



**Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin
Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki
Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi**

Merve ÇIRA
Yüksek Lisans
Eskişehir, 2024

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
(İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS
PROGRAMI)

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ALAN ÖLÇME KONUSUNA
İLİŞKİN MANİPÜLATİFLERLE DESTEKLENMİŞ ETKİNLİKLER
KAPSAMINDAKİ AKIL YÜRÜTME SÜREÇLERİNİN
İNCELENMESİ**

Merve ÇIRA

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN

Eskişehir, 2024

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Merve ÇIRA tarafından hazırlanan **Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi** başlıklı bu tez, **15/04/2024** tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddeleri uyarınca yapılan **Tez Savunma Sınavı** sonucunda **başarılı** bulunarak, jürimiz tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

<u>Görevi</u>	<u>Unvanı Adı SOYADI</u>	<u>İmza</u>
Jüri Başkanı	: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK	
Danışman	: Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN	
Üye	: Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ	

Prof. Dr. M. Zafer BALBAĞ
Enstitü Müdürü V.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi konulu tezin bizzat tarafımda hazırlanan özgün bir çalışma olduğunu, bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, verilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.

15/04/2024

Merve ÇIRA

Teşekkür

Lisansüstü eğitimim ve tez yazım sürecimdeki yardımlarını eksik etmeyen, merhametli ve anlayışlı değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN'a,

Tez çalışmamdaki değerli görüş ve önerileri için çok kıymetli kurul üyeleri Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ'a ve Prof. Dr. Hüseyin Bahadır YANIK'a

Lisans eğitimim sürecinde tanıştığım fikri hür vicdanı hür öğretmen olmamda yol gösteren, örnek aldığım çok kıymetli hocam Neslihan BULUT'a

Tüm hayatım boyunca bana yol gösteren, lisansüstü eğitimine başlamam için beni teşvik eden çok kıymetli babacığım Em. Asb. Kd. Bçvş. Çetin KUR'a, biricik anneciğim Elif KUR'a, sevgili kardeşlerim Dr. Ayşe İrem KUR ve Osman Emir KUR'a

Tüm yüksek lisans sürecimde benimle olan maddi manevi desteğini esirgemeyen, hayat yoldaşım Salih ÇIRA'ya ve canım kızım Zeynep Asya ÇIRA'ya sonsuz teşekkür ederim.

İçindekiler

Teşekkür	i
İçindekiler	ii
Tablolar Listesi.....	v
Şekiller Listesi.....	vi
Özet	1
Abstract	2
BİRİNCİ BÖLÜM	3
1. Giriş.....	3
1.1. Problem Durumu	3
1.2. Araştırmanın Amacı	5
1.3. Araştırmanın Önemi	6
1.4. Sayıtlılar	7
1.5. Sınırlılıklar.....	7
1.6. Tanımlar	7
1.7. Kısaltmalar	7
İKİNCİ BÖLÜM.....	8
2. Kavramsal Çerçeve	8
2.1. Alan Ölçme.....	8
2.2.Akıl Yürütme.....	9
2.3.Zihnin Geometrik Alışkanlıkları	9
2.3.1. İlişkilendirme	10
2.3.2. Genelleme	10
2.3.3. Değişmezleri araştırma	11
2.3.4. Keşif ve yansıtma.....	12
2.4.Manipülatif	13
2.4.1.Somut manipülatif.....	13
2.4.2. Sanal manipülatif	14
2.5. İlgili Araştırmalar	14
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	20
3. Yöntem.....	20
3.1. Araştırma Deseni	20
3.1.1. Öğretim deneyi ve hipotezler.....	20
3.1.3. Öğretim deneyinin planlanması ve etkinliklerin tasarlanması.....	21

3.1.4. Öğretim bölümlerindeki etkinlikler	22
3.1.4.1. Birinci öğretim bölümü “Yükseklik Çizimi”	23
3.1.4.2. İkinci öğretim bölümü “Paralelkenarın Alanı”	23
3.1.4.3. Üçüncü öğretim bölümü “Üçgenin Alanı”	24
3.1.4.4. Dördüncü öğretim bölümü “Eşkenar Dörtgenin Alanı”	24
3.1.4.5. Beşinci öğretim bölümü “Dairenin Alanı”	24
3.1.4.6. Altıncı öğretim bölümü “Yamuğun Alanı”	25
3.2. Katılımcılar	25
3.2.1. Araştırmanın yürütüldüğü ortam	26
3.3. Veri Toplama Araçları	27
3.3.1. Çalışma kağıtları	28
3.3.2. Ekran kayıtları	28
3.3.3. Eğitsel yazılım programı	28
3.3.4. Video kayıtları	28
3.3.5. Gözlem notları	28
3.4. Veri Toplama Süreci	29
3.4.1. Keşif öğretimi	29
3.4.2. Esas uygulama	29
3. 5. Verilerin Çözümlemesi	31
3.6. Geçerlik ve Güvenirlik	33
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	34
4.Bulgular	34
4.1. Sema’nın ZGA Süreçleri	34
4.1.1. Sema’nın birinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri..	34
4.1.2 Sema’nın ikinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	43
4.1.3. Sema’nın üçüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	49
4.1.4. Sema’nın dördüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	55
4.1.5. Sema’nın beşinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri.	60
4.1.6. Sema’nın altıncı öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri ..	65
4.2. Yunus’un ZGA Temelli Düşünme Süreçleri	72
4.2.1. Yunus’un birinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri .	72
4.2.2. Yunus’un ikinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri ..	77
4.2.3. Yunus’un üçüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	83

4.2.4. Yunus’un dördüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	90
4.2.5. Yunus’un beşinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	95
4.2.6. Yunus’un altıncı öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	100
4.3 Kağan’ın ZGA Temelli Düşünme Süreçleri.....	105
4.3.1. Kağan’ın birinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	105
4.3.2. Kağan’ın ikinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri .	110
4.3.3. Kağan’ın üçüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	115
4.3.4. Kağan’ın dördüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	121
4.3.5. Kağan’ın beşinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	126
4.3.6. Kağan’ın altıncı öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri	131
BEŞİNCİ BÖLÜM	137
5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler	137
5.1. Sonuç	137
5.1.1 Sema’nın ZGA temelli düşünme süreçleri.....	137
5.1.2 Yunus’un ZGA temelli düşünme süreçleri	138
5.1.3 Kağan’ın ZGA temelli düşünme süreçleri	139
5.2. Tartışma.....	140
5.3. Öneriler.....	144
KAYNAKÇA.....	146
EKLER.....	157
ÖZGEÇMİŞ	183

Tablolar Listesi

Tablo Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
Tablo 3.1	Esas Uygulama Süreci	30
Tablo 3.2	Kodlama Tablosu Örneği	32



Şekiller Listesi

Şekil Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
Şekil 3.1	Araştırma Süreci	22
Şekil 3.2	Katılımcıların Çalışma Ortamı	27
Şekil 4.1	Sema'nın Yükseklik Çizimindeki İlişkilendirme Süreçleri	34
Şekil 4.2	Sema'nın Bir Kenarı Zemin Olacak Şekilde Düşündüğü Şekiller	35
Şekil 4.3	Sema'nın Çizgisiz Kâğıttaki Geniş Açılı Üçgen Üzerindeki Çizimleri	36
Şekil 4.4	Sema'nın Üçgenin Bir Kenarını Taban Olacak Şekilde Düşünmesi	36
Şekil 4.5	Sema'nın Dik Üçgen Üzerindeki Yükseklik Çizimleri	37
Şekil 4.6	Sema'nın Verilen Bir Üçgende Bir Kenarı Taban Olacak Şekilde Düşünme Süreci	38
Şekil 4.7	Sema'nın Somut Manipülatif Üzerindeki İnceleme Yaptığı Üçgen	39
Şekil 4.8	Sema'nın Somut Manipülatif ile Yüksekliğe İlişkin Akıl Yürütmesi	41
Şekil 4.9	Sema'nın Çizmiş Olduğu Yüksekliği Dik Doğru Aracıyla Kontrol Ettiği Şekiller	42
Şekil 4.10	Sema'nın Paralelkenar Üzerindeki Yükseklik İnceleme Süreci	44
Şekil 4.11	Sema'nın Paralelkenar Üzerindeki Birim Kareler ile Alan Hesaplama Süreci	44
Şekil 4.12	Sema'nın Üçgen Tamamlama Düşüncesini İnceleme Süreci	46
Şekil 4.13	Sema'nın Paralelkenarın Köşegeninden Kesim Yaptıktan Sonraki Parçaları İnceleme Süreci	47

Şekil 4.14	Sema'nın Paralelkenarın Parçaları Üzerinde Düşünme Süreci	48
Şekil 4.15	Sema'nın Paralelkenarın Parçaları ile Oluşturduğu Dikdörtgenin Alanı Üzerine Düşünmesi	49
Şekil 4.16	Sema'nın Verilen Eş Üçgenleri Birleştirerek Kare Elde Etmeyi Düşündüğü Şekiller	50
Şekil 4.17	Sema'nın Verilen İkizkenar Dik Üçgeni Kareye Tamamlaması	51
Şekil 4.18	Sema'nın Açılarına Göre Farklı Üçgenleri Tamamlama Süreçleri	54
Şekil 4.19	Sema'nın Sanal Manipülatifte Dikdörtgen İçerisine Çizdiği Üçgenin Alanını İnceleme Süreci	56
Şekil 4.20	Sema'nın Birim Kareli Kağıtta Eşkenar Dörtgenin Alanı Üzerinde Düşünme Süreci	57
Şekil 4.21	Sema'nın Eşkenar Dörtgen Üzerindeki Köşegen Çizimiyle Oluşan Eş Üçgenleri Tamamlama Süreci	58
Şekil 4.22	Sema'nın Eşkenar Dörtgeni Üçgenlere Ayırma Süreci	58
Şekil 4.23	Sema'nın Eşkenar Dörtgen Üzerindeki Parçaları Tamamlama Süreci	59
Şekil 4.24	Sema'nın Eşkenar Dörtgeni Bir Dikdörtgen İçerisinde Düşünme Süreci	61
Şekil 4.25	Sema'nın Daire İçerisinde Tanıdık Şekiller Çizmesi	62
Şekil 4.26	Sema'nın Daire Dilimlerinin Merkez Açılarını Küçülterek İncelemesi	63
Şekil 4.27	Sema'nın Daire Dilimlerini Birleştirmesi Üzerine Düşünme Süreci	64
Şekil 4.28	Sema'nın Daire Dilimleri ile Oluşturduğu Şekil Üzerinde Akıl Yürütme Süreci	65
Şekil 4.29	Sema'nın Daire Dilimlerinin Kenarlarının Çemberin Çevresini Oluşturduğunu Açıklama Süreci	66
Şekil 4.30	Sema'nın Yükseklik Çiziminden Sonra İkizkenar Yamukta Oluşan Üçgenleri İncelemesi	67

Şekil 4.31	Sema'nın İkizkenar Yamuktan Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenleri İncelemesi	67
Şekil 4.32	Sema'nın Yükseklik Çiziminden Sonra Yamukta Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İnceleme Süreci	69
Şekil 4.33	Sema'nın İki Eş Yamuğun Birleşimi ile Paralelkenar Oluşturma Süreci	70
Şekil 4.34	Sema'nın Farklı Yamuk Üzerinde Alan Oluşumunun Değişmediğini İnceleme Süreci	70
Şekil 4.35	Sema'nın Yükseklik Çizimi Yamukta Oluşan Üçgenleri Eşi ile Tamamla Süreci	71
Şekil 4.36	Sema'nın Paralelkenar ve Yamuk Üzerindeki Uzunluklar Yardımıyla Alanı Oluşturması	72
Şekil 4.37	Yunus'un Verilen Nesneler Üzerinde Yükseklik Çizim Süreci	73
Şekil 4.38	Yunus'un Yükseklik Çizimini Kolaylaştırmak İçin Üçgenin Bir Kenarı Taban Olacak Şekilde Döndürmesi	74
Şekil 4.39	Yunus'un Geniş Açılı Üçgende Yüksekliği ile Dinozor Görseli Üzerindeki Yüksekliğini Karşılaştırması	75
Şekil 4.40	Yunus'un Bir Üçgen İçerisindeki Farklı Yükseklikleri İncelemesi	76
Şekil 4.41	Yunus'un Verilen Bir Üçgeni İki Paralel Doğru Arasında Olduğunu İncelemesi	77
Şekil 4.42	Yunus'un Üçgenin Yüksekliği Üzerine İncelemesi	78
Şekil 4.43	Yunus'un Paralelkenar Üzerinde Yükseklik Çizimiyle Oluşan İki Üçgeni İncelemesi	79
Şekil 4.44	Yunus'un Paralelkenar Üzerinde Köşegen Çizimi Üzerine Düşünme Süreci	81
Şekil 4.45	Yunus'un Paralelkenar Üzerinde Oluşan İki Üçgenin Alanlarını Tamamlama Süreci	82
Şekil 4.46	Yunus'un Paralelkenarda Yükseklik Kesimiyle Oluşan Parçaları İncelemesi	83

Şekil 4.47	Yunus'un Paralelkenar Alanının Farklı Yüksekliklerden Ayrılmasının Sonuçlarını İncelemesi	84
Şekil 4.48	Yunus'un Birim Kareli Kağıt Üzerinde Verile Üçgenlerin Alanları Üzerine Düşünme Süreci	85
Şekil 4.49	Yunus'un Dik Üçgeni Tamamlama Süreci	87
Şekil 4.50	Yunus'un Açılarına Göre Farklı Tamamlamalar Yaptığı Üçgenlerin Alanlarını İnceleme Süreci	87
Şekil 4.51	Yunus'un Verilen Üçgeni Paralelkenar Tamamlama Süreci	88
Şekil 4.52	Yunus'un Üçgeni Eşi ile Tamamlaması Sonucu Oluşan Paralelkenarın Alanını İncelemesi	89
Şekil 4.53	Yunus'un Dar Açılı Üçgeni Tamamlama Süreci	90
Şekil 4.54	Yunus'un Dar Açılı Üçgen Üzerindeki Tamamlamasına İlişkin İnceleme Süreci	91
Şekil 4.55	Yunus'un Eşkenar Dörtgen Üzerinde Köşegen Çizimiyle Oluşan Parçaları İncelemesi	92
Şekil 4.56	Yunus'un Eşkenar Dörtgende Köşegen Çizimi ile Oluşan Üçgenlerin Alanlarını Tamamlama Süreci	93
Şekil 4.57	Yunus'un Eşkenar Dörtgenin Köşegenlerinden Yaptığı Kesim Süreci	94
Şekil 4.58	Yunus'un Eşkenar Dörtgenin Köşegenlerinden Kesmesiyle Elde Edilen Parçaların Oluşturduğu Şekli İncelemesi	95
Şekil 4.59	Yunus'un Eşkenar Dörtgenin Parçaları ile Oluşan Şekli İncelemesi	96
Şekil 4.60	Yunus'un Daire Dilimlerinin Sayılarını İncelemesi	97
Şekil 4.61	Yunus'un Daire Dilimlerini İnceleme Süreci	98
Şekil 4.62	Yunus'un Daire Diliminin Kenarının Doğrusallığını İncelemesi	99

Şekil 4.63	Yunus'un Daire Dilimlerinin Kenar Uzunluklarının Çemberin Çevresi Olduğunu İncelemesi	100
Şekil 4.64	Yunus'un Dairenin Alan Bağıntısını Oluşturması	101
Şekil 4.65	Yunus'un Yamuk İçerisinde Tanıdık Şekillerden Yararlanma Süreci	102
Şekil 4.66	Yunus'un Yamukta Köşegen Kesimi ile Oluşan Şekilleri İncelemesi	103
Şekil 4.67	Yunus'un Yamuğun Köşegeniyle Oluşan İki Üçgenin Alanları Üzerine Düşünmesi	104
Şekil 4.68	Yunus'un Yamuğun Farklı Köşelerden Çizilen Yüksekliklerini İncelemesi	105
Şekil 4.69	Kağan'ın Nesneler Üzerindeki Yükseklik Çizimleri	106
Şekil 4.70	Kağan'ın Üçgende Yükseklik Çizimini Kolaylaştırmak İçin Bir Kenarı Taban ile İlişkilendirmesi	107
Şekil 4.71	Kağan'ın Somut Manipülatif Aracılığıyla Yükseklik Çizimini İncelemesi	108
Şekil 4.72	Kağan'ın Üçgenin Tabandan ve En Üst Noktadan Geçen İki Doğru Arasında Olduğunu İncelemesi	109
Şekil 4.73	Kağan'ın Üçgen Üzerinde Yükseklik Çizimi	109
Şekil 4.74	Kağan'ın Sanal Manipülatif Üzerindeki Alıştırmalarından Örnek	110
Şekil 4.75	Kağan'ın Paralelkenar Üzerinde Çevre ile Alanı İlişkilendirmesi	111
Şekil 4.76	Kağan'ın Paralelkenarda Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İncelemesi	113
Şekil 4.77	Kağan'ın Paralelkenarın Parçaları ile Dikdörtgen Oluşturma Süreci	114
Şekil 4.78	Kağan'ın Paralelkenarda Oluşan İki Üçgenin Alanlarının Birleşimi ile Oluşan Şekli İncelemesi	115
Şekil 4.79	Kağan'ın Farklı Paralelkenar Üzerinde İnceleme Süreci	116

Şekil 4.80	Kağan'ın Dik Üçgeni Tamamlama Süreci	117
Şekil 4.81	Kağan'ın Geniş Açılı Üçgeni Paralelkenara Tamamlama Süreci	118
Şekil 4.82	Kağan'ın Dar Açılı Üçgeni Bir Dikdörtgen İçerisinde Çizme Süreci	119
Şekil 4.83	Kağan'ın Üçgeni Eşi ile Paralelkenara Tamamla Süreci	120
Şekil 4.84	Kağan'ın Dikdörtgen İçerisinde Çizdiği Üçgenin Alanını İncelemesi	122
Şekil 4.85	Kağan'ın Eşkenar Dörtgeni Köşegenlerini Çizmesi	123
Şekil 4.86	Kağan'ın Eşkenar Dörtgende Köşegen Çizimiyle Oluşan Eş Üçgenleri İncelemesi	124
Şekil 4.87	Kağan'ın Eşkenar Dörtgende Köşegen Çizimi ile Oluşan Parçalar ile Dikdörtgen Elde Etmesi	125
Şekil 4.88	Kağan'ın Eşkenar Dörtgenin Parçaları ile Oluşan Şekli İncelemesi	126
Şekil 4.89	Kağan'ın Farklı Eşkenar Dörtgenlerin Oluşturduğu Şekilleri İncelemesi	127
Şekil 4.90	Kağan'ın Daire Üzerinde Tanıdık Şekiller Elde Etme Düşüncesi	128
Şekil 4.91	Kağan'ın Daire Dilimlerini Pasta Dilimine Benzettiği Çizimleri	129
Şekil 4.92	Kağan'ın Daire Dilimlerini Giderek Küçültmesi	130
Şekil 4.93	Kağan'ın Daire Dilimlerini Oluşturduğu Şekli İncelemesi	132
Şekil 4.94	Kağan'ın Yamukta Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İncelemesi	132
Şekil 4.95	Kağan'ın Yamukta Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İncelemesi	133

Şekil 4.96	Kağan'ın Yamukta Yükseklik Çizimi ile Oluşan Üçgenlerin Yamuğun Eşi ile Tamamlanmasını İncelemesi	135
Şekil 4.97	Kağan'ın Yamuğun Eşi ile Tamamlanması ile Oluşan Şeklin İncelemesi	135



Özet

Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi

Merve ÇIRA

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN

2024

Amaç: Ortaokul öğrencilerinin alan ölçme konusuna ilişkin sanal ve somut manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde akıl yürütme süreçlerinin nasıl ortaya çıktığını incelemektir.

Yöntem: Çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi deseni kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu, Kocaeli ilinde bulunan bir devlet okulunda 2022-2023 eğitim öğretim yılında eğitim görmekte olan 3 yedinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Veri toplama sürecinde tüm öğretim bölümleri kamera ve ekran kaydetme yazılımı ile kaydedilirken, katılımcıların üzerinde çizimlerini ve işlemlerini gerçekleştirdikleri çalışma kağıtları da toplanmıştır. Verilerin çözümlenmesinde içerik analizinden yararlanılmıştır.

Bulgular: Araştırmada elde edilen bulgulara göre katılımcıların manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde üçgen, özel dörtgenler ve dairenin alan bağıntılarını oluştururken zihnin geometrik alışkanlıkları bağlamında farklı düşünme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür.

Sonuç ve Önerileri: Katılımcıların tanıdık durumlardan yararlanma, keşfi ön plana alma ve amacı ön plana alma süreçlerini yürütmede gelişim gösterdikleri belirlenmiştir. Alan ölçme konusuna ilişkin manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerin artırılarak akıl yürütmeyi destekleyecek öğretim programlarının hazırlanabileceği düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Zihnin Geometrik Alışkanlıkları, Öğretim deneyi, Manipülatif, Alan ölçme, Yükseklik

Abstract

Investigation of Reasoning Processes of Middle School Students in Manipulative-Activities Regarding the Area Measurement

Merve ÇIRA

Eskisehir Osmangazi University

Institute of Educational Sciences

Department of Mathematics Education

Advisor: Assistant Professor Candaş UYGAN

2024

Purpose: The aim is to examine how middle school students' reasoning processes emerge in activities supported by virtual and concrete manipulatives on the subject of area measurement.

Method: The research employed a qualitative research method, specifically the teaching experiment design. The study group consisted of three 7th grade students attending a public school in Kocaeli during the 2022-2023 academic year. Data were collected through camera recordings, screen recording software, and drawings on worksheets during the sessions. Content analysis was utilized for data analysis.

Results: According to the findings obtained in the research, it was observed that the participants carried out different thinking processes in the context of Geometric Habit of Mind (GHoM) while creating area relations of triangles, special quadrilaterals and circles in activities supported by manipulatives.

Conclusion and Suggestions: It was determined that the participants improved in the processes of taking advantage of familiar situations, prioritizing discovery, and prioritizing the purpose. It is thought that teaching programs that will support reasoning can be prepared by increasing activities supported by manipulatives regarding area measurement.

Keywords: Geometric Habit Of Mind Teaching, experiment, Manipulatives, Area measurement, Height

BİRİNCİ BÖLÜM

1. Giriş

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımında öğrencilerden önceki bilgi ve deneyimlerinden yola çıkarak yeni bilgiye ulaşmaları ve bu bilgiyi karşılaştıkları problemlerde alternatif çözümler bulabilecek şekilde yapılandırmaları beklenmektedir (Tezci ve Köksalan, 2007). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı eğitim-öğretim programlarını ve sınıfta eğitim-öğretim uygulamalarını şekillendirmiştir (Öktem, 2006 aktaran Gökkaya ve Tural, 2012). Bu bağlamda öğrencilerin ön bilgilerine dayalı olarak öğrenme süreçlerini gerçekleştirmelerine olanak veren öğrenme ortamlarının hazırlanılmasına odaklanılmaktadır.

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim programı Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık olmak üzere beş öğrenme alanından oluşmaktadır. Geometri ve Ölçme öğrenme alanı kendi içerisinde çeşitli alt öğrenme alanlarına ayrılmaktadır. Bunlardan biri alan ölçmedir. Alan ölçme bağlamında öğrencilerin alan bağıntılarını oluştururken geometrik şekiller arasındaki ilişkileri dikkate almaları kritik olmakla birlikte matematiksel ilişkilerin kurulmasında öğrencilerin ön bilgileri üzerinde akıl yürütebilmeleri için çeşitli öğretim araçlarından yararlanılabilecekleri bilinmektedir (Aktaş, 2017). Bu araçlar arasında somut ve sanal manipülatiflerin özel bir yeri vardır (Clements, 1998).

1.1. Problem Durumu

Alan ölçme, bir şeklin sınırları ile kapladığı yüzeyin miktarının belirlenmesidir (Baruto & Nason, 1996). Geleneksel öğretim modelini benimsemiş matematik öğretmenleri alan ölçme ile ilgili kazanımlarda şekillerin alan bağıntılarını doğrudan vermeyi ve ardından bağıntılara ilişkin pekiştirmeler yapmak amacıyla örnek alıştırmalar çözmeyi tercih ettikleri bilinmektedir (Zacharos, 2006). Ancak alan bağıntılarına yönelik anlamlı öğrenmelerin sağlanmasında, öğrencilerin geometrik şekillerin elemanlarını ilişkilendirmelerine ve alanların hesaplanmasını kolaylaştıran formüllere yönelik çıkarımlara ulaşmalarına fırsat verilmelidir (Gürefe, 2018). Bu noktada yapılan çalışmalarda öğrencilerin alan ölçme konusunda yaşadıkları zorlukların, alana ilişkin zayıf kavramsal öğrenmelerden ve kavramların ilişkilerine yönelik eksikliklerden kaynaklandığı görülmektedir (Thompson, 2000).

İlköğretim geometri eğitimi, tüm sınıf seviyelerinde temel geometrik kavramlardan başlanılarak çevre, alan ve hacim hesaplamalarını kapsamaktadır (MEB, 2018). Blanco'ya (2001) göre ilköğretim düzeyinde öğrenilen geometrik kavramların öğrencinin zihninde anlamlandırabilmesi geometri öğreniminin gelişimine katkı sağlamaktadır. Geometri öğretiminde alan bağıntılarının doğrudan iki uzunluğun çarpımı olarak öğretimi yerine alan ve alan ölçmeye ilişkin temel kavramların anlaşılmasına odaklanılmalıdır (Battista, 1982). Çünkü ilkokul düzeyinde alana ilişkin birim kareleri sayma etkinlikleri yapılsa da ortaokul düzeyinde alan bağıntılarının oluşturulmasında önemli yeri olan yükseklik kavramının öğrenilmesi gerekmektedir. Güreffe ve Gültekin (2016) özellikle alan ve hacim ölçme konuları için yükseklik kavramının doğru anlaşılması gerektiğini vurgulamıştır. Bu doğrultuda alan ve hacim konularına giriş yapılırken yükseklik ile ilgili yapılan etkinliklerin yeni kavramların gelişimine katkı sağladığı görülmüştür (Gutiérrez & Jaime, 1999).

Birim kare ve yükseklik kavramlarının öğreniminin ardından geometrik şekillerin alanları ve aralarındaki ilişkilerin doğru yapılandırılması beklenmektedir. Geometrik şekillerin alanları arasındaki ilişkilerin yapılandırıldığı konular arasında dörtgen, üçgen ve dairenin alanı yer almaktadır. Kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk dörtgenler içerisinde belirli özelliklere sahip özel dörtgenlerdir. Bu özel dörtgenler belirli bir hiyerarşik ilişki içerisinde yer almaktadır (Van de Walle, 1994). De Villiers'e (1994) göre söz konusu hiyerarşik ilişkiler, kavramları genelden özele doğru sıralanan bir yapı içerisinde anlaşılır hale getiren bir sınıflama sunmaktadır. Alan için gerekli olan kavramları öğrenen ve dörtgenler arasındaki ilişkiler üzerinde akıl yürütebilen öğrenciler dörtgenlerin ve dörtgenlerle ilişkili biçimde üçgenin ve dairenin alan bağıntılarını oluşturma fırsatı yakalayabilmektedir (Alphayta, 2022; Gürhan, 2020; Pınar, 2014).

Öğrencilerin dinamik temsiller yardımıyla geometri kavramları öğrenebilmelerinde matematiksel araçlardan manipülatiflerin önemli yeri vardır (Boggan vd., 2010; Prigge, 1978). Hynes'a (1986) göre manipülatifler matematiksel kavramları içeren birçok duyuya hitap eden, öğrencileri tarafından dokunulabilen ve hareket ettirilebilen somut modellerdir. Şeklin kesilip parçalardan yeni bir şekil oluşturarak alanının değişmediğine ilişkin incelemeler yapabileceği somut manipülatiflerin öğrencilerin alan ölçme konusunun anlamlandırmasında önemli rolü vardır (Piaget vd., 1960). Manipülatifler her zaman fiziksel nesnelerden oluşmayabilir (Clements, 1999). Günümüzde gelişen teknoloji ile somut modellerin yerine hem zamandan hem de kâğıttan tasarruf sağlanabilecek sanal manipülatiflerde kullanılmaktadır. Öğrencilerin sanal

manipülatiflerle geometri derslerinin şekillerin hareketli olmasıyla kendilerine yeni olanaklar sağladığını, aktif katılımları ile keşfederek geometri öğrendikleri, geometri öğrenimini daha kolay ve zevkli buldukları bilinmektedir (Güven ve Karataş, 2003). Olkun (2003) çalışmasında ilköğretim öğrencilerinin geometrik akıl yürütme süreçlerinin hem somut hem de sanal manipülatifler aracılığıyla geliştirilebildiğini ortaya koymaktadır.

Ders içerisinde manipülatiflerin kullanımıyla zenginleştirilen etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin kavramlar arasında geçiş yapmaları ve geometrik ilişkiler üzerinde akıl yürütmeleri desteklenebilmektedir (Huwang vd., 2009). NCTM'in (2000) matematiksel süreç standartları ve matematik öğretim programları (MEB, 2018) dikkate alındığında öğrencilerde geliştirilmesi gereken becerilerden birinin akıl yürütme olduğu bilinmektedir. Üst bilişsel becerilerinden birisi olan akıl yürütme zihnin bilgileri işleyip verilere göre bir çıkarımda bulunduğu zihinsel bir süreçtir (Oliviera, 2008). Literatür incelendiğinde öğrencileri akıl yürütmeye sevk edici çeşitli çalışmaların yürütüldüğü (Akşan vd., 2022; Başara ve Baydilek, 2015; Jeannotte & Kieran, 2017) ve özel olarak geometri öğrenme alanında öğrencilerin geometrik kavramlar ve ilişkiler üzerindeki akıl yürütme süreçlerini sınıflandıran modellerin geliştirilmiş olduğu bilinmektedir (Driscoll vd., 2007). Bu modellerden biri Driscoll vd. (2007) tarafından geliştirilen Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) modelidir. Driscoll vd. (2007) öğrencilerin özgün geometri problemlerinin çözümünde nasıl düşündüklerine odaklanırken geometri öğrenimi sırasında ortaya çıkan üretken düşünme yollarını dört başlık altında modellemiştir. Böylece öğretmenlerin öğrencilerdeki geometrik düşünme yollarını nasıl destekleyebileceklerini anlamaları için bir zemin oluşturmuştur (Driscoll vd., 2007).

Bu çalışmada da ortaokul öğrencilerinin alan ölçme konusunda geometrik şekillerin yükseklikleri arasında ilişki kurarak alan bağıntıları üzerinde çalıştıkları öğrenme süreçlerinde somut ve sanal manipülatifler aracılığıyla nasıl akıl yürüttüklerine odaklanılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ortaokul öğrencileri geometrik şekillerin alan bağıntılarının oluşturulmasına ilişkin manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler içerisinde zihnin geometrik alışkanlıkları temelindeki akıl yürütme süreçlerindeki gelişimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Geometri konularından biri olan alan ölçme konusunda öğrencilerin bağıntılardaki gerekli kavramları kullanırken nedenlerini sorgulamadıkları görülmektedir (Schubring, 2011). Diğer yandan kavramların temellerini ve ilişkilerini bilen öğrencilerin alan bağıntılarına ilişkin genellemeleri açıklama fırsatı buldukları bilinmektedir.

TIMMS 2019 Türkiye Ön Raporuna göre akıl yürütme becerisine sahip öğrenciler matematiksel genellemeler yapabilmektedir (MEB,2020). Genelleme gibi ileri düzey bir becerinin gerçekleştirilebilmesi için temel düzeydeki becerilere sahip olmak gerekmektedir. TIMSS'e (2015) göre en temel düzey bilmedir. Bu doğrultuda akıl yürütebilen öğrencilerin matematiksel kavramları bilmeleri önem arz etmektedir (Mullis & Martin, 2017). Öğrencilerin matematiksel kavramları bilmeleri ve anlamlandırmış olmaları akıl yürütme sürecinde kullanabilmelerine fırsat sağlar. Ayrıca öğrencilerin geometri eğitimine ilişkin kavram eksiklikleri olduğunda ve kavramlar arası bağlantıları kuramadıklarında geometri konularını öğrenmede zorluk yaşadıkları bilinmektedir (Hiebert & Carpenter, 1992).

Literatür incelendiğinde çalışmalarda alan konusu taban, uzunluk, birim kareler, çevre ve yükseklik kavramları ile ilişkilendirilerek çalışılmıştır (Olkun vd., 2014; Şişman ve Aksu, 2009; Zacharos, 2006). Öğrencilerin dikdörtgenin alan formülünün diğer dörtgenlere aşırı genellemeye çalıştığı verilen şekildeki yükseklik ve taban belirleyememesinden kaynaklanmaktadır (Gelici, 2023). Bu doğrultuda alan bağıntısını oluşturan değişkenlerden biri olan yükseklik kavramı önem teşkil etmektedir.

Literatürde yapılan çalışmalara yükseklik kavramı açısından incelendiğinde; Güreffe ve Gültekin'in (2016) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin alan ve hacim hesabında önemli yeri olan yükseklik kavramında zorluk yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca Tolga ve Günhan (2020b) çalışmasında öğrencilerin alan ölçme yapılan şekil üzerinde yükseklik ile alanı ilişkilendirebildiği fakat alan bağıntısına ilişkin genellemeyi yapamadıklarını ortaya koymuştur. Lutfi vd. (2021) çalışmasında öğrencilerin alan hesabı yapabildiğini fakat taban ve yükseklik kavramlarına hakim olmadıklarını gözlemlemiştir. Bu doğrultuda çalışmada öğrencilerin manipülatifler sayesinde yükseklik kavramını alan bağıntısı ile ilişkilendirebildiği ve alan bağıntısını açıklayabildiği akıl yürütme süreçleri incelenmiştir. Çalışmada yükseklik kavramı temel alınarak hazırlanan manipülatif destekli etkinlikler kullanılmıştır ve bu yönüyle literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. Sayıtlar

Öğrencilerin veri toplama sürecinde samimi ve gerçek matematiksel düşüncelerini yansıtan yanıtlar verdikleri varsayılmıştır. Ayrıca araştırmanın öncesinde de katılımcıların öğretmeni olan araştırmacı, katılımcıların dikdörtgenin ve karenin alan bağıntılarına ilişkin ön bilgilere sahip olduklarını kabul ederek araştırma sürecine başlamıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışmanın katılımcıları 2022-2023 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde yedinci sınıfta okuyan üç ortaokul öğrencisi ile sınırlandırılmıştır. Üç öğrencinin katıldığı öğretim deneyi 6 hafta süre içerisinde tamamlanmıştır.

1.6. Tanımlar

Dinamik Geometri Ortamı: öğrencilerin hareketli nesnelerle geometri kavramlarını öğrenebilmelerine ve geometrik şekilleri hareket ettirerek aralarındaki ilişkiyi görmelerine fırsat sunan eğitsel yazılım programlarıdır (Özçakır, 2013).

Manipülatif: Matematik öğretiminde kullanılan çeşitli duyuya hitap eden ve öğrenciler tarafından hareket ettirilebilen materyallerdir (Hynes, 1996)

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları: Zihnin geometrik alışkanlıkları, öğrencilerin geometri öğrenirken zihninde alışkanlık haline getirdiği üretken düşünme yollarının sınıflandırıldığı kavramsal çerçevedir (Driscoll vd., 2008). İlişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçleri olmak üzere 4 alt sınıfa ayrılır.

1.7. Kısaltmalar

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

ZGA: Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

İKİNCİ BÖLÜM

2. Kavramsal Çerçeve

Bu bölümde, araştırmada temel alınan kavramlar ve kavramsal çerçeveler “Alan Ölçme”, “Akıl Yürütme”, “Zihnin Geometrik Alışkanlıkları” ve “Manipülatif” olmak üzere dört başlık altında tanıtılmaktadır.

2.1. Alan Ölçme

Alan bir düzlem parçasının büyüklüğüdür (Baykul, 2020). Baturo (1996) ise alanı, kapalı yüzeyin miktarı olarak tanımlamıştır. Alan ölçme, düzlemde bulunan kapalı bir bölgenin bir birim cinsinden miktarının belirlenmesidir (Fauzan, 2002). Alan ölçmede kullanılan belirli bir araç yoktur (Batissta, 1982). Bu sebeple alan ölçmenin anlamlandırılabilmesi için “birim” kavramı üzerinde durulmalıdır. Alan ölçme bir bölgenin -boşluklar veya üst üste binmeler olmadan- seçilen birimler aracılığıyla kaplanmasına dayanmaktadır (Yuberta vd., 2011).

Stephan ve Clements (2003) alan ölçme içerisinde yer alan temel kavramlardan bahsetmişlerdir.

1.Bölme: Bir nesnenin uzunluğunu parçalara ayırarak düşünmeyi içermektedir. Öğrenciler birimlerin bölünebilir olduğunu inceleyebilirlerse uzunluğun sürekli olduğu fikrini de kavramış olurlar.

2.Birim Yenileme: Birimlerin daha büyük nesnelerin uzunluğu boyunca tekrar tekrar yerleştirilebilmesidir. Öğrenciler birimleri yerleştirirken nesnelerin uzunluklarını birim cinsinden ölçmüş olurlar.

3.Geçişlilik: İki nesnenin yüksekliği veya uzunluğu için üçüncü ortak bir nesnenin referans alınabilmesidir. Örneğin: Nesne 1 ile Nesne 2’nin uzunlukları birbirine eşittir. Nesne 2 ile Nesne 3’ün uzunlukları birbirine eşittir. Akıl yürütebilen bir öğrenci Nesne 1 ile Nesne 3’ün uzunluklarının birbirine eşit olduğunu görebilir.

4.Uzunluğun Korunumu: Bir nesne hareket ettikçe uzunluğun değişmediğinin anlaşılmasıdır. Öğrencilerin bir miktar ötelenen nesnenin uzunluğunun değişmez olduğunu görebilmeleri ölçmeyi anlamlandırabilmeleri için önemlidir.

5.Mesafe Birikimi: Bir birimin yinelenmesi sonucu ilk birimden sonuncuya kadar olan mesafenin ifade edilebilmesidir. Örneğin bir halının boyunun adımlanarak ölçülmesi ve halının 8 adım uzunlukta olduğunun açıklanabilmesidir.

6.Sayı ve Ölçme Arasındaki İlişki: Sayılan nesneler ile ölçme sonuçları arasındaki ilişkinin kurulabilmesidir. Örneğin aynı uzunluktaki iki kibrit çöpünün eş parçalarının karşılaştırılması sonucunda daha az sayıya bölünen parçaların daha uzun kibrit çöpleri oluşturduğunun görülebilmesidir.

2.2.Akıl Yürütme

Muhakeme, usa vurma diğer bir deyişle akıl yürütme, tüm etmenleri dikkate alarak düşünüp akılcı bir sonuca varma sürecidir (Umay, 2003). Akıl yürütme öğrencilerin matematiği anlamaya çalışırken veya matematiksel problemleri çözerken kullandıkları bir düşünme sürecidir (Hand, 2012). Belirli bir konu veya problem üzerinde akıl yürütebilen öğrencilerin matematiksel bilgilerini sorgulaması gerekir (Erdem ve Gürbüz, 2015). Osborne'a (2013) göre öğrencilerde akıl yürütme eleştirel düşünmeyi, rutin olmayan problemleri çözüme becerisini ve kanıta dayalı argümanların oluşturulmasını geliştirerek öğrencilerin üstbilişsel beceriler kazanmalarını sağlar. Akıl yürütme süreçleri öğrencilerin matematiksel yeterliliklerine ve sosyokültürel ortamlarına bağlı olarak farklılaşabilmektedir (Lithner, 2008).

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2011'de yaptığı çalışmada akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin analiz etme, genelleme, sentez, neden gösterme ve rutin olmayan problemleri çözme yetilerine sahip olduklarını ortaya koymuştur. Analiz etme, öğrencinin değişkenler arası ilişki kurarak bir problemin çözümünü kolaylaştırması, geometrik şekilleri ayrıştırması; bir çizimin açılımını çizebilmesi ve verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilmesidir. Genelleme, öğrencinin problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçları açıklaması ve diğer problemlere uyarlanabilecek matematiksel kurallar/formüller oluşturmasıdır. Sentez, öğrencinin yaptığı matematiksel işlemlerden elde ettiği sonuçları bir araya getirmesi ve yeni bilgiler elde edebilmek için ulaştığı sonuçları birleştirebilmesidir. Neden gösterme, öğrencinin bir çıkarımın doğruluğunu veya yanlışlığını kanıtlamak için matematiksel gerekçeler sunabilmesidir. Rutin olmayan problemleri çözme ise öğrencinin rutin olmayan problemleri ön bilgilerini kullanarak oluşturduğu özgün stratejiler aracılığıyla çözebilmesidir.

2.3.Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

Zihin alışkanlığı, bir problemin çözülebilmesi için kişinin repertuvarına dahil ettiği düşünme biçiminden yararlanmasıdır (Goldenberg, 1996). Driscoll ve diğerleri

(2007) öğrencilerin geometri öğrenirken zihin alışkanlığı haline getirdikleri üretken düşünme biçimleri üzerine yaptıkları çalışmada öne çıkan geometrik düşünme süreçlerini Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) kavramsal çerçevesi altında sınıflandırmıştır. Sınıflandırılan düşünme süreçleri ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma olarak tanımlanmaktadır (Driscoll, 2007).

2.3.1. İlişkilendirme

Geometrik şekiller arasındaki ilişkilere yönelik düşünme alışkanlığıdır. Bir problemin çözümünde iki ve üç boyutlu geometrik nesnelerin geometrik özelliklerine dayalı olarak nasıl ilişkilendirilebileceğini anlamak önemlidir. Problem çözen kişiler kendilerine “Bu şekiller birbirlerine benziyor mu?” “Hangi yönden benzerler?” “Farklılıkları nelerdir?” sorularını yönelterek çözümde yardımcı olabilecek fikirleri yürütmeye çalışırlar (Driscoll vd., 2007). Üst düzeye sahip bireyler orantılı akıl yürütme ve simetri yoluyla akıl yürütmeyi ilişkilendirme yaparken kullanabilmektedirler. Driscoll ve diğerleri (2008) öğrencilerin ilişkilerle akıl yürüttükleri süreçleri göstergelerine göre üç alt bileşende ele almışlardır.

Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme: Geometrik bir şekil içindeki alt şekilleri fark etme ve ilişkilendirme tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme süreci içerisinde uygulanmaktadır. Ayrıca bu süreçte öğrencilerin bir şekil içerisinde alt şekiller oluşturmaktadır. Öğrencilerin iki geometrik şeklin tek bir geometrik şeklin parçaları olarak görülebileceğini fark ederek ilişkilendirebilmesi de tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde uyguladıkları davranışlardan biridir.

Bağımsız şekillerin parçalarını ilişkilendirme: İki veya daha fazla geometrik şeklin ortak özelliklerini ve nedenlerini sıralayarak karşılaştırılması bağımsız şekillerin parçalarını ilişkilendirme sürecinde uygulanmaktadır. Ayrıca öğrencinin bu şekillerin ortak olmayan özelliklerine dikkat çekerek karşılaştırabilmesi bağımsız şekillerin parçalarını ilişkilendirme sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir.

Özel muhakeme becerisi: Öğrencilerin iki veya daha fazla geometrik şekil hakkında orantısal akıl yürütebilmesi ve geometrik şekilleri ilişkilendirmek için simetriyi kullanması özel muhakeme becerisi sürecine ait davranışlardır.

2.3.2. Genelleme

Elde edilen fikirlerin anlamlanması ve çözümlenmesi hedeflenmektedir. Bu sebeple “Bu durum her zaman geçerli midir?” “Olası tüm durumlar sıralanabildi mi?”

“İstisnai durumlar var mıdır?” “Neden her durumda geçerlidir?” sorularına yanıt aranır (Driscoll vd., 2007). Genelleme alışkanlığı bir problem çözümünü başka bir problem çözümü için kullanıldığında veya problem çözen kişi tüm çözümleri bulamadığını sezdiği zaman gelişmeye başlayacaktır. Geometrik genelleme alışkanlığına sahip bireyler genelleme alışkanlıkları sayesinde bir problemdeki tüm çözümleri üretebilir ve daha fazla çözüm olmadığını ikna edici sebeplerle açıklayabilirler. Hatta bir problemin çözümünün daha üst boyutlarda genellenebilir olup olamayacağını merak etmeleri onların bu alışkanlığı daha üst düzeyde geliştirdiklerini göstermektedir. Öğrencilerin geometrik fikirleri genelleme sürecinde ulaştıkları seviyeleri üç alt başlık altında açıklamışlardır (Driscoll vd., 2008).

Tanındık durumlardan yararlanma: Çözüm için özel durumlardan yararlanma ve özel durumun ötesini düşünme tanındık durumlardan yararlanma sürecine ait davranışlardır. Ayrıca öğrencilerin başka çözümlerin de olduğunu sezmesi tanındık durumlardan yararlanma süreci içerisinde gerçekleşmektedir.

Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma: Öğrencilerin çözüm kümesinin sonsuzluğunu incelerken ayrık bir küme olduğunu fark etmesi ve çözüm kümesine ilişkin hatalı sonucunu inceleyebilmesi varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecinde uygulanmaktadır.

Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama: Öğrenciler tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama sürecinde tüm çözüm kümesini görür ve açıklar. Bir geometri sınıfı için evrensel olarak doğru bir kuralı fark etmeleri veya genel kuralı daha geniş bağlamlara yerleştirebilmeleri öğrencilerin tam bir çözüm kümesi arama sürecini uyguladıklarını göstermektedir.

2.3.3. Değişmezleri araştırma

Geometrik bir problemin cevabı o durum için geçerlidir, değişmezdir. Bu değişmez durumun parçalar değişse bile aynı kalıp kalamayacağı incelenir. “Bu şekil başka bir şekle dönüştürmek mümkün mü?” “Ne değişir?” “Ne aynı kalır?” gibi sorular sorulabilir (Driscoll vd., 2007). Değişmezlerin araştırılmasında dönüşüm geometrisi önemli bir rol oynamaktadır. İleri matematik konularından birisi dönüşüm geometrisi geometrik şeklin uzaydaki değişiminin analiz edilmesi ve geometrik dönüşüm esnasındaki değişmeyenlerin araştırılmasında fayda sağlamaktadır. Temel düzeyde bu alışkanlığa sahip bireylerin sorulmadan çözdüğü problemdeki rakamların veya şekillerin dönüştürülüp nelerin değiştirildiğini incelerken, üst düzeyde değişmezleri araştırma

alışkanlığına sahip bireyler aşırı durumları dikkate alırlar. Driscoll ve diğerleri (2008) zihnin geometrik alışkanlıkları göstergelerinden değişmezleri araştırma sürecini iki alt bileşen altında incelemişlerdir.

Dinamik düşünme: Dinamik düşünme statik veya dinamik bir durum üzerinde dinamik olarak düşünebilmedir.

Etkilerin kanıtlarını kontrol etme: Bir durumun değişmezliğini inceleme etkilerin kanıtları sürecinde gerçekleştirilen bir davranıştır. Ayrıca bir dönüşüm uygulandığında her seferinde aynı etkinin ortaya çıktığını fark etme etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde gerçekleştirilir. Aynı doğrultuda bir dönüşüm uygulandığında değişmezlerin varlığını fark etme ve neden değişmez olduğunu açıklayabilme de bu sürece dahildir.

2.3.4. Keşif ve yansıtma

Çözüme gidebilmek için farklı yollar denemek, düzenli olarak geri adım atmak ve durumu değerlendirmek keşif ve yansıtma sürecini oluşturmaktadır. Bu aşamada “Bu hamle bana ne söyledi?” “Soruyu çözmeye yönelik daha önceki hamleler şimdiki hamleyi nasıl yönlendirebilir?” “Hangi ara adımlar çözüme yardımcı olabilir?” sorulabilir (Driscoll vd., 2007). Başarılı problem çözücü bireyler keşif sürecinde üretkenliğinin değerlendirilmesini yapabilir ve keşiflerinin nereye götürdüğünü belirleyebilirler. Ayrıca bir probleme ait çözümün nasıl yapıldığını hayal ederek yaklaşmak ve geriye doğru akıl yürütme yapabilmeleri bu alışkanlığı başka problemlere de yansıtabilmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin açıklama ve çıkarım arasında denge kurdukları keşif ve yansıtma süreci iki alt bileşene ayrılmıştır (Driscoll vd, 2008).

Keşfi ön plana alma: Bir durumun koşulun veya geometrik şeklin bazı özelliklerini değiştirme veya değişiklik yapmayı düşünme keşfi ön plana alma sürecine ait bir davranıştır. Daha önceki benzer durumları dikkate alarak sezgi veya tahmin yoluyla çizimler yapan bir öğrenci keşfi ön plana alma sürecindedir.

Amacı ön plana alma: Çözüm hakkında mantıksal varsayımda bulunma, varsayımı test etmenin yollarını arama amacı ön plana alma sürecinde gerçekleştirilir. Ayrıca öğrencilerin ilerleyebilmek için devamlı olarak amaca odaklanması veya hedefe ulaşmaya yardımcı olabilecek ara adımları belirlemesi amacı ön planı alma sürecini uyguladığını göstermektedir.

2.4.Manipülatif

Matematik tarihi içerisinde geometrik kavramların temsil edilmesinde çeşitli fiziksel nesnelerin tasarlandığı ve matematikçiler tarafından kullanıldığı bilinmektedir (Boggan vd., 2010). Günümüzde teknolojik gelişmelere paralel olarak matematiksel kavramların öğretiminde farklı duylara hitap eden materyaller geliştirilebilmektedir. Bu materyaller arasında manipülatifler özel bir yere sahiptir (NCTM, 2000).

Türk Dil Kurumu sözlüğünde manipüle “yönlendiren”, manipülatif ise “yönlendirmeye uygun” olarak tanımlanmaktadır (TDK, 2019). Matematik eğitiminde manipülatif kavramına yönelik çeşitli tanımlar yapıldığı bilinmektedir (Swan & Marshall, 2010). Hynes’e (1986) göre manipülatif, matematiksel kavramları içeren çeşitli duylara hitap eden ve öğrenciler tarafından dokunulabilen ve hareket ettirilebilen somut modellerdir. Boggan ve diğerlerine (2010) göre manipülatif, öğrencilerin matematik öğreniminde aktif olabilmesi için kullanılan fiziksel nesnelerden oluşan öğretim aracıdır. Söz konusu tanımlar somut nesnelere vurgu yaparken, diğer yandan öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik fikirlerini ve düşünme süreçlerini destekleyebilmeleri için bilgisayar ortamında hazırlanmış manipülatiflere de ihtiyaç vardır (Berlin & White, 1985). Somut manipülatiflerin sınırlı kaldığı öğrenme ortamlarında sanal manipülatiflerin matematiksel öğrenme süreçlerini destekleyebildiği görülmektedir (Gülkılık, 2011; Lee & Chen, 2015; Ukdem, 2021). Bu doğrultuda manipülatifler somut ve sanal manipülatif olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

2.4.1.Somut manipülatif

Somut manipülatifler geometrik şekillerin veya kavramların, dokunularak hareket ettirilebilir özellikteki fiziksel modelleridir (Heddens, 1997). Bu modeller materyaller ile matematiksel kavramlar arasındaki ilişkiyi görmelerine fırsat sağlayan deneyim kazanmalarını sağlar. Özellikle ilköğretim çağında kullanılmaya ihtiyaç duyulan somut manipülatifler öğrencilerin akıl yürütmelerini ve yaratıcı düşüncelerini desteklemektedir (Furner & Worrell, 2017). Ayrıca sunulan somut manipülatifler ile çalışma kağıtlarına bağlı kalınmadan öğrenme ortamı zenginleştirilmiş olur. Fakat Piaget’e göre öğrenciler soyut kavramları algılayabilecek bir yeteneğe sahip değildir. Matematik öğretimi yapılırken öğrencilerin somut materyalleri kullanırken rehberlik edilmeye ihtiyacı vardır.

2.4.2. Sanal manipülatif

Teknolojideki yenilikler, internetin ve sınıflardaki bilgisayar kullanımının yaygınlaşması matematik öğretiminde yeni yaklaşımların ortaya çıkmasını sağlamıştır (Moyer & Bolyard, 2002). Ortaya çıkan bu yaklaşım geometrik şekillerin görsel temsillerinin kullanılmasıyla dinamik görseller sunan bilgisayar programlarıdır. Somut manipülatiflerin bilgisayar aracılığıyla dinamik hale getirilmesi sanal manipülatif adı verilen yeni bir manipülatif sınıfının ortaya çıkarmıştır. Sanal manipülatif kullanılan matematik derslerinde öğrencilerin akademik başarılarının yükseldiği ve geometriye karşı olumlu tutum geliştirdikleri görülmektedir (Mutluoğlu ve Erdoğan, 2021).

2.5. İlgili Araştırmalar

Ulusal ve uluslararası literatürde öğrencilerin geometrik akıl yürütme süreçlerini inceleyen çeşitli araştırmaların yer aldığı görülmektedir (Çavuş ve Erdem, 2018; Karlı ve Yıldız, 2022; Tuncay, 2015).

Paek (2016) çalışmada ders kitaplarında yer alan ölçme etkinliklerinin yükseklik kavramına ilişkin sorunlarını analiz etmiştir. İçerik analizi ile incelenen kitaplardaki etkinliklerde “Yükseklik kavramı uygun şekilde tanımlanmış mı?” ve “Yükseklik ölçümü etkinlikleri öğrencilerin problemi çözebilme bağlamında matematiksel düşünmelerinin destekliyor mu?” kriterlerine odaklanılmıştır. Çalışma ders kitaplarındaki alan etkinliklerinde alan formülünde kullanılan yükseklik kavramına ilişkin yeterli açıklamaların olmadığını ortaya koymuştur. Paek’e göre öğrencilerin alan ölçmeyi anlamlandırabilmeleri için öncelikle yüksekliği tutarlı bir şekilde tanımlamaları daha sonra yüksekliği ölçmenin nedenini açıkça sunarak öğrencilerdeki geometrik düşünme becerilerini ortaya çıkaracak etkinlikler sunulmalıdır.

Kılıç (2023) çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavramsal imajlarını belirlemeyi hedeflemiştir. Nitel araştırma deseni kullandığı çalışmada çoklu durum araştırması kullanarak ilk olarak öğrencilere kavram imajı belirleme formu uygulamıştır. Daha sonra formu yanıtlayan öğrenciler arasında mülakat yapmıştır. Çalışmada veriler araştırmacı tarafından geliştirilen üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik imaj belirleme formu, klinik mülakat ve bireysel görüşmeler ile toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin her 3 yardımcı elemanına ait çizimlerle alakalı sorun yaşadığı, özellikle yükseklik kavramını kenar ortay ile karşılaştırdığı görülmüştür. Öğrencilerin yükseklik yerine kenardan kenara dik doğru parçaları çizdiği, üçgenin dışında hiçbir

kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturmaya çalıştığı sonucuna varmıştır.

Saygılı ve Kurtuluş (2021) çalışmalarında uzaktan eğitim sürecinde 6.sınıf alan ölçme konusunun öğretiminde interaktif etkinliklerin kullanmanın öğrenci başarısına etkisini incelemişlerdir. Eylem araştırması olan bu çalışma uzaktan eğitim süreci interaktif etkinliklerle desteklenen öğretim ortamı tasarlanarak 13 öğrenci ile yürütülmüştür. Veriler canlı ders sırasında ekran video kaydı, ders sonunda yapılan değerlendirmeler ve uygulama sonrası değerlendirme testi ile toplanmıştır. Verilerin analiziyle interaktif etkinliklerin öğrencilerde motivasyonu arttırdığı, öğrencileri uzaktan eğitim sürecinde daha aktif hale getirdiği sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin dar açılı ve geniş açılı üçgenlerde yükseklik çiziminde kavram yanılgıları olduğunu gözlemlemiştir. Dar açılı üçgende belirtilen kenara ait yükseklik çizemedikleri, geniş açılı üçgenlerde istenilen kenara yükseklik çizemediklerinde kenarın uzantısına değil de başka bir kenara yükseklik çizme eğilimde oldukları görülmüştür.

Jeong ve Yim (2011) çalışmasında 5. Sınıf öğrencilerin dikdörtgen, paralelkenar ve üçgenin alan formülünde yer alan ilişkileri anlamalarına yönelik problemleri nasıl çözdükleri araştırmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin üçgenin alan bağıntısını anlamaya ilişkin problemi çözme becerisinin, dikdörtgen ve paralelkenarın alan bağıntısını anlamaya ilişkin problemi çözme becerisine göre düşük olduğu tespit etmiştir. Öğrencilerin dikdörtgen ve paralelkenarın alanına ilişkin problemlerde yükseklik ile alan arasında ilişki kurabildiği, şekillerin eş tabanlara sahip oldukları için şekilleri dönüştürülerek problemleri çözebildikleri görülmüştür. Diğer yandan üçgenin alan bağıntısındaki değişkenleri anlamlandıramadıkları, yükseklik ile alan arasındaki ilişkiyi kuramadıkları için alan bağıntısına yönelik problemlerde başarılı olamadıkları görülmüştür.

Tolga ve Günhan (2020a) çalışmalarında ortaokul 6. Sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları bileşenlerinden ilişkilendirme ve genelle süreçlerinin üçgenin ve paralelkenarın alanına ilişkin problemlerde nasıl kullandıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Nitel bir araştırma olan bu çalışma dört erkek ve altı kız öğrenci olmak üzere on öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin ilişkilendirme ve genelleme bileşenlerini içeren açık uçlu problemler ile veriler toplanmıştır. Betimsel analiz sonucunda öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlığı bağlamında geometrik şekillerin alanlarını tamamlama veya parçalara ayırma yolunu tercih ettikleri görülmüştür. Genelleme alışkanlığı bağlamında istenilen genellemeye ulaşamadıkları görülmüştür. Ayrıca

öğrenciler geometrik şekillerin alanını bulabilmek için önce yükseklik bulmaları gerektiğini düşünmüş ve çözümlerine geometrik şekillerin yüksekliklerini doğru çizerek başladıklarını gözlemlemiştir.

Anwar vd. (2016) çalışmasında öğrencilerin dikdörtgenin alan ve çevre kavramları arasındaki ilişkisel anlayışı geliştirirken ortaya çıkardıkları matematiksel temsillerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar öğrencilerin dikdörtgende alan ve çevre kavramlarını görsel ve sembolik olarak temsil edebildiklerini gözlemiştir. Geometrik şekillerin görsel ve sembolik temsilleri arasında ilişkisel anlayış oluşturabildikleri ancak sembolik temsilleri görsel temsillere dönüştürürken hata yaptıkları görüşmüştür. Öğrenciler sayısal olarak alan ve çevre hesabı yapılması istenen geometri problemlerinde şekil çizmede zorlanmışlardır. Bu ilişkisel anlayışın düzeltilmesiyle geometri problemi çözme becerisinin gelişeceği önerilmiştir.

Şişman ve Aksu (2009) çalışmalarından 7. sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarılarını araştırmayı amaçlamışlardır. 134 öğrencinin katıldığı bu çalışmada 8 açık uçlu sorudan oluşan test kullanılmıştır. Betimsel analiz yöntemi ile edinilen sonuçlara göre 7.sınıf öğrencilerinin alan ve çevre kavramlarını anlamada ciddi güçlük çektiğini, çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduklarını alan veya çevre formüllerini etkin biçimde kullanmada sıkıntı yaşadıklarını ortaya koymuşlardır. Alan kavramı ile ilgili ortaya çıkan sonuçlara bakıldığında öğrencilerin %51,5'nin geometrik şekli parçalara ayırarak aynı parçaları tekrar kullanılmasıyla oluşturulan yeni şeklin alanının değiştiğini düşündüğü görülmektedir. Bu da öğrencilerde alan korunumunun gelişmediği sonucunu ortaya çıkarmıştır.

Olkun vd. (2014) çalışmalarında öğrencilerin birim kare ve alan bağıntısını farklı durumlarda işlevsel olarak nasıl kullandıklarını belirlemişlerdir. 4 farklı ilde 11 okulda yapılan çalışmada 4, 6, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinden olmak üzere toplam 248 öğrenci ile görüşme yapılarak veriler toplanmıştır. Bulgular sonucunda öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin birim kare kavramını anlamlandıramadıkları, birim karelerle kaplanan alanların korunumunu algılayamadıkları ve alan ölçme sorularında bağıntı üzerinden sonuca ulaştıkları saptanmıştır. Öğrencilerin alan kavramını ve korunumunu öğrenmeleri için aktif katılabilecekleri kesme yapıştırma veya örüntü blokları gibi somut materyallerin kullanıldığı etkinliklerin yapılabileceği önerilmiştir.

Zacharos (2006) çalışmasında ilköğretim son sınıfta okuyan öğrencilerin alan ölçümü kavramını anlamada karşılaştıkları zorlukları incelemiştir. Deneysel olan bu çalışmada deney grubuna sınıf öğretmenleri tarafından alan ölçümünün kavramsal

özelliklerini vurgulayan bir ders planına dayanan eğitim verilmiştir. Deney grubuna birim karelerle veya düzgün olmayan şekillerle alan kaplandığında alanın nasıl ölçüleceği ve ölçme aracı olmada alanın nasıl ölçüleceği öğretilmiştir. Kontrol grubuna ise herhangi bir özel eğitim verilmeden öğretim programında tanımlanan ve ders kitabındaki etkinlikler kullanılmıştır. Alan bağıntıları üzerinde durulmuştur. Yapılan çalışma sonucunda alan ölçümünün kavramsal özelliklerini vurgulayan öğretim yaklaşımının öğrencilerin farklı stratejiler uygulamalarına fırsat verdiği görülmüştür.

Gürefe (2018) çalışmasında öğrencilerin alan ölçümünü nasıl yorumladıkları ve alan ölçümü yaparken kullandıkları stratejileri anlama seviyeleri incelenmiştir. Çalışmada ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin açık uçlu sayısal alan hesaplama problemleri, matematiksel muhakeme problemleri ve açıklama problemlerinin yer aldığı dokümanlar incelenmiştir. Toplanan veriler ışığında öğrencilerin alan ölçümünü yorumlarken alan ve çevre arasında ilişki kurduğu, geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca alanın hangi durumlarda değiştiğini açıkladıkları ve alan ölçme problemlerinin çözümü sırasında sayma, alan bağıntısı ve çok adımlı stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin stratejilerden çoğunlukla alan bağıntısını kullandıkları fakat açıklamalarından birçoğunun bağıntıları kavramsal olarak anlamlandıramadıkları görülmüştür.

Seah ve Horne (2021) çalışmasında öğrencilerin geometrik akıl yürütme beceri gelişimlerini incelemiştir. Yedinci sınıftan onuncu sınıfa kadar farklı kademelerde olan 446 öğrenci ile yapılan çalışmada geometrik düşünme modeli hazırlanmıştır. Karma yöntem kullanılan bu çalışmada öğrencilerin koordinat belirtme, alan hesaplama, benzerlik gibi görevlere verdikleri yanıtlar Rash analizi ile analiz edilmiştir. Sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin tamamlayıcı akıl yürütmeden analitik ve ilişkisel çıkarım yaptıkları akıl yürütmeye ilerlediği görülmüştür. Alan hesaplama ile ilişkin sonuçlara bakıldığında öğrencilerin kavramsal bilgi ve tecrübeye sahip olmadıkları için uzunluk ölçümünün ardından formül uygulama ile soruları çözdükleri görülmüştür. Hatta baskın olarak öğrencilerin alan hesabı ile ilgili sorulara cevap verme veya açıklama yapma yerine direk cevap yazma eğiliminde oldukları görülmüştür.

Bulut ve Erkan (2020) çalışmalarında 7. Sınıf öğrencilerin düzgün geometrik şekillerde alan ölçme ile ilgili matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde ortaya çıkan zorlukları incelemiştir. Durum çalışması kullanılan çalışmada öğrencilerin matematiksel modellemeyi problem çözme faaliyetleri esnasında kullanmaları sağlanmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin yapmış olduğu modelleri problem çözmek

için yeterli bulduğu ve modellemelerini geliştiremedikleri görülmüştür. Modellemeleri sürecinde öğrencilerin gerçek dünya ve matematiksel düşünme süreçleri arasında geçiş yapamadığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerin alan ve uzunluk birimlerinin kullanılmasında zorluk yaşamaları modelleme sürecinde yaşadıkları işlemsel zorluklardan biridir.

Harun vd. (2022) çalışmalarında çevre ve alan öğretimine ilişkin sınıf öğretmenlerinin görüşlerini almışlardır. Çalışmada sınıf öğretmenin mesleki deneyiminin en az 10 yıllık olmasına dikkat edilmiştir. Sınıf öğretmenleri deneyimleri doğrultusunda çevre ve alan ölçme konusunun öğrencilerde sıklıkla karıştırıldığı kanısına varmıştır. Bu nedenle ders içerisinde çevre ve alan ölçme ile ilgili farklı içeriklerden yararlandıklarını dil getirmişlerdir. Derslerde çevre konusuna ilişkin cetvel, çivili tahta, izometrik kağıt kullandıklarını; alan ölçme konusuna ilişkin renkli kağıt, birim kareli kağıt, tangram yaprakları ve dijital araç kullanarak somut deneyimler yardımı ile kavramsal yanlışları ortadan kaldırmaya çalıştıklarını ifade etmişlerdir.

Uygun (2016) yaptığı çalışma ile ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımlarından birisi olan GeoGebra’da öğrenme süreçlerini incelemiştir. Dinamik geometri ortamında gelişim süreci enstrümantal orkestrasyon kuramı çerçevesinde yürütülmüştür. Katılımcıların öğretim deneyi süresince zihnin geometrik alışkanlıkları dışında Duval tarafından tanımlanan görselleştirme, oluşum ve akıl yürütme süreçleri ile ilişkili olduğu düşünülmüştür. Ayrıca katılımcıların dinamik geometri yazılımında bir oluşumun dinamik olarak incelenebilmesi, oluşturulmak istenen geometrik yapının temsiline uygun yeni yapılar inşaa edebilmesi ve geometrik yapı özelliklerinden akıl yürüterek yeni özelliklere ilişkin çıkarımlar yapabildikleri görülmüştür. Bu sebeple dinamik geometri ortamlarında zihnin geometrik alışkanlıkları sürecinin yanı sıra Duval tarafından tanımlanan geometrik düşünme düzeylerinin de ortaya çıktığı görülmektedir.

Yaman ve Şahin (2014) çalışmalarında somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisini araştırmıştır. Yarı deneysel desenin kullanıldığı çalışmada manipülatif destekli eğitim alan öğrenciler ve ilköğretim matematik dersi öğretim programıyla eğitim alan öğrenciler olmak üzere 2 çalışma grubu incelenmiştir. Araştırmacılar tarafından geliştirilen 21 soruluk “Geometrik Yapıları İnşa Etme ve Çizme Testi” ile veri toplanmıştır. Araştırma bulguları sonucunda her iki çalışma grubunda da başarının arttığı görülmüştür. Fakat somut ve sanal manipülatif destekli eğitim alan öğrencilerin geometrik yapıları inşa etme ve çizim yapabilmelerinin daha üst düzeyde

olduğu görülmektedir. İki çalışma grubu arasındaki son test puanlarına bakıldığında somut ve sanal manipülatif destekli eğitim alan öğrencilerin ilköğretim matematik dersi öğretim programının hedeflediği düşünme becerilerinin de üzerine çıkabileceği söylenebilir.

Bülbül ve Güler (2023) çalışmasında dinamik geometri yazılımının zihnin geometrik alışkanlıklarını desteklemeye olan etkisini incelemiştir. Nitel bir araştırma olan bu çalışma “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersi alan altı matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. 10 Haftalık uygulama sürecinde öğretmen adaylarına her hafta yeni bir görev verilmiştir. Ön test ve son test sonuçları karşılaştırıldığında öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımlarını ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma ve keşif ve yansıtma süreçlerini desteklediği ortaya çıkmıştır. Özellikle öğretmen adaylarının problemlerde keşif ve yansıtma süreçlerini kullandıkları görülmüştür. Buna bağlı olarak öğretmen adaylarının zihnin geometrik alışkanlıklarında gözle görülür bir değişim olduğu sonucuna varılmıştır.

Marrades ve Gutiérrez (2000) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin matematiksel ispat anlayışlarını geliştirmek ve ispat becerilerini geliştirmek için dinamik geometri ortamını nasıl kullandıklarını incelemiştir. Öğretim deneyi deseni kullanılan bu çalışmada iki öğrenciye otuz öğretim bölümü uygulanmıştır. Çalışma boyunca her öğretim bölümünde Cabri yazılımı üzerinde çeşitli etkinlikler uygulanmıştır. Çalışma öğrencilerin dinamik geometri ortamında sürüklemeler yapmaları kağıt gibi somut etkinliklere göre daha fonksiyonlu kullanılabildiğini, birkaç saniye içinde birçok örnek görmesini sağladığını ve öğrencilerin kağıt kalemle elde edilemeyecek kadar hızlı geri bildirim vermelerini sağlamaktadır. Ayrıca öğretim deneyindeki sürüklemeler öğrencilerin bir varsayımı oluşturmalarını, özel durumları veya karşı örnekleri aramalarına yardımcı olmuştur.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. Yöntem

Çalışmanın bu bölümünde araştırmanın desenine, katılımcılara, veri toplama araçlarına ve veri analizine dair bilgiler sunulmaktadır.

3.1. Araştırma Deseni

Yapılan bu çalışmada 7.sınıf öğrencilerin manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde alan ölçme konusuna ilişkin akıl yürütme süreçlerindeki gelişimleri incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırma, öğrencilerin zihinlerindeki alan ölçme konusuna ilişkin matematiksel deneyimlerini anlamak ve matematiksel deneyimlerdeki gelişimlerini inceleyebilmek için nitel araştırma yöntemlerinden birebir öğretim deneyi (Steffe & Thompson, 2000) modeline göre tasarlanmıştır.

3.1.1. Öğretim deneyi ve hipotezler

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan öğretim deneyi kullanılmıştır. Öğretim deneyi sayısal olarak matematik eğitimi için geliştirilen modellere güvenmektense matematiksel kavramların nasıl değişebileceğini anlama sürecini ortaya çıkarmaya çalışmaktadır. Öğretim deneyi metodolojisinin temel amacı araştırmacıların matematiksel öğrenme ve akıl yürütmeyi ilk elden deneyimlemeleridir (Steffe & Thompson, 2000). Öğrencilerin matematiksel gerekçelerini anlamak için söylediklerinin ve yaptıklarının arkasına bakmak öğretim deneyinin bir parçasıdır. Yapılandırmacı öğretim deneyiyle yapılan öğretim süreci inşa etme süreciyle ilerlerken öğretmen kısıtlama ve yönlendirmeler yaparak süreci kontrol altında tutar (Ernst von Glasersfeld 1990, aktaran Steffe & Ulrich, 2020). Bu sayede öğretim deneyi aracılığıyla öğrenci hangi yolun değişikliğe yol açtığını, hangi yolun çözüme ulaştıracağını keşfedebilir. Öğretim deneyinin sonucunda öğrencilerin ZGA temelli düşünme süreçlerinin gelişmesi beklenmektedir.

Öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin, araştırmacılar tarafından hazırlanan matematiksel öğrenme süreçlerine ilişkin hipotezleri test etmeleri, bu süreçte hipotezlerin öğretim sürecinde değerlendirilmesi ve genel bir çıkarım yapması planlamalıdır (Simon, 1995). Araştırmacı öğretim bölümlerini kaydederek verilerini toplar. Her bir öğretim bölümü sonunda geriye dönük analizler doğrultusunda bir sonraki öğretim bölümünü

revize eder. Bu aşamada araştırmacı, öğretim bölümlerin toplanan verilere dayanarak hipotezlerini test edilmiş olur. Bu çalışmada da belirli hipotezler geliştirilmiş ve test edilmiştir. Bu hipotezlerden ilki; alan ölçme konusuna ilişkin görevlerden önce geometrik şekillerdeki yükseklik çizebilmeleri mümkündür. İkincisi; paralelkenarda yüksekliğin ayırdığı parçalarla dikdörtgen oluşturabilir ve bu sayede paralelkenarın alan bağıntısını genelleleyebilir. Üçüncüsü; üçgeni eşi ile tamamladığında oluşan şekil sayesinde alan bağıntısını açıklayabilir ve yüksekliğin değişmezliği üzerine akıl yürütebilir. Dördüncüsü; eşkenar dörtgende köşegenlerin ayırdığı üçgenlerdeki yüksekliklere odaklanarak tanıdık şekil elde edebilir ve alan bağıntısını açıklayabilir. Beşinci; daire dilimlerindeki yüksekliklere odaklanarak tanıdık şekil elde edebilir ve alan bağıntısını açıklayabilir. Altıncı; yamuğun yüksekliklerinin ayırdığı parçalar yardımı ile alan bağıntısını açıklayabilir.

3.1.3. Öğretim deneyinin planlanması ve etkinliklerin tasarlanması

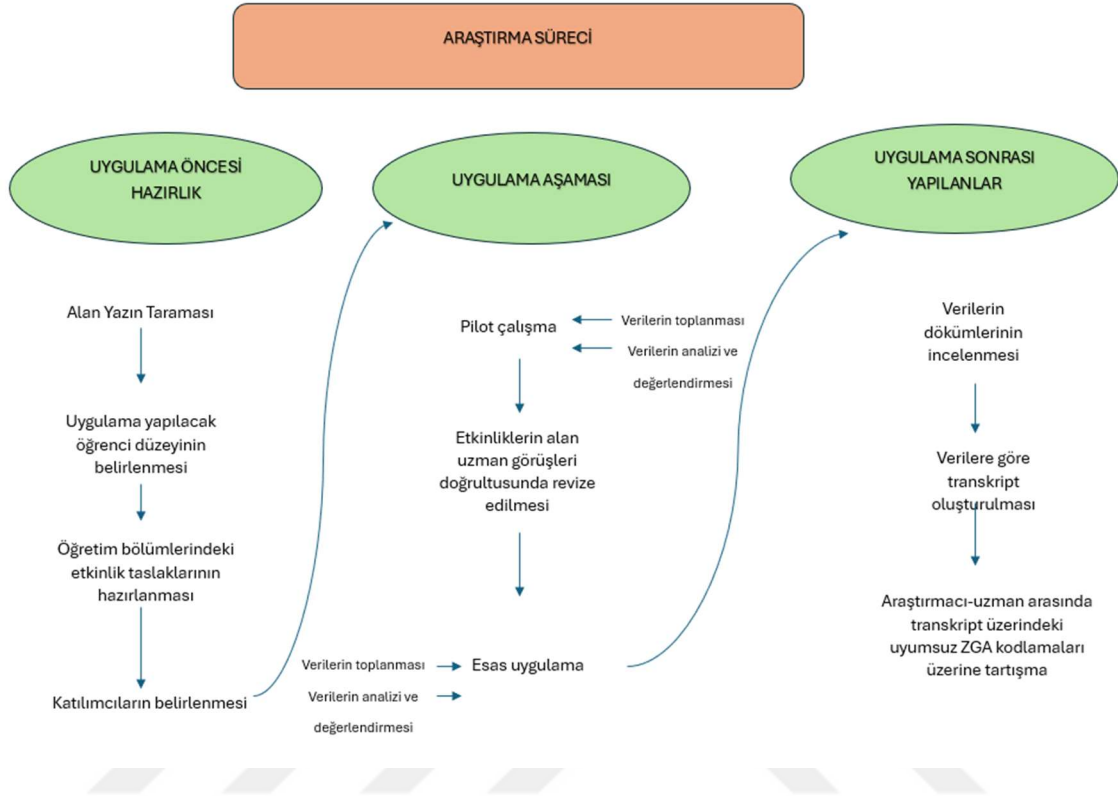
Öğretim deneyinde ilk olarak alan ölçme konusuna ilişkin etkinlikler hazırlanmıştır. Öğretim bölümlerindeki etkinlikler alanında uzman öğretmenlerin görüşleri alınarak 7. sınıf düzeyinde ve sınıf seviyelerindeki matematik öğretim programı kazanımlara dikkat edilerek hazırlanmıştır. 7. sınıfta öğrenim görmeleri, dikdörtgende alan ölçme konusu dışındaki alan konusuna ilişkin bilgi eksikliklerinin olması ve eşkenar dörtgen, daire ve yamuğun alan ölçme kazanımları ile karşılaşmamış olmaları öğretim bölümlerinin hazırlanmasında etkili olmuştur. Daha sonra öğretim deneyinde kullanılacak somut ve sanal manipülatifler uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır.

Öğretim deneyinde öğrencilerin düşüncelerini anlayabilmek ve kavramları nasıl gördüklerini gözlemleyebilmek amacıyla klinik görüşmeler yapılmıştır (Steffe & Thompson, 2000). Klinik görüşme yarı yapılandırılmış olmalıdır ve görüşmedeki sorular, görevler ve içerikler önceden planlanmış olması gerekmektedir (Engelhardt vd., 2004). Ackermann'a (1995) göre klinik görüşmeler, öğretim deneyinde öğrencilerin hipotezleri nasıl açıkladıklarını anlayabilmek için uygun bir yöntemdir.

Hynes'a (1986) göre manipülatiflerin belirlenen konuyla ilişkili olarak amaca uygun olmalıdır. Öğretim bölümlerinde kullanılacak olan manipülatifler uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır. Somut manipülatifler ile geometrik şekilleri somut ve elle tutulur biçimde incelemeleri sağlanmıştır. Sanal manipülatiflerde geometrik şekilleri bilgisayar ortamında fare hareketleri ile inceleme fırsatı verilmiştir. Yapılan araştırma süreci planlaması Tablo 3.1'de verilmiştir.

Şekil 3.1

Araştırma Süreci



3.1.4. Öğretim bölümlerindeki etkinlikler

Bu araştırmada öğretim bölümlerindeki etkinlikler, alan ölçme yapılacak olan geometrik şekillerin parçaları ile oluşturulabileceği şekiller üzerine odaklanarak sıralanmıştır. Öğretim bölümünde kullanılacak olan etkinlik literatürdeki araştırmalardan yararlanılarak altı aşamadan oluşmaktadır (Gürbüz vd., 2018; Kosholap vd., 2012). “Motivasyon aşaması”, merak uyandıran etkinlikler yardımı ile öğrencideki matematiksel bilgilerinin farkına varması; “hedef belirleme aşaması”, öğrencinin ana hedefe ulaşabilmek için eylemler belirlemesi; düzenleme ve uygulama aşaması, öğrencinin belirlediği hedefe ilişkin eylemlerini gerçekleştirdiği ve karara bağlaması; “yeni problemi fark etme aşaması”, karara bağladığı çıkarımının sonucunda oluşabilecek yeni problemler üzerine akıl yürütmesi; “yeni problemi açıklama aşaması”, oluşan yeni problem ışığında hedefine ilişkin geniş kapsamlı çıkarımda bulunması ve “değerlendirme aşaması”, öğrencilerin öğretim bölümü sonucundaki süreci değerlendirmeleri ve çıkarımlarını test etmeleridir.

3.1.4.1. Birinci öğretim bölümü “Yükseklik Çizimi”

Öğrencilerin yükseklik çizmesinin hedeflendiği öğretim bölümünde Ek 2 bulunan çalışma kağıtları kullanılmıştır. İlk olarak farklı nesne görsellerinin bulunduğu çalışma kağıdında nesnelerin yüksekliklerini çizmeleri istenmiştir. Daha sonrasında birim kareli kâğıt üzerinde verilen üçgenlerin yüksekliklerini çizmeleri ve yükseklik çizimini açıklamaları beklenmiştir. Bu süreçte hangi ZGA temelli düşünme süreçlerini uygulandığı gözlemlenmiştir. Yükseklik çiziminin ilişkin genelleme yapabilmeleri için somut ve sanal manipülatiflere sunulmuştur. Öğrencilerin ihtiyacına ve düşünme sürecine göre kullanmak istediği manipülatifler arasında seçim yapması konusunda esnek davranılmıştır. Nesne görselleri ve üçgenler üzerindeki yükseklik çizimine ilişkin genellemeye varıldıktan sonra dinamik geometri ortamında üçgende ve paralelkenarda yükseklik çizimine ilişkin alıştırmalar sunulmuştur.

3.1.4.2. İkinci öğretim bölümü “Paralelkenarın Alanı”

Yükseklik çizimi ardından yapılan alana ilişkin etkinliklere geçilmiştir. Alana ilişkin etkinliklerin ilki olan ikinci öğretim bölümünde paralelkenarın alanını oluşturma ve bağıntısını elde etmesi hedeflenmiştir. Öğrencilerin baskın olarak günlük hayatta da kullandığı dikdörtgen yardımı ile paralelkenarın alanını oluşturabileceği düşünülmüştür. Motivasyon aşamasında verilen etkinliklerde, daha önceden kendilerinin çıkarımda bulunduğu yükseklik çizimini göz önünde bulundurarak birim kareli kağıtta verilen paralelkenarlar yükseklik çizimleri istenmiştir. Birim kareli kağıtta yükseklik çizmiş olduğu paralelkenarlar üzerinde alan ölçümünü nasıl yapabileceklerini düşünmeleri istenmiştir. Ardından çizgisiz kağıttaki kağıt kesme etkinliği olan somut manipülatif etkinliğe geçilmiştir. Somut manipülatif etkinlikte öğrenciden verilen paralelkenarda makas ile kesimler yaparak tanıdık şekle dönüştürmesi istenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin kesimler yaparak paralelkenarı dikdörtgene dönüştürmesi beklenmiştir. Öğrencilerin kesimler sonucu oluşturduğu dikdörtgen üzerinde akıl yürütebilmesi, değişmezleri inceleyebilmesi ve paralelkenardaki değişimleri görebilmeleri için sanal manipülatif sunulmuştur. Sanal manipülatif etkinlik ortamındaki akıl yürütmeleri ile paralelkenarın alan bağıntısını genelleme beklenmiştir. İkinci öğretim bölümü içerisinde uyguladığı ZGA temelli düşünme süreçleri incelenmiştir. Son etkinlik olarak kendi çıkarımı olan paralelkenarın alan bağıntısını test etmesi ve pekiştirebilmesi için dinamik geometri ortamında alıştırmalar verilmiştir.

3.1.4.3. Üçüncü öğretim bölümü “Üçgenin Alanı”

Üçüncü öğretim bölümünde öğrencilerin yükseklik üzerinde akıl yürüterek üçgenin alan bağıntısını açıklamaları hedeflenmiştir. Üçgenin alanını oluşturabilmeleri için yüksekliğe ilişkin hatırlatıcı etkinlikler tasarlanmıştır. Daha sonra açılara göre farklı görsellerin verildiği üçgenler üzerinde akıl yürüterek üçgenleri eşleri ile tamamladığında elde edilen şekillerin alan ölçme konusunda yardımcı olacağını keşfetmeleri beklenmiştir. Tamamlama sürecinde somut ve sanal manipülatifler sunulmuştur. Somut manipülatif etkinlik olarak birim kareli ve çizgisiz kağıt üzerinde kağıt kesme etkinlikleri, sanal manipülatif olarak da dinamik geometri ortamında üçgenleri eşleri ile tamamlayabilecekleri etkinlikler verilmiştir. Manipülatiflerin tercihi öğrenciye bırakılmıştır. Ayrıca düşünme sürecinde öğrencilerin sanal manipülatif üzerinde üçgen görselleri değiştirilerek oluşan şekil üzerinde akıl yürütmeleri ve genellemelerini açıklayabilmeleri beklenmiştir.

3.1.4.4. Dördüncü öğretim bölümü “Eşkenar Dörtgenin Alanı”

Bu öğretim bölümünde öğrencilerden eşkenar dörtgenin alanını dikdörtgen yardımı ile oluşturabilmeleri ve alan bağıntısını açıklayabilmeleri hedeflenmiştir. Öğrencilerin eşkenar dörtgenin özelliklerini incelemeleri ve fark ettikleri özellikleri açıklamaları istenmiştir. Eşkenar dörtgenin özelliklerini inceledikleri birim kareli kağıtlar üzerinde köşegen çizimleri üzerinde akıl yürütmeleri beklenmiştir. Köşegenlerin çizimi ile oluşan üçgenlerin birbirlerini tamamladığında dikdörtgen elde edebileceklerini keşfedebilecekleri düşünülmüştür. Çizgisiz kağıt üzerinde verilen eşkenar dörtgende alanı oluşturmaya yönelik makas ile kesimler yapabileceklerdir. Eşkenar dörtgenin parçaları ile oluşan dikdörtgen sonrasında değişen uzunlukları inceleyebilmeleri ve alan bağıntısını oluşturabilmeleri için öğrencilere sanal manipülatif sunulmuştur. Son olarak eşkenar dörtgenin alan bağıntısına ilişkin genellemeye varabilecekleri düşünülmektedir. Çeşitli eşkenar dörtgenin alanını ölçmeye yönelik alıştırmaları ile oluşturdukları bağıntıyı pekiştirmeleri sağlanmıştır.

3.1.4.5. Beşinci öğretim bölümü “Dairenin Alanı”

Öğretim bölümlerinden beşincisi olan öğretim bölümünde öğrencilerin dairenin alanını dikdörtgen veya paralelkenar yardımı ile açıklayabilmeleri hedeflenmiştir. İlk etkinlik olarak dairenin özelliklerini inceleyebilmeleri ve dairenin elemanlarını gözlemleyebilmeleri için birim kareli kağıtta daire şekilleri verilmiştir. Daha sonra

öğrencilerden birim kareli kağıtta verilen dairelerin alanlarını nasıl hesaplayabilecekleri üzerine düşünmeleri istenmiştir. Birim kareleri sayma yöntemi ile alan hesaplayamayacağı düşünülen öğrencilerin farklı arayışlar içerisine girebilecekleri düşünülmüştür. Alan oluşturmaya ilişkin akıl yürütemeyen öğrenciler için daire dilimleri etkinliği tasarlanmıştır. Farklı oranlarda dilimlere ayrılan daire dilimleri üzerinde düşünmeleri istenmiştir. Verilen çalışma kağıdında isteyen öğrencilerin kağıtta kesimler yaparak akıl yürütebilecekleri ifade edilmiştir. Kesmiş oldukları daire dilimlerinin merkez açıları küçüldükçe üçgene benzetebilmeleri ve dairenin alanını tanıdık şekle benzetebilmeleri beklenmiştir. Daire dilimlerinin bir araya gelerek oluşturduğu şekil üzerinde akıl yürütebilmeleri için sanal manipülatif ortamında etkinlik sunulmuştur. Sanal manipülatif ortamda sunulan etkinlikte birkaç daire diliminin birleşmiş görseli verilerek tüm daire dilimleri ile oluşacak şekli keşfetmeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerin dinamik geometri ortamındaki etkinlik sayesinde oluşan şekli yardımı ile dairenin alan bağıntısını nasıl açıkladıkları incelenmiştir. Dinamik geometri ortamında dairenin alanını ölçmeye yönelik çeşitli alıştırmalar sunularak alan bağıntısını pekiştirmeleri amaçlanmıştır.

3.1.4.6. Altıncı öğretim bölümü “Yamuğun Alanı”

Altıncı öğretim bölümünde yamuğun alanına ilişkin yapılan motivasyon aşamasında birim kareli kağıt üzerinde verilen yamukların yüksekliklerini çizmeleri istenmiştir. Birim kareli kağıtta verilen yamukların alanlarının nasıl ölçüleceğine dair akıl yürütmeleri istenmiştir. Daha sonra çizgisiz kağıt üzerinde verilen iki eş yamuk üzerinde kesme işlemler ile akıl yürüttükleri düşüncelerini test edebilmeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerin akıl yürütme süreçlerinde farklılık oluşabileceği düşünülerek sanal manipülatifler tasarlanmıştır. Öğrencilerin yamuğun alanını eşi ile tamamlayarak paralelkenara dönüştürebilecekleri ve yamuğun bir köşegenin ayıracağı iki üçgenin incelendiği iki farklı sanal manipülatif hazırlanmıştır. Yamuğun alan bağıntısını açıklayan öğrencilerin dinamik geometri ortamındaki alıştırmalar ile alan bağıntısını pekiştirmeleri sağlanmıştır.

3.2. Katılımcılar

Araştırma Kocaeli ilinin bir ilçesinde bulunan ortaokul yedinci sınıf öğrencileridir. Araştırmaya katılan öğrencilerin belirlenmesinde seçkisiz olmayan örnekleme türünden olan amaçlı örnekleme yönteminin kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme,

araştırmanın derinlemesine incelenebilmesi için araştırmanın amacı bağlamında bilgi açısından belirli kriterlere göre çalışma grubunun belirlenmesidir (Büyüköztürk, 2012). Araştırmaya katılan öğrencilerin seçiminde dairenin ve yamuğun alan ölçme kazanımlarını tamamlamamış olmaları, daha önceden DGO destekli etkinliklere katılmamış olmaları, geçmiş kazanımlara ait bilgi eksiklikleri; ayrıca temel bilgi eksikliklerinin olmaması için birinci dönem matematik yazılı sınav ortalamasının 80 üzeri olması ve günlük bilgisayar kullanabilmeleri ölçütleri etkili olmuştur. Öğrencilere Sema, Yunus ve Kağan takma isimler verilmiştir.

Araştırmacının katılımcıların matematik öğretmenleri olması nedeniyle öğrencilerdeki özellikler ders içerisinde gözlemlenmiştir. Sema isimli öğrencinin birinci dönem okul başarı ortalaması 90 olan, kişisel bilgisayarı olmayan teknoloji kullanımı kişisel telefonu ile sınırlı olan bir öğrenci olarak çalışmaya gönüllü katılım sağlamıştır. Sema'nın konulara ilişkin kavramsal bilgiye kıyasla işlemsel bilgi edinmeyi daha fazla amaçladığı ve öğretmenine işlemsel bilgi temelli sorular sorduğu bilinmektedir. Yunus isimli öğrencinin derslerde söz almaktan kaçınan, rehberlik araştırma merkezince üstün yetenekli raporu bulunan, ön görüşmelerde bilgisayarı gün içerisinde aktif kullandığına dair görüş bildiren bir öğrencidir. Yunus isimli öğrencinin birinci dönem okul başarı ortalamasının 97 olduğu ve robotik kodlama kursuna gittiği bilinmektedir. Yunus'un işlemsel bilginin yanında kavramsal bilgiye de hâkim olduğu, buna karşılık ders içerisinde dikkatinin kolayca dağıldığı gözlenmektedir. Kağan isimli öğrenci derslerde aktif, konuşkan, birinci dönem okul başarı ortalaması 88 olan, matematik dersi içerisinde verilen ödevleri diğer öğrencilere kıyasla eksiksiz yapan, teknoloji kullanımı konusunda ilgili olduğuna dair görüş beyan eden bir öğrencidir. Kağan matematik dersi esnasında problem çözümüne ilişkin işlemlerini adım adım daha yazmayı tercih etmekte ve ders aralarında anlamadığı konu üzerinde sorular sorduğu bilinmektedir. Katılımcılar matematik dersinde beşinci sınıf altıncı sınıf ve yedinci sınıfın birinci dönem konularının tamamını işlemişlerdir. Katılımcıların altıncı sınıf öncesinde uzaktan eğitim aldıkları bilinmektedir. Ayrıca çalışma sürecinde önce dinamik geometri yazılımı ile ilgili basit düzeyde sürgü kullanma, doğru, doğru parçası, alan, uzunluk ve ölçüm araçlarını kullanmaktadır.

3.2.1. Araştırmanın yürütüldüğü ortam

Çalışma Kocaeli'nin Gölcük ilçesinde bulunan bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Okul içerisinde 24 derslik ve 3 laboratuvar bulunmaktadır.

Laboratuvarlardan biri EBA erişim noktası olarak bilgisayara erişimi olmayan öğrencilerin kullanabileceği bir bilgisayar laboratuvarıdır. Bilgisayarlar güncel yazılımlara ve ses donanımlarına sahiptirler.

Araştırmacı tarafından hazırlanan sınıfta bir adet video kamera ve Geogebra programı yüklü bir bilgisayar bulunmaktadır. Ayrıca klinik görüşmelerdeki etkinliklerde kullanmaları için kâğıt, kalem, makas, silgi ve ip bulunmaktadır. Video- kamera, katılımcıların çalışma ortamını görebileceği ve ses görüntü kayıtlarının verimli olacağı şekilde yerleştirilmiştir. Öğrenci ve öğretmen birbiri ile rahatlıkla iletişim kurabilecek bir konumda oturarak çalışmayı yürütmüştür. Ortama ait görsel Şekil 3.1'deki gibidir.

Şekil 3.2

Katılımcıların Çalışma Ortamı



3.3. Veri Toplama Araçları

Tüm çalışma boyunca öğretim ortamı kamerayla, öğrencilerin dinamik geometri ortamındaki hareketleri ekran kaydetme yazılımı ile kaydedilmiştir. Bu kayıtların çalışmada kullanılabilmesi için öğrenci velilerinden ve öğrencilerden izin belgeleri alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin etkinlik esnasında kullandıkları kâğıtlar da veri olarak toplanmıştır. Araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliğini sağlamak için veri çeşitlemesine dikkat edilmiştir.

3.3.1. Çalışma kağıtları

Öğrencilerin öğretim bölümünde kullanmış oldukları çalışma kağıtları öğretim bölümü sonunda veri olarak toplanmıştır. Araştırma sürecinde öğrencilerin yaşadığı bilişsel süreçlerle ilgili bilgi alabilmek ve veri analizi sürecinde yürütülen uzman-araştırmacı tartışmalarında rehberlik etmesi amaçlanmıştır.

3.3.2. Ekran kayıtları

Bilgisayarın kullanıldığı dinamik geometri ortamı etkinliklere yönelik uygulamalarda öğrencilerin fare hareketlerini ve nasıl bir yol izlediklerini gözleyebilmek için ekran kayıtları alınmıştır.

3.3.3. Eğitsel yazılım programı

Dinamik geometri ortamlarında öğrencilerin hareketli nesnelerle geometri kavramlarını öğrenebilmelerine olanak sunan eğitsel yazılım programlarından yararlanılmaktadır. Geometer's Sketchpad, GeoGebra, Mathematica ve Cabri 3D yazılım programları matematik dersinde kullanılan en yaygın programlardır. Birçok eğitim kademesinde kullanılabilir, program dilinin Türkçe ve ücretsiz olması ile GeoGebra yazılımı en çok tercih edilenlerindendir. GeoGebra'nın en önemli amacı matematiksel kavramların öğrenciler için daha net ve kolay anlaşılabilmesidir. Aktif öğretimi mümkün kılmak için tasarlanmış olan bu eğitsel yazılım hem yüz yüze hem uzaktan dijital sınıf ortamı ile matematiksel deney ve kavram tanımlamalarının genişletilmesini sağlamaktadır. Birçok öğretmenin GeoGebra kullanarak ders anlatmaları, öğrenme karışığında hissedilen kaygı düzeyinde azaltmaya yardımcı olmaktadır (Ziatdinov & Valles, 2022).

3.3.4. Video kayıtları

Öğretim deneyi esnasında öğrenci ve öğretmen arasındaki iletişimi kaydedebilmek ve raporlandırabilmek amacıyla öğretim ortamının video kaydı alınmıştır.

3.3.5. Gözlem notları

Öğretim deneyi boyunca araştırmacı tarafından gözlem yapılmıştır. Öğrencilerin dikkat çeken açıklamaları, verdikleri cevaplar veya araştırmacının öngöremediği durumlara ilişkin gözlemler not alınmıştır.

3.4. Veri Toplama Süreci

Verilerin toplanması amacıyla bir keşif öğretimi ve bir esas uygulama yapılmıştır.

3.4.1. Keşif öğretimi

Birebir öğretim deneyi olarak yapılan bu çalışmada bir keşif öğretimi uygulanmıştır. Bir devlet okulunda 7. Sınıfta öğrenim gören 1 kız öğrenci ile öğretim bölümlerindeki etkinlikler uygulanmıştır. Seçilen öğrencinin diğer öğrenciler ile aynı kazanım eksikliklerinin olduğu ve matematik ortalamasının 87 olduğu bilinmektedir. Keşif öğretiminde öğrenciye altı öğretim bölümü hazırlanmıştır. Bu süreçte öğretmenin öğrencilere soracağı sorular yapılandırılmamıştır. Keşif öğretimi sonuçları esas uygulamada sorulacak sorulara rehberlik etmiştir. Keşif öğretimindeki bulgular göz önünde bulundurulduğunda çalışma kağıtlarında verilen örneklerin genelleme için yetersiz olduğu görülmüştür. Katılımcıların genellemelerini derinleştirebilmeleri için sunulan alıştırmalardaki çeşitliğine özen gösterilmiştir. Keşif öğretiminde elde edilen verilen uzman görüşü alınarak esas uygulama için düzenlemeler yapılmıştır. Bu düzenlemeler şu şekildedir;

- Yükseklik çizimi veya alan ölçümü yapılması istenen geometrik şekiller üzerindeki görevlerde farklı akıl yürütme süreçleri gözlemlendiği için etkinlikler içerisine eş geometrik şekillerin eklenmiştir.
- Değerlendirme sürecinde öğrencilerin daha fazla niceliğini içeren etkinliklerle alan bağıntılarını pekiştirmeleri sağlanmalıdır.
- Alan bağıntılarını oluşturma sürecinde yeni oluşan kavramları öğrencilerin tanımlamasına fırsat verilmelidir.
- Yeni problemi açıklama aşamasında bağıntıya yönelik soruların sorulmasının alan bağıntılarındaki genellemeleri matematiksel gerekçelere dayandırabilmek ve geçerliliğini sağlayabilmek için etkili olabilir.

3.4.2. Esas uygulama

Araştırmacı öğretim deneyi sürecinde öğretim bölümlerine başlamadan önce katılımcı öğrenciler ile ön görüşmeler yapmıştır. Bu ön görüşmelerde katılımcılar çalışma konusunda ve Geogebra yazılımı hakkında kısaca bilgilendirilmiştir. Daha sonra öğretim bölümlerinde verilen matematiksel görevler üzerine öğrencinin düşüncelerini

açıklamaları sağlayan sorular sorulmuş ve akıl yürütme süreçlerine ilişkin veriler toplanmıştır.

Birebir öğretim deneyi okul ders saatleri dışında olmak üzere katılımcılar ve araştırmacı tarafından okul bitiminden sonra yapılmasına karar verilmiştir. Öğretim bölümleri sırayla tüm öğrencilere uygulandıktan sonra bir sonraki öğretim bölümüne geçiş yapılmıştır. Uygulamanın tamamı araştırmacı tarafından araştırmacı öğretmen rolü ile uygulanmıştır. Öğretim ortamında somut manipülatifler için pergel, makas, kalem, silgi, ip sanal manipülatif için bir bilgisayar bulundurulmuştur. Esas Uygulama süreci Tablo 3.1’de verilmiştir.

Tablo3.1

Esas Uygulamanın Süreci

Süre (Ders saati)	Öğretim bölümü no/ adı	Öğretim bölümü görevleri
1	Öğretim Bölümü 1 Yükseklik Çizimi	Nesnelerde yükseklik çizme Açılarına göre üçgenlerde yükseklik çizme ve yükseklik kavramını tanımlama Üçgen ve paralelkenar üzerinde yükseklik hesaplama
1	Öğretim Bölümü 2 Paralelkenarın Alanı	Paralelkenarda yükseklik çizimi Paralelkenarın alanını oluşturma çalışması Paralelkenarın alan bağıntısını açıklama Paralelkenarda alan ölçme etkinlikleri
1	Öğretim Bölümü 3 Üçgenin Alanı	Üçgende yükseklik çizimi Üçgenin alanını oluşturma çalışması Üçgenin alan bağıntısını açıklama Üçgende alan ölçme etkinlikleri
1	Öğretim Bölümü 4 Eşkenar Dörtgenin Alanı	Eşkenar dörtgende yükseklik çizimi Eşkenar dörtgenin alanını oluşturma çalışması Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını açıklama Eşkenar dörtgende alan ölçme etkinlikleri
1	Öğretim Bölümü 5 Dairenin Alanı	Dairede yükseklik çizimi Dairenin alanını oluşturma çalışması Dairenin alan bağıntısını oluşturma Dairede alan ölçme etkinlikleri
1	Öğretim Bölümü 6 Yamuğun Alanı	Yamukta yükseklik çizimi Yamuğun alanını oluşturma çalışması Yamuğun alan bağıntısını oluşturma Yamukta alan ölçme etkinlikleri

3. 5. Verilerin Çözümlemesi

Bu çalışmada toplanan veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. İçerik analizi genellikle anahtar kelimelerin veya içeriğin karşılaştırılmasının ardından temel bağlamın yorumlanmasını içerir. Analiz sonucunda araştırmacılar araştırılan tekniğe özgü prosedür betimlemektedir (Hsieh & Shannon, 2005).

Verilerin çözümlemesinden önce öğrencilerin öğretim bölümlerindeki alana ilişkin ve kağıt kesme süreçlerini yansıtan açıklamalarını yansıtan transkriptleri oluşturulmuştur. Her öğrencinin altı öğretim bölümü süreçleri ayrı ayrı doküman haline getirilmiştir. Elde edilen veriler “Zihnin Geometrik Alışkanlıkları” modelindeki bileşenler ve göstergeleri ile ilişkilendirilerek kodlanmıştır. Öğrencilerin ilişkilendirme sürecindeki tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme, bağımsız şekilleri ilişkilendirme ve özel muhakeme becerileri; genelleme sürecindeki tanıdık durumlardan yararlanma, varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma ve tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama; değişmezleri araştırma sürecindeki dinamik düşünme ve etkilerin kanıtlarını kontrol etme; keşif ve yansıtma sürecindeki keşfi ön plana alma ve amacı ön plana alma süreçlerindeki çıkarımlarına nasıl ulaşıldığına ilişkin kodlamalar yapılmıştır. Tablo 3.2.’deki kodlama tablosunda Sema isimli öğrencinin üçgenin alanını oluşturmaya ilişkin etkinliklerdeki düşünme süreçleri ele alınmıştır.

Tablo 3.2**Kodlama Tablosu Örneği**

ZGA Bileşenleri	İlişkilendirme	Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif Ve Yansıtma	
ZGA Alt Bileşenleri	Bağımsız şekilleri ilişkilendirme	Tanıdık durumlardan yararlanma	Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma	Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama	Dinamik düşünme	Etkilerin kanıtlarını kontrol etme	Keşfi ön plana alma	Amacı ön plana alma
Göstergeler	Verilen eş üçgenleri birleştirerek paralelkenar elde etmesi	Bir ikizkenar dik üçgeni eş bir üçgenle tamamladığında kare oluşturacağını düşünmesi	Her üçgeni eş ikinci bir üçgen ile tamamlayıp dikdörtgen oluşacağını düşünmesi, ardından aksine örnekleri fark etmesi	Üçgenin alanının paralelkenarın alanının yarısı olduğunu açıklama	Bir dikdörtgen içerisinde kenara çakışık ve köşesi karşı kenar üzerinde olacak şekilde çizilen üçgenin dinamik manipülasyonu üzerinden akıl yürütme	Dikdörtgen içerisinde bir üçgenin köşe noktası hareket ettirildiğinde kenarlardaki üçgenlerin alanlarının aynı oranda artıp azaldığı için o üçgenin alanının değişmediğini düşünmesi	Üçgenlerin paralelkenarın alanının yarısına karşılık geldiğini fark etmesi	Paralelkenarın ve dikdörtgenin alan bağlantılarına dayalı olarak üçgenin alan bağlantısını oluşturmaya odaklanma
Örnek Öğrenci İfadeleri	<i>Bu iki üçgen birbirini eşi. Bunları birleştirerek bir paralelkenar elde edebilirim.</i>	<i>Bir ikizkenar dik üçgeni eşi ile tamamlarsam kare oluştururum ve bu karenin alanı üçgenin alanının iki katı yapar.</i>	<i>İkizkenar dik üçgende alanı kareye tamamladım ama buradaki dar açılı üçgeni tamamlayamıyorum.</i>	<i>Her üçgeni tamamladığımda bir paralelkenar oldu. Paralelkenarın alanının yarısı da üçgenin alanına eşit oluyor.</i>	<i>Bir dikdörtgenin içerisinde olacak şekilde verilen üçgenin alanı da dikdörtgenin alanının yarısı kadar olur.</i>	<i>Dikdörtgen içerisinde çizdiğim üçgende üst noktasını kaydırsam da alanlar hep aynı oranda olacak.</i>	<i>Üçgenleri eşi ile tamamlarsam paralelkenar oluşur, üçgenin alanı da paralelkenarın alanın yarısına eşit olur.</i>	<i>Paralelkenarın alanı taban x yüksekliği. Üçgenin alanını yükseklik x kenar yapıp ikiye bölebilirsem bulabilirim.</i>

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel çalışmalarda araştırma sonuçlarının doğruluğu ve tekrar edilebilirliği açısından hem geçerlik hem de güvenirlik bağlamında izlenecek stratejilere açıklık getirilmelidir (Topkaya, 2013). Bu çalışmada geçerlilik ve güvenirlik ilkeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın ve çalışma kağıtlarının geçerliliği için keşif öğretimi yapılmıştır. Çalışma kağıtları revize edilerek öğretim bölümlerinde taslak olarak kullanılmıştır. Çalışmanın inandırıcılığını sağlamak için farklı veri toplama araçları kullanılmış ve veri çeşitlemesi gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada veriler yapılandırmacı öğretim deneyi esnasında toplanmıştır. Tüm çalışma boyunca öğretim bölümlerindeki görüşmeler kamera ve ekran kaydetme programı ile kaydedilerek veri olarak toplanmıştır. Ayrıca öğrencinin etkinlik esnasında çizim ve işlemlerini gerçekleştirdiği çalışma kâğıtları da doküman olarak toplanmıştır.

Toplanan veriler veri analizinin inandırıcılığını sağlamak için iki kodlayıcı tarafından incelenmiştir. Kodlayıcılar tarafından girilen veri setinin benzerliği önemlidir. Bu benzerlik nitel araştırmanın güvenirliğini belirlemektedir. Miles ve Huberman modelinde içsel tutarlılık olarak adlandırılan ve kodlayıcılar arasındaki görüş birliği olarak kavramsallaştırılan bu benzerlik: $\Delta = C \div (C + \partial) \times 100$ formülü kullanılarak hesaplanabilir. Formülde, Δ : Güvenirlik katsayısını, C : Üzerinde görüş birliği sağlanan konu/terim sayısını, ∂ : Üzerinde görüş birliği bulunmayan konu/terim sayısını ifade etmektedir. İçsel tutarlılığı veren kodlama denetimine göre kodlayıcılar arası görüş birliğinin en az %80 olması beklenmektedir (Miles & Huberman, 1994; Patton, 2002). Driscoll ve diğerlerinin (2008) ZGA bileşenlerine ilişkin tanımladığı göstergeler temel alınırken, özel olarak alan bağıntılarına yönelik çalışmalarda öğrencinin düşünme sürecinin incelenerek örnek bir tablo üzerine kodlanmıştır. Araştırmacılar kodlamaları arasında %77 uyum sağlanmıştır. Uyum göstermeyen kodlamalar üzerinde tartışma süreci ile nihai kodlar üzerinde mutabık kalınmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4.Bulgular

Bu bölümde çalışma kapsamında katılımcıların öğretim bölümlerindeki alan ölçme konusuna ilişkin manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler içerisindeki ZGA temelli düşünme süreçlerine ait bulgularına yer verilmiştir.

4.1. Sema'nın ZGA Süreçleri

Sema'nın öğretim bölümlerindeki akıl yürütme süreçlerine ilişkin bulgular ayrı başlıklar altında verilmiştir.

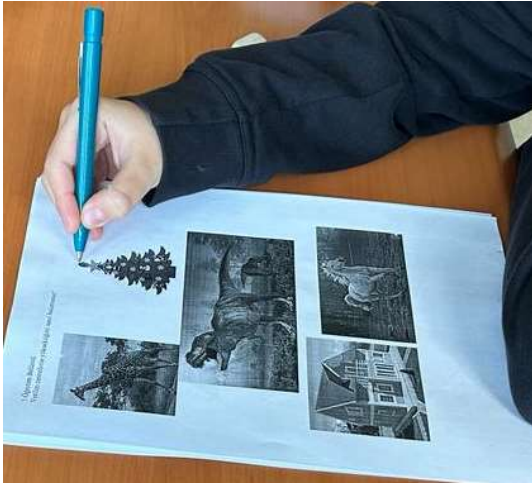
4.1.1. Sema'nın birinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Sema'nın birinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden çalışmada kağıtlarında ilk verilen nesnenin yüksekliğini, ardından da üçgenin ve paralelkenarın yüksekliğini çizebileceği ön görülmüştür.

Araştırmacı Sema'dan çalışmada kağıdındaki nesnelerde yükseklik çizmesi istemiştir. Sema'nın baskın olarak yükseklik çizmesi istenen nesnelerin en üst noktası ile taban arası ilişkilendirme yaparak tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirdiği görülmüştür (bkz. Şekil 4.1).

Şekil 4.1

Sema'nın Yükseklik Çizimindeki İlişkilendirme Süreçleri



Daha sonra birim kareli çalışma kağıdına geçilmiştir. Sema'nın birim kareli kâğıt üzerinde verilen üçgenlerde yükseklik çizmesi istenmiştir. Verilen üçgenlerde yükseklik çizimini kolaylaştırmak için üçgeni döndürerek bir kenarını taban olarak ele almıştır. Bu bağlamda Sema tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini gerçekleştirmiştir. Yükseklik çizme etkinliğine yönelik açıklamalarına örnek olarak verilmiştir.

A: Verilen üçgenlerde yüksekliği nasıl çizebilirsin?

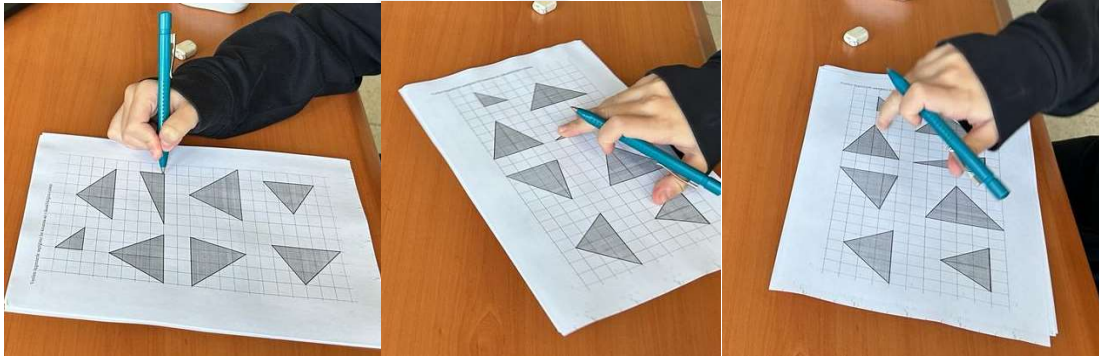
Sema: Bu üç üçgende çizebilirim. Ama diğer üçgenlerde nasıl çizebilirim ki? Bunlar yan verilmiş.

A: Yükseklik çizdiğin nesneleri düşünelim.

Sema: Orada en üst noktadan tabana olan kısmı yükseklik olarak çizdim. O zaman bu üçgenleri de bir kenarı düz olacak şekilde şöyle döndürerek düşünsem buradan yükseklik çizebilirim.

Şekil 4.2

Sema'nın Bir Kenarı Zemin Olacak Şekilde Düşündüğü Şekiller



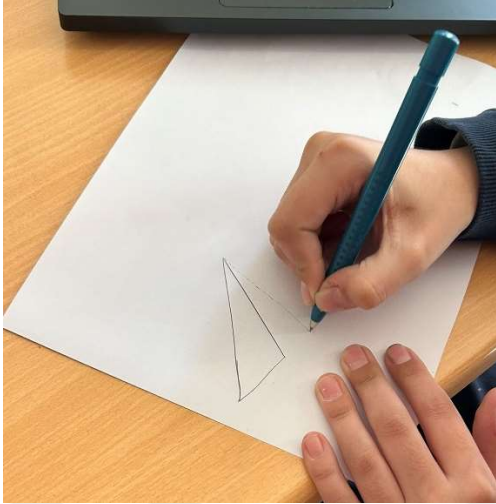
A: Düşünmek için kâğıdı istediğin gibi döndürebilirsin.

Sema: Kâğıdı böyle çevirsem en tepe noktadan aşağıya doğru dümdüz bir doğru parçası çizebilirim (bkz. Şekil 4.2).

Çizgisiz kâğıtta verilen nesneler üzerinde yükseklik çizimi yapması istenmiştir. Sema'nın yükseklik çizimi yapmış olduğu geniş açılı üçgenler üzerinde akıl yürüterek tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ulaştığı görülmektedir (bkz. Şekil 4.3). Yükseklikleri üçgenlerin içerisinde çizme eğiliminde olan Sema'nın akıl yürütme sürecindeki diyalog aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.3

Sema'nın Çizgisiz Kağıttaki Geniş Açılı Üçgen Üzerindeki Çizimleri



A: Şimdi sana çizdiğim üçgenlerde yükseklik çizmeni istiyorum.

Sema: Bu üçgenin içinden çizmiştim zaten.

A: Başka hangi kenarından çizim yapabilirsin.

Sema: İlla içinden çizmeme gerek yoktu. O zaman böyle üzerinden de çizebilirim.

A: Neden üzerinden de çizebildin?

Sema: Çünkü zaten burada 90° oluşmuş.

A: Verilen üçgende nasıl yükseklik çizebilirsin?

Sema: Bir kenarı taban olarak düşünsem yine (bkz. Şekil 4.4)

Şekil 4.4

Sema'nın Üçgenin Bir Kenarını Taban Olacak Şekilde Düşünmesi



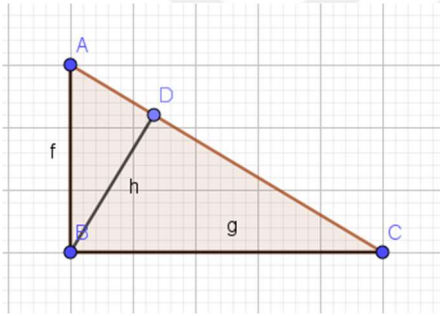
Çizmiş olduğu geniş açılı üçgenlerde yüksekliklerin bir köşeden karşısındaki kenar dışında, kenarın uzantısına da çizilebileceğini düşünerek bu durumu diğer üçgen etkinliklerine uyarlamaya çalışmıştır. Sema'nın açılarına göre farklı üçgenlerin yüksekliklerini hangi konumda çizilebileceğini incelemesiyle bağımsız şekilleri ilişkilendirdiği gözlemlenmiştir. Yükseklik çizilmesi istenen dik ve geniş açılı üçgenlerin içerisinden yükseklik çezecek şekilde döndürme yapmıştır. Bu bağlamda araştırmacı ve öğrenci arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Döndürdüğün dik üçgene bakacak olursak. Bir kenarı taban olacak şekilde döndürdün. Bu kenara ait yükseklik çizmeni istersem nasıl çizersin?

Sema: Bu kenarı taban olacak şekilde döndürürsem karşısındaki köşeden aşağıya dümdüz bir yükseklik çizerim. Üçgenin üzerinden olur (bkz. Şekil 4.5).

Şekil 4.5

Sema'nın Dik Üçgen Üzerindeki Yükseklik Çizimleri



Hem birim kareli kağıttaki etkinliklerde hem de çizgisiz kağıtta verilen etkinliklerde Sema'nın farklı duruşa sahip üçgeni bir kenarı taban olacak şekilde döndürerek düşündüğünde yükseklik çizmeyi kolaylaştırdığı görülmektedir. Birim kareli kağıttaki etkinliklerde kâğıdı döndürerek düşünmüştür. Farklı üçgenler üzerinde geçerliliğini inceleyebilmek için dinamik düşünme sürecini gerçekleştirmiştir. Geogebra ortamında yükseklik çizilmesi istenen üçgen üzerinde inceleme yaparken ki açıklamaları örnek verilmiştir.

Sema: Kâğıtta döndürerek çizmiştim ama bunda biraz zorlanabilirim.

A: Hangi kenarı taban olarak döndürürdün?

Sema: Bu kenarı

A: Sana bu kenardan geçen bir doğru çizeyim şimdi bunu taban olarak kabul edersen (bkz. Şekil 4.6).

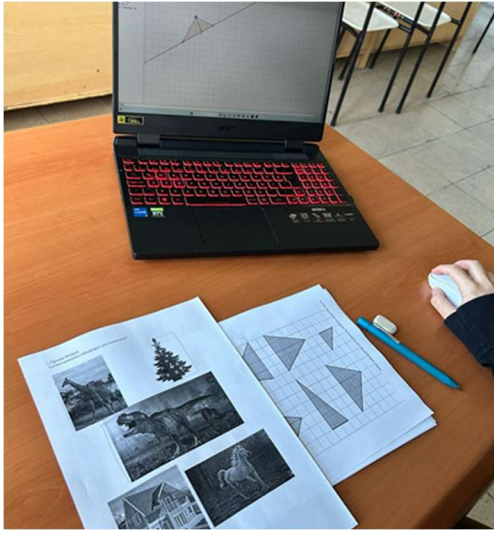
Araştırmacı öğrencinin ekranı döndürmeden düşünmesini istemiştir. Böylece üçgenin döndürülmüş hali ve üçgene ait yükseklik üzerinde akıl yürütmesine fırsat vermeyi hedeflemiştir. Sema doğru parçası aracıyla bir yükseklik çizdi.

A: Şimdi bunu bir kontrol edelim. İlk olarak bu doğru taban olacak şekilde bilgisayarı çevirmeden bakalım.

Sema: Biraz daha sağa kaydırmamız gerekecek.

Şekil 4.6

Sema'nın Verilen Bir Üçgende Bir Kenarı Taban Olacak Şekilde Düşünme Süreci



Sema sanal manipülatifler aracılığıyla yükseklik kavramını incelemiştir. Bunun üzerinde çizgisiz kağıtta verilen geniş açılı üçgendeki çizimine geri dönmüştür. Geniş açılı üçgende yüksekliği üçgenin içerisinde bir doğru parçası olacak şekilde çizmiştir.

A: Bir de geniş açılı üçgendeki çizimine bakalım. Burada üçgenin içerisinde çizdin. Yükseklik çizdiğin bu kenar dışında başka bir kenara ait yükseklik çizebilir misin?

Sema: Evet bunu da böyle döndürürsem bu kenar taban olmuş olur.

A: Bu kenara ait yükseklik çizmek için hangi köşeden yükseklik çizmen gerekir?

Sema: Karşıtsındaki köşeden. Üçgenin üzerinde olacak şekilde bir yükseklik çizerim.

A: Peki bu çizdiğin bir yükseklik mi?

Sema: Evet karşıdaki kenara doğru çizdim.

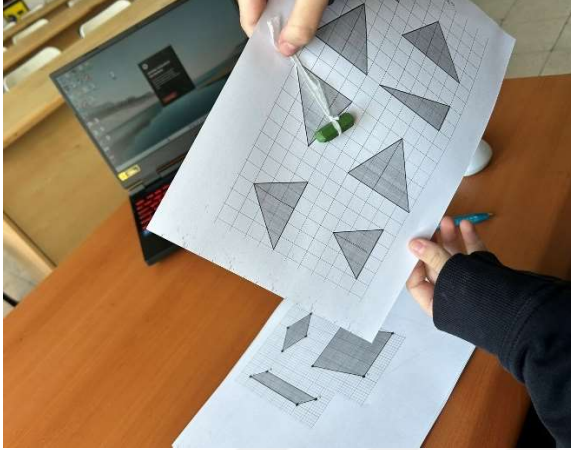
A: Seçtiğin köşeden kenara doğru çizdiğin doğru parçasının nasıl gittiği önemli değil mi peki? Ben bu çizgiyi, istediğim kadar uzunda çizebilirim o zaman. Dümdüz bir doğru parçası şeklinde olmasına da gerek yok mu?

Sema: Hayır köşeden giden en kısa doğru parçasını çizmeye çalışıyorum. O zaman kenara daha da yaklaştırırsam doğru parçası daha da kısa olur. Oldu mu?

A: İlk çalışma kağıdındaki örneklere bakalım. Mesela bu dinozorda yükseklik çizerken kafasından ayağına çizmedin. Kafasından yere indirdin. Sanki bir cisim düşüyor gibi. Elimdeki materyale bakalım şimdi. Yükseklik çizmeni istediğim üçgenlerin köşelerinden bir cisim bıraksam nasıl düşerdi? (bkz. Şekil 4.7)

Şekil 4.7

Sema'nın Somut Manipülatif Üzerindeki İnceleme Yaptığı Üçgen



Sema çalışma kağıdındaki verilen nesneler ile geniş açılı üçgenlerin yüksekliklerinin çizimlerinin benzer olduğunu fark etmiştir. Sema'nın verilen nesnedeki yükseklik çizimleri ile çizgisiz kâğıtta verilen geniş açılı üçgeni incelerken bağımsız şekilleri ilişkilendirdiği gözlemlenmiştir. Verilen nesnede yüksekliği nasıl çizdiğine odaklanmış ve somut manipülatifle desteklenmiş etkinlik sırasında üçgen üzerinde incelemesi sağlanmıştır. Bu sayede geniş açılı üçgen üzerinde yüksekliğin dışardan da çizebileceğini düşünmüştür (bkz. Şekil 4.7).

Sema: Yükseklik gibi. Evet aslında içerisinden çizmek zorunda değilim. En kısa şekilde karşıdaki kenarın hizasındaki bir yere de doğru parçasını çizebilirim.

A: Bu çizdiğin doğru parçasının en kısa olmasına dikkat et.

Sema: Sanırım bu şekilde çizebilirim.

A: Bir kenarından çizecek olursan nasıl çizerdin ona da bakalım.

Sema: O kenardan çizeceksem döndüreceğim yine. Geniş açılı üçgende dışardan oldu.

A: Şimdi çizdiğin yükseklikleri tekrar inceleyelim.

Sema: Dar açılı üçgenden zaten hepsini içerden çizmiştim. Dik açılı üçgende üzerinden ve geniş açılı üçgende de dışından çizebildim.

Sema somut manipülatif sayesinde açılara göre üçgenlerin içeriden değil üçgenin farklı bölgelerinden de yükseklik çizilebileceğini keşfetmiştir. Sema'nın

yükseklik çizimi istenen etkinlikler esnasında, keşfi ön plana alma sürecini gerçekleştirdiği görülmüştür. Somut manipülatif ve çizim yapması istenen nesneleri incelemesi sonucunda yüksekliği üst noktadan tabana en kısa doğru parçası olacak şekilde çizmesi gerektiğini düşünmüştür. Ayrıca bu doğru parçasının tabanda 90° lik bir açı oluşturduğun da fark etmiştir.

Sema sanal ortamda verilen manipülatifte taban çizilmesi ile döndürme yapmadan yüksekliği bulabilmek için tabana çizilen en kısa mesafenin ölçülmesi gerektiğini açıklamıştır. Bu doğrultuda Sema'nın birim kareli kâğıt üzerinde yükseklik çizmesi istenen dar açılı üçgende hatalı çizimi üzerinde akıl yürütmesi istenmiştir. Sema birim kareli kâğıt üzerinde yükseklik çizmesi istenen üçgende, bir köşeden diğer bir köşeye doğru bir doğru parçası çizmiş ve üçgenin bir kenarını yükseklik olarak çizmiştir.

A: İlk çalışma kağıdındaki etkinliklere bakalım. Bak çalışma kâğıdı üzerinde yüksekliği bir kenar üzerinde çizmişsin. Geogebra ortamındaki dar açılı üçgenlerde yüksekliklerin hepsinin içeriden çizileceğini söylemiştin.

Sema: Evet çalışma kağıdındaki çizdiğim yükseklik olmaz. Ben sanki en üst nokta ile taban arasını hesaplarken bir köşeden diğer köşeye doğru da çizebilirim gibi düşündüm. Ama en üst nokta ile taban arasındaki en kısa mesafeyi hesaplamalıyım.

Sema'nın verilen çalışma kağıtlarında duruşu farklı olan geniş açılı üçgen üzerindeki hatalı çizimine geri dönmüştür. Etkinliğe geri dönerek üst noktadan tabana çizilecek en kısa doğru parçasına odaklanması da varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Sema'nın geniş açılı üçgenlerdeki yükseklik çizimi üzerine akıl yürütmesi üzerinde diğer hatalı çizimine dönüş yapılmıştır. Geniş açılı üçgende yükseklik çizimine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Bu üçgende de en kısa mesafenin içeriden olduğunu söylemiştin. Buna Geogebra'da birlikte bir bakalım. Çizim yaptığın üçgen ve yükseklik bu şekildeydi. Şimdi bunu nasıl düzeltmek istersin?

Sema geniş açılı üçgende üçgenin dış bölgesinden bir yükseklik çizmiştir. Çizmiş olduğu doğru parçasını en kısa doğru parçası olacak şekilde sürüklemeler yaparak yükseklik çizmeye çalışmıştır. Köşe noktasından çizilen doğru parçasını sürüklemesi ile tam bir çözüm kümesi arama sürecine geçiş yapılmıştır.

Sema: Bu şekilde daha doğru olarak sanırım.

A: Peki bunun doğruluğunu nasıl kontrol edebiliriz? Diğer etkinliklerde verilen dik açılı ve dar açılı üçgenlerde bu şekilde çizmiştin. Somut materyal ile de dümdüz düşeceğini söylemiştin.

Sema: 90° açı ile geliyor kenara.

A: O zaman geogebra üzerinde bunu nasıl kontrol edebiliriz?

Sema: Bu kenara dik çizmesini istersek kontrol etmiş oluruz.

Daha sonra sürükleme ile oluşturduğu yüksekliğin dikme olup olmadığını kontrol etmek istemiştir. Dik doğru aracını kullanarak kenarından köşesine ait yükseklik çizmiştir.

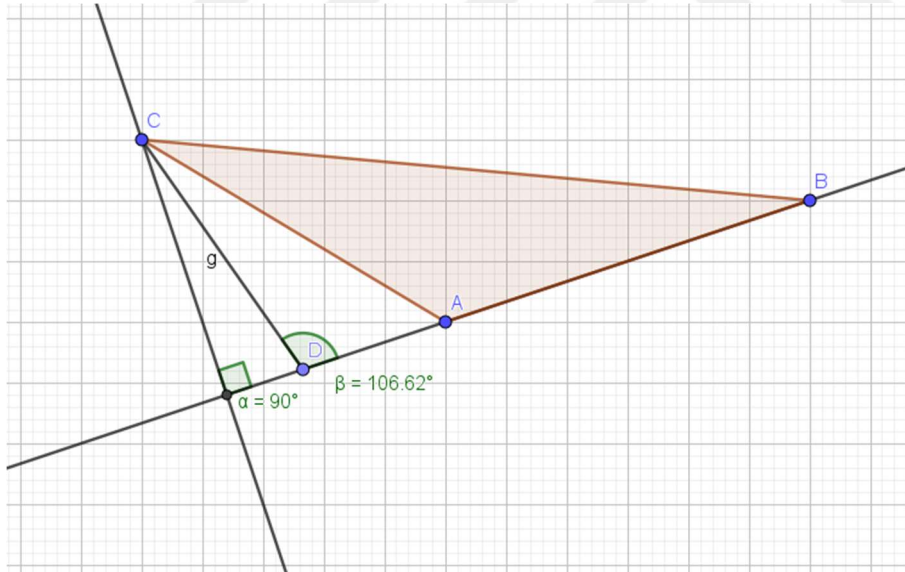
A: Senin çizdiğin yükseklik ile dik doğru aracını kullanarak çizdiğin yükseklik arasında ne fark var?

Sema: Açıları farklı dik doğru aracını kullanarak çizdiğimiz daha doğru daha kısa bir yükseklik oldu. (bkz. Şekil 4.8)

Sema sanal manipülatifte üçgene çizmiş olduğu yüksekliği dik doğru aracı ile kontrol etmiştir. Çizmiş olduğu yükseklik ve dik doğru aracıyla çizilen doğrunun tabanda oluşturduğu açılar karşılaştırmıştır.

Şekil 4.8

Sema'nın Çizmiş Olduğu Yüksekliği Dik Doğru Aracıyla Kontrol Ettiği Şekiller



Sema'nın yüksekliği en kısa şekilde nasıl çizeceğine odaklanması amacı ön plana alma sürecini uyguladığını göstermektedir. Buradan hareketle dinamik geometri ortamında yaptığı çizimler dinamik bir hale getirilmiş ve üzerinde tartışılmıştır. Sema tabana veya tabanın uzantısına indirilen en kısa doğru parçasını yükseklik kabul ettikten sonra Geogebra üzerinde üçgen ve paralelkenara ilişkin alıştırmalar yapmıştır. Paralelkenarın yüksekliğine ait açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Verilen paralelkenarda alanı nasıl hesaplarsın?

Yapılan etkinlikler sonrasında Sema'ya üçgen ve paralelkenarın yükseklik çizimine ilişkin dinamik geometri ortamında etkinlikler sunulmuş ve yükseklik çizmeye ilişkin genellemesi pekiştirilmiştir.

4.1.2 Sema'nın ikinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Sema'nın ikinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden paralelkenarın alan ölçümünü yapabilmesi ve alan bağlantısını oluşturması beklenmektedir.

Sema birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarlarda yükseklik çizimi yapması istenmiştir. Paralelkenarlarda köşeden kenara dikmeler indirerek yükseklik çizmiştir. Daha sonra yükseklik çizmiş olduğu paralelkenarlar üzerinde alan ölçmesi istenmiştir. Birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarlarda alan ölçümü yerine çevre ölçümü yaptığını fark etmiştir. Sema'nın akıl yürütme sürecine ilişkin açıklamasına örnek verilmiştir.

A: Çalışma kağıdında birim kareli kâğıt üzerindeki paralelkenarların alanlarını nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Birim karelerini sayarım. Bu biraz uzun sürebilir ama. ... 50 kare

A: Bu söylediğin alan mı yoksa çevre mi? Bir bahçenin çevresi için kenarlarından dolaşman gerekirdi. Bir şeklin içini boyadığın alandan bahsedebiliriz. Hangisini kullandın?

Sema: Aa yanlış oldu ben çevreyi hesapladım. Alan için içindeki kareleri sayayım. ... 200 kare

Daha sonra birim karelerden yararlanarak alan ölçme üzerine akıl yürütmüştür. Sema birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarlar üzerinde alan ölçme yaparken Sema'nın ilişkilendirme sürecine ait alt bileşenlerden sadece tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini gerçekleştirebildiği görülmüştür. Sema yükseklik çiziminden sonra paralelkenarda oluşan parçaları alan ile ilişkilendirmiştir. Birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarın alanına ilişkin akıl yürütme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Kareleri nasıl saydın?

Sema: Bir kenara ait yükseklikleri çizdim. Dikdörtgen içindeki tam kareleri saydım. Sonra kenarlardaki eksik olan kareleri birbiri ile tamamladım.

A: Tam olarak birbirlerini tamamladıklarını nasıl söyleyebilirsin?

Sema: Tamamlar gibi duruyor. İki üçgen de birbirine eşit değil mi?

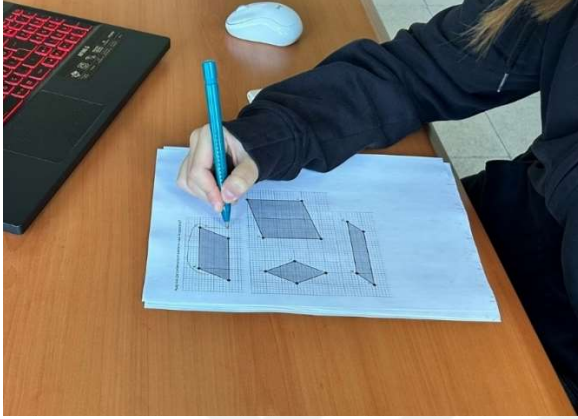
A: Kenar uzunluklarına bakabilirsin.

Sema: Evet üç kenar uzunluğu da eşit o zaman. O zaman birbirlerini tamamlarlar.

Sema: Tamamlamaya çalışsam yükseklik çizdikten sonra kalan bu iki üçgenler birbirini tamamlar. Yani bu üçgeni alıp buraya döndürerek koysam tam üçgenler birbirini tamamlar (bkz. Şekil 4.10).

Şekil 4.10

Sema'nın Paralelkenar Üzerindeki Birim Kareler ile Alan Hesaplama Süreci

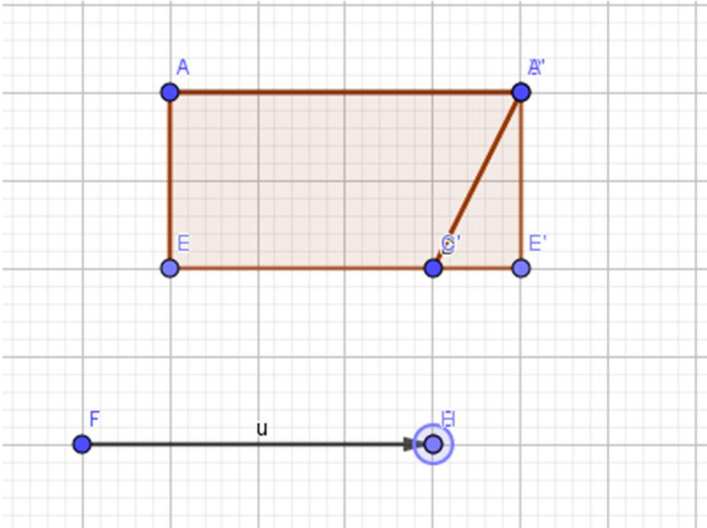


A: Bunu Geogebra üzerinde de inceleyelim. Bakalım her zaman tamamlayacak mı? Farklı paralelkenarlarda deneyelim.

Sema: Kenar uzunlukları her zaman aynı. Bir de hem üçgenin hem de paralelkenarın kenarı olan kenarlar birbirine paraleller aynı gelme açıları olduğu için birbirini tamamlayabiliyor (bkz. Şekil 4.11). (Sema gelme açısı ile paralelkenarın bir kenarına ait aynı yönlü eşit açılara sahip iki paralel kenarın bulunduğunu ifade etmek istemiştir.)

Şekil 4.11

Sema'nın Üçgen Tamamlama Düşüncesini İnceleme Süreci



Sema birim kareli kâğıtta yükseklik çizimi ile oluşan dikdörtgen ve üçgenlerin birbirleri ile tamamladığında bir dikdörtgen elde ettiğini ifade etmiştir. Yükseklik çizimi ile paralelkenarda oluşan üçgenlerin daima birbirlerini tamamlayabildiğini görmek için sanal manipülatifte farklı uzunluklara sahip paralelkenarları incelemiştir. Sema birim kareli çalışma kâğıdı üzerinde alan hesabına yönelik incelemelerinden sonra çizgisiz çalışma kâğıdına geçilmiştir. Çizgisiz kâğıt üzerinde paralelkenarın alanına ilişkin hazırlana somut manipülatife olan kâğıt kesme etkinliğine geçilmiştir. Sema'dan çizgisiz kâğıt üzerindeki paralelkenarın alanını açıklayabilmesi için hangi geometrik şekilden yararlanabileceği sorulmuştur. Çizgisiz kâğıtta kesimler yaparak paralelkenarın alanını hesaplayabilmek için tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uygulamıştır. Sema'nın paralelkenarı tanıdık şekillere benzetebilmek uyguladığı kesme işlemine ilişkin açıklamalarına örnek verilmiştir.

A: Sana verilen paralelkenarın alanını nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Önce bu paralelkenarda bir köşegen çizeyim. Buradan kesersem iki üçgen oluşur.

A: Peki kesip deneyelim.

Sema paralelkenar üzerinde çizmiş olduğu köşegen üzerinde kesim yaparak iki üçgen elde etmiştir. Oluşan iki üçgen üzerinde rastgele dönme ve öteleme hareketleri yaparak tanıdık bir şekil elde etmeye çalışmıştır. Bu aşamada da katılımcının dinamik düşünme ve varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini gerçekleştirdiğini görülmektedir. Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecine yönelik örnek açıklamalarına yer verilmiştir.

Sema: Deniyorum ama olmuyor. Ya bir paralelkenar oldu ya da değişik şekiller çıktı (bkz. Şekil 4.12).

A: Sen ne yapmayı hedeflemiştin?

Sema: Kesip yer değiştirdiğimde bir kare ya da dikdörtgen olur diye düşünmüştüm.

A: Elindeki iki üçgenle bunları elde edemedin. İstersen aynı kâğıttan bir tane daha verebilirim.

Şekil 4.12

Sema'nın Paralelkenarın Köşegeninden Kesim Yaptıktan Sonraki Parçaları İnceleme Süreci



Çizgisiz kâğıt üzerinde verilen paralelkenarı tanıdık şekiller elde edebilmek için köşegeninden kesim yapan Sema'nın ayrıca keşfi ön plana alma sürecini gerçekleştirdiği anlaşılmaktadır. Sezgisel düşünerek yaptığı kesimi incelemesi üzerine kesilen parçaların dikdörtgen meydana getiremediğini ifade ettiği görülmüştür. Bunun üzerine yeni bir çalışma kâğıdı istemiş ve tekrar sezgisel düşünerek paralelkenarın bir kenarına paralel olacak biçimde kesim yapmıştır. İki paralelkenar elde etmiştir. Kesimleri üzerinde düşünme sürecindeki açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

Sema: Kestim yine olmadı. Ben zaten paralelkenarın alanını arıyorum. Kesimim sonucunda yine paralelkenarlar elde ettim. Bu şekiller benim işime yaramaz.

A: Ayırdığın parçalar ile hangi şekli oluşturacağını düşünmüştün?

Araştırmacının bu sorusu ile öğrencinin oluşturmak istediği şeklin özellikleri üzerinde akıl yürütmesi beklenmiştir. Sema dikdörtgen veya kare oluşturabileceğini düşündüğünü ifade etmiş, ardından hedeflediği şekillere odaklanarak amacı ön plana alma sürecini uygulamıştır. Öğrenci kesme işlemini oluşturacağı şekle uygun olacak biçimde gerçekleştirmeyi amaçlamıştır. Sema'nın amacı ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

Sema: Bir dikdörtgen ya da bir kare olur diye düşünmüştüm aslında. (Bkz. Şekil 4.13).

A: Dikdörtgen olacaksa kenarlarının veya köşe açılarının nasıl olması gerekirdi?

Sema: Aaa. Köşe açılarının 90° olması gerekirdi. Dik bir şekilde kesersem olabilir.

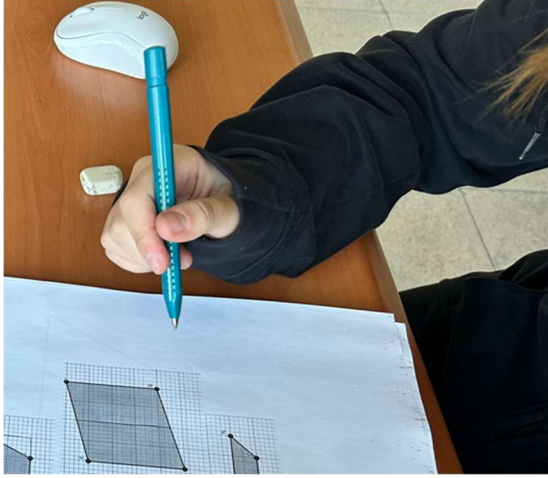
A: Dik kesimi neye göre yapabilirim?

Sema: Yükseklik gibi kesersem dik olur. Aynı dikdörtgenin köşeleri gibi.

Örnek açıklamasından tekrar amacı ön plana alma sürecini gerçekleştirdiği görülmüştür.

Şekil 4.13

Sema'nın Paralelkenarın Parçaları Üzerinde Düşünme Süreci



Sema bir tane daha çalışma kâğıdı olarak bu sefer kenarlara paralel olacak şekilde bir kesim yapmıştır. Ardından yine rastgele dönme ve öteleme hareketleri yaparak tanıdık bir şekle benzetmeye çalışmıştır. Tekrar tanıdık bir şekle benzetemeyen Sema yeni bir kâğıt olarak farklı bir kesim yapmayı denemiştir.

Sema paralelkenarın bir kenarı üzerinde seçtiği noktalardan diğer kenara çizdiği herhangi bir dikme üzerinde kesme işlemi yaptığında oluşturduğu parçaların dikdörtgen meydana getireceğini ifade etmiştir. Sema bir önceki öğretim bölümündeki bir köşeden karşıdaki kenara inilen dikme genellemesinden farklı olarak kenardan kenara olacak şekilde dikme çizmiştir. Aynı kenara ait farklı noktalardan çizilen yüksekliklerde alanın değişmediğini sanal manipülatif aracılıyla incelemiştir. Sema'nın etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini gerçekleştirebildiği görülmektedir. Bu bağlamda farklı noktalardan çizilen yükseklikler ile ilgili değişmezleri araştırmaya yönelik açıklamaları örnek verilmiştir.

A: Çizdiğin yükseklikler köşe noktasından kenara ya da uzantısına doğru çizilmiş. Ben köşe noktasından değil de başka bir noktadan çizebilir miyim yüksekliği?

Sema: Tam ortadan çizebilirim.

Sema tabana paralel iki kenar arasında rastgele bir noktadan yükseklik çizmiştir.

A: Bu yükseklikten kesim yaptığını düşünelim tekrar alan hesabı yapabilir misin?

Sema: Yapabilirim çünkü kenarlar yine aynı olur birbirini tamamlayabilir

Paralelkenarda bir kenara ait yükseklikten kesim yapan Sema yaptığı kesim sonucunda tam bir çözüm kümesi arama sürecine ulaşabilmiş ve paralelkenarın alan bağıntısına ilişkin genellemeyi yapabilmıştır.

Sema: Bu bir dikdörtgen oldu.

A: Evet bir dikdörtgen oldu ben sana alanını hesaplaman için bir paralelkenar vermiştim.

Önce bu dikdörtgenin alanı üzerine konuşalım. Dikdörtgenin alanını nasıl buluyorsun?

Sema: Kısa kenar ile uzun kenarı çarpıyorum.

A: Buradaki dikdörtgen ile paralelkenarın alanı hakkında ne söyleyebilirim?

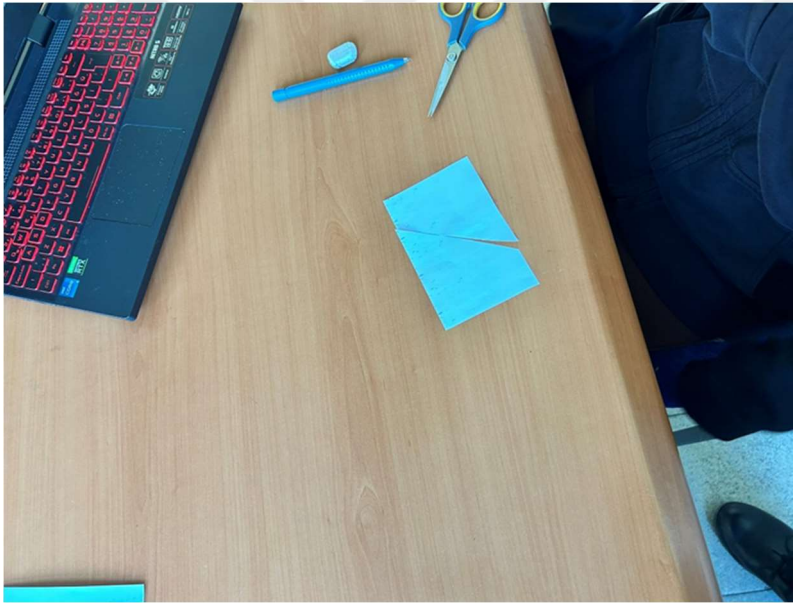
Sema: Paralelkenarın alanı ile aynı oldu. (bkz. Şekil 4.14)

A: O zaman kısa kenar çarpı uzun kenar diye bahsettiğin aslında paralelkenarın da alanını verecek. Peki bunu paralelkenarın alanına uyarlarsak nasıl yazabiliriz?

Sema: Dikdörtgendeki kısa kenar aslında bizim yüksekliğimiz, uzun kenar diye bahsettiğimizde bizim kenar uzunluğumuz oluyor.

Şekil 4.14

Sema'nın Paralelkenarın Parçaları ile Oluşturduğu Dikdörtgenin Alanı Üzerine Düşünmesi



Sema çizgisiz kağıttaki kağıt kesme etkinlikleri ve sanal manipülatifteki incelemeleri sonucunda paralelkenarın alanını genelleyebilmiştir. Paralelkenarın alan bağıntısını bir köşeden kenara çizilen dikme yani yükseklik uzunluğu ile o kenarın uzunluğunun çarpımı olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra Geogebra üzerinde alıştırmalarla alan bağıntısını pekiştirmiştir.

4.1.3. Sema'nın üçüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Sema'nın üçüncü öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden üçgenin alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Sema birim kareli kağıtta verilen üçgenlerde bir kenara ait yükseklik çizmesi istenmiştir. Sema yüksekliğin ineceği kenarları seçerek çizimlerini tamamlamıştır. Daha sonra birim kareli kağıt üzerinde üçgenlerin alanlarını nasıl hesaplayabileceğini düşünmesi istenmiştir. Farklı duruşlarda iki eş üçgeni birleştirerek kare, dikdörtgen ve paralelkenar oluşturabileceğini düşünmüştür. Bağımsız şekilleri ilişkilendirme sürecindeki açıklamalarına örnek verilmiştir.

A: Birim kareli kağıt üzerinde verilen üçgenlerin alanını nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Birim kareler yardımı ile üçgenin alanını hesaplayamam. Tam sayamıyorum çünkü.

A: Başka nasıl hesaplayabilirsin?

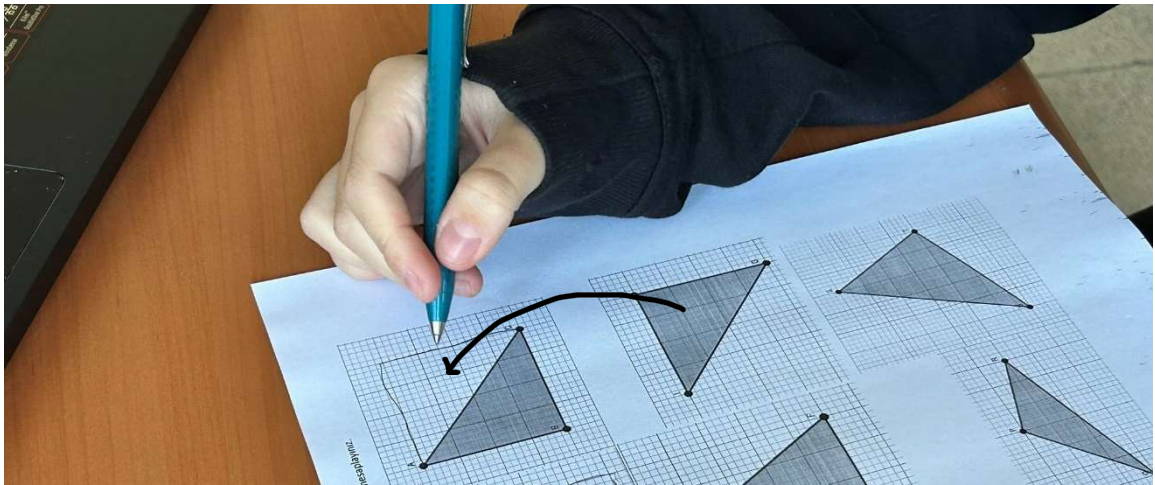
Sema: Bu eksik yerleri tamamlasam olur mu?

A: Deneyelim.

Sema: Buradaki dik üçgeni eşi ile tamamlasam bir kare olur aslında. Hatta kağıttaki iki üçgen aynı. Bunları birleştirirsem bir kare oluşur. (bkz. Şekil 4.15)

Şekil 4.15

Sema'nın Verilen Eş Üçgenleri Birleştirerek Kare Elde Etmeyi Düşündüğü Şekiller



Sema birim kareli kâğıttaki ikizkenar dik üçgenleri kareye tamamlamıştır. İkizkenar dik üçgenleri eşi ile tamamladığında hangi şeklin ortaya çıkacağı hakkında açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Bu üçgenin alanını nasıl hesaplırsın?

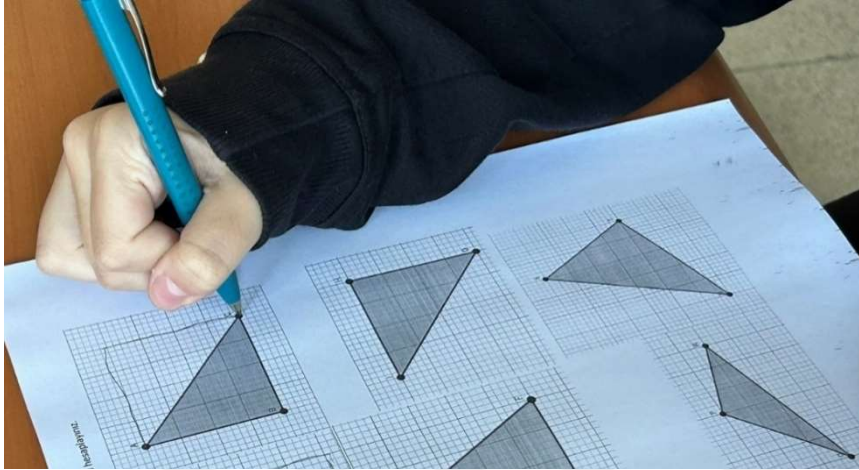
Sema: Dik üçgeni eşi ile tamamlarsam bir şekil oluştu. Bu şekilden yararlanabilirim.

A: Oluşan şekil nedir?

Sema: Bir dikdörtgen olur. Hatta bu ikizkenar bir üçgen. Tüm kenarları da birbirine eşit olduğu için karedir de diyebiliriz (bkz. Şekil 4.16).

Şekil 4.16

Sema'nın Verilen İkizkenar Dik Üçgeni Kareye Tamamlaması



Sema'nın üçgenin alanını hesaplayabilmek için paralelkenarın alanını oluşturma sürecini düşünerek tanıtık durumlardan yararlanma sürecini gerçekleştirdiği görülmüştür. Paralelkenarın alan bağıntısını oluştururken yükseklik çizimi ile oluşan üçgenlerin alanlarının tamamlanarak birer dikdörtgen oluşturduğu hatırlamıştır. Sema paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma sürecindeki bu çıkarımın, üçgenin alan bağıntısına ilişkin akıl yürütme sürecinde kullanabileceğini açıklamıştır. Tanıtık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin örnek açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Bu üçgenlerin birbirlerini tamamladıklarını nasıl anlayabiliriz?

Sema: Bir önceki derste paralelkenarda yapmıştık bunu aslında.

A: Hangi kısmını?

Sema: Paralelkenarda nasıl sağdaki üçgen ile soldaki üçgen birbirini tamamlamıştı.

A: Bu ikizkenar dik üçgenler için ne söyleyebilirsiniz?

Sema: Bu üçgenler zaten ikizkenar. Tam bir karenin yarısı gibi duruyor.

Başka bir dik üçgen üzerinde tamamlamalarına ilişkin örnek açıklamasına yer verilmiştir.

A: Diğer dik üçgeni de tamamladığında kare mi olacak?

Sema: Bu dik üçgenin eşi verilmemiş. Ama bunu da tamamlarsam dikdörtgen olur. Çünkü tüm kenarları eşit değil karşılıklı kenarları birbirine eşit.

A: Geniş açılı üçgene bakalım.

Sema: Burada eşi ile tamamladığımda dikdörtgen olmuyor.

A: Dar açılı üçgene bakalım.

Sema: Burada da eşi ile tamamladığımda dikdörtgen oluşmuyor.

Üçgenleri bir şeklin yarısı olacak şekilde tamamlamalar yapmıştır. Üçgenin bir kenarı üzerinde eşini çizmesiyle oluşan şeklin üçgenin alan bağıntısını oluşturabileceğine odaklanmıştır. Bu süreçte amacı ön plana sürecini gerçekleştirmiştir. Açılarına göre farklı üçgenler üzerinde incelemeler yapan Sema'nın üçgenleri tamamladığında her zaman kare veya dikdörtgen olmayacağını fark etmesi varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlandığını göstermektedir.

A: İlk dar açılı üçgeni eşi ile tamamladığında bir paralelkenar oluştuğunu söylemiştin. Diğer üçgenlere bakarak nasıl bir genelleme yapabilirsin?

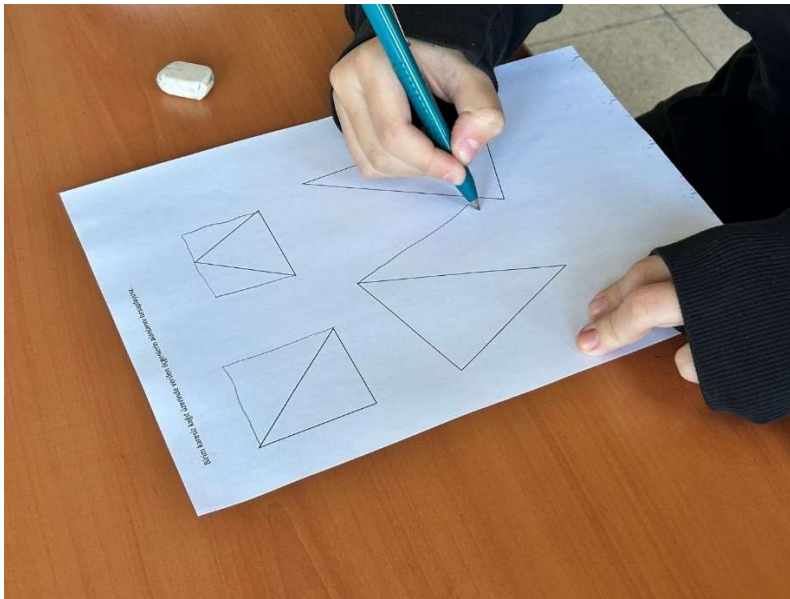
Sema: Aslında kare ve dikdörtgende bir paralelkenar. İstenen her üçgeni paralelkenara tamamlamış oldum (bkz. Şekil 4.17).

A: Hepsini paralelkenara tamamladın. Üçgenin alanını nasıl hesaplarsın peki?

Sema: Paralelkenarın alanını bulurum. İkiye böldüğümde üçgenin bir tanesinin alanına ihtiyacım vardı bulmuş oluyorum.

Şekil 4.17

Sema'nın Açılarına Göre Farklı Üçgenleri Tamamlama Süreçleri



Sema farklı üçgenlerin alanlarını eşleri ile tamamladığında her birinin birer paralelkenara tamamlandığı fark etmiştir. Paralelkenarın alanı yardımı ile üçgenin alan bağıntısını açıklayabilmiştir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecini gerçekleştirdiğini gösteren açıklamalara yer verilmiştir.

A: Paralelkenarın alanını nasıl buluyorduk?

Sema: Taban ile yüksekliği çarpıyorduk.

A: Peki burada paralelkenarın alanında bahsettiğin taban ve yükseklik üçgenin hangi elemanları oluyor?

Sema: Taban dediğim yine üçgenin tabanı. Yükseklik dediğim de üçgenin yüksekliği yine.

A: Biz üçgenin alanını arıyoruz.

Sema: Üçgenin tabanı ile yüksekliğini çarparsak tamamladığım paralelkenarın alanını buluyorum. Bunu ikiye bölersem de üçgenin alanını buluyorum.

Sema etkinliğin giriş bölümünde birim kareli kâğıtta verilen üçgenleri tamamlayarak bir dörtgen elde etmeye çalışmıştır. Dar açılı üçgenlerden birisini bir dikdörtgen içerisinde çizmiş olduğu çizimine geri dönmüştür. Kare veya dikdörtgene tamamlayamadığı dar açılı üçgeni bir dikdörtgen içerisinde çizerek akıl yürütmüştür. Sema dikdörtgen içerisinde kalan dar açılı üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu ifade etmiştir. Bu akıl yürütme esnasında gerçekleştirmiş olduğu dinamik düşünme sürecine ait örnek açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Bu üçgende tamamlama yaparak nasıl alanı hesaplayabilirsin?

Sema: Bu üçgeni de böyle tamamlasam dikdörtgenin alanını tam yarısı olur bence.

A: Bunu neye göre söyleyebilirsin?

Sema: Bilmem tam yarısı gibi duruyor. ... Hem tepe noktasını sağa ya da sola doğru hareket ettirdiğimde yanda kalan üçgenlerden biri artarken diğeri azalır. Böylece üçgenin alanı hep yarısı olur (bkz. Şekil 4.18).

A: Bunu bana alanlarını ya da uzunluklarını kullanarak kanıtlayabilir misin?

Sema: Bilemiyorum.

Sema dar açılı üçgenin dikdörtgenin yarısı olacağı düşüncesinin doğruluğunu kontrol etmek için sanal manipülatif üzerinde incelemeler yapmıştır. Sanal manipülatifte dikdörtgen içerisinde verilen dar açılı üçgenin en üst noktasını dikdörtgenin kenarı boyunca sürüklemiştir. Yapmış olduğu incelemeler ile etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinin gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: O zaman bu söylediklerine Geogebra'da inceleyelim. Doğru mu oluyor bakalım.

(Araştırmacı sanal bir manipülatif oluşturmuştur.)

A: Senden söylediklerini incelemeni istiyorum. Yan tarafta da sana alan ölçülerini verdim.

Sema: Üçgenin üst noktasını hareket ettirdiğimde alanlarına bakacak olursak sağdaki arttıkça soldaki azalıyor.

A: Başka neler görüyorsun?

Sema: Üçgenin alanı dikdörtgenin alanının yarısına eşit.

A: Başka neler görüyorsun?

Sema: Ben üçgenin üst noktasını dikdörtgenin köşe noktasına getirsem zaten dik üçgen tamamlanmış gibi oluyor.

A: Güzel. Aslında daha önceden yaptığın etkinlikteki üçgen tamamlamalara benziyor. Peki gördüğün bir şey var mı?

Sema: Sanırım yok.

A: İlk durumdaki üçgenin alanı nasıl oldu da tam yarısı oldu ya da içerdeki üçgenler değiştikçe nasıl her zaman dikdörtgenin yarısı olabildi?

Sema: ...

A: İçerdeki üçgenin alanı nasıl bulunuyordu?

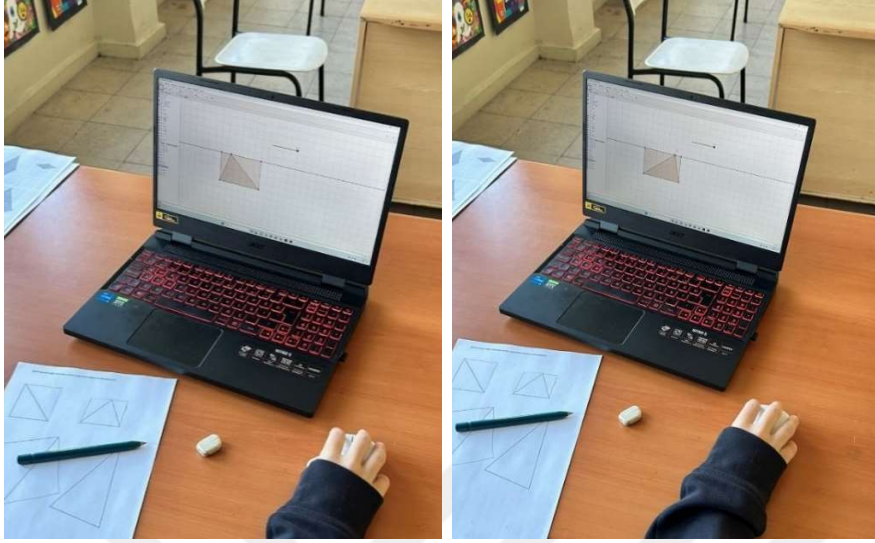
Sema: Taban ve yüksekliği çarpıp ikiye bölüyorduk.

A: Dikdörtgenin alanı nasıl bulunuyordu?

Sema: Kısa kenar ile uzun kenarı çarparak. Burada zaten uzun kenar üçgenin tabanı ile aynı. Aaa üçgenin yüksekliği de aslında kısa kenar ile aynı. ... Hatta üçgenin yüksekliği hep aynı çünkü bu paralel kenarlar arasında veriliyor üçgenler.

Şekil 4.18

Sema'nın Sanal Manipülatifte Dikdörtgen İçerisine Çizdiği Üçgenin Alanını İnceleme Süreci



Sema birim kareli kağıttaki dar açılı üçgeni tanıdık bir dörtgene tamamlayamadığında bir dikdörtgen içerisinde çizerek akıl yürütmüştür. Üçgenin alanının dikdörtgenin alanın yarısı olduğunu düşünmüştür. Bu düşüncesinin doğruluğunu sanal manipülatif ile keşfetmiştir. Keşfi ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Verilen üçgeni tanıdık bir şekle nasıl tamamlayabilirsin?

Sema: Bir dikdörtgenin içerisindeki üçgenin tepe noktasını hareket ettireyim.

A: Alanları hakkında ne söyleyebilirsin?

Sema: Sağdaki alan azaldıkça soldaki alan artıyor.

A: Tepe noktasını sürükley bakalım. (Üst noktasını dikdörtgenin bir köşesi ile çakışacak konuma getirdi.) Şimdi ne söyleyebilirsin.

Sema: İçerideki üçgenin alanı değişmedi. Çünkü üçgenin yüksekliği de kenar uzunluğu da değişmedi. Bu yüzden dikdörtgenin içindeki üçgende de şimdiki üçgenin alanında da dikdörtgenin alanının yarısı oluyor (bkz. Şekil 4.18).

Sema bu sayede bir dikdörtgen içerisinde çizilen üçgenin alanı hakkında akıl yürüterek keşfi ön plana alma sürecini uygulayabilmiştir.

A: Tamamladığın üçgenleri hangi şekillere tamamlayabildin?

Sema: Kareye, dikdörtgene ve paralelkenara tamamlayabildim.

A: Tamamlamış olduğun üçgenleri bazılarını bir kareye bazılarını bir dikdörtgene bazılarını paralelkenara tamamladın. Hatta bazılarını bir dikdörtgen içerisinde çizdin. Hangisini kabul edelim genelleme yaparken?

Sema: Her zaman kare ya da dikdörtgen olmuyor. Paralelkenar olursa her durumda geçerli olur.

Sema üçgenin alan bağıntısını genelleleyebilmek için eşleri ile tamamlamış olduğu üçgenleri tekrar incelemiştir. Açılarına göre farklı üçgenlerin kare dikdörtgen veya paralelkenara tamamlandığını görmüştür. Alan bağıntısını oluşturmak ve genelleme yapabilmek için tüm üçgenlerin paralelkenara tamamlandığı kanısına varmıştır. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde açılarına göre farklı üçgenlerin hangi şekillere tamamlamış olduğunu incelediği de görülmektedir.

Sema üçgenin alan bağıntısı için; taban ile yüksekliğin çarpımı ile tamamladığı dörtgenin alanını bulduğunu, elde edilen alanı ikiye böldüğünde de üçgenlerden birini alanını bulacağını açıklamıştır. Bu genellemeye varan Sema'nın alan bağıntısını pekiştirebilmesi için sanal manipülatifte alıştırma sunulmuştur. Açılarına göre farklı üçgen alıştırma üzerinde alan hesaplaması istenmiştir. Sema verilen alıştırma üzerinden alan bağıntısını uygulayarak alan ölçümü yapabirmiştir.

4.1.4. Sema'nın dördüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Sema'nın dördüncü öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Sema birim kareli kâğıtta verilen eşkenar dörtgenler üzerinde akıl yürütmesi istenmiştir. Eşkenar dörtgenin özelliklerini incelerken köşegenlerin uzunluklarına odaklanmıştır. Daha sonra birim kareli kâğıtta verilen eşkenar dörtgenlerde yükseklik çizmiştir. Sema tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde köşegenlerden faydalanmış ve çizdiği köşegenler sayesinde dört eş üçgen elde ettiğini görmüştür. Bu sürece ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Çalışma kağıdındaki eşkenar dörtgenler hakkında ne söyleyebilirsin? Hangileri eşkenar dörtgendir?

Sema: Tüm kenarları eşit ve tüm kenarları paralel olacak. Ama köşegenleri de eşit olacak mı bilemiyorum?

A: Bakalım. Verilen eşkenar dörtgenlerdeki köşegenleri karşılaştırm.

Sema: Kenar uzunlukları eşit olmayanlar eşkenar değil zaten. Diğerleri eşkenar dörtgen. Köşegenleri çizecek olursam da eşit olmasına gerek yok.

A: Eşkenar dörtgenlerde yüksekliği nasıl çizeriz?

Sema: Burada yan konumda verilen eşkenar dörtgen zaten paralelkenara benziyor. Diğer dik şekilde verilen eşkenar dörtgenlerde yükseklik köşegen olmaz mı?

A: Yükseklik neydi? Bir köşeden karşı kenara indirilen dikme. Köşegen nereden nereye gidiyor?

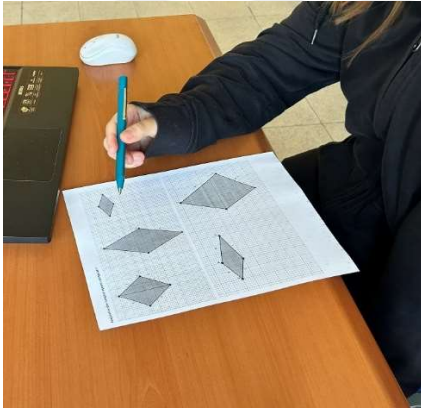
Sema: Köşegen köşeden köşeye gidiyor. O zaman yükseklik olmaz. Bu eşkenar dörtgeni yan çevirerek yükseklik çizebilirim o zaman.

A: Alanlarını nasıl hesaplayabiliriz peki? Tanıdık hangi şekillerden yararlanabiliriz.

Sema: Zaten köşegenleri çizince eş üçgenler ortaya çıktı. Buradan yararlanabilirim (bkz.Şekil 4.19).

Şekil 4.19

Sema'nın Birim Kareli Kağıtta Eşkenar Dörtgenin Alanı Üzerinde Düşünme Süreci



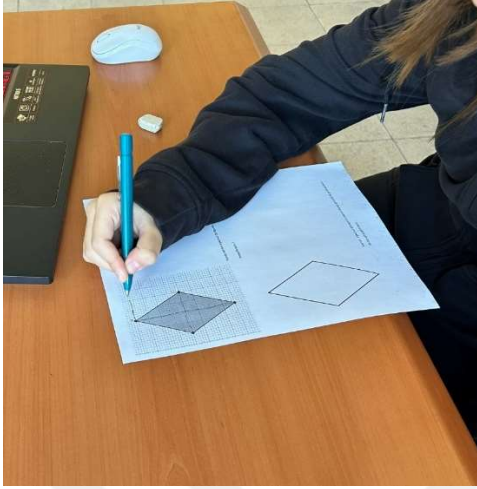
Sema eşkenar dörtgenin alanına ilişkin akıl yürütme sürecinde oluşan üçgenleri birim kareler yöntemi ile sayamadığı için üçgenlerin alanlarına ilişkin akıl yürütmüştür. Eşkenar dörtgende köşegen çizimi ile oluşan üçgenlerin yüksekliklerini fark ederek alan ölçme ile ilişkilendirmiştir. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini uyguladığı görülmektedir. Bu sürece ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

A: Birim kareleri de göz önünde bulunduracak olursan alanı nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Birim karelerle sayamıyorum. Eksik olan birim kareler var. Köşegenleri çizdiğimde oluşan üçgenleri dikdörtgene tamamlarım. Oluşan üçgenler dik üçgen olduğu için zaten yüksekliklerini çizdim. Bir üçgenin alanını hesaplayabilirim. Üçgenlerden de 4 tane var. 4 ile çarparım. (bkz. Şekil 4.20)

Şekil 4.20

Sema'nın Eşkenar Dörtgen Üzerindeki Köşegen Çizimiyle Oluşan Eş Üçgenleri Tamamlama Süreci



Öğretim bölümünün başında giriş kısmındaki çalışma kağıdındaki “Hangileri eşkenar dörtgendir?” Sorusu ile alana ilişkin akıl yürütme sürecini başladığı ve öğrencinin köşegenler üzerine odaklandığı görülmüştür. Böylece amacı ön plana alma sürecini uyguladığı görülmektedir. Sema eşkenar dörtgenin köşegenlerinden ayırarak oluşturduğu dört eş üçgeni birleştirerek tanıdık bir şekil elde etmeyi amaçlamıştır.

Sema verilen çizgisiz kâğıt üzerindeki eşkenar dörtgende alanı tanıdık şekiller yardımı ile ölçmesi istenmiştir. Kâğıt kesme etkinliğinde eşkenar dörtgeni dört eş üçgene ayırmış ve üçgenlerin alanlarından yararlanarak alan ölçme yapabileceğini düşünmüştür. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Eşkenar dörtgenin alanı için hangi şekillerden yararlanabilirsin?

Sema: Dört eş üçgene ayırdım zaten. Bu üçgenleri ikiye bölerek eşleri ile tamamlarsam dikdörtgen elde etmiş olurum.

A: Kesme etkinliği ile inceleyelim.

Sema kâğıt kesme etkinliği ile eşkenar üçgenleri köşegenlerinden ayırmıştır. Sema oluşan üçgenleri eşleri ile tamamlamış ve tamamlama sonucu dikdörtgen elde etmiştir. Dikdörtgen yardımı ile eşkenar dörtgenin alanını oluşturabilmiştir (bkz. Şekil 4.21). Bu süreçte Sema'nın tam bir çözüm kümesi arama sürecini uyguladığı görülmüştür.

Şekil 4.21

Sema'nın Eşkenar Dörtgeni Üçgenlere Ayırma Süreci



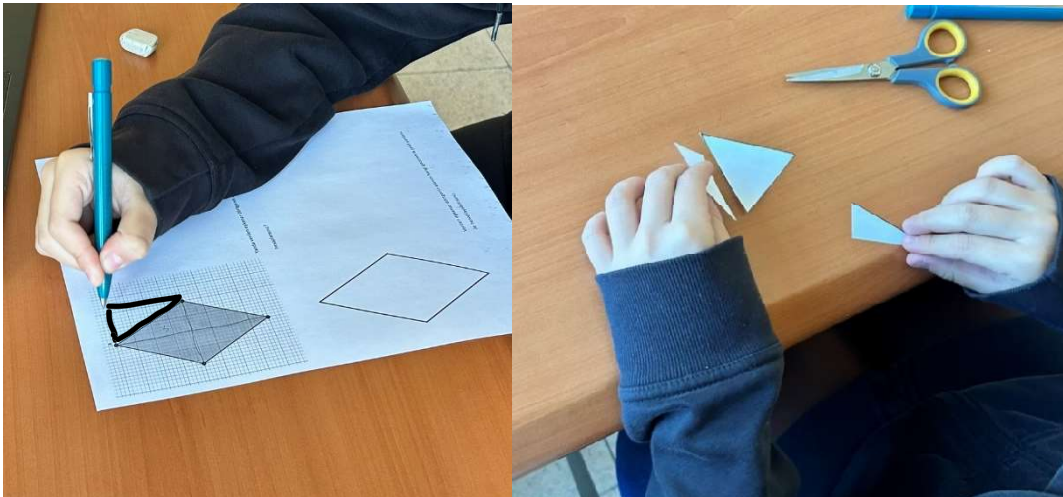
Sema çizgisiz kâğıt üzerinde verilen eşkenar dörtgeni köşegenlerinden ayırdığında oluşan üçgenleri birbirleri ile tamamladığında dikdörtgen oluşacağını düşünmüştür. Daha sonra kâğıt kesme etkinliği ile bunu incelemiştir. Böylece Sema'nın dinamik düşünme sürecini gerçekleştirdiği görülmektedir. Sema oluşan şekil üzerinde akıl yürüterek alan bağıntısında genellemeye ulaşmaya çalışmaktadır. Üçgenlerin birleşimi ile oluşan şeklin bir dikdörtgen olduğuna dair açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Köşegenlerinden ayırdığın eşkenar dörtgenin alanını nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Burada oluşan dört üçgen de birbirine eşit gibi. Ben bir üçgeni diğerinin yanına getirip koyduğumda tam bir şekil elde etmiş olurum. (bkz. Şekil 4.22)

Şekil 4.22

Sema'nın Eşkenar Dörtgen Üzerindeki Parçaları Tamamlama Süreci



A: Oluşturduğun şekil hangi şekil?

Sema: Kare ya da dikdörtgen.

A: Kare mi dikdörtgen mi?

Sema: Kare olsa tüm kenarları eşit olurdu. Ama köşegenler birbirine eşit değildi. O yüzden oluşan şekil dikdörtgendir.

Sema oluşan şekil üzerinde alanı

Sema çizgisiz kâğıt üzerindeki eşkenar dörtgenlerde köşegenlerini çizmiş, kağıt kesme etkinliğinde eşkenar dörtgeni köşegenlerinden parçalara ayırarak alana ilişkin akıl yürütmüştür. Köşegenlerinden ayırmasıyla oluşan üçgenleri tamamlamaya çalışırken eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen içerisinde yer aldığını keşfetmiştir. Keşfi ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

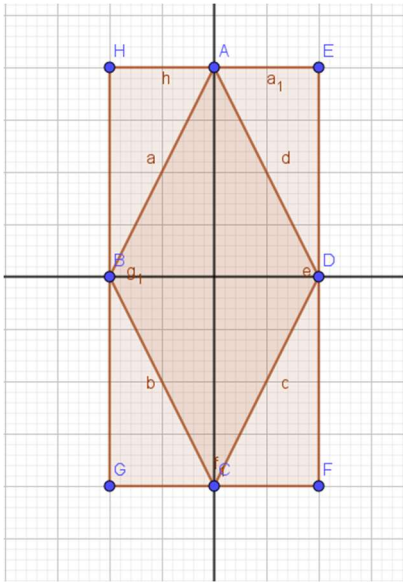
Sema: Oluşan üçgenleri eşleri ile dikdörtgenlere tamamlayabilirim.

A: Alan hakkında ne söyleyebilirsin?

Sema: Üçgenlerin alanları dikdörtgenlerin alanlarının yarısı. Aslında burda bir dikdörtgen de oluştu. Onun alanını hesaplayıp ikiye de bölebilirim. (bkz. Şekil 4.23)

Şekil 4.23

Sema'nın Eşkenar Dörtgeni Bir Dikdörtgen İçerisinde Düşünme Süreci



A: Bu dört eş üçgen yardımı ile alanı nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Dik üçgeni tamamladığımda dikdörtgen elde edebiliyorum.

A: Evet.

Sema: Dört üçgeni birbiri ile tamamlarsam bir dikdörtgen elde edebilirim. Bu elde ettiğim dikdörtgenin alanı eşkenar dörtgenin alanına eşit olur o zamanda.

A: Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını nasıl açıklarsın?

Sema: Köşegenleri çarparım. Dikdörtgenin alanını hesaplarım. İkiye bölerim. Eşkenar dörtgenin alanını bulurum.

Sema eşkenar dörtgenin alan bağıntısına ulaştıktan sonra oluşan şekil üzerinde etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini gerçekleştirmiştir. Oluşan şekilde eşkenar dörtgenin kenar uzunluğu veya iç açıları değişse de 4 eş üçgenden oluşan bir dikdörtgen elde edilebileceğini incelemiştir.

A: Her zaman eşkenar dörtgeni ayırdığımda bir dürtgene tamamlayabiliyor muyum?

Sema: Evet. Eşkenar dürtgen hep 4 eş üçgene ayrılır.

A: Her zaman oluşan şekil bir dikdörtgen midir?

Sema: Geogebra’da deneyelim.

Sema eşkenar dürtgenin alan bağıntısını oluşturduktan sonra bağıntıyı pekiştirmek amacıyla çeşitli eşkenar dürtgenler üzerinde alan ölçümü yapılmıştır.

4.1.5. Sema’nın beşinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Sema’nın beşinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden dairenin alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Sema’ya giriş etkinliği olarak daire ve özellikleri üzerinde akıl yürütmesi istenmiştir. Dairenin özelliklerini incelerken merkez noktasının olduğunu ve daire üzerindeki tüm noktaların merkez noktaya eşit uzunlukta olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca daire üzerinde yükseklik kavramına ilişkin sorular sorulduğunda dairede yüksekliğin olmadığını açıklamıştır. Daha sonra dairenin alanına ilişkin sorular sorulmuştur. Sema’nın dairenin alan bağıntısını oluşturmaya yönelik giriş etkinliğindeki açıklamalarına örnek verilmiştir.

A: Daire nedir? Kâğıtta verilenlerden hangileri dairedir?

Sema: Dairenin bir ucundan tam karşıdaki ucuna olan mesafenin eşit olması gerekir.

A: Doğru. Biz onu merkez noktası ile de kontrol edebiliriz. Dairenin sınır çizgilerinin merkeze eşit uzaklıkta olması gerekir. Peki bu şekilde yükseklik çizebilir miyiz?

Sema: Yükseklik bir köşeden iniyordu. Dairede bir köşe yok ki.

Sema’nın birim kareli kâğıtta verilen dairenin alanını ölçmesi istenmiştir. Birim kareleri sayarak alan hesabı yapamamıştır. Sema daha önceki etkinliklerdeki gibi alanı hesaplanması istenen şekli tanıdık şekillere ayırmak istemiştir. Bu süreçte tanıdık

durumlardan yararlanma sürecini uyguladığı görülmektedir. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

A: Dairenin alanını nasıl hesaplayabilirsin?

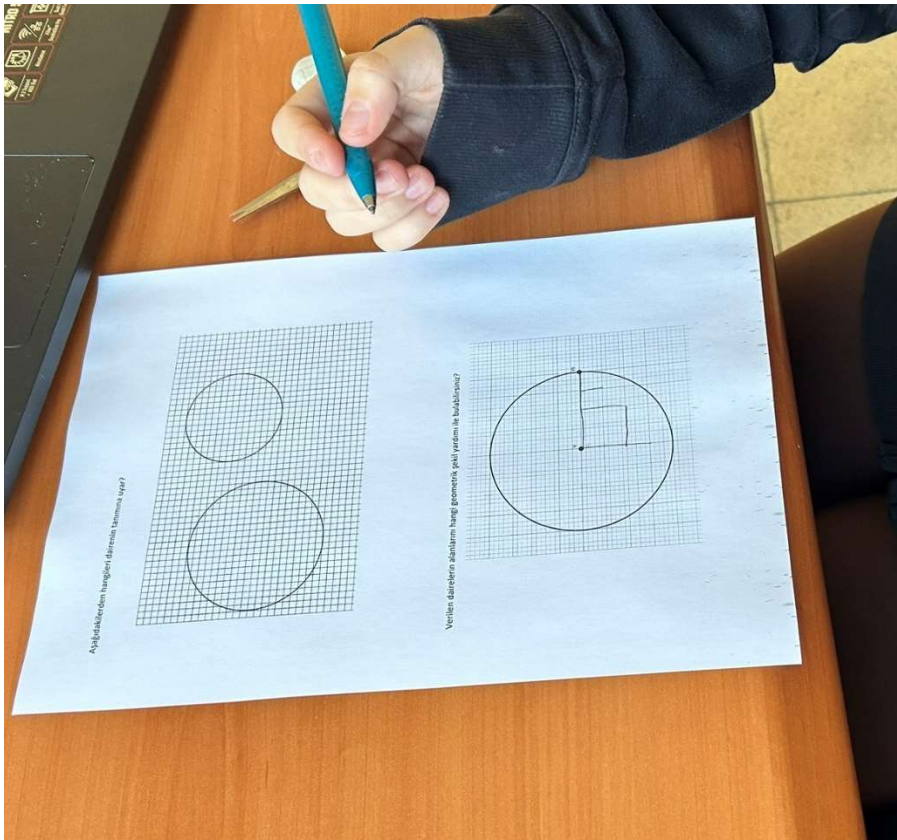
Sema: Birim kareleri sayamıyorum.

A: Neden sayamıyorsun birim kareleri?

Sema: Hiçbir zaman tam sayabileceğim gibi olmuyor. Burada bir kare çizsem içinden tam sayabilirim. Ama onun dışında kalan kısmını sayamıyorum. (bkz. Şekil 4.24)

Şekil 4.24

Sema'nın Daire İçerisinde Tanıdık Şekiller Çizmesi



Sema'nın birim kareleri saymak için daire içerisinde kare oluşturmak istemesi varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini uyguladığını göstermektedir. Daha sonra Sema birim kareli kağıt üzerinde alana ilişkin akıl yürütemediği için bir sonraki daire dilimleri inceleme etkinliğine geçilmiştir. Çizgisiz kâğıt üzerinde farklı merkez açlarına sahip eş dilimlere ayrılmış daireler sunulmuştur. Daire dilimlerini birbirleri ile ilişkilendirmesi tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Sema'nın tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Dairenin alanını nasıl hesaplayabilirsin?

Sema: Dairenin içindeki birim kareleri sayamıyorum ki.

A: Tanıdık bir şekle dönüştürebilir misin?

Sema: Bir parça hiç doğrusal olmuyor ama.

A: Daire dilimleri etkinliğine geçelim. Bakalım sana yardımcı olacak mı dilimler?

Çizgisiz kâğıtta verilen eş dilimlere ayrılmış dairelerdeki dilimlerden birer tanesini keserek incelemiştir. Sema'nın etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde daire dilimlerinin sayısı arttıkça dilimlerinin küçüldüğünü fark etmiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin yapılan açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Daire dilimlerini incelediğinde ne söyleyebilirsin?

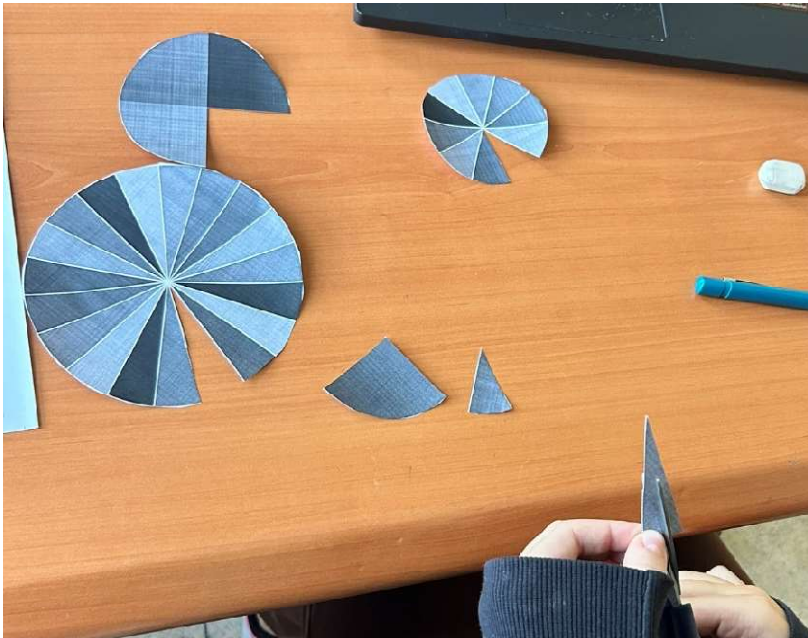
Sema: En büyük daire dilimi daire dörde bölünerek elde edilmiş. Diğer daire dilimi daire sekize bölünerek elde edilmiş.

A: Evet. Daha fazla parçalara da ayırabilirsin.

Sema: En küçüğü tekrar böleyim. Gittikçe hem daha çok üçgene benziyor. Hem de sayıları artıyor. (bkz. Şekil 4.25)

Şekil 4.25

Sema'nın Daire Dilimlerinin Merkez Açılarını Küçülterek İncelemesi



Sema: Oluşan daire dilimleri üçgenlere benziyor. Birleştirerek bir dörtgen elde edebilirim. (bkz. Şekil 4.26)

Şekil 4.26

Sema'nın Daire Dilimlerini Birleştirmesi Üzerine Düşünme Süreci



Daire dilimlerinin merkez açısını küçülttükçe daha çok üçgene benzediği fark etmiştir. Bu süreçte keşfi ön plana alma sürecini uyguladığı görülmüştür. Daire dilimlerini kâğıt kesme etkinliği ile inceleyen Sema merkez açıları eşit olan daire dilimlerinin birleşimi ile oluşan paralelkenar sayesinde alan bağıntısını oluşturabilmiştir. Bu süreçte tam bir çözüm kümesi arama sürecini gerçekleştirdiği görülmektedir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecine ilişkin açıklamaları verilmiştir.

A: Alan konusunda daire dilimlerinden nasıl yararlanabilirsin?

Sema: Daire dilimlerini birleştirdiğimde bir şekil çıkıyor.

A: İnceleyelim bakalım.

Amacı ön plana alma sürecinde Sema daire dilimlerinin birleşimiyle oluşan paralelkenar yardımıyla alan bağıntısını açıklayabilmiştir. Amacı ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Dairenin alanı ile paralelkenar oluşturduk. Peki tüm daire dilimlerini birleştirdiğimde nasıl alan hesaplayabilirim?

Sema: Daire dilimlerinin hepsini kestiğimi düşünecek olursak bir üst noktası yukarda bir aşağıda olacak şekilde dizersem yarısı yukarıya yarısı aşağıya bakan üçgenlerle paralelkenar oluşturmuş olurum.

Sema daire dilimini birleştirdiğinde hangi şekil oluşturacağını ve oluşan şeklin alana nasıl yardımcı olacağına dair akıl yürütmüştür. Çizgisiz kâğıtta verilen daire dilimlerini keserek birleştirmiştir. Az sayıdaki daire dilimlerinin birleşimi ile oluşacak şekil üzerinde akıl yürütmüş ve tüm dilimlerin birleştirilmesiyle oluşacak şekil üzerinden

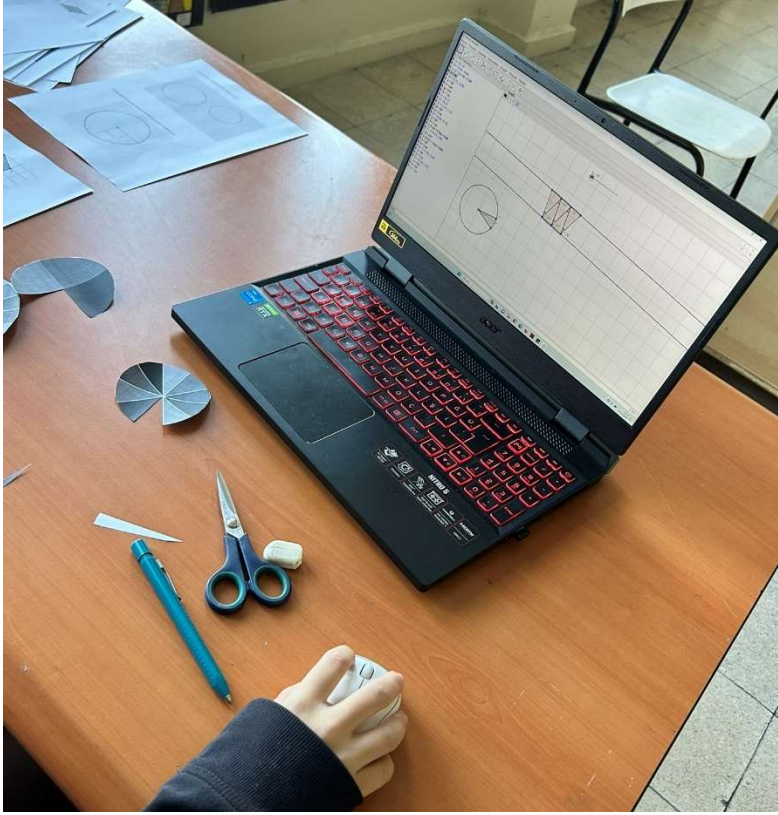
akıl yürütmüştür. Bu süreçte Sema'nın daire dilimlerini manipüle etmek için hareket ettirmeyi amaçlayarak kesim yapması dinamik düşünme sürecini uyguladığını göstermektedir. Dinamik geometri ortamına ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

A: Daire dilimleriyle alanı nasıl hesaplayabilirim?

Sema: Birleştirdiğimde oluşan şekil bir paralelkenar olacak. Tüm daire dilimlerini kesip birleştirdiğimi düşünecek olursam paralelkenar olur (bkz. Şekil 4.27).

Şekil 4.27

Sema'nın Daire Dilimleri ile Oluşturduğu Şekil Üzerinde Akıl Yürütme Süreci



A: Alan bağıntısını nasıl açıklayacaksın?

Sema: Paralelkenarın alanı yükseklik çarpı kenardır. Daire dilimlerindeki yarıçap yüksekliğim olsa. Kenar uzunluğu içinde dairenin çevresinin yarısı diyebilirim. Buradan hesaplayabilirim. (bkz. Şekil 4.28)

A: Dairenin çevresi nasıl hesaplanıyordu?

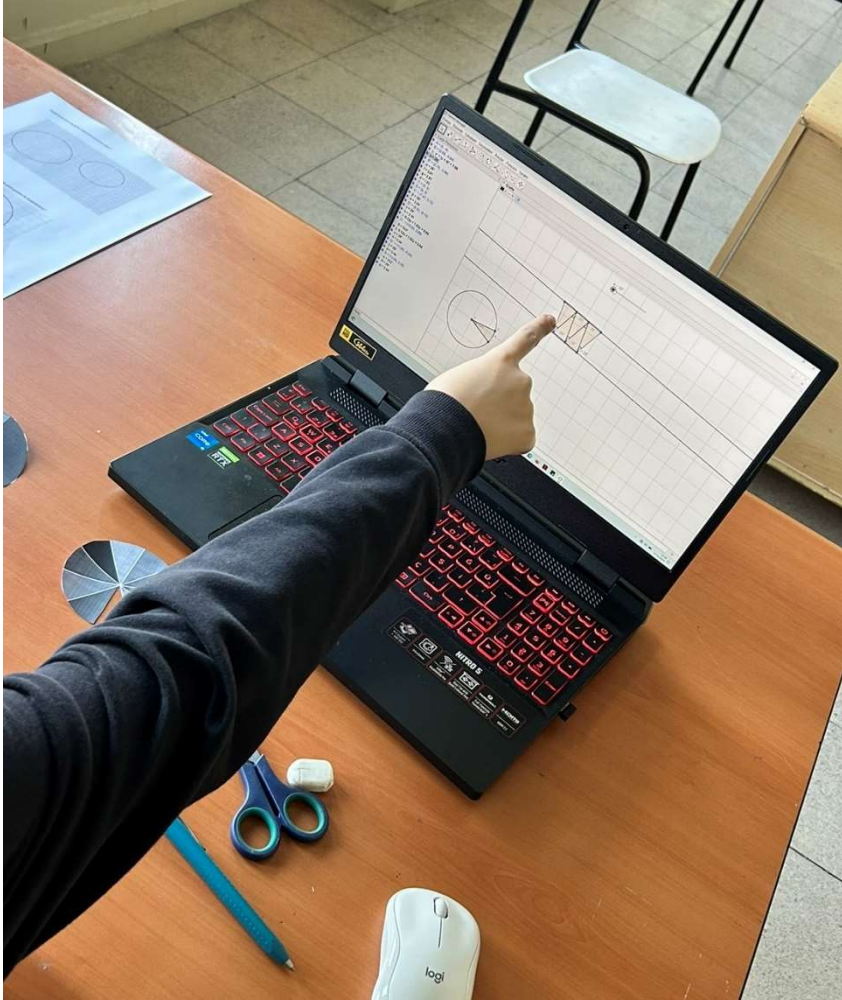
Sema: İki çarpı pi sayısı çarpı yarıçaptı.

A: Bunu ikiye bölecektin.

Sema: Evet. Pi sayısı ve yarıçap kaldı. Yükseklik içinde tekrar yarıçap ile çarpırım üçgenlerin yüksekliği yarıçap kadar çünkü. Dairenin alanını bulmuş olurum.

Şekil 4.28

Sema'nın Daire Dilimlerinin Kenarlarının Çemberin Çevresini Oluşturduğunu Açıklama Süreci



Sema dairenin alan bağıntısını oluşturabilmiş ve alan bağıntısı etkinliklerle pekiştirilmiştir.

4.1.6. Sema'nın altıncı öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Katılımcının altıncı öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular alt başlıkları altında sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden yamuğun alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Sema giriş etkinliği olarak birim kareli kâğıtta verilen yamukta yükseklik hesaplaması istenmiştir. Yükseklik çizimi ile oluşan üçgenlerin birbirlerinden farklı olduğunu gözlemlemiştir. Daha sonra yükseklik çizmesi istenen yamuklar arasında ikizkenar yamuk şekil üzerinde odaklanmıştır. İkizkenar yamukta yükseklik çiziminden

sonra oluşan üçgenlerin eş olduğunu fark etmiştir. Keşfi ön plana alma sürecinde Sema'nın ikizkenar yamuktan her zaman iki eş üçgen oluşturulabileceğini keşfetmiştir. İkizkenar yamuk üzerinde çizmiş olduğu üçgenlerin eş olduğunu ilişkilendirerek tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini uygulamıştır. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Verilen yamukta yükseklik çizebilir misin?

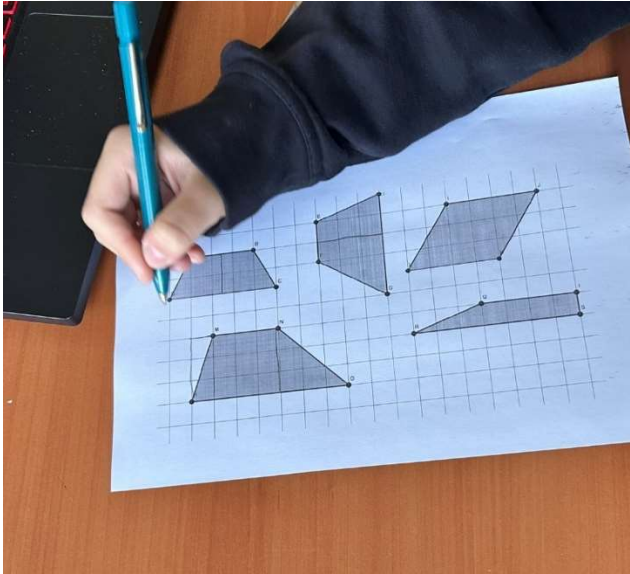
Sema: Yükseklik çizdikten sonraki üçgenler birbirine eş oluyor. (bkz. Şekil 4.29)

A: Tanıdık geldi mi bu durum?

Sema: Evet paralelkenarda da böyle olmuştu.

Şekil 4.29

Sema'nın Yükseklik Çiziminden Sonra İkizkenar Yamukta Oluşan Üçgenleri İncelemesi



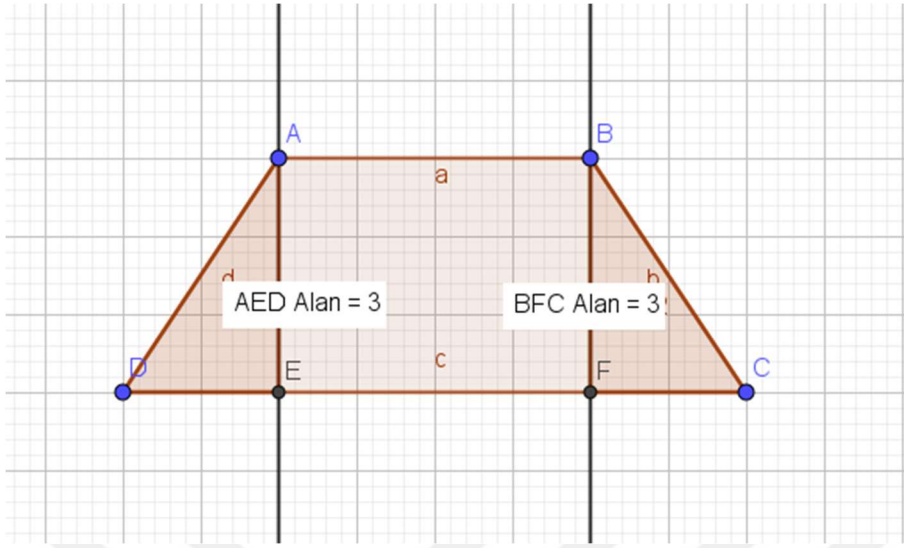
Sema'ya birim kareli kağıt üzerindeki yamuklarda alan ölçme yapması istenmiştir. Yamuğun alanını oluşturabilmek için tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uygulamak istemiştir. Daha önce gerçekleştirilmiş olan paralelkenarın alanını oluşturmaya ilişkin yapılan öğretim bölümündeki çıkarımlarından yararlandığı görülmüştür. Sema'nın tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Yamukta çizdiğin yükseklikler sonucunda oluşan üçgenler hakkında ne söyleyebilirsin?

Sema: Paralelkenarda da böyle yapmıştım. Birini diğerinin yanına taşıdıgımda tamamlanıyordu. Burada sadece iki kenarı birbirine eşit olan yamukta yapabiliyorum. (bkz. Şekil 4.30)

Şekil 4.30

Sema'nın İkizkenar Yamuktan Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenleri İncelemesi

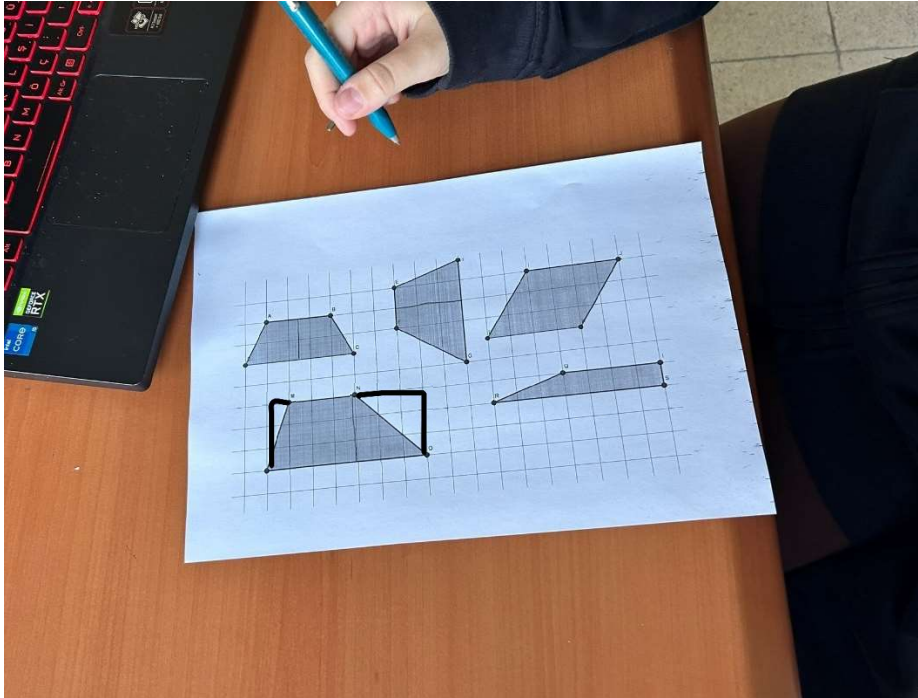


A: Diğer yamuklarda tamamlanmıyorsa ne yapalım?

Sema: Onları başka bir üçgen ile tamamlarım dikdörtgen oluştururum. Sonra oluşan dikdörtgenin alanının yarısı üçgenlerin alanını verecektir bana. (bkz. Şekil 4.31)

Şekil 4.31

Sema'nın Yükseklik Çiziminden Sonra Yamukta Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İnceleme Süreci



İkizkenar yamuk dışında verilen yamuklarda kenarlardaki üçgenlerin birbirlerini tamamlayamayacağını keşfetmesi keşfi ön plana alma sürecini uyguladığını

göstermektedir. Sema yamuğun dikdörtgen çıkarıldıktan sonra kenarlarında kalan üçgenleri tamamlamaya odaklanmıştır. Birim kareli kağıt üzerindeki çiziminden sonra sanal manipülatif ortamda da yükseklik çiziminden sonra kenarlarda oluşan üçgenlerin alanlarının eş olduğunu incelemiştir. Birim kareli kağıttaki yamuklarda yükseklik çiziminden sonra oluşan üçgenleri eşleri ile tamamlayarak alan ölçme yapabileceğini düşünmesi dinamik düşünme sürecini uyguladığını göstermektedir. Dinamik düşünme sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

A: Yamukta hem üçgenlerin alanlarını hesaplayacaksın. Hem dikdörtgenin alanını hesaplayacaksın. Bu sana tam bir alan bağıntısı verir mi peki?

Sema: Ayır ayrı hesaplamak vermez. Ben kenarlardaki üçgenleri tamamlayarak şu an birim kareli zeminde hesaplayabilirim.

A: Bağıntı oluşturmak için ne yapalım?

Sema: Aslında bu kenarlarda kalan üçgenleri tamamlasam alanı oluşturmuş olurum.

Sema sanal manipülatif ortamda ikizkenar yamukta yükseklik çiziminden sonra oluşan üçgenlerin birbirlerini tamamlamadıkları incelemiştir. Diğer yamuklarda da bunu hedeflemesi amacı ön plana alma sürecini uyguladığını göstermektedir.

A: Kalan üçgenleri nasıl tamamlayacağım.

Sema: Eşi ile.

A: Eşini kendin oluşturmasan yamuk üzerinde nasıl bulabilirsin?

Sema: Aynı yamuktan bir tane daha olursa aynı üçgen de bir tane daha olmuş olur.

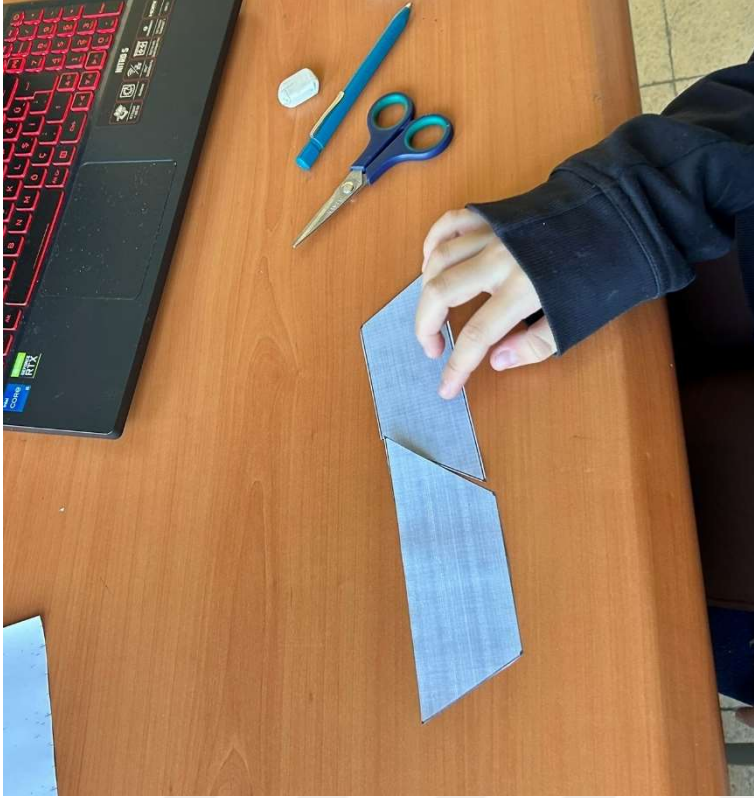
Yamukta yüksekliğin çizimi ile oluşan üçgenleri tamamlamaya odaklanan Sema üçgenleri eşleri ile tamamlamayı hedeflemiştir. Üçgenlerin eşlerini yamuğun parçalarından elde edemediği için ikinci bir yamuğa ihtiyaç duyarak verilen çizgisiz kağıttaki ikinci yamuğu kesmiştir. Böylece yamukta yükseklik çizimiyle oluşan üçgenlerden birisini yamuğun eşi ile tamamladığında bir paralelkenar elde ettiğini açıklamıştır. Bağımsız şekilleri ilişkilendirme sürecinde verilen iki eş yamuğu, yamukların birleşimi ile oluşacak paralelkenar ile ilişkilendirmiştir. Bu sürece yönelik açıklamalarına yer verilmiştir.

A: İki eş yamuk verildi sana. Bir yamuğun alanını nasıl bulabilirsin?

Sema: Yamuğu eşi ile tamamladığımda bir paralelkenar elde edebiliyorum. (bkz. Şekil 4.32)

Şekil 4.32

Sema'nın İki Eş Yamuğun Birleşimi ile Paralelkenar Oluşturma Süreci



Sema iki eş yamuğun yükseklik çizimi ile oluşan üçgenlerin eşleri ile tamamlanması ile bir paralelkenar oluşturduğunu ifade etmiştir. Verilen yamuk değişikçe oluşan şekildeki değişmezliği inceleyebilmek için sanal manipülatifte etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uygulamıştır. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecindeki açıklamasına yer verilmiştir.

A: İki yamuğun birleşimi ile hangi şekli oluşturmuş oldun?

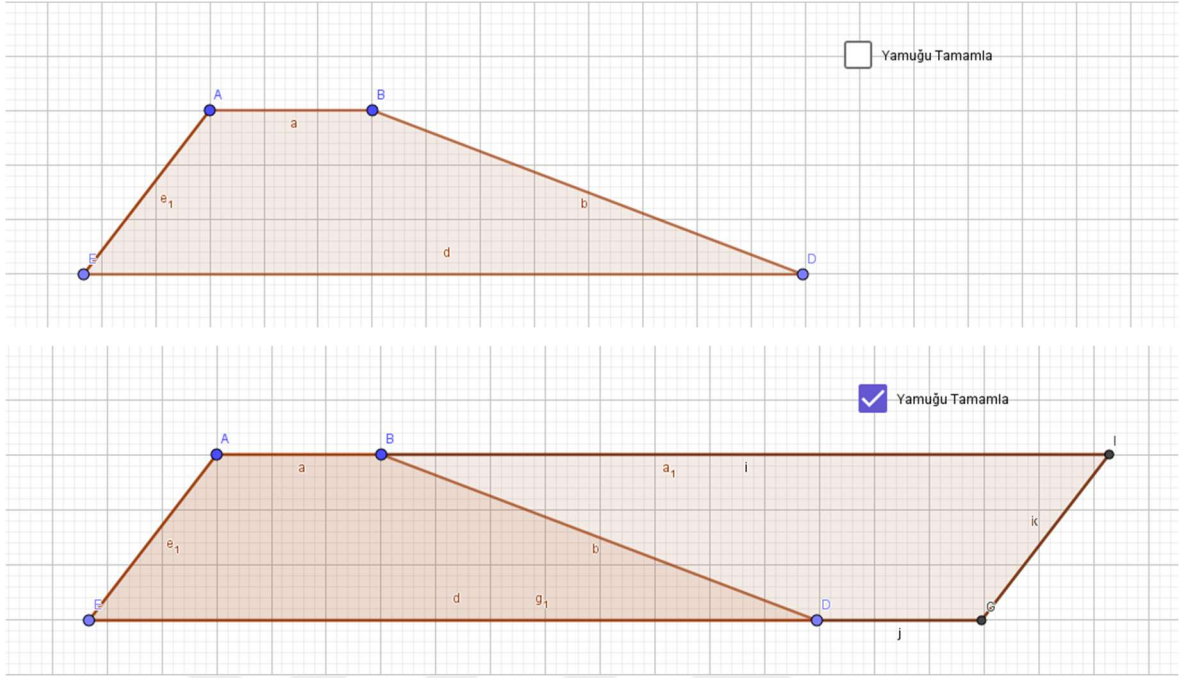
Sema: Bir paralelkenar elde ettim. Hep paralelkenar olur sanırım. (bkz. Şekil 4.33)

A: Geogebra'da inceleyelim.

Sema: Evet. Yamuğun uzunluklarını ne kadar değiştirsem de oluşan şekil hep paralelkenar oluyor.

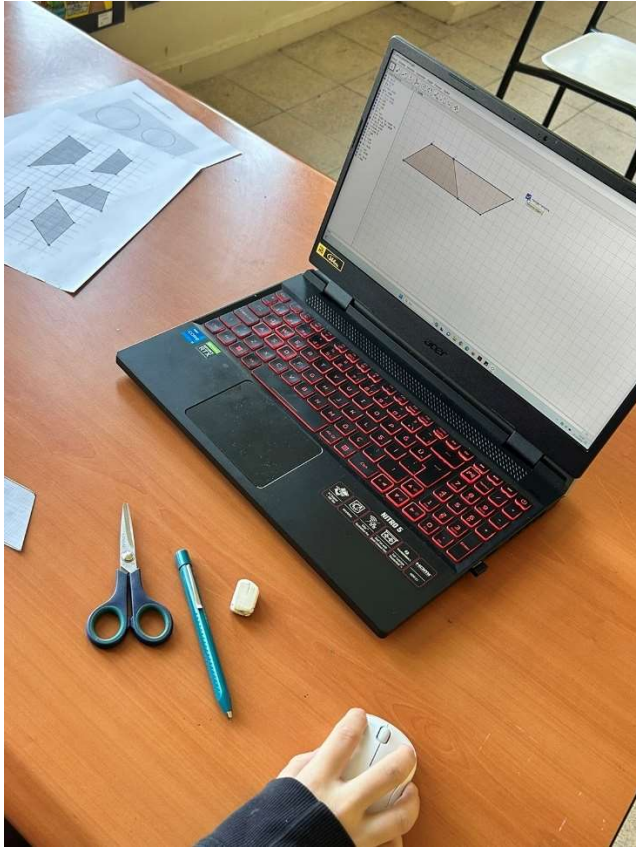
Şekil 4.33

Sema'nın Farklı Yamuk Üzerinde Alan Oluşumunun Değişmediğini İnceleme Süreci



Şekil 4.34

Sema'nın Yükseklik Çizimi Yamukta Oluşan Üçgenleri Eşi ile Tamamla Süreci



4.2. Yunus'un ZGA Temelli Düşünme Süreçleri

Yunus'un öğretim bölümlerindeki akıl yürütme süreçlerine ilişkin bulgular ayrı başlıklar altında verilmiştir.

4.2.1. Yunus'un birinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Yunus'un birinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden çalışma kağıtlarında verilen nesnenin, ardından da üçgenin ve paralelkenarın yüksekliğini çizebileceği ön görülmüştür.

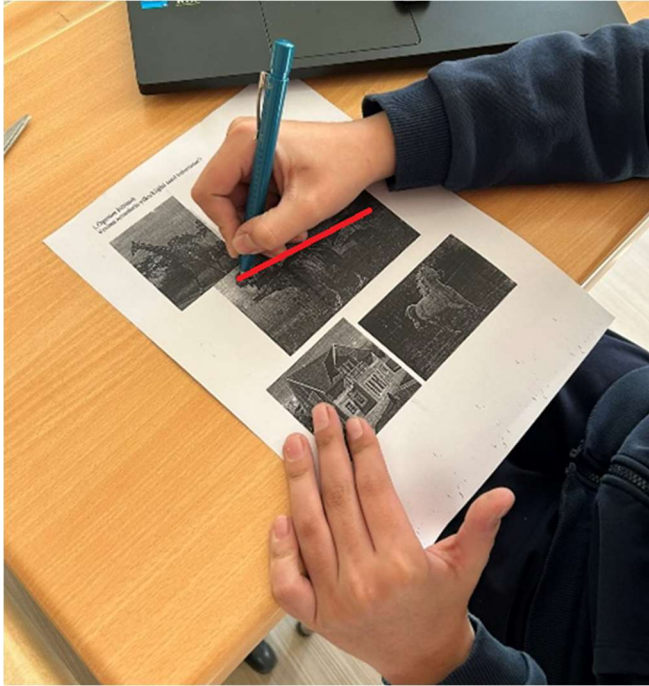
Yunus'tan giriş etkinliği olarak çizgisiz kâğıt üzerinde verilen nesnelerin yüksekliklerini hesaplaması istenmiştir. Yunus nesnelerin yüksekliğini çizme aşamasında nesnenin en üst noktası ile en alt noktası arasını ilişkilendirmiştir. Bu süreçte tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini gerçekleştirdiği görülmektedir. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Verilen nesnelerde yüksekliği nasıl çizersin?

Yunus: En tepe noktasından en alt noktasından bir doğru parçası çizerim. (bkz. Şekil 4.36)

Şekil 4.36

Yunus'un Verilen Nesneler Üzerinde Yükseklik Çizim Süreci



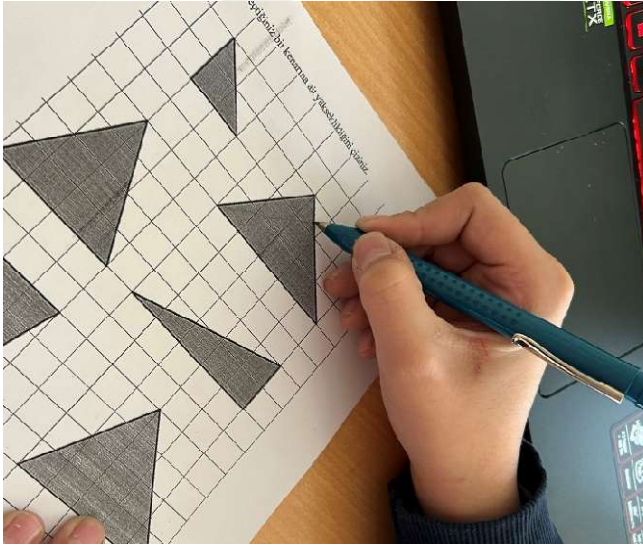
Çizgisiz kâğıt üzerindeki nesnelerdeki yükseklik çiziminden sonra birim kareli kağıtta verilen üçgenlerin yüksekliğini çizmesi istenmiştir. Birim kareli kâğıtta verilen üçgenlerde daha kolay çizim yapabilmek için üçgenin bir kenarı zemine paralel olacak şekilde döndürerek düşünmüştür. Böylece üçgenin bir kenarını taban olacak şekilde döndürerek taban ile ilişkilendirdiği bu sayede yükseklik çizebildiği görülmektedir. Taban ile kenarı ilişkilendirerek tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini uygulamıştır. Yunus'un tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamasına aşağıda verilmiştir.

A: Verilen üçgenlerde yüksekliği nasıl çizebilirsin?

Yunus: Bu üçgenler yan verilmiş. Bu kenara yükseklik çizmek istiyorsam döndürebilirim. (bkz. Şekil 4.37)

Şekil 4.37

Yunus'un Yükseklik Çizimini Kolaylaştırmak İçin Üçgenin Bir Kenarı Taban Olacak Şekilde Döndürmesi



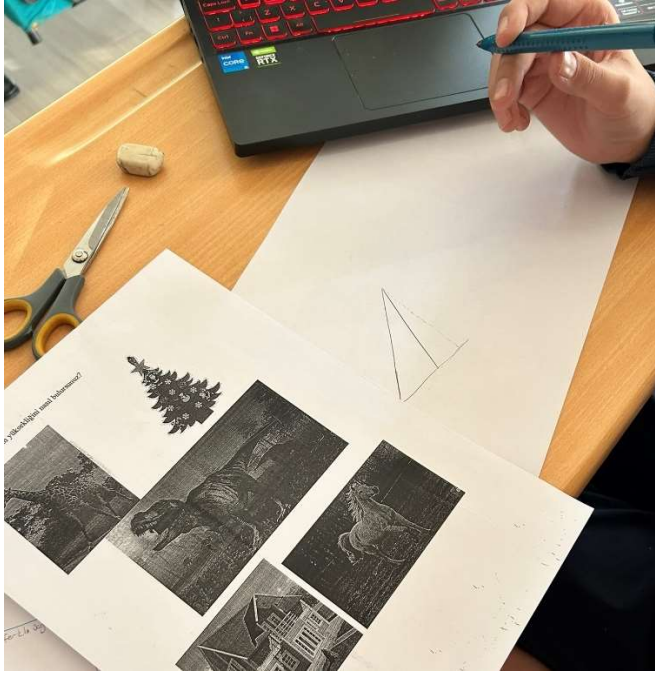
Birim kareli kağıttaki üçgenleri kenarı taban olacak şekilde döndürerek akıl yürütmüş ve yükseklik çizimlerini tamamlamıştır. Yunus'un yükseklik çizmiş olduğu nesnelerdeki yükseklik çizimleri ile birim kareli kâğıtta yükseklik çizmesi istenen üçgenler üzerindeki çizimlerini karşılaştırmasıyla bağımsız şekilleri ilişkilendirdiği gözlemlenmiştir. Yükseklik çizmesi istenen nesnelerin birim kareli kağıtta verilen üçgenlere benzediğini fark etmiştir. Yunus'un bağımsız şekilleri ilişkilendirme sürecine ilişkin yaptığı açıklamalar aşağıda verilmiştir.

A: Yükseklik çizmeni istediğim üçgenler arasında yükseklik çizmeni istediğim nesneler arasında nasıl bir ilişki var sence?

Yunus: Dinozor görsel geniş açılı üçgene, ev ise dik açılı üçgene benziyor. (bkz. Şekil 4.38)

Şekil 4.38

Yunus'un Geniş Açılı Üçgende Yükkeliği İle Dinozor Görseli Üzerindeki Yükkeliğini Karşılaştırması



Yunus birim kareli kâğıttaki üçgenlerde en üst nokta ile en alt nokta arası bir doğru parçası çizerken çizgisiz kâğıttaki nesnelerde görselin bir ucundan diğer ucuna olan mesafeyi doğru parçası ile çizdiğini fark etmiştir. Keşfi ön plana alma sürecinde Yunus'un yükseklik çizmesi istenen dinozor görselindeki çiziminin yükseklik olmadığını fark etmiştir. Keşfi ön plana alma sürecine ilişkin açıklaması verilmiştir.

A: Üçgenler nasıl yükseklik hesaplanması gerektiğini keşfettin. Dinozor görseline bakalım tekrar. Burada çizmiş olduğun yükseklik neden hatalıydı?

Yunus: Bir kere en üst noktanın olduğu yerden tabana direk indirmem gerekiyordu. Ben yatay çizmişim. Bir de yükseklik değil dinozorun uzunluğunu ölçmüştüm.

Yunus verilen üçgenleri bir kenarı taban olarak seçmiş ve şekli zemine paralel olacak şekilde döndürmüştür. Birim kareli kâğıt üzerinde verilen bir üçgeni kenarı taban olacak şekilde döndürerek çizim yapmak istemesi dinamik düşünme sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Yunus kendisinin seçmiş olduğu kenarı taban olacak şekilde yükseklik çizmiştir. Ardından seçmiş olduğu kenarın değişmesiyle üçgende nelerin değişeceği sorulmuştur. Bu doğrultuda etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde

üçgenin üç farklı kenarına ait çizilen yüksekliklerin uzunluklarının farklı olduğunu ve bu durumun alanı etkilemediğini fark etmiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecindeki açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Neden bu kenarı yükseklik olarak seçtin?

Yunus: Bilmem rastgele seçmiştim aslında.

A: Hangi kenarı seçtiğin fark eder mi?

Yunus: Ne açıdan?

A: Alan açısından.

Yunus: Alan değişmez ki.

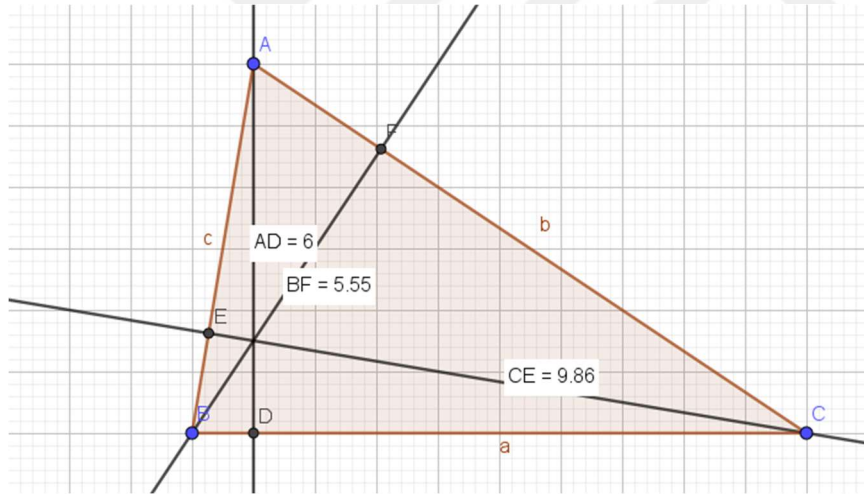
A: Çizmiş olduğun yüksekliklerin uzunlukları farklı mıdır?

Yunus: Aynı değil gibi. (bkz. Şekil 4.39)

A: Geogebra ortamında çizer misin bakalım aynılar mı?

Şekil 4.39

Yunus'un Bir Üçgen İçerisindeki Farklı Yükseklikleri İncelemesi



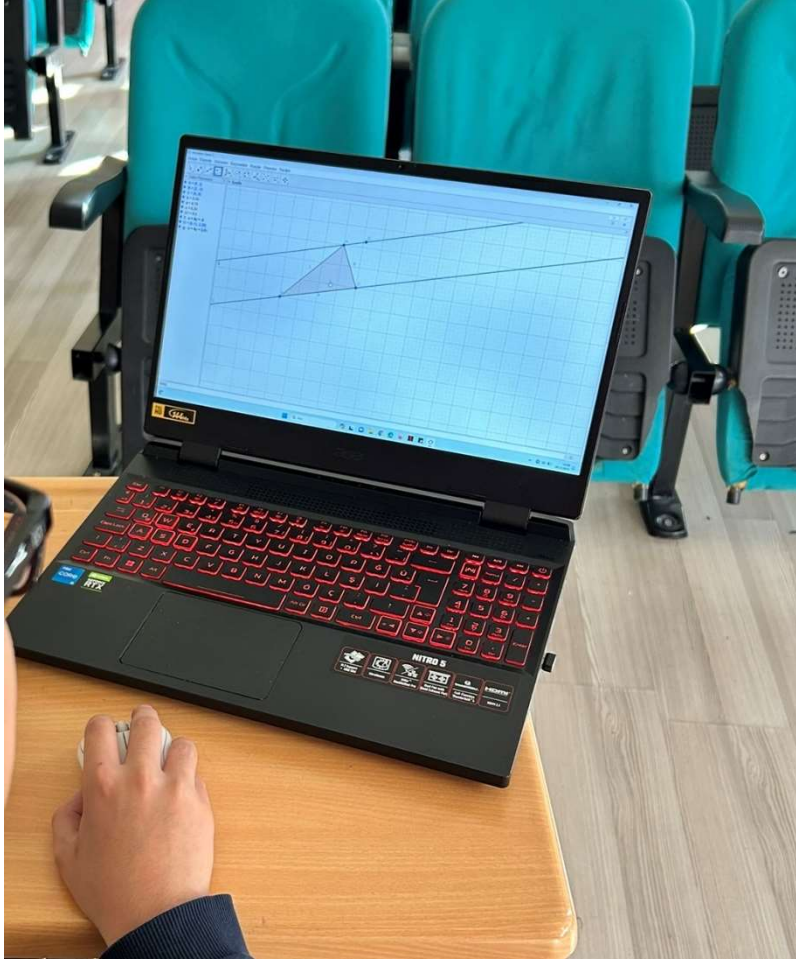
Yunus sanal manipülatif yardımı ile üçgende çizilen farklı yükseklikler üzerinde etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uygulamıştır. Sanal manipülatif üzerindeki akıl yürütme sürecinde yüksekliğin paralel doğrular arasında çizilebileceği düşüncesinden yararlanmıştır. Böylece tanıdık durumlardan yararlanma sürecini gerçekleştirmiştir. En üst noktası ile tabanı arasındaki mesafenin yüksekliği vereceği düşüncesine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgende yüksekliği neye göre çiziyorsun?

Yunus: En üst noktaya bakıyorum. Tabana bakıyorum. Arasındaki en kısa mesafeye bakıyorum. (bkz. Şekil 4.40)

Şekil 4.40

Yunus'un Verilen Bir Üçgeni İki Paralel Doğru Arasında Olduğunu İncelemesi



Yunus üçgenin yüksekliğini iki paralel doğrudan yararlanarak açıklayabilmiştir. Sanal manipülatif yardımı ile üçgen üzerinde yükseklik çizimini genelleylebildiği ve tam bir çözüm kümesi arama sürecini uyguladığı görülmektedir. Yunus dinazor görseli üzerindeki hatalı çıkarımına geri dönerek düzenlemeler yapmıştır. Böylece varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini uyguladığı görülmektedir. Bu süreçle ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Yükseklik çizmeni istediğim nesnelere geri dönelim. Ne söylemek istersin? Üçgenlerde yükseklik çizmeyi açıklayabildikten sonra bak bakalım.

Yunus: Dinozor görselindeki yükseklik yanlış olmuş.

Yunus üçgenlerde iki paralel doğru arasındaki en kısa mesafenin yükseklik olduğunu açıklamıştır. Daha sonraki üçgen alıştırmalarında verilen şekli iki paralel doğru arasına alınmasıyla çizeceğine odaklanarak amacı ön plana alma sürecini gerçekleştirmiştir. Amacı ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Geogebra da örnekler yapalım. Verdiğim üçgende nasıl yükseklik çizebilirim?

Yunus: En üst noktasının bulunduğu doğruyu çizerim. Ona paralel olacak şekilde üçgenin bir kenarına daha doğru çizerim. Arasındaki mesafeyi hesaplarım. (bkz. Şekil 4.41)

Şekil 4.41

Yunus'un Üçgenin Yüksekliği Üzerine İncelemesi



Yunus üçgende yükseklik çizmeyi genelledikten sonra sanal manipülatifte verilen çeşitli üçgenler ve paralelkenarlar da yükseklik çizmesi istenmiştir. Yapılan alıştırmalar ile yükseklik çizmedeki genellemesini pekiştirmesi sağlanmıştır.

4.2.2. Yunus'un ikinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Yunus'un ikinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden paralelkenarın alan ölçümünü yapabilmesi ve alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Yunus paralelkenarın alanına ilişkin yapılan ilk etkinliklerde birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarlar üzerinde yükseklik çizilmesi istenmiştir. Yükseklik çizimlerini bir önceki öğretim bölümündeki çıkarımlarından yararlanarak, bir köşeden kenara doğru çizilen en kısa mesafe olacak biçimde çizmiştir. Birim kareli kâğıttaki paralelkenarlarda yükseklik çizimlerinin ardından alan hesaplamaya ilişkin akıl yürütmesi beklenmiştir. Yunus yükseklik çizimi sonrası tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde

paralelkenar üzerinde dikdörtgen ve birbirine eş iki üçgene ayrıldığını gözlemlemiştir. Tek bir şeklin parçaları ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

Yunus paralelkenarın alanına ilişkin yapılan ilk etkinliklerde birim kareli kağıtta verilen paralelkenarlar üzerinde yükseklik çizilmesi istenmiştir. Yükseklik çizimlerini bir önceki öğretim bölümündeki çıkarımlarından yararlanarak, bir köşeden kenara doğru çizilen en kısa mesafe olacak biçimde çizmiştir. Birim kareli kağıttaki paralelkenarlarda yükseklik çizimlerinin ardından alan hesaplamaya ilişkin akıl yürütmesi beklenmiştir. Yunus yükseklik çizimi sonrası tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde paralelkenar üzerinde dikdörtgen ve birbirine eş iki üçgene ayrıldığını gözlemlemiştir. Tek bir şeklin parçaları ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Verilen paralelkenarlarda yükseklikleri nasıl çizebilirsin?

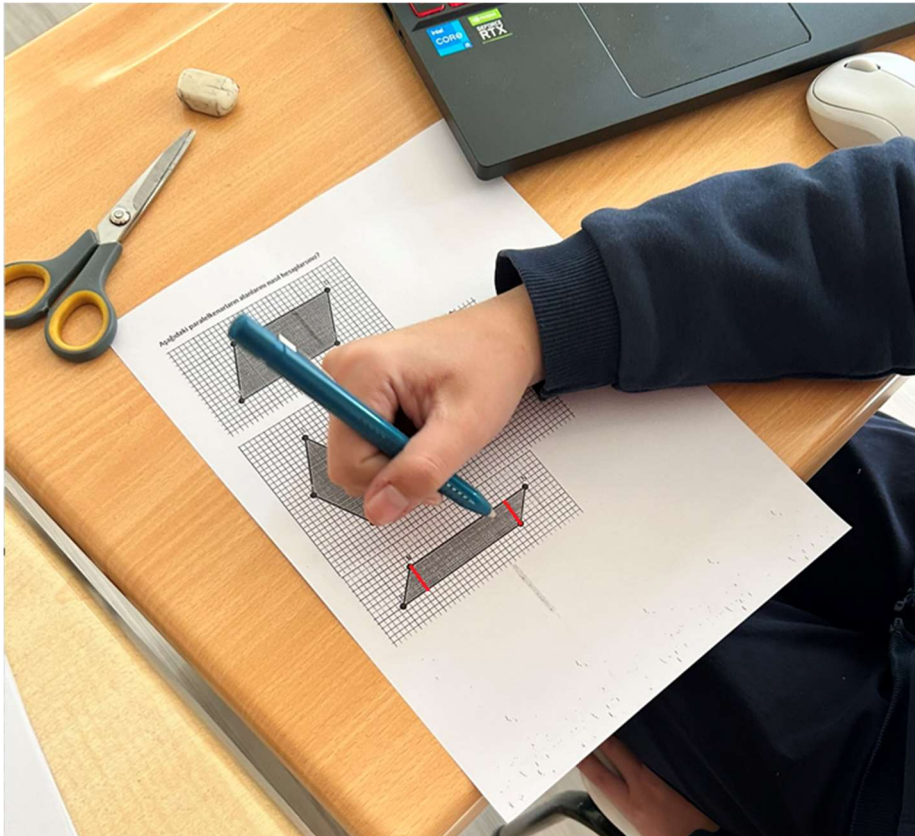
Yunus: Yükseklik bir köşeden gidiyordu. Bu şekilde çizebilirim.

A: Alan hesaplamayı istesem nasıl hesaplayabilirsin?

Yunus: Birim kareleri sayabilirim. Yandaki kenarlardaki birim kareler tam değil. (bkz. Şekil 4.42)

Şekil 4.42

Yunus'un Paralelkenar Üzerinde Yükseklik Çizimiyle Oluşan İki Üçgeni İncelemesi



Yunus paralelkenarın alanını birim karelerle eksik sayıldığını fark ettiğinde alanı tanıdık şekiller yardımıyla hesaplamayı düşünmüştür. Bu süreçte tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uyguladığı görülmektedir. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamaları verilmiştir.

A: Çizgisiz kağıt üzerinde verilen paralelkenarın alanını nasıl hesaplayabilirsin?

Yunus: Emin değilim. Paralelkenarı başka şekillere bölerek yapabilirim.

A: Hangi tanıdık şekillere bölmek istersin?

Yunus: Köşegeninden bölssem iki üçgen elde edebilirim. (bkz. Şekil 4.43)

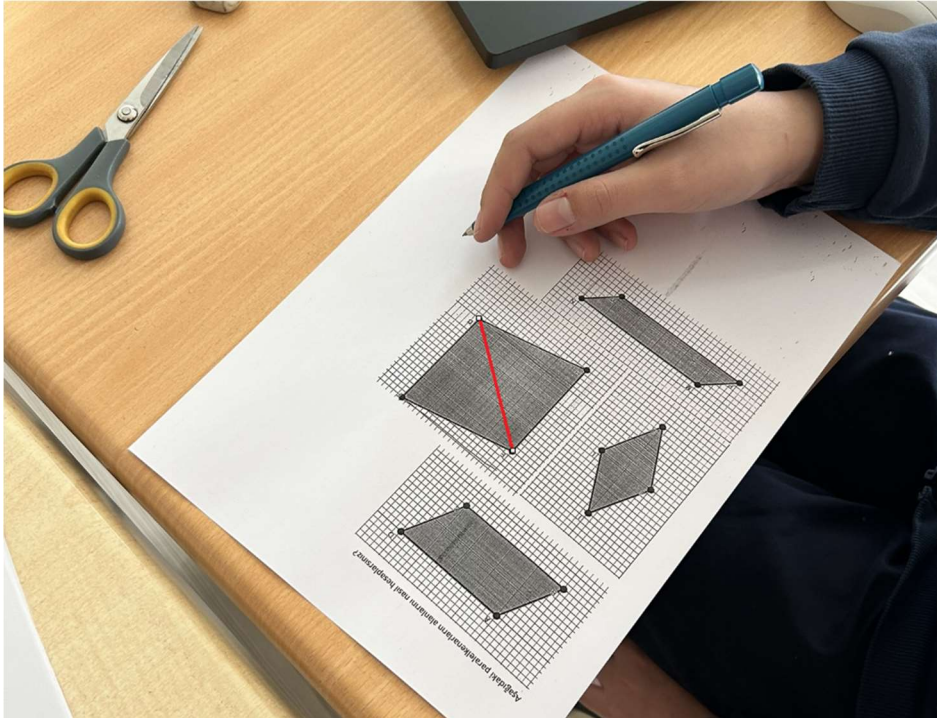
A: Üçgenler üzerinde düşünelim. Bu üçgenlerin alanlarını nasıl hesaplayacaksın?

Üçgenlerin alanına bakarak paralelkenarın alanı hakkında nasıl yorum yapabilirsin?

Yunus: Yapamam. Üçgenin alanıyla karışık olur. Başka bir şekle dönüştüreyim.

Şekil 4.43

Yunus'un Paralelkenar Üzerinde Köşegen Çizimi Üzerine Düşünme Süreci



Yunus birim kareli kâğıt üzerinde verilen paralelkenarda yükseklik çizimi üzerinde akıl yürütmede zorlanmıştır. Birim kareli kağıt üzerindeki bir başka üçgene geçerek keşfi ön plana alma sürecini uygulamış ve köşegenin paralelkenarda oluşturduğu üçgenler ile dikdörtgen oluşturamayacağını keşfetmiştir. Keşfi ön plana alma sürecindeki açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.?

A: Köşegen çizdikten sonra oluşan üçgenler sana nasıl yardımcı olabilir?

Yunus: Kestiğimi düşünsem.

A: Hangi şekiller oluşur?

Yunus: Üçgenleri ne kadar döndürürsem döndüreyim kare veya dikdörtgen elde edemem.

Yunus paralelkenarın köşegenlerinin çizimiyle oluşan üçgenler yardımıyla alan hesabı yapamayacağını açıklamıştır. Bu süreç varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini uyguladığını göstermektedir. Ayrıca Yunus varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecinde paralelkenar üzerinde dikmeler çizildikten sonra oluşan üçgenlerin dik üçgen olduğunu fark etmiştir.

Amacı ön plana alma sürecinde Yunus paralelkenarın parçalarını tanıdık bir şekil dönüştürmek için çizmiş olduğu yüksekliklere odaklanmıştır. Amacı ön plana alma sürecindeki açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Alanı köşegenlerden kesim yaparak hesaplayamadın başka nasıl kesim yapabilirsin?

Yunus: Başka nasıl kesebilirim? ... Bir öndeki etkinlikte yükseklik çizmiştim. Orada nasıl birim kareleri sayabildiysem. Burada da yüksekliklerde kesim yapabilirim.

Yunus paralelkenar üzerinde yükseklik çizilmesiyle oluşan şekiller ile alan üzerinde akıl yürütmüştür. Dinamik düşünme sürecine ait olan sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Paralelkenarda yükseklik çizdin. Alanı nasıl hesaplayacağım bu şekillerle?

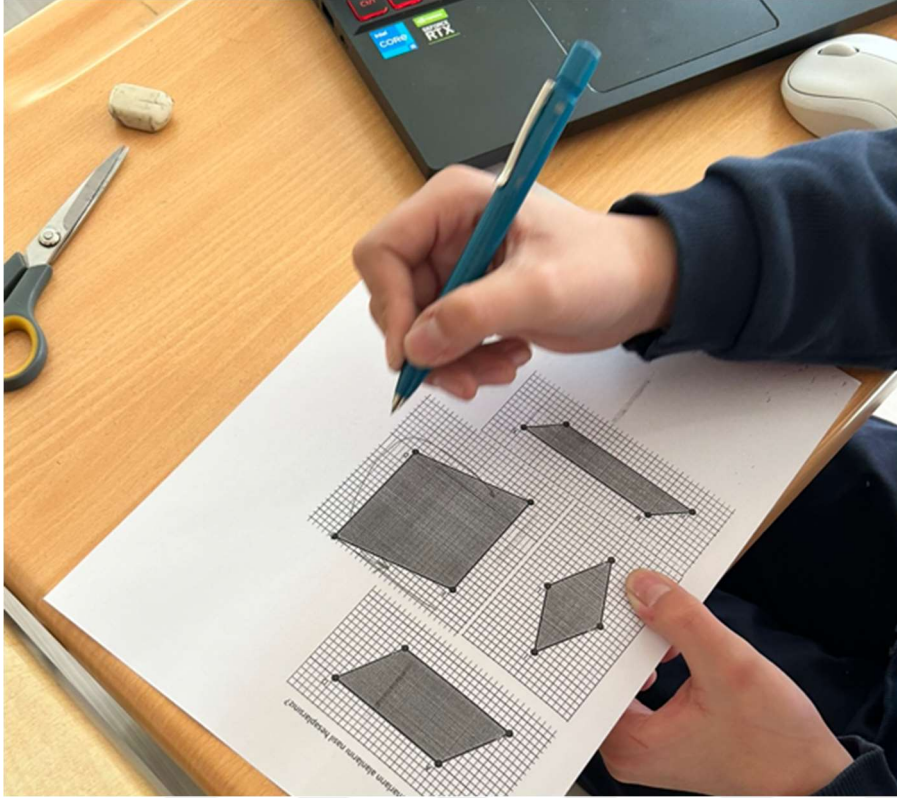
Yunus: Birim kareli kâğıtta sayamamıştım kareleri. Kenarlarda kalan eksik üçgenleri diğerinin yanına taşısam birbiriyle tamamlasam birim kareleri tam sayabilecek duruma getirebilirim. (Bkz. Şekil 4.44)

A: Nereden biliyorum birbirlerini tam olarak tamamlayabildiklerini?

Yunus: Bu üçgenler eş aynılar. Hem de dik üçgen birleşince dikdörtgen olur.

Şekil 4.44

Yunus'un Paralelkenar Üzerinde Oluşan İki Üçgenin Alanlarını Tamamlama Süreci



Yunus birim kareli kağıt üzerindeki paralelkenarda yükseklik çizimi sonrası oluşan üçgenlerin birbirlerini tamamlayacağını ifade etmiştir. Ardından çizgisiz kağıttaki kâğıt kesme etkinliğine geçilmiştir. Kâğıt kesme etkinliğinde oluşan üçgenleri birbirleri ile tamamlamış ve bir dikdörtgen elde etmiştir. Dikdörtgendeki yükseklik ve kenar uzunluğunu, paralelkenardaki yükseklik ve kenar uzunluğu ile ilişkilendirmiştir. Bu süreçte tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini uyguladığı görülmektedir. Tek bir şeklin parçaları ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Paralelkenarın alanını dikdörtgene dönüştürdün. Peki buradaki uzunluklar değişmedi mi?

Yunus: Yükseklik aynı kaldı zaten. Kenar uzunluğuna bakacak olursam. Oda aynı kalır kesip diğer tarafa ekledim çünkü uzunluğu değiştirmedim. (bkz. Şekil 4.45)

Şekil 4.45

Yunus'un Paralelkenarda Yükseklik Kesimiyle Oluşan Parçaları İncelemesi



Kağıt kesme etkinliği sonucunda paralelkenarın alanını dikdörtgene dönüştürmüştür. Böylece Yunus alan bağıntısı üzerinde akıl yürütebilmiştir. Bu süreç Yunus'un tam bir çözüm kümesi arama sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Dikdörtgeni oluşturdun. Paralelkenarın alanı ile ilgili ne yorum yapabilirsin?

Yunus: Paralelkenarın alanı dikdörtgenin alanı ile aynı zaten. Dikdörtgenin alanı da kısa kenar ve uzun kenarın çarpılmasıyla elde edilir. Paralelkenarın alanını bulmuş olurum.

Yunus bir köşeden çizilen yüksekliğin ayırdığı üçgenin karşı kenar ile tamamlaması sonucu paralelkenarın alan bağıntısını genelleyebilmiştir. Paralelkenarın alanını tanıdık bir şekle çevirmek için çizdiği yükseklikleri farklı noktalardan çizmesi ile alandaki değişiklikleri incelemiştir. Bu doğrultuda etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uyguladığı görülmektedir. Kesim yapılacak yüksekliğin değiştikçe alanın değişmez olduğunu açıkladığı sürece ilişkin ifadelerine aşağıda yer verilmiştir.

A: Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturduk. Başka nasıl bir kesme işlemi yapabilirsin?

Yunus: Bilemiyorum. Köşegenden denedim olmadı.

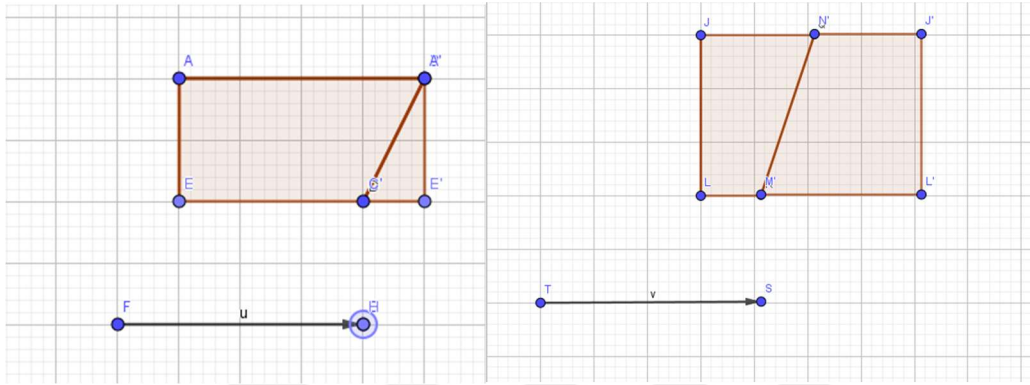
A: Oluşturdun şekil üzerinden düşünelim.

Yunus: Bir dikdörtgen oluşturdum. Belki yüksekliği farklı bir noktadan çizersem aynı olabilir.

A: Bir paralelkenar vereyim onunla deneyelim. (bkz. Şekil 4.46)

Şekil 4.46

Yunus'un Paralelkenar Alanının Farklı Yüksekliklerden Ayrılmasının Sonuçlarını İncelemesi



Yunus yüksekliğin değıştikçe alanın ve bağıntının değışmediğini incelemiştir. Ardından paralelkenarın bağıntısına ilişkin çıkarımını pekiştirmesi için sanal manipülatifte alıştırmalar sunulmuştur.

4.2.3. Yunus'un üçüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Yunus'un üçüncü öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden üçgenin alan ölçümünü yapabilmesi ve alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Yunus birim kareli kâğıt üzerinde verilen üçgenlerde yükseklik çizimi yapmıştır. İlk öğretim bölümü içerisindeki genellemesini uygulamış ve bir köşe ile karşısındaki kenarın arasındaki kısa mesafeyi çizmiştir. Birim kareli kağıtta verilen üçgenlerde yükseklik çiziminden sonra alan ölçümü yapması istenmiştir. Üçgenlerin alanlarını birim kareler ile ölçmemiştir. Yunus birim kareli kâğıt üzerinde verilen üçgenleri eşleri ile tamamlayarak bir dörtgen oluşturacağını düşünmesi tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Verilen üçgenleri birim kareler yardımıyla alanı nasıl hesaplayabilirsin?

Yunus: Birim kareleri saymaya çalışsam bazı kareler eksik kalırdı. (bkz. Şekil 4.47)

A: Ne kadar eksikler peki?

Yunus: Her biri farklı eksik.

A: Diğer üçgenlere bakalım nasıl sayabilirsin?

Yunus: Mesela dik üçgeni tamamlayarak bir şekle benzetebilirim sanırım.

Şekil 4.47

Yunus'un Birim Kareli Kağıt Üzerinde Verile Üçgenlerin Alanları Üzerine Düşünme Süreci



Yunus birim kareli kâğıtta verilen üçgenlerden dik üçgeni tamamlayabileceğini açıklamıştır. Birim kareli kağıttaki diğer üçgenleri incelemeye devam etmiştir. Verilen üçgen üzerinde akıl yürütmüştür. Birim kareli tamamlayarak tanıdık bir şeklinden yararlanmaya çalışmıştır. Bu süreçte tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uygulamıştır. Yunus'un üçgenleri tanıdık şekillere tamamlama çalışmasına ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgeni hangi tanıdık şekle benzetebilirim?

Yunus: Üçgen içerisinde bir dikdörtgen çizebilirim.

A: Bu üçgen sana nasıl yardımcı olabilir?

Yunus: Sanırım yardımcı olamaz. Çünkü kenarlarda kalan küçük üçgenleri nasıl hesaplayabilirim bilemiyorum.

A: Bunu neye göre söyleyebiliyorsun?

Yunus: Bilemiyorum. Öyle gözüküyor.

A: Başka bir üçgen tamamlar mısın?

Yunus birim kareli kâğıt üzerinde verilen üçgenleri tamamlarken dik üçgenleri dikkörtgen ve kareye tamamladığı görülmüştür. Bu süreçte tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uygulamıştır. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Tamamlamış olduğun üçgenin özelliği nedir?

Yunus: Dik üçgeni tamamladım kare oldu. (bkz. Şekil 4.48)

A: Dik üçgeni tamamladığında nasıl kare oldu?

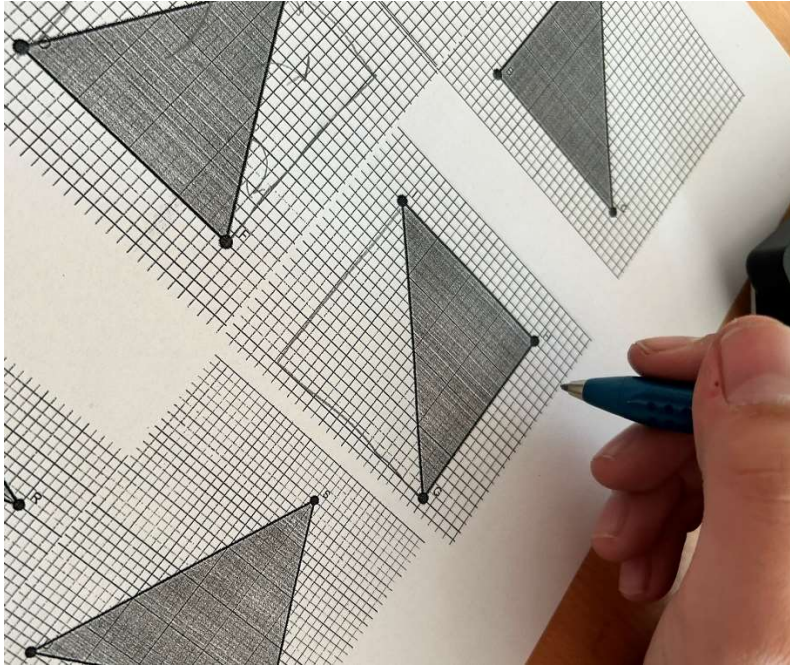
Yunus: Karenin kenar uzunlukları birbirine eşittir. Bunu tamamlayınca bütün kenar uzunlukları eşit oldu.

A: Bunun sebebi nedir sence?

Yunus: Aaa. Burada kenar uzunlukları birbirine eşit olduğu için tamamlayınca kare oldu.

Şekil 4.48

Yunus'un Dik Üçgeni Tamamlama Süreci



Yunus birim kareli kağıtta verilen üçgenleri eşleri ile tamamlamıştır. Eşleri ile tamamlanan dik üçgenin kare oluşturduğunu açıklamıştır. Diğer üçgenleri incelediğinde tüm üçgenleri tamamladığında kare veya dikdörtgen dışında başka şekilleri de oluşturabileceğini fark ederek varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlandığı görülmektedir. Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Tamamladığın şekil ikizkenar dik üçgendir ve kare oluştur. Diğer üçgenlere bakalım.

Yunus: Diğer üçgenlerde dik olan üçgenleri tamamlayabilirim bunlarda kolay.

A: Hangi şekle tamamladın?

Yunus: Dikdörtgene tamamladım.

Tüm üçgenlerin kare veya dikdörtgen oluşturmadığını fark eden Yunus eşleri ile birleştirilen üçgenlerin oluşturduğu şekiller üzerinde akıl yürütmüştür. Üçgenleri açılarına göre tamamladığı şekillerin farklılık gösterdiğini ifade ederek etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini gerçekleştirmiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecindeki açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Üçgenleri tamamladığında bazıları kareye bazıları dikdörtgene bazıları paralelkenara tamamlandı. Alan bağıntısını hangisi üzerinden yürütebilirim?

Yunus: Dik açılı ikiz kenar üçgen kare oldu. Diğerleri dikdörtgen. Aslında hepsi paralelkenara benzedi.

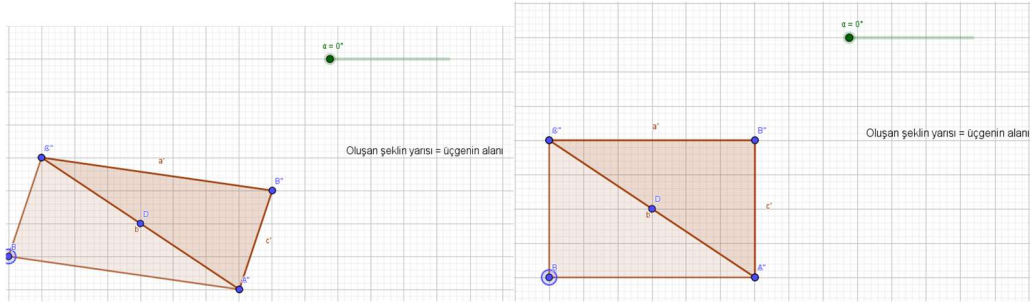
A: Tamamdır. Çizgisiz kağıtta verilen üçgenlere bakalım.

Yunus: Buradaki üçgenleri eşleri ile tamamlarsam paralelkenar oluyor. (bkz. Şekil 4.49)

Yunus eşi ile tamamladığı üçgenlerin tümünün paralelkenar olarak genellenebileceğini ifade etmiş ve paralelkenar üzerinden bağıntıyı oluşturmayı hedeflemiştir. Amacı ön plana alma sürecinde paralelkenar alan bağıntısını bildiği için üçgenin alanını paralelkenara tamamlamaya odaklanmıştır.

Şekil 4.49

Yunus'un Açılarına Göre Farklı Tamamlamalar Yaptığı Üçgenlerin Alanlarını İnceleme Süreci



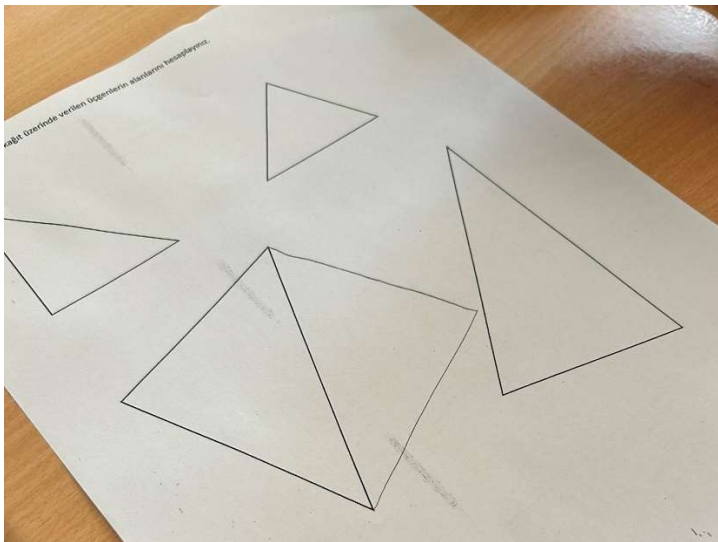
Yunus üçgenlerin tamamını birer paralelkenara tamamladığını genellemiştir. Üçgenlerin eşi ile tamamlamış ve paralelkenar yardımı ile üçgenin alan bağıntısını oluşturabilmiştir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecini gerçekleştirerek üçgenin alan bağıntısını açıklayabildiği görülmektedir. Ayrıca Yunus'un üçgenin alanını paralelkenarın alanının yarısı olduğunu açıklaması da tam bir çözüm kümesi arama sürecini uyguladığını göstermektedir (bkz. Şekil 4.50). Üçgenin alan bağıntısını ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Oluşturduğun paralelkenarlara bakalım. Alan hesabını nasıl yapabilirsin burada?

Yunus: Üçgenin alanının iki katı paralelkenarın alanı yapar. Paralelkenarın alanını bulurum ikiye bölerim. Paralelkenarın alanı zaten yükseklik çarpı kenar ile bulunuyordu.

Şekil 4.50

Yunus'un Verilen Üçgeni Paralelkenar Tamamlama Süreci



Yunus üçgenin alanını paralelkenarın kenar uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımının yarısı olarak ifade etmiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde Yunus yükseklik çizimine ilişkin yapılan öğretim bölümündeki yüksekliğin iki paralel doğru arasında çizilmesi düşüncesini hatırlamış üçgenin alanının değişip değişmediğini incelemiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Alanı nasıl buluyoruz?

Yunus: Tamamladığım şekillerin yarısı oldu hep. Formülünde de kenar uzunluğu ile yüksekliği çarparak ikiye bölüyorum.

A: Burada yükseklik dediğim şey neydi?

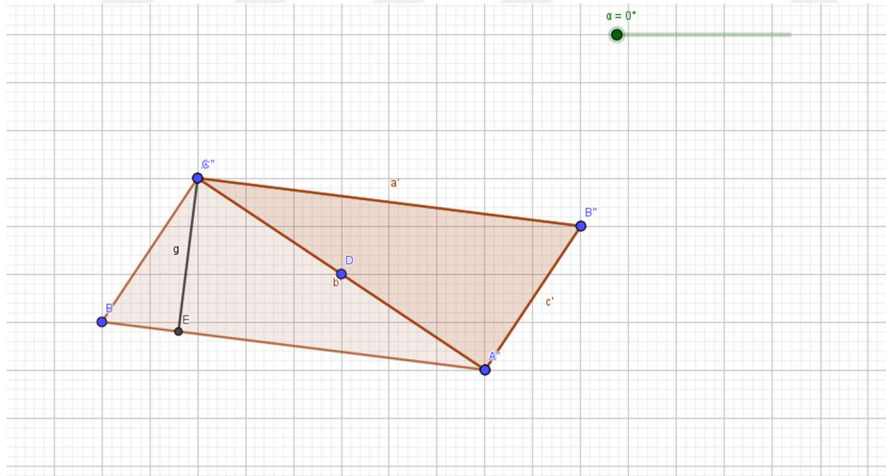
Yunus: Üçgenin yüksekliğiymiş. Geogebra üzerinde düşünelim (bkz. Şekil 4.51). Yükseklik dediğimiz şey en üst noktadan taban çizilen çizgiydi. Bir kenara ait yükseklik çizsem.

A: Yüksekliği başka kenara ait çezebilir miyim? Alan değişir mi?

Yunus: Değişmez. Alanı ona göre başka bir yerden tamamlarım. Oluşan paralelkenarın alanı

Şekil 4.51

Yunus'un Üçgeni Eşi ile Tamamlaması Sonucu Oluşan Paralelkenarın Alanını İncelemesi



Yunus alan hesaplaması istenen üçgenler verildiğinde birim kareli kâğıt üzerindeki dar açılı üçgenleri bir dikdörtgenin içerisinde olacak şekilde tamamladığı örneğe geri dönmüştür. Üçgenin alanı üzerinde akıl yürütürken dinamik düşünme sürecini uyguladığı görülmektedir. Dinamik düşünme sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Birim kareli kağıttaki dar açılı üçgenleri dikdörtgen içerisinde çizdin. Burada üçgenin alanı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

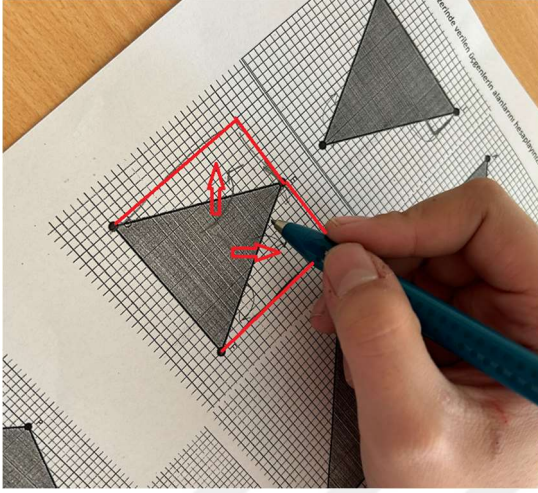
Yunus: Dikdörtgenin alanı üçgenin alanının iki katı yapıyor. (bkz. Şekil 4.52)

A: Bunu nereden bilebilirim?

Yunus: Gayet açık aslında. Ortadaki üçgen kenarlardaki üçgenlerin toplamıyla elde edilmiş. O zaman yarısıdır diyebiliyorum.

Şekil 4.52

Yunus'un Dar Açılı Üçgeni Tamamlama Süreci



Yunus keşfi ön plana alma sürecinde üçgenin alanını hesaplayabilmek için alanı tanıdık parçalara ayırmayı düşünmüştür. Üçgenin alanı içerisinde dikdörtgen dışında geriye kalan üçgenlerin alanını hesaplayamayacağı için bu düşüncesinden vazgeçmiştir. Bunun yanı sıra dikdörtgenin içerisinde çizilen üçgenin alanının iki katı olduğu düşüncesi üzerine akıl yürütmesi de keşfi ön plana alma sürecini uyguladığını göstermektedir. Keşfi ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Dar açılı üçgeni dikdörtgen içerisinde tamamlayarak yarısıdır dedin. Bunu kenarlardaki alanların toplamı ile açıkladın. Geogebra üzerinde söylediklerine bir bakalım.

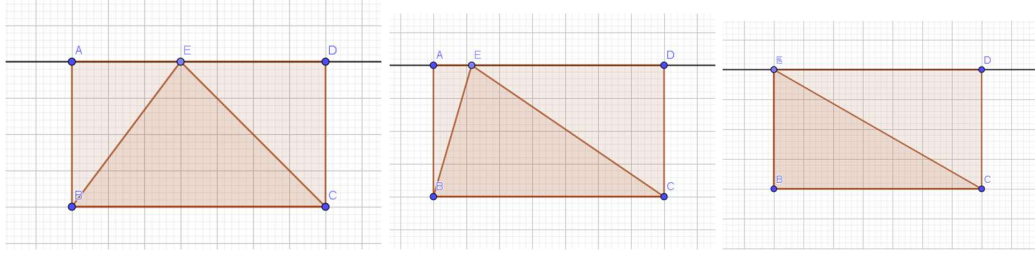
Yunus: Evet bakalım. Üçgen dikdörtgenin tam yarısı oluyor.

A: Peki sen burada üçgenin üst noktasını aynı doğrultuda kaydırarak olsan yüksekliğin değişmediğini de söylemiştin.

Yunus: Evet hatta kaydırınca dik üçgene döndürsem bu üçgeni yine dikdörtgenin yarısı olmuş oluyor. (bkz. Şekil 4.53)

Şekil 4.53

Yunus'un Dar Açılı Üçgen Üzerindeki Tamamlamasına İlişkin İnceleme Süreci



Yunus üçgenin alan bağıntısına ilişkin genellemeye varabilmiştir. Alan bağıntısını pekiştirmesi için Geogebra ortamında alıştırmalar sunulmuştur.

4.2.4. Yunus'un dördüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Yunus'un dördüncü öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden eşkenar dörtgenin alan ölçümünü yapabilmesi ve alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Yunus giriş etkinliği olarak birim kareli kâğıtta verilen eşkenar dörtgenleri incelemiştir. Eşkenar dörtgenlerin özelliklerini incelerken köşegenlerini çizme eğiliminde bulunmuştur. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde eşkenar dörtgen üzerinde köşegenlerin çizilmesi ile dört eş üçgen elde etmiş ve bu üçgenleri birbirleri ile ilişkilendirmiştir. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde yaptığı açıklamalara aşağıda yer verilmiştir.

A: Verilen şekillerden hangileri eşkenar dörtgendir?

Yunus: Kenar uzunlukları eşit olmalı.

A: Başka hangi özellikleri vardır?

Yunus: Tüm kenarları birbirine paraleldir. Köşegen uzunlukları aynı olmak zorunda değil. Bu eşkenar dörtgende kenar uzunlukları aynı, tüm kenarlar birbirine paralel ama köşegen uzunlukları farklı olmuş.

A: Yüksekliklerine bakalım.

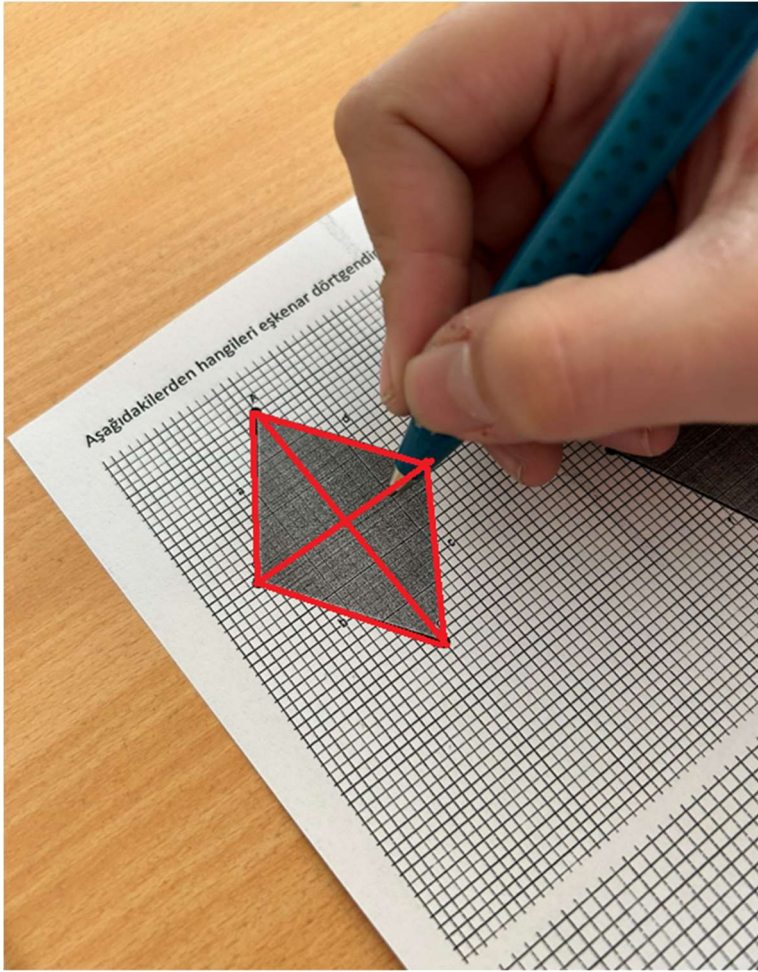
Yunus: Bu eşkenar dörtgenler dikey konumda verilmiş. Bir kenarı taban olacak şekilde döndürürsem yükseklik çizebilirim.

A: Peki şeklin alanı hakkında ne diyebilirsin?

Yunus: Köşegen çizince içeride dört tane eş üçgen oluştu. (bkz. Şekil 4.54)

Şekil 4.54

Yunus'un Eşkenar Dörtgen Üzerinde Köşegen Çizimiyle Oluşan Parçaları İncelemesi



Yunus keşfi ön plana alma sürecinde eşkenar dörtgenin üzerinde köşegen çizmesinin ardından oluşan üçgenlerin yüksekliklerinin çizildiği ve alanlarını hesaplayabileceğini fark etmiştir. Eş üçgenlerin alanlarını tamamlayarak dikdörtgen üzerinden alan hesaplayabileceğini düşünmüştür (bkz. Şekil 4.54). Ayrıca oluşan dikdörtgenin alanının yarısının eşkenar dörtgenin alanının yarısı olacağını düşünmüş ve doğruluğu kanıtlama üzerine uygulamalar yapmıştır. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecinde Yunus daha önceki öğretim bölümlerindeki dik üçgenin alanını eşi ile tamamladığında bir dikdörtgen olduğu ve bu dikdörtgenin alanının yarısına eşit olduğu düşüncesinden yararlanmıştır. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişki yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

A: Köşegen çizimi sonrası elde ettiğin dört üçgen ile alanı nasıl hesaplayabilirsin?

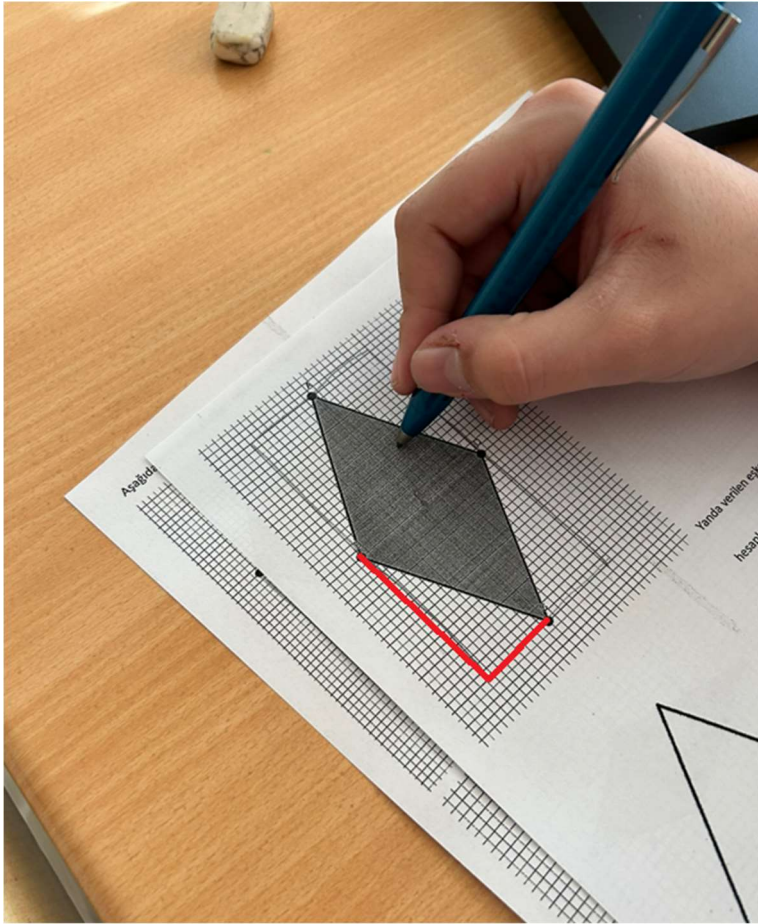
Yunus: Dik üçgen bu üçgenler. Dik üçgeni eşi ile tamamladığımda dikdörtgen elde ediliyordu.

A: Eşkenar dörtgenin alanını nasıl hesaplıyorsun peki?

Yunus: Üçgenleri eşleri ile tamamlarım. İkiye bölerim (bkz. Şekil 4.55).

Şekil 4.55

Yunus'un Eşkenar Dörtgende Köşegen Çizimi ile Oluşan Üçgenlerin Alanlarını Tamamlama Süreci



Amacı ön plana alma sürecinde Yunus alan hesabı yapmak için köşegen çizimlerinden yararlanmıştı. Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturabilmek için köşegen çizimi ile oluşan üçgenleri tamamlamayı düşünmesi ve elde ettiği dikdörtgenden yararlanması da amacı ön plana alma sürecini uyguladığını göstermektedir. Birim kareli kâğıt üzerindeki eşkenar dörtgenlerin köşegenler yardımı ile üçgenlerin birbirleriyle tamamlanacağı düşünmüştür. Ardından çizgisiz kağıtta verilen eşkenar dörtgende kağıt kesme etkinliğine geçilmiştir. Verilen eşkenar dörtgeni tanıdık şekillere ayırarak alanı oluşturması istenmiştir. Dinamik düşünme sürecinde Yunus eşkenar dörtgen üzerindeki

köşegen çizimi ile elde etmiş olduğu üçgenler üzerinde düşünmüştür. Birim kareli kağıt üzerindeki tamamlama sürecini kağıt kesme etkinliğinde incelemesine fırsat verilmiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Kâğıt kesme etkinliğine geçelim. Eşkenar dörtgenin alanını hangi tanıdık şekle dönüştürebilirsin?

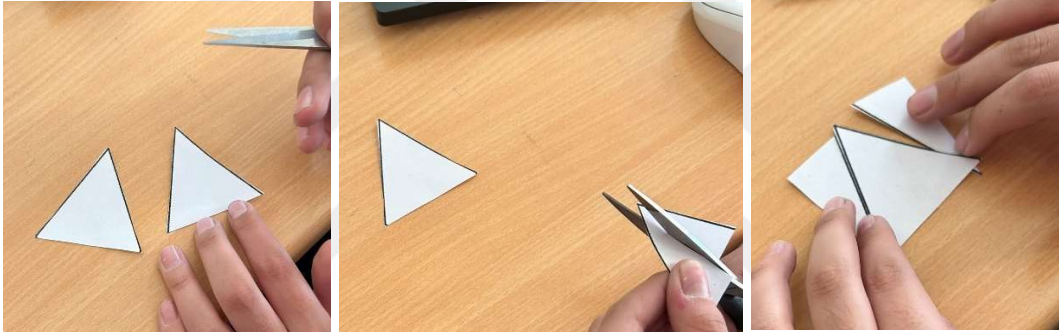
Yunus: Dikdörtgene benzetebilirim. (bkz. Şekil 4.56)

A: Eşkenar dörtgeni keserek gösterebilir misin?

Yunus: Bir köşegeninden kestim. Diğer köşegenden kesmesem de kenarlardaki üçgenler zaten birbirini tamamlıyor. Böylece dikdörtgen oluştu.

Şekil 4.56

Yunus'un Eşkenar Dörtgenin Köşegenlerinden Yaptığı Kesim Süreci



Yunus çizgisiz kâğıt üzerinde verilen eşkenar dörtgeni kesimler yaparak incelemiştir. Kâğıt kesme etkinliğinde eşkenar dörtgeni köşegenleri boyunca kesmesine gerek olmadığını bir köşegenin tamamını diğer köşegenin yarısını keserse oluşan üçgenlerle bir dikdörtgen oluşturacağını açıklamıştır. Eşkenar dörtgenin parçaları ile elde etmiş olduğu dikdörtgen üzerine akıl yürütmüştür. Oluşan şekil üzerinde akıl yürüterek etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uyguladığı görülmektedir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Dört üçgeni birleştirerek oluşturduğun şekil her zaman dikdörtgen midir?

Yunus: Kare olabilir mi? Kare olması için de tüm kenarların birbirine eşit olması gerekir.

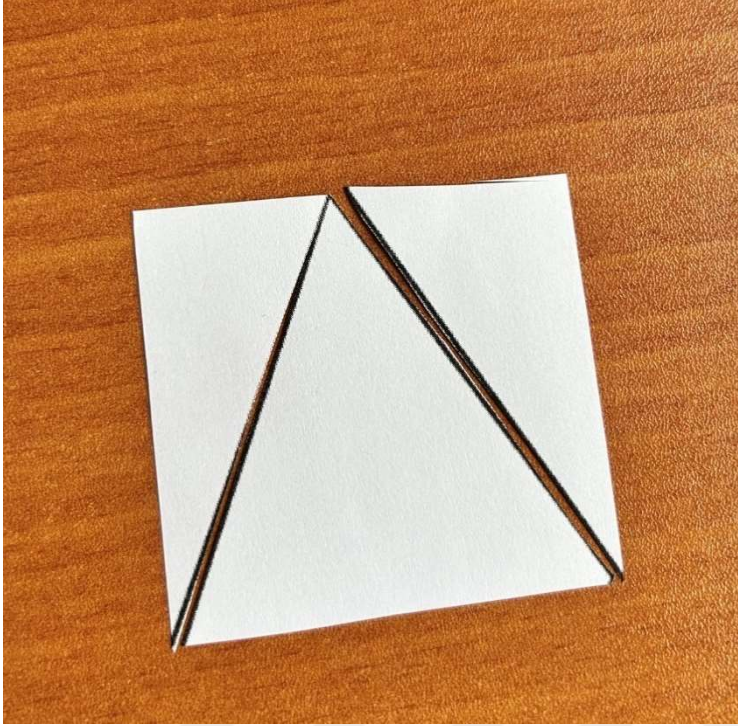
Köşegenler birbirinin iki katı olursa olabilir belki. (bkz. Şekil 4.57)

A: Başka bir şekil olabilir mi?

Yunus: Olamaz. Köşeleri 90° olduğu için paralelkenar olamaz mesela.

Şekil 4.57

Yunus'un Eşkenar Dörtgenin Köşegenlerinden Kesmesiyle Elde Edilen Parçaların Oluşturduğu Şekli İncelemesi



Yunus eşkenar dörtgenin parçalarıyla oluşan üçgenleri tamamlaması sonucu elde etmiş olduğu dikdörtgen yardımı ile alan bağıntısını oluşturabilmiştir. Oluşan dikdörtgenin alanını iki uzunluğun çarpımı ile bulabileceğini, böylece eşkenar dörtgenin alanının bir köşegen ile diğer köşegenin yarısının çarpılmasıyla bulunabileceğini ifade etmiştir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecini uyguladığına ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgenleri tamamladın dikdörtgen oluşturdun. Eşkenar dörtgenin alanını nasıl açıklarsın?

Yunus: Oluşan dikdörtgenin alanı kısa kenar ile uzun kenarın çarpılmasıyla elde ediliyordu. Dikdörtgenin alanını bulurum ikiye bölerim.

A: Dikdörtgenin alanındaki uzun kenar eşkenar dörtgenin hangi uzunluğudur?

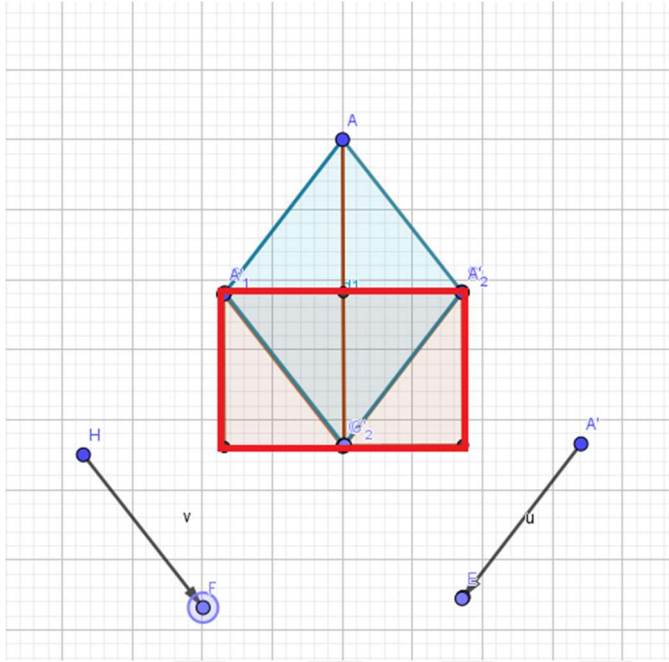
Yunus: Bir köşegeni kadar.

A: Dikdörtgenin alanındaki kısa kenar eşkenar dörtgenin hangi uzunluğudur?

Yunus: Bir köşegenin yarısı kadar. Hatta içindeki dik üçgenlerin yüksekliği kadar (bkz. Şekil 4.58).

Şekil 4.58

Yunus'un Eşkenar Dörtgenin Parçaları ile Oluşan Şekli İncelemesi



Yunus eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturduktan sonra sanal manipülatif üzerinde sürüklemeler yaparak farklı eşkenar dörtgenler üzerinde alan bağıntısını pekiştirmiştir.

4.2.5. Yunus'un beşinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Yunus'un beşinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden dairenin alan ölçümünü yapabilmesi ve alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Yunus birim kareli kağıtta verilen kapalı şekiller üzerinde incelemeler yapmış ve dairenin özelliklerini açıklamıştır. Birim kareli kağıttaki dairede alan ölçmeyi daha önceki öğretim bölümlerindeki etkinliklerde olduğu gibi birim kareleri sayarak yapabileceğini düşünmüştür. Bu düşüncesi tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uyguladığını göstermektedir. Daireyi oluşturan alanı tam olarak birim karelerle sayamadığı için hatalı düşüncesinden vazgeçerek varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanmıştır. Varsayılan sadeleştirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Birim kareler yardımı ile alanı hesaplayabilir misin?

Yunus: Önce içindeki birim kareleri sayarım. Sonra kalanları sayarım. Birbirleri ile tamamlasam kalan alanları.

A: Tam olarak ne kadar olduklarını bilmiyoruz.

Yunus: Evet hep bir kenarı yamuk oluyor. Birim karelerle sayamam.

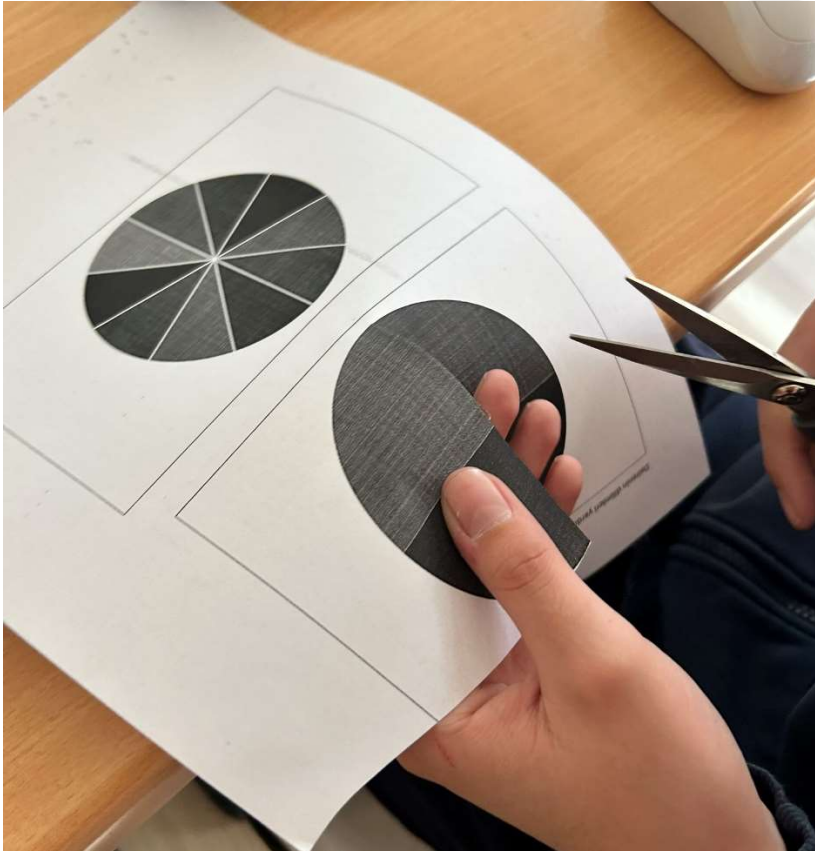
Yunus dairenin alanına ilişkin yapılan etkinliklerde daire üzerinde incelemelerde bulunmuştur. Birim kareli kâğıt üzerinde dairenin alanı üzerinden akıl yürütemeyen Yunus'a daire dilimleri etkinliğine geçmiştir. Ardından farklı merkez açlarına sahip eşit dilimlere ayrılmış daireler sunulmuştur. Yunus'un dilimlenmiş halde verilen dairelerde dilimleri incelemesi tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bu süreçte ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Daire dilimleri etkinliğine geçelim. Verilen daire dilimleri hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Yunus: Daire dilimleri sayısı küçüldükçe alanları küçülüyor. Daireyi ne kadar eş dilimlere ayırırsam o kadar çok alanları küçülür. Sayıları artar. (bkz. Şekil 4.59)

Şekil 4.59

Yunus'un Daire Dilimlerinin Sayılarını İncelemesi



Yunus merkez açıları farklı verilen daire dilimlerini inceleyebilmek için kâğıt kesme uygulamıştır. Her bir daireden birer dilim keserek incelemiştir. Yunus dilimlere ayrılmış daireleri kesimler yaparak incelemiş ve kesmediği dilimler üzerinden de akıl yürütebilmiştir. Böylece dinamik düşünme sürecinde daire dilimlerini büyüklükleri üzerinde düşünebildiği görülmektedir. Daire dilimlerinin sayıları arttıkça büyüklükleri üzerine akıl yürütebilen Yunus'un etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uyguladığı görülmüştür. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Daire dilimlerini kestir. Dilimleri inceleyelim.

Yunus: Dilimlerin sayısı arttıkça alanları da küçülmüş oluyor.

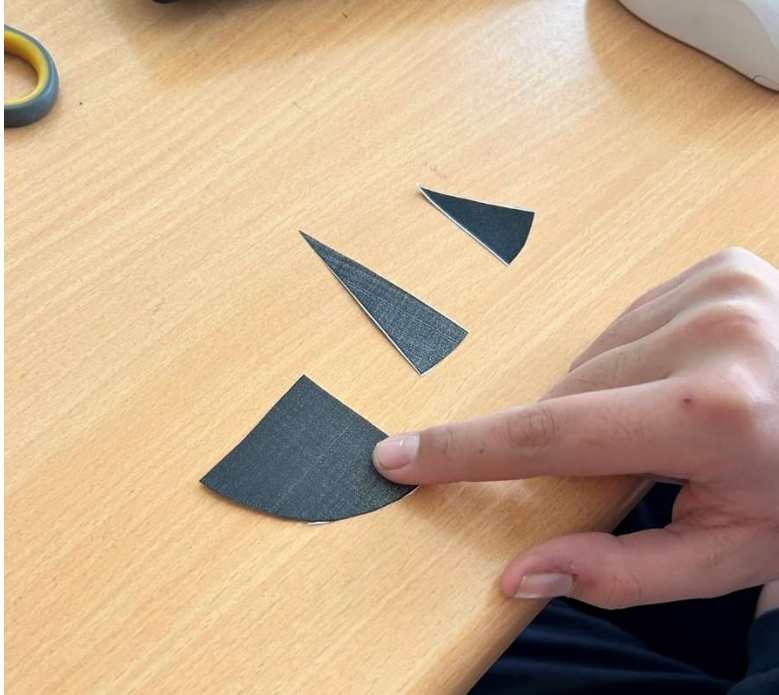
A: Peki alanları küçüldükçe hangi şekle benziyorlar?

Yunus: Küçüldükçe üçgene benzediler. Ama bir kenarı hiçbir zaman düz olmayacaktır.

(bkz. Şekil 4.60)

Şekil 4.60

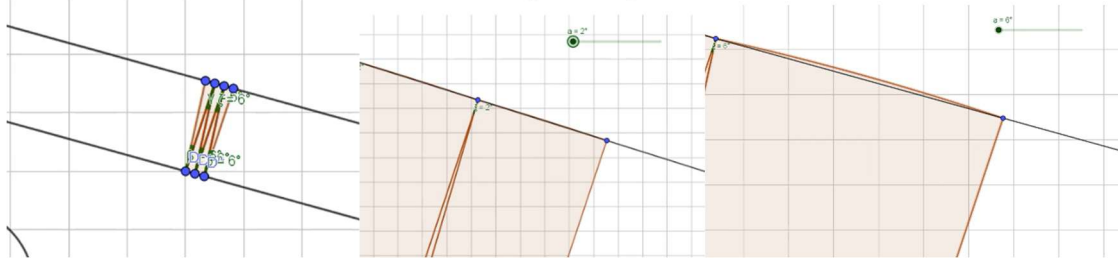
Yunus'un Daire Dilimlerini İnceleme Süreci



Kesmiş olduğu daire dilimlerini inceleyen Yunus keşfi ön plana alma sürecinde daire dilimlerinin sayısının arttıkça alanlarının küçüldüğünü gözlemlemiştir. Daha sonra daire dilimlerinin alanlarını daha da küçülttükçe birer üçgene benzediği keşfetmiştir (bkz. Şekil 4.60). Dilimleri ne kadar küçük parçalara ayırırsa ayırsın hiçbir zaman üçgen olmayacağını ve sadece üçgene benzediğini ifade etmiştir. Bunun üzerine sanal manipülatif ortamda dilimleri incelemiştir (bkz. Şekil4.61). Daire dilimlerinin küçüldükçe kenarının doğrusallığa yaklaştığını gözlemlemiştir.

Şekil 4.61

Yunus'un Daire Diliminin Kenarının Doğrusallığını İncelemesi



Yunus kesmiş olduğu dilimlerden merkez açısı en küçük olan üçgene benzettği dilimleri bir araya getirerek dairenin alanını oluşturabilmiştir. Kağıtları istediği kadar küçük kesemeyeceğini düşündüğü için sanal manipülatif ortamda incelemek istediğini ifade etmiştir. Daire dilimlerini köşe noktaları sırasıyla zeminde ve tabanda olacak şekilde dizilimiyle oluşan şeklin dikdörtgen oluşturacağını ifade etmiştir. Sanal manipülatif üzerindeki dilimlerin her birini kesilmiş ve birleştirilmiş olarak düşünebilmesi dinamik düşünme sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Daire dilimlerinin oluşturduğu şeklin kenar uzunlukları üzerinden tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme yapmıştır. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Oluşan dilimlerle alanı nasıl oluşturabilirsin?

Yunus: En küçük dilimi bir aşağıya bir yukarıya dizersem bir dikdörtgene benzetebilirim. Geogebra'da incelemek daha iyi olur. (Yunus'un bir aşağıya bir yukarıya diyerek kastettiği daire dilimlerinin köşe noktalarının sırayla zeminde ve tabanda olacak şekilde sıralanmasıdır.)

A: Peki inceleyelim. Dikdörtgendeki uzun kenar dairenin hangi uzunluğuna eşit?

Yunus: Daire dilimlerinin hepsini kestiğimi düşünelim. Dilimleri bir aşağı bir yukarı dizdim. Bir dikdörtgen oluşacak. Dikdörtgenin alanı ile hesaplayabilirim.

A: Dikdörtgenin alanını nasıl buluyorduk?

Yunus: Kısa kenar ve uzun kenarın çarpımı.

A: Aslında uzun kenar nerde oluşuyor?

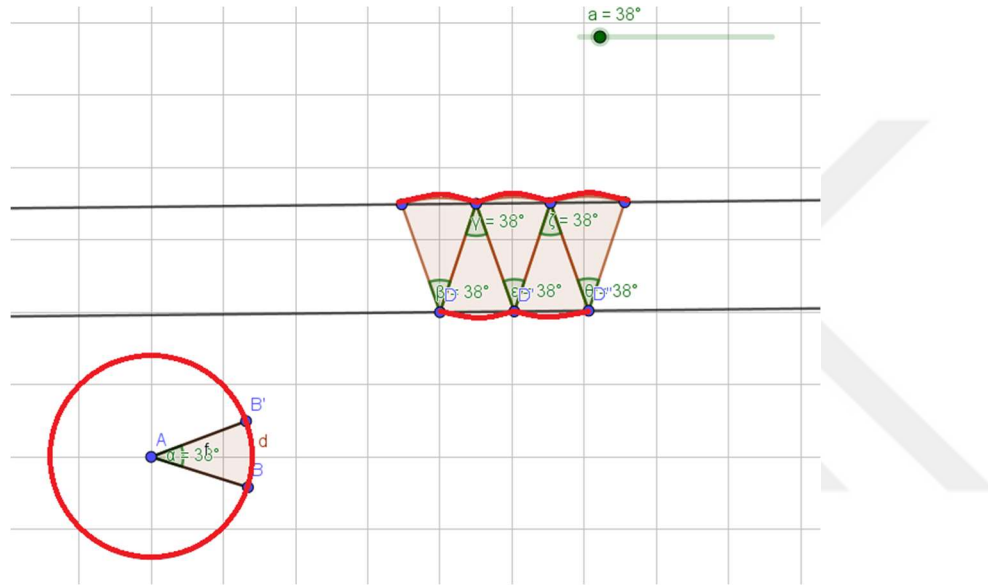
Yunus: Dairenin çevresinden. O zaman yarısidir diyebilirim. (bkz. Şekil 4.62)

A: Neden yarıısı dedin?

Yunus: Çünkü yarıısı aşağıda yarıısı yukarıda olsa. Bir uzun kenar dairenin yarıısı kadar olur.

Şekil 4.62

Yunus'un Daire Dilimlerinin Kenar Uzunluklarının Çemberin Çevresi Olduğunu İncelemesi



Yunus daire dilimlerini birleşimi ile dikdörtgen oluştuğunu ifade etmiştir. Daire dilimleriyle oluşturduğu dikdörtgen ile dairenin alan bağıntısı üzerine akıl yürütmesi amacı ön plana alma sürecini uyguladığını göstermektedir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecinde Yunus daire dilimleri yardımı ile oluşan dikdörtgenin alan bağıntısını kullanarak dairenin alan bağıntısını elde etmiştir. Dairenin alanını çevrenin yarıısı ile yarıçapın çarpımı olarak açıklamıştır (bkz. Şekil 4.63). Tam bir çözüm kümesi arama sürecindeki açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Dairenin dilimleri ile alanını oluşturdun. Bir dikdörtgen elde ettin. Dairenin alanını nasıl açıklayacaksın?

Yunus: Dikdörtgenin alanını bulurum. Kısa kenar çarpı uzun kenar ile çarpırım.

A: Kısa kenar dediğim kısım neresiydi?

Yunus: Dairenin yarıçapı.

A: Uzun kenar dediğim yer neresiydi?

Yunus: Dairenin çevresinin yarıısı.

A: Dairenin alan bağıntısını söyleyebilir misin artık?

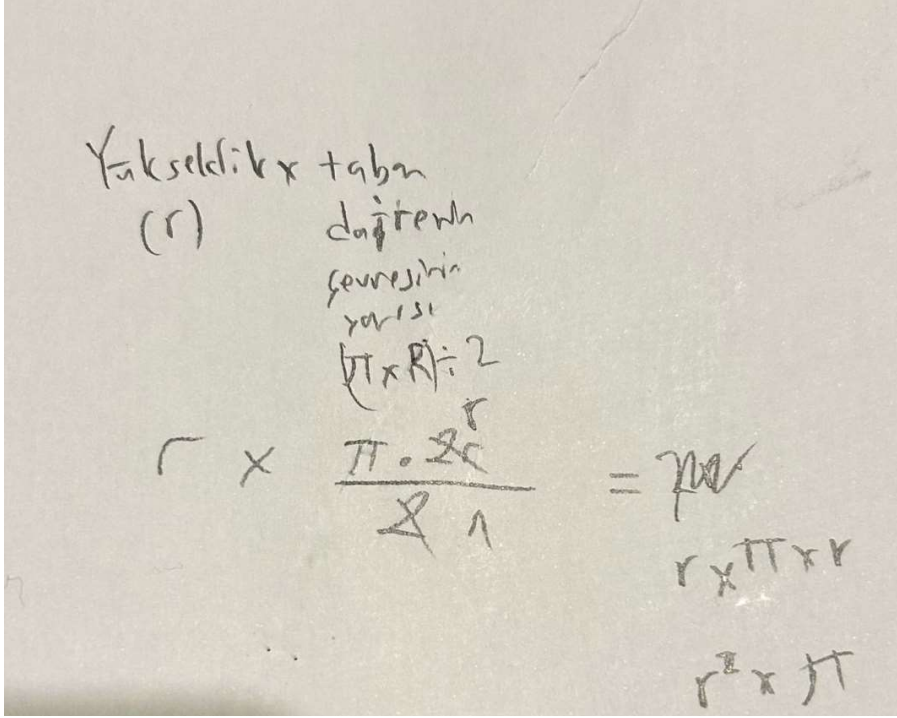
Yunus: Kısa kenar çarpı uzun kenar. Yani yarıçap çarpı çevrenin yarısı yapacaktır.

A: Bunu düzenleyebilir misin?

Yunus: $\pi \cdot r^2$ yapacaktır.

Şekil 4.63

Yunus'un Dairenin Alan Bağıntısını Oluşturması



Yunus daire dilimleriyle elde etmiş olduğu dikdörtgen yardımıyla dairenin alan bağıntısına ulaşabilmiştir. Sanal manipülatif üzerinde verilen dairelerin alanları ölçmesi istenmiş ve bağıntıyı pekiştirmesi sağlanmıştır.

4.2.6. Yunus'un altıncı öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Yunus'un altıncı öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden yamuğun alan ölçümünü yapabilmesi ve alan bağıntısını oluşturması beklenmektedir.

Araştırmacı Yunus'a birim kareli kâğıt üzerinde yamuklar vermiştir. Daha önceki öğretim bölümlerindeki etkinliklerdeki gibi yükseklik çizmeye başlamıştır. Yükseklik çiziminin ardından kalan parçaların birbirlerini tamamlayamayacağını düşünmüştür. Bu düşüncesiyle parçaların yardımı ile alan bağıntısını oluşturamayacağını öne sürmüştür.

Yunus'un parçaları tamamlayamayacağını düşünerek hatalı çıkarımları üzerine akıl yürütmesi varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini uyguladığını göstermektedir. Tanıdık durumlardan yararlanma ve varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Yamuğun alanını hangi tanıdık şekil yardımı ile bulabilirsin?

Yunus: Paralelkenardaki gibi yükseklik çizdim. İki tane üçgen elde ederim.

A: Paralelkenardaki gibi bu iki üçgen eş mi birbirlerini tamamlayabilir mi?

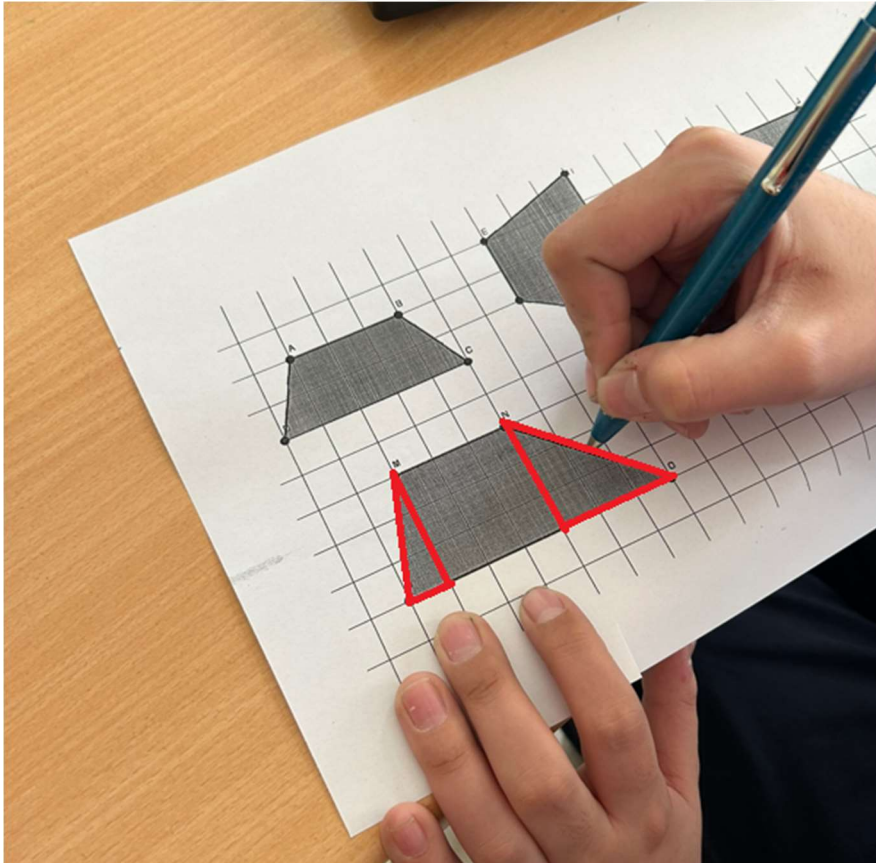
Yunus: Tamamlayamaz. Eş değiller. (bkz. Şekil 4.64)

A: Yamuğun alanını nasıl hesaplayalım?

Yunus: Üçgenleri ayrı ayrı hesaplasam uzun olur bir formül çıkmaz. Bu şekilde alan hesaplayamam o zaman.

Şekil 4.64

Yunus'un Yamuk İçerisinde Tanıdık Şekillerden Yararlanma Süreci



Yunus keşfi ön plana alma sürecinde yamuğun alanını tanıdık şekillere parçalayarak alan bağıntısını oluşturmaya çalışmıştır. Alan bağıntısına ulaşamadığı parçalar ile tanıdık şekiller elde edemediği görülmüştür. Ardından yamuk üzerinde farklı parçalar oluşturmayı düşünmüştür. Yamuğu köşegenlerinden ayırarak elde edilen

üçgenler üzerinden akıl yürütmüştür. Yunus yamuğun alanını oluşturmaya ilişkin yapılan etkinliklerde tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini uygulamış yamukta köşegenlerin meydana getirdiği üçgenlerin alanlarını yamuğun alanı ile ilişkilendirmiştir. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamaları yer verilmiştir.

A: Yükseklik çizerek alanı hesaplayamayacağını söylüyorsun. Farklı bir yol deneyelim.

Yunus: Köşegenlerinden deneyelim. (bkz. Şekil 4.65)

A: Yamuğun alanını hangi tanıdık şekil yardımı ile bulabilirsin?

Yunus: Köşegen çizsem. İki tane üçgen oluşur.

A: Bu üçgenlerin alanları sana nasıl yardımcı olabilir? Alanları hakkında ne söyleyebilirsin?

Yunus: Alanları farklı. İki üçgen ile bir dörtgen oluşturabilirim sanırım.

Şekil 4.65

Yunus'un Yamukta Köşegen Kesimi ile Oluşan Şekilleri İncelemesi



Birim kareli kâğıt üzerinde verilen yamuğu köşegenlerinden ayırarak iki üçgen yardımıyla alan bağıntısını elde edebileceğini ifade etmiştir. Amacı ön plana alma sürecinde yamuğun parçalarını tanıdık bir dörtgen elde etmek için parçaladığı görülmüştür. Yunus yamuk üzerinde yükseklik çizimiyle oluşan parçalardan dörtgen elde edemeyince, parçalar ile üçgen elde etmek amacıyla köşegen çizmesi de amacı ön plana alma sürecini uyguladığını göstermektedir.

Şekil 4.66

Yunus'un Yamuğun Köşegeniyle Oluşan İki Üçgenin Alanları Üzerine Düşünmesi



Yunus yamuğu köşegeninden ayırmasıyla oluşan üçgenleri dönme hareketi uygulayarak incelemiştir (bkz. Şekil 4.66). Üçgenleri birleştirdiğinde tanıdık bir şekle benzetemeyen Yunus sanal manipülatif üzerinde üçgenleri incelemiştir. Yunus etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde yamuğun köşegeninden ayrılmasıyla oluşan üçgenlerin yüksekliklerinin aynı olduğunu fark etmiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Yamuğu köşegeninden ayırmanla oluşturduğun üçgenlerin alanlarını inceleyelim.

Yunus: Alanları farklı.

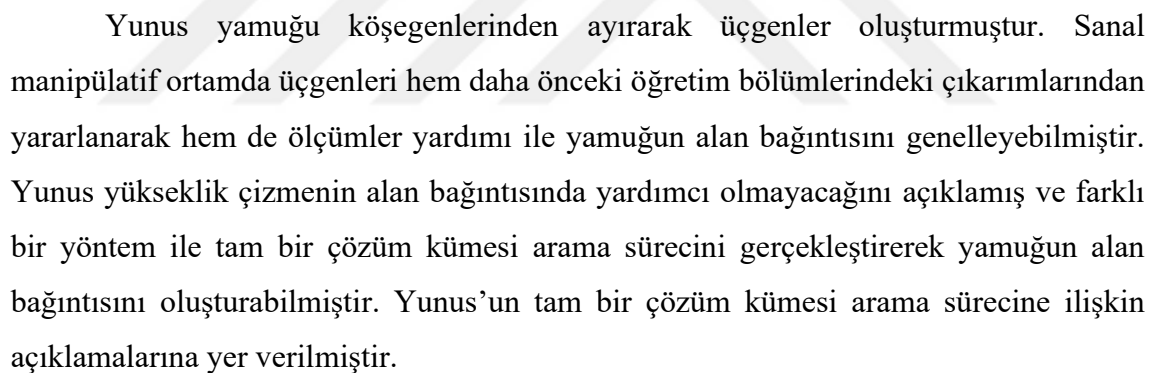
A: Farklı ama ben yamuğun alanını bağıntısını oluşturmak istiyorum. Benzer tanıdık kolay bir şeyler bulmalıyım.

Yunus: Yükseklik hesaplarken iki paralel doğru arasında yüksekliğin değişmediğini görmüştük. Aslında elde ettiğim iki üçgen de iki paralel doğru arasında verilmiş. Yükseklikleri aynıdır diyebilirim. (bkz. Şekil 4.67)

A: Bu düşünceyi yamuğun alan bağıntısı için nasıl kullanabilirsin?

Yunus: Yükseklikleri aynı iki üçgen oluştu. İki üçgenin alanını bulurum toplarım. Yamuğun alanını elde etmiş olurum.

Yunus'un Yamuğun Farklı Köşelerden Çizilen Yüksekliklerini İncelemesi



Yunus: Üçgenlerin alanlarını toplayacağım.

Yunus: Taban x Yükseklik. Bölü iki.

Yunus: Evet ama yükseklikleri aynı. O zaman ortak çarpan parantezine alabilirim. İki üçgenin tabanları toplamını ikiye bölebilirsem. Yükseklik ile çarparım. Yamuğun alanını bulurum.

104

4.3 Kağan'ın ZGA Temelli Düşünme Süreçleri

Kağan'ın öğretim bölümlerindeki akıl yürütme süreçlerine ilişkin bulgular ayrı başlıklar altında verilmiştir.

4.3.1. Kağan'ın birinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın birinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden çalışma kağıtlarında ilk verilen nesnenin yüksekliğini, ardından da üçgenin ve paralekenarın yüksekliğini çizebileceği ön görülmüştür.

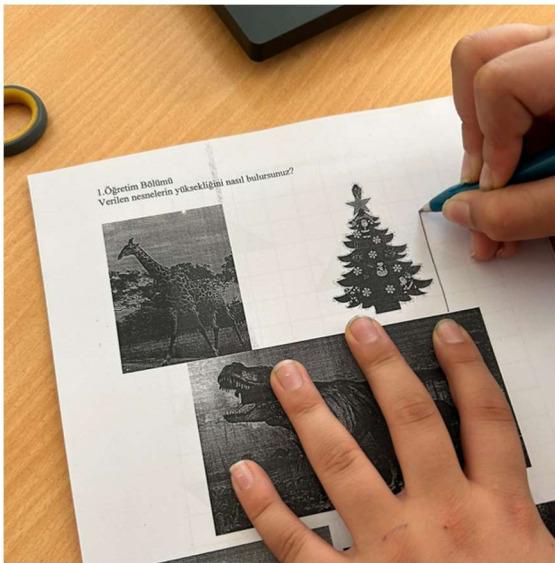
Kağan'dan giriş etkinliği olarak çizgisiz kâğıt üzerinde verilen nesnelerin yüksekliklerini çizmesi istenmiştir. Yükseklik çizimine ilişkin yapılan etkinliklerde tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini uyguladığı ve yükseklik çizmesi istenen nesnelerin en üst noktası ile taban arasında doğru parçası çizerek ilişkilendirdiği görülmüştür. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Yükseklik çizimini nasıl yaparsın?

Kağan: En üst noktanın olduğu hizadan taban doğru bir doğru parçası çizerim. (bkz. Şekil 4.68)

Şekil 4.68

Kağan'ın Nesneler Üzerindeki Yükseklik Çizimleri



Kağan nesne görsellerinden sonra birim kareli kâğıtta verilen üçgenler üzerinde yükseklik çizmeye çalışmıştır. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecinde verilen üçgenin bir kenarını taban olarak seçmiş ve bu taban üzerinden akıl yürütmüştür. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgende yüksekliği nasıl hesaplırsın?

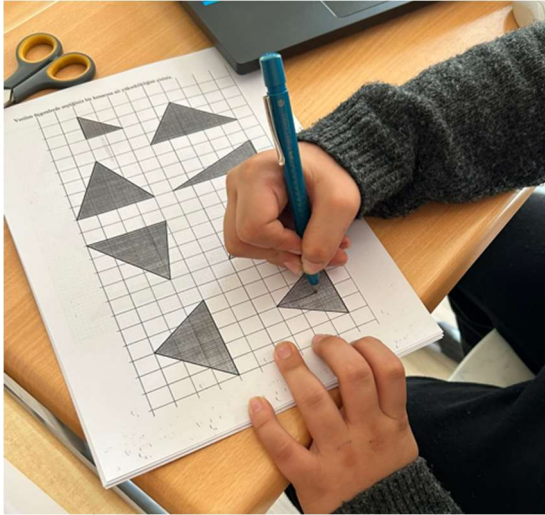
Kağan: Üçgenin hangi kenarını düşüneceğim?

A: İstediyin bir kenarı seçebilirsin?

Kağan: Bir kenarı seçtim. Bu kenar taban olsa. Karşısındaki köşe ile arasındaki mesafeyi hesaplarım. (bkz. Şekil 4.69)

Şekil 4.69

Kağan'ın Üçgende Yükseklik Çizimini Kolaylaştırmak İçin Bir Kenarı Taban İle İlişkilendirmesi



Kağan birim kareli kâğıt üzerinden üçgenin bir kenarını taban olarak döndürmeyi düşünmüştür. Bu süreç Kağan'ın dinamik düşünme sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Çizgisiz kâğıtta verilen üçgenler üzerinde yükseklik çizmek istediği kenarı taban olarak seçmiştir. Dinamik düşünme sürecinde karşıdaki köşeden bir cisim bırakıldığını düşünerek yükseklik çizimini üzerine akıl yürütmüştür. Dinamik düşünme sürecindeki açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Çizgisiz kâğıtta verilen üçgende bir kenarı seçtin. Yüksekliği dışarıdan çizildin. Aynı geniş açılı üçgende diğer kenara ait yüksekliği çizer misin?

Kağan: Yükseklik üstteki köşenin hizasından taban indirilir.

A: Dışarıdan ya da içeriden indirebilir misin yüksekliği?

Kağan: Bilemiyorum.

A: Üstteki köşeden bir cisim bırakıldığını düşünelim. Somut materyal ile inceleyelim.

Kağan: Bir cisim gibi incekse yükseklik dümdüz yere düşmesi lazım. (bkz. Şekil 4.70)

Şekil 4.70

Kağan'ın Somut Manipülatif Aracılığıyla Yükseklik Çizimini İncelemesi



Kağan çizgisiz kâğıt üzerinde verilen üçgende bir kenarı tabana paralel olduğu için seçmiş ve yüksekliği dışardan çizebilmiştir. Aynı geniş açılı üçgen üzerinde başka bir kenara ait yükseklik çizmesi istendiğinde çizim yapamamıştır. Somut manipülatif sayesinde geniş açılı üçgende içeriden de yükseklik çizilebileceğini keşfetmiştir. Kağan etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde üçgendeki farklı köşelerden farklı yükseklikler çizilebileceğini incelemiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgende yükseklik çizmek için neden o kenarı seçtin?

Kağan: Bilmem. Buraya indirilen yüksekliği seçtim.

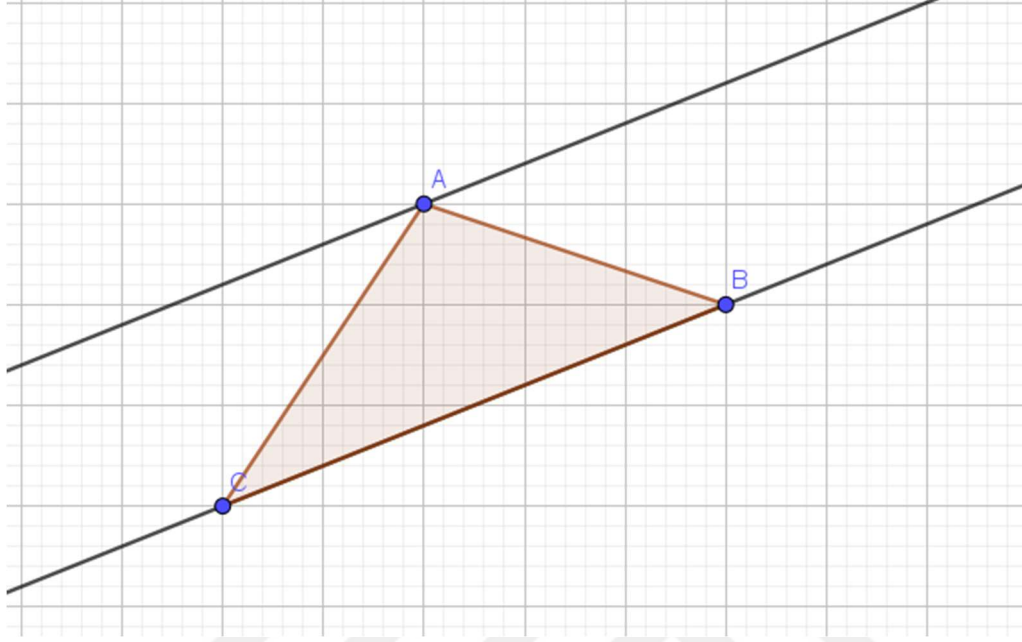
A: Farklı bir kenar seçsem sonuç farklı olur mu?

Kağan: Evet yükseklikleri farklı olabilir.

Kağan yükseklik ölçümü yaparken yüksekliğin en üst nokta ile tabandan geçen iki doğru arasındaki en kısa mesafe olduğunu açıklamıştır (bkz. Şekil 4.71). Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde Kağan, paralelkenar etkinlikleri üzerinde yükseklik hesaplarken aynı kenara ait yüksekliklerin aynı uzunlukta olduğunu fark etmiştir.

Şekil 4.71

Kağan'ın Üçgenin Tabandan Ve En Üst Noktadan Geçen İki Doğru Arasında Olduğunu İncelemesi



Kağan açılara göre farklılık gösteren üçgenleri birim kareli ve çizgisiz kağıtta, sanal ve somut manipülatifler aracılığıyla incelemiştir. Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecinde açılara göre üçgenlerin yüksekliklerini çizim konumlarının farklı olduğunu fark etmiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Üçgenlerde yükseklikleri nerelerden çizebildin?

Kağan: Geniş açılı üçgende dışarıdan, Dar açılı üçgende içeriden çizebildim.

A: Dik açılı üçgende nereden çizebildin?

Kağan: İçeriden

A: Dik açılı üçgende yüksekliği başka bir kenara indirelim.

Kağan: Bu kenara indirirsem yükseklik üçgenin kenar uzunluğuna eşit olur.

A: Yani yüksekliği nereden çizmiş olurum?

Kağan: Üzerinden.

Kağan açılara göre üçgenlerin yükseklik çizilen konumlarını sınıflandırmıştır. Somut manipülatif üzerindeki incelemelerinden sonra yüksekliğin bir kenardan karşısındaki köşeden bir cisim bırakılmasıyla çizilebileceğini düşünmüştür. Sanal manipülatifte verilen diğer alıştırmalarda bu düşünceden yararlanarak yüksekliği hesaplayarak amacı

ön plana alma sürecini uygulamıştır (Bkz. Şekil 4.72). Kağan yüksekliğin bir köşeden karşıdaki bir kenara doğru çizilen en kısa doğru parçası olduğunu genelleyebilmiştir.

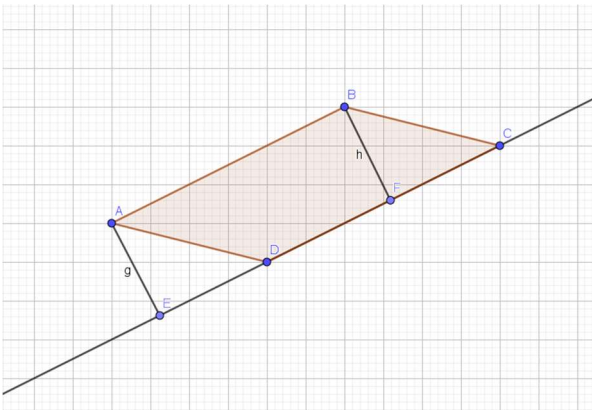
Şekil 4.72

Kağan'ın Üçgen Üzerinde Yükseklik Çizimi



Şekil 4.73

Kağan'ın Sanal Manipülatif Üzerindeki Alıştırmalarından Örnek



Kağan sanal manipülatifte verilen üçgen ve paralelkenarlar üzerinde yükseklik çizmesi istenmiştir. Böylece yükseklik çizimine ilişkin genellemesini pekiştirmesi sağlanmıştır. (bkz. Şekil 73)

4.3.2. Kağan'ın ikinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın ikinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden paralelkenarın alanını oluşturması ve alan bağıntısını elde edebilmesi beklenmiştir.

Kağan birim kareli kağıt üzerinde verilen paralelkenarlarda yüksekliği bir köşeden karşısında bulunan bir kenara doğru dikme olarak çizebilmiştir. Yükseklik çizmiş olduğu paralelkenarlarda birim kareler yardımı ile alan ölçme yapması istenmiştir. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde paralelkenarın alanına ilişkin etkinliklerde çevre hesaplamıştır. Bu sürece ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

A: Paralelkenarın alanını nasıl bulursun?

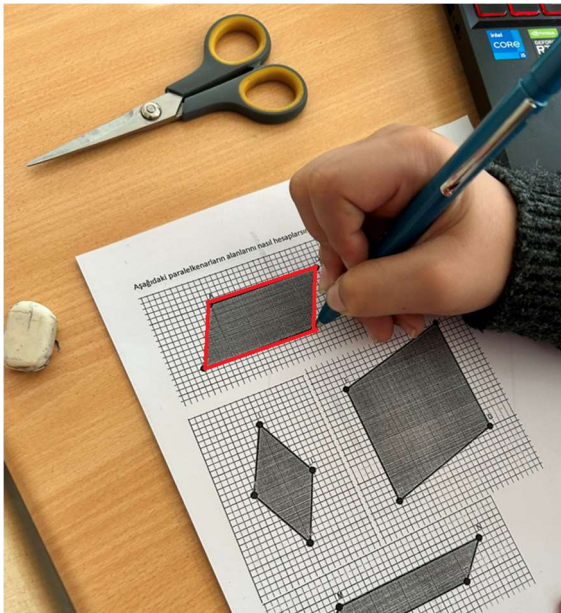
Kağan: Kenarlarından sayarım kaç kare var diye?

A: Bu söylediğin çevre mi alan mı? Çevre etrafından dolaştığın yerdir. Alan ise zeminde kapladığı bölge.

Kağan: O zaman bu söylediğim çevre. (bkz. Şekil 4.74)

Şekil 4.74

Kağan'ın Paralelkenar Üzerinde Çevre ile Alanı İlişkilendirmesi



Birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarda alan yerine çevre hesabı yaptığının farkına varmıştır. Ardından birim kareleri sayarak alan ölçme yapabileceğini açıklamıştır. Kağan tanıdık durumlardan yararlanma sürecinde birim kareli kâğıt üzerinde verilen paralelkenarın alanını birim karelerden yararlanmıştır. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Paralelkenarın alanını nasıl hesaplırsın?

Kağan: Kutucukları sayarım.

A: Say bakalım.

Kağan: Kenarlarda kalanları sayamadım.

A: Onları ne yapalım.

Kağan: O kutucukları tamamlayalım.

A: Sonra nasıl hesaplayacağım ben bu karelerin ne kadarını tamamladım bilir miyim?

Kağan: Hayır bilemem.

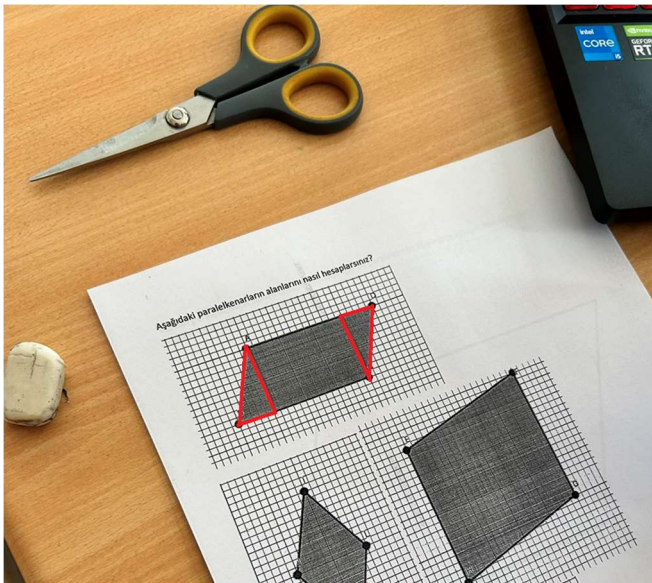
Kağan'ın sayamadığı birim kareleri tamamlayarak alanı hesaplamayı düşünmesi varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini uyguladığını göstermektedir. Birim kare yardımı ile alan ölçme yapamayan Kağan paralelkenarda yükseklik çizdikten sonra oluşan üçgenlerin alanlarına odaklanmıştır. Üçgenlerin eş olduğunu gözlemlemiştir.

A: Paralelkenarlarda yüksekliğin çizimiyle oluşan şekiller hakkında ne söyleyebilirsin?

Kağan: İki üçgen oluştu. Alanları da aynı. Üçgenler de aynı. (bkz. Şekil 4.75)

Şekil 4.75

Kağan'ın Paralelkenarda Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İncelemesi



Kağan birim karelerle incelediği paralelkenarda yükseklik çizimi ile oluşan iki eş üçgenin birbirlerini tamamlayabileceğini düşünmüştür. Böylece tam bir çözüm kümesi arama sürecini gerçekleştirdiği görülmektedir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Alanı hangi tanıdık şekillerle hesaplayabilirim?

Kağan: Yükseklik çizdim. Çizdiğim yükseklik ile iki üçgen oluştur. Birim karelerde tamamlayamadım ama bu iki üçgen birbirini tamamlar. Bu iki eş üçgenin birleşimi ile bir dikdörtgen oluşur. Yanında dikdörtgen vardı. Paralelkenarın alanını bir dikdörtgene dönüştürmüş olurum.

Kağan birim kareli kâğıtta paralelkenarda yükseklik çizimi ile oluşan üçgenlerin birbirlerine tamamlayacağını açıklamıştır. Dinamik düşünme sürecinde paralelkenarda yükseklik çiziminden sonra oluşan iki üçgenin eş olduğunu düşünerek birini diğerinin yanına taşıdığına birbirlerini tamamladığını öne sürmüştür. Çizgisiz kâğıt üzerinde kesme işlemleri yaparak gözlem yapmasına fırsat sağlanmıştır. Dinamik düşünme sürecine ilişkin yapılan açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Kağıt kesme etkinliğiyle oluşturduğun üçgenler yardımı ile paralelkenarın alanını nasıl oluşturabilirim?

Kağan: İki üçgen birbirinin eşi. Bir üçgeni alıp diğerinin yanına getirdiğimde üçgenler birbirini tamamlar.

A: Birbirlerini tamamlayacağını nasıl düşündün?

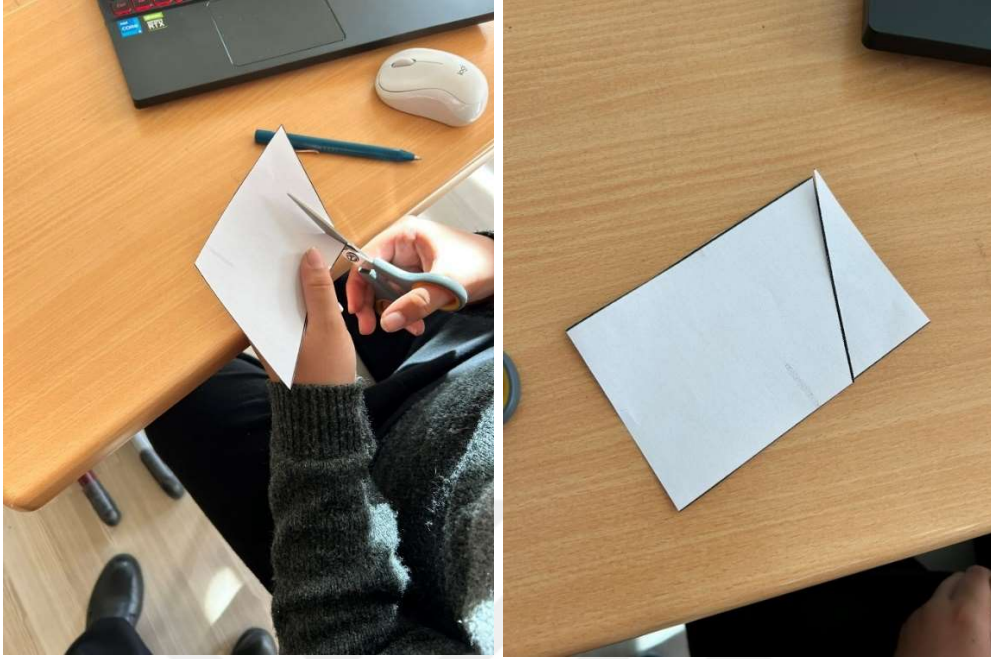
Kağan: Eksik olan kısımlarını diğeri ile tamamlayabiliyorum ve bir dikdörtgen oluşuyor. (bkz. Şekil 4.76)

A: Üçgenlerin eş olduğu nasıl anlıyorum?

Kağan: Kenar uzunlukları aynı. Kenarların tabana olan geliş açıları aynı. Zaten paralelkenar olduğu için geliş açıları hep aynı olacaktır. (Kağan'ın geliş açısı ile paralelkenarın bir kenarına ait aynı yönlü eşit açılara sahip iki paralel kenarın bulunduğunu ifade etmek istemiştir.)

Şekil 4.76

Kağan'ın Paralelkenarın Parçaları ile Dikdörtgen Oluşturma Süreci



Kağan çizgisiz kağıttaki paralelkenarı parçalara ayırarak bir dikdörtgen elde etmiştir. Paralelkenarın görüntüsü değiştikçe bu tamamlanma sürecinde nelerin değiştiğini incelemek için sanal manipülatif etkinliğe geçilmiştir. Paralelkenarın uzunlukları ve iç açıları değiştikçe daima kenarlardaki üçgenlerin eş olduğunu açıklamıştır. Bu açıklaması ile etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uyguladığı görülmektedir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde Kağan paralelkenardaki kesimini farklı noktalardan gerçekleştirebileceğini incelemiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Kesme işlemi yükseklikten yaptın. Başka bir noktadan da keserek üçgenleri tamamlayabilir miyim?

Kağan: Ortadan kessem de yine tamamlar birbirlerini.

A: Neden ortadan kesince de tamamladı.

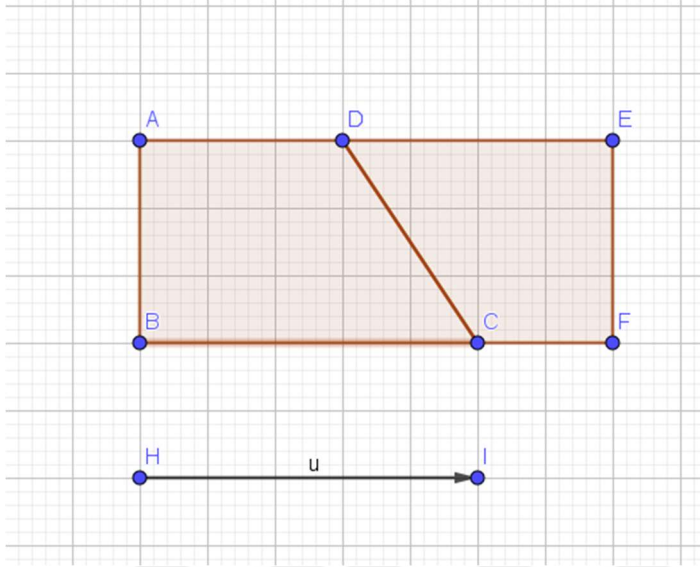
Kağan: Çünkü oda bir yükseklik aslında (bkz. Şekil 4.77).

A: Peki Ortadaki yükseklik dışında başka kesim yapabiliyor muyum?

Kağan: Bunların her biri yükseklik olduğu için bu kenara ait tüm yükseklikler gibi kesebilirim.

Şekil 4.77

Kağan'ın Paralelkenarda Oluşan İki Üçgenin Alanlarının Birleşimi ile Oluşan Şekli İncelemesi



Kağan kâğıt kesme etkinliği ve sanal manipülatifteki paralelkenarı dikdörtgene tamamlamıştır. Ardından paralelkenarın alan bağıntısı oluşturabilmek için dikdörtgenin kenar uzunluklarını paralelkenarın elemanları ile ilişkilendirmiştir. Kağan'ın tam bir çözüm kümesini arama sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Bu oluşturduğün dikdörtgenle paralelkenarın alan bağıntısını nasıl elde edebilirsin?

Kağan: Dikdörtgenin alanı iki kenarının çarpımı. Bu kenarlardan birisi zaten paralelkenarın yüksekliği. Diğeri ise paralelkenarın kenar uzunluğu ben sadece kestim. Ama uzunluk aynı kaldı.

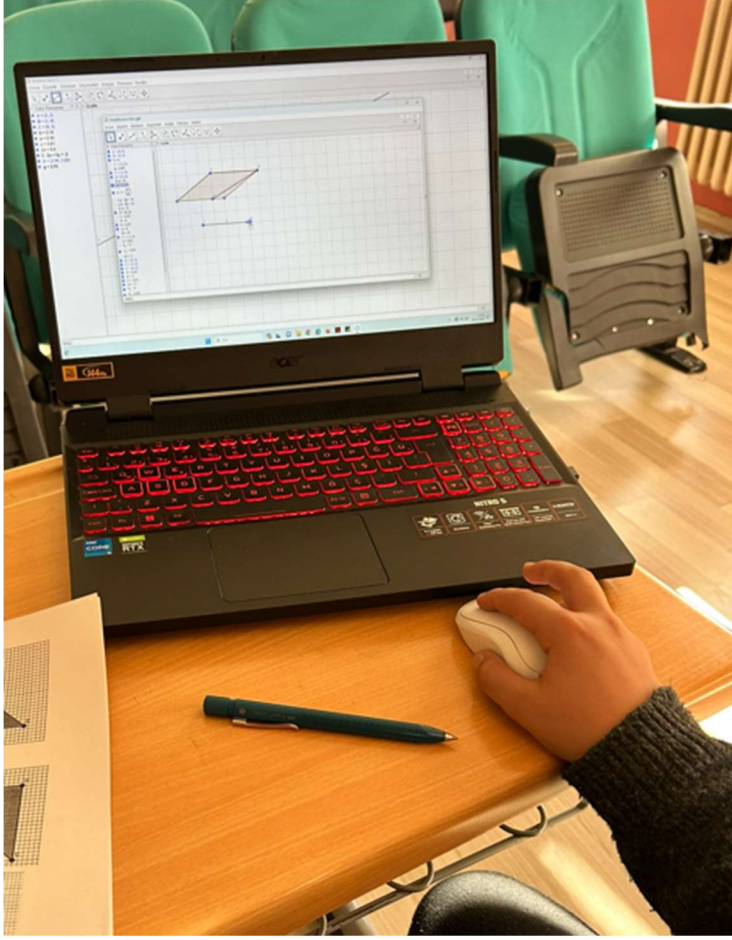
Kağan birim kareli kâğıtta verilen paralelkenarda yükseklik çizmiş ve üçgenlerin birbirlerini tamamlayabileceğini ifade etmiştir. Daha sonraki çizgisiz kâğıtta verilen kâğıt kesme etkinliğinde ve sanal manipülatiflerde kesimlerinin yükseklik olacak şekilde çizmiş ve parçaların birleşimi ile oluşacak şekli dikdörtgen yapmaya odaklanmıştır. Bu düşüncesi amacı ön plana alma sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Amacı ön plana alma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Neden hep yükseklik olacak şekilde kesimler yaptın?

Kağan: Çünkü dik kesmeliyim ki oluşan şeklin bir köşesi 90° olabilsin. Böylece dikdörtgen oluşturabileyim. (bkz. Şekil 4.78)

Şekil 4.78

Kağan'ın Farklı Paralelkenar Üzerinde İnceleme Süreci



Kağan sanal manipülatif üzerindeki incelemeleri ile paralelkenarı sadece yükseklik ve onun paralelindeki doğru parçaları şeklinde kesebileceğini açıklamıştır. Kağan'ın paralelkenarın alan bağıntısını pekiştirebilmesi için sanal manipülatif ortamda çeşitli alıştırmalar verilmiştir.

4.3.3. Kağan'ın üçüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın üçüncü öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden üçgenin alanını oluşturması ve alan bağıntısını elde edebilmesi beklenmiştir.

Kağan'a yükseklik çizmesi için birim kareli kâğıt üzerinde üçgenler verilmiştir. Önceki öğretim bölümlerindeki çıkarımlarından yararlanarak yükseklikleri çizmiştir. Yükseklik çizmiş olduğu üçgenlerin alanlarını hesaplaması istenmiştir. Üçgenin alanına

ilişkin yapılan etkinliklerde tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde açılara göre farklı verilen üçgenleri tamamlayarak elde etmiş olduğu şekilleri ilişkilendirmiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgenlerin alanlarını nasıl hesaplıyorsun?

Kağan: Tamamlarım bu üçgenleri kutucuklarını sayamadığım için.

A: Tamamla bakalım. (Kağan verilen üçgenleri tanıdık şekillere tamamlamıştır.)

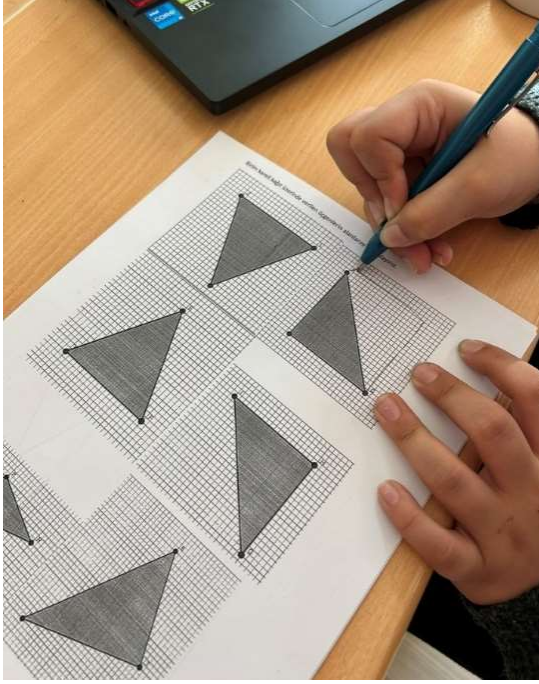
Kağan: Tamamladım.

A: Neye göre tamamladın? Farklı oldu bu şekiller.

Kağan: Dik üçgeni dikdörtgen gibi veya kare gibi tamamladım. (bkz. Şekil 4.79)

Şekil 4.79

Kağan'ın Dik Üçgeni Tamamlama Süreci

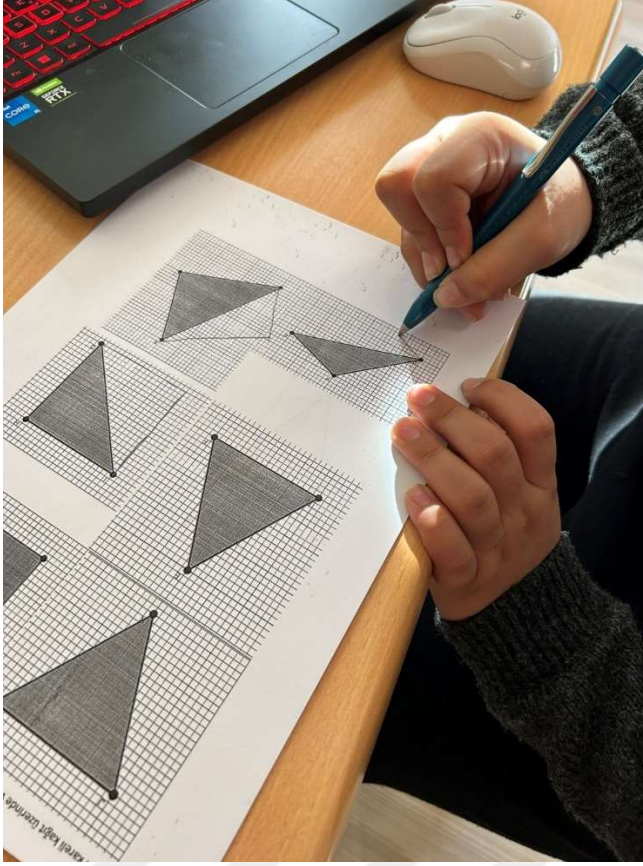


A: Diğer üçgenleri nasıl tamamladın?

Kağan: Bu üçgenleri paralelkenar gibi tamamlasam daha rahat olur. Hatta bu iki üçgen birbirinin aynısı bunları yan yana getirdiğimde paralelkenar olacaktır. (bkz. Şekil 4.80)

Şekil 4.80

Kağan'ın Geniş Açılı Üçgeni Paralelkenara Tamamlama Süreci



Kağan verilen çalışma kağıdındaki iki üçgeni ilişkilendirerek paralelkenar el etmiş bağımsız şekilleri ilişkilendirme sürecini uygulamıştır.

Kağan genelleme sürecinde dik üçgenleri eşleri ile tamamlayarak dikdörtgen oluşturacağını düşünmüş tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uygulamıştır. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgenleri nasıl tamamladık?

Kağan: Burada verilen dik açılı üçgeni tamamladığımda bir kare oldu.

A: Diğer dik açılı üçgeni tamamlar mısın?

Kağan: Bu dikdörtgen oldu.

Dik üçgen haricindeki üçgenleri tamamladığında elde edilen şekillerin dikdörtgen dışında başka şekillerde oluşturacağını fark eden Kağan'ın varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlandığı görülmüştür. Ardından çizgisiz kâğıt etkinliğine geçilmiştir. Kağan'ın çizgisiz kâğıt üzerinde verilen üçgenleri tanıdık şekillere benzetmesi istenmiştir. Dar açılı üçgenlerden birini bir dikdörtgen içerisinde çizerek tamamlamıştır. Kağan keşfi ön plana alma sürecinde dikdörtgen içerisinde çizmiş olduğu dar açılı üçgenin alanı üzerinden akıl yürütmüştür. Kağan'ın dinamik düşünme sürecinde çizdiği

dikdörtgen üzerinde akıl yürüttüğü görülmüştür. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Verilen dar açılı üçgeni neden dikdörtgen içerisinde olacak şekilde tamamladın?

Kağan: Yine de alanın yarısı olur fark etmez ki. (bkz. Şekil 4.81)

A: Alanın yarısı olduğunu nasıl bilebilirim?

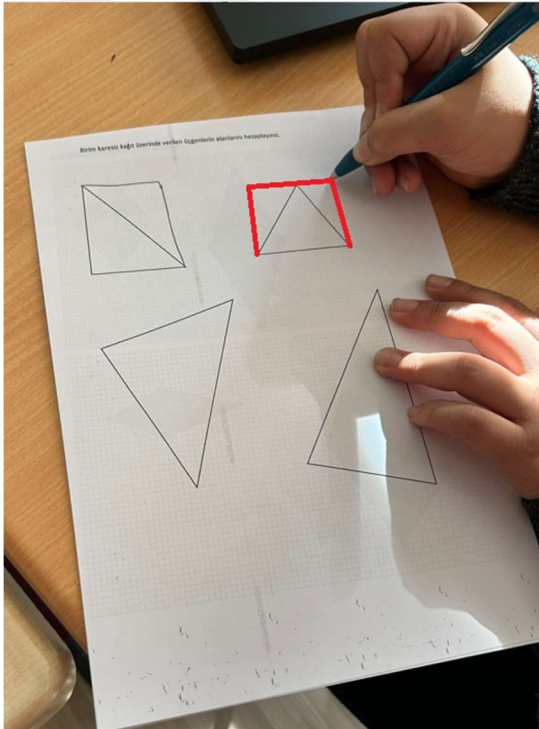
Kağan: Üçgeni üst köşesinden ortadan böldüğümde oluşan iki dik üçgende eşleri ile tamamlanmış gibi duruyor.

A: Dikdörtgenin alanı hakkında ne söyleyebilirsin?

Kağan: Dikdörtgenin alanı da üçgenin alanının iki katı kadar olur.

Şekil 4.81

Kağan'ın Dar Açılı Üçgeni Bir Dikdörtgen İçerisinde Çizme Süreci



Birim kareli kağıt ve çizgisiz kağıt üzerinde üçgenleri tamamladıktan sonra üçgenleri dikdörtgen dışında paralelkenara da tamamlandığını fark etmiştir. Üçgenlerin alan bağıntısını paralelkenarın alanı ile oluşturabileceğini açıklamıştır. Üçgenin alanının paralelkenarın alanının yarısı olduğunu açıklaması Kağan'ın tam bir çözüm kümesini arama sürecini de uyguladığını göstermektedir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Elde ettiğin şekillere tekrar bakalım. Bazılarını paralelkenara bazılarını dikdörtgene bazılarını kareye tamamladın. Üçgenin alan bağıntısını nasıl açıklarsın?

Kağan: Her birini aslında oluşan şekillerin alanının yarısı oldu. Paralelkenarın alanını bulurum. İkiye bölerim üçgenin alanını bulabilirim. Bu diğerlerinde de geçerli. (bkz. Şekil 4.82)

A: Alan bağıntısını nasıl oluşturabilirsin?

Kağan: Paralelkenarın alanını ikiye böleceğim. Paralelkenarın alanı yükseklik ve kenarın çarpılmasıyla bulunuyordu.

A: Paralelkenarda yükseklik dediğin üçgenin hangi uzunluğu?

Kağan: Paralelkenarın da yüksekliği.

A: Paralelkenarın bir kenar uzunluğu üçgende hangi uzunluğa denk geliyor?

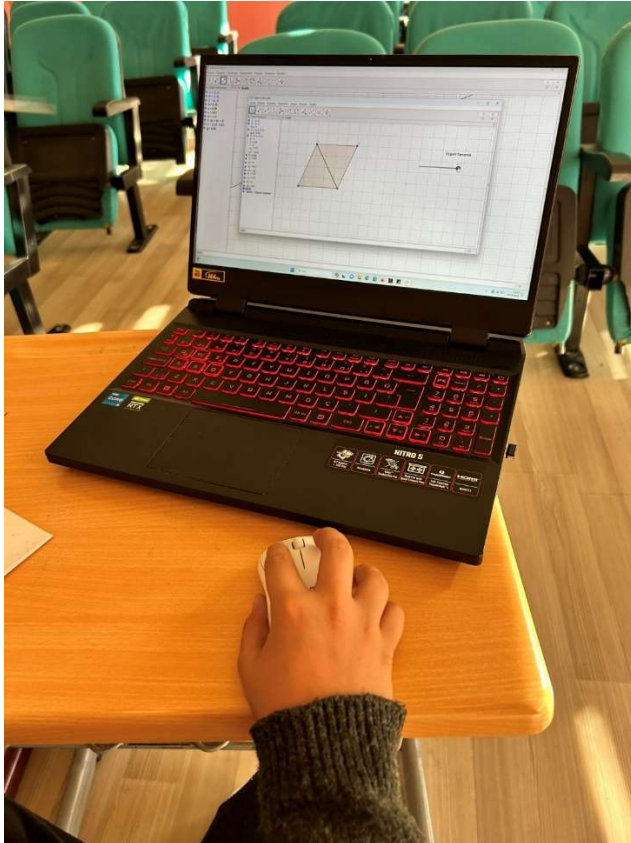
Kağan: Onunda bir kenar uzunluğu?

A: O zaman paralelkenarın alanını düşünerek üçgenin alan bağıntısını nasıl açıklayabilirsin?

Kağan: Yükseklik ile kenarı çarparım. Paralelkenarın alanı olur. İkiye bölerim üçgenlerden birinin alanını bulmuş olurum.

Şekil 4.82

Kağan'ın Üçgeni Eşi ile Paralelkenara Tamamla Süreci



Kağan çizgisiz kağıt üzerindeki çıkarımlarını sanal manipülatif üzerinde kontrol etmiştir. Daha sonra Kağan'ın dikdörtgen içerisinde çizdiği dar açılı üçgenin alanına ilişkin akıl yürütme sürecine dönüş yapılarak sanal manipülatif üzerinde incelemesi sağlanmıştır. Dikdörtgen içerisinde çizmiş olduğu dar açılı üçgeni üst köşe noktasını hareket ettirerek oluşan üçgenler üzerinde akıl yürütmüştür. Bu süreçte etkilerin kanıtlarını kontrol ettiği görülmüştür. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Geogebra ortamında dikdörtgen içerisinde çizdiğin üçgenin üzerinde konuşalım.

Buradaki üçgenin alanının tam yarısı olduğunu nasıl kanıtlayabilirsin?

Kağan: Üzerinde oynamalar yapabilir miyim?

A: Tabi sürüklemeler yapabilirsin.

Kağan: Üçgenin üst noktasını hareket ettirirsem üçgen dik üçgene benzeyecek gittikçe.

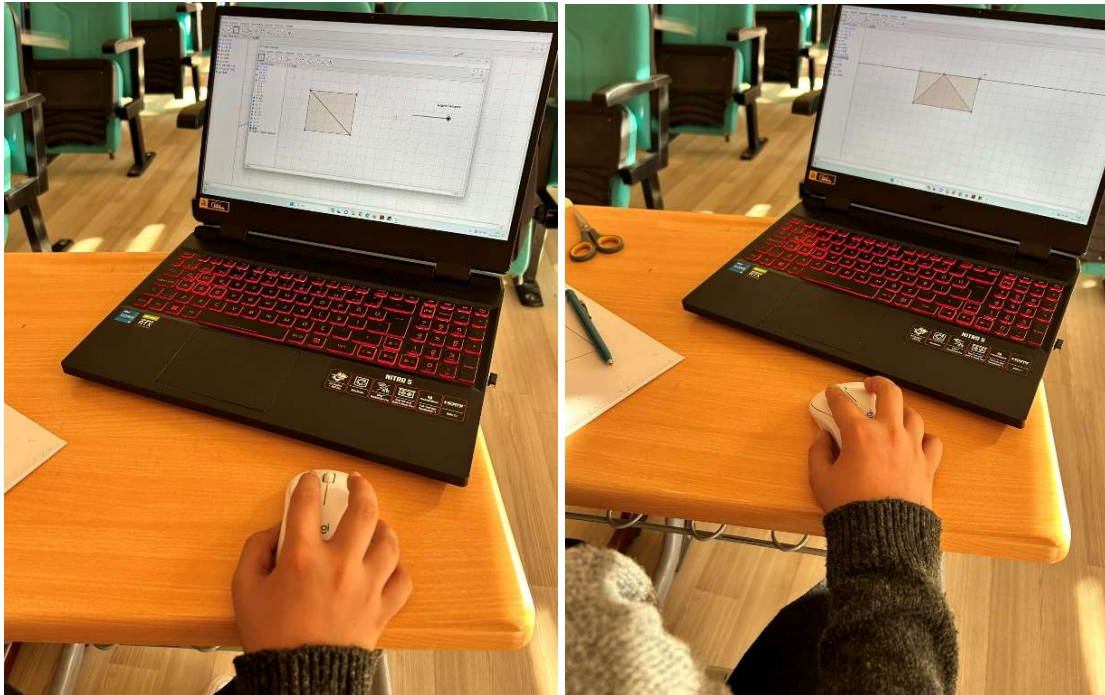
Burada üçgenin alanı değişmiyor ama görüntüsü yanı kalıyor. (bkz. Şekil 4.83)

A: Üçgende başka aynı kalan ya da değişen yerler var mı?

Kağan: Kenar uzunluğu ve yüksekliği de değişmiyor.

Şekil 4.83

Kağan'ın Dikdörtgen İçerisinde Çizdiği Üçgenin Alanını İncelemesi



Amacı ön plana alma sürecinde Kağan tamamladığı üçgenlere bakarak paralelkenar oluşturduğunu ve diğer üçgenleri tamamlarken üçgen üzerinde bir kenara odaklanarak tamamlamalar yaptığı görülmüştür. Odaklanmış olduğu kenarın oluşan dikdörtgendeki köşegen olduğunu açıklamıştır. Örnek açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Üçgenleri nasıl tamamlayacaksın?

Kağan: Eşi ile tamamlayacağım. Mesela bu kenara tamamlarsan bir paralelkenar oluşuyor.

A: Neden o kenara tamamladın?

Kağan: Bir kenar seçerek paralelkenarın köşegeni gibi olmasını sağlamak istedim.

Kağan üçgenin alanını paralelkenarın alan bağıntısı yardımı ile genelleylebilmiştir. Matematiksel gerekçelere dayandırmadığı düşüncelerini sanal manipülatif üzerinde incelemeler yaparak doğruluğunu kontrol etmiş ve oluşturduğu alan bağıntısının geçerliliğini incelemiştir. Kağan'ın oluşturduğu alan bağıntısını pekiştirebilmesi için sanal manipülatif üzerinde çeşitli alıştırma sunulmuştur.

4.3.4. Kağan'ın dördüncü öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın ikinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden paralelkenarın alanını oluşturma ve alan bağıntısını elde edebilmesi beklenmiştir.

Kağan giriş etkinliği olarak birim kareli kağıt üzerinde verilen eşkenar dörtgenleri incelemiştir. Eşkenar dörtgenlerin özelliklerini incelerken köşegen çizme eğiliminde bulunmuştur. Çizmiş olduğu köşegenlerin eşit uzunlukta olması gerektiğini öne sürmüştür. Eşkenar dörtgen üzerinde incelemeler yaptıktan sonra köşegenlerin eşit olma zorunluluğunun olmadığını ifade etmiştir.

A: Verilen şekillerden hangileri eşkenar dörtgendir?

Kağan: Tüm kenarları eşit olanlar.

A: Başka hangi özellikleri vardır eşkenar dörtgenlerin?

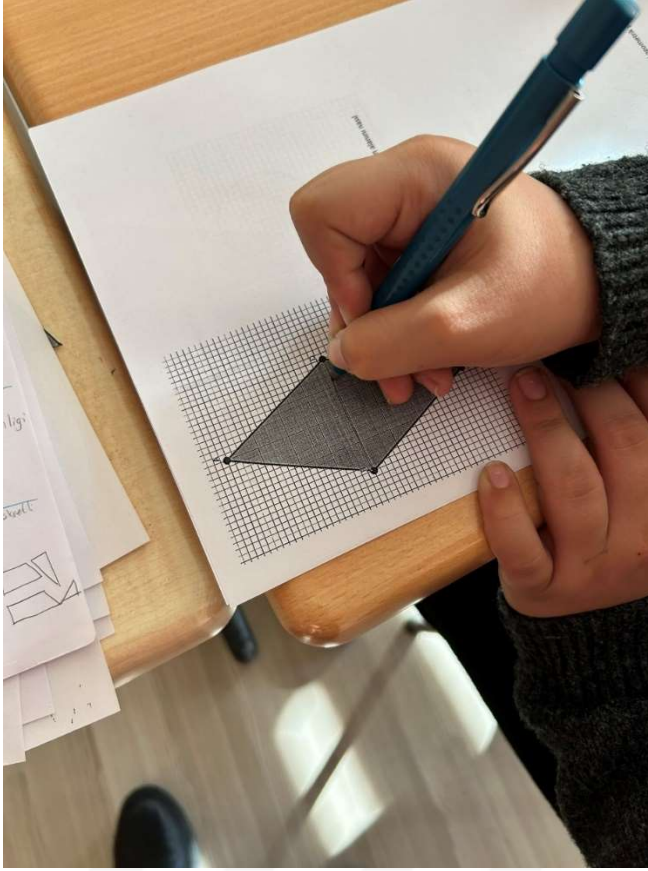
Kağan: Şöyle bir köşegen çizsem. Çizdiğim köşegenin oluşturduğu iki üçgenin de aynı olması gerekir. (bkz. Şekil 4.84)

A: Peki köşegenleri aynı olduğunda kenar uzunlukları aynı oluyor mu?

Kağan: Olmuyor. O zaman kenar uzunlukları aynı olsa karşılıkları açıları eşit olsa yeterli. Köşegen için bir şey söyleyemem.

Şekil 4.84

Kağan'ın Eşkenar Dörtgeni Köşegenlerini Çizmesi



Birim kareli kâğıt üzerinde verilen eşkenar dörtgenin alanına ilişkin yapılan etkinliklerde tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirerek eşkenar dörtgen üzerinde köşegenler yardımı ile oluşan iki üçgeni birbiri ile ilişkilendirmiştir. Kağan tanıdık durumlardan yararlanma sürecinde eşkenar dörtgen üzerinde köşegen çizilmesiyle oluşan eş üçgenler ile hangi şekli oluşturacağı üzerine akıl yürütmüştür. Bu süreçte daha önceki öğretim bölümünde doğruluğunu kanıtladığı dik üçgenlerin eşi ile tamamladığında dikdörtgen oluşacağı düşüncesi üzerine düşünmüştür. Tüm bu tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Köşegenleri çizdin. Bu üçgenler alanda nasıl yardımcı olabilir?

Kağan: Bu üçgenler dik üçgenler. Paralelkenarın alanında yapmıştık. Birbirleri ile tamamladığımda dikdörtgen oluştu. Buradan yararlanabilirim.

A: Kağıtları keserek tamamlayalım bakalım.

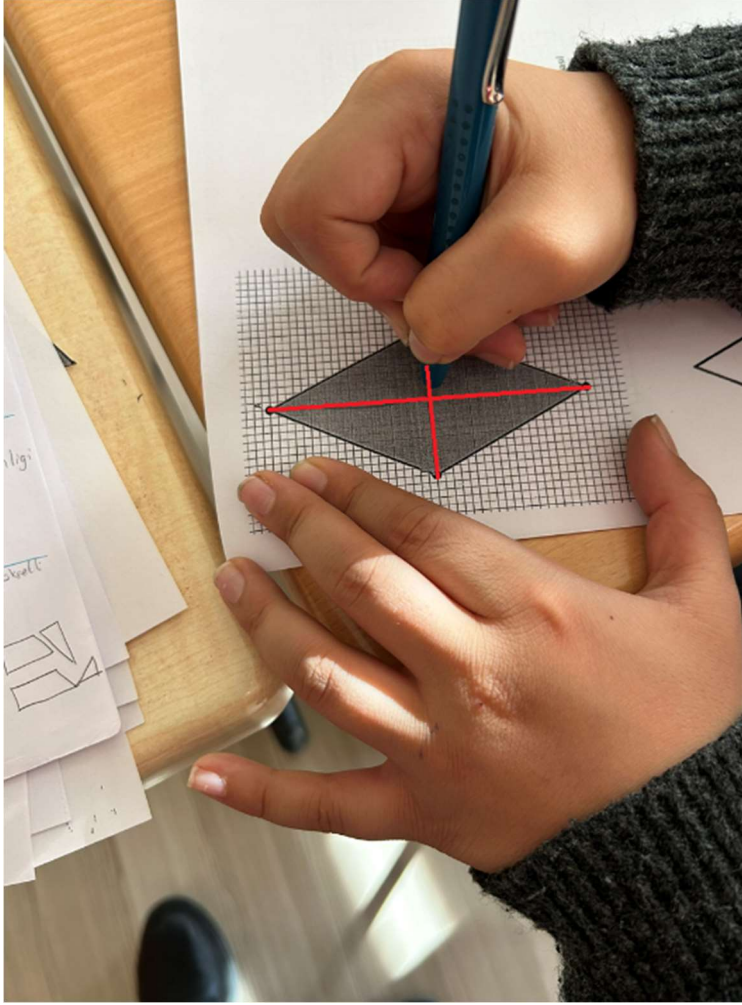
Kağan: Köşegenlerinden keselim. Dört üçgen oluştu. Bunları da birbirleri ile tamamlarsam dikdörtgen oluşuyor. (bkz. Şekil 4.85)

A: Oluşan dikdörtgenin alanı hakkında ne söyleyebilirsin?

Kağan: Eşkenar dörtgenin alanın aynısı oldu.

Şekil 4.85

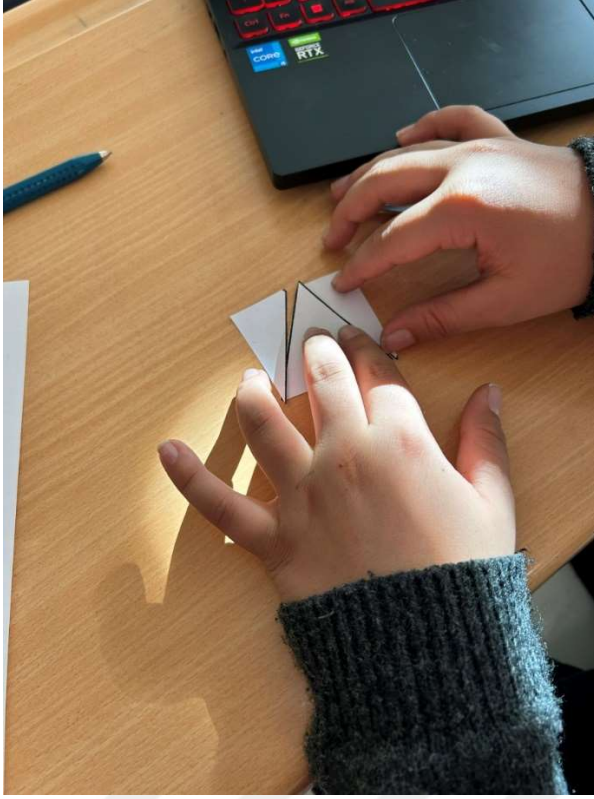
Kağan'ın Eşkenar Dörtgende Köşegen Çizimiyle Oluşan Eş Üçgenleri İncelemesi



Eşkenar dörtgen üzerinde köşegen çizerek oluşan üçgenleri alan hesaplamada kullanamaya çalışması ve üçgenlerin meydana getirdiği dikdörtgen ile alanı bağıntısını oluşturması gerektiğini düşünmesi amacı ön plana alma sürecinde gerçekleştirdiği düşünme süreçleridir. Kağan'ın birim kareli kağıt üzerindeki bu düşüncesini incelemesi için çizgisiz kağıttaki kağıt kesme etkinliğine geçilmiştir. Dinamik düşünme sürecinde eşkenar dörtgenin köşegenlerinin ayırdığı dört üçgenin yer değiştirmesi ile oluşan dikdörtgen üzerinde akıl yürütmüştür. Kağan eşkenar dörtgenin alanı köşegenlerinden ayırarak oluşan üçgenleri dikdörtgene tamamlamış. (bkz. Şekil 4.86)

Şekil 4.86

Kağan'ın Eşkenar Dörtgende Köşegen Çizimi ile Oluşan Parçalar İle Dikdörtgen Elde Etmesi



Daha sonra Kağan parçalara ayırdığı eşkenar dörtgenin uzunlukları ile oluşturduğu dikdörtgenin uzunluklarını ilişkilendirmek için sanal manipülatif etkinliğe geçmek istemiştir. Böylece tam bir çözüm kümesi arama sürecini uyguladığını göstermektedir.

A: Oluşan dikdörtgenin alanını nasıl hesaplayacaksın?

Kağan: Kısa kenar çarpı uzun kenar yapacağım.

A: Kısa kenar dediğin kısım eşkenar dörtgende hangi uzunluğa denk geliyor?

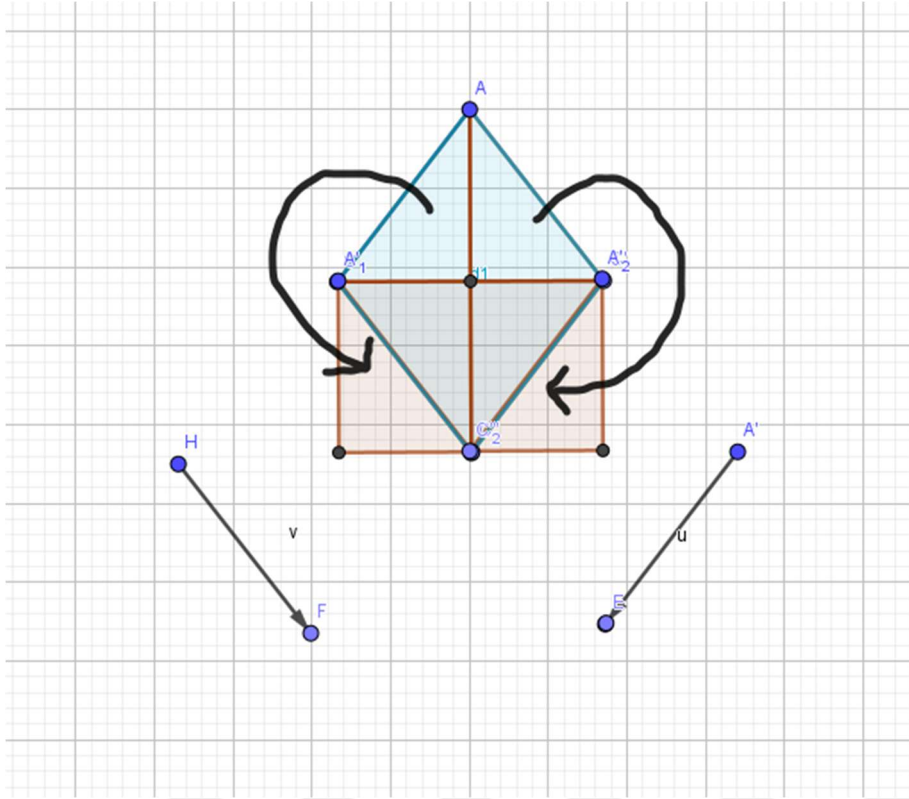
Kağan: Eşkenar dörtgenin uzun köşegeni yarısı kadar.

A: Uzun kenarı dediğin kısım eşkenar dörtgende hangi uzunluğa denk geliyor?

Kağan: Eşkenar dörtgenin kısa köşegeni kadar.

Şekil 4.87

Kağan'ın Eşkenar Dörtgenin Parçaları ile Oluşan Şekli İncelemesi



Sanal manipülatif üzerinde eşkenar dörtgenin parçalarını inceleyen Kağan eşkenar dörtgenin alanını köşegenlerden birisi ile diğerinin yarısının çarpılması ile bulunabileceğini ifade etmiştir. Kağan etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde eşkenar dörtgen içerisindeki üçgenleri tamamladığında her zaman dikdörtgen olacağını incelemiştir. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecindeki açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Her zaman bu şekilde dikdörtgenler mi oluşur?

Kağan: Evet. Çünkü köşegenlerinden kestiğimde hep dik üçgenler elde edeceğim.

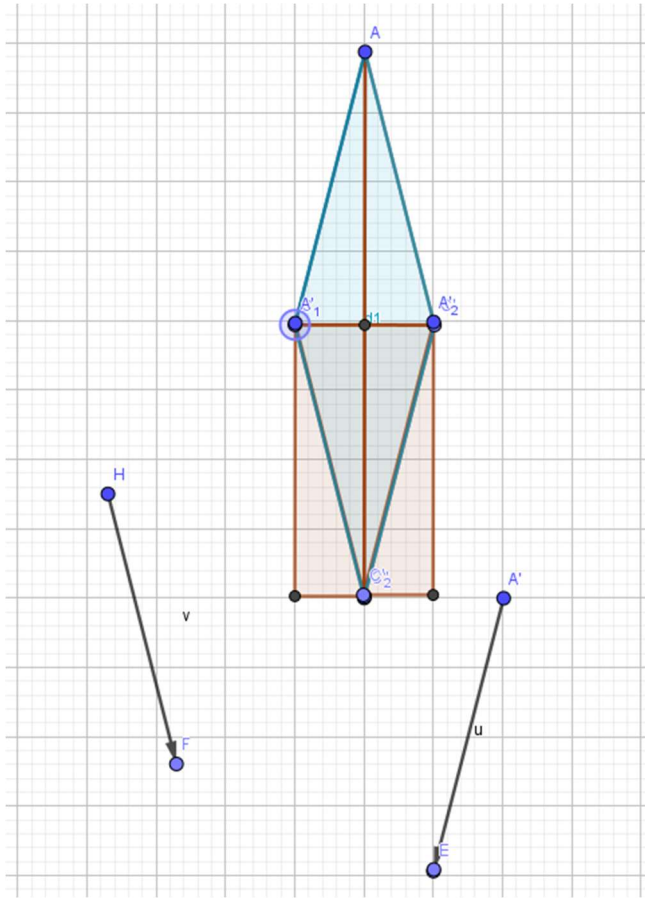
A: Bu dik üçgenler de bana her zaman dikdörtgen mi oluşturacak?

Kağan: Zaten kenar uzunlukları ne kadar değişirse değişsin Köşegenler hep dik kesilecek.

(bkz. Şekil 4.88)

Şekil 4.88

Kağan'ın Farklı Eşkenar Dörtgenlerin Oluşturduğu Şekilleri İncelemesi



Kağan eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturduktan sonra pekiştirmesi için sanal manipülatif üzerinde çeşitli alıştırmalar sunulmuştur.

4.3.5. Kağan'ın beşinci öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın beşinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden dairenin alanını oluşturması ve alan bağıntısını elde edebilmesi beklenmiştir.

Kağan birim kareli kâğıt üzerinde verilen daireleri incelemiştir. Dairenin üzerindeki her noktanın merkeze olan mesafelerinin aynı olduğunu açıklamıştır. Dairenin alanını hesaplaması istendiğinde daha önceki öğretim bölümlerinde olduğu gibi alan içerisinde tanıdık şekillerden yararlanmak istemiştir. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Dairenin alanını nasıl hesaplayacaksın?

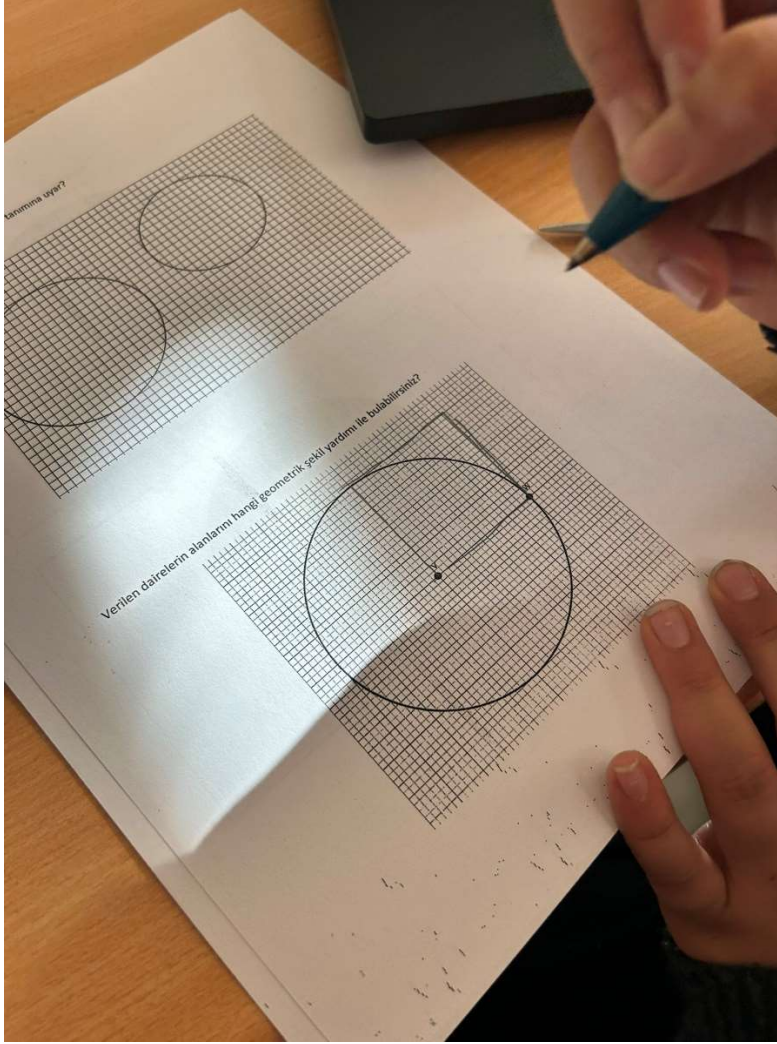
Kağan: Birim kareler ile hesaplayamıyorum. İçerisinde bir kare çizsem. (bkz. Şekil 4.89)

A: Sonra kalan kısımlarını nasıl hesaplayacaksın?

Kağan: Kalan kısımları bir şey ifade etmiyor. Hiçbir şekle benzemedi.

Şekil 4.89

Kağan'ın Daire Üzerinde Tanıdık Şekiller Elde Etme Düşüncesi



Kağan dinamik düşünme sürecinde dairenin alanını hesaplamak için çizmiş olduğu kare şekli dışında kalan düzgün olmaya geometrik şekiller üzerine akıl yürütmüştür. Dinamik düşünme sürecindeki açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Dairenin alanını hangi tanıdık şekiller yardımı ile hesaplayabilirsin?

Kağan: İçerisinde büyük bir kare çizsem.

A: Bu şekilde dairenin alanını kesebilir misin?

Kağan: Kestim ama karenin dışında kalan şekiller ile bir şey oluşturamıyorum.

Kağan keşfi ön plana alma sürecinde dairenin alanının içerisindeki kare çiziminden sonra kenarlarda kalan doğrusal kenarları olmayan şekilleri incelemiştir. Bu sebeple tüm

kenarları doğrusal olacak şekilde parçalara ayırmaya odaklanmıştır. Keşfi ön plana alma sürecindeki açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Daire içerisindeki kare ile alan hesabı yapabilir misin?

Kağan: Yapamadım. Çünkü kenarlardaki kalan şekiller tanıdık şekiller değil.

A: Tanıdık başka hangi şekillerden yararlanabilirsin?

Kağan: Öyle bir şekle parçalamalıyım ki dairenin kenarlarındaki ovalikler tamamlansın ya da gözükmessin.

Kağan'ın daire içerisine şekiller çizerek alanı elde edebileceğine dair hatalı çıkarımı varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanarak akıl yürüttüğünü göstermektedir. Kağan daire içerisine çizdiği tanıdık şekiller yardımı ile alanı ölçemeyeceğini ifade etmiştir. Ardından çizgisiz kâğıtta verilen daire dilimleri etkinliğine geçilmiştir. Kağan tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecine ilişkin daire dilimlerini incelemiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Daire dilimleri ne demek?

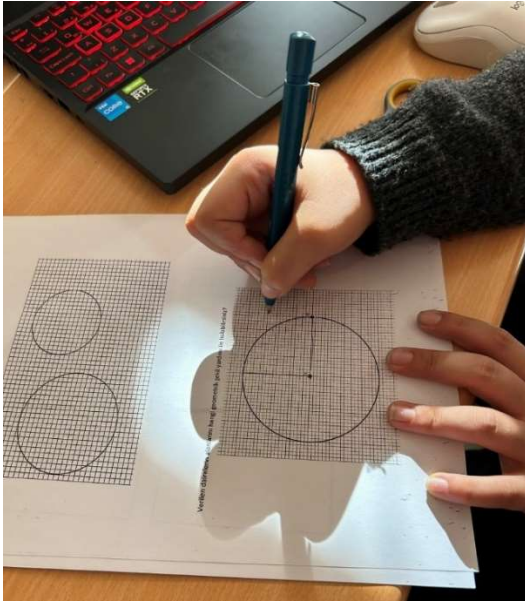
Kağan: Pasta gibi dilimlere ayrılması.

A: Çizgisiz kâğıtta verdiğim daire dilimlerini inceleyelim. Verilen daire dilimleri hakkında ne söyleyebilirsin?

Kağan: Her bir daire içindeki dilimler eşit büyüklükte. Daire dilimlerinin sayısı arttıkça alanları küçülmüş.

Şekil 4.90

Kağan'ın Daire Dilimlerini Pasta Dilimine Benzettiği Çizimleri



Daha sonra daire dilimleri üzerine akıl yürüterek her bir daire dilimini üçgene benzeterak tanıdık durumlardan yararlanma sürecini uyguladığı görülmüştür. Böylece tam bir çözüm kümesi arama sürecine ulaşarak alan bağıntısını oluşturabilmiştir. Bu sürece ilişkin yapmış olduğu açıklamalara yer verilmiştir.

A: Alanı başka hangi şekiller yardımı ile hesaplayabilirsin?

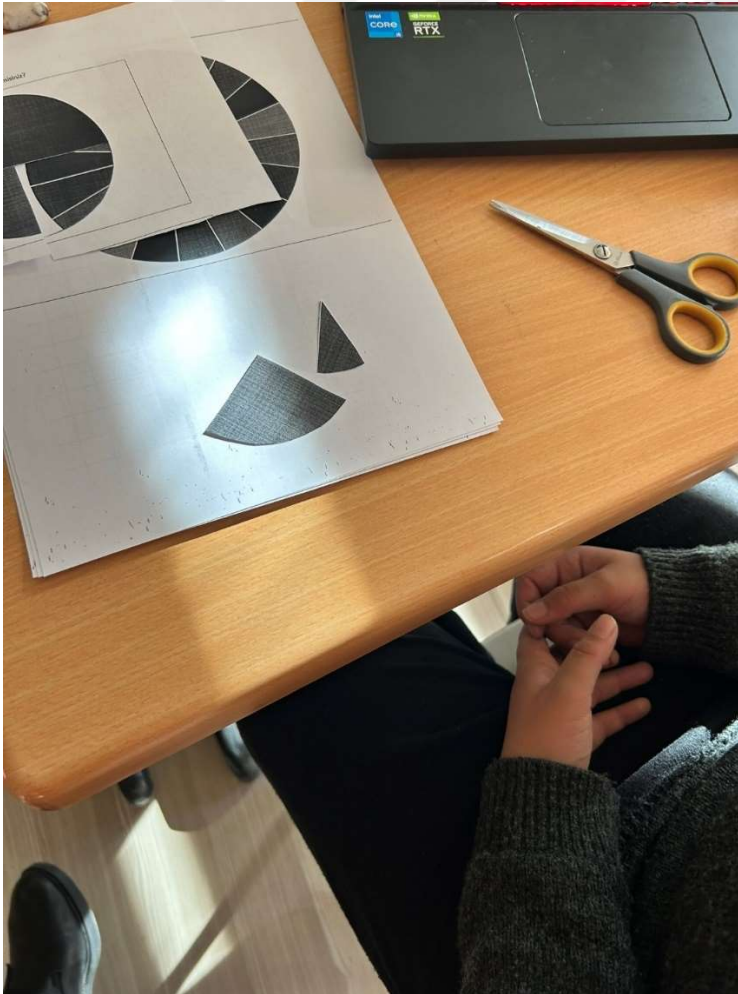
Kağan: Daire dilimleri küçüldükçe aslında birer üçgene dönüşüyor. Buradaki üçgenlerden yararlanabilirim. (Bkz. Şekil 4.91)

A: Daire dilimlerini keselim ve üzerinde düşünelim.

Kağan: En küçük daire dilimini de daha küçülteyim. İyice üçgene benzedi. Bu üçgenleri birleştirdiğimde bir dikdörtgen elde ediyorum. Bu dikdörtgenin alan dairenin alanına eşit oluyor.

Şekil 4.91

Kağan'ın Daire Dilimlerini Giderek Küçültmesi



Kağan her bir daireden farklı merkez açılarına sahip birer dilim keserek dairenin dilimleri üzerine akıl yürütmüştür. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde Kağan daire dilimlerinin sayısını arttırdıkça alanların gittikçe küçüldüğünü incelemiştir. Bu sürece ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Daire dilimlerini incelediğimizde büyüklükleri hakkında ne söyleyebilirsin?

Kağan: Daireyi ne kadar az parçaya bölebilirsem o kadar çok büyük alanlı dilimler oluşmuş. Daire dilimlerinin sayısı arttıkça da dilimlerin alanları gittikçe küçülmüştür. Hatta küçüldükçe üçgenlere benzemişlerdir.

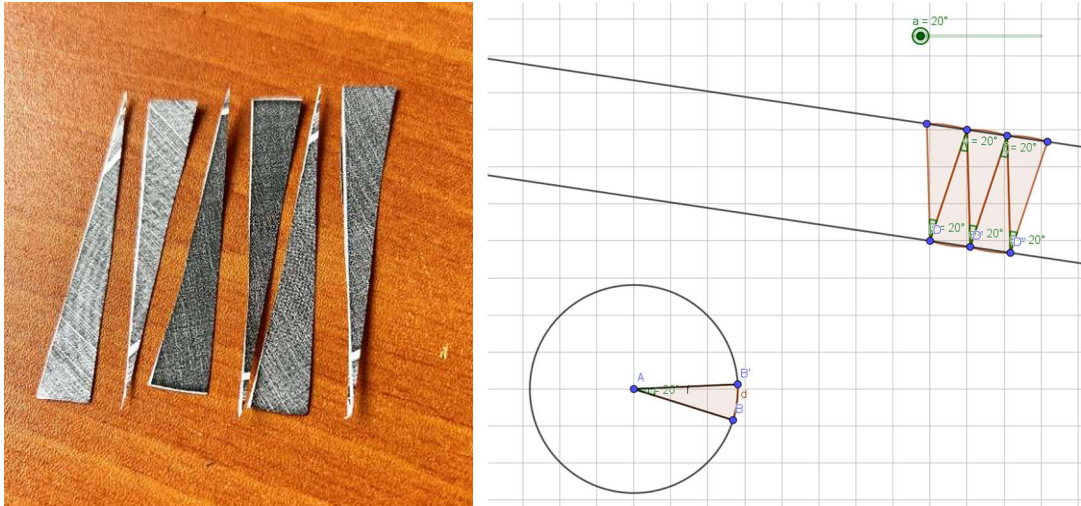
Kağan kesmiş olduğu daire dilimlerini merkez açısı küçüldükçe üçgene benzeterek alan oluşturmada yararlanabileceğini düşünmüştür. Daire dilimlerinin küçüldükçe birer üçgene benzediğini düşünmesi dinamik düşünme sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Dinamik düşünme sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: Kâğıt üzerinde dilimlerin küçüldükçe üçgenlere benzediğini söylemiştin. Bunu geogebra üzerinde inceleyelim.

Kağan: Daire dilimleri küçüldükçe zaten kenarı düzleşiyor gibi görünüyor. Küçüldükçe üçgene benzediklerini söyleyebilirim. (Bkz. Şekil 4.92)

Şekil 4.92

Kağan'ın Daire Dilimlerini Oluşturduğu Şekli İncelemesi



Kağan amacı ön plana alma sürecinde daire dilimleriyle oluşturduğu dikdörtgen üzerinde düşünerek alan bağıntısını ortaya çıkartmak için dikdörtgenin özellikleri üzerinde düşünmüştür. Bu sayede dikdörtgenin alan bağıntısı ile dairenin alan bağıntısını genelleyerek tam bir çözüm kümesi arama sürecini uygulamıştır.

A: Daireyi hangi şekle tamamlamış oldun?

Kağan: Dilimleri yan yana dizdiğimde bir dikdörtgen elde ettim.

A: Dikdörtgene dayalı olarak dairenin alan bağıntısını nasıl oluşturabilirsin?

Kağan: Dikdörtgenin alanı kısa kenar ve uzun kenarın çarpımı. Kenarlardan biri zaten dairenin merkeze olan uzaklığı yani yarıçap. Ama diğer uzunluğu bilemedim.

A: Kesmiş olduğun dair dilimlerine geri dönelim. Her birini daireden kestin. Kesmiş olduğun dilimlere daire üzerinde bir bak bakalım.

Kağan: Dilimler dairenin çevresinden kesilmiş gibi. O zaman o uzun kenarda çevre kadar olur.

A: Dairenin çevresinin tamamı bu kenarda mı peki?

Kağan: Hayır yarısı alt kenar yarısı üst kenar.

A: O zaman alan bağıntısını tekrar bir düşün.

Kağan: Şimdi kısa kenara yarı çap demiştim. Uzun kenarda dairenin çevresinin yarısı kadar. Bu iki uzunluğu çarparak dairenin alanını bulabilirim.

Kağan dairenin alan bağıntısını genelledikten sonra sanal manipülatif üzerinde uygulamalar yapmıştır. Ardından çeşitli daire görselleri üzerinde alan bağıntısını pekiştirmesi sağlanmıştır.

4.3.6. Kağan'ın altıncı öğretim bölümündeki ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın ikinci öğretim bölümünde manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde gerçekleştirdiği ZGA temelli düşünme süreçleri ile ilgili bulgular sunulmuştur. Bu öğretim bölümünde öğrenciden paralelkenarın alanını oluşturması ve alan bağıntısını elde edebilmesi beklenmiştir.

Araştırmacı Kağan'dan birim kareli kağıtta verilen yamuklar üzerinde yükseklik çizmesini istemiştir. Kağan önceki öğretim bölümlerindeki çıkarımlarından yararlanarak yükseklik çizimini gerçekleştirmiştir. Ardından yükseklik çizdiği yamukta alan hesabı nasıl yapacağı üzerine akıl yürütmüştür. Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecinde yamuğun yükseklikleri çizildikten sonra oluşan dikdörtgen dışında kalan üçgenlerin alanlarını ilişkilendirmiştir. Bu ilişkilendirme sürecine ilişkin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Yamuğun yüksekliklerini çizebilir misin?

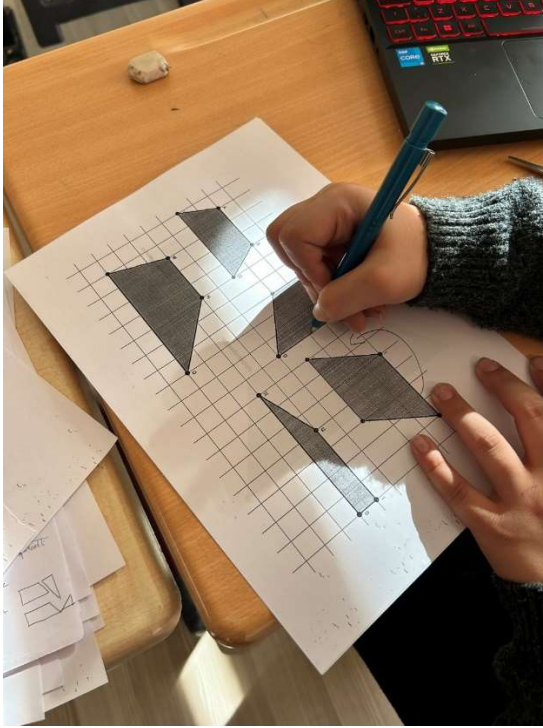
Kağan: Çizdim. (Kağan aynı kenara ait farklı köşelerden çizilen yüksekliklerin ikisini de çizmiştir.)

A: Çizmiş olduğun yükseklikleri inceler misin?

Kağan: Paralelkenardaki gibi oldu. Oluşan üçgenler birbirini tamamlıyor. Hatta bu zaten bir paralelkenar olarak verilmiş. (bkz. Şekil 4.93)

Şekil 4.93

Kağan'ın Yamukta Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İncelemesi

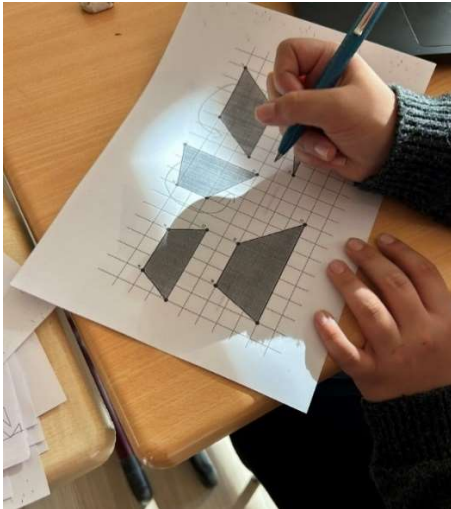


A: Evet. Peki diğer yamuklara da bakalım. Yükseklik çiziminden sonra oluşan üçgenlerle ilgili ne söyleyebilirsin?

Kağan: Bu iki üçgen birbirinden farklı. Alanları da farklı. (Bkz. Şekil 4.94)

Şekil 4.94

Kağan'ın Yamukta Yükseklik Çizimiyle Oluşan Üçgenlerin Alanlarını İncelemesi



Kağan birim kareli kağıtta verilen yamuk üzerinde yükseklik çiziminden sonra oluşan üçgenler üzerinde akıl yürütmüştür. Yükseklik çiziminden sonra oluşan üçgenlerin eş olma durumlarını, paralelkenardaki yükseklik çiziminden sonra oluşan üçgenlerin birbirlerini tamamlama duruma benzetmiştir (bkz. Şekil 4.95). Tanıdık durumlardan yararlanma sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

A: Bir yamuk üzerindeki üçgenleri inceleyelim.

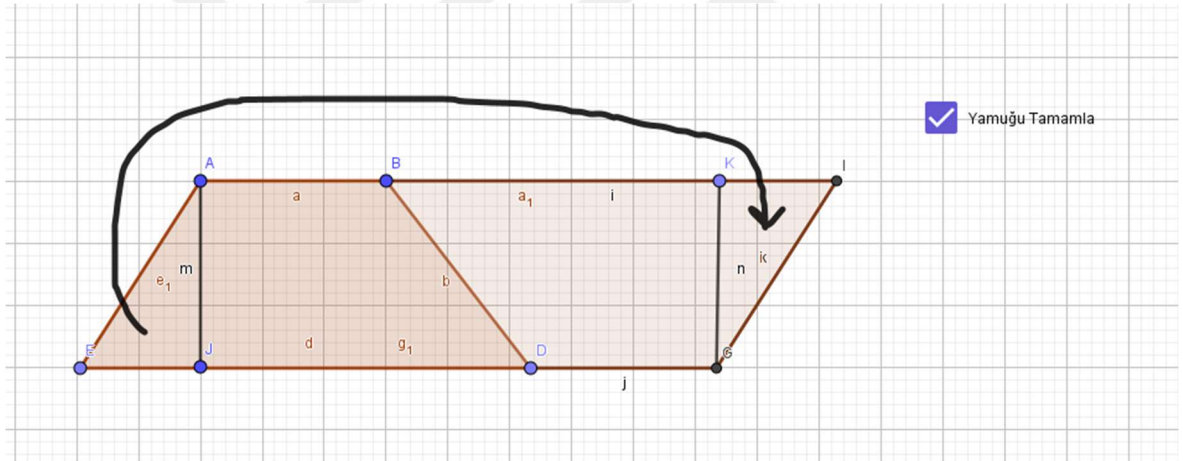
Kağan: Bu üçgenler tamamlandığında ikizkenar yamuk olduğu için tamamlanabilir.

A: Her ikizkenar yamukta birbirlerini tamamlayacak üçgenler elde edilebilir mi?

Kağan: Evet. Geogebra da bunu görebiliriz. Her zaman iki kenar birbirine eşit olur ikizkenar üçgenlerde. Yükseklik de hep aynı olacaktır zaten.

Şekil 4.95

Kağan'ın Yamukta Yükseklik Çizimi ile Oluşan Üçgenlerin Yamuğun Eşi ile Tamamlanmasını İncelemesi



Bu açıklamalar ile Kağan'ın varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecinde hatalı çıkarımı üzerine düşündüğü ve bu durumun özel olarak ikizkenar yamukta geçerli olduğunu fark ettiği görülmektedir. Çizgisiz kağıt üzerindeki yamukta kesimler yaparak yamuğun alanını oluşturması istenmiştir. Kağan dinamik düşünme sürecinde yamuğun kenarlarında oluşan üçgenlerin birbirlerini tamamlayacaklarını düşünmüştür. Bunu kâğıt kesme etkinliği ile inceleyen Kağan'ın dinamik düşünme sürecindeki açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

A: Yamuğun alanını nasıl oluşturalım?

Kağan: Yamuğun alanı için yükseklik çizdikten sonraki üçgenleri paralelkenardaki gibi birbirleriyle birleştirebilirim.

A: Kağıtlarla kesere dene bakalım birleşecekler mi?

Kağan: Birleştiremiyorum. Aynı değil bu üçgenler o yüzden oldu sanırım.

Kağan tam bir çözüm kümesi arama sürecinde ikizkenar yamuk olmayan yamuklarda kenarlardaki üçgenleri nasıl tamamlayacağı üzerinde düşündüğü görülmektedir. Kağan keşfi ön plana alma sürecinde yamuğun içerisindeki üçgenleri birbirleri ile tamamlayamadığı için eşleri ile tamamlayabileceğini keşfetmiştir. Üçgenlerin eşi olarak tamamlayacak üçgenlerin ise diğer bir yamukta olduğunu ve bu iki eş yamuk ile paralelkenar elde edeceğini keşfetmişti. Bu sayede yamuğun kenarındaki bir üçgeni eşi ile tamamlayarak yamuğun alan bağıntısını genelleyebilmiştir. Tam bir çözüm kümesi arama sürecine ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.

A: İkizkenar yamuğu kendi içinde tamamlayarak dikdörtgen oluşturdum. Ama diğer yamukları nasıl tamamlayacağım.

Kağan: Yamuk üzerindeki üçgenleri tamamlayabilmem lazım.

A: Nasıl tamamlayabilirsin?

Kağan: Diğer etkinliklerde hep eşi ile tamamladım.

A: Burada eşini nasıl bulacağım. Ayrıca kendim çizsem eşini olur mu?

Kağan: Sonra o çizdiklerimi çıkartmam gerekecek. Ben bu üçgenleri ikinci bir yamuktan tamamlasam olur mu?

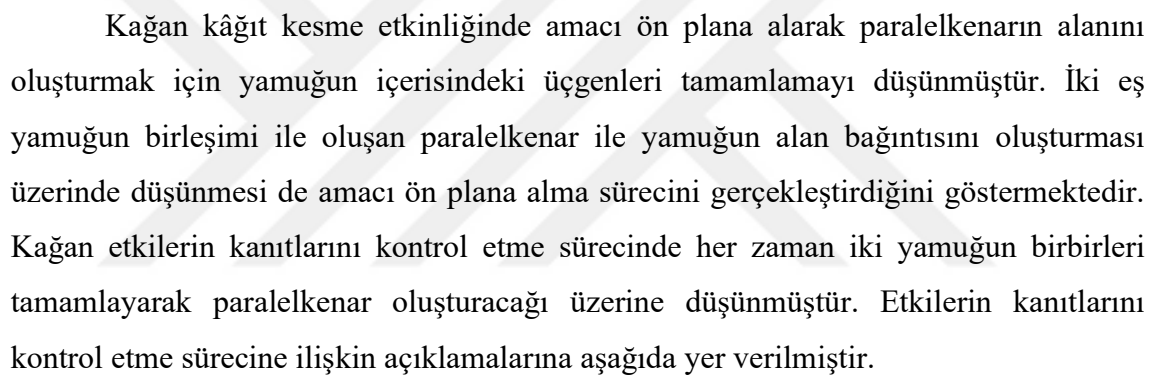
A: Kâğıt kesme ile deneyelim.

Kağan: Evet oldu. Hatta oluşan şekilde bir paralelkenar oldu. (bkz. Şekil 4.96)

A: Yamuğun alan bağıntısını nasıl açıklayabilirsin şimdi?

Kağan: Paralelkenarın alanını bulurum. İkiye bölerim. Paralelkenarda yükseklik zaten yamuğunda yüksekliği. Kenar uzunluğu da yamuğun alt kenarı ile üst kenarının toplamı. İki uzunluğu çarparım. Paralelkenarın alanını bulurum. İkiye böldüğümde yamuğun alanını elde ederim.

Kağan'ın Yamuğun Eşi ile Tamamlanması ile Oluşan Şeklin İncelenmesi



Kağan: Bu her zaman olur diye düşünüyorum. Geogebra da bakalım. Yamuk ne kadar değişirse değişsin her zaman eşi ile tamamlanabilir. (bkz. Şekil 4.97)

Kağan'ın Farklı Yamukların Eşleri İle Tamamlanmasını İncelemesi



Kağan yamuğun alanını eşi ile tamamlayarak paralelkenara tamamlamış, bu sayede yamuğun alan bağıntısını elde edebilmiştir. Ardından elde ettiği bağıntıyı pekiştirmesi için çeşitli alıştırmalar sunulmuştur.



BEŞİNCİ BÖLÜM

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Çalışmanın bu bölümünde sonuç, tartışma ve öneriler okuyucuya sunulmuştur.

5.1. Sonuç

Araştırmanın bu bölümünde ortaokul öğrencilerinin alan ölçme konusuna ilişkin manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler kapsamında gerçekleştirdikleri ZGA temelli akıl yürütme süreçlerine ilişkin sonuçlara yer verilmiştir.

5.1.1 Sema'nın ZGA temelli düşünme süreçleri

Öğretimi bölümü sonucunda Sema'nın somut ve sanal manipülatifler esnasında ilişkilendirme süreçlerini ortaya koyduğu görülmektedir. Baskın olarak tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini gerçekleştirdiği görülmüştür. Yükseklik, yamuk ve üçgenin alanlarına ilişkin yapılan etkinliklerde genellemeye varabilmek için iki farklı şekil göz önünde bulundurularak bağımsız şekilleri ilişkilendirme süreçlerini uyguladıkları gözlemlenmiştir.

Sema'nın yapılan somut ve sanal manipülatifler sayesinde genelleme yapma alışkanlığını geliştirdiği görülmektedir. Her öğretim bölümünde tanıdık durumlardan yararlanma sürecinde bir önceki öğretim bölümlerinde yapmış olduğu genellemeleri kullanarak ilerlemiştir. Yükseklik çizimi, paralelkenar, üçgen ve yamuğun alanına ilişkin yapılan etkinliklerde ilişkilendirme süreçlerindeki hatalı çıkarımlarına geri dönüşler yaparak varsayılanları sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini uyguladığı görülmüştür. Daire ve eşkenar dörtgenin alanına ilişkin yapılan etkinliklerde düzeltilmesi gereken eksik veya hatalı bir çıkarımı olmadığı için varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecine rastlanmamıştır. Tüm öğretim bölümlerinde alanı oluşturan parçalar sayesinde tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama süreçlerini gerçekleştirdiği görülmüştür.

Sema'nın değişmezleri araştırma süreçlerini tüm öğretim bölümlerinde uyguladığı saptanmıştır. Birim kareli ve çizgisiz kağıtlardaki etkinlikler üzerindeki düşünceleriyle dinamik düşünme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Dinamik düşünme sürecinde çalışma kağıtları üzerindeki geliştirdiği düşüncesini somut veya sanal

manipülatifler aracılığıyla incelemiştir. Süreç içerisinde doğruluğunu kontrol etmek istediği düşüncelerine etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uyguladığı görülmektedir.

Sema'nın somut ve sanal manipülatiflerde genellemeye varabilmek için sezgisel düşüncelerde bulunması keşfi ön plana alma sürecini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Öğretim bölümlerini tamamladıkça keşif ve yansıtma süreci bağlamında amacı ön plana alma sürecini işe koştugu görülmektedir.

Sema'nın etkinlikler esnasında geliştirmiş olduğu sezgisel düşünceleri somut veya sanal manipülatifler aracılığıyla incelenmiştir. Öğretim deneyinin sonlarına doğru hatalı veya eksik çıkarımlarının farkına vardığı ve sezgisel düşüncelerini belirli bir çıkarıma dayanarak geliştirdiği saptanmıştır.

5.1.2 Yunus'un ZGA temelli düşünme süreçleri

Klinik görüşmeler sonucunda Yunus'un gerçekleştirilen öğretim bölümlerinde ilişkilendirme süreçlerini gerçekleştirdiği görülmüştür. Tüm öğretim bölümlerinde verilen şeklin parçalarını gerçekleştirdiği bu sayede tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme süreçlerini uyguladığı görülmüştür. Yalnızca yükseklik çizmesi istenen şekil ile kareli kâğıt üzerinde verilen geniş açılı üçgeni karşılaştırmasında bağımsız şekilleri ilişkilendirme sürecini uyguladığı saptanmıştır.

Öğretim bölümleri boyunca yapılan etkinlikler sonucunda Yunus'un genelleme yapabildiği görülmüştür. Tanıdık durumlardan yararlanma ve tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama süreçlerini gerçekleştirmiştir. Katılımcının yükseklik çizimi, paralelkenar, üçgen, daire ve yamuğun alanını oluşturmaya ilişkin yapılan etkinliklerdeki hatalı ve eksik çıkarımlarını incelemesiyle varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini gerçekleştirdiği görülmüştür. Eşkenar dörtgenin alanını oluşturmaya ilişkin yapılan manipülatiflerde zorlanmadığı, hatalı veya eksik bir çıkarımı olmadığı görülmüş ve bu nedenle varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecini gerçekleştirmediği belirlenmiştir.

Değişmezleri araştırma bağlamında Yunus'un dinamik düşünme sürecindeki desteklemek için çoğunlukla kâğıt kesme etkinliklerinden yararlanmıştır. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecine tüm öğretim bölümlerinde rastlanmış ve dinamik geometri ortamında yapılan etkinliklerde ölçüm sonuçlarını inceleyerek kontrol etmiştir.

Yunus'un öğretim bölümleri sonucunda keşif ve yansıtma süreçlerini gerçekleştirdiği görülmektedir. Tüm öğretim bölümlerinden yola çıkarak çıkarımlarda bulunmuş ve keşfi ön plana alma sürecini kullandığı saptanmıştır. Geçmiş öğretim

bölümlerindeki çıkarımlara ve alanını oluşturmak istediği şeklin özelliklerine odaklanmasıyla amacı ön plana alma süreçlerini gerçekleştirdiği görülmüştür.

Yunus etkinlikler esnasında öğretim bölümünde geliştirmiş olduğu çıkarımları bir sonraki öğretim bölümünde kullanarak alan oluşturmuştur. Öğretim deneyi sonucunda hiyerarşik bir sıralama ile alan oluşturma etkinliklerini tamamlayabildiği görülmüştür.

5.1.3 Kağan'ın ZGA temelli düşünme süreçleri

Kağan'ın somut ve sanal manipülatiflerle desteklenmiş etkinlik süreçleri incelendiğinde ilişkilendirme alt bileşenlerinden tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme sürecini sıkça kullandığı görülmektedir. Sadece üçgenin alanına ilişkin yapılan etkinlikler esnasında verilen eş üçgenleri birleştirerek paralelkenar elde etmeyi düşünerek bağımsız şekilleri ilişkilendirme sürecini uyguladığı görülmüştür.

Çalışma sonucunda Kağan'ın genelleme süreçlerine varabildiği görülmüştür. Öğretim bölümleri esnasında tanındık durumlardan yararlanma süreci üzerine odaklandığı akıl yürütmelerinden sıkça yararlanmıştır. Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma sürecindeki hatalı çıkarımlarının daha çok tanındık durumlardan yararlanma sürecinde ortaya çıktığı görülmüştür. Yapılan tüm öğretim bölümlerinde Kağan'ın tam bir çözüm kümesi arama sürecini gerçekleştirdiği gözlemlenmiştir.

Değişmezleri araştırma bağlamında dinamik düşünme ve etkilerin kanıtlarını kontrol etme süreçlerine rastlanmıştır. Dinamik düşünme sürecinde birim kareli kâğıt üzerinde birim sayma yaparak akıl yürüttüğü ve süreçlerini kâğıt kesme etkinlikleri ile incelediği görülmüştür. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini desteklemede dinamik geometri ortamından yararlandığı gözlemlenmiştir.

Öğretim bölümlerinde yapılan manipülatiflerde Kağan'ın yükseklik çizimi, üçgen, daire ve yamuğun alanını oluşturma bağlamında sezgisel akıl yürütmeler ile keşfi ön plana alma sürecini uyguladığı görülmüştür. Paralelkenar ve eşkenar dörtgenin alanını oluşturmaya yönelik yapılan manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde ise alan oluşumuna odaklanarak amacı ön plana alma sürecini uyguladığı gözlemlenmiştir.

Kağan öğretim bölümü boyunca yapılandırmacı yaklaşımı benimsediği görülmüştür. Bir şeklin alanını oluşturmaya ilişkin yapılan öğretim bölümlerinde amaca yönelik düşünceler geliştirdiği gözlemlenmiştir. Özellikle paralelkenar ve eşkenar dörtgenin alanına ilişkin yapılan öğretim bölümlerinde amacı ön plana alma sürecinin ortaya çıktığı görülmüştür.

5.2. Tartışma

Bu bölümde katılımcılardan elde edilen sonuçlar ile literatürdeki diğer çalışmalardan elde edilen sonuçların karşılaştırılması ve tartışılması amaçlanmıştır. Yapılan araştırma sonucunda, ortaokul öğrencilerinin manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerin kullanıldığı etkili bir öğrenme ortamı ile alan bağıntılarına ilişkin ZGA temelli düşünme süreçlerinin gelişimine katkı sağladığı düşünülmüştür. Bu sonuçlar literatürdeki manipülatiflerin öğrenmeyi kolaylaştırdığını, (Baki vd., 2011; Çetin vd., 2019; Holmes, 2013) üst düzey bilişsel becerilerini desteklediğini (Erdem ve Öztürk,2023; Zohar & Barzilai, 2013) ortaya koyan diğer araştırmalar ile paralellik göstermektedir.

Katılımcıların öğretim bölümlerindeki gelişmelerine bakıldığında üç katılımcının da manipülatiflerle desteklenen ve yapılandırılarak hazırlanan öğrenme planları içerisinde ZGA temelli düşünme süreçlerini işe koşabildiği görülmüştür. Alan oluşturmaya yönelik kavramsal eksikliğinin olduğu bilinen Sema yapılan kâğıt kesme etkinliklerde belirli bir amaca uygun işlemler yerine daha çok deneme yanılma stratejisine dayalı işlemler gerçekleştirdiği görülmüştür. Bu süreçte Sema hatalarını fark ederek süreci devam ettirdiği ve alan bağıntısını oluştururken baskın olarak keşfi ön plana alma sürecinden yararlandığı görülmüştür. Öğrencinin deneme yanılma stratejisi ile verilen matematik problemlerinde kritik noktalara odaklanmaması veya kavramsal dayanağının olmadan matematiksel işlemleri anlamlandıramamasına neden olmaktadır. Bu durum literatür incelendiğinde Erdoğan ve Erdoğan'ın (2013) çalışmasındaki öğrencilerin akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan deneme yanılma stratejini kullanmalarının kavramsal eksikliklerinden dolayı olduğu sonucu ile örtüşmektedir. Öğretmenlerin genellikle problem çözümünde doğru cevaba ulaşmalarını hedeflemesinden kaynakladığı sonucuna varılmıştır. Yapılan işlemin tercih sebebini sormamaları bu durumun en büyük sebeplerinden birisidir.

Yunus yapılan öğretim bölümü etkinliklerinde doğruluğunu kanıtlamış olduğu düşünceler üzerine odaklanarak süreç içerisinde kullanmıştır. Yunus'un alan bağıntısını oluşturma görevinde tanıdık durumlardan yararlanma sürecini baskın olarak gerçekleştirdiği görülmüştür. Tanıdık durumlardan yararlanma sürecinde, çıkarımlarını sanal manipülatif üzerinde incelemiş ve sayısal verilerle kontrol etme ihtiyacı duymuştur. Bunun sebebinin üstün yetenekli olan öğrencinin öğretim bölümlerindeki görevlerde işlemsel düşünmesinden kaynaklanmaktadır. Öğrenci bütün ya da birden fazla parçalara ayrılmış cisimleri zihninde hareket ettirmiş ve zihninde canlandırabilmiştir. Daha sonra

parçalar ile oluşturmuş olduğu şekiller üzerinde sayısal verileri kontrol ettikten sonra alan bağıntısına ilişkin akıl yürütmüştür. Taş (2018) çalışmasında üstün yetenekli öğrencilerin algoritmik düşünme problem çözme ve yaratıcılık içeren etkinliklerde bilgi işlemsel düşünme becerilerini işe koştugu sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuç üstün yetenekli öğrencinin işlemsel düşünme becerisini alan oluşturma etkinliklerinde akıl yürütebilmek için kullandığı sonucu ile örtüşmektedir.

Kağan öğretim bölümleri sürecinde amacı ön plana alma sürecini uygulayarak alanı oluşturma istenen şeklin kenar uzunlukları ve kenarlar arasındaki ilişkileri üzerine akıl yürütmüştür. Alan bağıntısını oluşturabilmek için parçalara ayırdığı şekil ile parçaların oluşturduğu şekil arasındaki kenarlar arasındaki ilişkilere odaklanmıştır. Bu doğrultuda Kağan'ın geometri öğretiminde temel ilkelerden birisi olan ölçünün korunumu ilkesini benimsediği görülmektedir. Öğretim bölümlerindeki somut ve sanal manipülatifler esnasında düzlem üzerinde verilen şeklin değişimlerine rağmen belirli özelliklerinin değişmediğini gözlemleyebilmiştir. Literatürde ölçünün korunumunun somut ve sanal manipülatifler yardımı ile ölçünün korunumu kavramının desteklendiğine ilişkin çalışmalar mevcuttur. Mutluoğlu (2019) çalışmasında öğrencilerin sanal manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler esnasında şekillerin korunumunu inceleyebildiğinde geometrik düşünme becerileri geliştireceği sonucuna ulaşmıştır. Öte yandan Okuyucu ve Erdoğan (2021) çalışmalarında somut manipülatiflerin kullanılmasıyla öğrencilerin korunum kavramını geliştirebildikleri gözlemlenmiştir.

Çalışmanın verileri göz önünde bulundurulduğunda üç katılımcının öğretim bölümlerindeki alan oluşturma etkinlikleri esnasında ZGA temelli düşünme süreçlerinden farklı alt bileşenler üzerinde odaklandıkları görülmektedir. Katılımcıların farklı düşünme süreçlerine odaklanarak farklı türde akıl yürütmeler geliştirmesini etkileyen birçok sebep olabileceği düşünülmektedir. Literatürdeki çalışmalarda akıl yürütme süreçlerini etkileyen çeşitli faktörler olduğuna değinilmiştir. Yeşildere ve Türnükü (2007) çalışmalarında öğrencilerin kavramsal yanılgılarının, ilişkilendirme ve iletişim kurma becerilerinin matematiksel akıl yürütme becerisini etkilediğine değinmişlerdir. Schliemann ve Carraher (2002) çalışması sonucunda ilkokul çocuklarının tümevarımsal olarak akıl yürütme süreçlerinin deneyimlerine bağlı olduğunu ve öğretmenleri veya başkaları ile tartışarak fikirlerini test ederek geliştirebileceklerini ortaya koymuştur. Kadarisma vd. (2019) yaptığı çalışmada cinsiyetin akıl yürütme üzerindeki etkisini incelemiştir. Kız ve erkek öğrenciler arasında önemli bir farka rastlanmasa da erkek öğrencilerin birden fazla olasılık üzerinde düşünebildiğini bu nedenle farklı stratejiler

geliştirdiği sonucuna varmıştır. Literatürdeki bu sonuçlar katılımcılar arasındaki akıl yürütme süreçlerinin farklılığını destekler niteliktedir.

Öğretim deneyi sürecinde katılımcıların manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde alan bağıntısını ortaya koymada dinamik geometri ortamının etkili olduğu saptanmıştır. Katılımcılar özellikle sanal manipülatif olan dinamik geometri ortamında alana ilişkin uzunluklar üzerinde etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uygulayarak alan bağıntısını genellemeye ilişkin çıkarımda bulunabilmişlerdir. Bu sonuç Bokosmaty vd. (2017) çalışmalarında öğrencilerin dinamik geometri ortamında fare hareketleri ile manipülasyonlarını gözlemleyebilmeleri geleneksel öğrenme ile eğitim almış öğrencilere göre daha üst bilişsel beceriler sağladığı sonucu ile desteklenmiştir. Çalışmada dinamik geometri ortamındaki manipülasyonları inceleyen öğrencilerin doğruluğunu inceleyebildiği çıkarımları daha kalıcı hale getirdiği görülmüştür. Literatürdeki diğer bir çalışmada (Ubuz vd.,2009) geleneksel temelli öğretimdeki gibi alan ölçme bağıntısının verilmesi yerine dinamik geometri yazılımlarının kullanımının alan konusunu daha kalıcı hale getirdiği görülmektedir. Olivero ve Robutti (2007) dinamik geometri ortamında ölçmenin ispat sürecini kolaylaştırdığını ve ispatın tahmin edilmesinde önemli rol oynadığına değinmişlerdir. Özellikle dinamik geometri ortamı ile öğrencilerin ispat sürecinde bir alandan diğer bir alana geçişlerde nasıl etkilendiğini incelemelerine fırsat sunulduğu görülmüştür. Literatürdeki bu sonuç çalışmadaki öğrencilerin öğretim deneyi esnasında dinamik geometri ortamında etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini gerçekleştirdikleri sonucu ile paralellik göstermektedir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin doğruluğunu kanıtladıkları öğrenimlerini diğer öğretim bölümlerinde de kullanmak için aktarabildikleri saptanmıştır. Bu sonuç literatürdeki diğer çalışmalar ile paralellik göstermektedir. Aksu ve Keşan (2011) çalışmasında öğrencilerin öğrenim sürecinde aktif rol aldıklarında öğrenmelerini daha kalıcı hale getirdiği belirlemişlerdir. Arı, Çavuş ve Sağlık (2010) çalışmalarında öğrencilerin aktif olduğu etkinlik temelli öğrenme ortamları sayesinde öğrenimlerini kalıcı hale getirebildikleri ve bu öğrenmelerini bir başka geometri probleminde kullanabildikleri saptamışlardır.

Öğretim bölümleri sürecinde, katılımcıların somut ve sanal manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler esnasında tek bir şeklin parçalarını veya bağımsız şekillerin parçalarını ilişkilendirme yaparken özel muhakeme becerilerini kazanamadıkları görülmüştür. Eraslan ve Özgeldi'ye (2019) göre özel muhakeme becerisi orantısal akıl yürütme yapma ve simetriden yararlanma baskın olarak eşlik ve benzerlik konularında kullanılmaktadır. MEB (2018) ilköğretim matematik öğretim programı incelendiğinde de

geometri öğrenme alanı içerisinde bulunan alt öğrenme alanı olan uzamsal ilişkiler içeriğinde eşlik ve simetri kavramlarının yer aldığı görülmektedir. Altınok (2020) ilköğretim başından beri eşlik ve simetri kavramının bilişsel becerileri geliştirdiği, matematiği anlamlandırılmasına katkı sağladığı ve günlük hayattaki kullanım alanlarını gözlemleyebilecekleri sonucuna varmıştır. Bu sonuç katılımcıların özel muhakeme becerisi sürecinden yararlanmamaları ile ilişkilidir. Çalışma içerisinde özel muhakeme becerileri sürecinin uygulanmamış olmasının sebebi 7.sınıf olan katılımcıların yakın zamanda özel muhakeme becerisi gerektiren öğrenme alanları ile karşılaşmamış olmalarıdır. Ayrıca 8. Sınıf matematik öğretim programında yer alan eşlik ve benzerlik konusu ile yakından ilişkili olan özel muhakeme becerileri henüz geliştirememişlerdir. Bu nedenle çalışmada uygulanmadıkları düşünülmektedir.

Öğrencilerin öğretim bölümlerindeki verileri incelendiğinde tanıdık durumlardan yararlanma süreçleri esnasında önceki öğretim bölümündeki oluşum sürecinden yararlanarak alan oluşturmaya çalıştığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerden, alan oluşturma istenen şeklin parçaları veya eşleri ile oluşturdukları yeni şekil üzerinden akıl yürütmeleri beklenmiştir. Öğretim bölümleri oluşturdukları yeni şekillerin hiyerarşik sıralamasına göre sıralanmıştır. Öğretim bölümlerinde alan oluşumuna yardımcı olacak yeni şekillerin hiyerarşik sıralanmasının, alan bağıntısının oluşturulmasına katkı sağladığına ilişkin sonuçlar literatürdeki diğer çalışmaların sonuçları ile örtüşmektedir. Seah ve Horne'a (2018) göre öğrencilerin matematik konularında hiyerarşik ilerlemeleri bildikleri arasında sürdürülebilir ve savunulabilir bağlantılar oluşturmalarını önemli ölçüde desteklemektedir.

Öğretim bölümleri sonucunda, katılımcıların alan oluşturmaya ilişkin yapılan etkinliklerde genellemeye varabildikleri görülmüştür. Somut ve sanal manipülatiflerle desteklenmiş etkinliklerde kullanılan birim kareler ile alanın ilişkilendirilmesinin alan hesaplamadaki matematiksel ilişkinin görülmesinde yarar sağladığı düşünülmektedir. Katılımcıların bu sayede başarılı bir genelleme süreci uyguladığı görülmektedir. Bu sonuç Erdem'in (2018) çalışmasındaki birim sayısının üst düzey becerilerden olan alan ölçme becerisini geliştirdiği ve alan ölçme konusunu matematiksel olarak daha anlaşılabilir hale getirdiği sonucu ile paralellik göstermektedir. Ayrıca Izsak (2005) yaptığı çalışmada öğrencilerin alan hesaplamalarının birim kareli zeminde verilmesinin, şeklin uzunluklarını alan ölçmede nasıl kullanılacağını açıklayabilmelerinde temel oluşturduğunu saptamıştır. Uçar (2023) çalışmasında öğrencilerin iki boyutlu şekillerde alan ölçümü yaparken birim karelerin kullanılmasının alana ilişkin akıl yürütmeyi

desteklendiğini ortaya koymuştur. Öte yandan Olkun vd. (2014) çalışmasında öğrencilerin birim kare ve alan ölçmeye ilişkin problemlerden oluşan testlerde birim kareleri alanın birimi olarak kabul etmediklerini belirlemişlerdir. Yapılan çalışmanın bu sonucu, öğretim bölümlerindeki etkinliklerde öğrencilerin birim kareler yardımı ile alanı oluşturdıkları sonucu ile çelişmektedir.

Değişmezleri araştırma sürecinde katılımcıların dinamik düşünme ile verilen şeklin alanını tanıdık bir şekle dönüştürmek için çizimler yaptığı görülmüştür. Yapılan çizimlerini dinamik hale getirmek için kâğıt kesme etkinliklerinden yararlandığı saptanmıştır. Bu sonuç Jeong ve Yim'in (2011) çalışmalarında öğrencilerin alan formülünü ortaya çıkartırken elde etmiş olduğu 3 strateji ile paralellik göstermektedir. Hesaplanması istenen alan içerisinde şekiller çizildikleri, bu şekilleri dönüştürdükleri ve oluşan yeni şekil üzerindeki uzunluklar arasındaki ilişkiye dayalı olarak alan formülünü geliştirdikleri sonucuna varılmıştır. Zaharos (2006) çalışmasında öğrencilerin alan ölçümü yapabilmek için alanı birimle sayılabilecek veya ölçülebilecek nicelikte benzer şekillere dönüştürme eğiliminde olduklarını ortaya koymuştur. Katılımcılar değişmezleri araştırma sürecinin alt bileşeni olan etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecini uygularken dinamik geometri ortamında incelemeler yapmayı tercih etmişlerdir. Jones (2000) çalışmasında öğrencilerin şeklin değişmez özelliklerini inceleyebilmek için dinamik geometri ortamında verilen şekil üzerindeki temel yapıları sürükledikleri sonucuna varmıştır. Literatürdeki bir başka çalışmada ise Panorkou (2020) öğrencilerin alan ile ilgili yapılan etkinliklerde verilen şekli dinamik geometri sayesinde değişken bir yapı haline getirerek akıl yürütme sürecini desteklediğini ortaya koymuştur. Gerçekleştirilen öğretim deneyinde öğrencilerin etkilerin kanıtlarını kontrol etme sürecinde dinamik geometri ortamının akıl yürütme sürecini desteklediği sonucu literatürdeki diğer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

5.3. Öneriler

Araştırma sonuçlarına bağlı olarak ileriki çalışmalara ve eğitimcilere bazı öneriler sunulmuştur.

1. Araştırmada ortaokul öğrencilerinin alan ölçme konusuna ilişkin manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler kapsamındaki akıl yürütme süreçleri incelenmiştir. Öğrencilerin somut ve sanal manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler esnasında ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma ile keşif ve yansıtma süreçlerini uyguladıkları görülmüştür. Bu durum manipülatiflerle

desteklenmiş etkinliklerle oluşturulmuş etkili bir öğrenme ortamı hazırlandığında öğrencilerin ZGA temelli düşünme süreçlerini gerçekleştirebileceklerini ortaya koymuştur. Bu nedenle öğretmenlere ortaokul alan öğretiminde öğrencilere bağıntıları oluşturabilmeleri için akıl yürütmelerini destekleyecek çeşitli manipülatiflerle desteklenmiş etkinlikler kullanmaları önerilmiştir.

2. Çalışmadaki öğretim bölümleri yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde planlanmıştır. Öğretim bölümü öncesinde bir önceki öğretim bölümündeki çıkarımlar motivasyon aşamasına eklenmiş ve öğretim bölümüne hazırlık yapılmıştır. Bu durum oluşumlarına göre hiyerarşik sıralanan alan etkinliklerinin akıl yürütme sürecini olumlu bir şekilde desteklediği görülmüştür. Ortaya çıkan bu sonuçla öğrencilerin alanların oluşum süreçlerine ilişkin hatırlatıcı etkinlikler ile alan öğretimlerinin planlanmasıyla kalıcılığı sağlanabileceği düşünülmektedir.
3. Öğretim bölümü içerisinde hem somut hem de sanal manipülatiflere yer verilmiştir. Öğrencilerin dinamik geometri ortamındaki sınırlılıkları araştırmacı tarafından desteklenerek giderilmiştir. Bu nedenle sonraki araştırmacıların da öğrencilere dinamik geometri ortamını kullanma becerisi kazandırıldıktan sonra akıl yürütme süreçlerini inceleyebilecekleri düşünülmüştür.
4. Öğrencilerin süreç içerisinde etkinlikleri çeşitlendirdikçe zorlandıkları görülmüştür. Öğretim planlanırken ZGA temelli düşünme süreçlerini geliştirecek ve destekleyecek sanal manipülatiflerin de içerdiği etkinliklerin yer verilmesi önerilmektedir.
5. Yapılan çalışma alan ölçme ile sınırlandırılmıştır. Sonraki çalışmalarda katı cisimler ile de araştırmalar yürütülebilir.
6. Çalışmadaki katılımcılar matematik ortalaması 85 üzeri olan öğrencilerden seçilmiştir. Sonraki çalışmalar farklı düzeydeki öğrencilere uygulanabilir.

KAYNAKÇA

- Ackermann, E. (1995). Construction and transference of meaning through form. In L. P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (pp. 341-354).
- Aksu, H. H., & Keşan, C. (2011). İlköğretimde aktif öğrenme modeli ile geometri öğretiminin başarı ve kalıcılık düzeyine etkisi. *Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi*, 2(1), 94-113.
- Akşan Kılıçaslan, E. & Baki, A. (2022). Geometri dersi öğretim programı neden uygulanamadı? Program geliştirme çalışmasına katılan akademisyenler gözünden. *Yüzyüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 136–158. <https://doi.org/10.33711/Yyuefd.1079166>
- Aktaş, G. S. (2017). *Matematik Öğretiminde Somut Materyaller ve Tasarımları*. Pegem Akademi.
- Alphayta, B. (2022). *8. Sınıf öğrencilerinin geometrik muhakeme becerileri ile öz-yeterlik algıları arasındaki ilişkinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Ordu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Altıok, S. (2020). Artırılmış gerçeklik destekli simetri öğretiminin ilkökul öğrencilerinin akademik başarılarına etkileri ve öğrenci görüşleri. *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama Dergisi*, 10(1), 177-200.
- Altun, M. (2015). *Liselerde Matematik Öğretimi*. Aktuel Alfa Akademi.
- Anwar, R. B., Yuwono, I., As' ari, A. R., & Dwi, R. (2016). Mathematical representation by students in building relational understanding on concepts of area and perimeter of rectangle. *Educational Research and Reviews*, 11(21), 2002-2008.
- Baki, A., Kosa, T., & Guven, B. (2011). A comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualisation skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal Of Educational Technology*, 42(2), 291-310.
- Başara Baydilek, N. (2015). *Okul öncesi eğitim programında akıl yürütme becerilerinin yeri ve okul öncesi eğitim sınıflarında akıl yürütme becerilerinin desteklenmesinde örtük programın işlevi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Adnan Menderes Üniversitesi
- Battista, M. (1982). Understanding area and area formulas. *The Mathematics Teacher*, 75(5), 362-387.

- Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31(3), 235-268.
- Bayat Uçar, S., (2023) *Matematik öğretmen adaylarının alan ölçmede birim kavramı anlayışlarının incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi.
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. Sınıflar)* (4. Baskı). Pegem Akademi.
- Berlin, D. F., & White, A. L. (1985). Computer simulations and the transition from concrete manipulation of objects to abstract Thinking. *School Science and Mathematics* (pp. 468-479).
- Bilik, A. (2016). *Pre-service middle school mathematics teachers' pedagogical content knowledge regarding the area of triangles* (Unpublished Master Thesis). Middle East Technical University.
- Blanco, L. J. (2001). Errors in the teaching/learning of the basic concepts of geometry. *International Journal For Mathematics Teaching And Learning*, 24, 1-11.
- Boggan, M., Harper, S., & Whitmire, A. (2010). Using manipulatives to teach elementary mathematics. *Journal Of Instructional Pedagogies*, 3, 1-6.
- Bokosmaty, S., Mavilidi, M. F., & Paas, F. (2017). Making versus observing manipulations of geometric properties of triangles to learn geometry using dynamic geometry software. *Computers & Education*, 113, 313-326. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.06.008>
- Bulut, D. B., & Erkan, B. (2020). 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: geometrik şekillerde alan ölçme. *Turkish Studies-Educational Sciences*, 15(6).
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Chamberlin, M. (2022). Lesson experiment cycles: examining factors that affect prospective teachers' learning of area measurement. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*, 17(1). <https://doi.org/10.29333/iejme/11469>
- Clements, D. H. (1998). Geometric and spatial thinking in young children. *National Science Foundation* (pp.267-297).

- Cooperstein, S. E., & Kocevar-Weidinger, E. (2004). Beyond active learning: a constructivist approach to learning. *Reference Services Review*, 32(2), 141-148.
- Çavuş Erdem, Z. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Adıyaman Üniversitesi.
- Çetin, H., Aydın, S., & Yazar, M. İ. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin manipülatif kullanımına ilişkin tutumlarının ve ihtiyaçlarının incelenmesi. *Opus International Journal Of Society Researches*, 10(17), 1179-1200.
- Çiftçi, Z., & Akgün, L. (2021). Matematiksel akıl yürütme becerisini sınıflandırmaya yönelik kavramsal bir çerçeve. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (43), 556-575.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For The Learning Of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- Doğan, M. F. (2019). Sekizinci sınıf matematik ders kitabındaki matematiksel akıl yürütme ve ispatı öğrenme olanakları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 601-618. <https://doi.org/10.17679/inuefd.527243>
- Driscoll, M., Dimatteo, R. W., Nikula, J. E. & Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: a guide for teachers grades 5-10*. Heinemann.
- Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. and Kelemanik, G. (2008). *The fostering geometric thinking toolkit*. Heinemann.
- Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek, D. J., & Rebello, N. S. (2004, September). The teaching experiment—what it is and what it isn't [Conference presentation]. *Physics Department, Kansas State University, Manhattan* (Vol. 720, No. 1, pp. 157-160).
- Eraslan Yalçın, E., & Özgeldi, M. (2019). 1924-2018 Ortaokul matematik öğretim programlarının geometrik düşünme alışkanlıkları bakımından incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1).
- Erdem, E., & Gürbüz, R. (2015). An analysis of seventh-grade students' mathematical reasoning. *Cukurova University Faculty Of Education Journal*, 44(1), 123-142.
- Erdoğan, A., & Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 17-34.
- Furner, J. M., & Worrell, N. L. (2017). The importance of using manipulatives in teaching math today. *Transformations*, 3(1), 2.

- Gelici, Ö. (2023). *Ortaokul öğrencilerinin çevre ve alan ile ilgili kavram imajlarının ve kanıt semalarının araştırılması* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Anadolu Üniversitesi.
- Goldenberg, P. (1996). "'Habits Of Mind' as an organizer for the curriculum,". *Journal Of Education*, 178, 13-34.
- Good, T. L., & Lavigne, A. L. (2017). *Looking in classrooms*. Routledge. ISBN: 9781315627519
- Gökkaya, A. K., & Tural, A. (2012). Yapılandırmacı yaklaşıma dayalı etkinliklerin öğrencilerin sosyal bilgiler dersine karşı olan tutumlarına etkisi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 10(3), 439-458.
- Gutierrez, A., & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 253-275.
- Gülkılık, H. (2013). *Matematiksel anlamada temsillerin rolü: sanal ve fiziksel manipülatifler* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi.
- Gültekin, M., Karadağ, R., & Yılmaz, F. (2007). Yapılandırmacılık ve öğretim uygulamalarına yansımaları. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(2).
- Gürefe, N., & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 429-450.
- Gürefe, N., (2018). "Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi". *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(2), 417-438.
- Gürhan, S. (2020). *Ortaokul öğrencilerinin teknoloji destekli ortamda üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırma süreçlerinin enstrümantal yaklaşım çerçevesinde incelenmesi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Uludağ Üniversitesi.
- Güven, B., & Karataş, I. (2003). Dinamik geometri yazılımı cabri ile geometri öğrenme: öğrenci görüşleri. *Tojet: The Turkish Online Journal Of Educational Technology*, 2(2).
- Hacıömeroğlu, G., & Apaydın, S. (2009). Tangram etkinliği ile çevre ve alan hesabı. *İlköğretim Online*, 8(2), 1-6.
- Hand, V. (2012). Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. *Educational Studies In Mathematics*, 79(1), 149-156.

- Harun, T. Ü. R. K., Yağmur, A. R. L. I., Soylu, Z. S., Gülmen, Ö., Fener, N. İ., & Kesten, A. (2022). Sınıf öğretmenlerinin çevre ve alan ölçme öğretimine ilişkin görüşleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (53), 287-312.
- Heddens, J. W. (1997). Improving mathematics teaching by using manipulatives. Retrieved October, 23, 2011.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Handbook of research on mathematics teaching and learning. *Learning and teaching with understanding*, 65-97.
- Holmes, A. B. (2013). Effects of manipulative use on pk-12 mathematics achievement: a meta-analysis. *Society For Research on Educational Effectiveness*, 1-18.
- Hsieh, H. F. & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277–1288. <https://doi.org/10.1177/1049732305276687>
- Hwang, W. Y., Su, J. H., Huang, Y. M., & Dong, J. J. (2009). A study of multi-representation of geometry problem solving with virtual manipulatives and whiteboard system. *Journal Of Educational Technology & Society*, 12(3), 229-247.
- Hynes, M. (1986). Selection criteria. *Arithmetic Teacher*, 33(6), 11–13.
- J. Piaget, B. (1960). *Inheldr and a. Seminska, the child's conception of geometry*. Routledge & Kegan Paul.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/S10649-017-9761-8>
- Jeong, G. S., & Yim, J. H. (2011). Children's understanding of relations in the formulas for the area of rectangle, parallelogram, and triangle. *Journal Of Educational Research In Mathematics*, 21(2), 181-199.
- Jeong, G. S., & Yim, J. H. (2011). Children's understanding of relations in the formulas for the area of rectangle, parallelogram, and triangle. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 21(2), 181-199.
- Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings Of The British Society For Research Into Learning Mathematics*, 18(1-2), 29-34.
- Kadarisma, G., Nurjaman, A., Sari, I. P., & Amelia, R. (2019). Gender and mathematical reasoning ability. In *Journal Of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 4, P. 042109).

- Kamil, A. R. I., Çavuş, H., & Sağlık, N. (2010). İlköğretim 6. Sınıflarda geometrik kavramların öğretiminde etkinlik temelli öğrenimin öğrenci başarısına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(27), 99-112.
- Karlı, M. G. & Yıldız, E. (2022). Incorrect strategies developed by seventh- grade students to solve proportional reasoning problems. *Journal Of Qualitative Research İn Education*, 22(29). <https://doi.org/10.14689/Enad.29.5>
- Kılıç, E. (2023). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik, kenarortay ve açortay kavramlarına yönelik kavram imajlarının belirlenmesi (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi.
- Kosholap, A., Maksymchuk, B., Branitska, T., Martynets, L., Boichenko, A., Stoliarenko, O., ... & Maksymchuk, I. (2021). Neuropsychological bases of self-improvement of own physical health of future teachers in the course of university education. *BRAIN. Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience*, 12(3), 171-190.
- Lee, C. Y., & Chen, M. J. (2015). Effects of worked examples using manipulatives on fifth graders' learning performance and attitude toward mathematics. *Journal Of Educational Technology & Society*, 18(1), 264-275.
- Lutfi, M. K., Juandi, D., & Jupri, A. (2021, March). Students' ontogenic obstacle on the topic of triangle and quadrilateral. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1806, No. 1, p. 012108). IOP Publishing.
- Marrades, R., & Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies İn Mathematics*, 44 (1-3), 87-125.
- Marshall, L., & Swan, P. (2008). Exploring The Use Of Mathematics Manipulative Materials: Is It What We Think It Is? *Edu-Com International Conference*, 228-250.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*, (2nd ed.). Sage.
- Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What Are Virtual Manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377.
- Mullis, I. V., & Martin, M. O. (2017). *TIMSS 2019 Assessment Frameworks*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement.
- Mutluoğlu, A. (2019). 6. Sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanında geliştirilen bir sanal manipülatif takımının (matmap) öğrencilerin akademik

- başarılarına, geometriye yönelik tutumlarına ve geometrik muhakeme süreçlerine etkisi. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Mutluoğlu, A., & Erdoğan, A. (2021). Altıncı sınıf matematik dersine dönük geliştirilen sanal manipülatiflerin öğrencilerin başarılarına ve geometriye yönelik tutumlarına etkisi. *International Journal Of Educational Studies In Mathematics*, 8(3), 195-218.
- Nagar, G. G., Hegedus, S. & Orrill, C. H. (2022). Teachers understanding of draggable geometric objects : variance and invariance in a dynamic geometry environment. *Digital Experiences In Mathematics Education*, (0123456789). <https://doi.org/10.1007/S40751-022-00106-1>
- Okuyucu, Ü., & Erdoğan, E. Ö. (2021). Altıncı sınıf matematik dersinde materyal destekli bir öğretim ortamında hacim kavramına giriş. *International Journal Of Educational Studies In Mathematics*, 8(2), 77-97.
- Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Educação E Matemática*, (100), 3-9.
- Olivero, F., & Robutti, O. (2007). Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. *International Journal Of Computers For Mathematical Learning*, 12, 135-156.
- Olkun, S. (2003). 2 boyutlu geometriyi öğrenmede bilgisayar ile somut manipülatiflerin karşılaştırılması. *Matematik ve Fen Bilimleri Öğretiminde Bilgisayar Dergisi*, 22 (1), 43-56.
- Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö. & Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *The Meaning Of Unit Square And Area Formula For Turkish Students*, 29(1), 180–195.
- Osborne, J. (2013). The 21st Century Challenge For Science Education: Assessing Scientific Reasoning. *Thinking Skills And Creativity*, 10, 265–279. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2013.07.006>
- Outhred, L. N. & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal For Research In Mathematics Education*, 31(2), 144–167. <https://doi.org/10.2307/749749>
- Öktem, G. (2006). *İlköğretim 4. ve 5. Sınıf öğrencilerinin sosyal bilgiler dersinde yer alan kavramları anlama ve kazanma düzeyleri (yeni programın pilot uygulaması Samsun ili örneği)* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Gazi Osman Paşa Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

- Özçakir Sümen, Ö. (2013). *GeoGebra yazılımı ile simetri konusunun öğretiminin matematik başarısı ve kaygısına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). On Dokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Özmen, H. (2004). Fen öğretiminde öğrenme teorileri ve teknoloji destekli yapılandırmacı (constructivist) öğrenme. *The Turkish Online Journal Of Educational Technology*, 3(1), 100-111.
- Paek, D. H. (2016). An analysis on the concept and measuring activities of the height of figures in elementary school mathematics textbooks2. *Education Of Primary School Mathematics*, 19(2), 113-125.
- Panorkou, N. (2020). Bir dikdörtgenin alanı hakkında dinamik akıl yürütme: Lora ve Isaac örneği. *Matematik Eğitiminde Dijital Deneyimler*, 6(3), 257-292.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. Sage.
- Prigge, G. R. (1978). The differential effects of the use of manipulative aids on the learning of geometric concepts by elementary school children. *Journal For Research In Mathematics Education*, 9(5), 361-367.
- Sarita, P. (2017). Constructivism: a new paradigm in teaching and learning. *International Journal Of Academic Research And Development*, 2(4), 183-186.
- Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (2002). The evolution of mathematical reasoning: everyday versus idealized understandings. *Developmental Review*, 22(2), 242-266.
- Schubring, G. (2011). Conceptions for relating the evolution of mathematical concepts to mathematics learning epistemology, history, and semiotics interacting. *Educational Studies in Mathematics*, 77(1), 79-104.
- Seah, R. Ve Horne, M. (2021). Developing reasoning within a geometric learning progression: implications for curriculum development and classroom practices. *Australian Journal Of Education*, 65(3), 248-264. <https://doi.org/10.1177/000494412111036532>
- Sırtmaç, G., (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik akıl yürütme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. *Research Design In Mathematics And Science Education*, (January), 267-307.

- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: illustrations and implications. In von Glasersfeld, E. (Eds.), *Radical Constructivism In Mathematics Education* (pp. 177-194).
- Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. *Learning And Teaching Measurement*, 5(1), 3-16.
- Swan, P., & Marshall, L. (2010). Revisiting mathematics manipulative materials. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 15(2), 13-19.
- Tan Şişman, G. & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.
- Taş, N. (2018). *Farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinliklerinin üstün yeteneklilerin bilgi işlemsel düşünme özyeterlikleri ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Taş, S. (2022). *Addie tasarım modeline göre 7. Sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanında öğrenme ortamı tasarlanması* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tezci, E., & Köksalan, B. (2007) Yapılandırmacı eğitim ve öğretim yaklaşımları. *Fırat Üniversitesi Doğu Araştırmaları Dergisi*, 5(2), 73-78.
- Thompson, P. (2000). What is required to understand fractal dimension? *Mathematics Educator*, 10(2), 33-35.
- TIMSS (2011) *TIMSS 2011 international database*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- Tolga, A., & Günhan, B. C. (2020a). 6. Sınıf öğrencilerinin alan hesaplamada ilişkilendirme ve genelleme süreçlerinin incelenmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 1042-1066.
- Tolga, A., & Günhan, B. C. (2020b). Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (49), 1-23.
- Tomooğlu, Ö. (2017). *6.sınıf öğrencilerine alan ölçme konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Topkaya, E. (2013). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (Güncelleştirilmiş 5. Baskı). *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 2(2), 113-118.

- Tuhan, N. (2022). 8. Sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri ile problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarının incelenmesi (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Türnüklü, E. (2014). Dörtgenlerde aile ilişkilerinin yapılandırılması: ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ders planlarının analizi. *Eğitim ve Bilim*, 39(172)
- Ubuz, B., Üstün, I., & Erbaş, A. K. (2009). Effect of dynamic geometry environment on immediate and retention level achievements of seventh grade students. *Eurasian Journal Of Educational Research (Ejer)*, (35).
- Ukdem, Ş. (2021). 3. Sınıf kesirler konusunda somut ve sanal manipülatif destekli öğretim uygulamalarının kavrama ve motivasyona etkisi (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü.
- Ulusoy, F. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının pergel-cetvel ve dinamik geometri yazılımı kullanarak yaptıkları geometrik inşalar. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education*, 10(2), 336–372. <https://doi.org/10.16949/Turkbilmat.496853>
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Uygan, C. (2016). Ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri (Yayınlanmış Doktora Tezi). Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Uzun, P. (2014). *Geogebra ile öğretimin 7. Sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve geometriye yönelik tutumlarına etkisi* (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği: Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. Nobel Akademik.
- Var, S., & Altun, M. (2021). Dördüncü sınıf matematik alan ölçme konusunun yapılandırmacı öğrenme kuramına göre öğrenme sürecinin incelenmesi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 1-23.
- Weiss, F. D. (2006). Keeping it real: the rationale for using manipulatives in the middle grades. *Mathematics Teaching in The Middle School*, Vol.11 (5). 238- 242

- Wu, H. H. (1996). The role of euclidean geometry in high school. *Journal Of Mathematical Behavior*, 15(3), 221–237. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(96\)90002-4](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90002-4)
- Yaman, H. & Şahin, T. (2014). Somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 202–2020.
- Yavuzsoy Köse, N. & Tanışlı, D. (2014). Primary school teacher candidates' geometric habits of mind. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(3), 1203–1230. <https://doi.org/10.12738/Estp.2014.3.1864>
- Yenilmez, K., & Çalışkan, S. (2011). İlköğretim öğrencilerinin çoklu zekâ alanları ile yaratıcı düşünme düzeyleri arasındaki ilişki. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (17), 48-63.
- Yeşildere, S. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, (Vol: 40, No:1), 181-213.
- Yılmaz Tüzün, Ö. (2013). Fen derslerinde sosyobilimsel konuların işlenişine yönelik kuramsal ve uygulamalı yaklaşımlar. *Cito Eğitim: Kuram ve Uygulama*, 22, 9-20.
- Yuberta, K. R., Hartono, Y., & Van Galen, F. (2011). Developing student's notion of measurement unit for area. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 2(2), 173-184.
- Yurt, E., & Sünbül, A. M. (2012). Sanal ortam ve somut nesneler kullanılarak gerçekleştirilen modellemeye dayalı etkinliklerin uzamsal düşünme ve zihinsel çevirme becerilerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(3).
- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal Of Mathematical Behavior*, 25, 224-239. <https://doi.org/10.1016/J.Jmathb.2006.09.003>
- Ziatdinov, R. Ve Valles & J. R. (2022). Synthesis of modeling, visualization, and programming in geogebra as an effective approach for teaching and learning stem topics. *Mathematics*, 10(3). <https://doi.org/10.3390/Math10030398>
- Zohar, A., & Barzilai, S. (2013). A review of research on metacognition in science education: current and future directions. *Studies In Science Education*, 49(2), 121-169.

EKLER

Ek Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
EK 1	Öğretim Bölümleri Planları	155
EK 2	Çalışma Kâğıdı 1- Yükseklik Çizme	162
EK 3	Çalışma Kâğıdı 2- Paralelkenarın Alanı	164
EK 4	Çalışma Kâğıdı 3- Üçgenin Alanı	166
EK 5	Çalışma Kâğıdı 4- Eşkenar Dörtgenin Alanı	167
EK 6	Çalışma Kâğıdı 5 -Dairenin Alanı	170
EK 7	Çalışma Kâğıdı 6- Yamuğun Alanı	173
EK 8	Gönüllü Katılım Formu	175
EK 9	Araştırma Amaçlı Çalışma İçin Veli/Vasi İzni Belgesi	176
EK 10	Kocaeli Milli Eğitim Müdürlüğü Araştırma İzin Belgesi	177
EK 11	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Etik Kurulu Araştırma İzin Belgesi	178

EK 1

Öğretim Bölümleri Planları

DERS PLANI NO :1

Ders: Matematik

Sınıf Düzeyi:6

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Alan Ölçme

Süre: 40 dk

Kazanımlar: M.6.3.2.1.a) Noktalı veya kareli kâğıtta üçgenlerde yükseklik çizme çalışmalarına yer verilir. Geniş açılı üçgenlerdeki yükseklikler de ele alınır.

Araç-gereçler: Çalışma kağıdı, kalem, cetvel, mantar pano, raptiye, silgi,ip

Öğrenme Süreci:

1.Motivasyon Aşaması: Öğrencilerden yükseklik kavramı ile ilgili ön bilgilerini ortaya çıkartmak için somut örnekler üzerinden yükseklik hesaplamaları istenir.

Yükseklik hesaplanırken verilen görüntülerin hangi kısımlarını ölçtükleri sorulur. Mantar pano üzerinde yükseklik indirdikleri noktalara raptiye ile ucuna ip bağlanmış silgi yardımı ile yükseklik çizimleri istenir.



2.Hedefi Belirleme Aşaması: Öğrencilere geogebra ortamında verilen dörtgen, dikdörtgen, paralelkenar ve üçgenler üzerinde yükseklik hesaplamaları istenir.

Yapılan yükseklik çizimleri üzerinde tartışılır. Öğrencilerin hangi açılı üçgen üzerinde nasıl yükseklikler çizdiklerini açıklamaları ve strateji geliştirmeleri beklenir.

3.Yeni Problemi Fark Etme Aşaması: Hatalı stratejilere dönüt verilir.

Örnek hatalı strateji: Geniş açılı üçgenin tüm yükseklikleri üçgenin içerisinden çizilir.

4.Yeni Problemi Açıklama Aşaması: Öğrencilerin açılara göre üçgen çeşitlerinden verilen üçgenlerde yüksekliklerin farklı konumda oldukları keşfettirilir. Bu keşif sonucunda paralelkenarlarda çizdikleri yükseklikler tekrar gözden geçirilir.

5.Değerlendirme Aşaması: Öğrencilere farklı görünümlere sahip geometrik şekillerin yüksekliklerini bulmaları istenir. Çözüm süreçleri değerlendirilir.

DERS PLANI NO :2

Ders: Matematik

Sınıf Düzeyi:6

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Alan Ölçme

Süre: 40 dk

Kazanımlar: **M.6.3.2.2.** Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

a) Noktalı veya kareli kâğıtta paralelkenarın bir kenarına ait yüksekliği çizmeye yönelik çalışmalara yer verilir.

b) Paralelkenarın alan bağıntısı oluşturulurken dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanılabilir.

c) Kare ve dikdörtgenin, paralelkenarın özel durumları olduğu vurgulanır.

Araç-gereçler: Çalışma kağıdı, kalem, cetvel

Öğrenme Süreci:

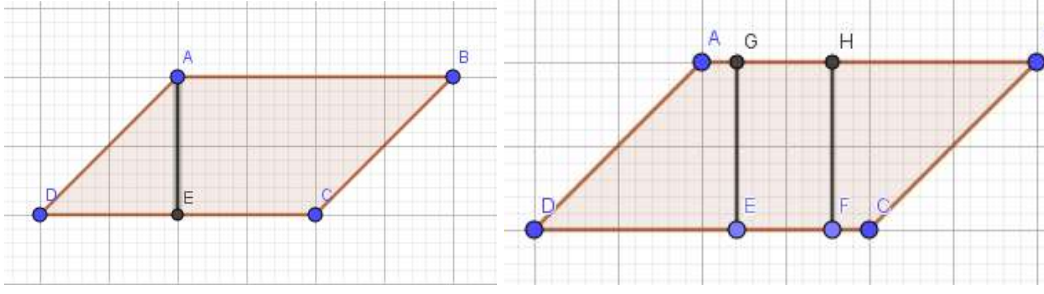
1.Motivasyon Aşaması: Birim kareli ve çizgisiz kağıtlarda verilen paralelkenarların alanları sorularak alan formülünü bulmaları için yol gösterilir.

2.Hedefi Belirleme Aşaması: Verilen paralelkenarları hangi geometrik şekle benzetebilecekleri hakkında tartışılır.

3.Yeni Problemi Fark Etme: Hatalı stratejilerle ilgili geri dönüt verilir.

Örnek hatalı strateji: Paralelkenarın alanı kısa kenar ve uzun kenarın çarpımı ile bulunabilir.

4.Yeni Problemi Açıklama Aşaması: Paralelkenarı iki parçaya ayırarak dikdörtgen oluşturmaları istenir. Dikdörtgen yardımı ile paralelkenarın alan formülünü açıklamaları beklenir. Farklı kesimler yaparak tekrar bir dikdörtgen oluşturmaları istenir. Bu sayede paralelkenarın bir kenardan çizilebilecek sonsuz tane yüksekliği olduğunu açıklamaları beklenir.



5.Değerlendirme Aşaması: Öğrencilere kenar uzunlukları ve farklı kenarlara ait yüksekliği verilen paralelkenarlar ile alan hesaplamaları yapılır. Bir paralelkenarın farklı uzunlukları kullanılarak alan ölçümü yapılır. Sonuçlar karşılaştırılır. Çözüm süreçleri hakkında tartışılır.

DERS PLANI NO:3

Ders: Matematik

Sınıf Düzeyi:5

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Alan Ölçme Süre: 40 dk

Kazanımlar: M.6.3.2.1. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

b) Üçgenin alan bağıntısı oluşturulurken dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanılabilir

1.Motivasyon Aşaması: Birim kareli ve çizgisiz kağıt üzerinde verilen üçgenlerin alanlarını nasıl hesaplayabilecekleri sorulur.

2.Hedefi Belirleme Aşaması: Verilen üçgenleri hangi geometrik şekle benzeterek alan hesabı yapabilecekleri sorulur.

3. Yeni Problemi Fark Etme: Hatalı stratejilerle ilgili geri dönüt verilir.

Örnek hatalı strateji: Birim kareli kağıtta verilen üçgenlerin alanları birim kareleri sayarak ve eksik kalan birim kareleri tamamlayarak bulabiliriz.

4.Yeni Problemi Açıklama Aşaması: Üçgenleri tamamlayarak paralelkenara tamamlamaları beklenir. Bu sayede oluşacak paralelkenarın alanı yardımı ile üçgenin alan formülünü açıklamaları istenir.

5.Değerlendirme Aşaması: Öğrencilere farklı büyüklükte ve farklı görünüşe sahip üçgenlerin bulunduğu alıştırmalar verilerek alan hesabı yapmaları istenir.

DERS PLANI NO: 4

Ders: Matematik

Sınıf Düzeyi:7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler Süre: 40 dk

Kazanımlar: **M.7.3.2.3.** Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açt özelliklerini belirler.

a) Kenarların oluşturduğu açılarla birlikte eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenlerin oluşturduğu açılar da incelenir.

b) Kare, dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır. Bunun yanı sıra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel hâlleri olarak ele alınır. Ayrıca dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar da yamuğun özel durumları olarak ele alınır.

M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

M.7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer. a) Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir.

Araç-gereçler: Çalışma kağıdı, cetvel, kalem

Öğrenme Süreci:

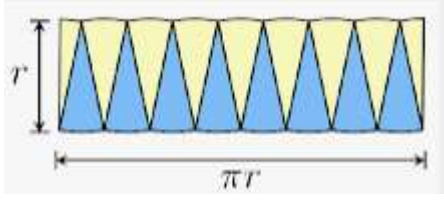
1.Motivasyon Aşaması: Birimli ve birimsiz kağıtta verilen eşkenar dörtgenin alanlarını nasıl hesaplayabilecekleri sorulur.

2.Hedefi Belirleme Aşaması: Verilen eşkenar dörtgenleri alan hesabı yapabilecekleri geometrik şekillere ayırmaları istenir.

3.Yeni Problemi Fark Etme Aşaması: Hatalı stratejiler ile ilgili dönütler verilir.

Örnek hatalı strateji: Eşkenar dörtgen 4 farklı üçgene ayrılabilir.

4.Yeni Problemi Açıklama Aşaması: Geogebra ortamında eşkenar dörtgenlerini 4 eş üçgene ayırmaları istenir. Bir eşkenar dörtgenin her zaman 4 eş üçgene ayrıldığını göstermeleri istenir. Üçgenler yardımı ile eşkenar dörtgenin alan formülünü açıklamaları istenir.



5.Değerlendirme Aşaması: Farklı yarıçap uzunluğuna ait dairelerin alanları sorulur. Alanı verilen dairelerin yarıçaplarını bulmaları istenir.

DERS PLANI NO: 6

Ders: Matematik

Sınıf Düzeyi:7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Alan Ölçme Süre: 40 dk

Kazanımlar: **M.7.3.2.4.** Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

Araç-gereçler: Çalışma kağıdı, kareli kağıt, kalem, cetvel, açı ölçer

Öğrenme Süreci:

1.Motivasyon Aşaması: Yamuğu tanıma, özellikleri ve çevresi hakkında konuşularak bilgiler hatırlatılır. Diğer geometrik şekiller ile farklı veya aynı olan özellikleri üzerinde durulur. Yamukta yükseklik çizmesi istenir.

2.Hedefi Belirleme Aşaması: Kareli kağıt üzerinde verilen yamuğun alanı sorulur. Nasıl hesaplanabileceği hakkında strateji geliştirmeleri beklenir. Birim kareli kağıtta kesimler yapması ve dinamik geometri ortamında sunulan sanal manipülatif aracılığıyla akıl yürütmesi beklenir.

3.Yeni Problemi Fark Etme Aşaması: Hatalı stratejiler ile ilgili dönütler verilir. Örnek hatalı strateji: Paralelkenardaki gibi kenar ile yüksekliği çarparak bulabilirim. Paralelkenara benzettiği yamuk şeklinde yükseklik çizimiyle elde edilen üçgenlerin farklı olduğunu fark eder.

4.Yeni Problemi Açıklama Aşaması: Paralelkenarın alan bağıntısının oluşturulmasından yararlanarak yamuğun alanını açıklamaya çalışır. Paralelkenardaki üçgenleri tamamlamaya çalışmasını yamuğun yükseklik çizimi sonrası oluşan üçgenlerle ilişkilendirerek alan bağıntısına ulaşmaya çalışır.

5.Değerlendirme Aşaması: Farklı kenar uzunluğuna ve farklı yüksekliğine sahip yamuğun alanları sorulur. Alanı ve kenar uzunluğu verilen yamuğun yüksekliğini hesaplaması istenir.



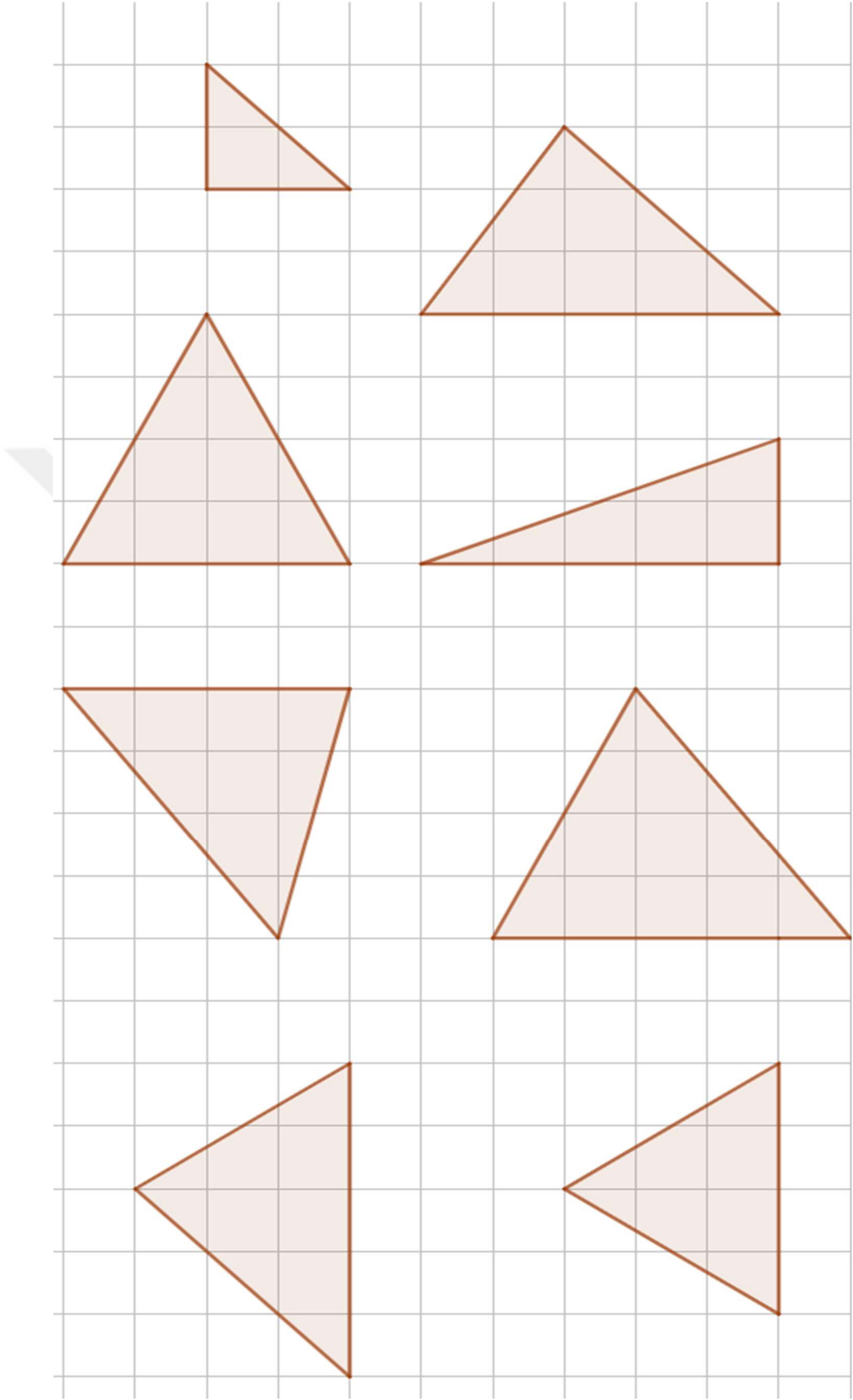
EK 2

Çalışma Kâğıdı 1- Yükseklik Çizme

Verilen nesnelerin yüksekliğini nasıl bulursunuz?



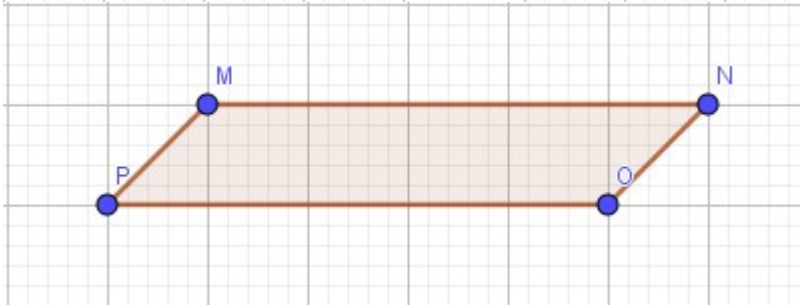
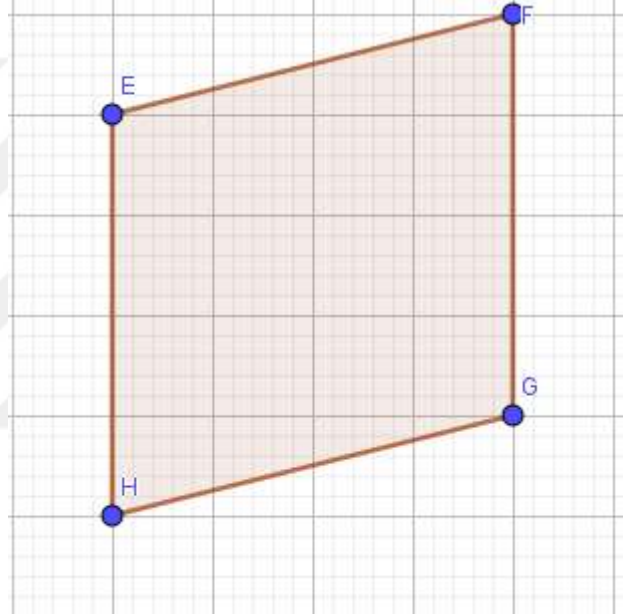
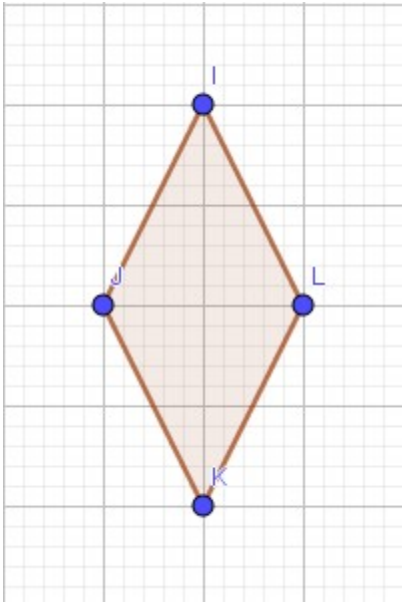
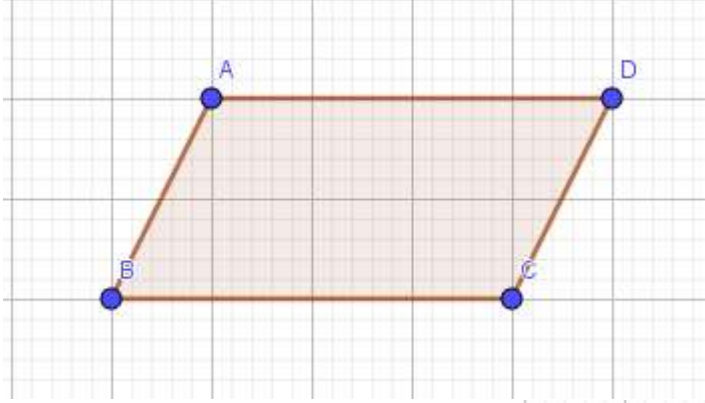
Verilen üçgenlerde seçtiğiniz bir kenarına ait yüksekliğini çizin.



EK 3

Çalışma Kâğıdı 2- Paralelkenarın Alanı

Aşağıdaki paralelkenarların alanlarını nasıl hesaplırsınız?



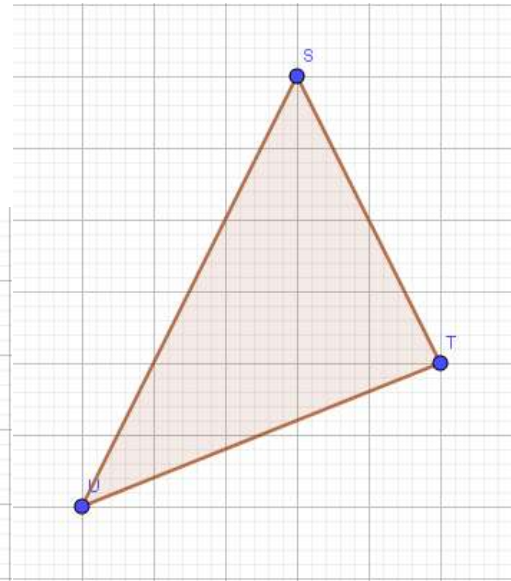
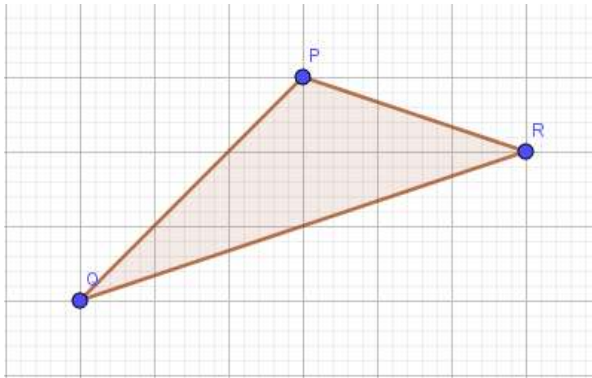
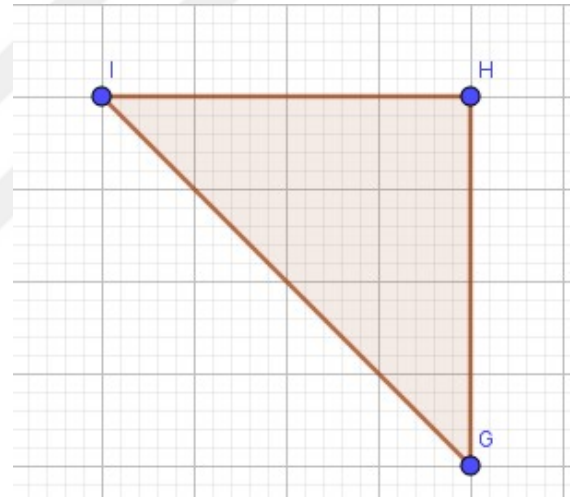
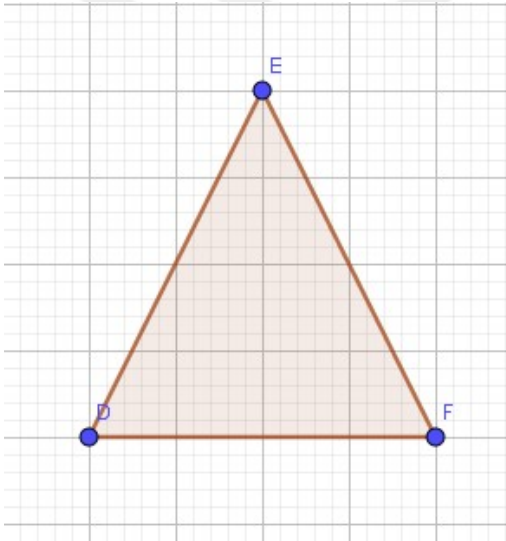
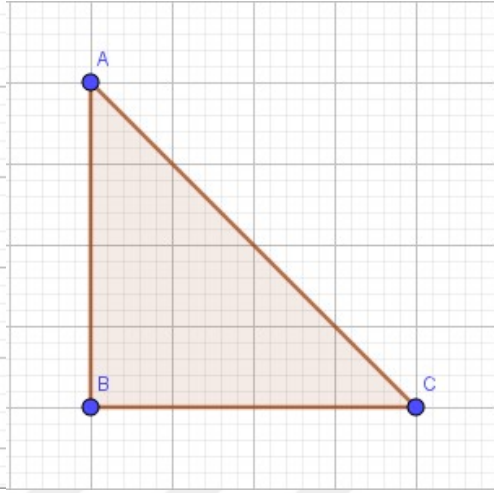
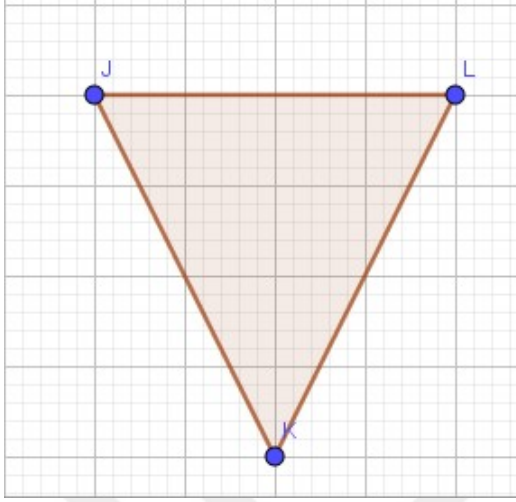
Verilen paralelkenarın alanını hesaplayabilmek için bu paralelkenarı iki parçaya ayırarak alan ölçümünü bildiğin hangi şekilde dönüştürebilirsin?



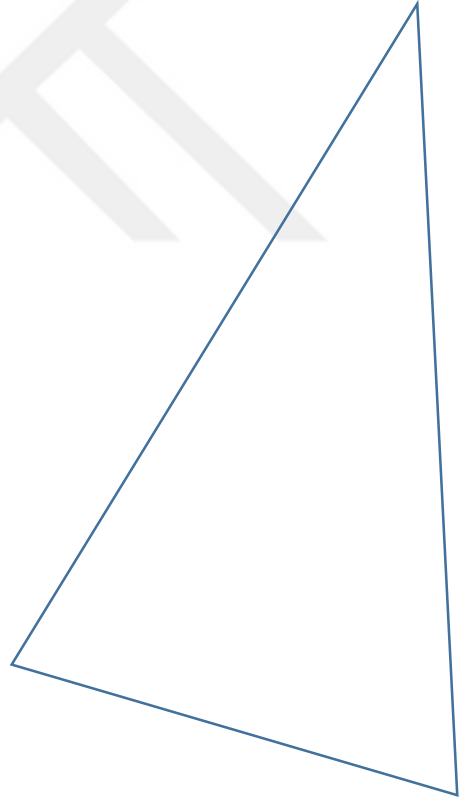
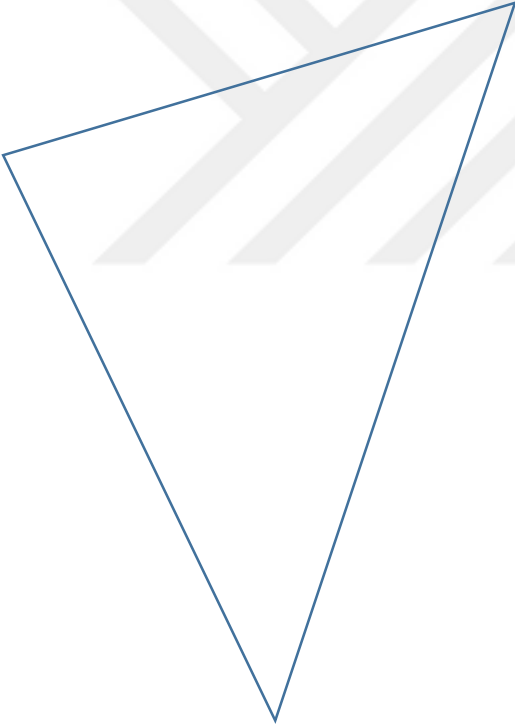
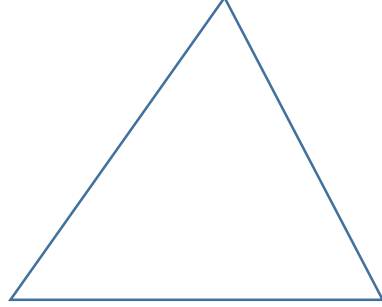
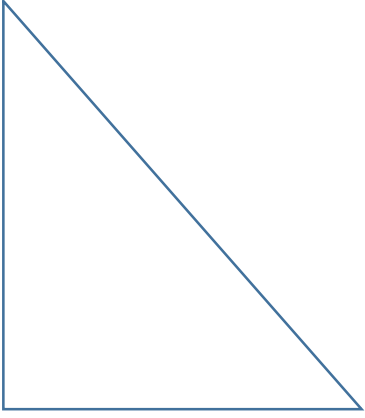
EK 4

Çalışma Kâğıdı 3- Üçgenin Alanı

Birim kareli kağıt üzerinde verilen üçgenlerin alanlarını hesaplayınız.



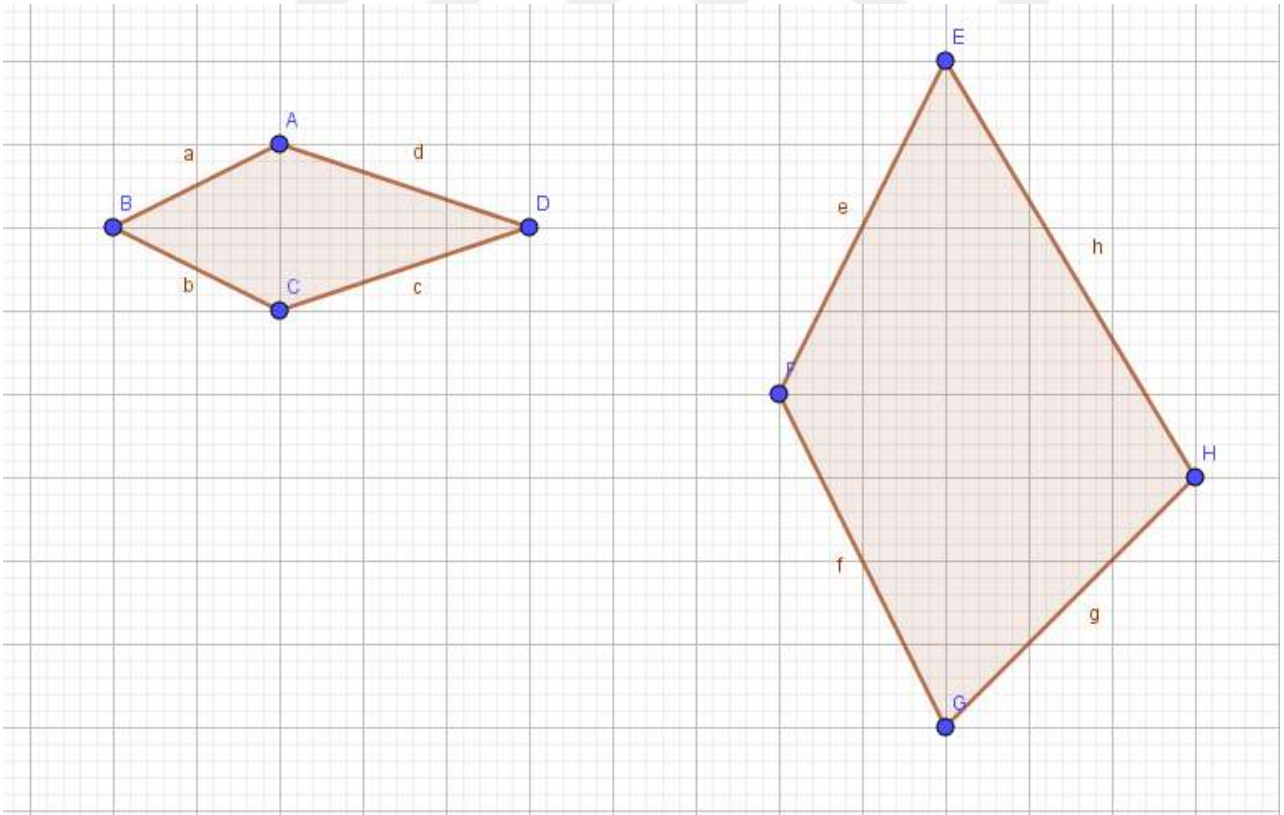
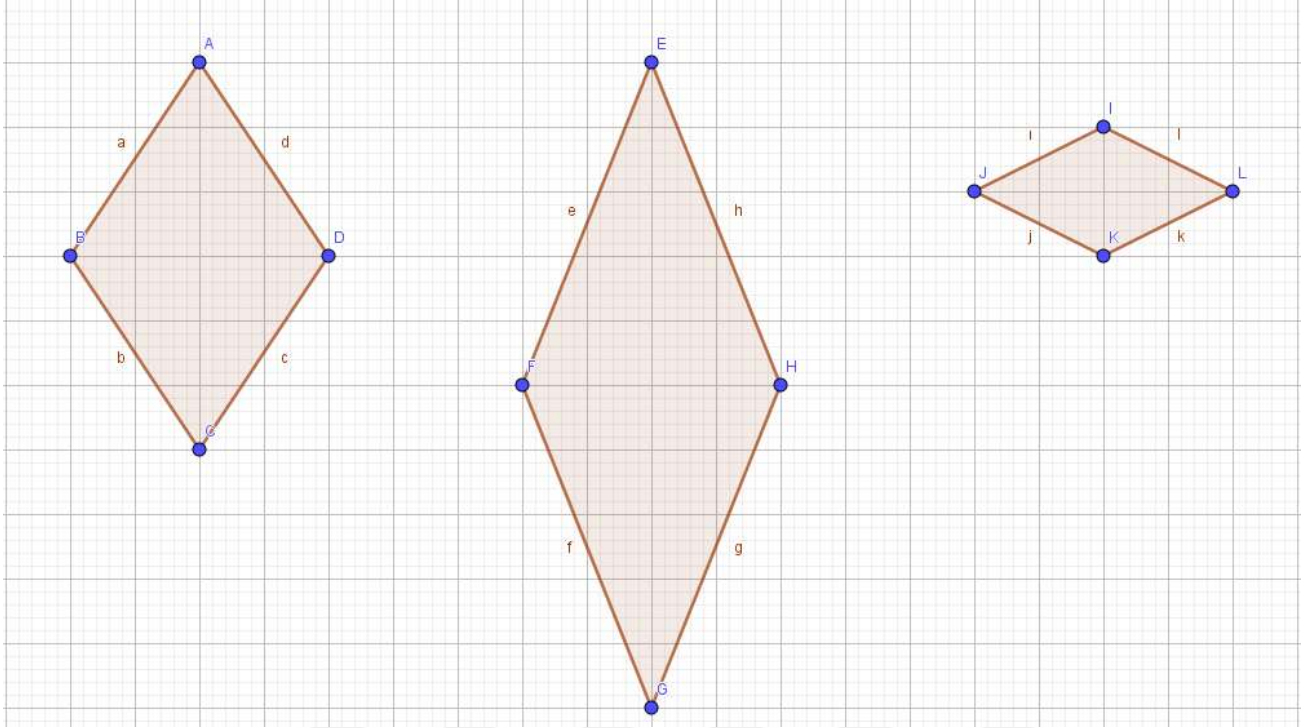
Çizgisiz kağıt üzerinde verilen üçgenlerin alanlarını hesaplayınız.

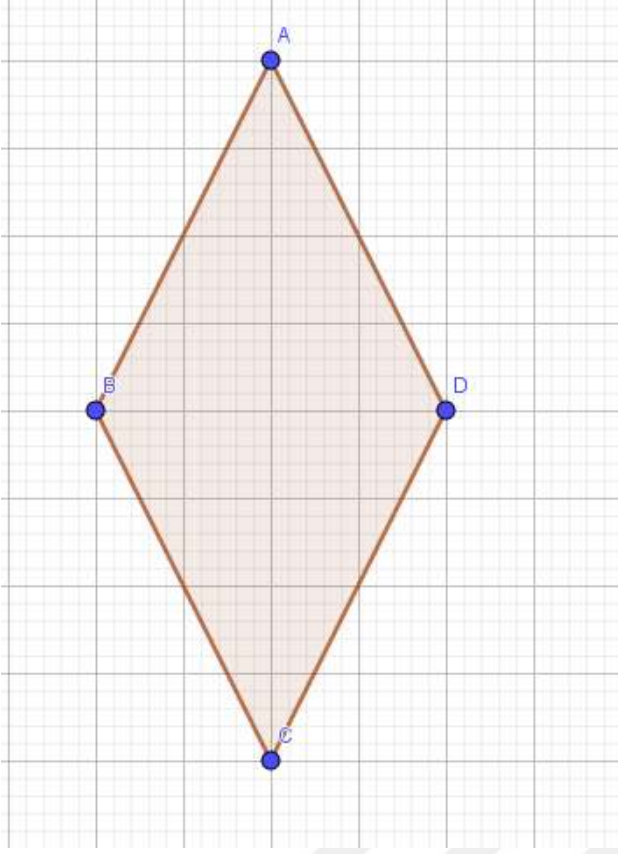


EK 5

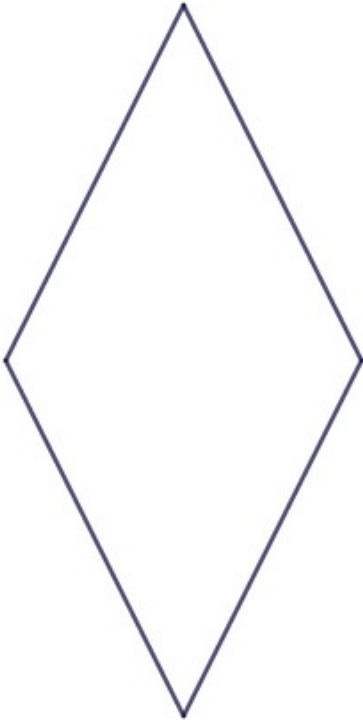
Çalışma Kâğıdı 4-Eşkenar Dörtgenin Alanı

Aşağıdakilerden hangileri eşkenar dörtgendir?





Yanda verilen eşkenar dörtgenin alanını nasıl hesaplarsınız?

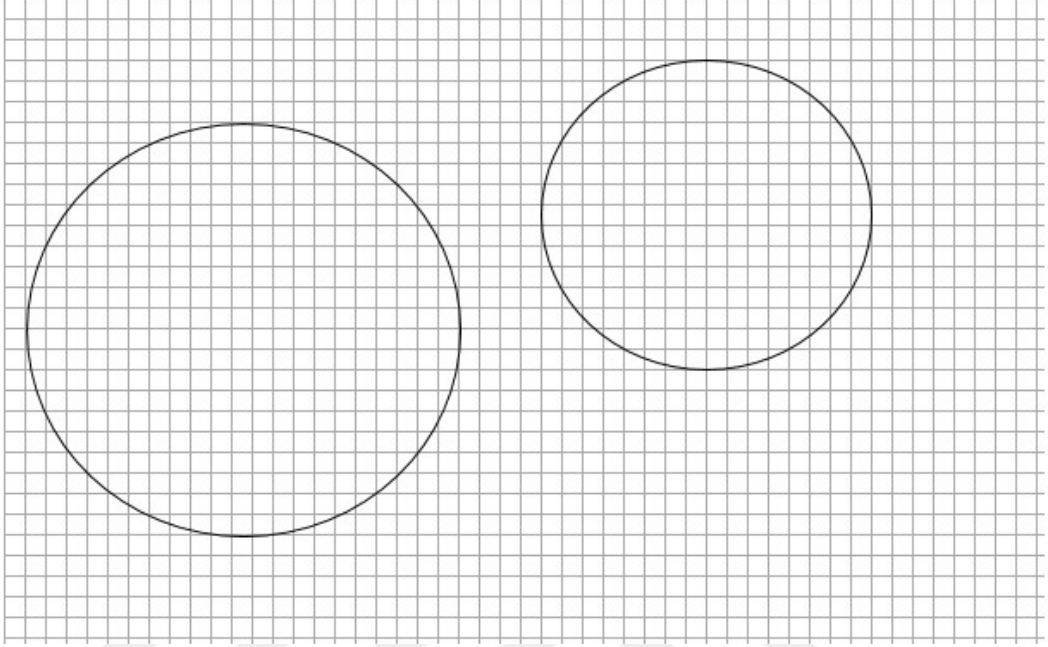


Verilen eşkenar dörtgenin alanını hangi geometrik şekil yardımı ile hesaplayabilirsiniz.

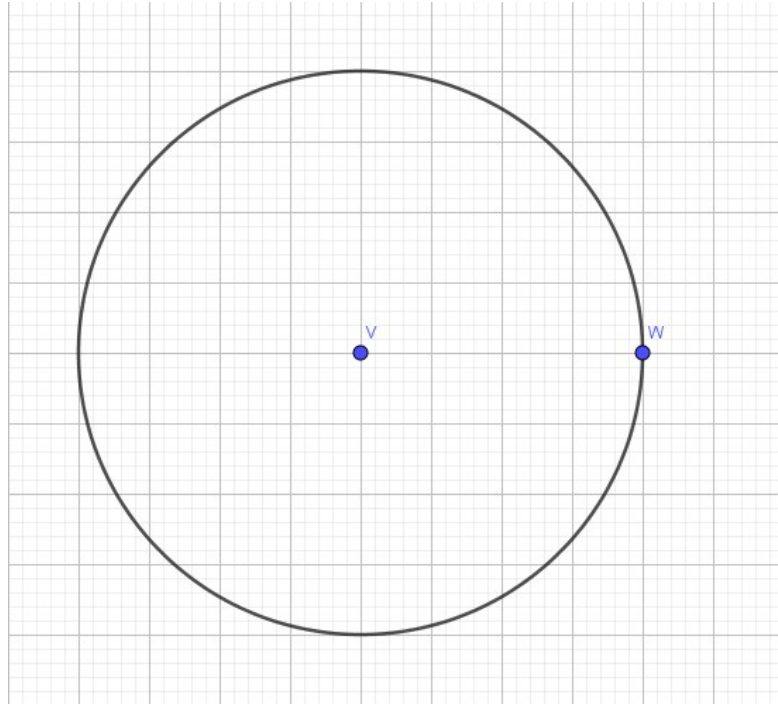
EK 6

Çalışma Kâğıdı 5- Dairenin Alanı

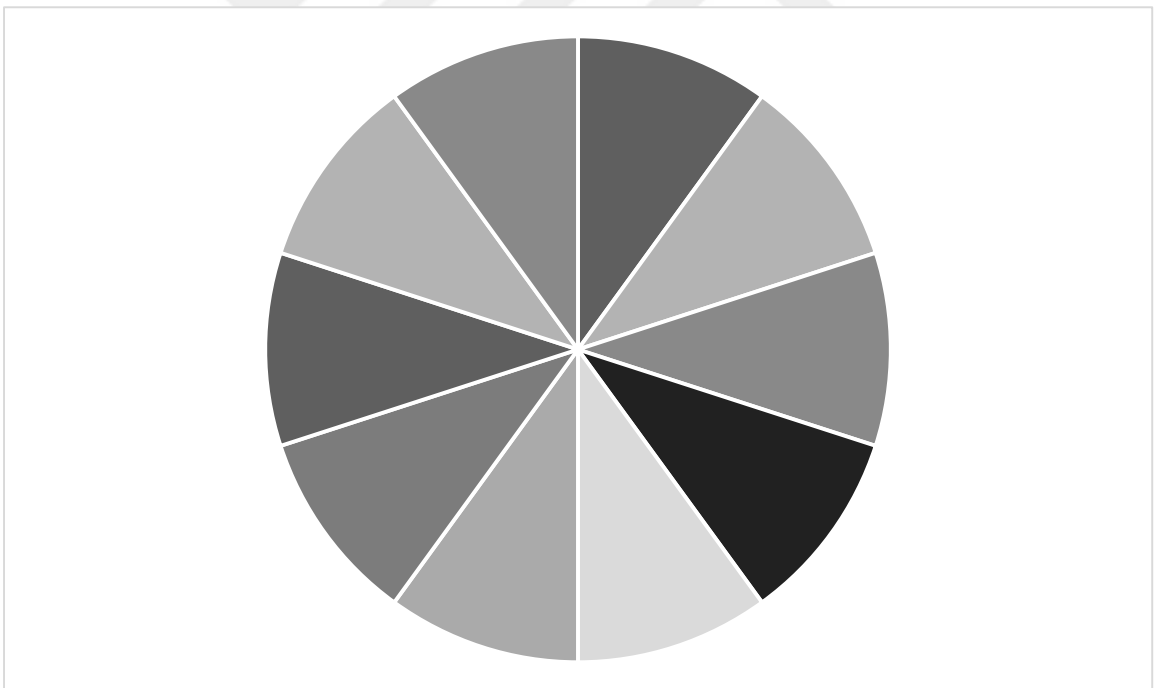
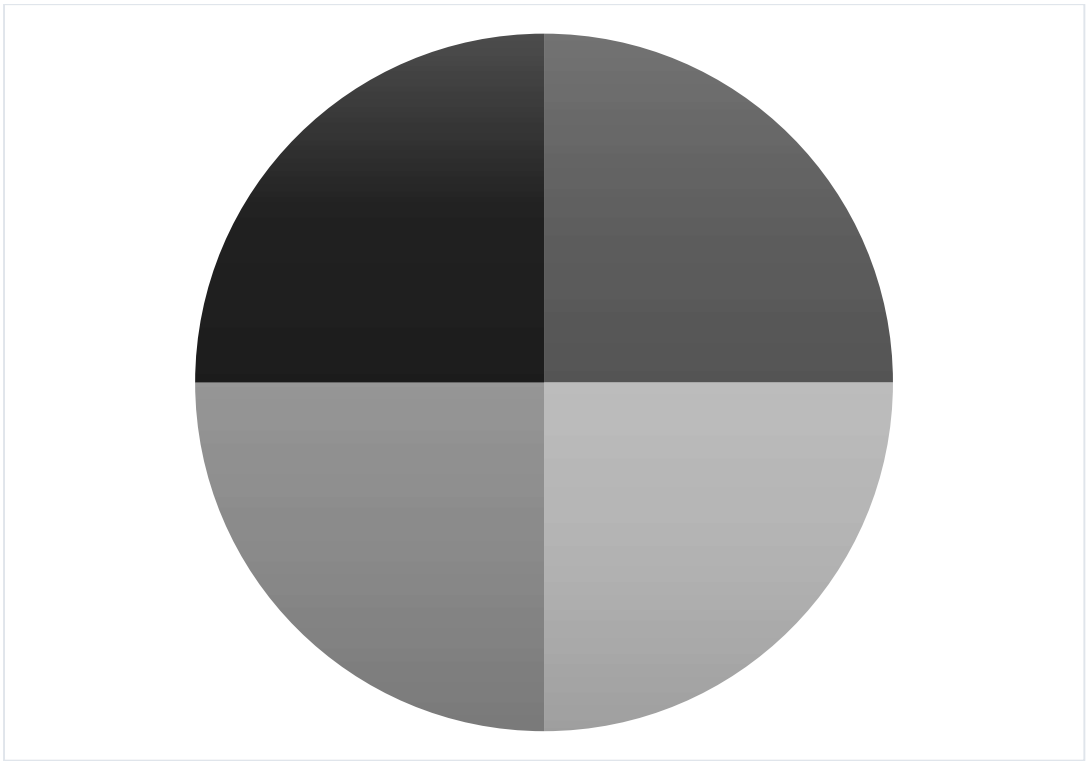
Aşağıdakilerden hangileri dairenin tanımına uyar?

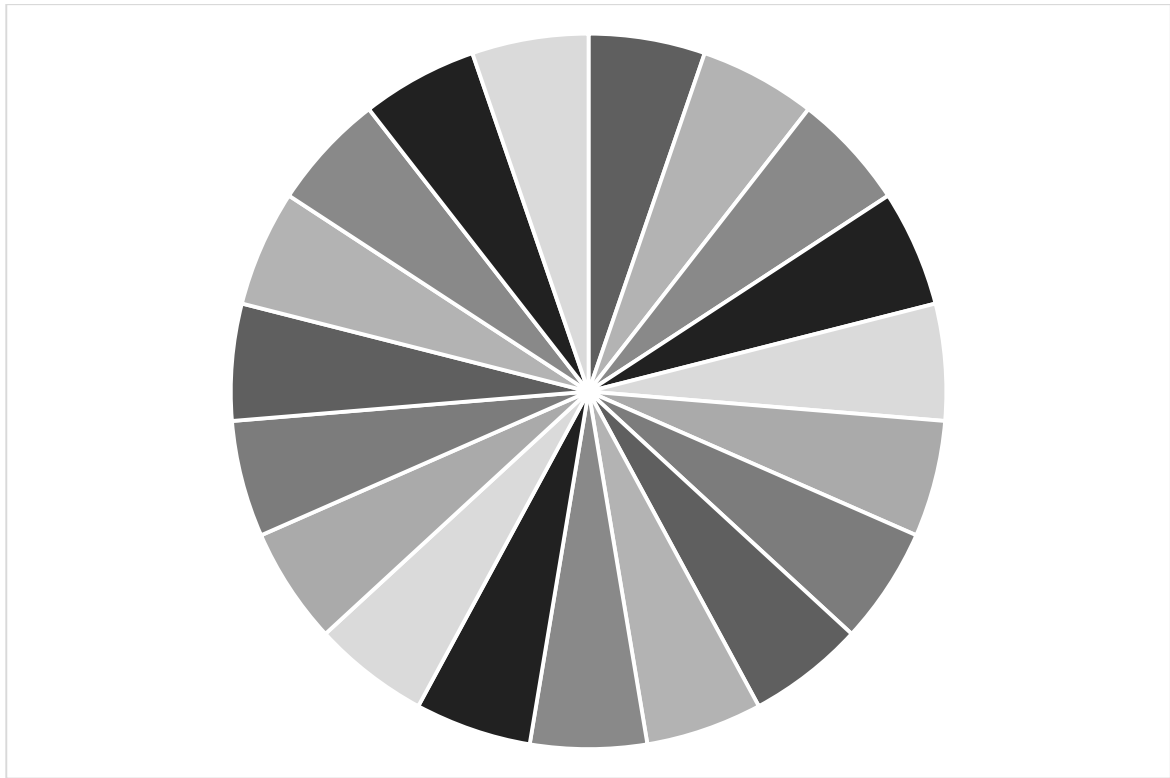


Verilen dairelerin alanlarını hangi geometrik şekil yardımı ile bulabilirsiniz?



Dairenin dilimleri yardımı ile alanını hesaplayabilir misiniz?



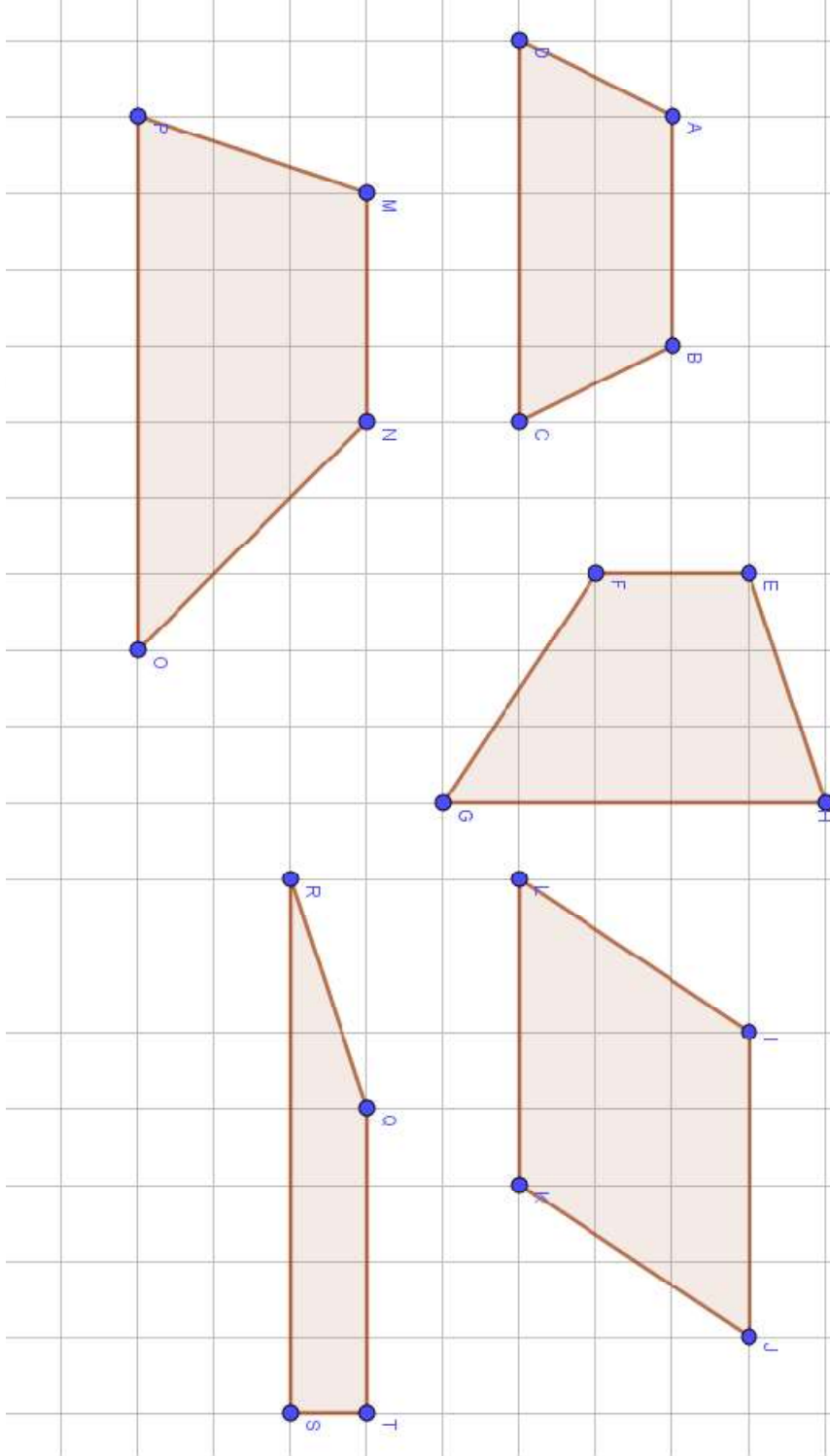


EK 7

Çalışma Kâğıdı 6- Dairenin Alanı

Verilen yamuklarda yükseklik çiziniz.

Alanı nasıl hesaplarsınız?



Yamuğun alanını geometrik şekiller yardımı ile hesaplayınız.



EK 8

Araştırma Gönüllü Katılım Formu

Bu çalışma, “Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi” başlıklı bir araştırma çalışması olup ortaokul öğrencilerinin alan ölçme konusuna ilişkin yönlendirici ile desteklenmiş etkinlikler kapsamındaki akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi amacını taşımaktadır. Çalışma, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile yüksek lisans tezi ortaya konacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, öğrenme ortamı kamera kayıtları ve çalışma kağıtları sizlerden veri olarak toplanacaktır.
- İsmınızı yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler USB’ye kaydedilerek korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı’nda Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN’a yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı

Adı:

Merve

ÇIRA

Adres:

Belirtilen koşullar çerçevesinde görüşmeye kendi rızamla katıldığımı bildiririm.

Katılımcı Adı ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

EK 9

Araştırma Amaçlı Çalışma İçin Veli/Vasi İzni Belgesi

Sayın Veli /Vasi;

Çocuğunuzun/vasisi olduğunuz bireyin katılacağı bu çalışma, “**Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi**” adıyla yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: 7.sınıf öğrencilerinin alan ölçme konusuna ilişkin somut ve dijital yönlendirici etkinlikler ile akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi

Araştırma Uygulaması: Öğrencilerin somut ve dijital yönlendirici etkinlikleri veri olarak toplanacaktır. Uygulama sürecinde öğrenme ortamları video kayıt ile kaydedilecektir.

Bu araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz/vasisi olduğunuz birey çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz/vasisi olduğunuz birey için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun/vasisi olduğunuz bireyin katılımı tamamen sizin isteğinize bağlıdır, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Çalışmada çocuğunuzdan/vasisi olduğunuz bireyden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz/vasisi olduğunuz birey kendisini rahatsız hisse derse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Çocuğunuz/vasisi olduğunuz birey çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza/vasisi olduğunuz bireye hiçbir sorumluluk yüklememektedir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı

Adı Soyadı: Merve ÇIRA

Adresi:

Velisi bulunduğum/Vasisi olduğum sınıfı öğrenci’nin yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.

Veli/Vasi:

Adı Soyadı: İmza:

EK 10

Araştırma İzin Belgesi



T.C.
GÖLCÜK KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-82130415-605.01-71726270
Konu : Araştırma İzni(Merve ÇIRA)

07.03.2023

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 06.03.2023 tarih ve 71631412 sayılı yazısı.

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisi Merve ÇIRA'nın "Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu çalışmasını ilimiz ortaokullarında uygulama talebi, komisyonumuzca uygun görülmüş olup, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa ve yürürlükteki diğer tüm düzenlemelerde belirtilen hüküm, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili okul, ilçe milli eğitim müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, gönüllülük esasına göre, anket çalışmasının İlçe Milli Eğitim Müdürlükleri ve Okul Müdürlüklerinin denetimi, gözetimi ve sorumluluğunda yapmasının uygun görüldüğüne ilişkin, 02/03/2023 tarih ve E-99332089-605.01-71441906 sayılı Valilik Onayı ekte gönderilmiştir.

Gereğini rica ederim.

Vedat SEVER
Müdür a.
Şube Müdürü

Ek-1İlgi Yazı ve ekleri

Dağıtım: Tüm Resmi/ Ortaokul Müdürlüklerine

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Telefon No : Bilgi için:
E-Posta : Unvan : Şef
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr İnternet Adresi : Faks:
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrakorgun.meb.gov.tr> adresinden fa75-f696-3091-8613-67b8 kodu ile teyit edilebilir.

EK 11

Etik Kurulu Araştırma İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler İnsan Araştırmaları Etik
Kurulu Başkanlığı

Sayı : E-64075176-050.01.04-2200013325
Konu : 2022.19.05.Karar.

28.12.2022

Sayın Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğretim Üyesi

Sorumlu Araştırmacı olduğunuz *“Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipulatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi (Investigation of Reasoning Processes of Middle School Students in Manipulative-Assisted Activities Regarding the Area Measurement)”* başlıklı çalışma hakkında alınan karar ekte sunulmuştur. Bilgilerinizi ve gereğini saygı ile rica ederim.

Prof. Dr. Yaşar SARI
Kurul Başkanı

Ek: Etik Kurul Kararı.

Belge Doğrulama Kodu: 3P7MAE3

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Takip Adresi: <https://sbys.ogu.edu.tr/ERMS/Record/ConfirmationPage/Index>

Adres: Meselik Kampüsü PK:26480 Odunpazarı

Telefon No: (0 222) 2393750

e-Posta:

Kep Adresi: esk.osmangaziunivirk@sbys1.kep.tr

Faks No: (0 222) 2391074

İnternet Adresi:

Bilgi için :

Münervver Sibel Ak

Bilgisayar İşletmeni

Telefon No:



T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER
İNSAN ARAŞTIRMALARI ETİK KURULU
ESKİŞEHİR

Toplantı Tarihi : 21.12.2022

Toplantı No : 2022-20

GÜNDEM :

5. Başvuru Sahibi : Dr.Öğretim Üyesi Candaş UYGAN (Merve ÇIRA ile birlikte).

Konu : "Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipulatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi (Investigation of Reasoning Processes of Middle School Students in Manipulative-Assisted Activities Regarding the Area Measurement)" isimli araştırmasının görüşülmesi.

KARAR :

5. Dr.Öğretim Üyesi Candaş UYGAN'ın (Merve ÇIRA ile birlikte) "Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipulatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler Kapsamındaki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi (Investigation of Reasoning Processes of Middle School Students in Manipulative-Assisted Activities Regarding the Area Measurement)" isimli araştırmalarının ve başvuru evrağının ekinde örneği bulunan araştırmalarında kullanacakları ölçme aracının/araçlarının; fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluk başvuru sahibine/sahiplerine ait olmak üzere veri toplama araçlarını uygulamak için gerekli yerlerden yasal izinleri almak şartıyla Üniversitemiz insan araştırmaları etik kurulu yönergesine uygunluğuna oybirliği ile karar verildi.

(İmza)

Prof. Dr. Yaşar SARI
Başkan

(İmza)

Prof. Dr. Esra DERELİ
Başkan Yardımcısı

(İmza)

Prof. Dr. Zafer BALBAĞ
Üye

(İmza)

Prof. Dr. Mustafa Kemal BEŞER
Üye (Raportör)

(İmza)

Prof. Dr. Ferit USLU
Üye

(İmza)

Prof. Dr. Birol YILDIZ
Üye

(İmza)

Prof.Dr.Şerife YÜCESOY ÖZKAN
Üye

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI: Merve ÇIRA

Doğum Yeri: *

Doğum Tarihi: *

Orcid Numarası:*

Eğitim Durumu

Lise:	Şehit Özcan Kan Anadolu Öğretmen Lisesi	2012
Lisans:	Gazi Üniversitesi	2016
Yüksek Lisans:	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	2024

Yabancı Dil

İngilizce: Okuma (Orta), Yazma (Orta), Konuşma (Orta)

Mesleki Geçmiş

Görev	Kurum	Çalışma Tarihleri
Matematik Öğretmeni	Kocaeli/ Gölcük İhsaniye Ortaokulu	2016-2017
Matematik Öğretmeni	Bingöl/Karlıova Öğretmen Hüseyin Hüsnü Tekişik Ortaokulu	2017-2021
Matematik Öğretmeni	Kocaeli/ Gölcük Şehit Kamuran Ablak Ortaokulu	2021- Halen

Akademik Çalışmalar

Yayınlar

6.Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 28-30 Ekim 2024.
(Merve CIRA, Bir Yedinci Sınıf Öğrencisinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Manipülatiflerle Desteklenmiş Etkinlikler İçerisindeki Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi)