenilirliğin tam olarak hesaplanması için ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun integralinin hesaplanması gerekir. Ancak rasgele değişkenlere ait istatistiksel bilgilerin yetersizliği ve anılan integralin hesaplanmasının zor olması nedeniyle yaklaşık yöntemlere başvurulur.

Bu yöntemler "Joint Committee on Structural Safety/Yapısal Güvenlik Ortak Komitesi" tarafından üç düzeyde sınıflandırılmıştır: birinci düzey (yarı olasılıksal), ikinci düzey (yaklaşık olasılıksal) ve üçüncü düzey (tam olasılıksal) yöntemler. Kısmi güvenlik katsayıları yöntemi birinci, İkinci Moment yöntemi ikinci ve Monte Carlo simülasyonu yöntemi üçüncü düzey yöntemlere örnektir.

Doğrusal göçme çizgisinin orijine olan en kısa uzaklığı güvenilirliğin bir ölçüsü olan 'güvenilirlik indeksi' kavramıyla tanımlanır. İkinci Moment yöntemi kendi içinde iki yaklaşım barındırır. Doğrudan yaklaşımda, performans fonksiyonu doğrusalsa güvenilirlik indeksi $\beta = m_z / \sigma_z$ şeklinde hesaplanır. Performans fonksiyonu doğrusal değilse rastgele değişkenlerinin normal değerlerine göre Taylor serisine açılan fonksiyon doğrusallaştırılarak işlemlere devam edilir. İterasyonlu yaklaşım ise en olası göçme noktasının yeter sayıda iterasyon yapılarak bulunması esasına dayanır.

Monte Carlo yaklaşımı bir benzeşim yöntemidir. Bu yöntemde rastgele değişkenlerin kendi dağılımlarına özgü rastgele sayılar üretilerek performans fonksiyonunda yerlerine konur. Her rastgele sayı grubu için, performans fonksiyonunun sıfırdan küçük ya da eşit değerleri sayılır. Bu değer rastgele sayı grubu sayısına oranlanarak göçme olasılığı hesaplanır.

Performans fonksiyonunu oluşturan rastgele değişkenler normal dağılımlı değilse eşdeğer normal dağılımlı değişkenlere dönüştürülerek işlemlere devam edilir.

Bu tezde ilk üç bölüm yapısal elemanların güvenilirliğiyle ilgilidir. Dördüncü bölümde ise sistem güvenilirliği anlatılmıştır. Çok bileşenli sistemlerin güvenilirliği, sistemi oluşturan elemanların güvenilirliklerine ve göçme modlarına bağlıdır. Yapısal sistemler: seri, paralel ve karma sistemler olmak üzere üçe ayrılır. Seri sistemlerde sistemi oluşturan elemanlardan biri bile arzu edilen görevi yerine getiremezse sistem başarısız olarak kabul edilir. Paralel sistemlerde sistemi oluşturan elemanlardan biri bile başarılı ise sistem başarılıdır. Karma sistemler ise seri ve paralel sistemlerin bir kombinasyonudur.

Yapısal sistemlerin güvenilirliğinin kesin ve tek bir değerle ifade edilmesi çoğu zaman imkansızdır. Simülasyon yönteminin kendi içinde barındırdığı olasılıksal yaklaşım ve ikinci moment yönteminin yaklaşık bir çözüm sunması bulunan güvenilirliğin ya da riskin kesinliğini sorgulatır. Bu nedenle sistemin güvenilirliğinin bir aralık değeriyle ifade edilmesi uygun bir yaklaşımdır. Dördüncü bölümde aralık kavramı, dar ve geniş aralık alt başlıklarında incelenmiştir.

Beşinci bölümde çeşitli referans kaynaklardan seçilen yedi örnek Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözülmüştür. Rastgele değişkenler arasında herhangi bir korelasyonun olmadığı kabul edilmiştir. Bu çözümlerde Matlab 7.8 yardımıyla hazırlanan bir bilgisayar programından faydalanılmıştır. Ayrıca bazı örnekler İkinci Moment yöntemiyle dar ve geniş aralık için ve bir örnek de doğrudan ve iterasyonlu yaklaşımla çözülmüştür. Bulunan sonuçlar birbirleriyle ve referans kaynaklardaki sonuçlarla karşılaştırılarak simülasyon yönteminin etkinliği test edilmiştir.

Tüm bu örnekler sonucunda anlaşılmıştır ki bir yapı elemanı ya da sistemin güvenilirliği hesaplanırken, İkinci Moment yöntemi ve Monte Carlo simülasyon yönteminin birlikte kullanılması ve sonuçlar karşılaştırılarak karara varılması en uygun yaklaşımdır.

Life-cycle assessment bir yapının inşaatından kullanım dışı kalma anına kadar geçen süredeki toplam maliyetini temel alan bir karar verme yaklaşımıdır. Geleneksel tasarım yaklaşımı yalnızca imalat maliyetini dikkate alırken life-cycle assessment yapının ömrü boyunca ortaya çıkan bütün maliyetlerini dikkate alır. Bunlardan imalat ve göçme maliyeti göçme olasılığının fonksiyonlarıdır.

İnşaat mühendisliğinde tasarım standartları ve yönetmelikler güvenilirlik temel alınarak dört düzeyde incelenebilir. Günümüz standartları birinci düzey yani güvenilirliğin kısmi güvenlik katsayıları yaklaşımıyla sağlandığı standartlardır. Diğer standart düzeylerinde ise tasarımı yapılan elemanın doğrudan güvenilirliği hesaplanır ve kademeli olarak yapısal güvenilirliğin tasarımdaki kullanım alanı artar. Dördüncü düzey ise tam anlamıyla life-cycle temelli bir tasarım anlayışını içerir.

Yapısal güvenilirlik yurt dışında oldukça tutulan bir konu olmasına rağmen ülkemizde yeteri kadar ilgi görmemektedir.

DETERMINATION OF STRUCTURAL RELIABILITY USING THE SIMULATION METHOD

SUMMARY

Many sources of uncertainty are inherent in structural design. The parameters of loading and the load carrying capacities of structural members are not deterministic quantities. They are random variables and thus absolute safety can not be achieved. Consequently, structures must be designed to serve their function with a finite probability of failure.

To understand the distinction between deterministic and random quantities, we can consider the loads imposed on a bridge by car and truck traffic. The load on the bridge at any time depends on many factors, such as the number of vehicles on the bridge and the weights of the vehicles. As we know from daily experiences, cars and trucks are in many shapes and sizes. Furthermore, the number of vehicles that pass over a bridge fluctuates, depending on the time of day. Since we don't know the specific details about each vehicle or the number of vehicles on the bridge at any time, there is some uncertainty about the total load on the bridge. Hence the load is a random variable.

Safety is required if the hazard is kept under control and or the risk is limited to an acceptable value. Reliability is defined as the probability of an item or facility will perform its intended function for a specific period of time, under defined conditions. The probability of failure is the reverse of reliability. That is to say, if we show reliability with p_s and probability of failure with p_f ; the connection between these two concepts is $p_s = 1 - p_f$. In contrast to safety, reliability is measurable. It can be measured by means of probability.

The concept of a limit state is used to help define failure in the context of structural reliability analyses. A limit state is a boundary between desired and undesired performance of a structure. This boundary is often represented mathematically by a limit state function or performance function. Limit states can be considered in three types. Ultimate limit states are mostly related to the loss of load-carrying capacity like exceeding the moment carrying capacity or shear failure a beam. Serviceability limit states are related to gradual deterioration, user's comfort. Exceeding a limited deflection or vibration for a beam is an example of serviceability limit states. And fatigue limit states are related to loss of strength under repeated loads.

A traditional notion of the safety margin is associated with the ultimate limit states. For example, a mode of beam failure could be when the moment due to loads exceeds the moment carrying capacity. Let R represent the resistance (capacity) and S represent the load effect (demand). A performance function or limit state function can be defined as $Z = R - S$. The limit state, corresponding to the boundary between desired and undesired performance, would be when $Z = 0$. If $Z > 0$, the structure is safe; if $Z \leq 0$, the structure is not safe. The probability of failure p_f , is equal to the probability that the undesired performance will occur. Mathematically, this can be expressed in terms

of performance function as $p_f = P(R \leq S)$. If both R and S are continuous random variables, Z is also a random variable. The state of the structure can be described using various parameters like X_1, X_2, \dots, X_n which are load and resistance parameters such as dead load, live load, length, depth, compressive strength, yield strength, and moment of inertia. A limit state function, or performance function is a function $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ of these parameters such that $g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0$ for a safe structure, $g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$ for border between safe and unsafe, and $g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0$ for failure.

According to JSCC, methods for determining the reliability of structures can be divided into three groups. The first one is level I called partial safety factors method. In this method, determining a probability of failure is not the aim. Because, the process only includes determining some partial safety factors in order to achieve the desired safety by the name of a probability of failure. In Turkish, European and American codes; a desired safety can be achieved by determining some partial safety factors for loads and strength of materials.

The second one is level II called approximate probabilistic approach methods, namely Second-Moment Method. It is also referred to as the mean value method in the literature. Evaluating the reliability index is an important part of this method. The reliability index, β is the shortest distance from the origin of reduced variables to the line $Z=0$. It is relatively easy to calculate the reliability index, when the limit state function is linear. If $g(X_1, X_2, \dots, X_n) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i$ states a linear function, the

reliability index is $\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$ in which R and S represent capacity and demand respectively. And if the limit state function is nonlinear, we can obtain an approximate answer by linearizing the nonlinear function using Taylor series expansion. The process about the second-moment method cited up to now can be called as direct approximation method. But in some cases, it is not eligible to use this method. Therefore, a modified reliability index is proposed by Hasofer-Lind. And it can be called as iteration method. This method can be outlined as first a design point x_i^* , is regarded as the mean values of random variables, α_i^* are calculated and new x_i^* are evaluated. Then, new x_i^* are inserted into limit state function and a new β is calculated. The iteration scheme will converge in a few, say normally 6-10 iterations and provides the design point as well as the reliability index and the outward normal vector to the surface in the design point α_i^* .

The third one is level III called exact probabilistic approach methods. In this method, the main point is calculating the probability integrals. Simulation methods and especially Monte Carlo Simulation method can be counted in exact probabilistic approach methods. In the simplest form of the basic simulation, each random variable in a problem is sampled several times to represent its real distribution according to its probabilistic characteristics. Considering each realization of all the random variables in the problem produces a set of numbers that indicates one realization of the problem itself. Solving the problem deterministically for each realization is known as simulation cycles. Using many simulation cycles gives the overall probabilistic characteristics of the problem, particularly when the number of

cycles, N , tends to go infinity. The simulation technique using a computer is an inexpensive way to study the uncertainty in the problem.

A large number of realisations of the basic random variables are generated and for each of the outcomes, it is checked whether or not the limit state function taken in generated basic random variables is positive. All the simulations for which this is not the case are counted n_f and after N simulations the failure probability p_f may be estimated through $p_f = n_f / N$ which then may be considered a sample expected value of probability of failure. The simulation of N outcomes of the joint density function is in principle simple and may be seen as consisting two steps. In the first step a pseudo number between 0 and 1 for each of the components in x_i is generated. The generation of such numbers may be facilitated by build-in functions of basically all programming languages. In the second step the outcomes of the pseudo random numbers are transformed to standart normal random numbers. That can be done by the help of the inverse of cumulative distribution function. And then the standart normal random numbers can be transformed to real distributions of random variables in the problem.

In the first three chapters, we focused on evaluating the reliability of individual structural components. However, most structural systems consist of many interconnected structural components. Therefore, it is important to distinguish between the reliability of each component and the reliability of the entire system. Chapter 4 deals with the topic of system reliability. We consider two idealized types of systems. In a series system, the failure of one member leads to immediate failure of the entire system. In contrast, for a parallel system, all of the members must fail before the system fails. In reality, most structures can not be classified as either series or parallel. Many structures can be considered as a combination of series and parallel systems. Such systems are referred to as hybrid or combined systems.

Also, failure modes can be considered as a part of system reliability. For the frame to be reliable, it has to survive under all the possible failure modes. Hence, failure modes are to be combined as a series system. It is generally not possible to compute the unique value of the reliability of the system and therefore, the reliability of the system is specified by its bounds. Simple bounds and narrow bounds are two well-known titles in system reliability.

In this thesis, the crude Monte Carlo Simulation method was chosen as a simulation method to determine the reliability of some examples. In the fifth chapter, seven well-chosen examples were solved by Matlab 7.8 using a Monte Carlo simulation algorithm. Correlation between random variables was not taken into consideration. The first three examples were taken from (Gündüz, 1996). Probability of failures in some cases like exceeding the bending moment capacity or shear strenght were determined. The fifth example was taken from (Faber,2011), namely an example of exceeding a limited deflection. And the fourth example includes a frame taken from (Ranganathan,1990). The last two examples were taken from (Ang, 1982); the first one is a frame and the second one is a truss.

By generating different amounts of random numbers, it is observed that the bigger number of cycles is chosen, the more exact value of probability of failure is calculated. And it is impossible to calculate the perfect value of p_f without using an infinite number of cycles. After comparing the results of ODGs, it must be stated that chosing the real distribution of random variables is an obligation to calculate the real

safety of an element or a system. And in order to examine the reliability of the results determined by Monte Carlo simulation methods, some examples were solved by the help of Second-Moment Method as well. It must be stated that overcoming complex limit state functions by the simulation method is relatively easier than doing the same by Second Moment method. Finally, we can say that it is the best way to solve a problem with these two methods at the same time and compare the results in order to obtain the best result.

Life-cycle assessment is a decision making approach that is based on the total cost associated with the life time of a structure, starting with its construction to its replacement or final demolition. Therefore a traditional design approach which only considers the initial cost is being replaced by the life-cycle approach which includes all costs over the useful life of the structure. Life-cycle cost includes expenses from construction, maintenance, inspection and repair costs and cost of failure. We can say that the expenses from construction and cost of failure are functions of probability of failure.

Depending on the approach to reliability, there are four levels of design codes. Level I codes use deterministic design formulas. The safety margin is introduced through central safety factors or partial safety factors. Level II codes define the design acceptance criterion in terms of the closeness of the actual reliability index for a design to the target reliability index or other safety-related parameters. Level III codes require a full reliability analysis to quantify the probability of failure of the structure under various loading scenarios. The acceptance criterion is defined in terms of closeness of the actual reliability index to the optimum reliability level . Level IV codes use the total expected cost of the design as the optimization criterion. The acceptable design maximizes the utility function, which describes the difference between the benefits and cost associated with a particular design. In practise, the current design codes are based on a Level I code philosophy. However, in the newly developed Level I codes, the design parameters (load and resistance factors) are derived using Level II methods. At present, Level III and Level IV methods are used mainly in advanced research or in the design of critical structures. That is to say, Reliability analysis is a developing research area. Moreover, we can say that Turkish researchers and students don't show the required interest with this topic, although it is being very popular all around the world.

1. GİRİŞ

1.1 Yapısal Güvenilirlik Kavramı

Mühendislik öğretilerinde risk istenmeyen bir durumun oluşma ihtimalini, güvenilirlik ise oluşmama ihtimalini belirtir. Yapısal tasarım matematiksel modellere ve benzeşim modellerine dayanılarak yapılır. Modellerin içerdiği parametreler çoğu zaman rasgele değişkenlerdir (Gündüz, 1991). Bu parametrelerin rasgele karakterde olması, mühendislik problemlerinin bir belirsizlikler ortamında çözüldüğünü ve bu belirsizliklerin olasılık yasalarına göre değerlendirilmesi gerektiğini gösterir.

Yapısal güvenilirlik, mühendislik hizmeti görmüş yapıların limit durumlarının aşılma olasılığının yapı kullanım ömrü için hesaplanmasıyla ilgilidir. Güvenilirlik teorisindeki limit durum istenen ve istenmeyen yapı performansı arasındaki sınırın ifadesidir ve limit durum fonksiyonuyla gösterilir. Yapısal sistemlerde limit durum toptan göçme, kullanılabilirlik ve yorulma limit durumları olarak üçe ayrılır (Nowak ve Collins, 2000; Aktaş, 2010).

Yapısal güvenilirliğe ve limit duruma örnek olarak şu olguyu ele alalım: Bir kirişin moment taşıma kapasitesi güvenilirliği belirlenmek istensin. Bu olguda güvenilirlik kirişe uygulanan maksimum yükün yani istemin ve kirişin mukavemetinin yani kapasitenin bir fonksiyonudur. Maksimum momentin kirişin moment taşıma kapasitesini belli bir olasılıkta aşabileceğinin gösterilmesi riskin, tersi ise güvenilirliğin ifadesidir.

1.2 Rastgele Değişkenler ve Olasılık Dağılımları

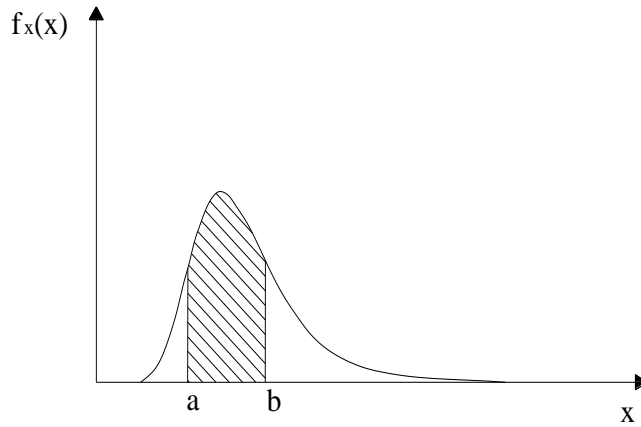
Yapısal güvenilirlik olasılıksal bir kavramdır. Burdan yola çıkarak güvenilirlik teorisinin anlaşılması için olasılık ve istatistik teorilerine hakim olmak gerektiği söylenebilir. Bu bölümde güvenilirliğin üçüncü düzey (tam olasılıksal) yöntemle hesaplanmasına temel oluşturan rasgele değişkenlerden ve olasılık dağılımlarından kısaca söz edilecektir.

Gündüz (1996) 'ün ve Nowak (2000) 'ın da belirttiği gibi yapısal tasarımda dikkate aldığımız yük ve mukavemet değerleri deterministik değil rasgele büyüklüklerdir. Deterministik ve rasgele büyüklükler arasındaki farkı anlamak için bir köprüdeki trafikten kaynaklanan yükleri düşünelim. Bu yükler belli bir zamandaki trafik yoğunluğu ve araçların ağırlıkları gibi bir çok faktöre bağlı olarak değişir. Tüm araçlarla ilgili kesin bilgilere sahip olmadığımızdan, örneğin bu köprüdeki bir kirişe gelen yükü deterministik olarak değil raslantısal olarak ifade etmeliyiz. Bu şekilde ifade edilen büyüklüklere rastgele değişkenler denir ve bu büyüklükler olasılık ve istatistik teorilerine göre değerlendirildiklerinde bir anlam kazanırlar.

Bir rasgele değişkenin temel tanımlayıcıları olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ortalama değer, standart sapma, varyasyon katsayısı gibi parametrelerdir. Örnek olarak, olasılık yoğunluk fonksiyonu bilinen bir X rastgele değişkeninin (a,b) aralığında bir değer almasının olasılığı şu denklemlerle ifade edilir **(1.1)**.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(x) dx \quad (1.1)$$

X rastgele değişkeninin grafiksel ifadesi ise;



Şekil 1.1 : X rasgele değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu

Rasgele değişkenler istatistik terorisine göre çeşitli olasılık dağılımlarıyla ifade edilirler. Bu olasılık dağılımlarının en sık kullanılanları şunlardır: Normal dağılım (zamanla değişmeyen yükler, malzeme mukavemetleri ve yapısal eleman boyutları gibi rasgele değişkenler için), lognormal dağılım (pozitif değerler alması kesin malzeme mukavemetleri, metallerin yorulma ömrü, yağmur şiddetleri gibi rasgele değişkenler için), Tip 1 ekstrem dağılım (yüklerin en büyük, malzeme

mukavemetlerinin en küçük değerleri). İstatistiğin tüm alanlarında rastlanan ve geniş ölçüde kullanılan olasılık dağılımı normal dağılımdır. Lognormal dağılım gibi dağılımlara ait ifadeler normal dağılıma ait ifadelerden türetilerek elde edilir. Bu nedenle normal dağılımla ilgili olasılık dağılımlarının incelenmesi önemlidir.

Normal dağılıma ait olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f_x(x) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad (1.2)$$

Bir X normal değişkenine ilişkin parametreler N(m,σ) olsun, P(a<X≤b) olasılığı;

$$P(a<X \leq b) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)\int_a^b \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]dx \quad (1.3)$$

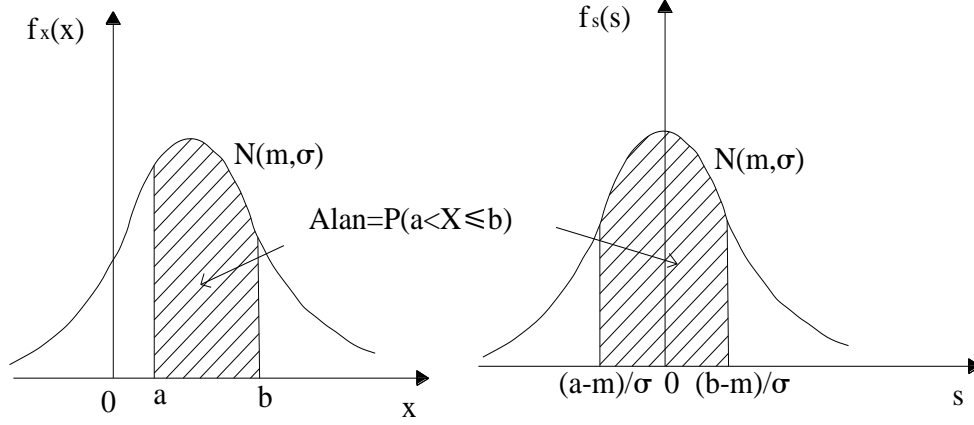
Bu olasılık, Şekil 1.1' de gösterilen normal eğriyle absis eksenini arasında kalan alana eşittir. Gereksenen olasılık, teorik yoldan, yukarıdaki bağıntıyla doğrudan hesaplanabilir. Bununla birlikte sözkonusu olasılık, normal değişken ile standart değişken arasındaki s=(x-m)/σ ve dx=σds integral dönüşümü ile Φ(s) tablosunda yararlanılarak kısa sürede belirlenebilir.

$$P(a<X \leq b) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)\int_{(a-m)/\sigma}^{(b-m)/\sigma} \exp\left[s^2/2\right]ds \quad (1.4)$$

İlgilenilen olasılık, standart normal eğrisiyle absis arasında kalan ve (a-m)/σ ile (b-m)/σ değerleri arasında bulunan alana eşittir. Standart normal değişkene ilişkin dağılım fonksiyonu Φ(s) özel notasyonuyla belirtilir.

$$P(a<X \leq b) = \Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right) \quad (1.5)$$

Görüldüğü gibi temel tanımlayıcı parametreleri belli olan bir rasgele değişkenin bir aralıkta değer alma olasılığı belirlenebilir. Diğer olasılık dağılım modellerine ilişkin parametreler Ek A' da verilmiştir.



Şekil 1.2 : $P(a < X \leq b)$ olasılığının normal ve standart normal olasılık dağılımlarıyla belirlenmesi

Güvenilirlik teorisine temel oluşturan bir diğer konu ise rasgele değişkenlere ilişkin fonksiyonlar konusudur. Örnek olarak ucunda tekil yük bulunan bir konsol kirişin eğilme momentini veren $M=FL$ ilişkisini düşünelim. Burada M eğilme momenti bağımlı değişken, F yükü ve L kiriş boyu bağımsız değişkenlerdir. Öyleyse, F ve L rasgele değişkenler olduğu için M de rasgele değişkendir. Bu bağlamda sorun, bir ya da birden fazla bağımsız rasgele değişkenli bir fonksiyonun olasılık dağılımının ve parametrelerinin türetilmesidir.

1.3 Yapısal Güvenilirliğin Tahmini

Bir yapısal sistemin güvenilirliği, göz önüne alınan limit durumun aşılmama olasılığı, başka bir deyişle arzu edilen performansın gösterilebilmesi olasılığıyla tanımlanır. Güvenilirlik kavramıyla birlikte anılan risk ise bu durumun tam tersidir. Bir sistem ne kadar güvenilirse o kadar riskten uzaktır. Yani bir sistemin güvenilirliği p_s ve risk p_f ile gösterilirse, $p_s = 1 - p_f$ olur.

Bir yapısal elemana ya da sisteme etkileyen yük etkilerinin vektörel bileşkesini S (istem) ve yapısal elemanın ya da sistemin mukavemetini oluşturan öğelerin vektörel bileşkesini R (kapasite) rasgele değişkeniyle gösterelim. Bu durumda güvenilirlik çözümlenmesinin amacı; yapısal elemanın ya da sistemin kullanım ömrü boyunca ya da belirlenen ömrü boyunca ($R > S$) olayının gerçekleşeceğinin güvence altına alındığını göstermektir. Bu güvenilirliğin matematiksel ifadesi $P(R > S)$ olasılığı, riskin matematiksel ifadesi ise $P(R < S)$ olasılığıdır.

R ve S rasgele değişkenler olduğu için, kapasite-istem sorununu ifade eden bir fonksiyon ($Z=R-S$) da rasgele değişken olur. Bir yapının gerçek durumu ikiden çok daha fazla rasgele değişkene bağlı olabilir. Bu rasgele değişkenler kapasite ve istem fonksiyonları içindeki basınç mukavemeti, uzunluk, eğilme momenti, deprem kuvveti gibi bir değer olabilir. Tüm rasgele değişkenleri içeren ve sistemin performansının matematiksel bir ifadesi olan performans fonksiyonu ya da limit durum fonksiyonu şeklinde adlandırılabilen bir fonksiyon yazılabilir **(1.6)**.

$$Z = g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.6)$$

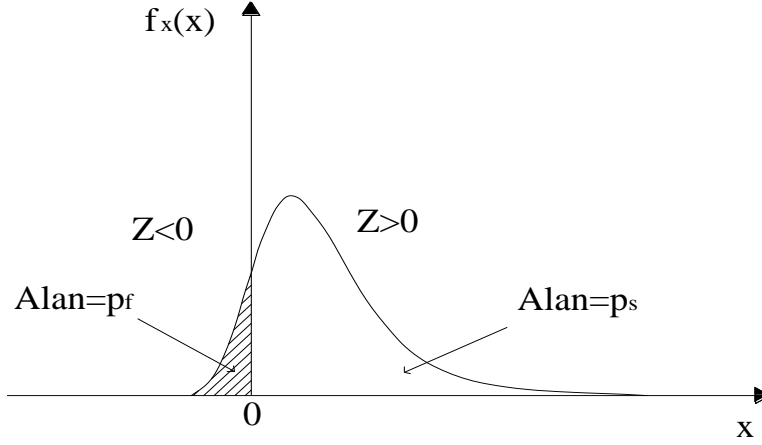
$\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$, sistemin rasgele değişkenlerinin ya da tasarım değişkenlerinin vektörel bileşkesi; $Z=g(\mathbf{X})$, performans ya da limit durum fonksiyonu şeklinde adlandırılır. $Z>0$ güvenli durumu, $Z=0$ sistemin limit durumunu ve $Z<0$ göçme durumunu belirtir.

Bir yapısal elemana ya da sisteme ait ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun $f_x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ olarak gösterildiğini kabul edelim. Bu durumda göçme ve kalıcılık olasılıkları, ortak olasılık fonksiyonunun sırasıyla $Z<0$ ya da $Z>0$ uzayında integralinin alınmasıyla elde edilir (Şekil 1.3) (Gündüz, 1996; Haldar ve Mahadevan, 2000).

$$p_f = \int_{z<0} f_x(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int_{z<0} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1.7)$$

$$p_s = 1 - p_f = \int_{z>0} f_x(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int_{z>0} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1.8)$$

Denklem 1.7 ve 1.8 'de gösterilen çözüm yapısal güvenilirliğin anlaşılması ve hesaplanması için temel ve en ideal çözümdür. Ancak genelde, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun elde edilmesi neredeyse imkansızdır. Gerekli bilgi elde edilse bile, bu fonksiyonun integralinin hesaplanması oldukça zordur. Ayrıca rastgele değişken sayısı arttıkça çözüm için harcanan süre de artmaktadır. Bu zorluğu aşabilmek için çeşitli çözüm yöntemleri önerilmiştir.



Şekil 1.3 : Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam olasılıksal yöntemlerle belirlenmesi.

1.4 Güvenilirliğin Belirlenmesiyle ilgili Çözüm Yöntemleri

Yapısal güvenilirlik sorunları çeşitli yöntemlerle çözülebilir. Bu yöntemler "Joint Committee on Structural Safety/Yapısal Güvenlik Ortak Komitesi" tarafından üç düzeyde sınıflandırılmıştır (JSCC, 1981).

1.4.1 Birinci düzey (yarı olasılıksal) yöntemler

Kısmi güvenlik katsayıları yaklaşımı olarak da adlandırılan bu yaklaşımda, belirli bir risk ya da güvenilirlik hesaplanmaz. Riskin kısmi güvenlik katsayılarının kullanılmasıyla istenen düzeyde tutulduğu varsayılır. Kısmi güvenlik katsayılarının değeri, belirli bir göçme riski için malzeme mukavemetlerine ve yüklere ilişkin varyasyon katsayılarının fonksiyonu olarak olasılıksal yaklaşımla belirlenebilir.

Amerika Birleşik Devletleri standartlarında, yükler için kısmi güvenlik katsayıları ve yapısal elemanlar için kapasite azaltma katsayıları; İngiliz ve Türk standartları ile "Uluslararası Avrupa Beton Komitesi" yönetmelik modellerinde ise hem yükler hem de malzeme mukavemetleri için kısmi güvenlik katsayıları kullanılarak sağlanmaktadır. Anılan standartlara ya da yönetmeliklere göre gerçekleştirilen tasarımlarda göçme riski ya da kalıcılık olasılığı belirlenmemektedir.

1.4.2 İkinci düzey (yaklaşık olasılıksal) yöntemler

Güvenilirliğin ve riskin yaklaşık hesabını kapsayan bu yöntem, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun integre edilememesi sonucu başvurulabilecek bir yöntemdir. İkinci Moment Yaklaşım Metodu bu sınıfa girer.

1.4.3 Üçüncü düzey (tam olasılıksal) yöntemler

Güvenilirliğin ya da riskin belirlenmesindeki en ideal yol, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun integralinin çözülmesidir. Bu çözüm üçüncü düzey yaklaşım olarak adlandırılır. Ortak olasılık yoğunluk fonksiyonlarının elde edilmesi ve çözümündeki zorluklar bu yöntemin oldukça seyrek kullanılmasına neden olmuştur.

Performans fonksiyonları ne kadar karmaşık ve içerdiği değişkenler ne kadar fazla olursa olsun Monte Carlo Simulasyonu yöntemi ile fonksiyona ilişkin rasgele sayılar üretilebilir ve büyük boyutlu örnekler oluşturulabilir. Bu yapay örnekler değerlendirilerek güvenilirlik ve risk belirlenebilir. Bu anlamda güvenilirliğin Monte Carlo Simulasyonu ile çözümü, yöntem sınıflandırılmasında üçüncü düzeye sokulabilir (Gündüz, 1996).

2. İKİNCİ MOMENT YAKLAŞIMI

Yapısal güvenilirliğin tam olarak hesaplanması için ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun integralinin hesaplanması gerekir. Ancak rasgele değişkenlere ait istatistiksel bilgilerin yetersizliği ve anılan integralin hesaplanmasının zor olması nedeniyle yaklaşık yöntemlere başvurulur.

İkinci moment yaklaşımı adını varyanstan alır ve ikinci düzey/ yaklaşık olasılıksal yöntemler sınıfına dahil edilebilir.

Yapısal güvenilirliğin ya da göçme olasılığının tahminini amaçlayan ikinci moment yaklaşımında ilk hedef, performans fonksiyonunu değişkenlerinin ortalama değerlerini (m_{x_i}) ve standart sapmalarını (σ_{x_i}) kullanarak Z' nin ortalama değerini ve standart sapmasını (m_z ve σ_z) belirlemektir. Bu amaçla çoğu zaman fonksiyon Taylor serisine açılır. İstatistiksel verilerin sınırlı olması yüzünden açılımın yalnızca doğrusal terimleri göz önüne alınır ve fonksiyon doğrusallaştırılır. Sonra, belirlenen değerlerle ilgili teoremlere dayanılarak fonksiyonun m_z ortalama değeri ve σ_z standart sapması hesaplanır.

Performans fonksiyonu değişkenleri normal dağılımlı ise fonksiyonun dağılımı da normal olur. Anılan değişkenler normal olmasa bile, merkezsiz limit teoremi dolayısıyla, fonksiyonun dağılımının normale yaklaştığı kabul edilebilir. Ayrıca normal olmayan dağılımlar da eşdeğer normal dağılıma çevrilebilir. $Z=0$ limit durumu için standart normal dağılım değişkeninin değeri $s = (0 - m_z)/\sigma_z = -m_z/\sigma_z$ olur. Performans fonksiyonu varyasyon katsayısının tersi olan $1/V_z = m_z/\sigma_z = \beta$, güvenilirlik indeksi terimiyle adlandırılır. Ve güvenilirlik $p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta)$; risk $p_f = 1 - p_s = \Phi(\beta)$ şeklinde ifade edilir (Gündüz, 1996).

Performans fonksiyonu, değişkenlerinin ortalama değerlerine göre Taylor serisine açılarak güvenilirlik indeksi doğrudan belirlenebilir. Ne var ki doğrudan yaklaşım eşdeğer limit durumlar için farklı β değerleri ve dolayısıyla farklı göçme olasılıkları bulunmasına neden olur. Ayrıca fonksiyonunun doğrusal olmama derecesi arttıkça

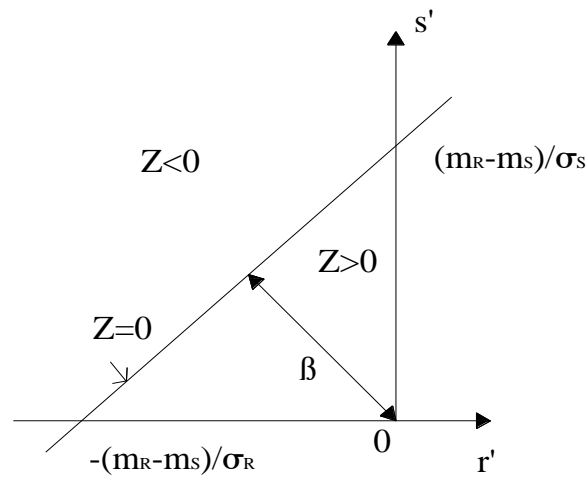
yaklaşımın duyarlılığı da azalır (Ang ve Tang, 1984). Dolayısıyla performans fonksiyonu doğrusalsa, β indeksinin ortalama değerlere göre değerlendirilen Taylor açılımıyla belirlenmesi güvenli yaklaşım olur. Doğrusal değil ise, açılımın göçme yüzeyi üzerinde bilinmeyen x^* noktasına göre değerlendirilmesi dolayısıyla bu noktanın ve β indeksinin iteratif yolla belirlenmesi gerekir.

2.1 Güvenilirlik İndeksi

Kapasite (R) ve İstem (S) indirgenmiş değişkenler sistemine dönüştürülüp (2.1), performans fonksiyonu bu indirgenmiş değişkenler sisteminde gösterilirse (2.2); doğrusal göçme çizgisinin orijine olan en kısa uzaklığı güvenilirliğin bir ölçüsü olur (Şekil 2.1). Hasofer ve Lind (1974) bu uzaklığı güvenilirlik indeksi olarak tanımlamışlardır (Nowak ve Collins, 2000).

$$\begin{aligned}
 R' &= (R - m_R) / \sigma_R \\
 R &= m_R + \sigma_R R' \\
 S' &= (S - m_S) / \sigma_S \\
 S &= m_S + \sigma_S S'
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

$$Z = R - S = m_R - m_S + \sigma_R R' - \sigma_S S'
 \tag{2.2}$$



Şekil 2.1 : Güvenilirlik indeksinin grafiksel ifadesi

Güvenilirlik indeksini ifade eden bu uzaklık analitik geometri kurallarına göre hesaplandığında aşağıdaki bağıntı elde edilir (2.3).

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.3)$$

Z=0 limit durumu için standart normal dağılım değişkeninin değeri $s = (0 - m_z)/\sigma_z = -m_z/\sigma_z$ olur. Burdan yola çıkarak Z<0 'ın ifadesi yani risk ve Z>0, güvenilirlik hesaplanabilir (2.4).

$$\begin{aligned} p_f &= \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \\ p_s &= 1 - p_f = \Phi(\beta) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Güvenilirlik indeksinin güvenilirliğin bir ölçüsü olduğu belirtilmişti. Bu durumu örneklendirmek için aşağıdaki Çizelge 2.1 hazırlanmıştır

Çizelge 2.1 : Güvenilirlik indeksi (β) ve risk (p_f) ilişkisi (Nowak ve Collins) .

p_f	β
10^{-1}	1.28
10^{-2}	2.33
10^{-3}	3.09
10^{-4}	3.71
10^{-5}	4.26
10^{-6}	4.75
10^{-7}	5.19

2.2 Güvenilirlik İndeksinin Doğrudan Hesaplanması

Limit durum fonksiyonu doğrusal bir fonksiyonsa (2.5), güvenilirlik indeksi (2.6) bağıntısıyla hesaplanabilir.

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (2.5)$$

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i m_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}} \quad (2.6)$$

Limit durum fonksiyonu doğrusal bir fonksiyon değilse güvenilirlik indeksi yukarıdakinden biraz daha farklı bir şekilde bulunur. Öncelikle $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ fonksiyonu, değişkenlerin ortalama değerlerine göre Taylor serisine açılır.

$$Z = g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_i) (\partial g / \partial X_i) \quad (2.7)$$
$$+ (1/2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - m_i)(X_j - m_j) (\partial^2 g / \partial X_i \partial X_j) + \dots$$

Açılımın yalnızca doğrusal terimleri göz önüne alınırsa, fonksiyonun doğrusallaştırılmış birinci aşama yaklaşık ifadesi elde edilir.

$$Z = g(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_i) (\partial g / \partial X_i) \quad (2.8)$$

Z' nin birinci aşama yaklaşık ortalama değeri, sabit bir sayının ortalama değeri, kendisine eşit olduğundan (2.9) bağıntısıyla bulunur.

$$m_z = E(Z) = g(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (2.9)$$

Z' nin birinci aşama yaklaşık varyansı, sabit bir sayının varyansının sıfır olduğu göz önünde tutularak (2.10) bağıntısıyla bulunur.

$$\sigma_z^2 = \text{Var}(Z) = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i)^2 \text{Var}(X_i) \quad (2.10)$$

Sonuç olarak doğrusal olmayan bir fonksiyon için güvenilirlik indeksi (2.9) ve (2.10) bağıntılarındaki parametreler alınarak (2.11) bağıntısıyla hesaplanabilir.

$$\beta = m_z / \sigma_z \quad (2.11)$$

2.3 Güvenilirlik İndeksinin İterasyonla Hesaplanması

Performans fonksiyonu doğrusal değilse, güvenilirliğin iterasyon yöntemiyle hesaplanması en uygun olanıdır. İterasyon yönteminde doğrudan yaklaşımdan farklı olarak en olası göçme noktası kesin olarak belli değildir. Dolayısıyla en olası göçme noktası x^* 'ın Lagrange çarpanlar yöntemiyle hesaplanması bu kısımda anlatılmıştır.

Performans fonksiyonunun $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ şeklinde genel biçimi göz önüne alınırsa; $Z > 0$, $Z < 0$ ve $Z = 0$ sırasıyla, güvenli, göçme ve limit durumları belirtir. Korelasyonsuz indirgenmiş değişkenler takımı şöyle yazılabilir;

$$X'_i = \frac{(X_i - m_{X_i})}{\sigma_{X_i}}; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.12)$$

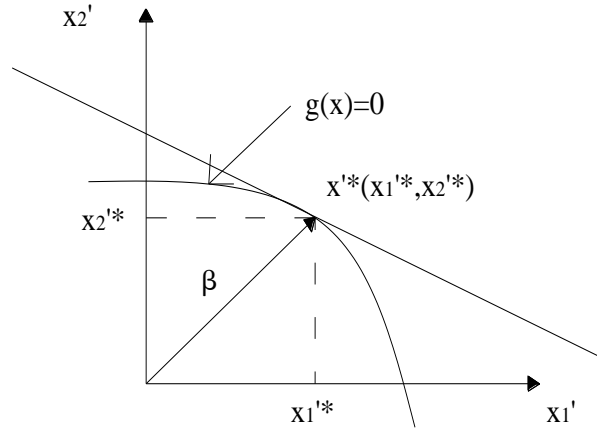
Limit durum denklemleri indirgenmiş değişkenler sistemine (X'_i) göre şöyle ifade edilebilir;

$$g(m_{X_1} + \sigma_{X_1} X'_1, \dots, m_{X_n} + \sigma_{X_n} X'_n) = 0 \quad (2.13)$$

Limit durum yüzeyinin (göçme yüzeyinin) $g(X) = 0$ orijininden olan uzaklığı güvenli bölgenin büyümesi veya küçülmesi anlamına gelir. Yani göçme yüzeyinin indirgenmiş değişkenler sisteminin orijin noktasına göre bağlı konumu sistemin güvenilirliğini ifade eder. İndirgenmiş değişkenlerin orijine olan minimum uzaklığı

göçme yüzeyinin yerini $g(X)=0$ belirler (Ang ve Tang, 1984; Gündüz, 1996; Nowak ve Collins, 2000).

Göçme yüzeyi üzerinde bulunan ve orijine minimum uzaklıkta olan (x^*) noktası en olası göçme noktasıdır. En olası göçme noktası limit durum denklemini en büyük olasılıkla sağlayan nokta olarak tanımlanabilir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2 : X' koordinatlarının Y ye dönüştürülmesi

En olası göçme noktasının orijine olan uzaklığı ise minimum uzaklıktır. Analitik geometri kurallarına göre minimum uzaklık d_{\min} aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$D = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)^{1/2} = (X^t X')^{1/2} \quad (2.14)$$

Bu bağıntıda yer alan X^t , X' matrisinin transpozesidir.

Göçme yüzeyi üzerinde ve orijinden minimum uzaklıkta bulunan $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ noktası, hem D fonksiyonunu minimum yapmalı hem de $g(X)=0$ koşulunu sağlamalıdır. Bu amaçla "Lagrange çarpanlar yöntemi" kullanılabilir.

Yönteme ilişkin fonksiyon;

$$\begin{aligned} L &= D + \lambda g(X) \\ L &= (X^t X')^{1/2} + \lambda g(X) \\ L &= (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)^{1/2} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n) \end{aligned} \quad (2.15)$$

işlemleriyle tanımlanabilir.

L 'nin minimum olması için şu koşullar gerçekleşmelidir;

$$\frac{\partial L}{\partial X_i'} = \frac{X_i'}{(X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X_i'} = 0; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (2.17)$$

Yukarıdaki (n+1) bilinmeyenli (n+1) denklemden oluşan denklem takımı çözülerek indirgenmiş değişkenler sistemine ilişkin en olası göçme noktası $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ belirlenebilir.

Aşağıdaki gradyan vektörü gözönüne alınırsa;

$$G = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right) \quad (2.18)$$

$\frac{\partial g}{\partial X_i'}$ terimleri $X_i = m_{X_i} + \sigma_{X_i} X_i'$ ilişkisinden yararlanılarak belirlenebilir.

$$\frac{\partial g}{\partial X_i'} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dX_i'} \text{ ve } \frac{dX_i}{dX_i'} = \sigma_{X_i} \text{ olduğu için;}$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i'} = \sigma_{X_i} \frac{\partial g}{\partial X_i}$$

(2.16) denklem takımı matris formunda yazılırsa;

$$\frac{X'}{(X^t X')^{1/2}} + \lambda G = 0 \quad (2.19)$$

elde edilir. Bu bağıntıda $(X^t X')$ yerine (2.15) bağıntısıyla belirli değeri yazılırsa;

$$X' = -\lambda D G \quad (2.20)$$

bulunur. X' e göre (2.15) bağıntısı şu şekilde yazılabilir.

$$D = [(\lambda D G^t)(\lambda D G)]^{1/2} = \lambda D (G^t G)^{1/2} \quad (2.21)$$

Bu bağıntıdan λ değeri çekilirse;

$$\lambda = (G^t G)^{-1/2} \quad (2.22)$$

olur. λ değeri (2.19) bağıntısında yerine yazılırsa;

$$X' = \frac{-GD}{(G^t G)^{1/2}} \quad (2.23)$$

ve bu bağıntının iki tarafı G^t ile çarpılırsa;

$$G^t X' = \frac{-(G^t G)D}{(G^t G)^{1/2}} = -(G^t G)^{1/2} D \quad (2.24)$$

elde edilir. Bu bağıntıdan D değeri çekilirse;

$$D = \frac{-G^t X'}{(G^t G)^{1/2}} \quad (2.25)$$

dolayısıyla β değeri;

$$\beta = \frac{-G^{*t} X^*}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (2.26)$$

bulunur.

En olası göçme noktasındaki gradyan vektörü $G^* = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1^*}, \frac{\partial g}{\partial X_2^*}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n^*} \right)$ değeri,

(2.26) bağıntısında yerine yazılırsa güvenilirlik bağıntısı aşağıdaki bağıntıyla bulunabilir.

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)^*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.27)$$

Bağıntıdaki $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$ kısmi türevleri, en olası göçme noktasına $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ göre değerlendirilir. Göçme yüzeyi üzerindeki en olası nokta; (2.23) bağıntısındaki D yerine (2.26) bağıntısıyla belirli $d_{\min} = \beta$ değeri yazılarak belirlenebilir.

$$X^* = \frac{-G^* \beta}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (2.28)$$

X^* vektörü bileşenlerinin skaler biçimi;

$$x_i^* = -\alpha_i^* \beta; i=1,2,\dots,n \quad (2.29)$$

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*^2\right]^{1/2}} \quad (2.30)$$

α_i^* ler, indirgenmiş değişkenler sistemine ilişkin boyutsuz duyarlık katsayıları olup β nin x_i^* eksenlerine göre doğrultu kosinüsleridir. Bu nedenle;

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^{*2} = 1 \quad (2.31)$$

Yukarıdaki bağıntılar esas alınarak güvenilirlik indeksi, aşağıdaki iteratif algoritmayla belirlenebilir (Ang ve Tang, 1984).

Algoritma;

(1) x_i^* ($i=1,2,\dots,n$) ler için değişkenlerin ortalama değerleri (m_i), başlangıç değerleri

kabul edilerek $x_i^* = \frac{(x_i^* - m_{x_i})}{\sigma_{x_i}}$ değerleri hesaplanır.

(2) x_i^* için $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$ ve α_i^* değerleri belirlenir.

(3) $x_i^* = m_{x_i} - \alpha_i^* \sigma_{x_i} \beta$ bağıntıları oluşturulur.

(4) (3)'te β türünden elde edilen x_i^* değerleri $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ limit durum denkleminde yerlerine konular ve denklem çözülerek β belirlenir.

(5) (4)'de belirlenen β değerine göre $x_i^* = -\alpha_i^* \beta$ yeniden hesaplanır.

(6) (2)'den (5)'e kadar olan işlemler β değerlerinde yakınsaklık sağlanana kadar tekrarlanır.

2.4 Eşdeğer Normal Dağılımlar

Bir $Z=g(X)$ performans fonksiyonundaki rasgele değişkenlerin dağılımları normal dağılıma sahip değilse p_f göçme olasılığı ve p_s kalıcılık olasılıkları en genel anlamda (1.7) ve (1.8) bağıntılarıyla belirlenebilir. Bununla birlikte p_f göçme olasılığı ve p_s kalıcılık olasılıkları eşdeğer normal dağılımlara dönüştürülebilir. Normal dağılımlı değişkenlerden oluşan performans fonksiyonu için önerilen iteratif işlemler eşdeğer normal dağılım için de geçerlidir.

Göçme yüzeyi üzerindeki bir x_i^* noktasında normal olmayan dağılım ve buna karşı gelen eşdeğer normal dağılıma ait birikimli olasılıkların ordinatları birbirine eşitlenirse;

$$\Phi \left(\frac{x_i^* - m_{x_i}^N}{\sigma_{x_i}^N} \right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (2.32)$$

elde edilir.

(2.32) bağıntısında $m_{x_i}^N$ ve $\sigma_{x_i}^N$ sırasıyla X_i değişkeninin eşdeğer normal dağılımına ait ortalama değer ve standart sapma değerlerini göstermektedir.

$F_{X_i}(x_i^*); X_i$ değişkeninin orjinal birikimli dağılım fonksiyonunun x_i^* noktası için belirlenen değeridir

$\Phi(\cdot)$; standart normal dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu

(2.32) bağıntısından; $\left(\frac{x_i^* - m_{x_i}^N}{\sigma_{x_i}^N}\right) = \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right]$ değeri çekilirse

$$m_{x_i}^N = x_i^* - \sigma_{x_i}^N \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right] \quad (2.33)$$

elde edilir.

Ayrıca olasılık yoğunluk ordnatlarının x_i^* noktasındaki eşitliğinden;

$$\frac{1}{\sigma_{x_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - m_{x_i}^N}{\sigma_{x_i}^N}\right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (2.34)$$

yazılabilir. Burada $\phi(\cdot)$; standart normal dağılıma ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir.

(2.32) 'den elde edilen $\left(\frac{x_i^* - m_{x_i}^N}{\sigma_{x_i}^N}\right) = \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right]$ değer, (2.34) bağıntısında yerine yazılırsa;

$$\phi\left[\Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right]\right] = f_{X_i}(x_i^*) \sigma_{x_i}^N \quad (2.35)$$

$$\sigma_{x_i}^N = \frac{\phi\left[\Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right]\right]}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (2.36)$$

Yukarıdaki belirlemelere göre, normal olmayan dağılıma sahip bir performans fonksiyonu değişkeninin eşdeğer normal dağılıma dönüştürülmesi gerekir. Bu dönüşüm (2.33) ve (2.36) bağıntılarıyla yapılır. Daha sonra belirlenen $m_{x_i}^N$ ve $\sigma_{x_i}^N$ değerleri kullanılarak β güvenilirlik indeksi hesaplanır ve $p_s = \Phi(\beta)$ olasılığı belirlenir.

2.4.1 Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım

Lognormal dağılımlı bir X değişkenine ilişkin eşdeğer normal dağılımın ortalaması ve standart sapması şu yol izlenerek belirlenebilir. Öncelikle logaritmik normal dağılıma ilişkin $\ln X$ in ortalama değeri λ_x ve standart sapması ζ_x aşağıdaki bağıntılarla hesaplanabilir.

$$\lambda_x = \ln m_x - 0.5\zeta_x^2 \quad (2.37)$$

$$\zeta_x^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_x^2}{m_x^2}\right) \quad (2.38)$$

x_i^* göçme noktasında dağılıma ilişkin birikimli olasılık ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıdaki bağıntılarla belirlenebilir (Ang ve Tang, 1984; Gündüz, 1996, Nowak ve Collins, 2000).

$$F_{X_i}(x_i^*) = \left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_x}{\zeta_x} \right) \quad (2.39)$$

$$f_x(x_i^*) = \left(\frac{1}{x_i^* \zeta_x} \right) \Phi \left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_x}{\zeta_x} \right) \quad (2.40)$$

(2.39) ve (2.40) bağıntılarıyla belirli değerler (2.36) bağıntısında yerlerine yazılırsa lognormal dağılıma eşdeğer dağılımın standart sapması;

$$\sigma_x^N = \left(\frac{1}{f_x(x_i^*)} \right) \phi \left\{ \Phi^{-1} \left[\Phi \left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_x}{\zeta_x} \right) \right] \right\} = \left(\frac{1}{f_x(x_i^*)} \right) \phi \left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_x}{\zeta_x} \right) \quad (2.41)$$

$$\sigma_x^N = x_i^* \zeta_x \quad (2.42)$$

ve, (2.40) bağıntısı ile belirli birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu (2.34) bağıntısında yerine yazılırsa eşdeğer normal dağılıma ilişkin ortalama değer de,

$$m_x^N = x_i^* - \sigma_x^N \Phi^{-1} \left[\Phi \left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_x}{\zeta_x} \right) \right] = x_i^* - x_i^* \zeta_x \left[\frac{\ln x_i^* - \lambda_x}{\zeta_x} \right] \quad (2.43)$$

$$m_X^N = x_i^* (1 - \ln x_i^* + \lambda_X) \quad (2.44)$$

olarak bulunur.

2.4.2 Tip 1 asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım

En büyük değer için Tip 1 asimptotik dağılımlı bir X değişkenine ilişkin birikimli olasılık ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıdaki bağıntılarla belirlenir.

Tip 1 asimptotik dağılımının en büyük değere ilişkin dağılım fonksiyonu şöyledir;

$$F_{X_n}(x) = \exp[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}] \quad (2.45)$$

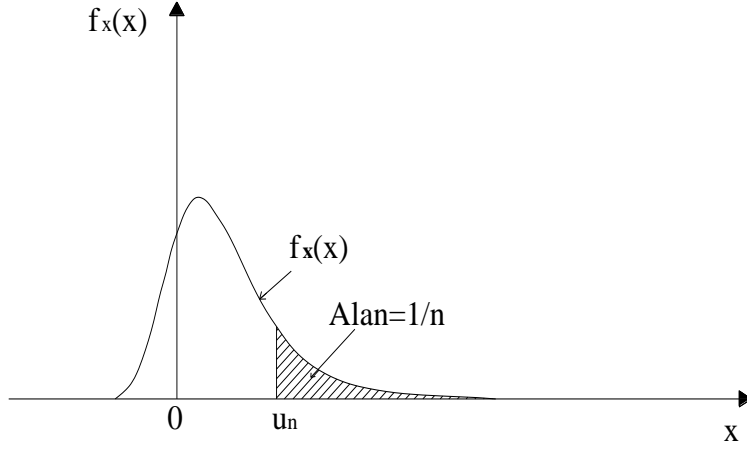
Burda u_n ve α_n , sırasıyla yer(location) ve ölçek (scale) parametreleri, X_n en büyük değere ilişkin ekstrem değişkendir.

u_n , ilgilenilen orjinal X değişkeninin karakteristik en büyük değeridir. Karakteristik en büyük değer; olabilir en büyük değerlerin yoğunlaştığı yerin (merkezel yer) belirlenmesine elverişli bir ölçüdür. Bir orjinal X değişkenine ilişkin büyüklüğü n olan bir örnek için, isteğe bağlı bir x değerinden büyük olan örnek değerlerinin beklenen sayısı $n[1-F_X(x)]$ dir. Bu bağlamda karakteristik en büyük değer u_n : orjinal X toplumundan sağlanan n boyutlu bir örnekte, u_n den büyük olması beklenen örnek değerleri sayısının "bir" olduğu özel X değeridir; $n[1-F_X(u_n)]=1.0$ ya da $F_X(u_n)=1-(1/n)$. Başka bir anlatımla u_n , X 'in aşılması olasılığı 1/n olan değeridir. u_n , aynı zamanda X_n nin modal (en muhtemel) değeri, $1/\alpha_n$, ise X_n 'nin dağılışının ölçüsüdür.

X_n ekstrem değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyledir (Şekil 2.3).

$$f_{X_n}(x) = \alpha_n e^{-\alpha_n(x-u_n)} \exp[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}] \quad (2.46)$$

Dolayısıyla ikinci moment yaklaşımında eşdeğer normal dağılıma ilişkin m_X^N ve σ_X^N değerleri (2.45) ve (2.46) bağıntıları ile belirli birikimli olasılık dağılımı ve olasılık fonksiyonlarının (2.35) ve (2.38) bağıntılarında yerine yazılması ile elde edilir.



Şekil 2.3 : Karakteristik en büyük değerin, u_n tanımlanması

3. MONTE CARLO SİMÜLASYON YÖNTEMİ

Güvenilirlik hesabında Monte Carlo yöntemi ile çözüm daha önce de belirtildiği gibi üçüncü düzey/ tam olasılıksal yöntemler sınıfına sokulabilir. Monte Carlo yaklaşımı bir benzeşim yöntemidir. Performans fonksiyonları ne denli karmaşık ve içerdikleri değişkenler ne kadar fazla olursa olsun bu yöntemle olasılıksal sorunlar çözülebilir. Yapısal güvenilirlik bağlamında yaklaşım süreci, en genel bağlamında şöyle özetlenebilir: Bir yapısal sisteme ya da elemana ilişkin $Z=g(X)$ performans fonksiyonunun değişkenleri X_1, X_2, \dots, X_n olsun. Değişkenlerin olasılık dağılımları tanımlanabiliyor ve parametreleri belirlenebiliyorsa, bunların tümü için kendi dağılımlarına özgü rasgele sayılar üretilebilir; ve $(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{m1})_1, (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{m2})_2, \dots, (x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{mn})_n$ bağımsız rasgele sayı takımları oluşturulabilir. Bu rasgele takımlar performans fonksiyonunda yerlerine konularak, fonksiyona ilişkin (z_1, z_2, \dots, z_n) rasgele örneği elde edilir. Örnek değerlendirilerek $p_f = P(Z \leq 0)$ risk ve $p_s = 1 - p_f = P(Z > 0)$ kalıcılık olasılıkları belirlenebilir (Ang ve Tang, 1984; Vahidi, 1991; Gündüz, 1996).

Monte Carlo simülasyon yönteminin sonuçları sonu belli olan örneklerdir ve örnek boyutu sonsuza yakın olacak kadar büyük seçilmedikçe kesin (mutlak) sonucu vermez.

3.1 Rastgele Sayıların Üretilmesi

Monte Carlo simülasyonu uygulanırken başlangıçta rasgele değişkenlere ilişkin rasgele sayılar üretilir. Bu sayılar belirlenmiş olasılık dağılımlarına göre oluşturulur. Basit rasgele değişkenler için özel aygıtlar kullanılabilir. Örnek olarak, bir madeni para veya 6 yüzlü bir zarın kullanılması gibi.

Monte Carlo simülasyonunda bilgisayarlar yardımıyla rasgele sayıların üretilmesi en etkili ve en pratik çözümdür. Belirlenmiş dağılımlara ait rasgele sayılar bilgisayar tarafından otomatik olarak üretilir. Bunun sistematik olarak gerçekleşmesi için ilk

önce, 0 ile 1 arasında üniform dağılmış bir sayı üretilir. Belirlenen olasılık dağılımı ile diğer rasgele sayılar uygun dönüşümler kullanılarak belirlenir.

Rasgele değişkenlere ilişkin rasgele sayıların üretilme yöntemleri genel olarak üç sınıfa ayrılabilir; rasgele sayı tabloları, rasgele sayı üreticileri ve sözde rasgele sayılar (Vahidi, 1991).

Rasgele sayı tabloları ve rasgele sayı üreticileri günümüzde pek kullanılmayan tekniklerdir. Rastgele sayı üreten bilgisayar programlarının da kullandığı pseudo (sözde) rastgele sayılar aşağıda açıklanmıştır.

3.1.1 Sözde rasgele sayılar

Sözde rastgele sayıların üretilmesi, rastgele sayı üretme sürecinin ilk aşamasıdır. Bu sayılara sözde rastgele sayılar denmesinin nedeni, bu sayıların aslında deterministik olmalarından kaynaklanmaktadır. Çünkü bu sayılar çeşitli yöntemler kullanılarak üretilirler. Kullanılan yöntemlere örnek olarak, orta kare yöntemi, toplamsal ve çarpımsal yöntemler sayılabilir. Burada önemli olan, üretilen bu sayıların gerçekten rastgele olup olmadıklarının rastgelelik testleriyle kontrol edilmesidir.

Sözde rasgele sayıların üretilmesi için ilk algoritmayı Neumann geliştirilmiştir. Diğer adı orta-kare yöntemi olan yöntemi bir örnekle açıklamak gerekirse: standart üniform değişkene ilişkin n sayıda dört rakamlı sayılar üretmek isteyelim. Başlangıç değeri $u_0 = 0.9876$ olarak tespit edilmiş olsun. u_0 in karesi alınırsa, sekiz rakamlı bir sayı elde edilir: $u_0^2 = 0.97535376$. Bu sayının ortasından dört rakam alınır ve u_1 olarak kabul edilir ve bu şekilde işlemlere devam edilirse: $u_1 = 0.5353$; $u_1^2 = 0.28654609$, $u_2 = 0.6546$; $u_2^2 = 0.42850116$; $u_3 = 0.8501$; $u_3^2 = 0.72267001$; $u_4 = 0.2670\dots$ ve u_n sayıları elde edilir.

Ne var ki gerekli testler sonucu bu sayıların dağılımlarının uygun olmadığı ve küçük sayıların gereğinden fazla olduğu tespit edilmiştir.

Lehmer (1951), sözde rasgele sayıların üretimi için aşağıdaki tekrarlama bağıntısını geliştirmiştir (Vahidi, 1991).

$$x_{i+1} = ax_i \pmod{m} \quad (3.1)$$

Daha sonra bu bağıntıyı genelleştirmiştir.

$$x_{i+1} = (ax_i + c)(\text{mod } m) \quad (3.2)$$

Burada a, c ve m negatif olmayan tam sayılardır. ax_i/m ya da $(ax_i + c)/m$ bağıntılarının tamsayı kısmı k_i ile gösterilirse, (3.1) ve (3.2) bağıntıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$k_i = \text{int}(ax_i/m) \text{ ya da } k_i = \text{int}[(ax_i + c)/m] \quad (3.3)$$

$$x_{i+1} = ax_i - mk_i \quad (3.4)$$

$$x_{i+1} = ax_i + c - mk_i \quad (3.5)$$

O halde, sözde rasgele değişken, U, 0 ile 1 arasındaki değerler takımı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$u_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{m} \quad (3.6)$$

Bir dizi rasgele sayının üretim işlemini bir örnek üzerinde açıklayacak olursak;

$a=3$, $c=1$, $m=5$ ve başlangıç değeri $x_0=1$ kabul edilirse, sözde rasgele sayılar (3.3), (3.4), (3.5) ve (3.6) bağıntıları ile aşağıdaki gibi üretilir.

$$k_0 = \text{int}\left(\frac{3 \times 1 + 1}{5}\right) = \text{int}(0.8) = 0$$

$$x_1 = 3 \times 1 + 1 - 5 \times 0 = 4$$

$$u_1 = 4/5 = 0.8$$

$$k_1 = \text{int}\left(\frac{3 \times 4 + 1}{5}\right) = \text{int}(2.6) = 2$$

$$x_2 = 3 \times 4 + 1 - 5 \times 2 = 3$$

$$u_2 = 3/5 = 0.6$$

Bu şekilde hesaplanan u_i değerleri periyodik olarak hesaplanmış ve Çizelge 3.1' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 : Lehmer (1951)'e göre hesaplanmış u_i değerleri .

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	0.8	0.6	0.00	0.2	0.8	0.6	0.0	0.2

Çizelge 3.1' de görüldüğü gibi, üretilen sözde rasgele sayılar, dört aşamadan sonra tekrarlanmaktadır. Bu durumda rastgeleliğe güvenebilmek, periyodun mümkün olduğu kadar büyük olması ile sağlanabilir. Bu nedenle pratik amaçlarla u_i 'nin üretilmesinde, m için büyük bir değerin kabulü önemlidir.

Yukarıda açıklanan yöntemle üretilen rasgele sayılar her ne kadar deterministik temele dayansa da, büyük bir m değeri için, üniform dağılımlı ve istatistiksel bağımsız oldukları kabul edilebilir. Ayrıca Greenberger (1961) (3.2) bağıntısıyla üretilen x_i ve x_{i+1} sayıları arasındaki korelasyon katsayısının değer aralığını aşağıdaki gibi belirlemiştir (Vahidi,1991).

$$\rho = \frac{1}{a} - \left(\frac{6c}{a.m} \right) \left(1 - \frac{c}{m} \right) \pm \frac{a}{m} \quad (3.7)$$

(3.7) bağıntısında görüleceği gibi, m' nin ve a'nın büyük değerleri için ρ sifıra yaklaşır. (3.1) ve (3.2) bağıntılarıyla üretilen rasgele sayılara, $m = 2^{35}$, $a = 2^7 + 1$ ve $c=1$ parametre değerleri için istatistiksel testler uygulanmış ve uygun sonuç verdiği kanıtlanmıştır (Rubinstein, 2008).

Aynı zamanda çeşitli bilgisayar programları yardımıyla, sözde rastgele sayıların üretilmesi mümkündür. Bu programlar priyodu oldukça büyük rastgele sayılar üreterek, yapılan işlemlerin güvenilirliğini arttırmaktadırlar.

3.1.2 Standart normal dağılımlı rastgele sayılar

Monte Carlo metodunda rastgele sayılar üretildikten sonraki ikinci adım bu sayılar kullanılarak X rasgele değişkenine ait x değerlerinin yani olabilir sonuçların elde edilmesidir.

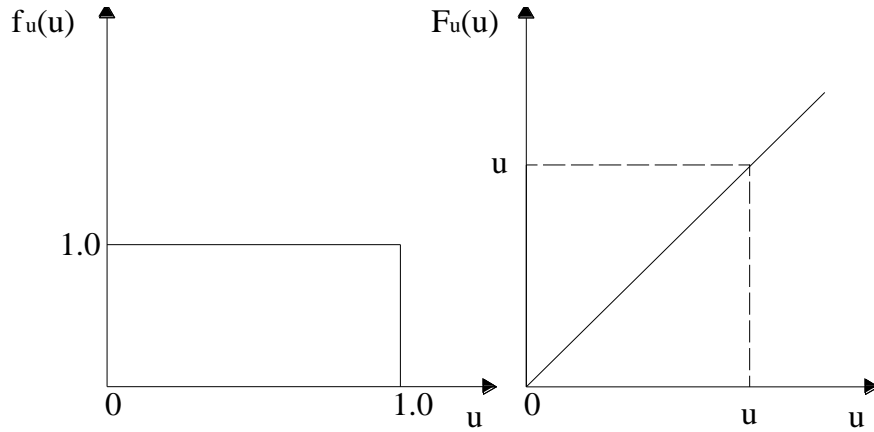
Birikimli olasılık dağılım fonksiyonu $F_x(x)$ olan bir X rastgele değişkenini düşünelim. $F_x(x)=u$, kabulü yapılırsa ;

$$x = F_x^{-1}(u) \quad (3.8)$$

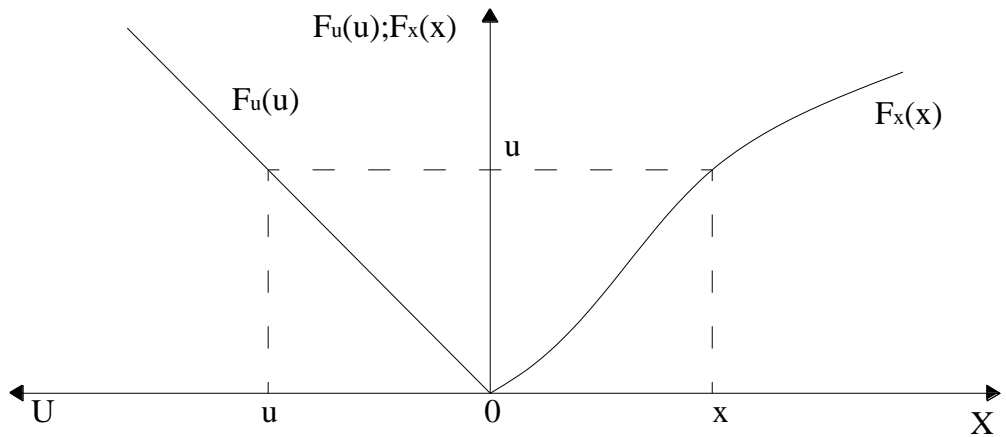
Şimdi de birikimli olasılık fonksiyonu 0 ile 1 arasında uniform dağılımlı değerler alan U standart uniform rastgele değişkenine ait u değerini ele alalım (3.9).

$$F_U(u) = u \quad (3.9)$$

Yani $P(U \leq u) = u$ elde edilir. (Şekil 3.1)



Şekil 3.1: U standart uniform rasgele değişkenine ait PDF ve CDF değerleri



Şekil 3.2 : u ve x arasındaki ilişki

Böylece, u değeri U rasgele değişkeninin olabilir sonucu ise, X rasgele değişkenine ait olasılıklar (3.8) bağıntısı göz önüne alınarak hesaplanabilir.

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (3.10)$$

Bu ifade (u_1, u_2, \dots, u_n) değerleri bilindiği takdirde ters dönüşüm yöntemiyle (x_1, x_2, \dots, x_n) değerlerinin elde edilebileceğini gösterir (3.11) (Şekil 3.2).

$$x_i = F_X^{-1}(u_i); i = 1, 2, \dots, n \quad (3.11)$$

3.1.3 Normal dağılımlı rastgele sayılar

Bir önceki bölümde standart normal dağılıma ilişkin değerlerin elde edilmesi incelendi. Bu bölümde ise parametreleri $N(\mu_X, \sigma_X)$ olan normal dağılımlı X rastgele değişkenine ait değerler elde edilecektir.

Eğer $S = (X - \mu_X) / \sigma_X$ X rastgele değişkeninin standart normal dağılımlı rastgele değişkeni ise aşağıdaki işlemler yapılır.

$$u_i = F_X(x_i) = \Phi(s_i) = \Phi\left(\frac{x_i - \mu_X}{\sigma_X}\right) \quad (3.12)$$

$$x_i = m_X + \sigma_X s_i = m_X + \sigma_X \Phi^{-1}(u_i) \quad (3.13)$$

(3.13) denkleminde anlaşılacağı gibi ilk önce u_i değerinin s_i değerine dönüşümü yapılır sonrasında standart normal dağılım normal dağılıma dönüştürülür.

3.1.4 Log-normal dağılımlı rastgele sayılar

Parametreleri λ ve ζ olan bir X log-normal rastgele değişkenini göz önüne alalım. $\ln X$, ortalama değeri λ ve standart sapması ζ olan rastgele değişken olsun. Şu halde aşağıdaki işlemler vasıtasıyla log-normal dağılıma ilişkin değerler bulunur.

Bu bağıntıda parametreler; $\zeta_X^2 = \ln(1 + \sigma_X^2 / m_X^2)$ ve $\lambda_X = \ln m_X - 0.5 \zeta_X^2$ değerleridir.

$$u_i = \Phi\left(\frac{\ln x_i - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \quad (3.14)$$

$$\ln x_i = \lambda_x + \zeta_x \Phi^{-1}(u_i) \quad (3.15)$$

$$x_i = \exp\left[\lambda_x + \zeta_x \Phi^{-1}(u_i)\right] \quad (3.16)$$

3.1.5 Tip 1 asimptotik dağılımlı ratsgele sayılar

En büyük değer için Tip 1 asimptotik dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu şöyledir (3.17).

$$F_x(x) = \exp\left[-e^{-\alpha(x-\beta)}\right] \quad (3.17)$$

Dağılıma ilişkin α ve β parametreleri,

$$\alpha = \pi / (\sigma_x \sqrt{6}) \text{ ve } \beta = m_x - 0,577 / \alpha \quad (3.18)$$

ile ifade edilir. Belirli bir $F_x(x) = u$ olasılığı için;

$$\exp\left[-e^{-\alpha(x-\beta)}\right] = u \rightarrow -e^{-\alpha(x-\beta)} = \ln u$$

$$e^{-\alpha(x-\beta)} = \ln(u^{-1}) \rightarrow -\alpha(x-\beta) = \ln(\ln u^{-1})$$

$$\text{Ters dönüşüm fonksiyonu: } x = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{u}\right)$$

Bu bağıntıyla Tip 1 asimptotik dağılıma ilişkin rasgele sayılar, üniform dağılımlı rasgele sayılar kullanılarak üretilebilir.

$$x_i = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{u_i}\right); i = 1, 2, \dots \quad (3.19)$$

3.2 Örnek Boyutuyla İlgili Hata

Göçme olasılığı p_f nin, öngörülen bir duyarlılıkta tahmininde, gerekli örnek boyutunun belirlenmiş olması gerekir. Bu bağıntıda, Shooman (1968), hata yüzdesini belirleyen şu bağıntıyı geliştirmiştir (Vahidi, 1990).

$$200 \left(\frac{1-p_f}{n \cdot p_f} \right)^{1/2} \quad (3.20)$$

Bu bağıntıda p_f , sistemde istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığının tahmin edilen değerini ve n örnek boyutunu gösterir. p_f olasılığının tahmin edilmesinde işlenen hata, %95 ihtimalle (3.20) bağıntısıyla belirlenen değerden küçük olur. Örneğin, örnek boyutunun 10000 olması halinde, sistemin davranışına ilişkin istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığı 0.01 olarak tahmin edilmişse, (3.20) bağıntısıyla yapılan hata %20 bulunur. O halde %95 ihtimalle gerçek olasılık, p_f 0.01 ± 0.002 aralığında bulunur. Öte yandan p_f 'nin tahmininde 0.01 ± 0.001 güven aralığı öngörülmüşse, gerekli örnek boyutu (benzeşim sayısı) (3.20) bağıntısıyla $n=39600$ olarak bulunur.

3.3 Simülasyon Yönteminin Uygulanması ve Algoritma

Limit durum fonksiyonu $Z=g(X_1, X_2, \dots, X_m)$ olan bir sistem düşünelim. Bu sistemin güvenilirliğini hesaplanamak için öncelikle X_1, X_2, \dots, X_m rastgele değişkenlerine ait rasgele sayıların üretilmesi gerekmektedir. Burda önemli olan üretilen rastgele sayıların, rastgele değişkenlerin dağılımlarına uygun olmasıdır. Bu işlemlerin nasıl gerçekleştirildiği önceki bölümlerde açıklanmıştır.

Üretilen $(x_1, x_2, \dots, x_m)_1, (x_1, x_2, \dots, x_m)_2, \dots, (x_1, x_2, \dots, x_m)_n$ rastgele sayı grupları Z limit durum fonksiyonunda yerlerine konursa örnek boyutu kadar (z_1, z_2, \dots, z_m) ifadesi elde ederiz. Bu ifadelerin sonuçları iki şekilde değerlendirilir: $Z > 0$ ve $Z < 0$.

$Z < 0$ ifadesine sağlayan fonksiyonlar sayılıp (n_F) örnek boyutuna (n) oranlandığında bir olasılık değeri elde edilir. Bu göçme olasılığının nokta tahminidir (3.21).

$$p_f \text{ nin nokta tahmini: } \hat{p}_f = \frac{n_F}{n} \quad (3.21)$$

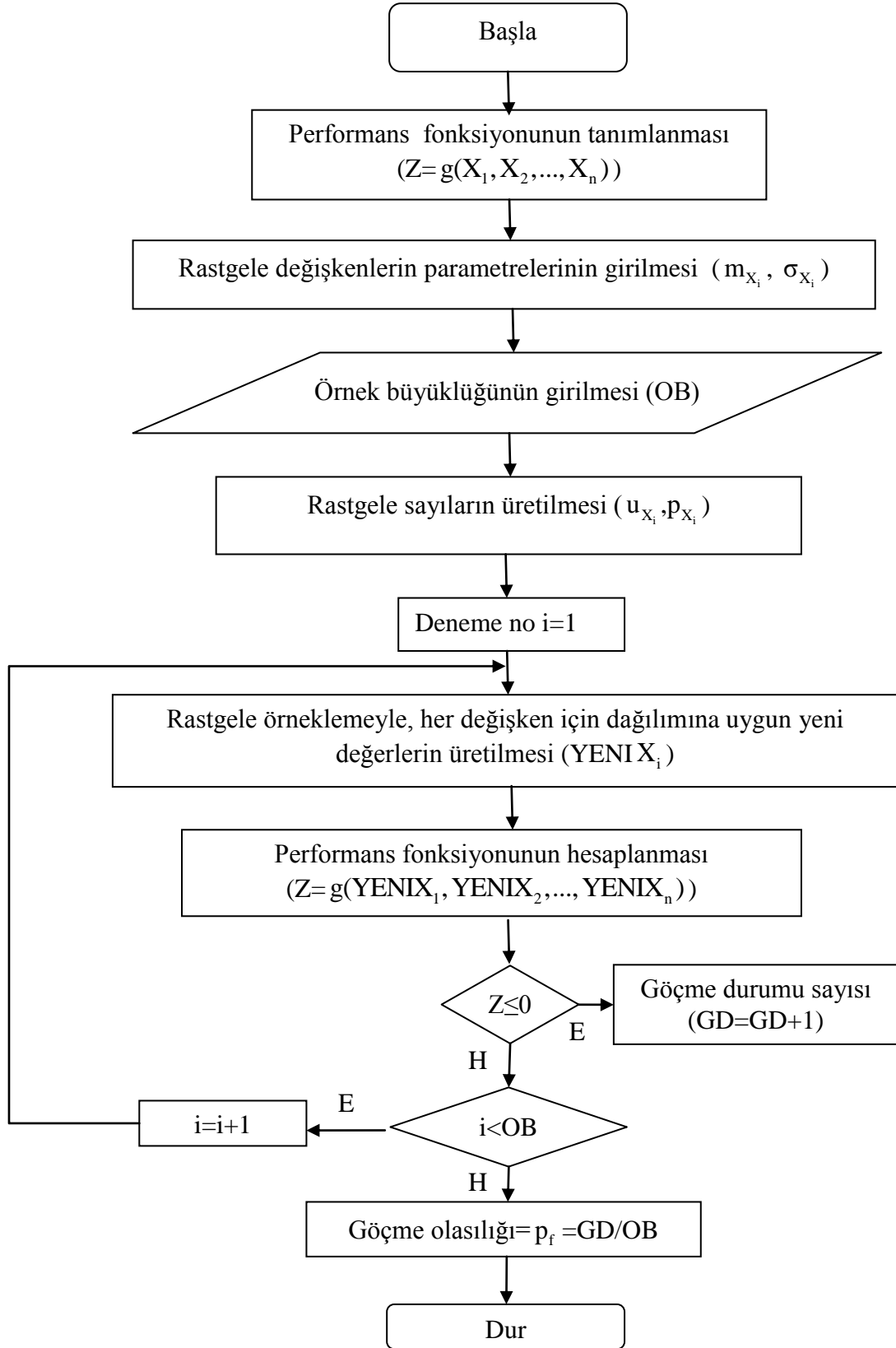
Simülasyon yönteminde nokta tahmini yapılırken, n boyutlu bir örnek yerine çok sayıda n boyutlu örneğin kullanılması daha uygun olur. Yani n_1 boyutlu örnekler, n_2

kez tekrarlanır ve ortalama nokta tahmini yapılırsa; bu ortalama nokta tahmininin, $n = n_1 \times n_2$ boyutlu eşdeğer bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir.

Son olarak Shooman (1968)' in geliştirdiği (3.20) bağıntısı %95 güven aralığında hesaplanmak istenen göçme riski için yeniden değerlendirilirse (3.22) ve (3.23) bağıntıları elde edilir.

$$\% \text{ hata} = 200 \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \Rightarrow \langle p_f \rangle_{0.95} = \hat{p}_f \pm \frac{\% \text{ hata}}{100} \hat{p}_f \quad (3.22)$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\} \quad (3.23)$$



Şekil 3.3 : Simülasyon yönteminin algoritmasını gösteren akış şeması

4. YAPISAL SİSTEMLERİN GÜVENİLİRLİĞİ

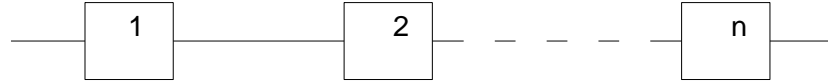
Çok bileşenli sistemlerin güvenilirliği, sistemi oluşturan elemanların güvenilirliklerine ve göçme modlarına bağlıdır (Ranganathan, 1990; Beyazıt, 2007).

4.1 Yapısal Sistemlerin Sınıflandırılması

Yapısal sistemler temel olarak üç gruba ayrılabilir: i) seri sistemler, ii) paralel sistemler, iii) karışık sistemler

4.1.1 Seri sistemler

Seri sistemlerde sistemi oluşturan elemanlardan biri bile arzu edilen görevi yerine getiremezse, sistem başarısız olarak kabul edilir. Kısaca, sistemi oluşturan bütün elemanlar güvenilir ise, sistem de güvenilirdir.



Şekil 4.1: Seri Sistemlerin şematik gösterimi

A_n , n elemanın başarılı olma olayını gösterirse; sistem güvenilirliği (p_{ss}) (4.1) bağıntısıyla gösterilir.

$$p_{ss} = P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \quad (4.1)$$

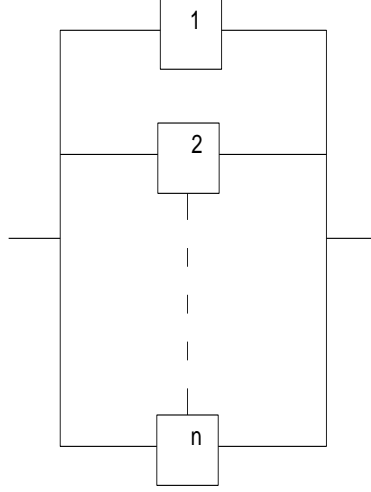
Eğer A_i olayları istatistiksel olarak bağımsız ise, (4.1) bağıntısı aşağıdaki şekilde basitleştirilebilir.

$$p_{ss} = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n) \quad (4.2)$$

$$= \prod_{i=1}^n (1-p_{fi})$$

4.1.2 Paralel sistemler

Paralel sistemlerde sistemi oluşturan elemanlardan biri bile başarılı ise sistem başarılıdır. Sistemin güvenilir olmadığının söylenmesi için sistemi oluşturan elemanların hepsinin güvenilir olmadığı gösterilmelidir.



Şekil 4.2: Paralel sistemlerin şematik gösterimi

A_n^c , n elemanın başarısız olma olayını gösterirse; sistem güvenilirliği (p_{ss}) (4.3) bağıntısıyla gösterilir.

$$\begin{aligned} p_{ss} &= 1 - p_{fs} \\ &= 1 - P(A_1^c \cap A_2^c \cap \dots \cap A_n^c) \end{aligned} \quad (4.3)$$

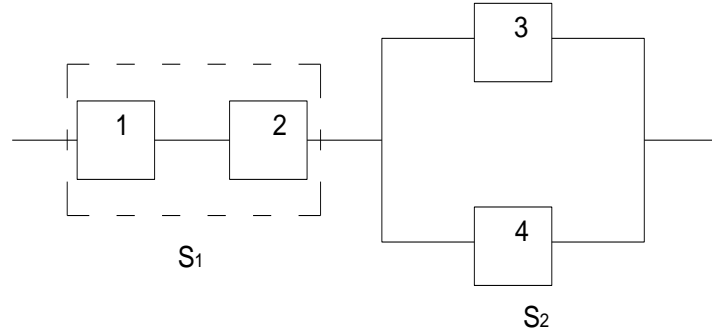
Eğer A_i^c olayları istatistiksel olarak bağımsız ise, (4.3) bağıntısı aşağıdaki şekilde basitleştirilebilir.

$$\begin{aligned} p_{ss} &= 1 - [P(A_1^c)P(A_2^c)\dots P(A_n^c)] \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n p_{fi} \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.1.3 Karma sistemler

Karma sistemler seri ve paralel sistemlerin bir kombinasyonudur. Örnek olarak (Şekil 4.3) bir karma sistemi göstermektedir. Bu sistem birbirine seri bağlı S_1 ve S_2 alt sistemlerinden oluşmaktadır. Ayrıca kendi içinde S_1 sistemi seri ve S_2 sistemi paralel bağlı elemanlardan oluşmaktadır. Bu şartlar altında (Şekil 4.3) 'te gösterilen

sistemin güvenilirliği $p_{ss} = P(E_1 \cap E_2)$ olarak gösterilir. Bu bağtıda E_1 , S_1 sisteminin başarılı olma olayını; E_2 ise S_2 sisteminin başarılı olma olayını ifade eder.



Şekil 4.3: Karma Sistemlerin şematik gösterimi

E_1 ve E_2 olayları istatistiksel olarak bağımsız ise sistemin güvenilirliği (4.5) bağıntısıyla gösterilir.

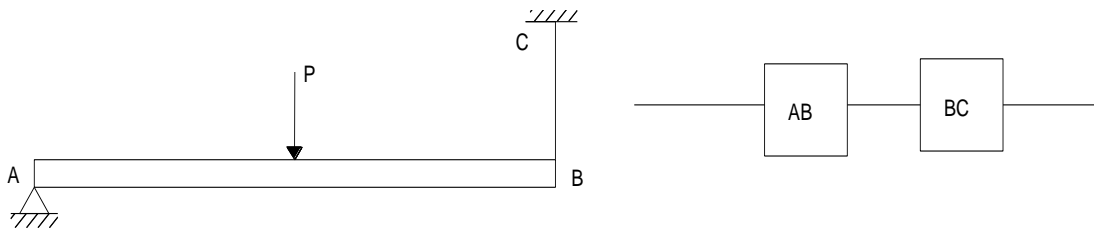
$$\begin{aligned} p_{ss} &= P(E_1)P(E_2) \\ &= (1 - p_{fs1})(1 - p_{fs2}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2 Yapısal Sistemlerin Modellenmesi

Bu alt başlıkta yapı mühendislerini ilgilendiren bazı sistemlerin seri, paralel ya da karışık olarak modellenmesi ele alınacaktır.

4.2.1 Basit kiriş ve kablo

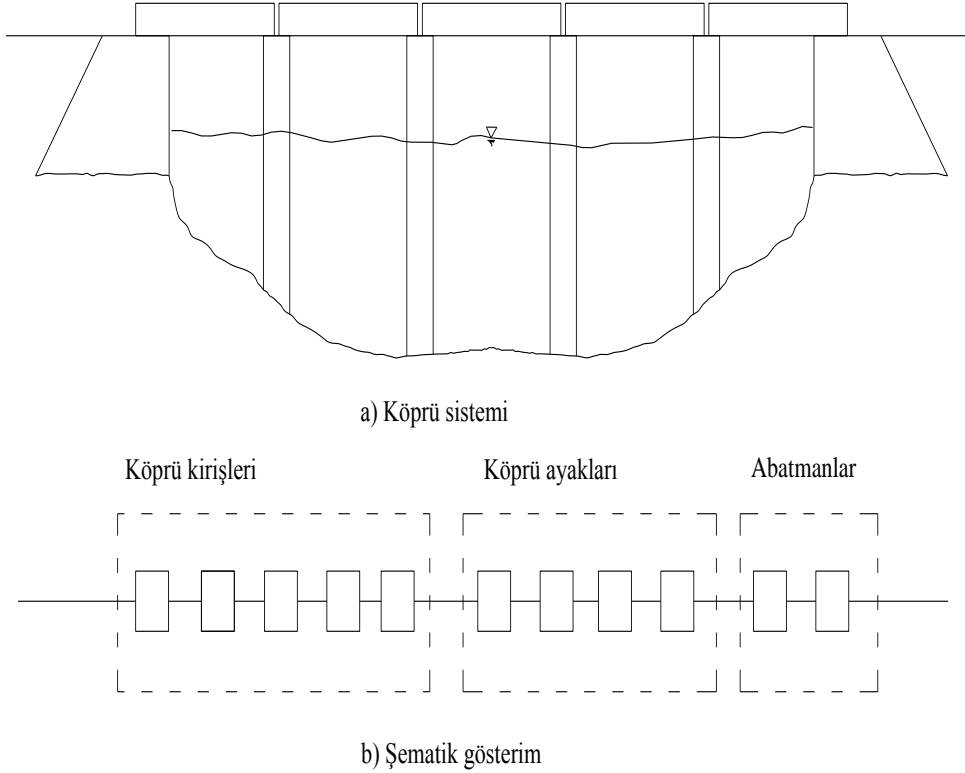
(Şekil 4.4)' te bir basit kiriş ve kablodan oluşan bir sistem görülmektedir. Bu sistemi oluşturan AB ve BC elemanlarından herhangi biri göçtüğünde sistem de göçeceğinden, bu sistemi oluşturan elemanlar birbirlerine seri olarak bağlanmıştır.



Şekil 4.4: İki elemanlı bir seri sistem

4.2.2 Köprü sistemi

(Şekil 4.5) 'teki köprü sisteminde köprü kirişleri, köprü ayakları ve abatmanlar kendi aralarında alt sistemler oluştururlar. Köprü kirişlerinin oluşturduğu sistemin güvenilir olarak tanımlanması için her kiriş istenen performansı sergilemelidir. Aynı durum köprü ayakları ve abatmanlar için de geçerlidir. Yani bu elemanlar ve alt sistemler kendi aralarında bir seri sistem oluşturur.



Şekil 4.5 : Bir köprü sisteminin modellenmesi (Ranganathan, 1990)

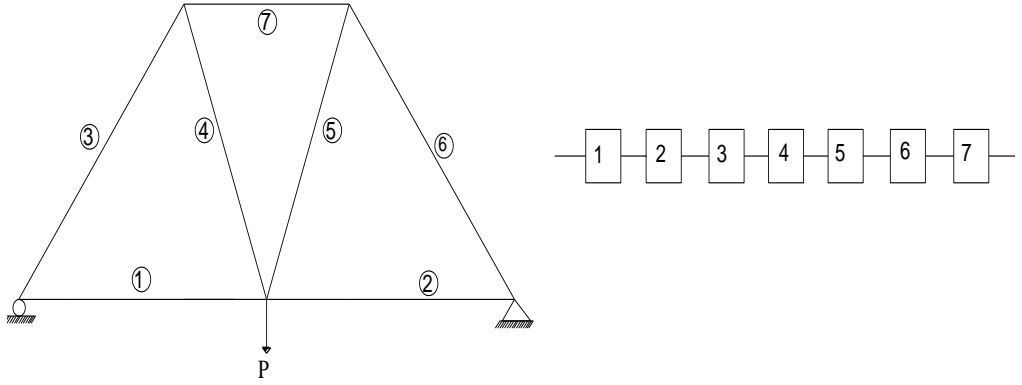
4.2.3 Kafes sistem

(Şekil 4.6)' daki kafes sistemin istenen performansı gösterebilmesi için, sistemi oluşturan bütün elemanların istenen performansı göstermesi gerekmektedir. Bu durumda kafes sistem bir seri sistemdir denebilir.

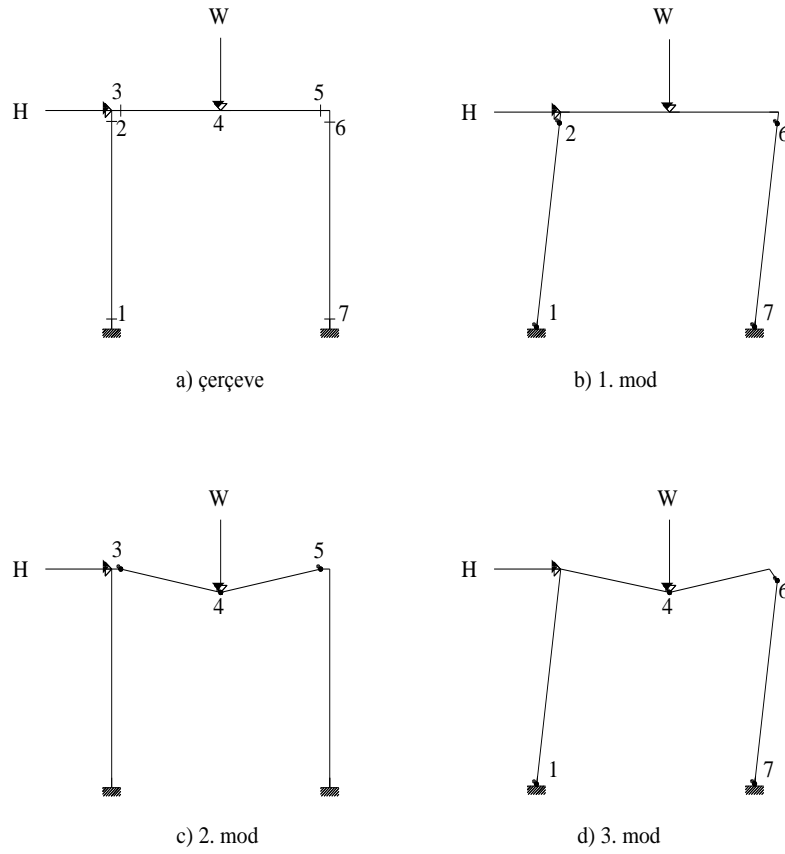
4.2.4 Çerçeve sistem

Sünek bir çerçeve göz önüne alındığında, sistem yeterli sayıda plastik mafsal göçme mekanizması oluşturduğunda göçer. Yani herhangi bir göçme modunu oluşturan plastik mafsal kesitleri birbirine paralel bağlanmalıdır. Çerçeve sistemin sahip

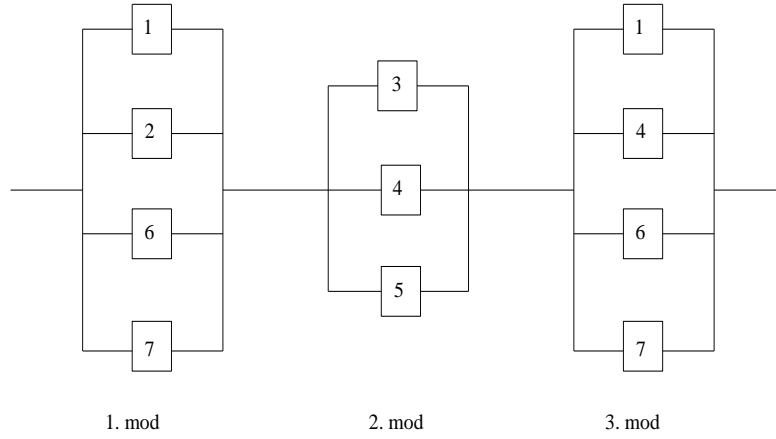
olduğu göçme modları ise, sistem her bir mekanizma durumunda göçeceği için seri olarak bağlanmalıdır (Şekil 4.7) (Ranganathan, 1990).



Şekil 4.6: Bir kafes sistemin modellenmesi



Şekil 4.7: Çerçeve sistemlerin modellenmesi



Şekil 4.8 : Çerçeve sistemlerin modellenmesinde şematik gösterim

4.3 Yapısal Sistem Güvenilirliğinde Aralıklar

Yapısal sistemlerin güvenilirliğinin kesin ve tek bir değerle ifade edilmesi çoğu zaman imkansızdır. Simülasyon yönteminin kendi içinde barındırdığı olasılıksal yaklaşım ve ikinci moment yönteminin yaklaşık bir çözüm sunması bulunan güvenilirliğin ya da riskin kesinliğini sorgular. Bu nedenle sistemin güvenilirliğinin bir aralık değeriyle ifade edilmesi uygun bir yaklaşımdır.

4.3.1 Basit(Geniş) aralık

Yapısal sistemde n adet göçme modu (Z_i) arasında tam bir korelasyonun sözkonusu olduğu kabul edilirse güvenilirlik için üst aralık (4.6) bağıntısıyla, göçme modlarının istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilirse güvenilirlik için alt aralık (4.7) bağıntısıyla ifade edilir (Cornell, 1970; Ranganathan, 1990)

$$\begin{aligned}
 p_{ss} &= 1 - \max P(Z_i \leq 0) = 1 - \max p_{f_i} \\
 E_i &= (Z_i \leq 0)
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

$$p_{ss} = \prod_{i=1}^n (1 - p_{f_i})
 \tag{4.7}$$

Böylece sistem güvenilirliği (4.8) bağıntısıyla ifade edilebilir.

$$\prod_{i=1}^n (1-p_{f_i}) \leq p_{ss} \leq 1 - \max p_{f_i} \quad (4.8)$$

Sistemin göçme olasılığı da (4.9) bağıntısıyla gösterilir.

$$\max p_{f_i} \leq p_{f_s} \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1-p_{f_i}) \quad (4.9)$$

4.3.2 Dar aralık

Göçme modları arasında tam korelasyon olması ya da hiçbir korelasyon olmama durumu uygun bir yaklaşım değildir. Göçme modları arasında çoğunlukla pozitif bir korelasyon vardır. Korelasyon katsayıları (4.17) bağıntısıyla hesaplanabilir. Ditlevsen (1979) göçme olasılığının dar aralıkta hesaplanması için bir yaklaşım geliştirmiştir. Dar aralık için üst sınır (4.10), alt sınır (4.11) bağıntısıyla gösterilmiştir (Ranganathan, 1990).

$$p_{f_s} \geq P(Z_i < 0) + \sum_{i=2}^n \max \left\{ P(Z_i < 0) - \sum_{j=1}^{i-1} P[(Z_i < 0) \cap (Z_j < 0)], 0 \right\} \quad (4.10)$$

$$p_{f_s} \leq \sum_{i=1}^n P(Z_i < 0) - \sum_{i=2, j < i}^n \max P[(Z_i < 0) \cap (Z_j < 0)] \quad (4.11)$$

$E_i = (Z_i \leq 0)$ $E_j = (Z_j \leq 0)$ olayları göz önüne alındığında, (4.10) ve (4.11) bağıntıları (4.12) ve (4.13) bağıntılarına dönüşür.

$$p_{f_s} \geq p_{f_i} + \sum_{i=2}^n \max \left[\left\{ p_{f_i} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i \cap E_j) \right\}; 0 \right] \quad (4.12)$$

$$p_{f_s} \leq \sum_{i=1}^n p_{f_i} - \sum_{i=2, j < i}^n \max P(E_i \cap E_j) \quad (4.13)$$

E_i ve E_j olayları için sırasıyla alt ve üst aralıkta ortak olasılıklar (4.14) ve (4.15) bağıntılarıyla hesaplanır.

$$P(E_i \cap E_j) = P(A) + P(B) \quad (4.14)$$

$$P(E_i \cap E_j) = \max[P(A); P(B)] \quad (4.15)$$

$P(A)$ ve $P(B)$ olayları **(4.16)** bağıntısı yardımıyla hesaplanır.

$$\begin{aligned} P(A) &= \Phi(-\beta_i) \Phi \left[-\frac{\beta_j - \rho_{i,j} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{i,j}^2}} \right] \\ P(B) &= \Phi(-\beta_j) \Phi \left[-\frac{\beta_i - \rho_{i,j} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{i,j}^2}} \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\rho_{i,j} = \frac{\text{Cov}(g_i, g_j)}{\sigma_{g_i} \cdot \sigma_{g_j}} \quad (4.17)$$

5. ÖRNEKLER

Bu bölümde çeşitli referans kaynaklardan seçilen yedi örnek Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözülmüştür. Rastgele değişkenler arasında herhangi bir korelasyonun olmadığı kabul edilmiştir. Bu çözümlerde Matlab 7.8 yardımıyla hazırlanan bilgisayar programlarından faydalanılmıştır (Şekil 3.3). Ayrıca beşinci, altıncı ve yedinci örnekler İkinci Moment yöntemi ile çözülmüş, son iki örnekte bulunan göçme olasılıkları ise geniş ve dar aralık ile ifade edilmiştir.

Örneklerdeki limit durum fonksiyonları ikinci bölümde anlatılan kapasite istem ilişkisi dikkate alınarak elde edilmiştir. Limit durum fonksiyonlarını oluşturan rastgele değişkenlere ait istatistiksel değerler, deneyler sonucu elde edilen veri listelerinin düzenlenmesi ve yorumlanması sonucu elde edilir. Bu düzenleme ve yorumlama sürecinden Ek A kapsamında bahsedilmiştir. Ayrıca örneklerdeki rastgele değişkenlerin istatistiksel karakterlerini ifade eden dağılımlar, ortalama değer ve standart sapma gibi değerler doğrudan referans kaynaklardan alınmış, bu değerlerin hesaplanması için herhangi bir çalışma yapılmamıştır.

Özet olarak bir elemanın ye da sistemin yapısal güvenilirliğinin hesaplanması sürecinden anlaşılması gereken, limit durum fonksiyonunu oluşturan rastgele değişkenlere ait, deneyler sonucu elde edilen istatistiksel verilerin yapısal güvenilirlik teorisi kapsamında işlenmesi ve yorumlanmasıdır.

5.1 Örnek 1

Eksenel yük etkisinde kalan dikdörtgen kesitli, simetrik donatılı, görünürde özdeş betonarme kolonların oluşturduğu bir toplumdaki rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistikler (Çizelge 5.1)' de gösterilmiştir. Performans fonksiyonu $Z=0.85bh_f_c+A_s f_y-N$ olarak verildiğinde, değişkenlerin korelasyonsuz olduğu kabul edilerek yapısal elemanın güvenilirliği hesaplanmak istenmektedir (Gündüz,1996).

Çizelge 5.1 : Örnek 5.1'e ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
b (mm)	300	3	0.01
h (mm)	500	5	0.01
f_c (MPa)	25	3.5	0.14
A_s (mm ²)	2200	100	0.045
f_y (MPa)	250	25	0.10
N (kN)	1500	450	0.30

5.1.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

5.1.1.1 Tüm değişkenler normal dağılımlı

Örnek 1' de verilen yapısal elemanın göçme olasılığının belirlenmesi için, büyüklüğü 10^6 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır.

Çizelge 5.2 : 5.1.1.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

SimülasyonNo	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	2.48×10^{-4}	2.32×10^{-4}	2.10×10^{-4}	2.08×10^{-4}	2.33×10^{-4}

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 2.262 \times 10^{-4}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için (3.23) ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (2.127 \times 10^{-4}, 2.397 \times 10^{-4})$$

5.1.1.2 f_c ve f_y lognormal dağılımlı, N Tip 1 asimptotik dağılımlı ve öteki rasgele değişkenler normal dağılımlı

Rasgele değişkenlerin dağılımları yukarıda verilen şekilde olduğu durum için, büyüklüğü 10^6 olan örnekler 5 kez tekrarlanmıştır (Çizelge 5.3).

Çizelge 5.3 : 5.1.1.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

SimülasyonNo	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	1.894×10^{-3}	1.911×10^{-3}	1.971×10^{-3}	1.892×10^{-3}	1.953×10^{-3}

$$p_f \text{ 'nin nokta tahmini: } \hat{p}_f = 1.924 \times 10^{-3}$$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için **(3.23)** ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2}; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.884 \times 10^{-3}, 1.963 \times 10^{-3})$$

5.2 Örnek 2

Eğilme momenti etkisinde kalan ve yalnızca çekme momenti bulunan, diktörgen kesitli, görünürde özdeş betonarme kirişlerin oluşturduğu bir toplumdan rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistiksel bilgiler (Tablo 5.4)' te gösterilmiştir.

Performans fonksiyonu $Z = A_s f_y d - \frac{0.59 A_s^2 f_y^2}{b f_c} - M$ olarak verildiğinde, değişkenlerin

korelasyonsuz olduğu kabul edilerek yapısal elemanın güvenilirliği hesaplanmak istenmektedir (Gündüz,1996).

Çizelge 5.4 : Örnek 5.2' ye ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
A_s (mm ²)	1005	50	0.05
f_y (MPa)	220	22	0.10
d (mm)	450	7	0.16
b (mm)	300	0	0
f_c (MPa)	20	3	0.15
M (kNm)	30	15	0.50

5.2.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

5.2.1.1 Tüm değişkenler normal dağılımlı

Örnek 2' de verilen yapısal elemanın göçme olasılığının belirlenmesi için, büyüklüğü 10^6 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır.

Çizelge 5.5 : 5.2.1.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

SimülasyonNo	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	1.62×10^{-4}	1.76×10^{-4}	1.63×10^{-4}	1.85×10^{-4}	1.97×10^{-4}

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 1.766 \times 10^{-4}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için (3.23) ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.647 \times 10^{-4}, 1.885 \times 10^{-4})$$

5.2.1.2 f_c ve f_y lognormal dağılımlı, M Tip 1 asimptotik dağılımlı ve öteki rasgele değişkenler normal dağılımlı

Rasgele değişkenlerin dağılımları yukarıda verilen şekilde olduğu durum için, büyüklüğü 10^6 olan örnekler 5 kez tekrarlanmıştır (Çizelge 5.6).

Çizelge 5.6 : 5.2.1.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

SimülasyonNo	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	3.109×10^{-3}	3.239×10^{-3}	3.131×10^{-3}	3.255×10^{-3}	3.236×10^{-3}

$$p_f \text{ 'nin nokta tahmini: } \hat{p}_f = 3.194 \times 10^{-3}$$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için **(3.23)** ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2}; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

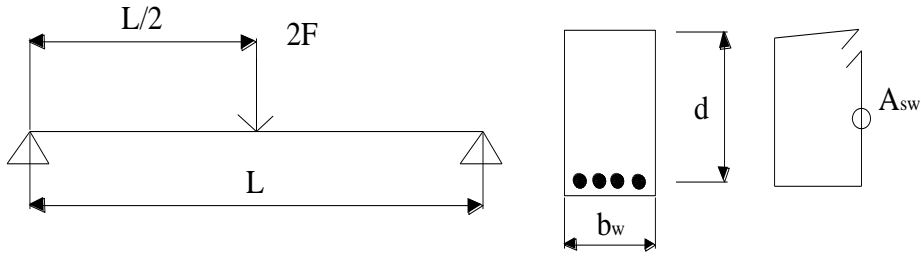
$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (3.144 \times 10^{-3}, 3.245 \times 10^{-3})$$

5.3 Örnek 3

Görünürde özdeş prefabrike betonarme kirişlerin oluşturduğu bir toplumdaki rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistiksel bilgiler (Çizelge 5.7)' de gösterilmiştir.

Performans fonksiyonu $Z = 0.52 f_{ct} b_w d + \frac{A_{sv} f_{yv} d}{s} - F$ olarak verildiğinde, değişkenlerin

korelasyonsuz olduğu kabul edilerek yapısal elemanın kesme güvenilirliği hesaplanmak istenmektedir (Şekil 5.1) (Gündüz, 1996).



Şekil 5.1: Prefabrike betonarme kiriş planı ve enkesiti

Çizelge 5.7 : Örnek 5.3'e ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
f_{ct} (MPa)	1.6	0.2	0.125
b_w (mm)	250	3	0.012
d (mm)	450	3	0.007
A_{sv} (mm ²)	56	2	0.036
f_{yv} (MPa)	220	10	0.045
s (mm)	100	2	0.02
F (kN)	40	20	0.50

5.3.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

5.3.1.1 Tüm değişkenler normal dağılımlı

Örnek 3' te verilen yapısal elemanın göçme olasılığının belirlenmesi için, büyüklüğü 10^7 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır.

Çizelge 5.8 : 5.3.1.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

SimülasyonNo	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	1.6×10^{-6}	0.9×10^{-6}	2.1×10^{-6}	1.6×10^{-6}	1.4×10^{-6}

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 1.52 \times 10^{-6}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=10^7 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için (3.23) ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.171 \times 10^{-6} , 1.869 \times 10^{-6})$$

5.3.1.2 f_{ct} ve f_{yv} lognormal dağılımlı, F Tip 1 asimptotik dağılımlı ve öteki rasgele değişkenler normal dağılımlı

Rasgele değişkenlerin dağılımları yukarıda verilen şekilde olduğu durum için, büyüklüğü 10^6 olan örnekler 5 kez tekrarlanmıştır (Çizelge 5.9).

Çizelge 5.9 : 5.3.1.2 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

SimülasyonNo	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	6.93×10^{-4}	7.25×10^{-4}	6.74×10^{-4}	7.1×10^{-4}	7.24×10^{-4}

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 7.052 \times 10^{-4}$

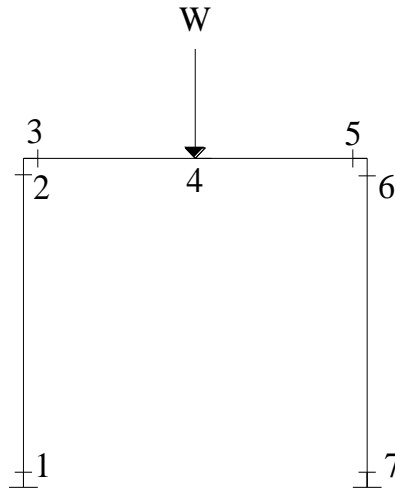
Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için (3.23) ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

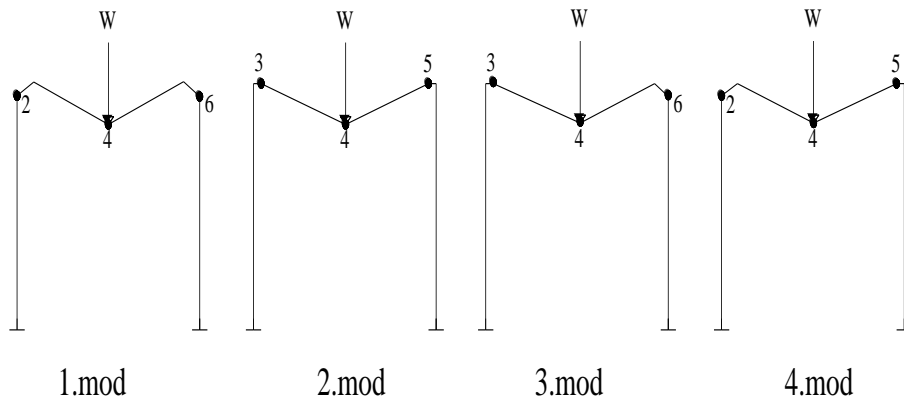
$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (6.815 \times 10^{-4} , 7.289 \times 10^{-4})$$

5.4 Örnek 4

(Şekil 5.2)' de gösterilen çelik çerçeve sistemin elemanlarına ait istatistiksel veriler ve göçme modlarına ait performans fonksiyonları aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin normal dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilerek, sistemin göçme olasılığının hesaplanması istenmektedir (Ranganathan, 1990).



Şekil 5.2 : Örnek 4' teki çelik çerçeve



Şekil 5.3 : Örnek 4' teki göçme modları

Göçme modlarına ilişkin performans fonksiyonları

$$g_1(x)=M_2+2M_4+M_6-3W$$

$$g_2(x)=M_3+2M_4+M_5-3W$$

$$g_3(x)=M_3+2M_4+M_6-3W$$

$$g_4(x)=M_2+2M_4+M_5-3W$$

Çizelge 5.10 : Örnek 4.4' e ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
$M_2 = M_6$ (kNm)	490	73.5	0.125
$M_3 = M_4 = M_5$ (kNm)	653	97.95	0.012
W (kN)	446	69.9	0.007

5.4.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

Örnek 3' te verilen yapısal elemanın göçme olasılığının belirlenmesi için, büyüklüğü 2×10^6 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır.

Çizelge 5.11 : 5.4.1 simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları (10^{-3})

SimülasyonNo	1	2	3	4	5	Ortalama
$(p_f)_i \text{ mod1}$	0.9655	1.007	0.986	0.9555	0.9565	0.9741
$(p_f)_i \text{ mod2}$	0.034	0.0315	0.0305	0.035	0.0315	0.0325
$(p_f)_i \text{ mod3}$	0.2045	0.1915	0.182	0.183	0.186	0.1894
$(p_f)_i \text{ mod4}$	0.1815	0.1705	0.1825	0.1905	0.1925	0.1835
$(p_f)_i \text{ sistem}$	1.0355	1.074	1.045	1.0235	1.0315	1.0419

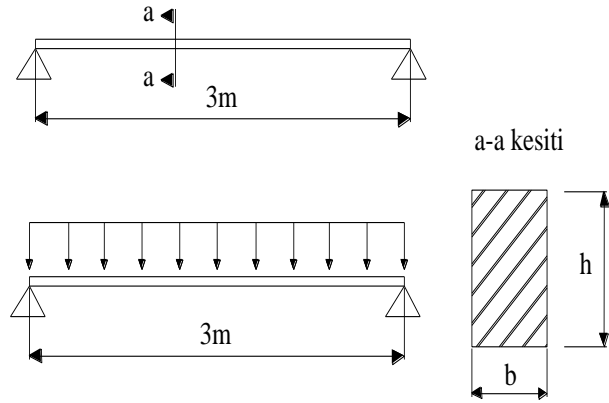
p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 1.0419 \times 10^{-3}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=2 \times 10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir.

$$\langle P_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\} = (1.0215 \times 10^{-3} , 1.0623 \times 10^{-3})$$

5.5 Örnek 5

(Şekil 5.4)' te verilen kirişle ilgili istatistiksel bilgiler (Çizelge 5.12)' de gösterilmiştir. Kirişin orta noktasında oluşacak çökmenin 8 milimetreyi aşma olasılığının hesaplanması istenmektedir (Faber, 2011).



Şekil 5.4 : Betonarme kiriş planı ve enkesiti

Çizelge 5.12 : Örnek 5.5'e ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
q (kN/mm)	0.005	0.001	0.2
h (mm)	100	5	0.05
E (kN/mm ²)	450	0	0
b (mm)	50	0	0
l (mm)	3	0	0

5.5.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

$$Z = g(X) = 8 - w = 8 - \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad (5.1)$$

Kiriş ortasındaki çökmenin 8 milimetreyi aşmasını ifade eden (5.1) denklemindeki deterministik değer yerine yazılıp , ifade daha sade bir hale getirilirse (5.2) fonksiyonu elde edilir.

$$Z = g(X) = 8 - w = 8 - 1.235 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{h^3} = 8 \cdot h^3 - 1.235 \cdot 10^9 \cdot q \quad (5.2)$$

Limit durumun aşılma olasılığının Monte Carlo yöntemine göre hesaplanması için, büyüklüğü 5×10^5 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır. Bu beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar (Çizelge 5.13)' te özetlenmiştir.

Çizelge 5.13 : 5.5.1 1. Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

Örnek No(i)	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	0.135618	0.136042	0.136646	0.136438	0.135954
$\hat{p}_f = 0.136139$					

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 0.136139$

Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n=25 \times 10^6$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. %95 düzeyindeki güven aralığı için göçme olasılığı (3.23) bağıntısıyla hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = 0.13599 , 0.13686$$

Örnek boyutu değiştirilerek 1000 alınırsa, 5 kez tekrarlanan simülasyonlar için bulunan sonuçlar (Çizelge 5.14)' te gösterilmiştir.

Çizelge 5.14 : 5.5.1 2. Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

Örnek No(i)	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	0.125	0.129	0.104	0.136	0.129
$\hat{p}_f = 0.125$					

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 0.125$

$\langle p_f \rangle_{0.95} = 0.1156, 0.1344$

Örnek boyutu 100 alınırsa göçme olasılığının nokta tahmini ve aralık tahmini aşağıda gösterilmiştir.

Çizelge 5.15 : 5.5.1 3. Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları

Örnek No(i)	1	2	3	4	5
$(p_f)_i$	0.16	0.12	0.10	0.11	0.10
$\hat{p}_f = 0.13$					

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 0.13$

$\langle p_f \rangle_{0.95} = 0.09, 0.16$

Yukarıda görüldüğü gibi örnek boyutu arttırıldıkça daha hassas sonuçlar elde edilmekte ve daha dar bir aralık bulunmaktadır.

5.5.2 İkinci Moment yöntemine göre çözüm

5.5.2.1 Doğrudan çözüm

(2.9) bağıntısı yardımıyla;

$$m_z = 8 \cdot 100^3 - 1.235 \cdot 10^9 \cdot 0.005 = 1825000 \text{ mm}$$

X_i	$(\partial g / \partial X_i)^2 \text{Var}(X_i) \text{ mm}^2$ (2.10)	
h	$(24h^2)^2 \text{Var}(h) = (24 \cdot 100^2)^2 5^2$	$144 \cdot 10^{10}$
q	$(-1.235 \cdot 10^9)^2 \text{Var}(q) = (-1.235 \cdot 10^9)^2 0.001^2$	$152.5225 \cdot 10^{10}$

$$\text{Var}(Z) = \sigma_z^2 = 296.5225 \cdot 10^{10}$$

$$\sigma_z = 1721982.8688$$

$$\beta = m_z / \sigma_z = 1825000 / 1721982.8688 = 1.0598$$

$$p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \Phi(1.0598)$$

$$p_f = 0.14457$$

5.5.2.2 İterasyonla çözüm

Rasgele değişkenlerin ortalama değerleri başlangıç değerleri kabul edilir ve Bölüm 2' deki algoritma takip edilirse (Çizelge 5.16)' daki sonuçlar elde edilir.

Çizelge 5.16 : Örnek 5.5' in iterasyonla çözümü

X_i	x_i^*	$(\partial g / \partial X_i)^*$	α_i^*	Yeni x_i^*
1. İterasyon				
h	100	1200000	0.69687	$100 - 3.48435\beta$
q	0.005	-1235000	-0.71719	$0.005 + 7.1719 \cdot 10^{-4}\beta$
$Z = 8(100 - 3.48435\beta)^3 - 1.235 \cdot 10^9(0.005 + 7.1719 \cdot 10^{-4}\beta) = 0$ $\beta = 1.0789$				
2. İterasyon				
h	98.23934	1158116.151	0.68404	$100 - 3.42018\beta$
q	0.005774	-1235000	-0.72945	$0.00577 + 7.2945 \cdot 10^{-4}\beta$
$Z = 8(100 - 3.42018\beta)^3 - 1.235 \cdot 10^9(0.005 + 7.2945 \cdot 10^{-4}\beta) = 0$ $\beta = 1.0787$				

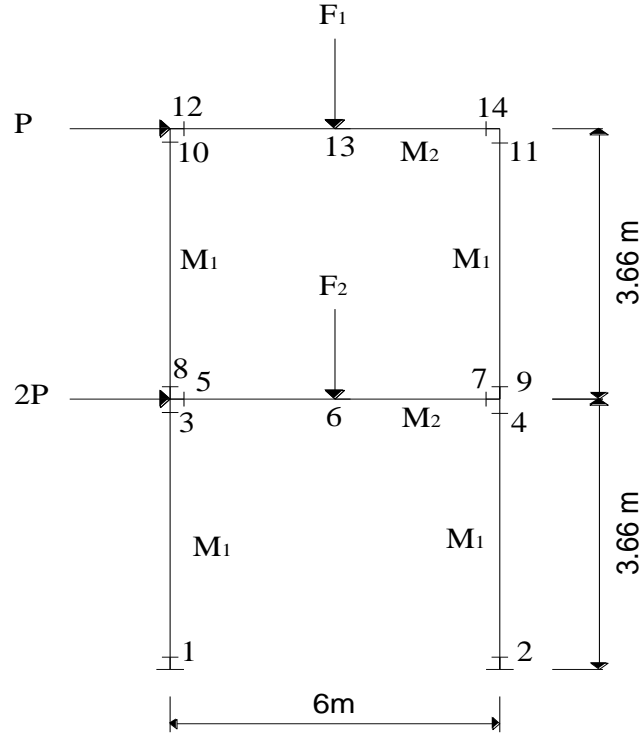
2. iterasyon sonucunda bulunan güvenilirlik indeksi β istenen yakınsaklıkta olduğundan kabul edilebilir bir değerdir.

$$p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \Phi(1.0787)$$

$$p_f = 0.1379$$

5.6 Örnek 6

(Şekil 5.5)' de gösterilen çelik çerçeve sistemin elemanlarına ait istatistiksel veriler ve göçme modlarına ait performans fonksiyonları aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin normal dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilerek, sistemin göçme olasılığının hesaplanması istenmektedir (Ranganathan, 1990).



Şekil 5.5: Çelik Çerçeve

Çizelge 5.17 : Örnek 5.6'ya ait performans fonksiyonları

Mekanizma (i)	Plastik Mafsalsal Noktaları(i)	Performans Fonksiyonu(i)
1	5,6,7	$4M_2 - 3F_2$
2	1,2,4,6,8,9	$6M_1 + 2M_2 - 10.98P - 3F_2$
3	1,2,4,6,7,8	$4M_1 + 3M_2 - 10.98P - 3F_2$
4	3,4,6,8,9	$4M_1 + 2M_2 - 3F_2$
5	1,2,3,4	$4M_1 - 10.98P$
6	1,2,4,6,9,10,11	$8M_1 + 2M_2 - 14.64P - 3F_2$
7	1,2,6,7,11,13	$4M_1 + 6M_2 - 14.64P - 1.83F_1 - 3F_2$
8	1,2,6,7,10,11	$4M_1 + 4M_2 - 14.64P - 3F_2$

Göçme modlarına ilişkin performans fonksiyonları

$$g_1(x)=4M_2 - 3F_2$$

$$g_2(x)=6M_1+2M_2 - 10.98P - 3F_2$$

$$g_3(x)=4M_1+3M_2 - 10.98P - 3F_2$$

$$g_4(x)=4M_1+2M_2 - 3F_2$$

$$g_5(x)=4M_1 - 10.98P$$

$$g_6(x)=8M_1+2M_2 - 14.64P - 3F_2$$

$$g_7(x)=4M_1+6M_2 - 14.64P - 1.83F_1 - 3F_2$$

$$g_8(x)=4M_1+4M_2 - 14.64P - 3F_2$$

Çizelge 5.18 : Örnek 5.6'ya ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
M_1 (kNm)	110	16.5	0.15
M_2 (kNm)	275	41.25	0.15
F_1 (kN)	90	22.5	0.25
F_2 (kN)	180	27	0.15
P (kN)	16	4	0.25

5.6.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

Simülasyon yönteminde nokta tahmini yapılırken, n boyutlu bir örnek yerine çok sayıda n boyutlu örneğin kullanılması daha uygun olur. Yani n_1 boyutlu örnekler, n_2 kez tekrarlanır ve ortalama nokta tahmini yapılırsa; bu ortalama nokta tahmininin, $n = n_1 \times n_2$ boyutlu eşdeğer bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir.

Örnek 6' da verilen yapısal elemanın göçme olasılığının belirlenmesi için, büyüklüğü 2×10^6 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır. Bu durumda ortalama nokta tahmininin $5 \times 2 \times 10^6$ boyutlu eşdeğer bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir.

Çizelge 5.19 : 5.6.1 Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları (10^{-3})

SimülasyonNo(i)	1	2	3	4	5	Ortalama a
$(p_f)_i \text{ mod1}$	1.1255	1.143	1.1525	1.187	1.179	1.1574
$(p_f)_i \text{ mod2}$	0.9095	0.8915	0.8985	0.8885	0.8595	0.8895
$(p_f)_i \text{ mod3}$	0.53	0.525	0.5445	0.5325	0.522	0.5308
$(p_f)_i \text{ mod4}$	0.3555	0.3425	0.35	0.354	0.356	0.3516
$(p_f)_i \text{ mod5}$	0.426	0.4275	0.42	0.4175	0.437	0.4256
$(p_f)_i \text{ mod6}$	0.1975	0.204	0.1935	0.2025	0.184	0.1963
$(p_f)_i \text{ mod7}$	0.0165	0.0215	0.0175	0.0155	0.021	0.0184
$(p_f)_i \text{ mod8}$	0.0825	0.0915	0.081	0.089	0.086	0.086
$(p_f)_i \text{ sistem}$	2.291	2.2865	2.3015	2.2935	2.2905	2.2926

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 2.2926 \times 10^{-3}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=2 \times 10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için (3.23) ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = (2.2623 \times 10^{-3} , 2.3228 \times 10^{-3})$$

5.6.2 İkinci Moment yöntemine göre çözüm

5.6.2.1 Basit(Geniş) aralık

Yapısal sistemde n adet göçme modu (Z_i) arasında tam bir korelasyonun söz konusu olduğu kabul edilirse güvenilirlik için üst aralık (4.6) bağıntısıyla, göçme modlarının istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilirse güvenilirlik için alt aralık (4.7) bağıntısıyla ifade edilir. Bu bağlamda göçme modlarına ait limit durum fonksiyonları tek tek ele alınıp, ikinci moment yöntemine göre çözüm yapılmalıdır. Limit durum fonksiyonları doğrusal fonksiyon özelliği gösterdiklerinden güvenilirlik indeksi ikinci moment yönteminde doğrudan çözüm ile hesaplanabilir.

1. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{4(275) - 3(180)}{\sqrt{16(41.25)^2 + 9(27)^2}} = 3.0466$$

$$p_{f_1} = 1 - \Phi(3.0466) = 1.1571 \times 10^{-3}$$

2. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{6(110) + 2(275) - 10.98(16) - 3(180)}{\sqrt{36(16.5)^2 + 4(41.25)^2 + 10.98^2(4)^2 + 9(27)^2}} = 3.1203$$

$$p_{f_2} = 1 - \Phi(3.1203) = 0.9033 \times 10^{-3}$$

3. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{4(110) + 3(275) - 10.98(16) - 3(180)}{\sqrt{16(16.5)^2 + 9(41.25)^2 + 10.98^2(4)^2 + 9(27)^2}} = 3.2735$$

$$p_{f_3} = 1 - \Phi(3.2735) = 0.5312 \times 10^{-3}$$

4. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{4(110) + 2(275) - 3(180)}{\sqrt{16(16.5)^2 + 4(41.25)^2 + 9(27)^2}} = 3.3801$$

$$p_{f_4} = 1 - \Phi(3.2735) = 0.3622 \times 10^{-3}$$

5. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{4(110) - 10.98(16)}{\sqrt{16(16.5)^2 + 10.98^2(4)^2}} = 3.3341$$

$$p_{f_5} = 1 - \Phi(3.3341) = 0.4279 \times 10^{-3}$$

6. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{8(110)+2(275)-14.64(16)-3(180)}{\sqrt{64(16.5)^2 + 4(41.25)^2 + 14.64^2(4)^2 + 9(27)^2}} = 3.5449$$

$$p_{f_6} = 1 - \Phi(3.5449) = 0.1963 \times 10^{-3}$$

7. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{4(110)+6(275)-14.64(16)-1.83(90)-3(180)}{\sqrt{16(16.5)^2 + 36(41.25)^2 + 14.64^2(4)^2 + 1.83^2(22.5)^2 + 9(27)^2}} = 4.1403$$

$$p_{f_7} = 1 - \Phi(4.1403) = 0.0173 \times 10^{-3}$$

8. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{4(110)+4(275)-14.64(16)-3(180)}{\sqrt{16(16.5)^2 + 16(41.25)^2 + 14.64^2(4)^2 + 9(27)^2}} = 3.7557$$

$$p_{f_8} = 1 - \Phi(3.7557) = 0.0864 \times 10^{-3}$$

$$\max p_{f_i} \leq p_f \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - p_{f_i})$$

$$1.1571 \times 10^{-3} \leq p_f \leq 1 - \left[\begin{array}{l} (1-1.1571(10^{-3}))(1-0.9033(10^{-3}))(1-0.5312(10^{-3})) \\ (1-0.3622(10^{-3}))(1-0.4279(10^{-3}))(1-0.1963(10^{-3})) \\ (1-0.0173(10^{-3}))(1-0.0864(10^{-3})) \end{array} \right]$$

$$1.1571 \times 10^{-3} \leq p_f \leq 3.6763 \times 10^{-3}$$

5.6.2.2 Dar aralık

Göçme modları arasında tam korelasyon olması ya da hiçbir korelasyon olmama durumu uygun bir yaklaşım değildir. Göçme modları arasında çoğunlukla pozitif bir korelasyon vardır. Korelasyon katsayıları (4.17) bağıntısıyla hesaplanabilir. Ditlevsen (1979) göçme olasılığının dar aralıkta hesaplanması için bir yaklaşım geliştirmiştir. Dar aralık için üst sınır (4.10), alt sınır (4.11) bağıntısıyla gösterilmiştir.

Öncelikle, göçme modları en büyük göçme olasılığından en küçük göçme olasılığına doğru tekrar sıralanır.

Çizelge 5.20 : Göçme modlarının yeniden sıralanması

Mekanizma (i)	Performans Fonksiyonu(i)	β_i	P_{f_i}
1	$4M_2 - 3F_2$	3.0466	1.1571×10^{-3}
2	$6M_1 + 2M_2 - 10.98P - 3F_2$	3.1203	0.9033×10^{-3}
3	$4M_1 + 3M_2 - 10.98P - 3F_2$	3.2735	0.5312×10^{-3}
4	$4M_1 - 10.98P$	3.3341	0.4279×10^{-3}
5	$4M_1 + 2M_2 - 3F_2$	3.3801	0.3622×10^{-3}
6	$8M_1 + 2M_2 - 14.64P - 3F_2$	3.5449	0.1963×10^{-3}
7	$4M_1 + 4M_2 - 14.64P - 3F_2$	3.7557	0.0864×10^{-3}
8	$4M_1 + 6M_2 - 14.64P - 1.83F_1 - 3F_2$	4.1403	0.0173×10^{-3}

(5.3) denklemi yardımıyla göçme modları arasındaki korelasyon hesaplanır

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(g_i, g_j)}{\sigma_{g_i} \cdot \sigma_{g_j}} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \rho_{1,2} &= \frac{Cov(g_1, g_2)}{\sigma_{g_1} \cdot \sigma_{g_2}} \\ &= \frac{(4)(2)\sigma_{M_2}^2 + (-3)(-3)\sigma_{F_2}^2}{\sqrt{(4)^2\sigma_{M_2}^2 + (-3)^2\sigma_{F_2}^2} \sqrt{(6)^2\sigma_{M_1}^2 + (2)^2\sigma_{M_2}^2 + (-10.98)^2\sigma_P^2 + (-3)^2\sigma_{F_2}^2}} \\ &= \frac{8(41.25)^2 + 9(27)^2}{\sqrt{16(41.25)^2 + 9(27)^2} \sqrt{36(16.5)^2 + 4(41.25)^2 + (10.98)^2(4)^2 + 9(27)^2}} \\ &= 0,6928 \end{aligned}$$

Göçme modları arasındaki korelasyonları ifade eden korelasyon katsayıları Çizelge 5.21' de gösterilmiştir.

Çizelge 5.21 : Korelasyon katsayıları

$\rho_{1,2} = 0,6928$	$\rho_{1,3} = 0,8747$	$\rho_{1,4} = 0$	$\rho_{1,5} = 0,8244$
$\rho_{1,6} = 0,5933$	$\rho_{1,7} = 0,9015$	$\rho_{1,8} = 0,9275$	$\rho_{2,3} = 0,9492$
$\rho_{2,4} = 0,6738$	$\rho_{2,5} = 0,9436$	$\rho_{2,6} = 0,9898$	$\rho_{2,7} = 0,9065$
$\rho_{2,8} = 0,8193$	$\rho_{3,4} = 0,4724$	$\rho_{3,5} = 0,9457$	$\rho_{3,6} = 0,9037$
$\rho_{3,7} = 0,9910$	$\rho_{3,8} = 0,9456$	$\rho_{4,5} = 0,4127$	$\rho_{4,6} = 0,7694$
$\rho_{4,7} = 0,4286$	$\rho_{4,8} = 0,3143$	$\rho_{5,6} = 0,8965$	$\rho_{5,7} = 0,9034$
$\rho_{5,8} = 0,8467$	$\rho_{6,7} = 0,8568$	$\rho_{6,8} = 0,7606$	$\rho_{7,8} = 0,9735$

Ortak olasıklar (5.4) ve (5.5) denklemleri yardımıyla hesaplanır.

$$P(E_i \cap E_j) = P(A) + P(B)$$

$$P(E_i \cap E_j) = \max [P(A); P(B)] \quad (5.4)$$

$$P(A) = \Phi(-\beta_i) \Phi \left[-\frac{\beta_j - \rho_{i,j} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{i,j}^2}} \right]$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_j) \Phi \left[-\frac{\beta_i - \rho_{i,j} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{i,j}^2}} \right] \quad (5.5)$$

$$P(A) = \Phi(-\beta_1) \Phi \left[-\frac{\beta_2 - \rho_{1,2} \beta_1}{\sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}} \right]$$

$$= \Phi(-3.0466) \Phi \left[-\frac{3.1203 - (0,6928)3.0466}{\sqrt{1 - (0,6928)^2}} \right]$$

$$= \Phi(-3.0466)\Phi(-1.4001)$$

$$= 9.3441 \times 10^{-5}$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_2) \Phi \left[-\frac{\beta_1 - \rho_{1,2}\beta_2}{\sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}} \right]$$

$$= \Phi(-3.1203) \Phi \left[-\frac{3.0466 - (0,6928)3.1203}{\sqrt{1 - (0,6928)^2}} \right]$$

$$= \Phi(-3.1203)\Phi(-1.2771)$$

$$= 9.9274 \times 10^{-5}$$

Alt sınıır için;

$$P(E_1 E_2) = P(E_1 \cap E_2) = P(A) + P(B)$$

$$= (9.3441 + 9.9274) \times 10^{-5}$$

$$= 19.2715 \times 10^{-5}$$

Üst sınıır için;

$$P(E_1 E_2) = P(E_1 \cap E_2) = \max[P(A); P(B)]$$

$$= 9.9274 \times 10^{-5}$$

Çizelge 5.22 : Üst ve alt sınıır için ortak olasılık değeri(10⁻⁵)

i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$	i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$
1,2	19.2715	9.9274	3,5	24.8557	14.7211
1,3	30.8331	18.7295	3,6	13.0783	8.5483
1,4	0.0990	0.0495	3,7	8.6429	8.6395
1,5	18.9299	11.7011	3,8	1.7272	1.6921
1,6	4.1567	2.4684	4,5	1.1973	0.6027
1,7	7.9112	6.7711	4,6	6.0381	3.3611

Çizelge 5.22 (devam) : Üst ve alt sınır için ortak olasılık değerleri(10^{-5})

i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$	i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$
1,8	1.7303	1.7049	4,7	0.4577	0.2434
2,3	40.2074	25.669	4,8	0.0520	0.0279
2,4	9.3879	5.0714	5,6	10.8131	6.3671
2,5	29.6106	21.1153	5,7	6.2726	4.4333
2,6	19.6365	19.5754	5,8	1.3232	1.0283
2,7	7.7470	6.4777	6,7	3.8780	2.2724
2,8	1.4424	1.1832	6,8	0.7268	0.4702
3,4	2.2845	1.1549	7,8	1.6834	1.5352

Tablo 4.14 'teki ortak olasılık değerleri ve Tablo 5.21 'deki modlara ait göçme olasılıkları, (5.6) denkleminde yerine yazılır.

$$\begin{aligned}
 p_{f_s} &\geq p_{f_t} + \sum_{i=2}^n \max \left[\left\{ p_{f_i} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i E_j) \right\}; 0 \right] \\
 p_{f_s} &\leq \sum_{i=1}^n p_{f_i} - \sum_{i=2, j < i}^n \max [P(E_i E_j)]
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

$$p_{f_s} \geq 2.1779 \times 10^{-3}$$

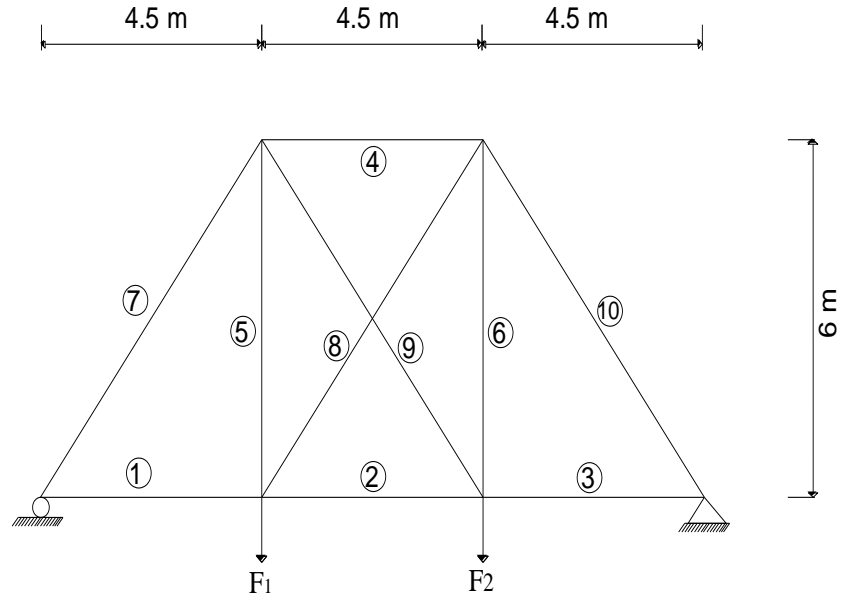
$$p_{f_s} \leq 2.7647 \times 10^{-3}$$

Sonuç olarak 5.6 örneğindeki sistem İkinci Moment yöntemi ile çözüldüğünde elde edilen göçme olasılığının dar aralığı aşağıda gösterilmiştir.

$$2.1779 \times 10^{-3} \leq p_{f_s} \leq 2.7647 \times 10^{-3}$$

5.7 Örnek 7

Bu problem köprülerde sıklıkla karşılaşılan bir kafes sistem örneğidir (Şekil 5.6). Sistemi oluşturan elemanların ve yüklerin istatistiksel değerleri ve sisteme ait hakim göçme modları verilmiştir. Değişkenlerin normal dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilerek sistemin göçme olasılığının hesaplanması istenmektedir (Ang, 1981)



Şekil 5.6 : Kafes Sistem

Çizelge 5.23 : Örnek 5.7 'ye ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
R_1 (kN)	14	2.1	0.15
R_2 (kN)	14	2.1	0.15
R_3 (kN)	14	2.1	0.15
R_4 (kN)	14	2.1	0.15
R_5 (kN)	16	2.4	0.15

Çizelge 5.23 (devam) : Örnek 5.7 'ye ait istatistiksel değerler

X_i	m_i	σ_i	V_i
R_6 (kN)	16	2.4	0.15
R_7 (kN)	24	3.6	0.15
R_8 (kN)	7	1.05	0.15
R_9 (kN)	7	1.05	0.15
R_{10} (kN)	24	3.6	0.15
F_1 (kN)	12	3	0.25
F_2 (kN)	8	2.4	0.30

Çizelge 5.24 : Örnek 5.7'ye ait göçme modları

Mekanizma	Çubuk Eleman	Performans Fonksiyonu(i)
1	1^+	$R_1 - 1/2F_1 - 1/4F_2$
2	$4^-, 5^+$	$R_4 + 3/4R_5 - F_1 - 1/2F_2$
3	7^-	$R_7 - 5/6F_1 - 5/12F_2$
4	$5^+, 8^+$	$5/4R_5 + R_8 - 5/4F_1$
5	3^+	$R_3 - 1/4F_1 - 1/2F_2$
6	10^-	$R_{10} - 5/12F_1 - 5/6F_2$
7	$4^-, 6^+$	$R_4 + 3/4R_6 - 1/2F_1 - F_2$
8	$2^+, 4^-$	$R_2 + R_4 - 3/4F_1 - 3/4F_2$

Göçme modlarına ilişkin performans fonksiyonları

$$g_1(x)=R_1 - 1/2F_1 - 1/4F_2$$

$$g_2(x)=R_4 + 3/4R_5 - F_1 - 1/2F_2$$

$$g_3(x)=R_7 - 5/6F_1 - 5/12F_2$$

$$g_4(x)=5/4R_5 + R_8 - 5/4F_1$$

$$g_5(x)=R_3 - 1/4F_1 - 1/2F_2$$

$$g_6(x)=R_{10} - 5/12F_1 - 5/6F_2$$

$$g_7(x)=R_4 + 3/4R_6 - 1/2F_1 - F_2$$

$$g_8(x)=R_2 + R_4 - 3/4F_1 - 3/4F_2$$

5.7.1 Monte Carlo simülasyon yöntemine göre çözüm

Örnek 7' de verilen yapısal elemanın göçme olasılığının belirlenmesi için, büyüklüğü 4×10^6 olan örnekler 5 kere tekrarlanmıştır.

Çizelge 5.25 : Simülasyonlar sonucunda bulunan göçme olasılıkları(10^{-3})

SimülasyonNo	1	2	3	4	5	Ortalama
$(p_f)_i \text{ mod1}$	11.8772	11.775	11.808	11.7355	11.767	11.7927
$(p_f)_i \text{ mod2}$	9.4510	9.4225	9.3988	9.323	9.3942	9.3979
$(p_f)_i \text{ mod3}$	8.8277	8.8495	8.8932	8.8445	8.7965	8.8422
$(p_f)_i \text{ mod4}$	7.344	7.3148	7.3357	7.3095	7.4042	7.3416
$(p_f)_i \text{ mod5}$	2.8638	2.9038	2.8290	2.8215	2.8527	2.8542
$(p_f)_i \text{ mod6}$	2.095	2.0765	2.0752	2.095	2.1155	2.0914
$(p_f)_i \text{ mod7}$	1.2497	1.1968	1.1952	1.2255	1.2108	1.2156
$(p_f)_i \text{ mod8}$	0.8505	0.8598	0.8455	0.8487	0.8348	0.8478
$(p_f)_i \text{ sistem}$	35.6133	35.794	35.820	35.6852	35.769	35.7365

p_f 'nin nokta tahmini: $\hat{p}_f = 35.7365 \times 10^{-3}$

Bu nokta tahmininin büyüklüğü $n=4 \times 10^6 \times 5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. Göçme olasılıklarının beklenen değeri, %95 güven aralığı için (3.23) ifadesiyle hesaplanabilir.

$$\langle p_f \rangle_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2\hat{p}_f \left(\frac{1-\hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\} = (35.6534 \times 10^{-3} , 35.8195 \times 10^{-3})$$

5.7.2 İkinci Moment yöntemine göre çözüm

5.7.2.1 Basit(Geniş) aralık

1. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{14 - 1/2(12) - 1/4(8)}{\sqrt{(2.1)^2 + (1/2)^2(3)^2 + (1/4)^2(2.4)^2}} = 2.2645$$

$$p_{f_1} = 1 - \Phi(2.2645) = 11.77 \times 10^{-3}$$

2. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{14 + 3/4(16) - 12 - 1/2(8)}{\sqrt{(2.1)^2 + (3/4)^2(2.4)^2 + (3)^2 + (1/2)^2(2.4)^2}} = 2.3511$$

$$p_{f_2} = 1 - \Phi(2.3511) = 9.3576 \times 10^{-3}$$

3. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{24 - (5/6)(12) - (5/12)(8)}{\sqrt{(3.6)^2 + (5/6)^2(3)^2 + (5/12)^2(2.4)^2}} = 2.3727$$

$$p_{f_3} = 1 - \Phi(2.3727) = 8.8289 \times 10^{-3}$$

4. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{5/4(16) + 7 - 5/4(12)}{\sqrt{(5/4)^2(2.4)^2 + (1.05)^2 + (5/4)^2(3)^2}} = 2.4411$$

$$p_{f_4} = 1 - \Phi(2.4411) = 7.3210 \times 10^{-3}$$

5. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{14 - 1/4(12) - 1/2(8)}{\sqrt{(2.1)^2 + (1/4)^2(3)^2 + (1/2)^2(2.4)^2}} = 2.7642$$

$$p_{f_5} = 1 - \Phi(2.7642) = 2.8523 \times 10^{-3}$$

6. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{24 - 5/12(12) - 5/6(8)}{\sqrt{(3.6)^2 + (5/12)^2(3)^2 + (5/6)^2(2.4)^2}} = 2.8656$$

$$p_{f_6} = 1 - \Phi(2.8656) = 2.0804 \times 10^{-3}$$

7. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{14 + 3/4(16) - 1/2(12) - 8}{\sqrt{(2.1)^2 + (3/4)^2(2.1)^2 + (1/2)^2(3)^2 + (2.4)^2}} = 3.1087$$

$$p_{f_7} = 1 - \Phi(3.1087) = 1.1156 \times 10^{-3}$$

8. performans fonksiyonu

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{14 + 14 - 3/4(12) - 3/4(8)}{\sqrt{(2.1)^2 + (2.1)^2 + (3/4)^2(3)^2 + (3/4)^2(2.4)^2}} = 3.1416$$

$$p_{f_8} = 1 - \Phi(3.1416) = 0.8399 \times 10^{-3}$$

$$\max p_{f_i} \leq p_f \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - p_{f_i})$$

$$11.77 \times 10^{-3} \leq p_f \leq 1 - \left[\begin{array}{l} (1 - 11.77(10^{-3}))(1 - 9.3576(10^{-3}))(1 - 8.8289(10^{-3})) \\ (1 - 7.3210(10^{-3}))(1 - 2.8523(10^{-3}))(1 - 2.0804(10^{-3})) \\ (1 - 1.1156(10^{-3}))(1 - 0.8399(10^{-3})) \end{array} \right]$$

$$11.77 \times 10^{-3} \leq p_f \leq 43.3837 \times 10^{-3}$$

5.7.2.2 Dar aralık

Kafes kirişi mekanizma durumuna getiren göçme modları arasındaki korelasyon dikkate alınarak bir aralık tahmininde bulunulacaktır.

Öncelikle, göçme modları en büyük göçme olasılığından en küçük göçme olasılığına doğru tekrar sıralanır.

Çizelge 5.26 : Göçme modlarının yeniden sıralanması

Mekanizma (i)	Performans Fonksiyonu(i)	β_i	P_{f_i}
1	$R_1 - 1/2F_1 - 1/4F_2$	2.2645	11.77×10^{-3}
2	$R_4 + 3/4R_5 - F_1 - 1/2F_2$	2.3511	9.3576×10^{-3}
3	$R_7 - 5/6F_1 - 5/12F_2$	2.3727	8.8289×10^{-3}
4	$5/4R_5 + R_8 - 5/4F_1$	2.4411	7.3210×10^{-3}
5	$R_3 - 1/4F_1 - 1/2F_2$	2.7642	2.8523×10^{-3}
6	$R_{10} - 5/12F_1 - 5/6F_2$	2.8656	2.0804×10^{-3}
7	$R_4 + 3/4R_6 - 1/2F_1 - F_2$	3.1087	1.1156×10^{-3}
8	$R_2 + R_4 - 3/4F_1 - 3/4F_2$	3.1416	0.8399×10^{-3}

(5.7) denklemi yardımıyla göçme modları arasındaki korelasyon hesaplanır

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(g_i, g_j)}{\sigma_{g_i} \cdot \sigma_{g_j}} \quad (5.7)$$

$$= \frac{(1/2)(1)\sigma_{F_1}^2 + (1/4)(1/2)\sigma_{F_2}^2}{\sqrt{(1)^2\sigma_{M_1}^2 + (-1/2)^2\sigma_{F_1}^2 + (-1/4)^2\sigma_{F_2}^2} \sqrt{(1)^2\sigma_{M_4}^2 + (3/4)^2\sigma_{M_5}^2 + (-1)^2\sigma_{F_1}^2 + (-1/2)^2\sigma_{F_2}^2}}$$

$$= \frac{(1/2)(1)(3)^2 + (1/4)(1/2)(2.4)^2}{\sqrt{(1)^2(2.1)^2 + (-1/2)^2(3)^2 + (-1/4)^2(2.4)^2} \sqrt{(1)^2(2.1)^2 + (3/4)^2(2.4)^2 + (-1)^2(3)^2 + (-1/2)^2(2.4)^2}}$$

$$= 0.3827$$

Göçme modları arasındaki korelasyonları ifade eden korelasyon katsayıları Çizelge 5.26' da gösterilmiştir.

Çizelge 5.27 : Korelasyon katsayıları

$\rho_{1,2} = 0.3827$	$\rho_{1,3} = 0.3018$	$\rho_{1,4} = 0.3568$	$\rho_{1,5} = 0.2272$
$\rho_{1,6} = 0.2228$	$\rho_{1,7} = 0.2981$	$\rho_{1,8} = 0.3358$	$\rho_{2,3} = 0.4550$
$\rho_{2,4} = 0.7964$	$\rho_{2,5} = 0.3426$	$\rho_{2,6} = 0.3359$	$\rho_{2,7} = 0.7181$
$\rho_{2,8} = 0.7568$	$\rho_{3,4} = 0.4242$	$\rho_{3,5} = 0.2701$	$\rho_{3,6} = 0.2649$
$\rho_{3,7} = 0.3544$	$\rho_{3,8} = 0.3991$	$\rho_{4,5} = 0.2259$	$\rho_{4,6} = 0.2216$
$\rho_{4,7} = 0.2964$	$\rho_{4,8} = 0.4148$	$\rho_{5,6} = 0.3062$	$\rho_{5,7} = 0.4097$
$\rho_{5,8} = 0.3672$	$\rho_{6,7} = 0.4018$	$\rho_{6,8} = 0.3608$	$\rho_{7,8} = 0.7579$

Ortask olasıklar (5.8) ve (5.9) denklemleri yardımıyla hesaplanır.

$$P(E_i \cap E_j) = P(A) + P(B)$$

$$P(E_i \cap E_j) = \max [P(A); P(B)] \quad (5.8)$$

$$P(A) = \Phi(-\beta_i) \Phi \left[-\frac{\beta_j - \rho_{i,j} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{i,j}^2}} \right]$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_j) \Phi \left[-\frac{\beta_i - \rho_{i,j} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{i,j}^2}} \right] \quad (5.9)$$

$$P(A) = \Phi(-\beta_1) \Phi \left[-\frac{\beta_2 - \rho_{1,2} \beta_1}{\sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}} \right]$$

$$= \Phi(-2.2645) \Phi \left[-\frac{2.3511 - (0.3827)2.2645}{\sqrt{1 - (0.3827)^2}} \right]$$

$$= \Phi(-2.2645)\Phi(-1.6067)$$

$$=6.3636 \times 10^{-4}$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_2) \Phi \left[-\frac{\beta_1 - \rho_{1,2}\beta_2}{\sqrt{1-\rho_{1,2}^2}} \right]$$

$$= \Phi(-2.3511) \Phi \left[-\frac{2.2645 - (0.3827)2.3511}{\sqrt{1-(0.3827)^2}} \right]$$

$$= \Phi(-2.3511)\Phi(-1.4771) = 6.5348 \times 10^{-4}$$

Alt sınır için;

$$P(E_1 E_2) = P(E_1 \cap E_2) = P(A) + P(B)$$

$$= (6.3636 + 6.5348) \times 10^{-4} = 12.8984 \times 10^{-4}$$

Üst sınır için;

$$P(E_1 E_2) = P(E_1 \cap E_2) = \max[P(A); P(B)]$$

$$= 6.5348 \times 10^{-4}$$

Çizelge 5.28 : Üst ve alt sınır için ortak olasılık değerleri(10^{-4})

i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$	i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$
1,2	12.8984	6.5348	3,5	2.5129	1.3018
1,3	9.1023	4.6056	3,6	1.8787	0.9807
1,4	9.7062	4.9713	3,7	1.4932	0.8178
1,5	2.5542	1.3250	3,8	1.6710	0.9342
1,6	1.9007	0.9917	4,5	1.7339	0.8875
1,7	1.3916	0.7567	4,6	1.2928	0.6659
1,8	1.5111	0.8362	4,7	0.9823	0.4243

Çizelge 5.28 (devam) : Üst ve alt sınır için ortak olasılık değerleri(10⁻⁴)

i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$	i,j	$P(E_i E_j)$	$P(E_i E_j)$
2,3	13.4802	6.7688	4,8	1.5929	0.8866
2,4	34.5729	18.3351	5,6	0.9781	0.4942
2,5	3.6616	1.9265	5,7	0.9125	0.4805
2,6	2.7504	1.4618	5,8	0.6673	0.3501
2,7	5.9924	4.0617	6,7	0.7029	0.3641
2,8	6.0754	4.3371	6,8	0.5116	0.2647
3,4	10.1125	5.1171	7,8	2.1850	1.1115

Tablo 5.27 'deki ortak olasılık değerleri ve Tablo 5.25 'teki modlara ait göçme olasılıkları, **(5.10)** denkleminde yerine yazılır.

$$p_{f_s} \geq p_{f_i} + \sum_{i=2}^n \max \left[\left\{ p_{f_i} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i E_j) \right\}; 0 \right] \quad (5.10)$$
$$p_{f_s} \leq \sum_{i=1}^n p_{f_i} - \sum_{i=2, j < i}^n \max [P(E_i E_j)]$$

$$p_{f_s} \geq 31.2966 \times 10^{-3}$$

$$p_{f_s} \leq 39.8231 \times 10^{-3}$$

Sonuç olarak 5.7 örneğindeki sistem İkinci Moment yöntemi ile çözüldüğünde elde edilen göçme olasılığının dar aralığı aşağıda gösterilmiştir.

$$31.2966 \times 10^{-3} \leq p_{f_s} \leq 39.8231 \times 10^{-3}$$

6. SONUÇ

Beşinci bölümde incelenen sayısal örneklerden elde edilen sonuçlar bu bölüm kapsamında değerlendirilecektir. Önceden de bahsedildiği gibi farklı kaynaklardan alınan ve genellikle ikinci moment yöntemiyle çözümü bulunan örnekler, Monte Carlo simülasyonu ile çözülmüştür. Ayrıca bazı örnekler, sistem güvenilirliği bölümünde incelenen 'yapısal güvenilirliğin aralık tahmini' başlığındaki yaklaşımlara uygun olarak tekrar çözülmüştür.

İlk üç örnek, iki farklı olasılık dağılım grubu (ODG) için çözülmüştür. Birinci olasılık dağılım grubunda tüm değişkenlerin normal dağılımlı; ikinci olasılık dağılım grubunda ise malzeme mukavemetlerinin lognormal, yük ya da yük etkilerinin Tip I asimptotik dağılımlı olduğu kabul edilmiştir. Monte Carlo yaklaşımıyla çözümde Örnek 1 ve Örnek 2'ye ilişkin 1.ODG ve 2.ODG için büyüklüğü 10^6 olan rastgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 5×10^6); Örnek 3'e ilişkin 1.ODG için büyüklüğü 10^7 olan rastgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 5×10^7) ve 2.ODG için büyüklüğü 10^6 olan rastgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 5×10^6) tekrarlatılmıştır. Bulunan sonuçlar ve referans kaynaklardaki sonuçlar (Çizelge 6.1)'de özetlenmiştir.

Referans kaynaklar kısmında gösterilen sonuçlar, (Gündüz, 1996) tarafından İkinci Moment yöntemi iterasyonlu yaklaşımla ve (Vahidi, 1991) tarafından basit bir bilgisayar programı yardımıyla Monte Carlo simülasyonu ile elde edilen değerlerden oluşmaktadır. Bu çalışma kapsamında ise Matlab 7.8 kullanılarak (Şekil 3.3)'de gösterilen algoritma temel alınarak bir Monte Carlo simülasyonu programı hazırlanmıştır.

Bu program yardımıyla bulunan sonuçlar referans kaynaklardaki sonuçlara kıyasla; Örnek 1'e ilişkin 1.ODG için (Gündüz, 1996)'ya göre %1.67 ihtiyatlı (Vahidi, 1991)'ye göre %2.9 ihtiyatlı, 2.ODG için (Gündüz, 1996)'ya göre %3 ihtiyatsız (Vahidi, 1991)'ye göre %0.1 ihtiyatlı; Örnek 2'ye ilişkin 1.ODG için (Gündüz, 1996)'ya göre %9.6 ihtiyatlı (Vahidi, 1991)'ye göre %3.9 ihtiyatlı, 2.ODG

için (Gündüz, 1996)' ya göre %0.08 ihtiyatlı (Vahidi, 1991)' ye göre %0.08 ihtiyatsız; Örnek 3' e ilişkin ilişkin 1.ODG için (Gündüz, 1996)' ya göre %10 ihtiyatsız (Vahidi, 1991)' ye göre %11 ihtiyatsız, 2.ODG için (Gündüz, 1996)' ya göre %0.04 ihtiyatsız (Vahidi, 1991)' ye göre %2.2 ihtiyatlı yöndedir.

Bu fark yüzdesi değerleri ve ihtiyatlı olup olmamaları, ilgili göçme yüzeyinin indirgenmiş değişkenler sisteminin orijinine göre konveks ya da konkav olmasına ve doğrusallık derecesine -kısaca performans fonksiyonunun yapısına- göre değişir (Gündüz, 1996).

Öte yandan her üç örnek için de 1. ODG ve 2. ODG sonuçları arasında büyük farklar vardır. Monte Carlo simülasyonu sonucu 2.ODG için bulunan değerler 1.ODG için bulunan değerlerden Örnek 1'de 8.5 kat, Örnek 2'de 18.1 kat ve Örnek 3'de 464 kat fazladır.

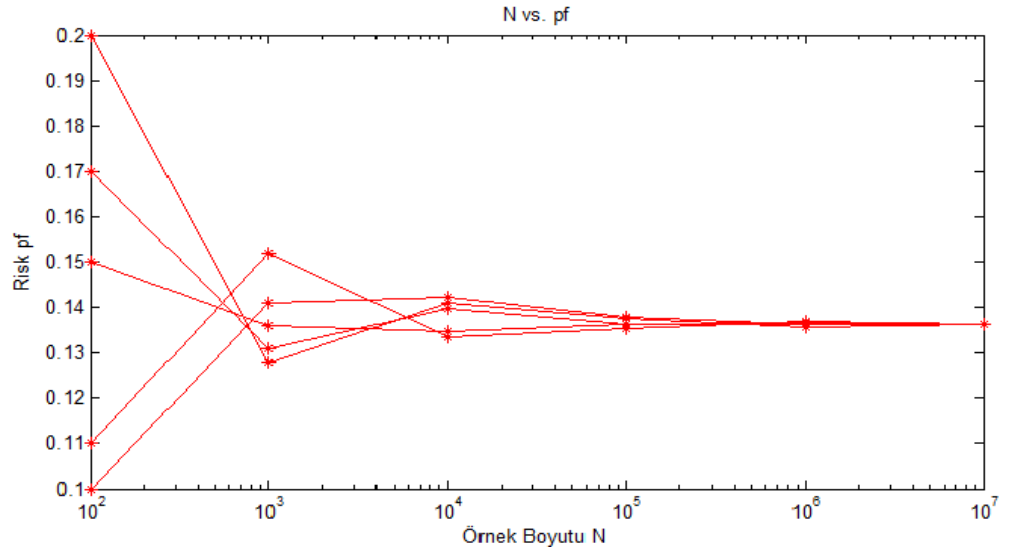
Artış oranları, performans fonksiyonlarının yapısına ve değişkenlerin olasılık dağılımı türlerine bağlı değişmektedir. Bu karşılaştırmalar sonuçların güvenilirliği yönünden göçme olasılıklarının, rastgele değişkenlerin her birinin kendi yapılarına özgü dağılımları kullanılarak tahmin edilmesi gerektiğini açıkça göstermektedir (Gündüz, 1996).

Örnek 4, 6 ve 7 sistem güvenilirliği problemlerine örnek oluşturmaktadır. Örnek 4 ve 6' daki çerçeve sistemler düşünüldüğünde, sistem yeterli sayıda plastik mafsal göçme mekanizması oluşturduğunda geçer. Yani herhangi bir göçme modunu oluşturan plastik mafsal kesitleri birbirine paralel bağlanmalıdır. Çerçeve sistemin sahip olduğu göçme modları ise, sistem her bir mekanizma durumunda göçeceği için seri olarak bağlanmalıdır. Örnek 4' teki tek açıklı tek katlı çerçeve göz önüne alındığında; sistemi göçme noktasına ulaştıran en etkin 4 mod dikkate alınmıştır. Bu modların ifade ettiği her performans fonksiyonu için ayrı ayrı göçme olasılıkları hesaplanmış ve modların seri bağlandığı kabul edilerek sistem güvenilirliği hesaplanmıştır. Bulunan sistem güvenilirliği (Ranganathan, 1990) tarafından İkinci Moment Yaklaşımı ile hesaplanan dar aralık değeri ile karşılaştırıldığında, göçme olasılığının nokta tahmininin aralık değeri içinde olduğu görülmektedir. Birinci mod için Monte Carlo simülasyonu ile hesaplanan değer (Ranganathan, 1990)' ın bulduğu değere göre %4 ihtiyatlı yöndedir.

Örnek 6' daki iki katlı tek açıklıklı çerçeve Monte Carlo simülasyonu ile en etkin sekiz göçme modu dikkate alınarak her bir mod için ve modların seri bağlandığı kabul edilerek sistem için 2×10^6 boyutlu örnekler 5 kez tekrarlanmıştır. Bulunan göçme olasılığı (Ranganathan, 1990)' in İkinci Moment Yaklaşımı ile hesaplayıp yalnızca sonucunu verdiği dar aralığın içine düşmektedir. Ayrıca İkinci moment yaklaşımı ile geniş ve dar aralık hesaplanmış, dar aralık hesaplanırken modlar arasındaki korelasyon göz önüne alınarak hesaplar yapılmıştır. Bu iki yaklaşım sonucunda bulunan göçme olasılıklarının birbirine yakın olduğu görülmüştür.

Aynı şekilde Örnek 7' deki kafes kiriş için Monte Carlo simülasyonu ile büyüklüğü 4×10^6 olan örnekler 5 kez tekrarlanmış ve bulunan sonuçlar (Ang, 1981)' in verdiği dar aralık ve hesaplanan aralıklarla karşılaştırılmıştır. Tüm yaklaşımlar sonucunda bulunan değerlerin istenen düzeyde birbirine yakın olduğu görülmüştür.

Örnek 5' de yayılı yük altında bir basit kirişin orta noktasındaki çökmenin 8 cm.' yi aşma olasılığı öncelikle Monte Carlo simülasyonu ile hesaplanmıştır. Örnek boyutu 5×10^5 , 1000 ve 100 olarak değiştirilerek 5' er kez simülasyonlar tekrarlanarak örnek boyutundaki değişikliğin bulunan sonuçlara etkisi gözlemlenmiştir. Alınan sonuçlarda örnek boyutu arttıkça hassasiyetin arttığı anlaşılmıştır.



Şekil 6.1 : Örnek boyutu ile p_f arasındaki ilişki

Simülasyonlar sonucu bulunan değerler İkinci Moment metodu sonucu bulunan değerlerle karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonucu bulunan olasılık İkinci Moment yöntemi doğrudan çözüme göre %6.1 ve iterasyonlu çözüme göre %1.3 ihtiyatsızdır.

Ayrıca doğrudan çözüm iterasyonlu çözüme göre %4.8 ihtiyatlıdır. Bölüm 2' de anlatıldığı gibi limit durum fonksiyonu doğrusal değilse iterasyonlu çözüm ile en olası göçme noktası hesaplanarak güvenilirlik indeksinin bulunması daha doğru bir yöntemdir.

Tüm bu örnekler sonucunda anlaşılmıştır ki bir yapı elemanının ya da sistemin güvenilirliği hesaplanırken, İkinci Moment yöntemi ve Monte Carlo simülasyon yönteminin birlikte kullanılması ve sonuçlar karşılaştırılarak bir karara varılması en uygun yaklaşımdır.

Çizelge 6.1 : Örneklere ilişkin göçme olasılıklarının karşılaştırılması.

ÖRNEK NUMARASI	BULUNAN SONUÇLAR		REFERANS KAYNAKLARDAKİ SONUÇLAR	
5.1 ÖRNEK 1	1. ODG $\hat{p}_f = 2.262 \times 10^{-4}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (2.127 \times 10^{-4}, 2.397 \times 10^{-4})$	2. ODG $\hat{p}_f = 1.924 \times 10^{-3}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.884 \times 10^{-3}, 1.963 \times 10^{-3})$	1.ODG $p_f = 2.224 \times 10^{-4}$ (Gündüz, 1996) $\hat{p}_f = 2.196 \times 10^{-4}$ (Vahidi,1991)	2.ODG $p_f = 1.982 \times 10^{-3}$ (Gündüz, 1996) $\hat{p}_f = 1.921 \times 10^{-3}$ (Vahidi,1991)
5.2 ÖRNEK 2	1. ODG $\hat{p}_f = 1.766 \times 10^{-4}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.647 \times 10^{-4}, 1.885 \times 10^{-4})$	2. ODG $\hat{p}_f = 3.194 \times 10^{-3}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (3.144 \times 10^{-3}, 3.245 \times 10^{-3})$	1.ODG $p_f = 1.596 \times 10^{-4}$ (Gündüz, 1996) $\hat{p}_f = 1.698 \times 10^{-4}$ (Vahidi,1991)	2.ODG $p_f = 3.167 \times 10^{-3}$ (Gündüz, 1996) $\hat{p}_f = 3.218 \times 10^{-3}$ (Vahidi,1991)
5.3 ÖRNEK 3	1. ODG $\hat{p}_f = 1.52 \times 10^{-6}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.171 \times 10^{-6}, 1.869 \times 10^{-6})$	2. ODG $\hat{p}_f = 7.052 \times 10^{-4}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (6.815 \times 10^{-4}, 7.289 \times 10^{-4})$	1.ODG $p_f = 1.678 \times 10^{-6}$ (Gündüz, 1996) $\hat{p}_f = 1.7 \times 10^{-6}$ (Vahidi,1991)	2.ODG $p_f = 7.086 \times 10^{-4}$ (Gündüz, 1996) $\hat{p}_f = 6.897 \times 10^{-4}$ (Vahidi,1991)

Çizelge 6.1 (devam) : Örneklerle ilişkin göçme olasılıklarının karşılaştırılması.

ÖRNEK NUMARASI	BULUNAN SONUÇLAR			REFERANS KAYNAKTAKİ SONUÇLAR
5.4 ÖRNEK 4	$\hat{p}_f = 1.0419 \times 10^{-3}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = (1.0215 \times 10^{-3}, 1.0623 \times 10^{-3})$			$0.935 \times 10^{-3} \leq p_f$ $p_f \leq 1.066 \times 10^{-3}$ (Ranganathan, 1990)
5.5 ÖRNEK 5	Monte Carlo Simülasyonu $\hat{p}_f = 0.136139$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = 0.13599, 0.13686$	İkinci Moment Yöntemi Doğrudan Çözüm $p_f = 0.14457$	İkinci Moment Yöntemi İterasyonlu Çözüm $p_f = 0.1379$	
5.6 ÖRNEK 6	Monte Carlo Simülasyonu $\hat{p}_f = 2.2926 \times 10^{-3}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = 2.2623 \times 10^{-3}, 2.3228 \times 10^{-3}$	İkinci Moment Yöntemi Geniş Aralık $1.1571 \times 10^{-3} \leq p_f \leq 3.6763 \times 10^{-3}$	İkinci Moment Yöntemi Dar Aralık $2.1779 \times 10^{-3} \leq p_f$ $p_f \leq 2.7647 \times 10^{-3}$	$2.52 \times 10^{-3} \leq p_f$ $p_f \leq 3.71 \times 10^{-3}$ (Ranganathan, 1990)
5.7 ÖRNEK 7	Monte Carlo Simülasyonu $\hat{p}_f = 35.7365 \times 10^{-3}$ $\langle p_f \rangle_{0.95} = 35.6534 \times 10^{-3}, 35.8195 \times 10^{-3}$	İkinci Moment Yöntemi Geniş Aralık $11.77 \times 10^{-3} \leq p_f \leq 43.3837 \times 10^{-3}$	İkinci Moment Yöntemi Dar Aralık $31.2966 \times 10^{-3} \leq p_f$ $p_f \leq 39.8231 \times 10^{-3}$	$30.2 \times 10^{-3} \leq p_f$ $p_f \leq 40.7 \times 10^{-3}$ (Ang, 1981)

KAYNAKLAR

- Aktaş E.** (2010). Yapısal Güvenilirlik, İMO İzmir Şubesi Mesleki Eğitim Semineri, İzmir.
- Ang, A. H-S. ve Tang, W. H.** (1984). Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume II-Decision, Risk, and Reliability, Wiley, New York.
- Ang, A. H-S. ve Ma, H. K.** (1981). Reliability Analysis of Redundant Ductile Structural Systems, Technical Report of Research Supported by the National Science Foundation, Illinois.
- Bayazıt M.** (2007). Mühendislikte Güvenilirlik ve Risk Analizi, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- Cornell, C. A.** (1970). Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, New York.
- Faber M. H.** (2011). Risk and Safety in Engineering, Swiss Federal Institute of Technology Lecture Notes, Zurich.
- Gündüz A.** (1991). Yapısal Güvenilirlik ve Betonarme Yapısal Sistemlerin Güvenilirliğe Dayanan Tasarımı, İMO Teknik Dergi Temmuz sayısı, Sf. 367-383, İstanbul.
- Gündüz A.** (1996). Mühendislikte Olasılık, İstatistik, Risk ve Güvenilirlik, İstanbul.
- Haldar, A. ve Mahadevan, S.** (2000). Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis, Wiley, New York.
- JCSS(Joint Committee on Structural Safety)** (1981). General Principles on Quality Assurance and on Reliability for Structural Design, International Association for Bridge and Structural Engineering/IABSE Publication, Zurich.
- Nowak, A. S. ve Collins, R. C.** (2000). Reliability of Structures, McGraw-Hill, Michigan.
- Ranganathan, R.** (1990). Reliability Analysis and Design of Structures, McGraw-Hill, New Delhi.
- Rubinstein, R. Y.** (2008). Simulation and The Monte Carlo Method, Wiley, New York.
- Schneider, J.** (2006). Introduction to Safety and Reliability of Structures, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich.
- Vahidi, E. K.** (1991). Betonarme Yapısal Elemanların Göçme Risklerinin Tahmin Edilmesiyle İlgili Yaklaşımlar (Doktora Tezi), YÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

EKLER

EK A: İstatistikle İlgili Bazı Temel Kavramlar

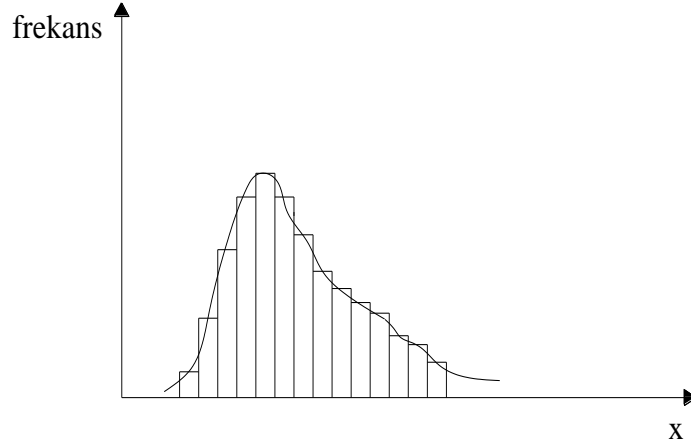
EK B: Standart normal dağılıma ait olasılık tablosu

EK A :

İstatistikle ilgili bazı temel kavramlar

Mühendislikle ilgili herhangi bir olguda ya da süreçte önce, elde edilen bilgilerin yapısı ve belirsizlik derecesi araştırılır. Bu amaçla, deney ya da gözlem verileri bir liste haline getirilir. Bu listedeki değerler, genellikle bir aralıkta yer alır ve bazı değerler diğerlerine göre daha fazla tekrarlanır. Bu bağlamda, deneysel ya da gözlemsel yolla elde edilen bilgiler histogram yardımıyla grafiksel olarak ifade edilebilirler.

Deney ya da gözlem sayısı artırılır ve sınıf aralığı küçültülürse histogram sürekli bir eğriye yaklaşır ve veri sayısı sonsuz olduğu zaman bir eğriye dönüşür. Bu eğriye olasılık yoğunluk eğrisi denir. Bu eğriyi ifade eden fonksiyon da olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlanır ve $f_x(x)$ şeklinde gösterilir.



Şekil A.1 : Histogram ve olasılık yoğunluk eğrisi

Bir rastgele değişkenin olasılıksal özellikleri, yoğunluk fonksiyonunun biçimi ile parametreleri kesinlikle belirlenebiliyorsa tam olarak tanımlanabilir. Bu parametreler ortalama değer ve standart sapmadır.

Rastgele değişkenler istatistik terorisine göre çeşitli olasılık dağılımlarıyla ifade edilirler. Bu olasılık dağılımların en sık kullanılanları şunlardır: Uniform dağılım (rastgele sayıların üretilmesi için), Standart normal dağılım (diğer dağılımlara ait hesapların daha kolay yapılabilmesi için), Normal dağılım (zamanla değişmeyen yükler, malzeme mukavemetleri ve yapısal eleman boyutları gibi rastgele değişkenler için), lognormal dağılım (pozitif değerler alması kesin malzeme mukavemetleri,

metallerin yorulma ömrü, yağmur şiddetleri gibi rastgele değişkenler için), Tip 1 ekstrem dağılım (yüklerin en büyük, malzeme mukavemetlerinin en küçük değerleri).

Bu tez kapsamında incelenen örneklerde kullanılan dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonları ve parametreleri Çizelge A.1' de gösterilmiştir.

Çizelge A.1 : Kullanılan olasılık dağılım modellerine ilişkin tablo

Dağılım Modeli	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	Parametreler ve Momentler
Üniform	$f_x(x) = 1/(b-a)$	a, b E(X)=(a+b)/2 Var(X)=(b-a) ² /12
Standart Normal	$f_s(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-s^2/2}$	m, σ m=0 σ=1
Normal	$f_x(x) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right) \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]$	m, σ E(X)=m Var(X)=σ ²
Lognormal	$f_x(x) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\zeta x}\right) \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right]$	λ, ζ E(X)= exp(λ+ζ ² /2) Var(X)= E ² (X)[e ^{ζ²} -1]
Tip 1 asimptotik	$f_{X_n}(x) = \alpha_n e^{-\alpha_n(x-u_n)} \exp\left[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}\right]$	α _n , u _n E(X _n) ≅ u _n + 0.577/α _n Var(X _n) ≅ 1.645/α _n ²

EK B**Çizelge B.1 : Standart normal dağılıma ait olasılık tablosu ($\Phi(s)$)**

S	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Serdar Günay

Doğum Yeri ve Tarihi: Trabzon, 03.04.1985

E-Posta: serdargunay@itu.edu.tr

Lisans: Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 2010