

DEĞİŞKEN KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ

Mustafa IŞIK

**Zonguldak Karaelmas Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalında
Yüksek Lisans Tezi
Olarak Hazırlanmıştır**

**ZONGULDAK
NİSAN 2008**

KABUL:

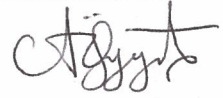
Mustafa IŞIK tarafından hazırlanan "DEĞİŞKEN KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından değerlendirilerek, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak oybirliğiyle kabul edilmiştir. 28/04/2008

Başkan: Yrd. Doç. Dr. Hamdi Alper ÖZYİĞİT (ZKÜ)

Üye : Doç. Dr. Erdoğan ÖZKAYA (CBÜ)

Üye : Yrd. Doç. Dr. Halil ÖZER (ZKÜ)

İmzası



ONAY:

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım./....../2008



Prof. Dr. Mustafa SÖZEN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”

Mustafa IŞIK

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

DEĞİŞKEN KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ

Mustafa IŞIK

Zonguldak Karaelmas Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Hamdi Alper ÖZYİĞİT

Nisan 2008, 125 sayfa

Bu çalışmada sabit ve değişken kesitli eğri kirişlerin serbest titreşimleri Sonlu Elemanlar Metodu ile lineer olarak incelenmiştir. Kirişlerin kesitleri dairesel ve dikdörtgen biçiminde olup eğrilikleri dairesel olarak alınmıştır. Çeşitli sınır şartlarında titreşim analizleri yapılarak doğal frekanslar ve mod şekilleri elde edilmiştir. Kirişlere yerleştirilmiş olan ek kütlelerin daralan ve daralıp genişleyen eğri kirişlerin doğal frekanslarına yapmış oldukları etkiler incelenmiştir. Analizler hem düzlem içi hem düzlem dışı titreşimler için ayrı ayrı yapılmıştır. Düzlem içi titreşimlerde uzama ve eğilme, düzlem dışı titreşimlerde düzlem dışı eğilme ve burulma durumları dikkate alınmıştır. Eğri kirişler paket programlarla da modellenerek titreşim analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

Anahtar Sözcükler : Değişken kesitler, Doğal Frekans, Serbest titreşimler

Bilim Kodu : 625.01.04

ABSTRACT

M. Sc. Thesis

VIBRATIONS OF CURVED BEAMS WITH VARIABLE CROSS-SECTIONS

Mustafa IŞIK

Zonguldak Karaelmas University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Thesis Advisor: Asst. Prof. Dr. Hamdi Alper ÖZYİĞİT

April 2008, 125 pages

In this work, the linear free vibrations of constant and variable cross-section beams are analyzed by Finite Element Method. The curvature of beams are circular and the cross-sections are taken circular and rectangular. The natural frequencies and mode shapes are obtained for different boundary conditions. An additional mass on beam is also considered and its effect to natural frequencies are investigated for varying cross-sections. The analysis are made for in-plane and out-of-plane vibrations. Elongation and bending effects are considered for in-plane vibrations. Bending and torsional effects are considered for out-of-plane vibrations. The curved beams are also modeled by Ansys and Marc, the results of vibration analysis are compared with the results of FEM.

Keywords: : Variable cross-section, Natural frequency, Free vibrations

Science Code: 625.01.04

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının ortaya çıkmasında kıymetli fikir ve tecrübeleriyle bana yol gösteren ve çalışmanın her safhasında büyük yardımlarını gördüğüm saygıdeğer hocam Yrd. Doç. Dr. Hamdi Alper ÖZYİĞİT'e, Marc programı ile hesaplamalarda bana yardımcı olan Benan GÖZLÜLÜ'ye ve yüksek lisans eğitimim boyunca benden sabır ve desteğini esirgemeyen eşim Sevcan IŞIK'a teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
SİMGELER DİZİNİ	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xix
BÖLÜM 1 GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ.....	3
2.1 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ (FINITE ELEMENT METHOD – FEM)	3
2.2 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNDE KULLANILAN ELEMAN TİPLERİ.....	5
2.2.1 Üç Boyutlu (3D) Kiriş Elemanı.....	5
2.2.2 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman.....	6
2.2.3 Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman.....	6
2.2.4 Çifte Lineer Dörtgen Eleman.....	7
2.2.5 Kabuk Elemanlar.....	8
2.2.6 Hacim Elemanlar.....	8
BÖLÜM 3 EĞRİ KİRİŞİN MODELLENMESİ	9
BÖLÜM 4 DÜZLEM İÇİ VE DÜZLEM DIŞI TİTREŞİMLER.....	15

İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	<u>Sayfa</u>
4.1 DÜZLEM İÇİ TİTREŞİMLER.....	15
4.1.1 Enerji Denklemleri.....	15
4.1.2 Direngenlik Matrislerinin Elde Edilmesi.....	16
4.1.3 Kütle Matrislerinin Elde Edilmesi.....	20
4.2 DÜZLEM DIŞI TİTREŞİMLER.....	24
4.2.1 Enerji Denklemleri.....	24
4.2.2 Direngenlik Matrislerinin Elde Edilmesi.....	25
4.2.3 Kütle Matrislerinin Elde Edilmesi.....	28
 BÖLÜM 5 SOLIDWORKS ve ANSYS PAKET PROGRAMI.....	 33
5.1 SOLIDWORKS (CAD) PAKET PROGRAMI.....	33
5.1.1 Solidworks Çizim Ekranı.....	34
5.1.2 Solidworks Menüleri.....	35
5.2 ANSYS SONLU ELEMENLAR PAKET PROGRAMI.....	39
5.2.1 Ansys Workbench Modülleri.....	39
5.2.2 Workbench de Dosya Oluşum Mantığı ve Çalışma Düzeni.....	40
 BÖLÜM 6 SAYISAL ÇÖZÜMLER.....	 41
6.1 DAİRE KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLER.....	41
6.2 DÖRTGEN KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLER.....	60
6.3 DARALIP GENİŞLEYEN EĞRİ KİRİŞLER.....	76
6.3.1 Daire Kesitli Daralıp Genişleyen Eğri Kirişler.....	76
6.3.2 Dörtgen Kesitli Daralıp Genişleyen Eğri Kirişler.....	87
6.3.3 Ek Kütle Opsiyonlu Daralıp Genişleyen Eğri Kirişler.....	96
 BÖLÜM 7 SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	 101
 KAYNAKLAR.....	 103
ÖZGEÇMİŞ.....	105

SİMGELER DİZİNİ

a_{ci}	: eğri kirişin seçilen teğetsel yerdeğiştirme fonksiyonuna ait sabitler
A	: kesit alanı
b_{ci}	: eğri kirişin seçilen radyal yerdeğiştirme fonksiyonuna ait sabitler
E	: elastisite modülü
$[H_i]$	: ifadelerin şekil fonksiyonlarından elde edilen satır matrislerinin kısaltılmışı
I	: elastisite modülü
$[K]$	: direngenlik matrisi
$[K_{op}]$	: düzlem dışı direngenlik matrisi
L	: sonlu kiriş elemanının uzunluğu
$[M]$	: kütle matrisi
$[M_{op}]$	: düzlem dışı kütle matrisi
$N(\xi)$	: şekil fonksiyonu
R	: eğri kirişin eğrilik yarıçapı
s	: eğri kirişe ait teğetsel koordinat ve sonlu bir eğri kiriş elemanının uzunluğu
S	: eğri kirişin uzunluğu
$T_{c(i)}$	: eğri kirişin düzlem içi kinetik enerjisi (bileşenleri)
$T_{ce(i)}$	: eğri kirişe ait elemanın düzlem içi kinetik enerjisi (bileşenleri)
$T_{opc(i)}$	: eğri kirişin düzlem dışı kinetik enerjisi (bileşenleri)
$T_{opce(i)}$	: eğri kirişe ait elemanın düzlem dışı kinetik enerjisi (bileşenleri)
u_{ci}	: eğri kirişe ait düğüm noktalarının teğetsel yerdeğiştirmesi
v_{ci}	: eğri kirişe ait düğüm noktalarının radyal yerdeğiştirmesi
$[V]_{ce}$	: sonlu bir eğri kiriş elemanının düzlem içi yerdeğiştirme vektörü
$\{V_G\}, [V_G]$	: global yerdeğiştirme vektörü
$[V_{op}]_{ce}$	: sonlu bir eğri kiriş elemanının düzlem dışı yerdeğiştirme vektörü
$\bar{V}$	: yerdeğiştirme vektörü genliği

SİMGELER DİZİNİ (devam ediyor)

w_{ci}	: eğri kirişe ait düğüm noktalarının düzlem dışı yerdeğiştirmesi
γ	: bir eğri kiriş elemanın yay açısı
ξ	: boyutsuz koordinat
β_c	: net kesit dönmesi
γ_T	: eğri kirişin taradığı yay açısı
ε_c	: eğri kirişin tarafsız eksenin yüzde uzaması
$\theta_{zci}, \theta_{ci}$	: eğri kirişe ait düzlem içi eğim ifadesi
κ_c	: eğri kirişin eğrilik değışimi
κ_{op}	: düzlem dışı eğrilik ifadesi
Φ_c	: eğri kirişin burulma açısı
φ_{op}	: burulma ifadesi
Ψ_{ci}	: düzlem dışı eğim ifadesi
ω_n	: doğal frekans

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>No</u>		<u>Sayfa</u>
2.1	Sonlu elemanlar yöntemi ile modelleme örneği.....	5
2.2	Üç boyutlu kiriş elemanı.....	6
2.3	Sabit gerilmeli üçgen eleman.....	6
2.4	Lineer gerilmeli üçgen eleman.....	7
2.5	Çifte lineer dörtgen eleman.....	7
2.6	Kabuk elemanlar.....	8
2.7	Hacim elemanlar.....	8
3.1	Eğri kiriş elemanı.....	9
5.1	Solidworks çizim ekranı.....	34
5.2	Solidworks file menüsü.....	35
5.3	Solidworks edit menüsü.....	36
5.4	Solidworks view menüsü.....	37
5.5	Solidworks insert menüsü.....	38
5.6	Solidworks window menüsü.....	39
5.7	Ansys workbench modülleri.....	40
6.1	Daire kesitli eğri kiriş.....	41
6.2	1. model için ankastre – ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	44
6.3	1. model için ankastre – ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	44
6.4	1. model için ankastre – serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	45
6.5	1. model için ankastre – serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	45
6.6	1. model için ankastre – ankastre sınır şartlarında 0 derecede (düz kiriş) doğal frekansların programlara göre karşılaştırılması.....	46
6.7	1. model için ankastre – ankastre sınır şartlarında 90 derecede doğal frekansların programlara göre karşılaştırılması.....	46
6.8	Daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 1.mod.....	52

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
6.9 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 2.mod.....	52
6.10 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 3.mod.....	53
6.11 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 4.mod.....	53
6.12 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 5.mod.....	54
6.13 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 6.mod.....	54
6.14 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 7.mod.....	55
6.15 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 8.mod.....	55
6.16 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 1.mod.....	56
6.17 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 2.mod.....	56
6.18 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 3.mod.....	57
6.19 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 4.mod.....	57
6.20 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 5.mod.....	58
6.21 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 6.mod.....	58
6.22 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 7.mod.....	59
6.23 Daire kesitli eğri giriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 8.mod.....	59
6.24 Dörtgen kesitli eğri giriş.....	60
6.25 4. model için ankastre – ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	63
6.26 4. model için ankastre – ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	63
6.27 4. model için ankastre – serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	64
6.28 4. model için ankastre – serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.....	64
6.29 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 1.mod.....	68
6.30 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 2.mod.....	68
6.31 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 3.mod.....	69
6.32 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 4.mod.....	69
6.33 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 5.mod.....	70
6.34 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 6.mod.....	70
6.35 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 7.mod.....	71
6.36 Dörtgen kesitli eğri giriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 8.mod.....	71

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

No	Sayfa
6.37 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 1.mod.....	72
6.38 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 2.mod.....	72
6.39 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 3.mod.....	73
6.40 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 4.mod.....	73
6.41 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 5.mod.....	74
6.42 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 6.mod.....	74
6.43 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 7.mod.....	75
6.44 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 8.mod.....	75
6.45 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş.....	76
6.46 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 1.mod.....	79
6.47 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 2.mod.....	79
6.48 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 3.mod.....	80
6.49 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 4.mod.....	80
6.50 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 5.mod.....	81
6.51 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 6.mod.....	81
6.52 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 7.mod.....	82
6.53 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 8.mod.....	82
6.54 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 1.mod.....	83
6.55 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 2.mod.....	83
6.56 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 3.mod.....	84

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
6.57 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 4.mod.....	84
6.58 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 5.mod.....	85
6.59 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 6.mod.....	85
6.60 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 7.mod.....	86
6.61 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 8.mod.....	86
6.62 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş.....	87
6.63 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 1.mod.....	89
6.64 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 2.mod.....	89
6.65 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre – ankastre sınır şartlarında 3.mod.....	90
6.66 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 4.mod.....	90
6.67 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 5.mod.....	90
6.68 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 6.mod.....	91
6.69 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 7.mod.....	91
6.70 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - ankastre sınır şartlarında 8.mod.....	91
6.71 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 1.mod.....	92
6.72 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 2.mod.....	92

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
6.73 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 3.mod.....	93
6.74 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 4.mod.....	93
6.75 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 5.mod.....	94
6.76 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 6.mod.....	94
6.77 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 7.mod.....	95
6.78 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre - serbest sınır şartlarında 8.mod.....	95
6.79 Ankastre–ankastre sınır şartlarında daralıp genişleyen dörtgen eğri kiriş.....	96
6.80 Ankastre–ankastre sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş.....	96
6.81 Ankastre–basit sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş.....	97
6.82 Ankastre–serbest sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş.....	98
6.83 Ankastre–kayar sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş.....	99

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>No</u>		<u>Sayfa</u>
6.1	Daire kesitli eğri kiriş modelleri.....	41
6.2	1 Model için ($R1=0.02m$ $R2=0.02m$ $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	42
6.3	1. Model için ($R1=0.02m$ $R2=0.02m$ $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	43
6.4	2. Model için ($R1=0.02m$ $R2=0.01m$ $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	47
6.5	2. Model için ($R1=0.02m$ $R2=0.01m$ $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	48
6.6	2. Model için ($R1=0.02m$ $R2=0.01m$ $L=1m$) ankastre – basit sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	49
6.7	3. Model için ($R1=0.04m$ $R2=0.02m$ $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	50
6.8	3. Model için ($R1=0.04m$ $R2=0.02m$ $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	51
6.9	Dörtgen kesitli eğri kiriş modelleri.....	60
6.10	4. Model için ($b1=0.05m$ $h1=0.05m$ $b2=0.05m$ $h2=0.05m$ $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	61
6.11	4. Model için ($b1=0.05m$ $h1=0.05m$ $b2=0.05m$ $h2=0.05m$ $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	62
6.12	5. Model için ($b1=0.05m$ $h1=0.05m$ $b2=0.04m$ $h2=0.04m$ $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	65
6.13	5. Model için ($b1=0.05m$ $h1=0.05m$ $b2=0.04m$ $h2=0.04m$ $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	66
6.14	6. Model için ($b1=0.05m$ $h1=0.05m$ $b2=0.03m$ $h2=0.03m$ $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	67
6.15	6. Model için ($b1=0.05m$ $h1=0.05m$ $b2=0.03m$ $h2=0.03m$ $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	68

ÇİZELGELER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>		<u>Sayfa</u>
6.16	Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş modelleri	76
6.17	7. Model için ($R_1=0.04m$ $R_2=0.02m$) ankastre – ankastre ve ankastre - serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	77
6.18	8. Model için ($R_1=0.03m$ $R_2=0.02m$) ankastre – ankastre ve ankastre - serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	77
6.19	9. Model için ($R_1=0.03m$ $R_2=0.015m$) ankastre – ankastre ve ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.....	78
6.20	Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş modelleri.....	87
6.21	10. Model için ($b_1=0.05m$ $h_1=0.05m$ $b_2=0.04m$ $h_2=0.04m$ $L=1m$) ankastre– ankastre ve ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerler..	88
6.22	11. Model için ($b_1=0.05m$ $h_1=0.05m$ $b_2=0.03m$ $h_2=0.03m$ $L=1m$) ankastre– ankastre ve ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri..	88
6.23	12. Model için ($b_1=0.05m$ $h_1=0.05m$ $b_2=0.04m$ $h_2=0.04m$ $L=1m$) ankastre– ankastre sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.....	96
6.24	12. Model için ($b_1=0.05m$ $h_1=0.05m$ $b_2=0.04m$ $h_2=0.04m$ $L=1m$) ankastre– basit sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.....	97
6.25	12. Model için ($b_1=0.05m$ $h_1=0.05m$ $b_2=0.04m$ $h_2=0.04m$ $L=1m$) ankastre– serbest sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.....	98
6.26	12. Model için ($b_1=0.05m$ $h_1=0.05m$ $b_2=0.04m$ $h_2=0.04m$ $L=1m$) ankastre– kayar sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.....	99

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Düz ve eğri kirişlerin dinamiği, yıllardır birçok bilimsel araştırmalara konu olmuştur. Günümüzde özellikle makina ve inşaat alanlarında kiriş titreşimleri üzerinde çalışmalar yapılmaktadır. Birçok değişik uygulama alanı olduğu için eğri kirişlerin dinamik davranışları da önemli bir inceleme alanı olarak görülmektedir. Eğri kirişler dişliler, pompa ve türbin kanatları, gemi ve uçak iskeletleri gibi birçok alanda kullanılmaktadır.

Bilgisayar teknolojisinin ve sayısal yöntemlerin gelişmesiyle çalışmalarda yaklaşık sayısal çözümlere ağırlık verilmiştir. Özellikle sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan çözümler bu çalışmalara ışık tutmaktadır. Son yıllarda hızla gelişen sonlu elemanlar yöntemini kullanan paket programlar mühendislik çalışmalarına ve araştırmalarına yardımcı olmaktadır.

Kawakami (1995), kesiti değişen eğri kirişlerin düzlem içi ve düzlem dışı serbest titreşimlerini incelemiştir. Öz et al (1998), nonlinear elastik temel üzerindeki hafif eğrilikli kirişin serbest, zorlanmış ve sönümlü enine titreşimlerini incelemiştir. Tüfekçi ve Arpacı (1998), enine kayma, eksenel uzama ve dönme ataletlerini çalışmaya dahil ederek, dairesel eğri kirişlerin hareket denklemlerinden bir tam çözüm elde etmiştir. Tong et al (1998), Kirchhoff kanunlarını kullanarak tarafsız ekseninin uzamadığı kabul edilen dairesel eğrilikteki ve değişken kesitli ince kirişlerin düzlem içi serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemiştir. Tarnopolskaya et al (1999), değişken eğrilik ve kesit alana sahip kirişlerin düzlem içi serbest titreşimlerinde, perturbasyon analizini kullanarak düşük frekans mod geçişini araştırmıştır. Tseng et al (2000), Timoshenko tipi eğri kiriş teorisine bağlı olarak, değişken eğrilikteki kompozit tabakalı kirişlerin serbest titreşimlerini incelemiştir. Kang (2003), daire kesitli eğri kirişe ek kütle ekleyerek ve eğriliği değiştirerek serbest titreşimlere sistematik bir yaklaşımla yapmıştır. Ece ve Aydoğdu (2006), değişken kesitli kirişin doğal frekanslarını incelemiştir. Firouz-Abadi (2007), değişken kesitli düz kirişin enine serbest titreşimlerinin analizini asimtotik yeni bir çözüm yöntemiyle incelemiştir.

Bu çalışmada değişken kesitli eğri kirişlerin serbest titreşimleri Sonlu Elemanlar Metodu ile lineer olarak incelenmiştir. Çalışmanın ilk bölümünde sonlu elemanlar yönteminden bahsedilmiş ve bu yöntemde kullanılan belli başlı elaman tipleri açıklanmıştır. Daha sonra eğri kirişler modellenmiş, düzlem içi ve düzlem dışı enerji denklemleri kullanılarak direngenlik ve kütle matrisleri oluşturulmuştur. Böylece kirişlerin çeşitli sınır şartlarında doğal frekansları ve mod yapıları elde edilmiştir. Ayrıca sonuçları karşılaştırmak amacıyla eğri kirişler çeşitli paket programlarla modellenerek titreşim analizleri yapılmıştır. Bu çalışmada kullanılan paket programlar 5. bölümde tanıtılmıştır.

Analizlerde öncelikle sabit kesitli düz ve eğri kirişlerin çeşitli sınır şartlarında serbest titreşimleri incelenmiştir. Daha sonra dairesel ve dikdörtgen biçiminde seçilen kirişlerin kesitleri belli oranlarda değiştirilerek çeşitli sınır şartlarında titreşim analizlerine devam edilmiş, doğal frekansların ve mod şekillerinin değişimleri araştırılmıştır. Önce daralıp sonra genişleyen kirişler için doğal frekanslar bulunduktan sonra, bu kirişlere yerleştirilmiş olan ek kütlelerin doğal frekanslara yapmış oldukları etkiler incelenmiştir. Analizler hem düzlem içi hem düzlem dışı titreşimler için ayrı ayrı yapılmıştır. Düzlem içi titreşimlerde uzama ve eğilme, düzlem dışı titreşimlerde düzlem dışı eğilme ve burulma durumları dikkate alınmıştır. Sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar paket programlarla karşılaştırılarak, sonuçlar yorumlanmıştır.

BÖLÜM 2

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

2.1 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ (FINITE ELEMENT METHOD – FEM)

Sonlu elemanlar yöntemi, ilk olarak Richard Courant tarafından 1943 yılında kullanılmıştır. Courant bir sistemi üçgensel parçalara ayırarak sonlu elemanlar yönteminin ilk temellerini atmıştır. Sonlu elemanlar terimi ise ilk defa Ray Clough tarafından kullanılmaya başlanmıştır.

Sonlu elemanlar yöntemi yapı analizi, akışkanlar mekaniği, titreşim analizi ve diğer birçok alanda kullanılmaktadır. Bilgisayar teknolojisinin hızla gelişmesine paralel olarak bu yöntem de hızla gelişmiş ve bu konuda paket programlar yazılmıştır. Mühendisliğin hemen hemen her alanında kullanılabilen bu yöntem mühendisler tarafından etkin bir hesap aracı olarak kullanılmaktadır.

Sonlu elemanlar yöntemi sürekli katı cisimler ve bunlara uygun sürekli matematik denklemler gerektiren geleneksel yöntemin yerine, incelenecek elemanı, sistemi bir birine bağlı çok sayıda sonlu küçük elemandan oluşuyormuş gibi ele almaktadır ve bu sayede mühendislerin karşılaştığı zor ve karmaşık problemleri kabul edilebilir bir yaklaşımla çözebilen sayısal bir çözüm yöntemidir.

Bütün karmaşık şekiller istenildiği gibi sonlu küçük elemanlara bölünerek hesaplama yapılabilir. Yöntemin hassaslığı da bundan kaynaklanmaktadır. Geleneksel yöntemle yapılan hesaplar çoğu kez yüksek dereceden matematik gerektirmektedir. Halbuki sonlu elemanlar yönteminde basit denklemler kullanılır. Tek sorun bu denklemlerin çok sayıda olmasıdır.

İncelenecek olan sistem, sonlu sayıda elemana ayrılarak bir eleman ağı oluşturulur (Şekil 2.1). Elemanlar birbirlerine köşe noktalarından bağlıdır. Bu noktalara düğüm noktası denmektedir. Sonra her eleman için gerekli diferansiyel denklemler yazılır. Bu diferansiyel denklemler den

elde edilen varyasyonel ifade, her elemana uygulanarak bir cebirsel denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımı çözülerek istenilen değer bulunacaktır.

Sonlu elemanlar yönteminin uygulama aşamasında, eleman tipi, geometrisi, sonlu eleman sayısı, düğüm noktalarının yerleşimi ve problemin kaç boyutlu olarak ele alınacağı belirlenmelidir.

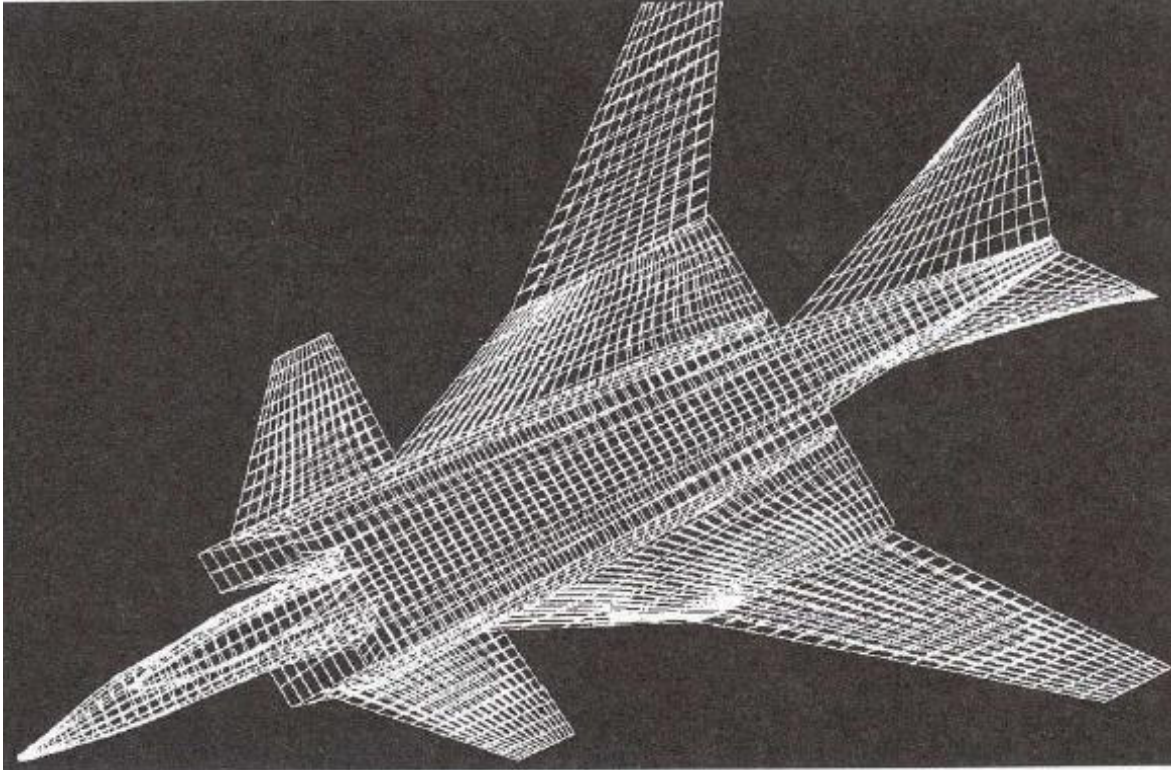
Sonlu elemanlar yönteminin birçok faydası vardır.

- Karmaşık geometriye sahip şekillerin kolaylıkla incelenmesini sağlar.
- Değişik malzeme özelliklerine sahip olan sistemlere rahatlıkla uygulanabilir.
- Sürekli, süreksiz veya değişken yükler kolaylıkla ele alınabilir.
- Sınır şartları sistemin genel denklemleri kurulduktan sonra ve basit bir şekilde denklemlere eklenebilir.

Sonlu elemanlar yönteminin bu faydaları yanında bazı kısıtlamaları da bulunmaktadır.

- Malzeme parametreleri iyi tanımlanmışsa gerçekçi sonuçlar verir.
- Genellikle büyük kapasiteli bilgisayar belleğine ve zamana ihtiyaç gösterir.
- Sürekli ortamın bölünmesi ve çok sayıdaki giriş bilgileri hatasız olmalıdır.

Diğer çözüm yöntemlerinde olduğu gibi sonlu elemanlar yönteminden alınan sonuçlar da dikkatlice incelenip gerçek verilerle karşılaştırılarak en doğru sonuca ulaşılmalıdır.

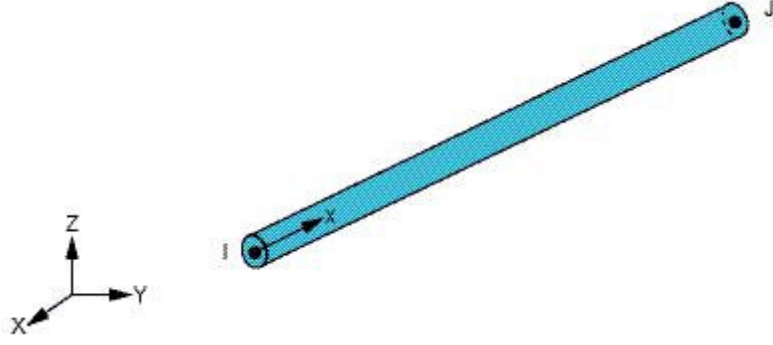


Şekil 2.1 Sonlu elemanlar yöntemi ile modelleme örneği

2.2 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNDE KULLANILAN ELEMAN TİPLERİ

2.2.1 Üç Boyutlu (3D) Kiriş Elemanı

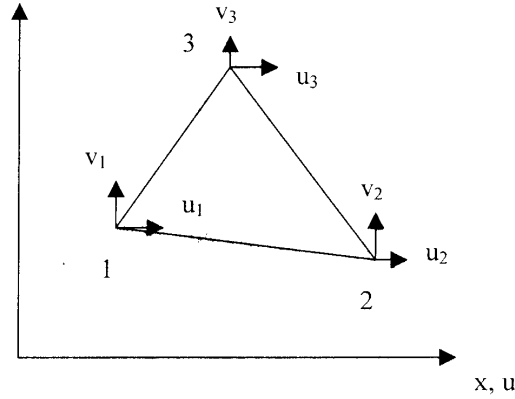
3D Kiriş elemanı genel amaçlı bir sonlu eleman tipi olup üç boyutlu işlemi yapabilme kapasitesine sahiptir (Şekil 2.2). Bu eleman tipi aynı zamanda uzay kiriş elemanı olarak da adlandırılmaktadır. Eleman uzayda iki adet nod ile tarif edilmektedir. Üçüncü bir nod ise serbestlik derecesine haiz olmayan ve eleman koordinat sistemini tarif etmek amacıyla kullanılmaktadır. Elemanın iki ucunu tespit eden iki adet nod için 12 adet serbestlik derecesi mevcuttur. Her bir nod üç adet öteleme ve üç adet dönme serbestliğine sahiptir. Eleman herhangi doğrultuda gelen kuvvet ve herhangi bir eksen etrafında dönme zorlamasına direnç gösterecek kapasiteye sahiptir. Elemanı tarif etmek için nodların koordinatına, elastisite modülüne, kayma modülüne, kesit alanına, kesit atalet momenti değerlerine, burulma sabitine ve kiriş eksenine dik doğrultudaki deformasyon faktörlerine ihtiyaç vardır.



Şekil 2.2 Üç boyutlu kiriş elemanı

2.2.2 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman

Sabit gerilmeli üçgen elemanı sabit kalınlığı olan, üç nod noktasını birleştiren ve toplam altı serbestlik derecesi ile tarif edilen bir elemandır (Şekil 2.3). Eleman deplasman alanı eleman içinde ve kenarlar boyunca lineerdir. Eleman sınırları içinde ise gerilme değerleri sabittir. Yapının bütün olarak kuvvet dengesi ise nod noktalarında sağlanır. Sabit gerilmeli üçgen elemanı sonlu eleman modellerinde küçük gerilme gradyeni karakteristiğine sahip bölgelerde iyi sonuç verir.

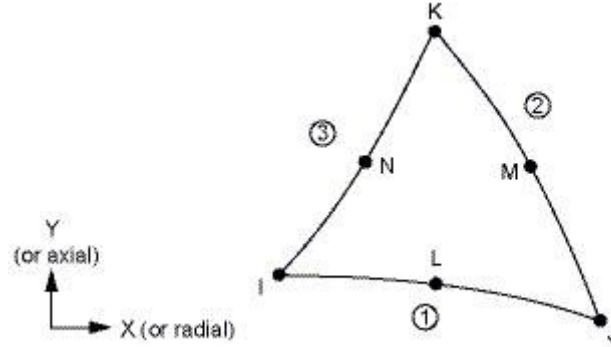


Şekil 2.3 Sabit gerilmeli üçgen eleman

2.2.3 Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman

Lineer gerilmeli üçgen elemanları sabit gerilmeli üçgen elemanların aksine, köşe noktalarına ilaveten kenar orta noktalarında birer adet daha nod noktasına sahiptir (Şekil 2.4). Böylece her bir lineer gerilmeli üçgen elemanı 6 adet nod noktasına ve toplam olarak 12 nod serbestlik

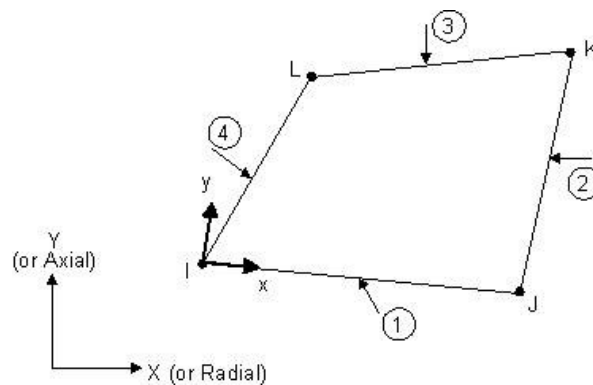
derecesine sahiptir. Gerilme büyüklüğü lineer gerilmeli üçgen elemanı içerisinde x ve y koordinatları ile lineer olarak değişmektedir. Sadece eğilmeye maruz yapılar için lineer gerilmeli üçgen elemanlarıyla yapılan modellemelerde, deplasman ve gerilme alanları için çok iyi yaklaşımlar elde edilecektir.



Şekil 2.4 Lineer gerilmeli üçgen eleman

2.2.4 Çifte Lineer Dörtgen Eleman

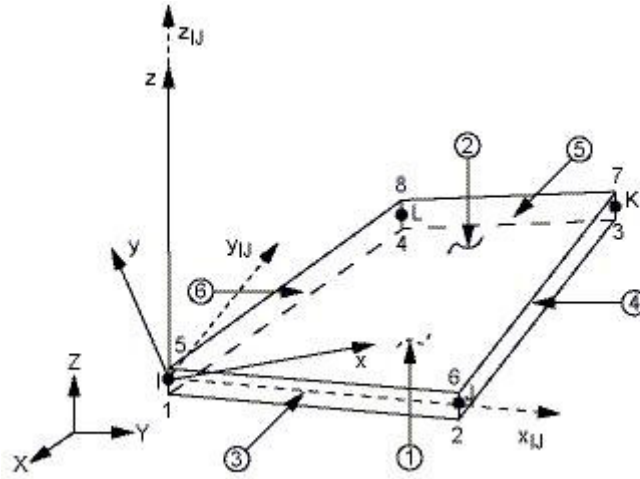
İki boyutlu problemler için diğer bir tip eleman, çifte lineer dörtgen elemandır (Şekil 2.5). Eleman köşelerinde dört adet nod yer almaktadır ve eleman sekiz nodal serbestlik derecesine sahiptir. Diğer yandan 8 nodlu eleman tipi için ise kenarların orta noktalarında dört adet nod vardır. Burada elemanın çifte lineer diye isimlendirilmesi u ve v deplasman bağıntılarının iki lineer polinomun çarpımından oluşmasından dolayıdır.



Şekil 2.5 Çifte lineer dörtgen eleman

2.2.5 Kabuk Elemanlar

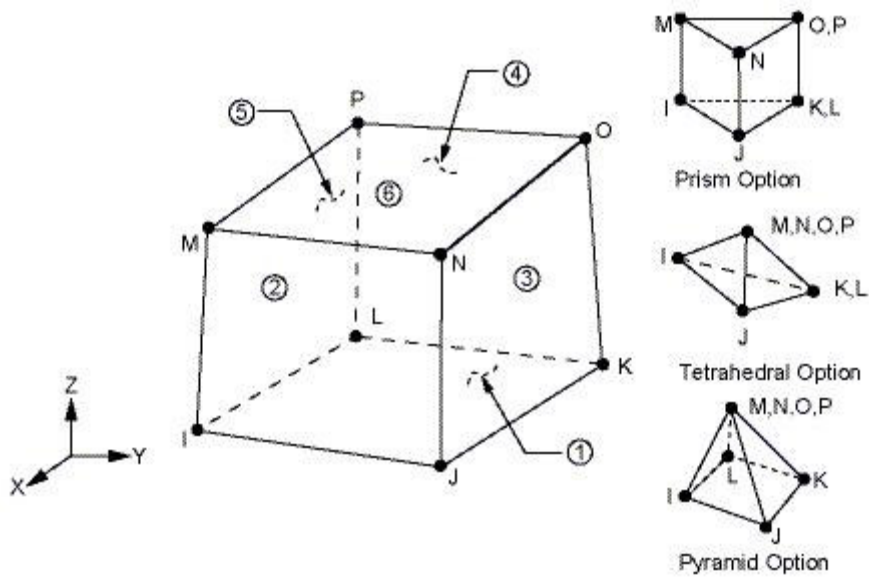
Kalınlıkları diğer boyutlarına göre oldukça küçük yapılardır (Şekil 2.6). Zar niteliği taşıdıkları için düşey kuvvetleri taşıyamazlar.



Şekil 2.6 Kabuk elemanlar

2.2.6 Hacim Elemanlar

Katı geometrinin mevcut olduğu modellerde kullanılmaktadırlar (Şekil 2.7).

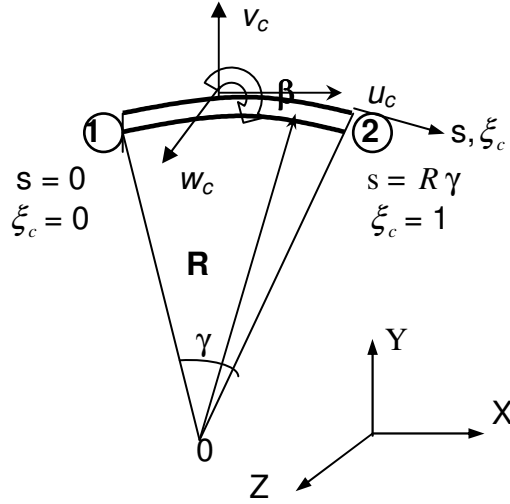


Şekil 2.7 Hacim elemanlar

BÖLÜM 3

EĞRİ KİRİŞİN MODELLENMESİ

Eğri kiriş elemanı Şekil 3.1’de görülmektedir. Dairesel eğriliğe sahip kirişin uzunluğu S , eğrilik yarıçapı R ve taradığı yayın açısı γ_T ’dir ($S = R.\gamma_T$). Global koordinatlar XYZ olup, eğri kirişin üzerindeki herhangi bir noktanın teğetsel yerdeğiştirmesi u_c ve radyal yerdeğiştirmesi v_c olarak adlandırılmıştır. Global Z eksenine doğrultusunda olan w_c ise düzlem dışı yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Kirişin eğriliği XY düzleminde.



Şekil 3.1 Eğri kiriş elemanı

Burada γ açısı, eğri kirişin toplam yay açısının bir elemana düşen payıdır. s teğetsel koordinat olup aynı zamanda burada yayın uzunluğudur. Sonlu elemanlar deplasman metodunda çözüm için

$$\xi_c = \frac{s}{R\gamma} \quad (3.1)$$

şeklinde boyutsuz bir parametre tanımlanır. Buna boyutsuz koordinat da denilmektedir. Yine Şekil 3.1’de görüldüğü gibi s , 0 dan $R\gamma$ ’ya değişirken, ξ_c , 0 dan 1’e değişmektedir. Bundan sonra çözüm için, yukarıda bahsedilen yerdeğiştirme ifadelerini ξ_c ’ye bağlı birer fonksiyon şeklinde tanımlamak gerekmektedir. Oluşturulacak bu fonksiyonların mertebeleri düğümlerin serbestlik derecesini tayin edecektir. Ya da diğer bir deyişle, herbir düğüm noktası kaç serbestlik dereceli alınacaksa yerdeğiştirme fonksiyonları buna göre tanımlanacaktır.

Bu çalışmada, düzlem içi titreşimleri ilgilendiren teğetsel ve radyal yerdeğiştirmeler için interpolasyon fonksiyonları, üçüncü mertebeden birer polinom şeklinde alınmıştır:

$$u_c = a_{c1} + a_{c2}\xi_c + a_{c3}\xi_c^2 + a_{c4}\xi_c^3 \quad (3.2)$$

$$v_c = b_{c1} + b_{c2}\xi_c + b_{c3}\xi_c^2 + b_{c4}\xi_c^3 \quad (3.3)$$

Bunlar matris formunda şu şekilde ifade edilirler:

$$u_c = \begin{bmatrix} 1 & \xi_c & \xi_c^2 & \xi_c^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{c1} \\ a_{c2} \\ a_{c3} \\ a_{c4} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$v_c = \begin{bmatrix} 1 & \xi_c & \xi_c^2 & \xi_c^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{c1} \\ b_{c2} \\ b_{c3} \\ b_{c4} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Bu çalışmada önce radyal yerdeğiştirme vektörü v_c belirlenecektir. Denklem (3.5)’i aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür:

$$v_c = [P(\xi)]\{b_c\} \quad (3.6)$$

Şimdi eğim tanımından yola çıkılarak

$$R\gamma\theta_z = R\gamma \frac{\partial v_c}{\partial s} = \frac{\partial v_c}{\partial \xi} = b_{c2} + 2b_{c3}\xi_c + 3b_{c4}\xi_c^2 \quad (3.7)$$

yazılabilir. $\xi_c=0$ ve 1 için, yani kiriş elemanının sol ve sağ ucu için

$$\begin{bmatrix} v_{c1} \\ R\gamma\theta_{zc1} \\ v_{c2} \\ R\gamma\theta_{zc2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{c1} \\ b_{c2} \\ b_{c3} \\ b_{c4} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

elde edilir. Buradan kısa notasyonla aşağıdaki ifadeler yazılarak bilinmeyen $\{b_c\}$ hesaplanabilir:

$$\{\bar{v}_c\}_e = [A]_e \{b_c\} \quad (3.9)$$

$$\{b_c\} = [A]_e^{-1} \{\bar{v}_c\}_e \quad (3.10)$$

Burada $[A]_e^{-1}$ şu şekildedir:

$$[A]_e^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Denklem (3.10)'dan:

$$\{b_c\} = B_e \{v_c\}_e \quad (3.12)$$

Burada, bir eleman için v_c yerdeğiştirme vektörü aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\{v_c\}_e^T = [v_{c1} \quad \theta_{zc1} \quad v_{c2} \quad \theta_{zc2}] \quad (3.13)$$

B ise açık olarak şöyledir:

$$[B]_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R\gamma & 0 & 0 \\ -3 & -2R\gamma & 3 & -R\gamma \\ 2 & R\gamma & -2 & R\gamma \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Denklem (3.12), Denklem (3.6)'da yerine koyulduğunda sırasıyla aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$v_c = [P(\xi)][B]_e \{v_c\}_e \quad (3.15)$$

$$v_c = [N(\xi)]\{v_c\}_e \quad (3.16)$$

$$[N(\xi)] = [N_1(\xi) \quad R\mathcal{N}_2(\xi) \quad N_3(\xi) \quad R\mathcal{N}_4(\xi)] \quad (3.17)$$

Böylece şekil fonksiyonları:

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_2(\xi) &= \xi - 2\xi^2 + \xi^3 \\ N_3(\xi) &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ N_4(\xi) &= -\xi^2 + \xi^3 \end{aligned} \quad (3.18)$$

olarak elde edilir. Buna göre, eğri kiriş elemanının radyal yerdeğiştirme vektörü aşağıdaki gibi olacaktır (θ_{zc} bundan sonra kısaca θ_c olarak ifade edilecektir).

$$v_c = [N_1 \quad R\mathcal{N}_2 \quad N_3 \quad R\mathcal{N}_4] \begin{bmatrix} v_{c1} \\ \theta_{c1} \\ v_{c2} \\ \theta_{c2} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Bu çözümünden anlaşıldığı gibi, her bir düğüm noktasına v_c 'den iki serbestlik derecesi gelmektedir. Denklem (3.7)'de görüldüğü gibi θ_c terimleri radyal yerdeğiştirmenin eğri kiriş boyunca olan değişimini göstermektedir. Buna, düğüm noktalarındaki eğim ifadesi de denilebilir. Teğetsel yerdeğiştirme u_c için de aynı açılım uygulandığında çözüm yukarıdaki gibi olacak ve aynı şekil fonksiyonları elde edilecektir. Buna göre:

$$u_c = \begin{bmatrix} N_1 & R\mathcal{N}_2 & N_3 & R\mathcal{N}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \alpha_{c1} \\ u_{c2} \\ \alpha_{c2} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

olmaktadır. Buradan da her düğüm noktasına iki serbestlik derecesi daha gelmektedir. Burada $\alpha_{ci} = \partial u_{ci} / \partial s$ dir. Böylece, sonlu bir eğri kiriş elemanın düzlem içi genel yerdeğiştirme vektörü şu şekilde ifade edilir:

$$[V]_{ce}^T = \begin{bmatrix} u_{ci} & \alpha_{ci} & v_{ci} & \theta_{ci} & u_{ci+1} & \alpha_{ci+1} & v_{ci+1} & \theta_{ci+1} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

BÖLÜM 4

DÜZLEM İÇİ VE DÜZLEM DIŞI TİTREŞİMLER

4.1 DÜZLEM İÇİ TİTREŞİMLER

Bu bölümde, eğri kirişin global XY düzlemindeki, veya daha genel ifadeyle düzlem içindeki serbest titreşimleri sonlu elemanlar yöntemiyle incelenecektir.

4.1.1 Enerji Denklemleri

$$U_c = \frac{1}{2} E \int_s [A \varepsilon_c^2 + I \kappa_c^2] ds \quad (4.1)$$

$$T_c = \frac{1}{2} \rho \int_s [A(\dot{u}_c^2 + \dot{v}_c^2) + I \dot{\beta}_c^2] ds \quad (4.2)$$

Bu denklemlerde geçen ε_c asal eksenin yüzde uzaması, β_c net kesit dönmesi, κ_c eğrilik değişimi olarak adlandırılmaktadır ve yerdeğiştirmeler cinsinden

$$\varepsilon_c = \frac{\partial u_c}{\partial s} + \frac{v_c}{R} \quad (4.3)$$

$$\beta_c = \frac{\partial v_c}{\partial s} - \frac{u_c}{R} \quad (4.4)$$

$$\kappa_c = \frac{\partial \beta_c}{\partial s} = \frac{\partial^2 v_c}{\partial s^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial u_c}{\partial s} \quad (4.5)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Kardestuncer ve Norrie, 1987). Bu ifadeler denklem (4.1) ve (4.2)'de yerlerine konulursa:

$$U_c = \frac{1}{2} E \int_s \left[A \left(\frac{\partial u_c}{\partial s} + \frac{v_c}{R} \right)^2 + I \left(\frac{\partial^2 v_c}{\partial s^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial u_c}{\partial s} \right)^2 \right] ds \quad (4.6)$$

$$T_c = \frac{1}{2} \rho A \int_s (\dot{u}_c^2 + \dot{v}_c^2) ds + \frac{1}{2} \rho I \int_s \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_c}{\partial s} - \frac{u_c}{R} \right) \right]^2 ds \quad (4.7)$$

elde edilecektir. Elastik enerji ifadesinde ilk terim uzamadan, ikinci terim eğilmeden gelmektedir. Kinetik enerji ifadesinde ise ilk terim öteleme kinetik enerjisini, ikinci terim ise dönme kinetik enerjisini göstermektedir. Bu denklemlerde, önceki bölümde şekil fonksiyonları kullanılarak elde edilen yerdeğiştirme ifadeleri yerlerine konulacak ve çözüme gidilecektir. Denklem (3.19) ve (3.20)'nin açık yazılımları

$$u_c = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & R\gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & 3\xi^2 - 2\xi^3 & R\gamma(-\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \alpha_{c1} \\ u_{c2} \\ \alpha_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$v_c = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & R\gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & 3\xi^2 - 2\xi^3 & R\gamma(-\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{c1} \\ \theta_{c1} \\ v_{c2} \\ \theta_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

şeklindedir. Bu aşamadan sonra amaç, elastik potansiyel enerji denkleminde direngenlik matrislerini, kinetik enerji denkleminde de kütle matrislerini elde etmek olacaktır.

4.1.2 Direngenlik Matrislerinin Elde Edilmesi

Elastik potansiyel enerji denklemini çözmek için bileşenler ayrı ayrı ele alınmalıdır. Buna yüzde uzama ifadesinden başlanılacak olursa, Denklem (3.1)'deki boyutsuz koordinat ifadesinden

$$s = R\gamma\xi \quad \text{ve} \quad ds = R\gamma d\xi \quad (4.10)$$

yazılabilmektedir. Denklem (4.3)'te yerleştirilecek olursa bir eleman için yüzde uzama ifadesi:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{R\gamma} \frac{\partial u_c}{\partial \xi} + \frac{v_c}{R} \quad (4.11)$$

olacaktır. Denklem (4.8) ve (4.9) göz önüne alınırsa

$$\varepsilon_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{R\gamma}(-6\xi + 6\xi^2) & 1 - 4\xi + 3\xi^2 & \frac{1}{R\gamma}(6\xi - 6\xi^2) & -2\xi + 3\xi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \alpha_{c1} \\ u_{c2} \\ \alpha_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R}(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) & \gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & \frac{1}{R}(3\xi^2 - 2\xi^3) & \gamma(-2\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{c1} \\ \theta_{c1} \\ v_{c2} \\ \theta_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Birleştirildiğinde ise

$$\varepsilon_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{R\gamma}(-6\xi + 6\xi^2) & 1 - 4\xi + 3\xi^2 & \frac{1}{R}(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) & \gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & \frac{1}{R\gamma}(6\xi - 6\xi^2) & -2\xi + 3\xi^2 & \frac{1}{R}(3\xi^2 - 2\xi^3) & \gamma(-2\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \alpha_{c1} \\ v_{c1} \\ \theta_{c1} \\ u_{c2} \\ \alpha_{c2} \\ v_{c2} \\ \theta_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

elde edilmektedir. Bu yüzde uzama ifadesi enerji denkleminde yerleştirildiğinde ifade çok genişlemektedir. Bu durum denklemi detaylı olarak göstermekte problem teşkil edeceğinden Denklem (4.13)'ü

$$\varepsilon_c = [H_I][V]_{ce} \quad (4.14)$$

şeklinde kısaltmak uygun olacaktır. Denklem (4.1)'den enerji denkleminin kirişin uzamasıyla ilgili kısmı alınır,

$$U_{c1} = \frac{1}{2} EA \int_s \varepsilon_c^2 ds \quad (4.15)$$

ve yüzde uzama ifadesi burada yerine konulursa bir eğri kiriş elemanı için

$$U_{cel} = \frac{1}{2} [V]_{ce}^T E A R \gamma \int_0^l [H_I]^T [H_I] d\xi [V]_{ce} \quad (4.16)$$

elde edilir. Bu denklem enerji ifadeleri için kullanılan kuadratik form yapısına:

$$U = \frac{1}{2} [V]_{ce}^T [K] [V]_{ce} \quad (4.17)$$

uygunluk gösterdiğinden (Chandrupatla ve Belegundu, 1991),

$$[K] = EAR\gamma \int_0^l [H_l]^T [H_l] d\xi \quad (4.18)$$

olacaktır. Gerekli matematik işlemler yapıldığında, elde edilen K matrisi, eğri kirişin uzamasından gelen direngenlik matrisidir. Bir sonlu eğri kiriş elemanı için $[K]_{ceE}$ şöyledir:

$$[K]_{ceE} = EAR\gamma \begin{bmatrix} \frac{6}{5\gamma^2 R^2} & \frac{1}{10\gamma R} & \frac{-1}{2\gamma R^2} & \frac{-1}{10R} & \frac{-6}{5\gamma^2 R^2} & \frac{1}{10\gamma R} & \frac{-1}{2\gamma R^2} & \frac{1}{10R} \\ \cdot & \frac{2}{15} & \frac{1}{10R} & 0 & \frac{-1}{10\gamma R} & \frac{-1}{30} & \frac{-1}{10R} & \frac{\gamma}{60} \\ \cdot & \cdot & \frac{13}{35R^2} & \frac{11\gamma}{210R} & \frac{1}{2\gamma R^2} & \frac{-1}{10R} & \frac{9}{70R^2} & \frac{-13\gamma}{420R} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\gamma^2}{105} & \frac{1}{10R} & \frac{-\gamma}{60} & \frac{13\gamma}{420R} & \frac{-\gamma^2}{140} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{6}{5\gamma^2 R^2} & \frac{-1}{10\gamma R} & \frac{1}{2\gamma R^2} & \frac{-1}{10R} \\ simetrik & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{2}{15} & \frac{1}{10R} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{13}{35R^2} & \frac{-11\gamma}{210R} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\gamma^2}{105} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Kirişin düzlem içi eğilmesi ile ilgili elastik enerji denkleminin yine Denklem (4.1)'den

$$U_{c2} = \frac{1}{2} EI \int_s \kappa_c^2 ds \quad (4.20)$$

olduğu hatırlanmalıdır. Denklem (4.5)'den yukarıdaki eğrilik ifadesi:

$$\kappa_c = \frac{\partial^2 v_c}{\partial s^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial u_c}{\partial s} = \frac{\partial^2 v_c}{R^2 \gamma^2 \partial \xi^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial u_c}{R \gamma \partial \xi} \quad (4.21)$$

olmaktadır. Teğetsel ve radyal yer değiştirme vektörleri uygun biçimleriyle bu denklemde yerlerine konduğunda:

$$\kappa_c = \begin{bmatrix} \frac{-6+12\xi}{R^2\gamma^2} & \frac{-4+6\xi}{R\gamma} & \frac{6-12\xi}{R^2\gamma^2} & \frac{-2+6\xi}{R\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{c1} \\ \theta_{c1} \\ v_{c2} \\ \theta_{c2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{R^2\gamma}(-6\xi+6\xi^2) & \frac{1}{R}(1-4\xi+3\xi^2) & \frac{1}{R^2\gamma}(6\xi-6\xi^2) & \frac{1}{R}(-2\xi+3\xi^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \alpha_{c1} \\ u_{c2} \\ \alpha_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\kappa_c = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R^2\gamma}(-6\xi+6\xi^2) & -\frac{1}{R}(1-4\xi+3\xi^2) & \frac{-6+12\xi}{R^2\gamma^2} & \frac{-4+6\xi}{R\gamma} & -\frac{1}{R^2\gamma}(6\xi-6\xi^2) & -\frac{1}{R}(-2\xi+3\xi^2) & \frac{6-12\xi}{R^2\gamma^2} & \frac{-2+6\xi}{R\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \alpha_{c1} \\ v_{c1} \\ \theta_{c1} \\ u_{c2} \\ \alpha_{c2} \\ v_{c2} \\ \theta_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

elde edilir. Burada da kısaltma yapmakta yarar vardır.

$$\kappa_c = [H_2][V]_{ce} \quad (4.24)$$

Denklem (3.22)'de yerine konulursa bir eleman için

$$U_{ce2} = \frac{1}{2} [V]_{ce}^T EIR\gamma \int_0^1 [H_2]^T [H_2] d\xi [V]_{ce} \quad (4.25)$$

elde edilir. Bu ifade yine Denklem (4.17)'deki genel forma uygunluk gösterdiğinden

$$[K] = EIR\gamma \int_0^1 [H_2]^T [H_2] d\xi \quad (4.26)$$

olmaktadır. Burada elde edilen K matrisi eğri kirişin eğilmesinden gelen direngenlik matrisidir, ve $[K]_{ceB}$ olarak adlandırılmıştır.

$$[K]_{ceB} = EIR\gamma \begin{bmatrix} \frac{6}{5\gamma^2 R^4} & \frac{1}{10\gamma R^3} & 0 & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-6}{5\gamma^2 R^4} & \frac{1}{10\gamma R^3} & 0 & \frac{1}{\gamma^2 R^3} \\ \cdot & \frac{1}{15R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & \frac{2}{\gamma R^2} & \frac{-1}{10\gamma R^3} & \frac{-1}{30R^2} & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & \frac{2}{\gamma R^2} \\ \cdot & \cdot & \frac{12}{\gamma^4 R^4} & \frac{6}{\gamma^3 R^3} & 0 & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-12}{\gamma^4 R^4} & \frac{6}{\gamma^3 R^3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{4}{\gamma^2 R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-1}{2\gamma R^2} & \frac{-6}{\gamma^3 R^3} & \frac{2}{\gamma^2 R^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{6}{5\gamma^2 R^4} & \frac{-1}{10\gamma R^3} & 0 & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} \\ \text{simetrik} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{2}{15R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-1}{2\gamma R^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{12}{\gamma^4 R^4} & \frac{-6}{\gamma^3 R^3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{4}{\gamma^2 R^2} \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Böylece, eğri kiriş için uzama ve eğilmeden gelen iki ayrı direngenlik matrisi elde edilmiştir. Büyüklükleri aynı olan ve serbestlik dereceleri itibariyle dizilişleri birbirine uyan bu matrisler

$$[K]_{ce} = [K]_{ceE} + [K]_{ceB} \quad (4.28)$$

şeklinde birebir toplanarak eğri kiriş elemanının direngenlik matrisi elde edilecektir.

4.1.3 Kütle Matrislerinin Elde Edilmesi

Ötelenmelerden kaynaklanan hızlarla ilgili olan kinetik enerji ifadesi

$$T_{c1} = \frac{1}{2} \rho A \int_s (\dot{u}_c^2 + \dot{v}_c^2) ds \quad (4.29)$$

şeklindeydi (Volterra ve Morell, 1960). Bu İki kısma ayrılabilir:

$$T_{c1} = \frac{1}{2} \rho A \int_s \dot{u}_c^2 ds + \frac{1}{2} \rho A \int_s \dot{v}_c^2 ds \quad (4.30)$$

u_c ve v_c ifadeleri için aynı şekil fonksiyonlarının kullanıldığı hatırlanırsa toplam durumundaki iki ifadenin elemanlarının birbirine benzeyeceği aşikardır. Denklem (4.8) ve (4.9)'den sonlu bir eğri kiriş elemanının düğüm noktalarının teğetsel ve radyal hızları şu hali alır:

$$\dot{u}_c = \begin{bmatrix} 1-3\xi^2+2\xi^3 & R\gamma(\xi-2\xi^2+\xi^3) & 3\xi^2-2\xi^3 & R\gamma(-\xi^2+\xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{c1} \\ \dot{\alpha}_{c1} \\ \dot{u}_{c2} \\ \dot{\alpha}_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\dot{v}_c = \begin{bmatrix} 1-3\xi^2+2\xi^3 & R\gamma(\xi-2\xi^2+\xi^3) & 3\xi^2-2\xi^3 & R\gamma(-\xi^2+\xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{v}_{c2} \\ \dot{\theta}_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Denklem (4.30)'de yerlerine konulduklarında:

$$\begin{aligned} T_{ce1} = & \frac{1}{2} \rho A R \gamma \begin{bmatrix} \dot{u}_{c1} \\ \dot{\alpha}_{c1} \\ \dot{u}_{c2} \\ \dot{\alpha}_{c2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11}{210} R\gamma & \frac{9}{70} & \frac{-13}{420} R\gamma \\ \frac{11}{210} R\gamma & \frac{1}{105} R^2 \gamma^2 & \frac{13}{420} R\gamma & \frac{-1}{140} R^2 \gamma^2 \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420} R\gamma & \frac{13}{35} & \frac{-11}{210} R\gamma \\ \frac{-13}{420} R\gamma & \frac{-1}{140} R^2 \gamma^2 & \frac{-11}{210} R\gamma & \frac{1}{105} R^2 \gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{c1} \\ \dot{\alpha}_{c1} \\ \dot{u}_{c2} \\ \dot{\alpha}_{c2} \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{2} \rho A R \gamma \begin{bmatrix} \dot{v}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{v}_{c2} \\ \dot{\theta}_{c2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11}{210} R\gamma & \frac{9}{70} & \frac{-13}{420} R\gamma \\ \frac{11}{210} R\gamma & \frac{1}{105} R^2 \gamma^2 & \frac{13}{420} R\gamma & \frac{-1}{140} R^2 \gamma^2 \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420} R\gamma & \frac{13}{35} & \frac{-11}{210} R\gamma \\ \frac{-13}{420} R\gamma & \frac{-1}{140} R^2 \gamma^2 & \frac{-11}{210} R\gamma & \frac{1}{105} R^2 \gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{v}_{c2} \\ \dot{\theta}_{c2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.33)$$

elde edilir. Burada bir eğri kiriş elemanına ait düğüm noktalarının hız ifadesi şu şekildedir:

$$[\dot{V}]_{ce}^T = [\dot{u}_{ci} \quad \dot{\alpha}_{ci} \quad \dot{v}_{ci} \quad \dot{\theta}_{ci} \quad \dot{u}_{ci+1} \quad \dot{\alpha}_{ci+1} \quad \dot{v}_{ci+1} \quad \dot{\theta}_{ci+1}] \quad (4.34)$$

Denklem (4.33)'teki matris grupları bir araya getirildiğinde elde edilen denklem

$$T = \frac{1}{2} [\dot{V}]_{ce}^T [M] [\dot{V}]_{ce} \quad (4.35)$$

genel formuna uygunluk göstermektedir (Chandrupatla ve Belegundu, 1991). Buradan da ötelenmelerden meydana gelen kütle matrisi şu şekilde elde edilir:

$$[M]_{ceT} = \rho A R \gamma \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11R\gamma}{210} & 0 & 0 & \frac{9}{70} & \frac{-13R\gamma}{420} & 0 & 0 \\ \cdot & \frac{R^2\gamma^2}{105} & 0 & 0 & \frac{13R\gamma}{420} & \frac{-R^2\gamma^2}{140} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \frac{13}{35} & \frac{11R\gamma}{210} & 0 & 0 & \frac{9}{70} & \frac{-13R\gamma}{420} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{R^2\gamma^2}{105} & 0 & 0 & \frac{13R\gamma}{420} & \frac{-R^2\gamma^2}{140} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{13}{35} & \frac{-11R\gamma}{210} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{R^2\gamma^2}{105} & 0 & 0 \\ \text{simetrik} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{13}{35} & \frac{-11R\gamma}{210} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{R^2\gamma^2}{105} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Yapılan çalışmada ayrıca dönme ataletinin etkisi de çalışmaya dahil edilmiştir. Bununla ilgili kinetik enerji ifadesi Denklem (3.4)'de de görüldüğü gibi

$$T_{c2} = \frac{1}{2} \rho I \int_s (\dot{\beta}_c)^2 ds \quad (4.37)$$

şeklindedir (Krishnan ve Suresh, 1998). Burada geçen net kesit dönmesi ifadesinin zamana göre türevini

$$\dot{\beta}_c = \frac{\partial \dot{v}_c}{R \gamma \partial \xi} - \frac{\dot{u}_c}{R} \quad (4.38)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Hız ifadeleri yerlerine konulup

$$\dot{\beta}_c = \begin{bmatrix} \frac{-6\xi + 6\xi^2}{R\gamma} & 1 - 4\xi + 3\xi^2 & \frac{6\xi - 6\xi^2}{R\gamma} & -2\xi + 3\xi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c2} \\ \dot{\theta}_{c2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1 - 3\xi^2 + 2\xi^3}{R} & \gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & \frac{3\xi^2 - 2\xi^3}{R} & \gamma(-\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{c1} \\ \dot{\alpha}_{c1} \\ \dot{u}_{c2} \\ \dot{\alpha}_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

matrisler birleştirilirse

$$\dot{\beta}_c = \begin{bmatrix} -\frac{1 - 3\xi^2 + 2\xi^3}{R} & -\gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & \frac{-6\xi + 6\xi^2}{R\gamma} & 1 - 4\xi + 3\xi^2 & -\frac{3\xi^2 - 2\xi^3}{R} & \gamma(\xi^2 - \xi^3) & \frac{6\xi - 6\xi^2}{R\gamma} & -2\xi + 3\xi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{c1} \\ \dot{\alpha}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{\theta}_{c1} \\ \dot{u}_{c2} \\ \dot{\alpha}_{c2} \\ \dot{\theta}_{c2} \\ \dot{\theta}_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

şeklinde net kesit dönme hızı elde edilir. Bu ifade denklem(4.37)'de yerine konulacaktır. Burada

$$\dot{\beta}_c = [H_3] [\dot{V}]_{ce} \quad (4.41)$$

gibi bir kısaltma yapmakta yarar vardır.

Böylece

$$T_{ce2} = \frac{I}{2} [\dot{V}]_{ce}^T \rho I R \gamma \int_0^l [H_3]^T [H_3] d\xi [\dot{V}]_{ce} \quad (4.42)$$

elde edilir. Bu ifadeden dönme ataletinden gelen kütle matrisi:

$$[M]_{ceR} = \rho I R \gamma \int_0^l [H_3]^T [H_3] d\xi \quad (4.43)$$

olup, gerekli matematik işlemler sonunda aşağıdaki matris elde edilir:

$$[M]_{ceR} = \rho I R \gamma \begin{bmatrix} \frac{13}{35R^2} & \frac{11\gamma}{210R} & \frac{1}{2\gamma R^2} & \frac{-1}{10R} & \frac{9}{70R^2} & \frac{-13\gamma}{420R} & \frac{-1}{2\gamma R^2} & \frac{1}{10R} \\ \cdot & \frac{\gamma^2}{105} & \frac{1}{10R} & 0 & \frac{13\gamma}{420R} & \frac{-\gamma^2}{140} & \frac{-1}{10R} & \frac{\gamma}{60} \\ \cdot & \cdot & \frac{6}{5\gamma^2 R^2} & \frac{1}{10\gamma R} & \frac{1}{2\gamma R^2} & \frac{-1}{10R} & \frac{-6}{5\gamma^2 R^2} & \frac{1}{10\gamma R} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{2}{15} & \frac{1}{10R} & \frac{-\gamma}{60} & \frac{-1}{10\gamma R} & \frac{-1}{30} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{13}{35R^2} & \frac{-11\gamma}{210R} & \frac{-1}{2\gamma R^2} & \frac{-1}{10R} \\ \text{simetrik} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\gamma^2}{105} & \frac{1}{10R} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{6}{5\gamma^2 R^2} & \frac{-1}{10\gamma R} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Direngenlik matrislerinde olduğu gibi kütle matrisleri de birebir toplanır. Bunun sonucunda sonlu bir eğri kiriş elemanı için kütle matrisi elde edilir:

$$[M]_{ce} = [M]_{ceT} + [M]_{ceR} \quad (4.45)$$

4.2 DÜZLEM DIŞI TİTREŞİMLER

4.2.1 Enerji Denklemleri

Düzlem dışı titreşimler, Şekil 3.1’de görülen eğri kirişin XZ düzlemindeki titreşimleridir. Buna bağlı olarak, eğri kirişin düzlem dışı eğilmelerinin yanında, elastik eksen etrafında burulmaları da söz konusudur. Önce enerji denklemlerinden hareketle direngenlik ve kütle matrislerinin elde edilmesi gerekmektedir.

Düzlem dışı titreşimler için eğri kirişin enerji denklemleri

$$U_{opc} = \frac{1}{2} EI \int_s \kappa_{op}^2 ds + \frac{1}{2} GJ \int_s \varphi_{op}^2 ds \quad (4.46)$$

$$T_{op\ c} = \frac{1}{2} \rho A \int_s \dot{w}_c^2 ds + \frac{1}{2} \rho I \int_s \dot{\Psi}_{op}^2 ds + \frac{1}{2} \rho J \int_s \dot{\Phi}_c^2 ds \quad (4.47)$$

(Volterra ve Morell, 1961), (Wang, 1975), (Wang et al, 1980) olarak ifade edilir.

4.2.2 Direngenlik Matrislerinin Elde Edilmesi

Denklem (4.46)'de görülen elastik potansiyel enerji ifadesinde ilk terim düzlem dışı eğilmeden, ikinci terim ise kirişin burulmasından gelmektedir. Bu terimlerdeki ifadelerin açık yazılımları ise aşağıdaki gibidir (Timoshenko ve Gere, 1961).

$$\kappa_{op} = \frac{\Phi_c}{R} - \frac{\partial^2 w_c}{\partial s^2} \text{ (düzlem dışı eğrilik ifadesi)} \quad (4.48)$$

$$\varphi_{op} = \frac{\partial \Phi_c}{\partial s} + \frac{1}{R} \frac{\partial w_c}{\partial s} \text{ (burulma ifadesi)} \quad (4.49)$$

Çözümde boyutsuz fonksiyonlar kullanılarak burulma yerdeğiştirmesi Φ lineer, düzlem dışı yerdeğiştirme w kübik olarak alınmıştır. Yani kullanılacak interpolasyon fonksiyonları

$$\Phi_c = c_1 + c_2 \xi \quad (4.50)$$

$$w_c = d_1 + d_2 \xi + d_3 \xi^2 + d_4 \xi^3 \quad (4.51)$$

şeklinde (önceki bölümde ξ_c denilmişti, burada kısaca ξ olarak yazılmıştır). Burada burulma için lineer, eğilme için kübik interpolasyon fonksiyonu seçilmesi bir ön inceleme sonucunda varılmış bir sonuçtur. Düzlem içi titreşimlerde uzama için lineer fonksiyon yeterli yakınsamayı sağlamakta zorluklar çıkarmıştır. Ancak düzlem dışı halde burulma için lineer fonksiyon kabulü yeterli olmaktadır. c_i ve d_i 'ler, boyutsuz parametre $\xi = 0$ ve $\xi = 1$ 'deki değerler kullanılarak kolayca belirlenebilirler. Φ_c ve w_c vektörleri matris formunda

$$\Phi_c = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{c1} \\ \Phi_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$w_c = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & R\gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & 3\xi^2 - 2\xi^3 & R\gamma(-\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{c1} \\ \Psi_{c1} \\ w_{c2} \\ \Psi_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

olacaktır. Enerji denklemlerine bakıldığında, her bir düğüm noktasının serbestlik derecesinin en az üç olması gerektiği anlaşılmaktadır. Buna göre, bir sonlu eleman için düzlem dışı yer değiştirme vektörü

$$[V_{op}]_{ce}^T = [\Phi_{ci} \quad w_{ci} \quad \Psi_{ci} \quad \Phi_{ci+1} \quad w_{ci+1} \quad \Psi_{ci+1}] \quad (4.54)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\Psi_{ci} = \partial w_{ci} / \partial s$ dir. Bunlara bağlı olarak, eğrilik terimi olan Denklem (4.3), gerekenler yerlerine konulduğunda aşağıdaki hale gelir:

$$\kappa_{op} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{c1} \\ \Phi_{c2} \end{bmatrix} - \frac{1}{R^2 \gamma^2} \begin{bmatrix} -6 + 12\xi & R\gamma(-4 + 6\xi) & 6 - 12\xi & R\gamma(-2 + 6\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{c1} \\ \Psi_{c1} \\ w_{c2} \\ \Psi_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Matrisler aşağıdaki gibi birleştirilip, kısa şekilde ifade edilirse:

$$\kappa_{op} = \begin{bmatrix} \frac{1 - \xi}{R} & \frac{6 - 12\xi}{R^2 \gamma^2} & \frac{4 - 6\xi}{R\gamma} & \frac{\xi}{R} & \frac{-6 + 12\xi}{R^2 \gamma^2} & \frac{2 - 6\xi}{R\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{c1} \\ w_{c1} \\ \Psi_{c1} \\ \Phi_{c2} \\ w_{c2} \\ \Psi_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$\kappa_{op} = [H_4] [V_{op}]_{ce} \quad (4.57)$$

olacaktır. Enerji denkleminde yerine konulduğunda bir eleman için

$$U_{opce1} = \frac{1}{2} [V_{op}]_{ce}^T E A R \gamma \int_0^l [H_4]^T [H_4] d\xi [V_{op}]_{ce} \quad (4.58)$$

elde edilmektedir. Buradan eğri kirişin düzlem dışı eğilmesinden oluşan direngenlik matrisi:

$$[K_{op}]_{ceB} = EIR\gamma \begin{bmatrix} \frac{1}{3R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & \frac{1}{\gamma R^2} & \frac{1}{6R^2} & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & 0 \\ \cdot & \frac{12}{\gamma^4 R^4} & \frac{6}{\gamma^3 R^3} & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-12}{\gamma^4 R^4} & \frac{6}{\gamma^3 R^3} \\ \cdot & \cdot & \frac{4}{\gamma^2 R^2} & 0 & \frac{-6}{\gamma^3 R^3} & \frac{2}{\gamma^2 R^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{3R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-1}{\gamma R^2} \\ \text{simetrik} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{12}{\gamma^4 R^4} & \frac{-6}{\gamma^3 R^3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{4}{\gamma^2 R^2} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

şeklinde yazılabilir. Eğri kirişin düzlem dışı hareketi göz önüne alındığında eğilme ile birlikte burulmanın da söz konusu olduğu görülmektedir. Denklem(4.49)'deki ifadede yer değiştirme vektörleri yerleştirilirse kirişe ait burulma terimi şöyle olacaktır:

$$\varphi_{op} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R\gamma} & \frac{-6\xi + 6\xi^2}{R^2\gamma} & \frac{1 - 4\xi + 3\xi^2}{R} & \frac{1}{R\gamma} & \frac{6\xi - 6\xi^2}{R^2\gamma} & \frac{-2\xi + 3\xi^2}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{c1} \\ w_{c1} \\ \Psi_{c1} \\ \Phi_{c2} \\ w_{c2} \\ \Psi_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

Bu ifade de aşağıdaki şekilde kısaltılabilir:

$$\varphi_{op} = [H_5][V_{op}]_{ce} \quad (4.61)$$

Denklem(4.46)'de ilgili yere yerleştirilirse

$$U_{opce2} = \frac{1}{2} [V_{op}]_{ce}^T GJR\gamma \int_0^l [H_5]^T [H_5] d\xi [V_{op}]_{ce} \quad (4.62)$$

elde edilmektedir. Buradan eğri kirişin burulmasından gelen direngenlik matrisi:

$$[K_{op}]_{ceTO} = GJR\gamma \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma^2 R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & 0 & \frac{-1}{\gamma^2 R^2} & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & 0 \\ \cdot & \frac{1}{6} & \frac{1}{10\gamma R^3} & \frac{-1}{\gamma^2 R^3} & \frac{-6}{5\gamma^2 R^4} & \frac{1}{10\gamma R^3} \\ \cdot & \frac{5\gamma^2 R^4}{2} & \frac{15R^2}{2} & 0 & \frac{10\gamma R^3}{30R^2} & \frac{-1}{30R^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{\gamma^2 R^2} & \frac{1}{\gamma^2 R^3} & 0 \\ \text{simetrik} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{6}{5\gamma^2 R^4} & \frac{-1}{10\gamma R^3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{2}{15R^2} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

olmaktadır. Burada, eğilmeden ve burulmadan gelen K matrisleri düzlem içi titreşimlerde olduğu gibi toplanarak, eğri kirişin direngenlik matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$[K_{op}]_{ce} = [K_{op}]_{ceB} + [K_{op}]_{ceTO} \quad (4.64)$$

Bu genel matris elastik enerji denkleminde aşağıdaki formda yer almaktadır:

$$U_{op} = \frac{1}{2} [V_{op}]_{ce}^T [K_{op}]_{ce} [V_{op}]_{ce} \quad (4.65)$$

4.2.3 Kütle Matrislerinin Elde Edilmesi

Denklem (4.47)'de görüldüğü gibi kinetik enerji ifadesi üç terimin toplamından meydana gelmektedir. İlk terim, Z eksenini doğrultusundaki ötelenmelerden kaynaklanan enerjidir.

$$T_{op\ c1} = \frac{1}{2} \rho A \int_s \dot{w}_c^2 ds \quad (4.66)$$

Denklem (4.53)'den düzlem dışı hız vektörü

$$\dot{w}_c = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & R\gamma(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) & 3\xi^2 - 2\xi^3 & R\gamma(-\xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w}_{c1} \\ \dot{\Psi}_{c1} \\ \dot{w}_{c2} \\ \dot{\Psi}_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

olarak yazılabilir. Bu ifade Denklem (4.66)'de yerine konulduğunda

$$T_{opce1} = \frac{1}{2} \rho A \int_0^1 \left[\begin{array}{cccc} 1-3\zeta^2+2\zeta^3 & R\gamma(\zeta-2\zeta^2+\zeta^3) & 3\zeta^2-2\zeta^3 & R\gamma(-\zeta^2+\zeta^3) \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{w}_{c1} \\ \dot{\Psi}_{c1} \\ \dot{w}_{c2} \\ \dot{\Psi}_{c2} \end{array} \right] R\gamma d\zeta \quad (4.68)$$

elde edilecektir. Kare alma işlemi açık yazılacak olursa enerji denklemi:

$$T_{opce1} = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cccc} \dot{w}_{c1} & \dot{\Psi}_{c1} & \dot{w}_{c2} & \dot{\Psi}_{c2} \end{array} \right] \rho A R \gamma \int_0^1 \left[\begin{array}{c} 1-3\zeta^2+2\zeta^3 \\ R\gamma(\zeta-2\zeta^2+\zeta^3) \\ 3\zeta^2-2\zeta^3 \\ R\gamma(-\zeta^2+\zeta^3) \end{array} \right] \left[\begin{array}{cccc} 1-3\zeta^2+2\zeta^3 & R\gamma(\zeta-2\zeta^2+\zeta^3) & 3\zeta^2-2\zeta^3 & R\gamma(-\zeta^2+\zeta^3) \end{array} \right] d\zeta \left[\begin{array}{c} \dot{w}_{c1} \\ \dot{\Psi}_{c1} \\ \dot{w}_{c2} \\ \dot{\Psi}_{c2} \end{array} \right] \quad (4.69)$$

halini alır. Burada bir hususa dikkat çekmekte fayda vardır. Bilindiği gibi düzlem dışı titreşimlerin analizinde düğüm serbestliği üç olarak alınmıştır. Dolayısıyla elde edilecek eleman direngenlik ve kütle matrisleri altı satır ve altı sütundan oluşmaktadır. Matrislerin toplanmasında gerekli uyumun sağlanması için, büyüklükler bu şekilde tutulmuş ve o matriste yer almayan deplasman ifadesine ait olan satır ve sütunlara sıfırlar yerleştirilmiştir. Buna göre bir eleman için ötelenmelerden gelen kütle matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$[M_{op}]_{ceT} = \rho A R \gamma \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & \frac{13}{35} & \frac{11}{210} R\gamma & 0 & \frac{9}{70} & \frac{-13}{420} R\gamma \\ . & . & \frac{1}{105} R^2 \gamma^2 & 0 & \frac{13}{420} R\gamma & \frac{-1}{140} R^2 \gamma^2 \\ . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ simetrik & . & . & . & \frac{13}{35} & \frac{-11}{210} R\gamma \\ . & . & . & . & . & \frac{1}{105} R^2 \gamma^2 \end{array} \right] \quad (4.70)$$

Burada Φ ifadesine karşılık gelen elemanlar görüldüğü gibi sıfırdır. İkinci terim dönme ataleti ifadesi olup:

$$T_{opc2} = \frac{1}{2} \rho I \int_s \dot{\Psi}_c^2 ds \quad (4.71)$$

şeklindeydi. Burada, $\Psi_{ci} = \partial w_{ci} / \partial s$ olduğu hatırlanırsa zamana göre türevinin $\dot{\Psi}_{ci} = \partial \dot{w}_{ci} / \partial s$ olacağı açıktır. Buna göre enerji ifadesi şöyle olur:

$$T_{opce2} = \frac{1}{2} \rho I \int_0^1 \left[\begin{matrix} -6\zeta + 6\zeta^2 & R\gamma(-4\zeta + 3\zeta^2) & 6\zeta - 6\zeta^2 & R\gamma(-2\zeta + 3\zeta^2) \end{matrix} \right] \begin{bmatrix} \dot{w}_{c1} \\ \dot{\Psi}_{c1} \\ \dot{w}_{c2} \\ \dot{\Psi}_{c2} \end{bmatrix} \right]^2 R\gamma d\zeta \quad (4.72)$$

Gerekli işlemler yapıldığında dönme ataletinden gelen kütle matrisi:

$$[M_{op}]_{ceR} = \rho I R \gamma \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & \frac{6}{5} & \frac{11R\gamma}{10} & 0 & \frac{-6}{5} & \frac{R\gamma}{10} \\ . & . & \frac{17R^2\gamma^2}{15} & 0 & \frac{-11R\gamma}{10} & \frac{-R^2\gamma^2}{30} \\ . & . & . & 0 & \frac{0}{5} & \frac{0}{10} \\ simetrik & . & . & . & \frac{6}{5} & \frac{-R\gamma}{10} \\ . & . & . & . & . & \frac{2R^2\gamma^2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

olarak elde edilir. Kinetik enerji denkleminin son kısmı burulma etkisinden gelmektedir. Bu denklem üzerinde de gerekli işlemler yapılarak son kütle matrisi aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$T_{opce3} = \frac{1}{2} \rho J \int_s^l \dot{\Phi}_c^2 ds = \frac{1}{2} \rho J \int_0^l \left([1 - \zeta \quad \zeta] \begin{bmatrix} \dot{\Phi}_{c1} \\ \dot{\Phi}_{c2} \end{bmatrix} \right)^2 R\gamma d\zeta \quad (4.74)$$

$$[M_{op}]_{ceTO} = \rho J R \gamma \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

K matrisinde olduğu gibi M matrisleri de 6x6 büyüklüğünde olduklarından birebir toplanarak düzlem dışı genel M matrisi elde edilir. Bu matris, kinetik enerji denkleminde yine aşağıdaki formda yer alır:

$$T_{op} = \frac{I}{2} [\dot{V}_{op}]_{ce}^T [M_{op}]_{ce} [\dot{V}_{op}]_{ce} \quad (4.76)$$

Burada düzlem dışı harekette bir elemana ait hız vektörünün

$$[\dot{V}_{op}]_{ce}^T = [\dot{\Phi}_{ci} \quad \dot{w}_{ci} \quad \dot{\Psi}_{ci} \quad \dot{\Phi}_{ci+l} \quad \dot{w}_{ci+l} \quad \dot{\Psi}_{ci+l}] \quad (4.77)$$

şeklinde olduğu açıktır.

BÖLÜM 5

SOLIDWORKS VE ANSYS PAKET PROGRAMI

5.1 SOLIDWORKS (CAD) PAKET PROGRAMI

Bilgisayar destekli tasarımın (CAD) öneminin her geçen gün arttığı ve bu alanda yazılmış programların sürekli olarak yenilendiği günümüzde, bilgisayar destekli tasarım sayesinde makinaların tasarım ve resimlendirilme süreleri oldukça kısalmış durumdadır.

Önceleri sadece teknik resim hazırlama amacıyla kullanılan CAD programları günümüzde artık 3D tasarımlama ve hatta tasarım aşamasında bulunan bir makinanın çalışmasını animasyona dönüştürerek bilgisayar ortamında çalışmasını görmek mümkündür.

Makine mühendisliğinde bugün yaygın olarak kullanılan CAD yazılımları AutoCAD, DesingCAD, CadKey, CATIA, SolidWorks olarak sayılabilir.

SolidWorks'ü kısaca “üç boyutlu katı modelleme yapmamızı sağlayan programdır” şeklinde tanımlayabiliriz. Özellikle kalıpcılık gibi sürekli 3 boyutlu çizim yapmayı gerektiren ve katı modellemenin sıkça kullanıldığı alanlarda, SolidWorks; AutoCAD vb. gibi daha çok iki boyutlu tasarım ihtiyacını karşılamaya yönelik olarak yapılmış olan programlardan farklı olarak, çizimi render, hide veya shade etmemize gerek kalmadan doğrudan katı model olarak parçayı çizmemize ve üzerindeki modifikasyonları bizzat görerek yapmamıza olanak verir. Ayrıca mevcut komutlarla, özellikle diğer çizim programlarının yapamadığı helis, yay vb. nesneleri kolayca yapabilmemizi sağlar.

SolidWorks, temel olarak birbirleriyle ilişkili üç bölümden oluşmaktadır.

1-) PART : Parçaların tek olarak üç boyutlu katı modellemesinin yapıldığı bölüm.

2-) ASSEMBLY : Hazırlanan part dosyalarının montajının yapıldığı bölüm.

3-) DRAWING : Part dosyasında ya da assembly dosyasında hazırlanan modellemelerin teknik dokümanlarının hazırlandığı bölümdür.

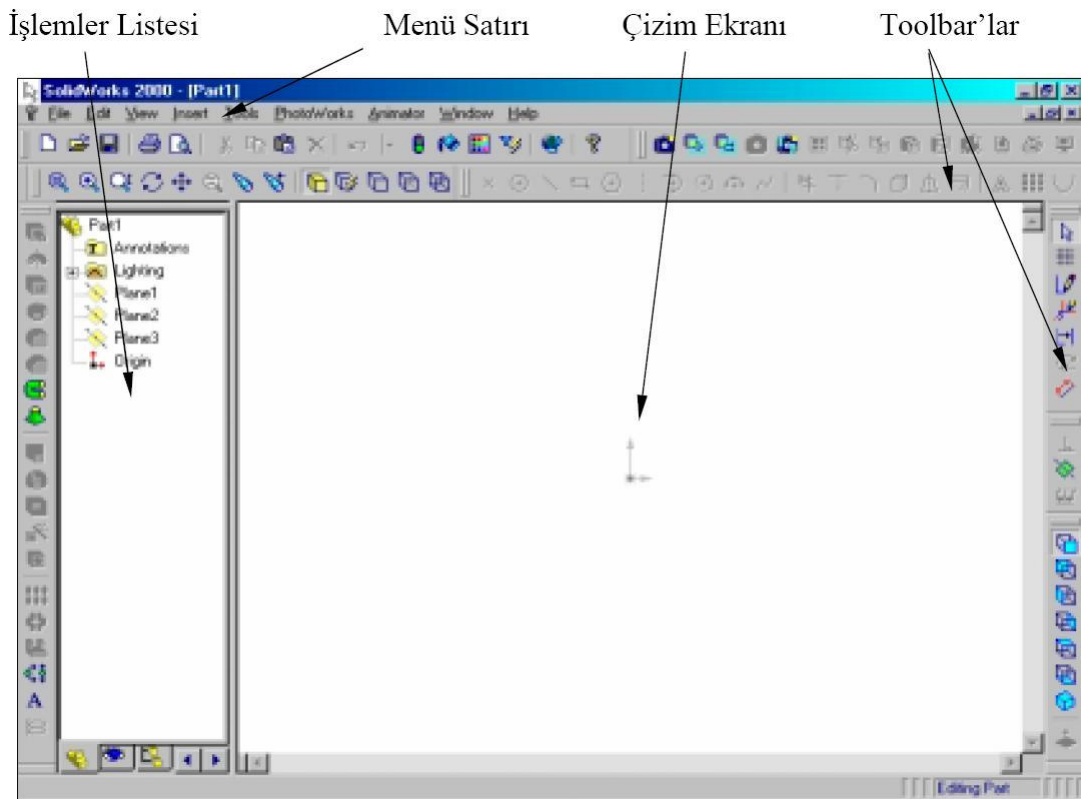
5.1.1 SolidWorks Çizim Ekranı

SolidWorks programı çalıştırılıp bir dosya açıldığında Şekil 5.1'deki çizim ekranı görülecektir. Ekranın üst kısmında, Pulldown (Çekme) menüler bulunur. Bu menü satırında SolidWorks ile ilgili komutlar konulara göre sınıflandırılmış şekilde bulunur.

Ekranın ortasındaki büyük boş alan çizim alanıdır.

Çizim alanının sol tarafında bir pecere içerisinde işlemler listesi bulunur. Bu listede çizim ekranında yapılmış olan işlemlerin isimleri vardır ve buradan istediğimiz işlemi tıklayarak o işlem hakkında bir düzeltme, işlemi iptal etme ya da görünmez yapma gibi fonksiyonlar için bu liste kullanılır.

Çizim alanının üstünde, solunda ve sağında araç çubukları (Toolbar'lar) bulunmaktadır. Bunlar SolidWorks komutlarına karşılık gelen resimli kutucuklardan oluşmaktadır.

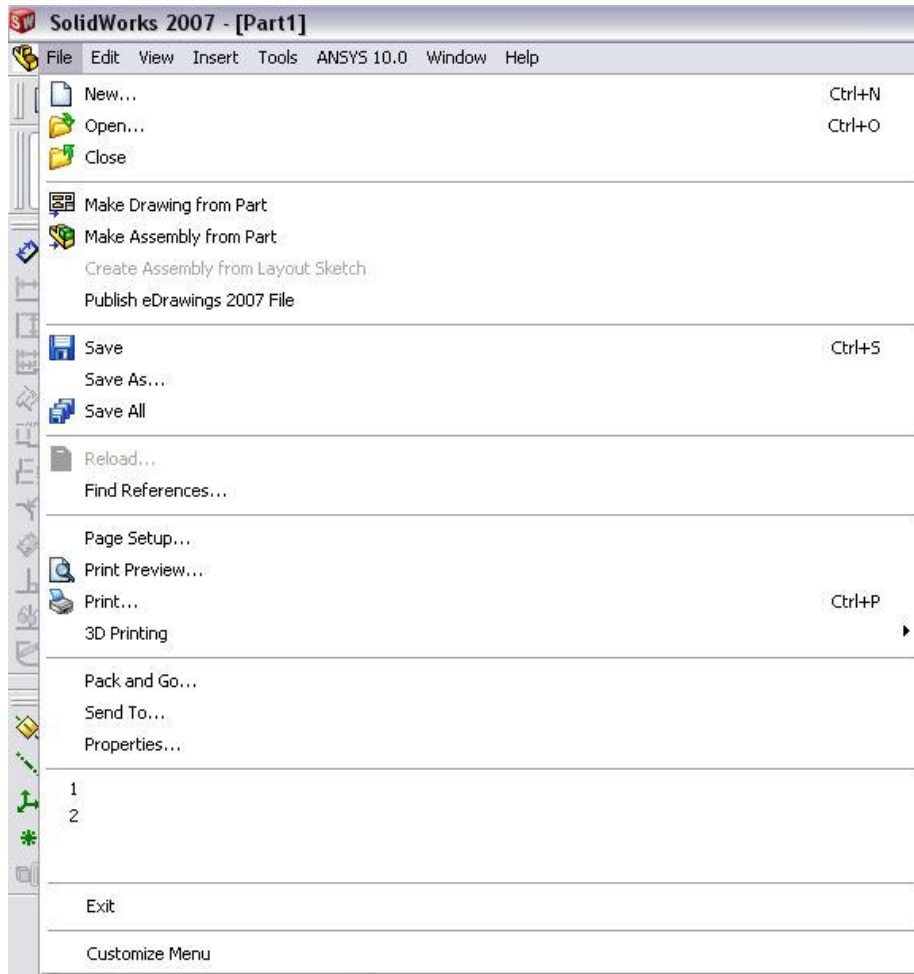


Şekil 5.1 Solidworks çizim ekranı

5.1.2 SolidWorks Menüleri

File Menüsü

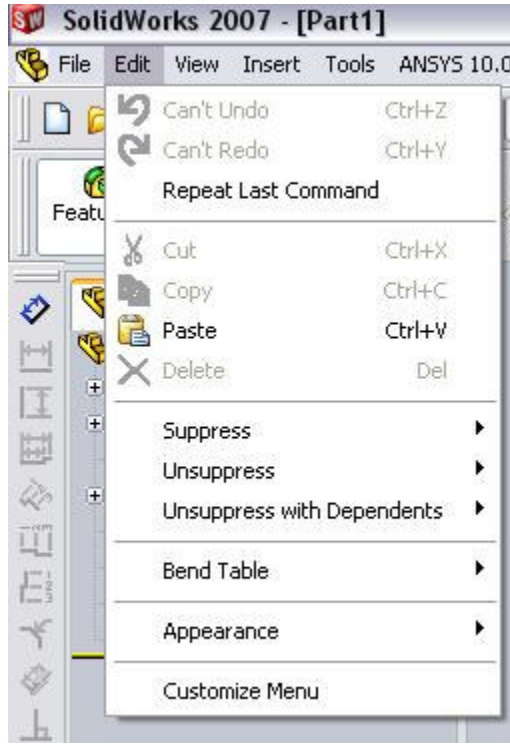
SolidWorks'deki çizim dosyaları ile ilgili değişik işlemlerin yapılmasını sağlayan bir menüdür (Şekil 5.2). **New**, yeni bir çizime başlamayı; **Open**, mevcut bir çizim dosyasını ekrana getirmeyi; **Close**, o anda ekranda bulunan çizim dosyasını kapatmayı; **Make Drawing From Part**, Part dosyasından teknik resim hazırlamayı; **Make Assembly From Part**, Part dosyasından montaj hazırlamayı; **Save**, çizim dosyasını eğer ilk defa kaydedilecek ise isim vererek kaydetmeyi, sonraki kayıtlarda ise sadece çizimdeki değişiklikleri kaydetmeyi; **SaveAs**, çizimi başka bir isimle kaydetmeyi; **Page Setup**, sayfa ayarlarını yapmayı; **Print Preview**, baskı önizlemesi yapmamızı; **Print**, çizimin kağıda aktarılmasını; **Send To**, çizimi e-mail olarak göndermemizi; **Properties**, çizim hakkında dosyaya özet bilgi girmemizi; **1,2,3,4...** ile tanımlanan yollar daha önceden kullandığımız dosyalara kolay erişimi; **Exit**, SolidWorks'den çıkmamızı sağlayan komuttur.



Şekil 5.2 Solidworks file menüsü

Edit Menüsü

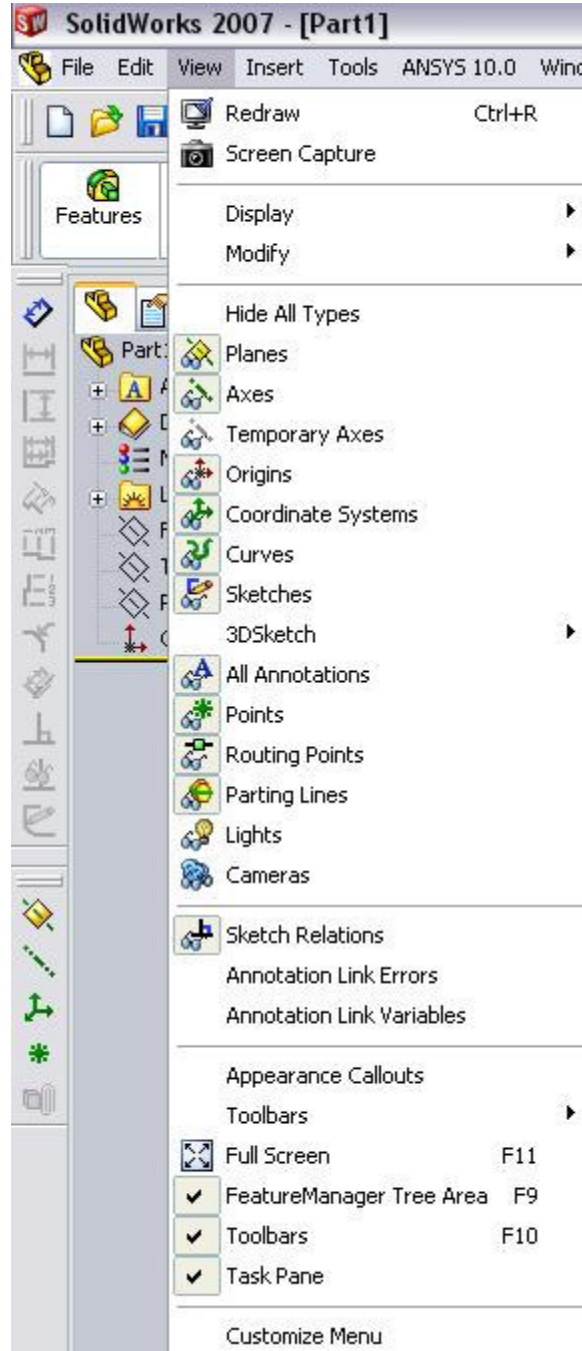
Windows benzeri düzeltme işlemlerinin yapılmasını sağlayan bir menüdür(Şekil 5.3). **Undo**, son yapılan işlemi geri almayı; **Cut**, seçilmiş çizimi silmeyi; **Copy**, daha önceden seçilmiş çizimi Windows Clipboard'una kopyalamayı; **Paste**, Windows Clipboard'a kopyalanmış çizimleri SolidWorks ortamına kopyalamayı sağlayan komuttur.



Şekil 5.3 Solidworks edit menüsü

View Menüsü

Çizim alanındaki görüntü işlemlerini gerçekleştiren bir menüdür(Şekil 5.4). **Redraw**, çizimlerin yeniden türetilmesini; **Display**, parçaların görünüm şeklini; **Modify**, parça görünümünü düzenleme; **Lighting**, ışıklandırma yapmamızı ve mevcut ışıkları düzenlememizi; **Planes**, **Axes**, **Temporary Axes**, **Origins**, **Coordinate Systems**, vb. aktif hale getirmemizi sağlayan komutlardır. **Toolbars**, gerekli Tollbar'ları açıp kapamamızı sağlayan komuttur.



Şekil 5.4 Solidworks view menüsü

Insert Menüsü

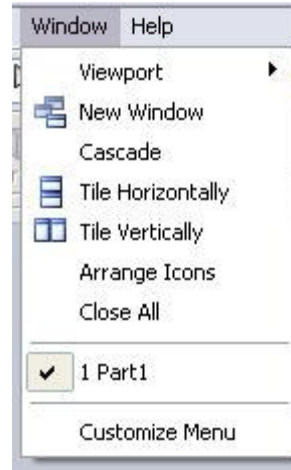
Çizimlerden katı model elde etmemizi, mevcut katı modeli düzenlememizi ve ya başka çizimleri dosyamıza eklememizi sağlayan menüdür (Şekil 5.5). **Base (Boos)**, temel katı model oluşturma işlemlerini; **Cut**, boşaltılmış ve ya istenilen geometride boşaltılmış katı model oluşturmamızı; **Features**, katı model üzerinde işlem yapmamızı ve şekil vermemizi; **Pattern/Mirror**, çoğaltma ve aynalama yapmamızı; **Surface**, yüzey işlemleri yapmamızı; **Curve**, eğri oluşturmamızı; **Reference Geometry**, referans seçmemizi; **Sketch**, sketch açmamızı; **3D Sketch**, 3 boyutlu sketch açmamızı; **Annotations**, numaralandırma ve tolerans işlemlerimizi yapmamızı; **Object**, dosyadan çizim ya da nesne eklememizi; **Hyperlink**, internet ortamına dosyayı göndermemizi sağlayan komuttur.



Şekil 5.5 Solidworks insert menüsü

Window Menüsü

Ekrandaki pencerelerle ilgili işlem yapmamızı sağlayan menüdür (Şekil 5.6). **Viewport** Sayfaları nasıl sıralayacağımızı seçmemizi; **New Window**, yeni pencere açmamızı; **Cascade** sayfaları kademeli görmemizi; **Tile Horizontally**, pencereleri düşey yerleştirmemizi; **Tile Vertically**, pencereleri yatay yerleştirmemizi; **Close All**, mevcut bütün pencereleri kapatmamızı; **1,2,3...** hangi pencerenin aktif olacağını belirtmemizi sağlayan komuttur.



Şekil 5.6 Solidworks window menüsü

5.2 ANSYS SONLU ELEMENLAR PAKET PROGRAMI

ANSYS programının yeni arayüzü olan Workbench, modelleme ve analiz aşamalarında getirdiği kullanım kolaylıkları açısından kullanıcılara büyük avantajlar sunmaktadır.

5.2.1 Ansys Workbench Modülleri

Ansys workbench modülleri Şekil 5.7’de görülmektedir.

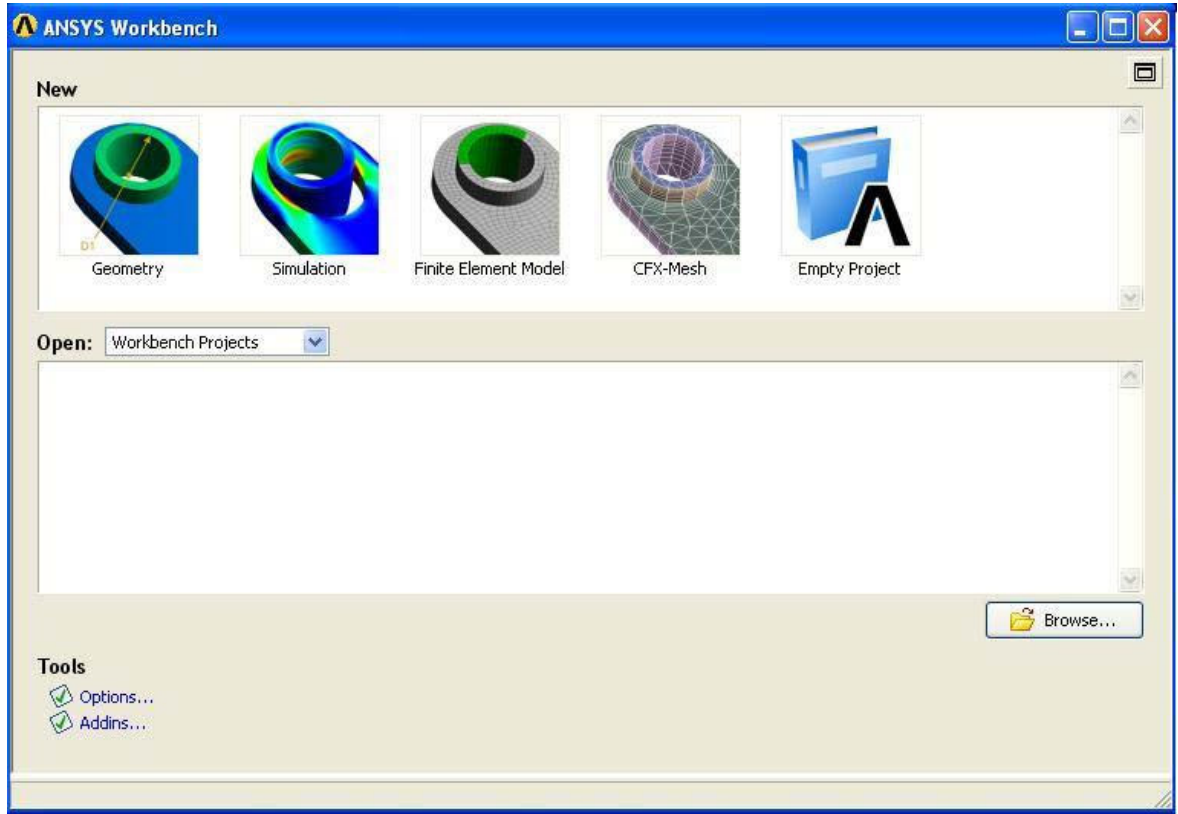
Geometry: Geometrik modelinin oluşturulduğu modül.

Simulation: Analizin yapıldığı ve sonuçların Görüldüğü modül.

CFX-Mesh:Yüksek kalitede elemanlara ayırma (meshing) işleminin yapıldığı modül.

Empty Project: Boş bir çalışma sahası (Proje) açar. Çalışma ile ilgili tüm dosyalar bu sahanın içinde kaydedilir. Proje kaydedilirse ona bağlı tüm çalışmalar kaydedilir.

Open: Daha önce kaydettiğiniz dosyaları açabilirsiniz.



Şekil 5.7 Ansys workbench modülleri

5.2.2 Workbench de Dosya Oluşum Mantığı ve Çalışma Düzeni

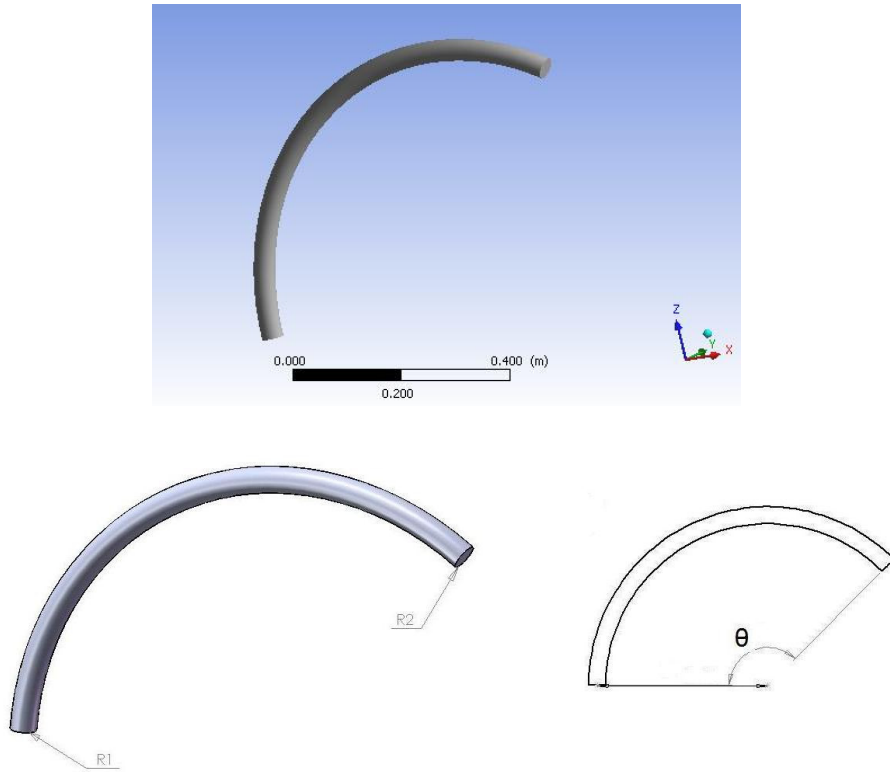
Workbench’de öncelikle çalıştığımız konuya (projeye) bir isim belirleriz. Bu durumda bu proje (Project) bir çalışma sahası gibi düşünülür ve bu saha içinde birden fazla model (Geometry) ve analiz(Simulation) yapılabilir. Sonuçta sadece projeyi kaydederseniz ona bağlı olan her bir model ve analiz dosyaları da kaydedilmiş olur. Tüm projenizi **Yes Save all highlighted items** komutuyla veya **File>Save as..** komutuyla kaydedebilirsiniz. Workbench’e tekrar girdiğinizde önce projenizi açarsanız onun altındaki model ve analizlerin kaydedildiğini görürsünüz. Proje windows’daki klasörlere; proje altında yapılan model ve analizler bu klasörün içindeki dosyalara karşılık gelir. Ancak oluşturduğunuz proje için windows da ayrı bir klasör oluşmaz; .wbdb uzantılı bir dosya olarak bulunur. Workbench’de önce projenizi ve daha sonra ona bağlı diğer alt birimleri (modülleri) açmanız düzenli bir çalışma için önemlidir.

BÖLÜM 6

SAYISAL ÇÖZÜMLER

6.1 DAİRE KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLER

Daire kesitli eğri kirişler için üç adet model belirlenmiş ve bunların boyutları Çizelge 6.1’de, tanımlayıcı şekilleri Şekil 6.1’de verilmiştir.



Şekil 6.1. Daire kesitli eğri kiriş.

Çizelge 6.1 Daire kesitli eğri kiriş modelleri.

	1. Model	2. Model	3. Model
R1 (İlk Yarıçap)	0,02 m	0,02 m	0,04 m
R2 (Son Yarıçap)	0,02 m	0,01 m	0,02 m
L (Boy)	1 m	1 m	1 m

Çizelge 6.2’de 1. Model için ankastre–ankastre, Çizelge 6.3’de ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir.

Çizelge 6.2 - 1. Model için ($R_1=0.02m$, $R_2=0.02m$, $L=1m$) ankastre–ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

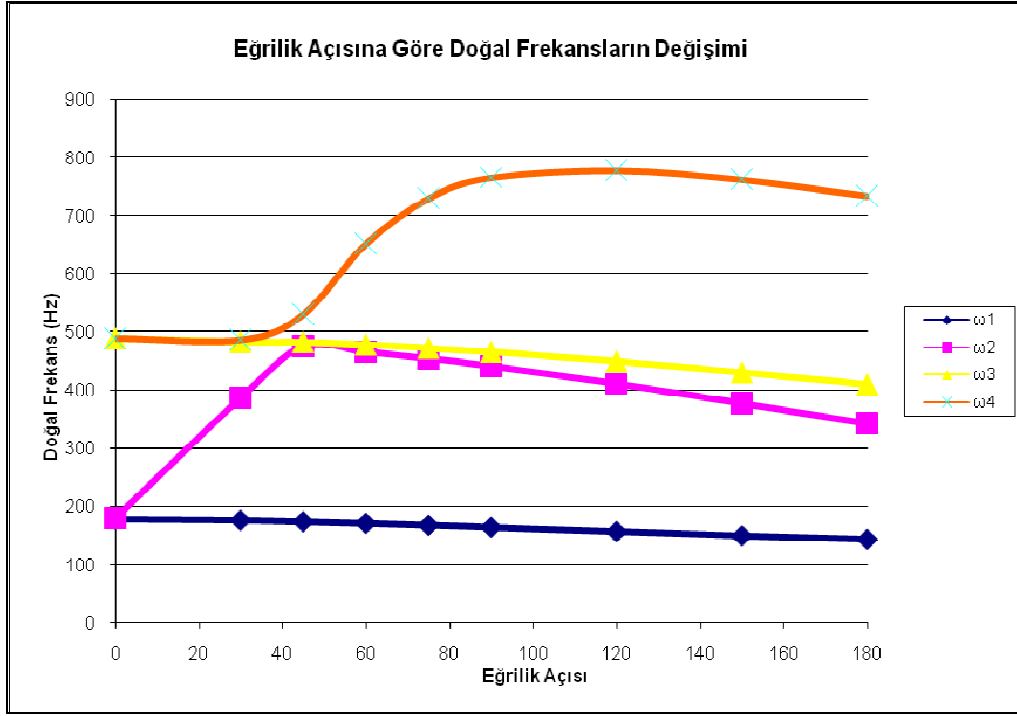
	0° (Düz Kiriş)			30°			45°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	179,62	178,90	180,13	177,83	177,01	178,18	175,59	174,74	175,86
ω_2	179,73	179,01	180,14	386,82	386,63	387,45	481,44	475,76	479,91
ω_3	494,31	488,24	491,90	488,50	482,69	486,88	489,48	482,36	485,83
ω_4	495,44	488,53	492,76	492,77	485,69	489,26	530,84	529,70	530,77
ω_5	966,50	944,72	952,65	968,27	942,01	949,75	964,55	938,31	945,96
ω_6	971,27	945,27	954,31	977,02	956,37	965,30	996,75	977,77	986,23
ω_7	1591,95	1536,83	1551,46	1583,29	1529,10	1545,31	1573,01	1519,50	1535,64
ω_8	1605,55	1537,67	1554,15	1602,33	1534,10	1548,78	1598,30	1530,19	1544,56
	60°			75°			90°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	172,70	171,82	172,88	169,33	168,43	169,44	165,67	164,82	165,73
ω_2	471,89	466,38	470,47	460,19	454,88	458,87	446,65	441,44	445,46
ω_3	484,96	477,81	481,16	479,29	472,11	475,33	472,58	465,50	468,44
ω_4	655,20	650,89	653,04	738,26	728,84	732,84	778,55	764,99	770,69
ω_5	959,39	933,21	940,70	952,84	926,70	934,02	944,95	919,12	925,99
ω_6	1040,78	1025,51	1032,81	1125,95	1116,09	1121,53	1251,05	1244,82	1248,92
ω_7	1559,50	1506,73	1522,73	1543,39	1491,48	1507,26	1525,22	1473,83	1489,77
ω_8	1592,70	1524,78	1538,90	1585,56	1517,81	1531,71	1576,91	1509,76	1523,03
	120°			150°			180° (Yarım Halka)		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	158,10	157,26	158,09	150,92	150,00	150,84	144,63	143,68	144,39
ω_2	415,54	410,83	414,59	381,21	377,32	380,52	345,88	342,38	345,42
ω_3	456,46	449,35	452,00	437,55	430,23	432,87	416,82	409,82	412,05
ω_4	793,83	777,53	784,46	777,33	761,45	768,12	748,50	733,11	739,92
ω_5	925,42	899,76	906,18	901,40	875,47	881,92	873,56	848,31	853,97
ω_6	1484,39	1434,96	1450,40	1439,33	1392,81	1406,91	1391,12	1346,35	1360,38
ω_7	1546,76	1488,71	1501,36	1528,19	1461,55	1474,37	1496,18	1430,92	1442,57
ω_8	1555,26	1538,44	1542,55	1813,35	1785,23	1793,65	1965,03	1903,64	1919,50

Çizelge 6.3 - 1. Model için ($R_1=0.02m$, $R_2=0.02m$, $L=1m$) ankastre–serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

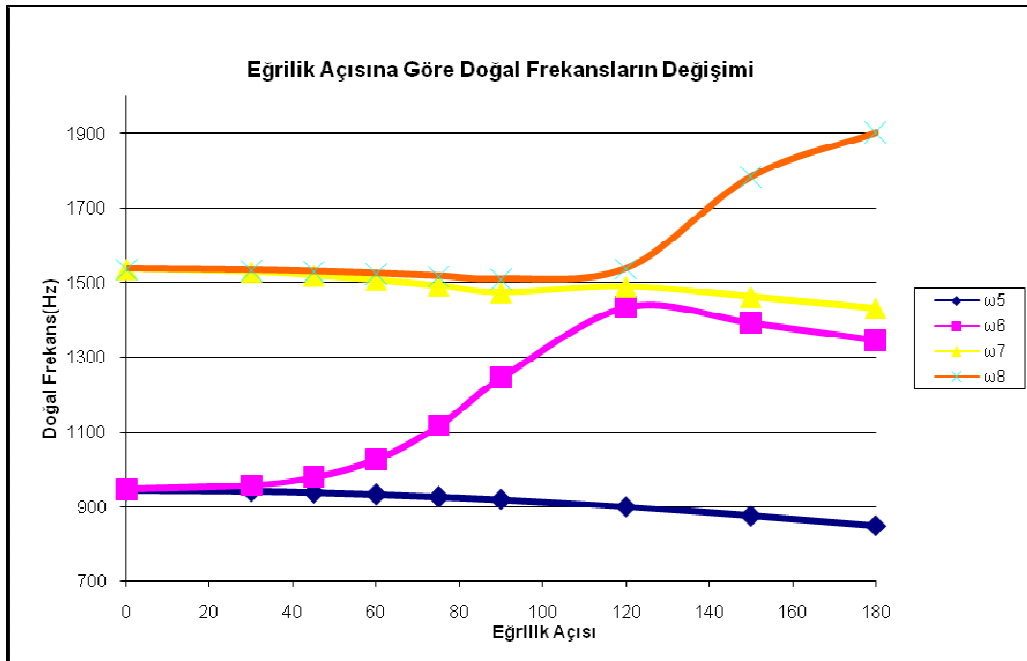
Doğal Frekanslar	0° (Düz Kiriş)			30°			45°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	28,24	28,25	28,42	28,33	28,30	28,45	28,44	28,36	28,49
ω_2	28,25	28,27	28,47	28,40	28,42	28,63	28,59	28,62	28,83
ω_3	176,73	176,12	177,55	170,77	169,55	170,41	164,04	162,50	163,15
ω_4	177,01	176,20	492,38	171,36	170,84	172,15	165,42	164,93	166,20
ω_5	493,73	489,01	493,25	486,91	479,76	482,72	477,88	470,33	473,02
ω_6	495,64	489,22	782,60	487,19	482,66	486,64	479,85	475,40	479,32
ω_7	817,80	782,43	954,22	848,01	815,70	817,68	872,73	843,72	847,39
ω_8	964,39	946,86	955,90	954,40	937,56	945,98	944,84	928,34	936,64
Doğal Frekanslar	60°			75°			90°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	28,60	28,45	28,55	28,82	28,58	28,64	29,10	28,77	28,79
ω_2	28,87	28,90	29,11	29,24	29,26	29,48	29,69	29,70	29,93
ω_3	156,15	154,36	154,80	147,92	145,98	146,27	139,93	137,97	138,14
ω_4	158,24	157,79	159,01	150,53	150,12	151,29	142,83	142,44	143,58
ω_5	467,34	459,53	461,94	455,90	447,93	450,10	443,82	435,84	437,70
ω_6	470,71	466,36	470,22	460,31	456,10	459,87	449,02	444,87	448,64
ω_7	888,08	862,02	866,95	891,78	867,18	872,59	888,11	864,21	869,52
ω_8	934,20	917,99	926,21	922,92	907,02	915,15	911,01	895,27	903,50
Doğal Frekanslar	120°			150°			180° (Yarım Halka)		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	29,89	29,35	29,27	31,04	30,27	30,11	32,63	31,65	31,41
ω_2	30,87	30,88	31,12	32,45	32,47	32,71	34,49	34,50	34,76
ω_3	125,84	123,97	124,07	114,74	113,02	113,16	106,41	104,84	104,95
ω_4	128,79	128,47	129,50	117,42	117,22	118,10	108,82	108,64	109,49
ω_5	418,19	410,11	411,54	391,08	382,87	384,06	363,19	355,21	356,00
ω_6	424,50	420,71	424,29	398,18	394,96	398,15	370,81	367,90	370,97
ω_7	869,46	845,86	850,74	842,42	818,57	823,15	810,14	786,61	790,36
ω_8	885,00	870,03	878,06	855,69	841,99	849,44	823,16	810,29	817,65

Şekil 6.2 ve Şekil 6.3’de 1. model için ankastre–ankastre, Şekil 6.4 ve Şekil 6.5’de ankastre–serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi görülmektedir. Düz

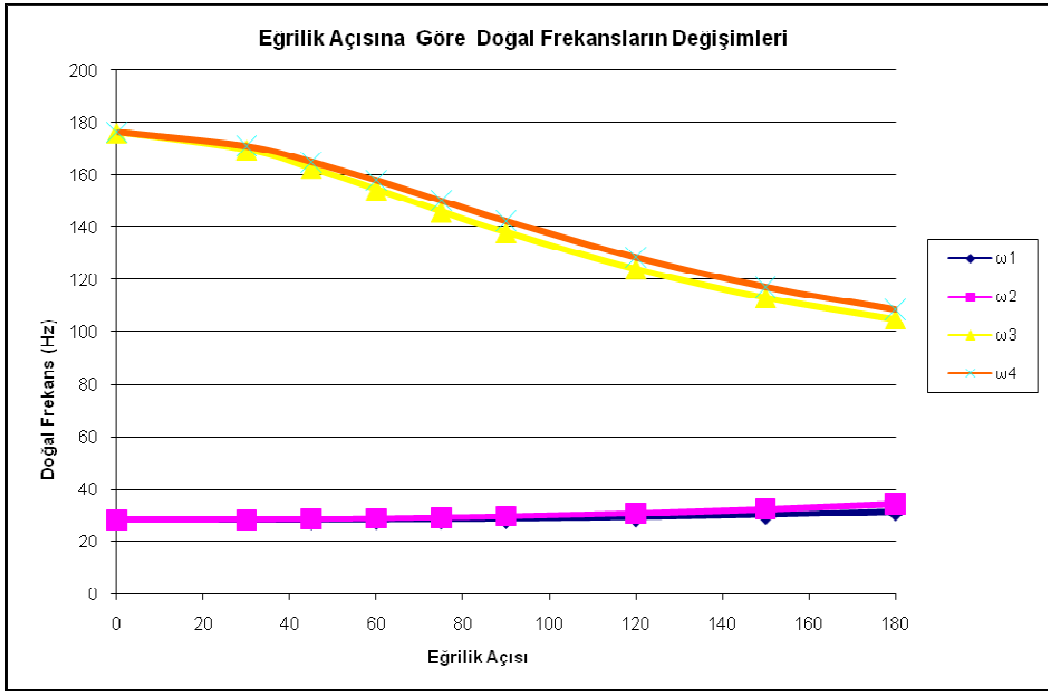
kiriş ve 90° eğrilikteki kiriş için bulunan ankastre-ankastre sınır şartlarındaki doğal frekans değerlerinin paket programlara göre karşılaştırmaları Şekil 6.6 ve Şekil 6.7’dedir.



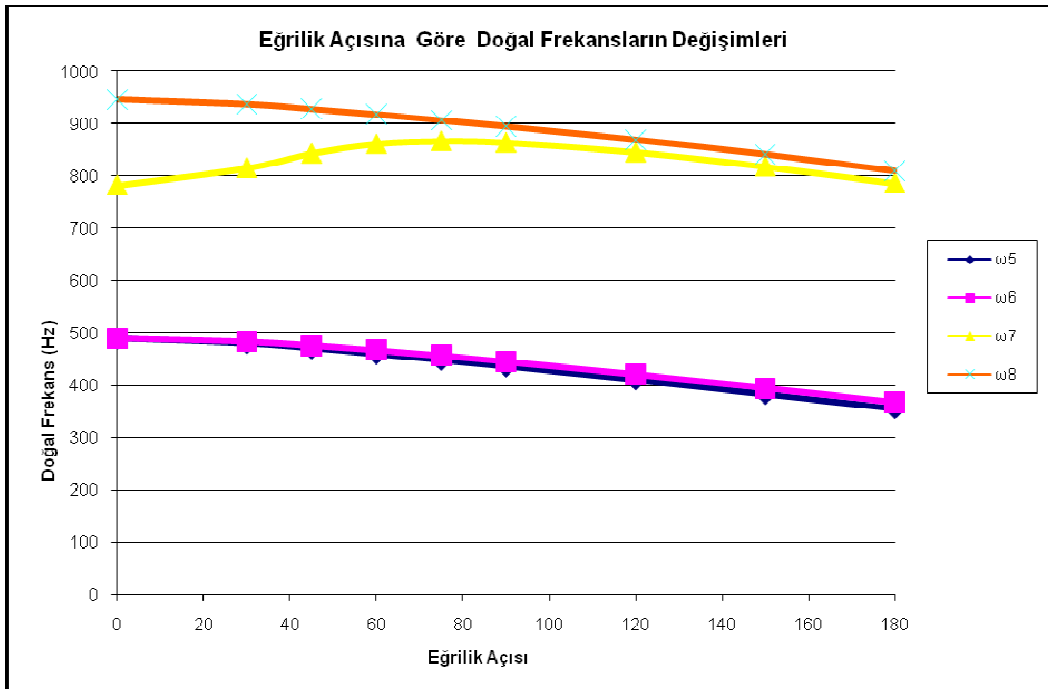
Şekil 6.2 – 1. model için ankastre-ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



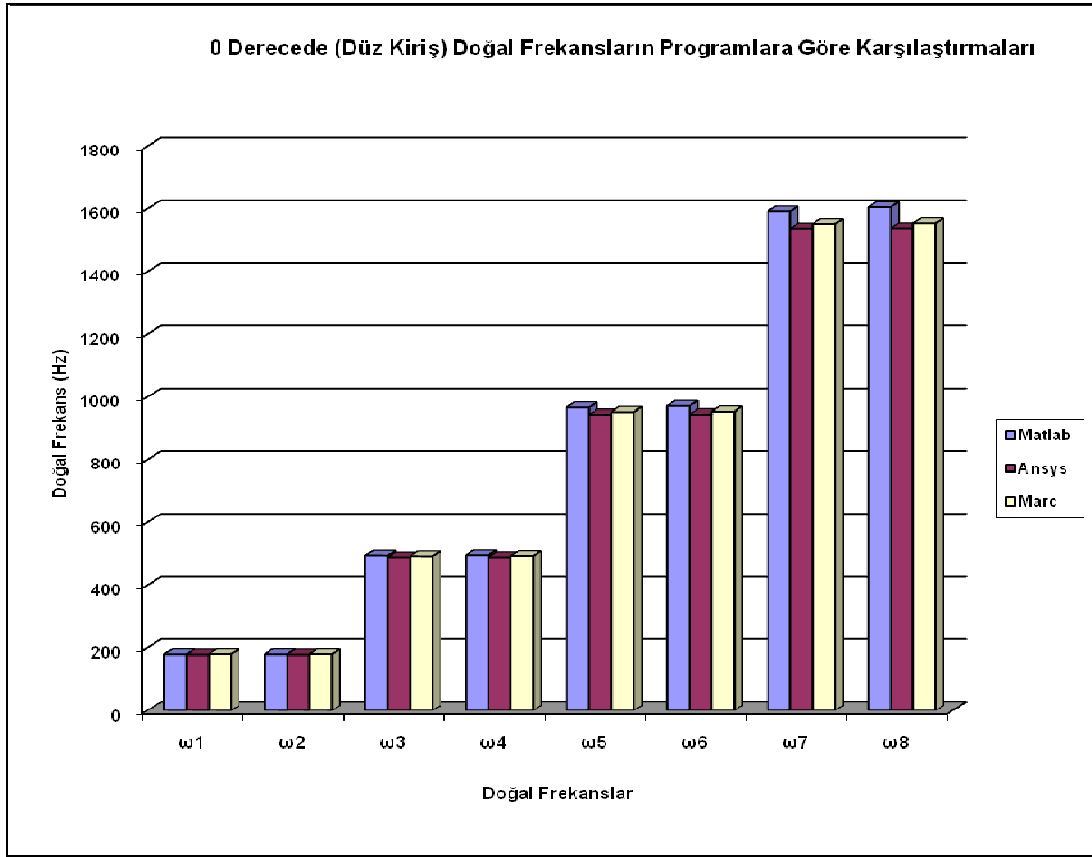
Şekil 6.3 – 1. model için ankastre-ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



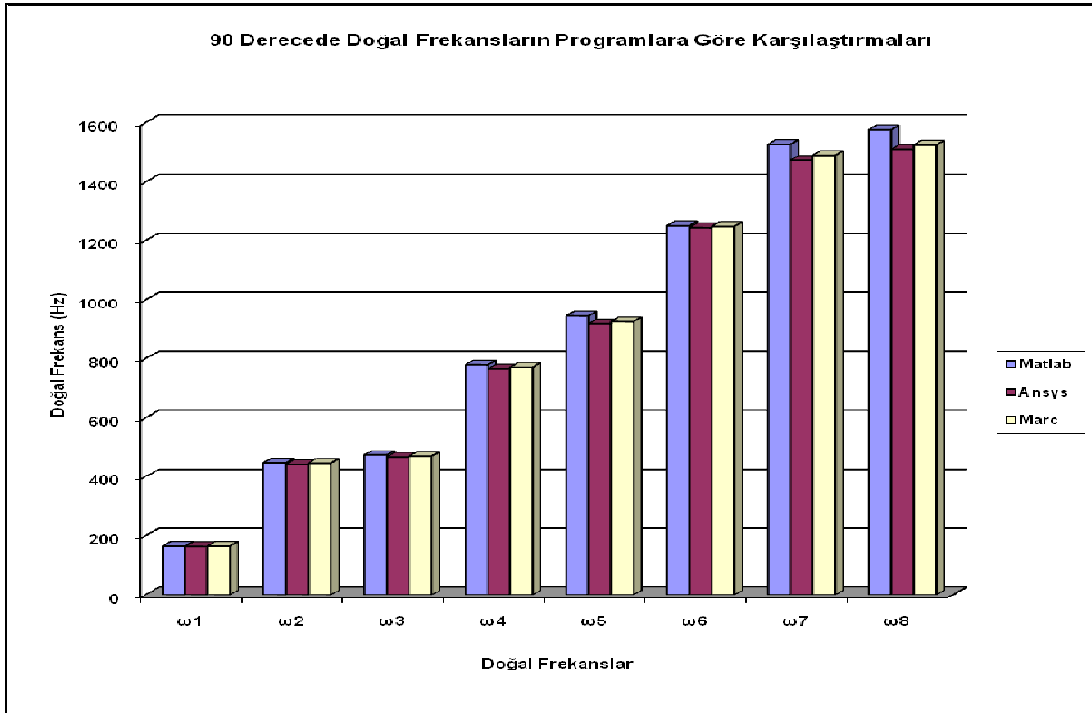
Şekil 6.4 – 1. model için ankastre–serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



Şekil 6.5 – 1. model için ankastre–serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



Şekil 6.6 – 1. model için ankastre–ankastre sınır şartlarında 0 derecede (düz kiriş) doğal frekansların programlara göre karşılaştırılması



Şekil 6.7 – 1. model için ankastre–ankastre sınır şartlarında 90 derecede doğal frekansların programlara göre karşılaştırılması

Çizelge 6.4’de 2. Model için ankastre–ankastre, Çizelge 6.5’de ankastre-serbest, Çizelge 6.6’da ankastre-basit sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir. 3. Model için ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarındaki doğal frekans değerleri Çizelge 6.7 ve Çizelge 6.8’de görülmektedir.

Çizelge 6.4 - 2. Model için ($R_1=0.02m$, $R_2=0.01m$, $L=1m$) ankastre–ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0° (Düz Kiriş)		30°		45°		60°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	132,80	132,65	131,67	130,87	130,27	129,38	128,45	127,57
ω_2	132,84	132,67	339,76	343,47	350,38	347,57	344,60	340,48
ω_3	363,74	361,08	362,27	358,13	359,90	355,46	356,65	352,36
ω_4	364,20	361,87	376,64	378,04	487,40	498,21	562,39	564,31
ω_5	710,38	702,58	710,14	697,60	707,48	695,07	703,78	691,12
ω_6	712,29	702,64	729,21	718,03	770,98	762,67	863,61	868,91
ω_7	1170,73	1150,50	1165,68	1141,52	1159,76	1137,33	1152,41	1127,21
ω_8	1176,16	1150,79	1173,85	1143,06	1170,99	1140,75	1167,00	1136,01
Doğal Frekanslar	90°		120°		150°		180° (Yarım Halka)	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	123,97	123,19	119,06	118,30	114,33	113,42	110,16	109,12
ω_2	326,98	323,24	304,75	301,44	280,14	277,52	254,81	252,53
ω_3	347,82	343,68	336,39	332,43	323,05	318,86	308,48	304,28
ω_4	600,07	587,64	594,50	583,93	577,05	567,97	553,72	545,24
ω_5	693,44	680,25	679,46	667,05	662,28	649,49	642,37	629,57
ω_6	1100,47	1080,88	1092,41	1066,25	1061,61	1037,90	1026,86	1004,27
ω_7	1155,74	1123,73	1140,33	1109,84	1121,05	1090,22	1098,25	1067,55
ω_8	1178,70	1173,44	1414,03	1392,47	1521,70	1483,05	1534,61	1491,27

Çizelge 6.5 - 2. Model için ($R_1=0.02m$, $R_2=0.01m$, $L=1m$) ankastre–serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0° (Düz Kiriş)		30°		45°		60°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	37,21	37,26	37,31	37,23	37,44	37,32	37,62	37,45
ω_2	37,21	37,26	37,39	37,34	37,62	37,57	37,94	37,91
ω_3	157,34	157,10	154,55	153,68	151,32	150,28	147,22	146,34
ω_4	157,46	157,12	154,89	153,77	151,91	150,53	148,15	146,76
ω_5	390,74	388,68	387,30	383,73	383,21	379,39	377,84	373,99
ω_6	391,48	388,74	388,66	384,29	385,24	380,52	380,62	375,57
ω_7	737,38	729,63	733,21	723,25	728,34	718,55	722,00	710,40
ω_8	739,98	729,67	736,55	723,81	732,44	719,74	726,96	713,89
Doğal Frekanslar	90°		120°		150°		180° (Yarım Halka)	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	38,18	37,77	39,04	38,41	40,26	39,37	41,92	40,79
ω_2	38,88	38,81	40,22	40,10	42,00	41,93	44,26	44,19
ω_3	137,68	137,00	128,03	127,37	119,51	119,04	112,62	112,21
ω_4	139,40	137,94	130,50	129,00	122,55	120,90	115,96	114,25
ω_5	364,15	360,67	347,78	344,55	329,77	327,05	310,87	308,40
ω_6	368,28	363,38	352,76	347,83	335,12	329,76	316,30	310,82
ω_7	706,01	694,97	686,72	676,67	664,84	655,87	640,76	632,34
ω_8	712,57	698,28	694,35	681,02	672,96	659,23	648,94	635,11

Çizelge 6.6 - 2. Model için ($R_1=0.02m$, $R_2=0.01m$, $L=1m$) ankastre–basit sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		45°		60°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	103,51	103,31	100,76	100,33	98,77	97,71
ω_2	103,55	103,31	298,06	300,24	291,72	293,65
ω_3	307,53	305,78	303,34	302,46	299,92	298,47
ω_4	307,88	305,85	482,16	489,53	531,36	543,44
ω_5	625,97	619,36	622,50	618,70	618,64	613,38
ω_6	627,52	619,47	708,10	682,93	837,86	793,81
ω_7	1058,09	1040,57	1047,58	1042,62	1040,03	1035,45
ω_8	1062,71	1040,78	1057,36	1046,40	1053,23	1044,04
Doğal Frekanslar	90°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	93,84	91,83	83,05	80,80	78,42	77,06
ω_2	274,73	274,88	230,84	231,76	207,39	210,04
ω_3	290,64	287,26	264,69	258,30	249,43	242,97
ω_4	544,24	539,61	512,94	511,18	488,84	490,96
ω_5	607,83	597,77	575,32	563,11	554,55	543,85
ω_6	1017,13	1006,96	961,48	952,71	928,25	926,91
ω_7	1041,59	1021,28	1005,69	981,26	982,09	960,81
ω_8	1163,06	1141,41	1442,53	1418,13	1433,62	1419,60

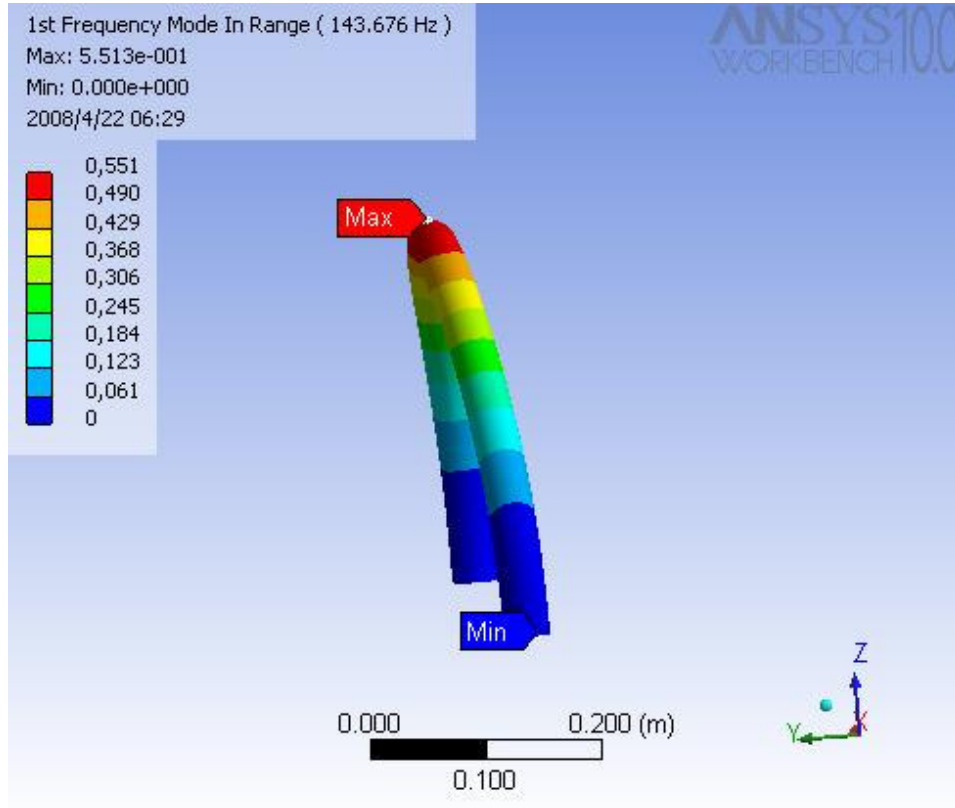
Çizelge 6.7 - 3. Model için ($R_1=0.04m$, $R_2=0.02m$, $L=1m$) ankastre – ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		30°		45°		60°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	265,31	263,47	263,29	258,86	260,45	256,41	256,76	252,55
ω_2	265,69	263,84	428,21	434,57	560,83	571,35	660,67	647,71
ω_3	724,73	707,83	717,80	695,27	712,21	688,73	712,60	686,45
ω_4	728,39	708,74	724,34	700,55	719,37	695,24	738,20	736,62
ω_5	1409,49	1349,48	1413,33	1331,75	1414,12	1329,23	1406,13	1320,52
ω_6	1424,58	1350,84	1419,90	1349,62	1420,10	1353,37	1433,94	1368,95
ω_7	1710,32	1648,92	1736,50	1667,20	1768,63	1699,56	1812,56	1743,93
ω_8	2309,75	2162,27	2280,98	2130,40	2254,61	2116,29	2226,24	2086,66
Doğal Frekanslar	90°		120°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	247,71	243,86	237,81	234,24	228,32	225,65	219,97	216,37
ω_2	647,02	626,78	603,82	585,18	555,16	542,15	505,14	491,47
ω_3	694,28	669,12	670,77	646,82	643,55	623,22	613,98	592,03
ω_4	951,75	931,47	1067,59	1026,98	1086,59	1044,48	1063,15	1015,28
ω_5	1383,92	1298,79	1354,18	1272,38	1317,96	1244,80	1276,39	1199,32
ω_6	1509,55	1469,43	1693,38	1668,42	1927,45	1865,66	1957,95	1834,17
ω_7	1932,11	1867,82	2086,86	1974,49	2086,62	2007,75	2178,31	1986,44
ω_8	2168,93	2020,25	2114,35	2026,24	2222,79	2042,13	2266,87	2222,12

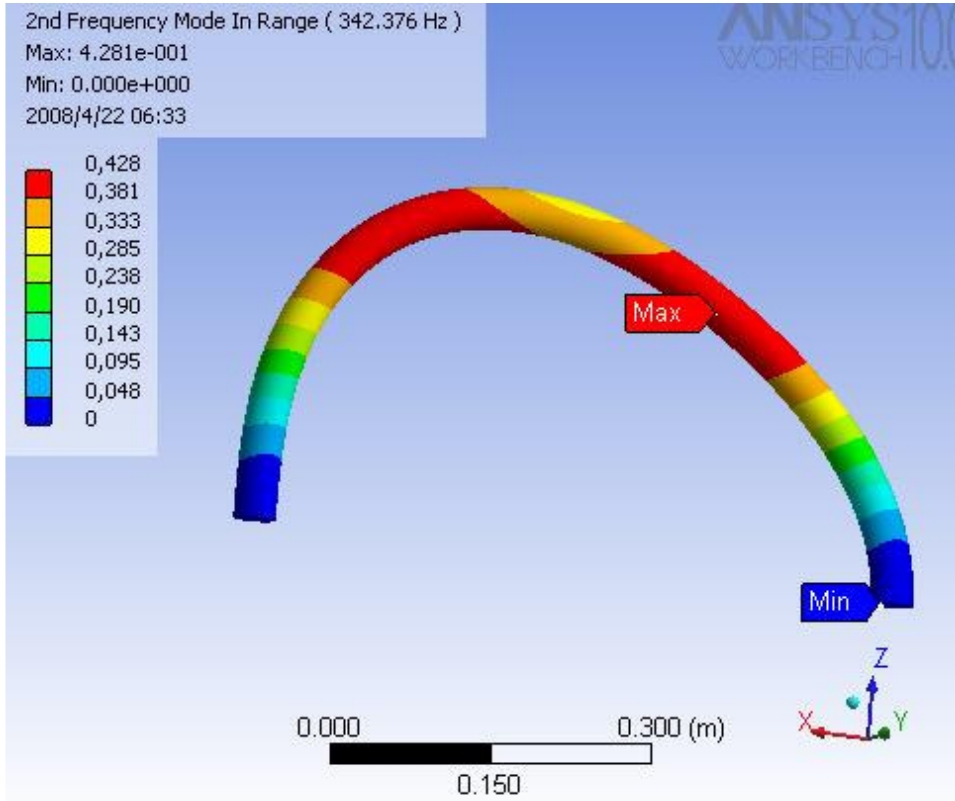
Çizelge 6.8 - 3. Model için ($R_1=0.04m$, $R_2=0.02m$, $L=1m$) ankastre – serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		30°		45°		60°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	74,38	74,51	74,62	74,13	74,87	74,20	75,24	74,76
ω_2	74,42	74,58	74,74	74,94	75,20	74,97	75,84	75,67
ω_3	313,97	311,82	308,30	303,37	301,77	296,09	293,52	289,50
ω_4	314,93	312,04	309,58	305,97	303,44	298,83	295,72	290,12
ω_5	777,13	761,43	769,64	747,63	760,92	737,95	749,66	728,80
ω_6	782,95	761,93	776,73	753,42	769,28	744,68	759,34	731,62
ω_7	1313,45	1266,60	1338,03	1285,29	1363,01	1306,19	1384,61	1320,52
ω_8	1459,46	1405,00	1442,85	1385,00	1428,46	1369,13	1413,15	1348,60
Doğal Frekanslar	90°		120°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	76,35	75,40	78,07	76,66	80,51	78,93	83,82	81,49
ω_2	77,70	77,47	80,38	80,00	83,93	84,13	88,44	88,29
ω_3	274,39	270,99	255,14	251,95	238,19	237,06	224,52	222,64
ω_4	277,93	272,50	260,06	254,84	244,19	240,01	231,09	226,12
ω_5	721,68	702,13	688,93	670,56	653,26	640,42	615,99	601,86
ω_6	733,34	706,86	701,27	675,79	665,33	643,34	627,39	603,77
ω_7	1380,51	1310,94	1344,02	1285,58	1302,89	1254,57	1257,25	1203,61
ω_8	1388,73	1318,98	1362,17	1286,01	1323,15	1255,97	1276,77	1207,27

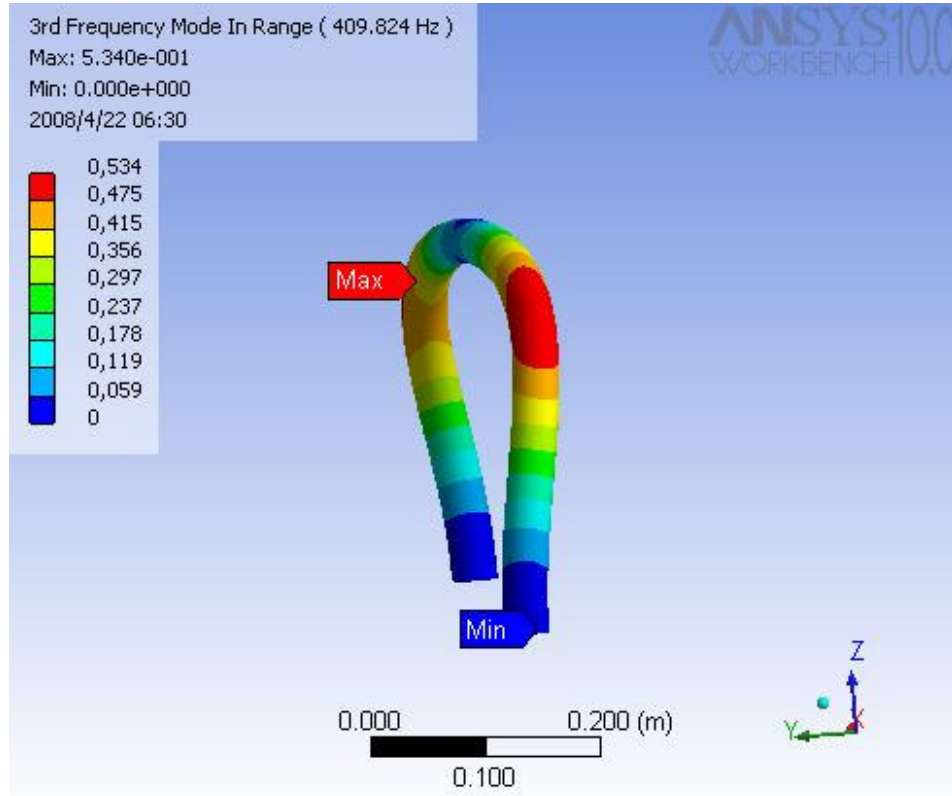
Daire kesitli eğri kirişlerin ankastre-ankastre sınır şartlarındaki mod şekilleri Şekil 6.8, Şekil 6.9, Şekil 6.10, Şekil 6.11, Şekil 6.12, Şekil 6.13, Şekil 6.14, Şekil 6.15’de, ankastre-serbest sınır şartlarındaki mod şekilleri de Şekil 6.16, Şekil 6.17, Şekil 6.18, Şekil 6.19, Şekil 6.20, Şekil 6.21, Şekil 6.22, Şekil 6.23’ de görülmektedir.



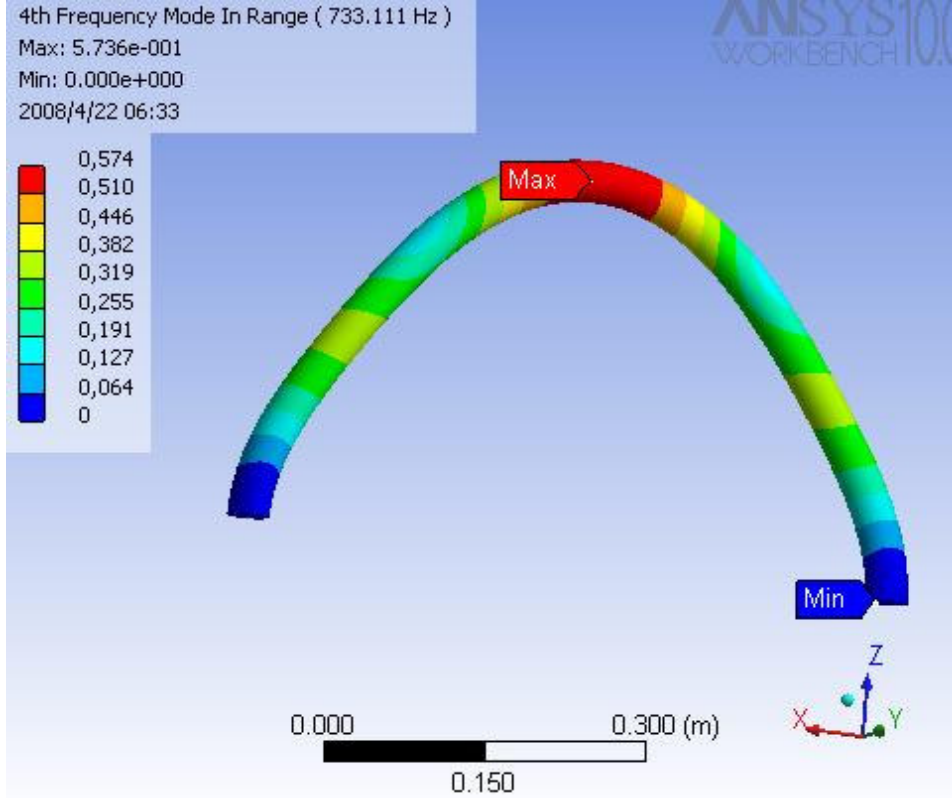
Şekil 6.8 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 1.mod



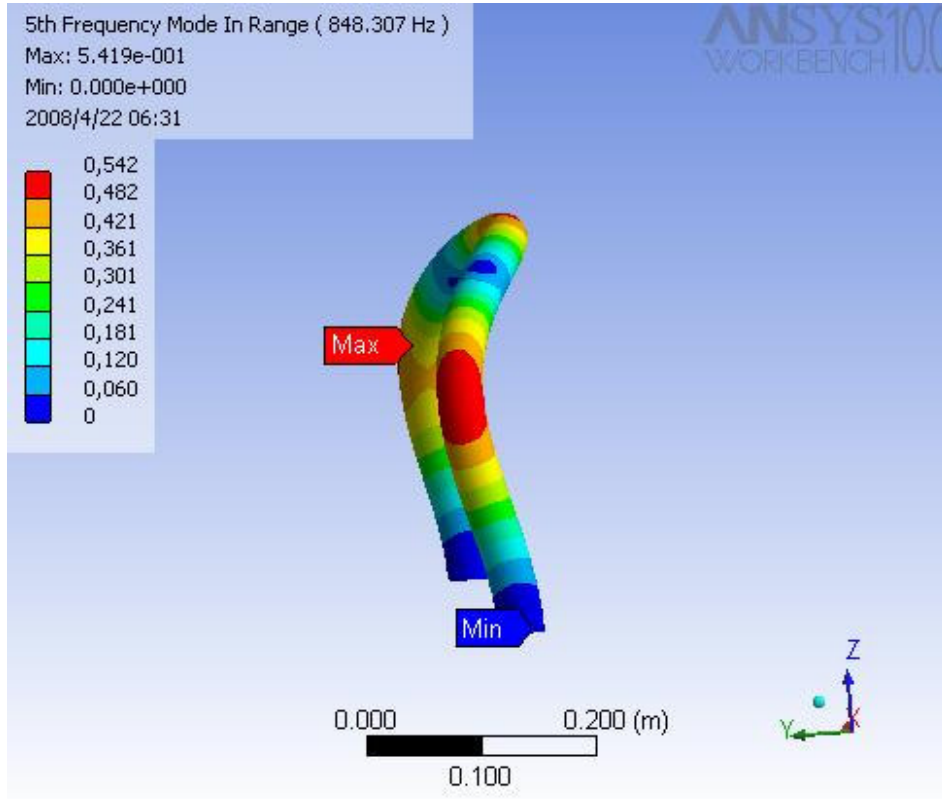
Şekil 6.9 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 2.mod



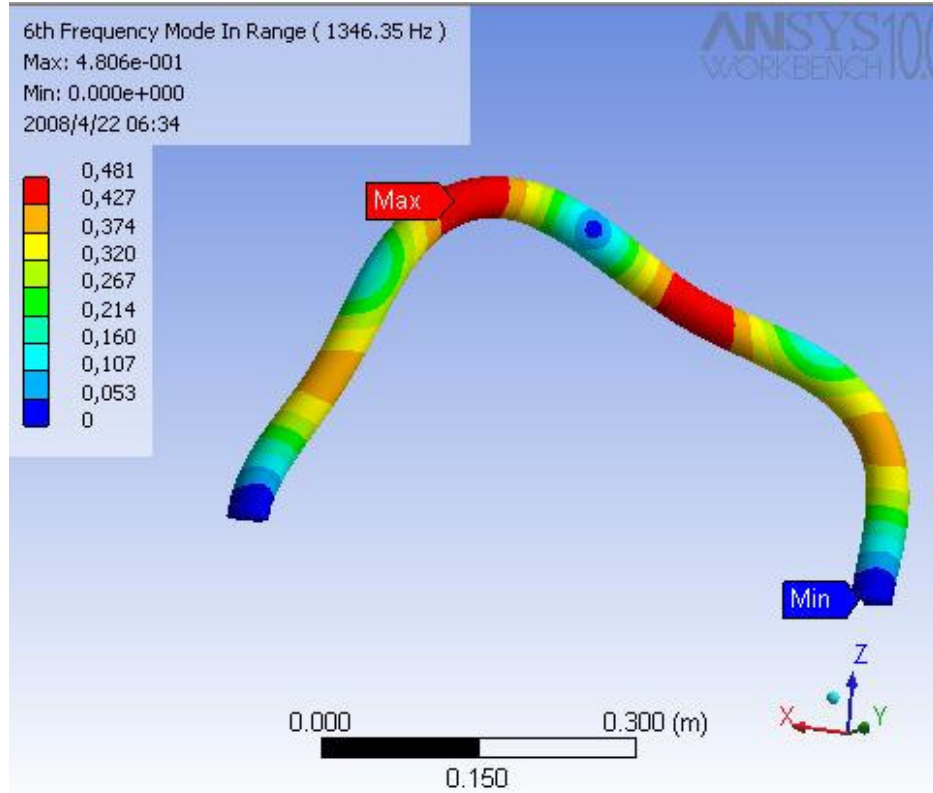
Şekil 6.10 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 3.mod



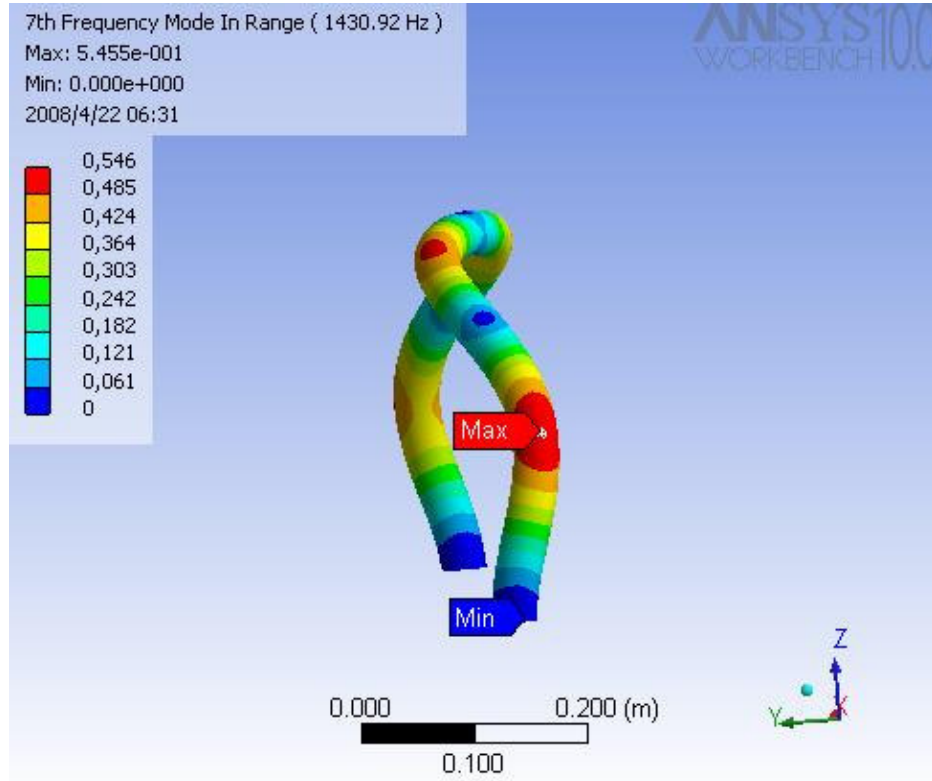
Şekil 6.11 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 4.mod



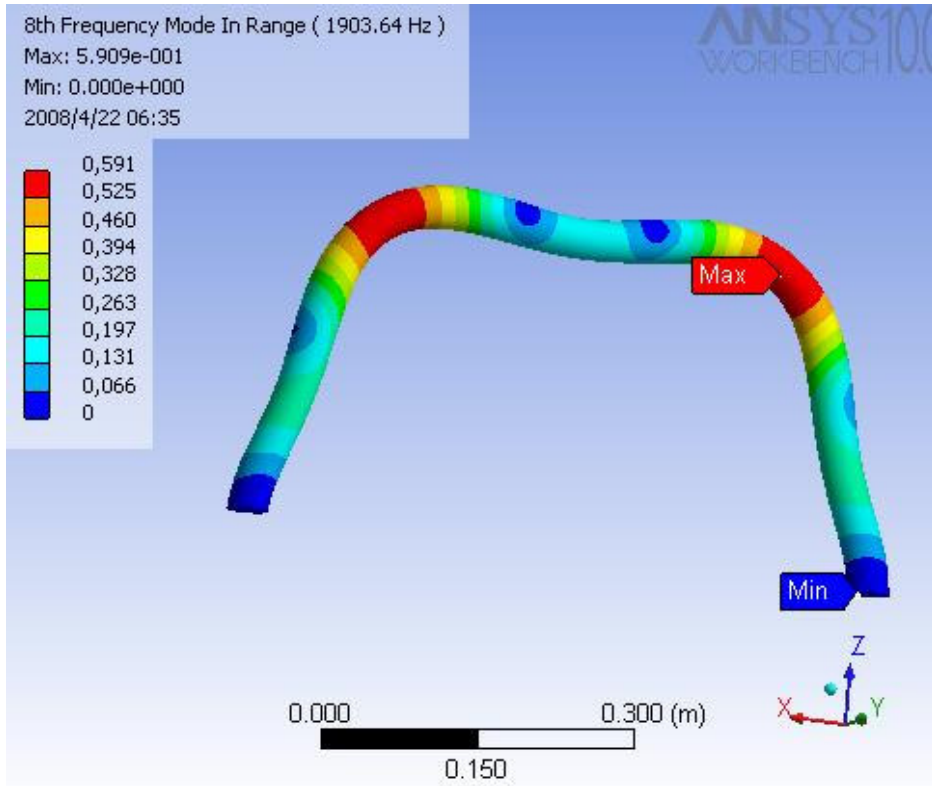
Şekil 6.12 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 5.mod



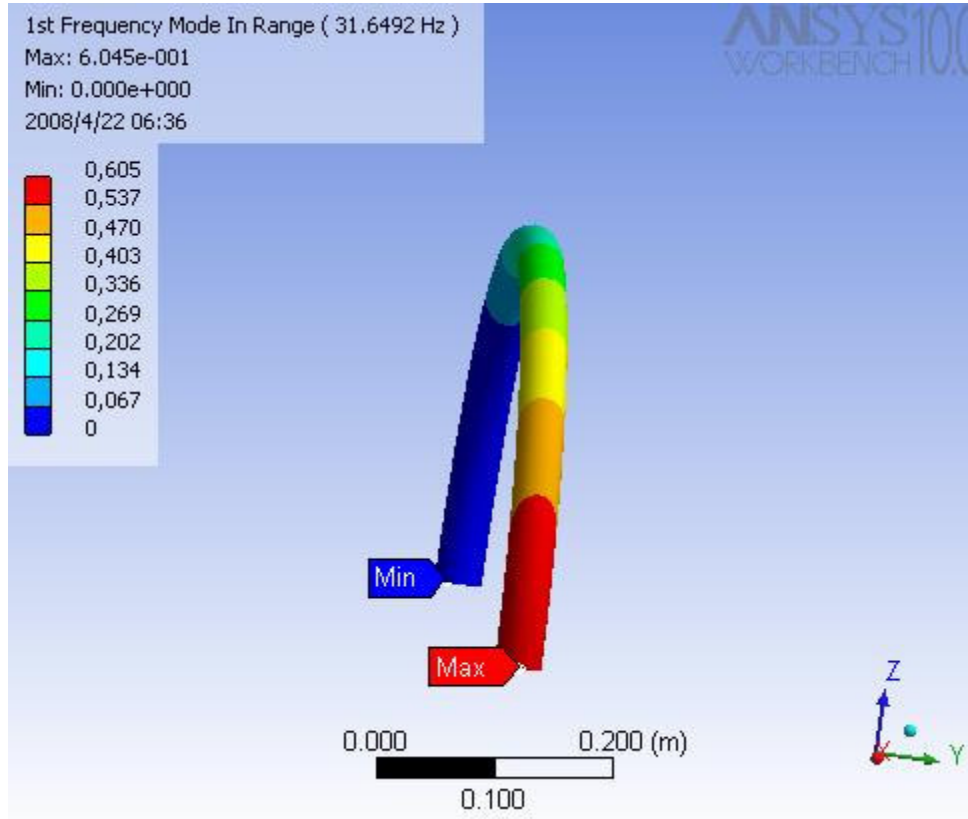
Şekil 6.13 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 6.mod



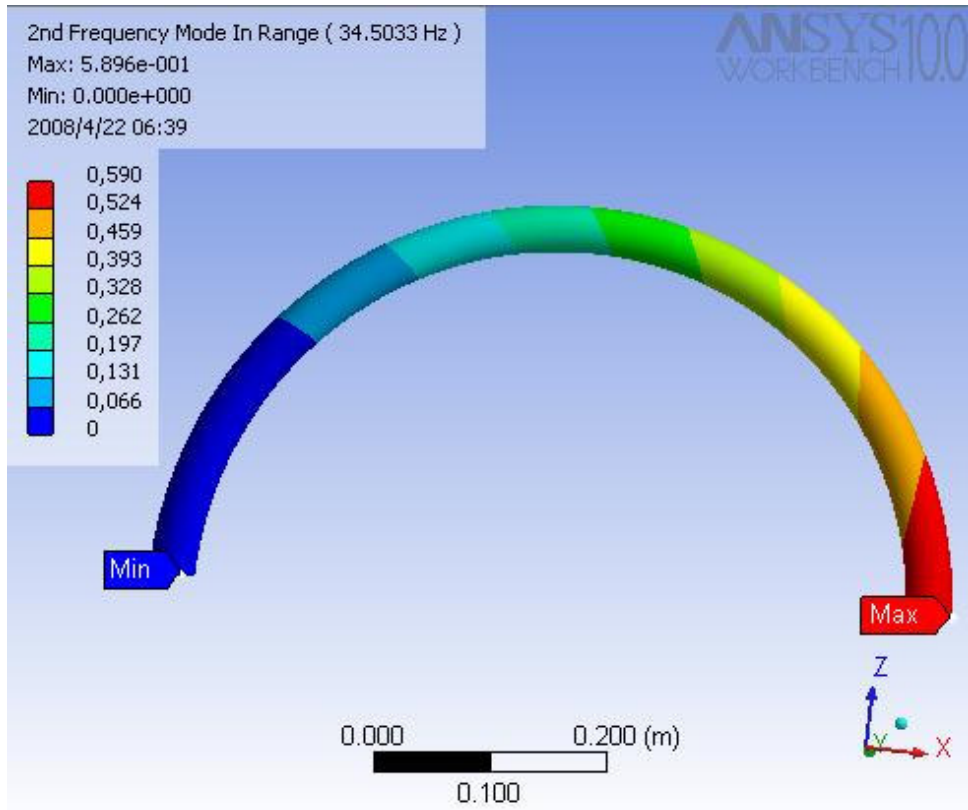
Şekil 6.14 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 7.mod



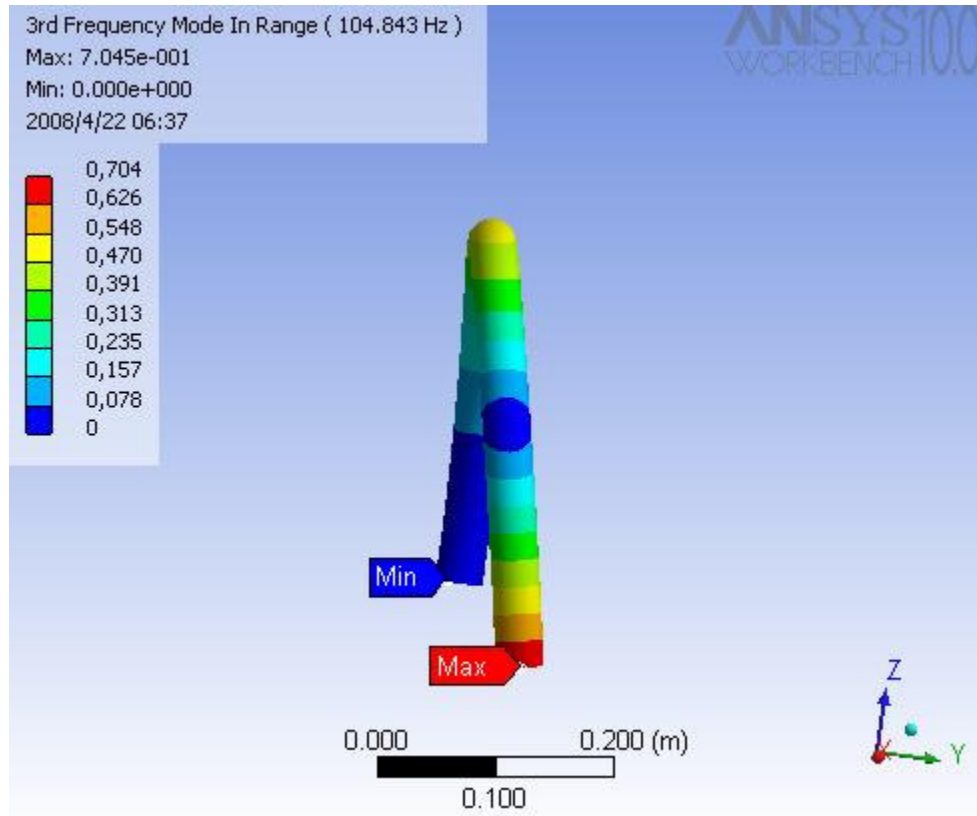
Şekil 6.15 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 8.mod



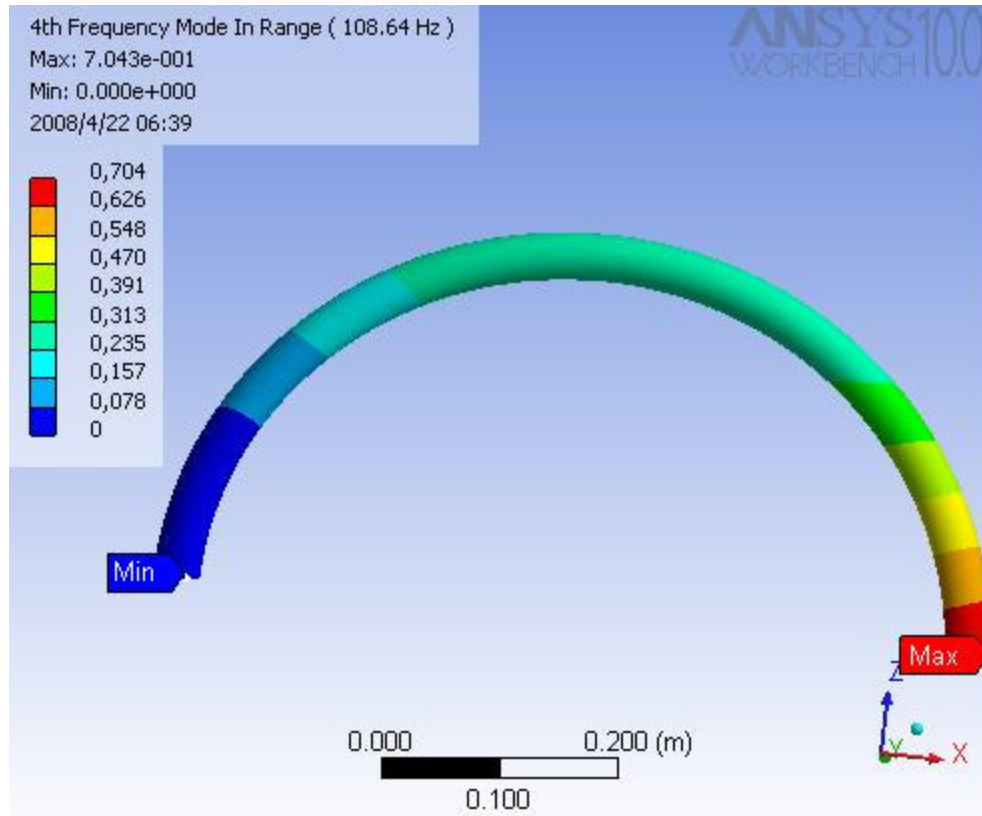
Şekil 6.16 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 1.mod



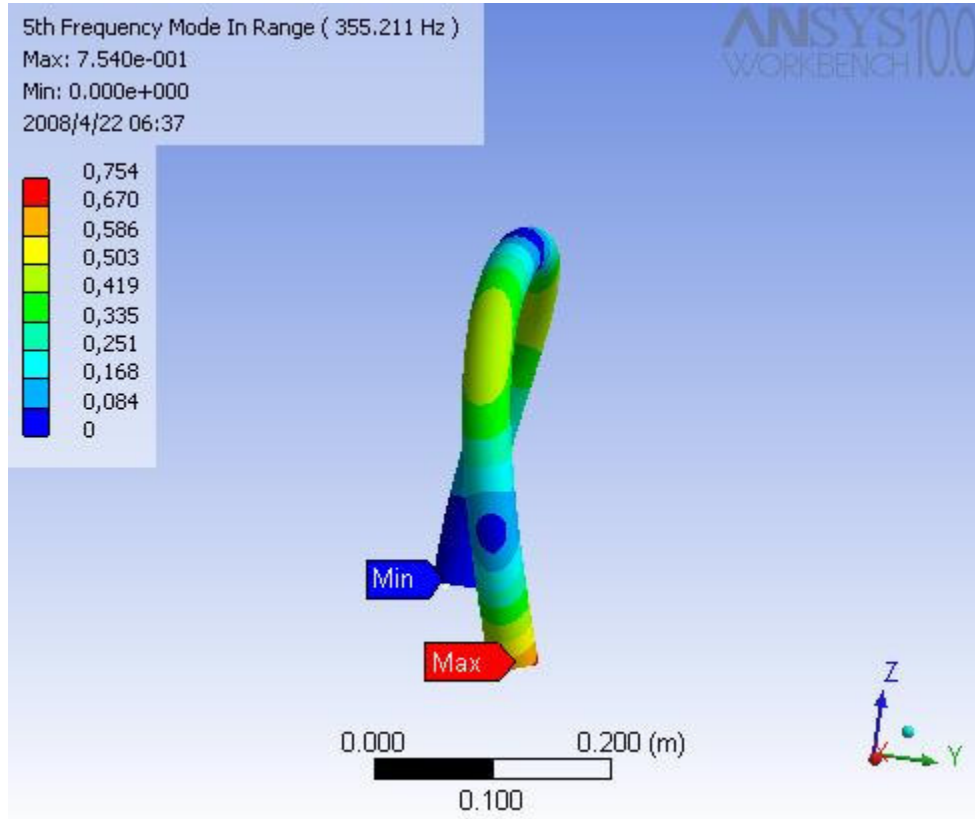
Şekil 6.17 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 2.mod



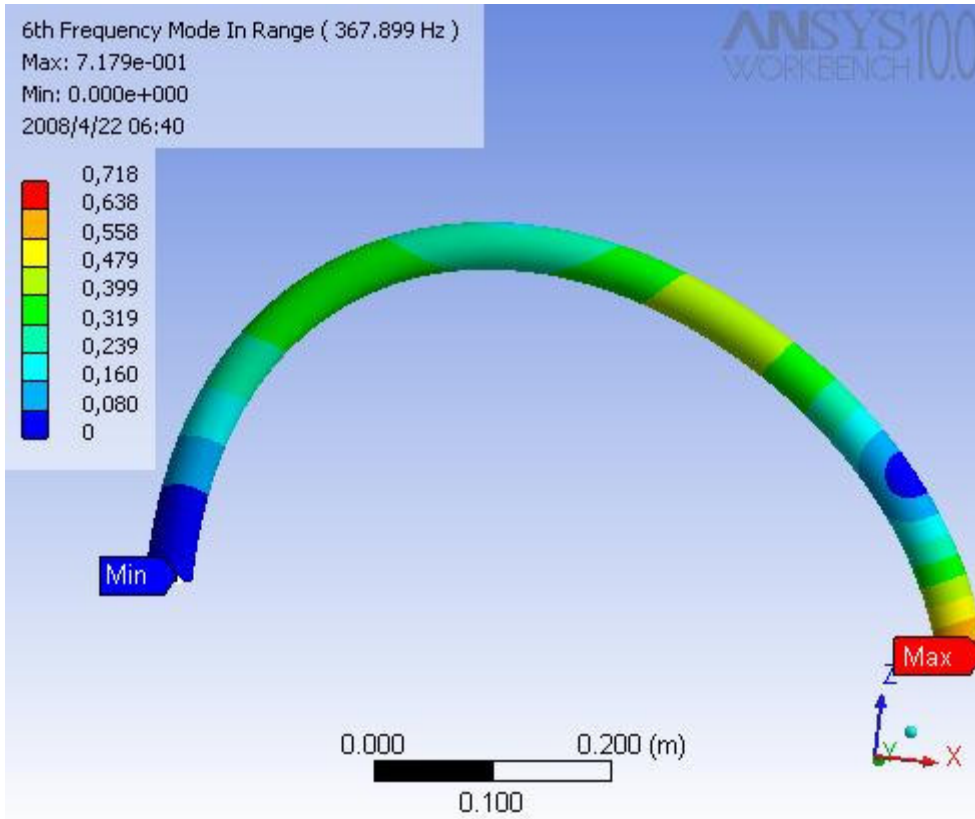
Şekil 6.18 Daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 3.mod



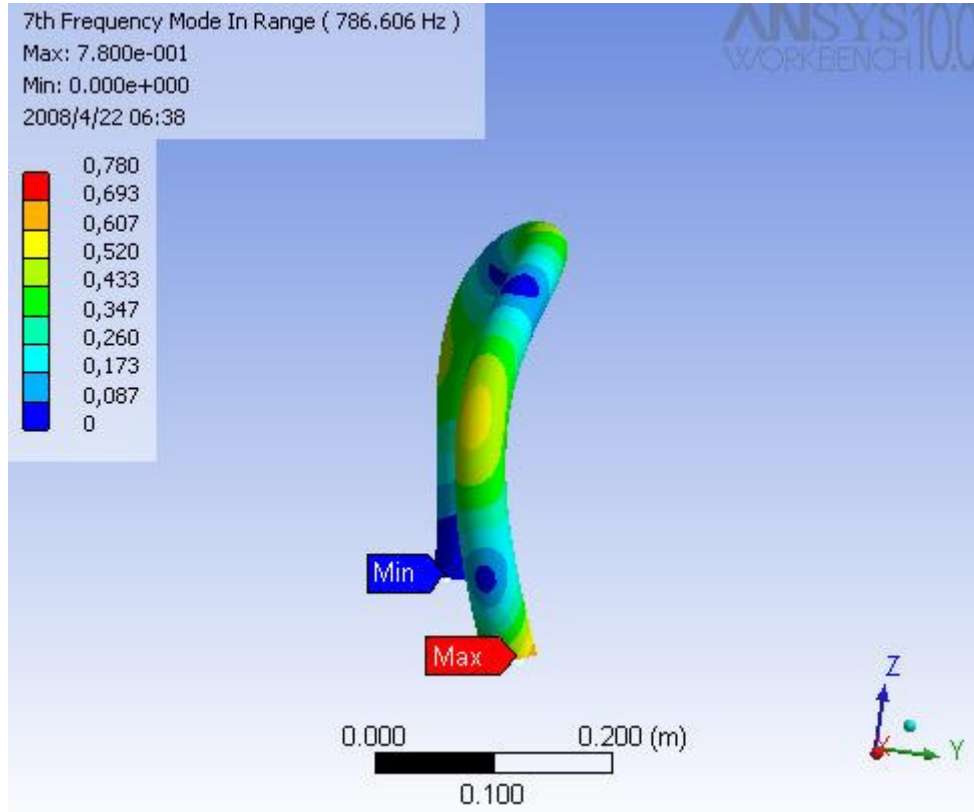
Şekil 6.19 Daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 4.mod



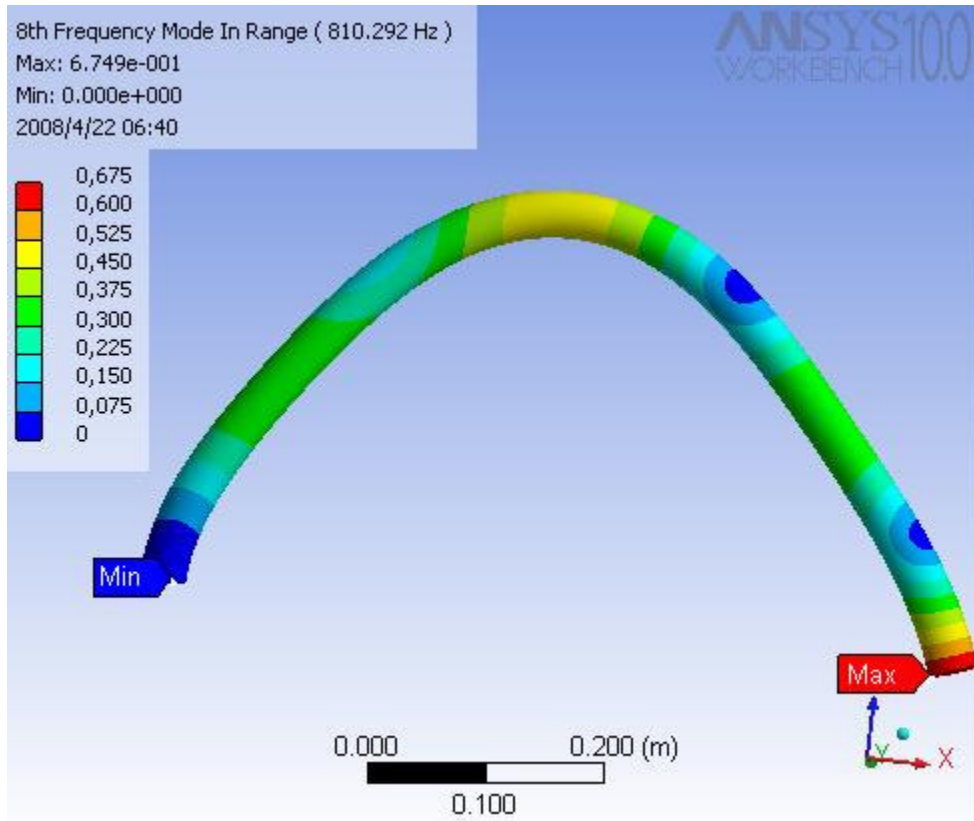
Şekil 6.20 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 5.mod



Şekil 6.21 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 6.mod



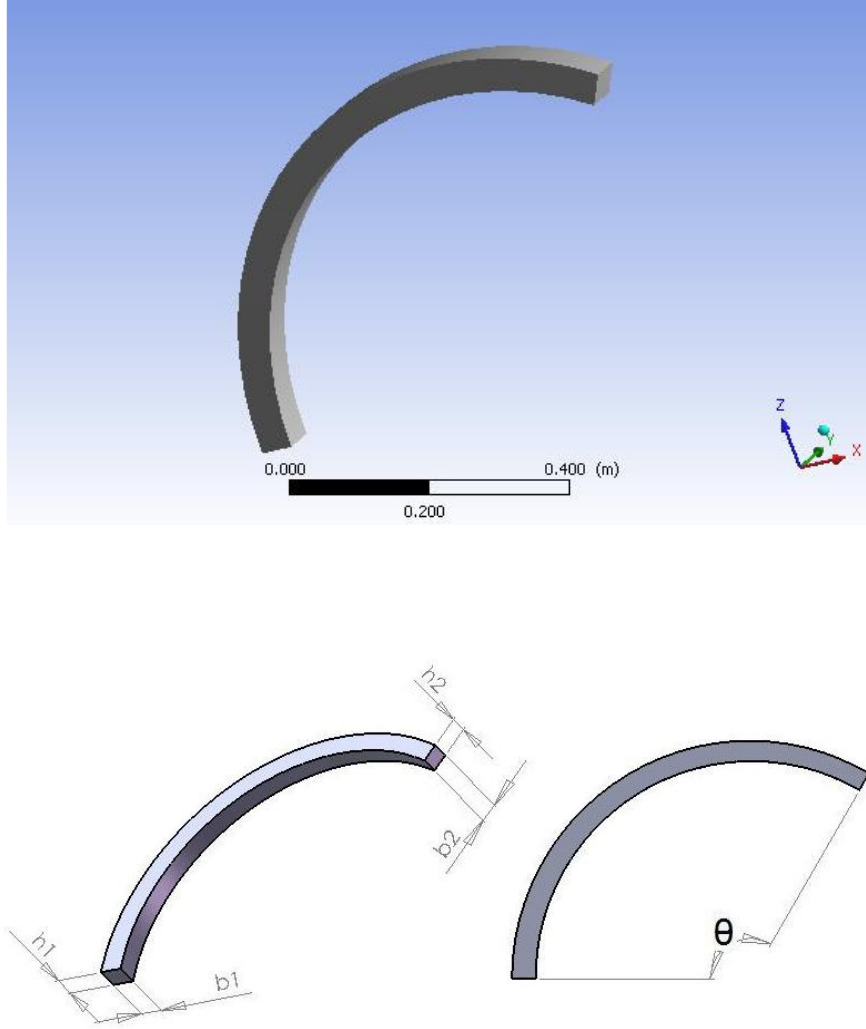
Şekil 6.22 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 7.mod



Şekil 6.23 Daire kesitli egri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 8.mod

6.2 DÖRTGEN KESİTLİ EĞRİ KİRİŞLER

Dörtgen kesitli eğri kirişler için üç adet model belirlenmiş ve bunların boyutları Çizelge 6.9’da, tanımlayıcı şekilleri Şekil 6.24’de verilmiştir.



Şekil 6.24 Dörtgen kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.9 Dörtgen kesitli eğri kiriş modelleri

	4 Model	5 Model	6 Model
b1	0,05 m	0,05 m	0,05 m
h1	0,05 m	0,05 m	0,05 m
b2	0,05 m	0,04 m	0,03 m
h2	0,05 m	0,04 m	0,03m
L	1 m	1 m	1 m

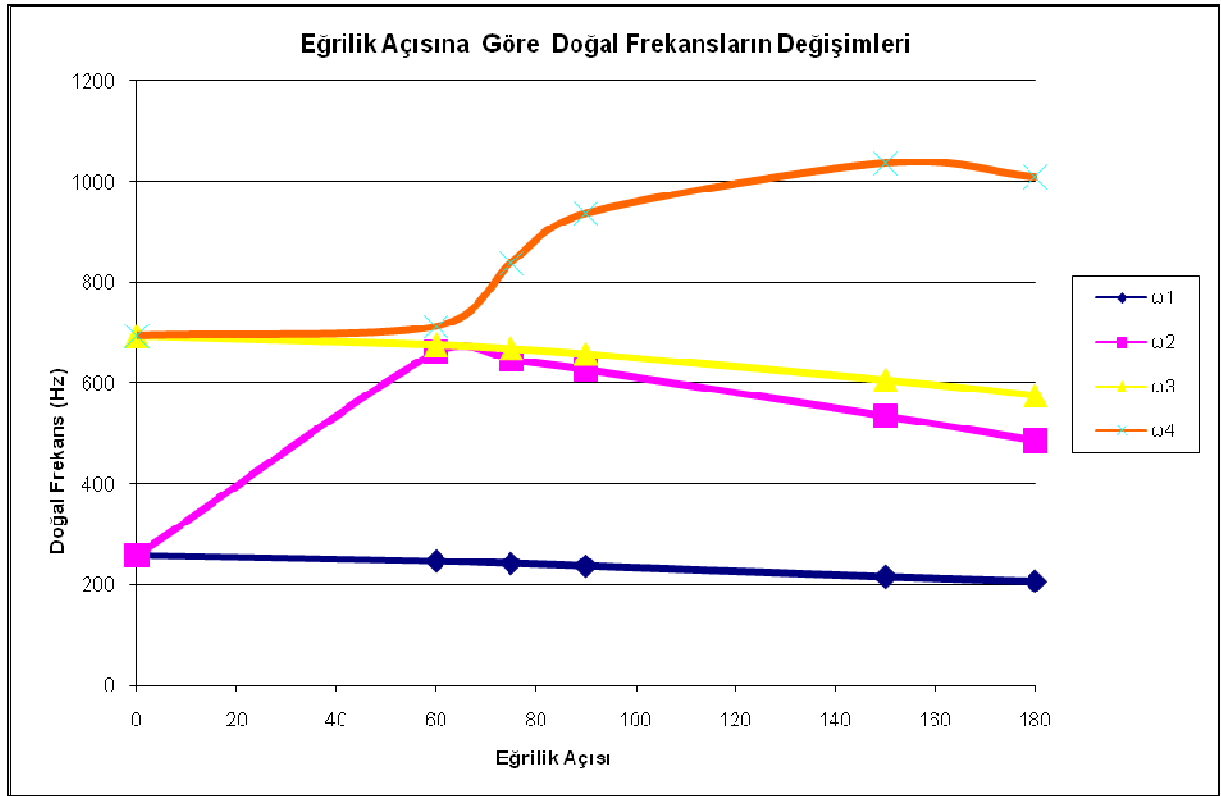
Çizelge 6.10'da 4. Model için ankastre–ankastre, Çizelge 6.11'de ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir. Şekil 6.25 ve Şekil 6.26'da 4. model için ankastre–ankastre, Şekil 6.27 ve Şekil 6.28'de ankastre-serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi görülmektedir.

Çizelge 6.10 - 4. Model için ($b_1=0.05m$, $h_1=0.05m$, $b_2=0.05m$, $h_2=0.05m$, $L=1m$) ankastre–ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

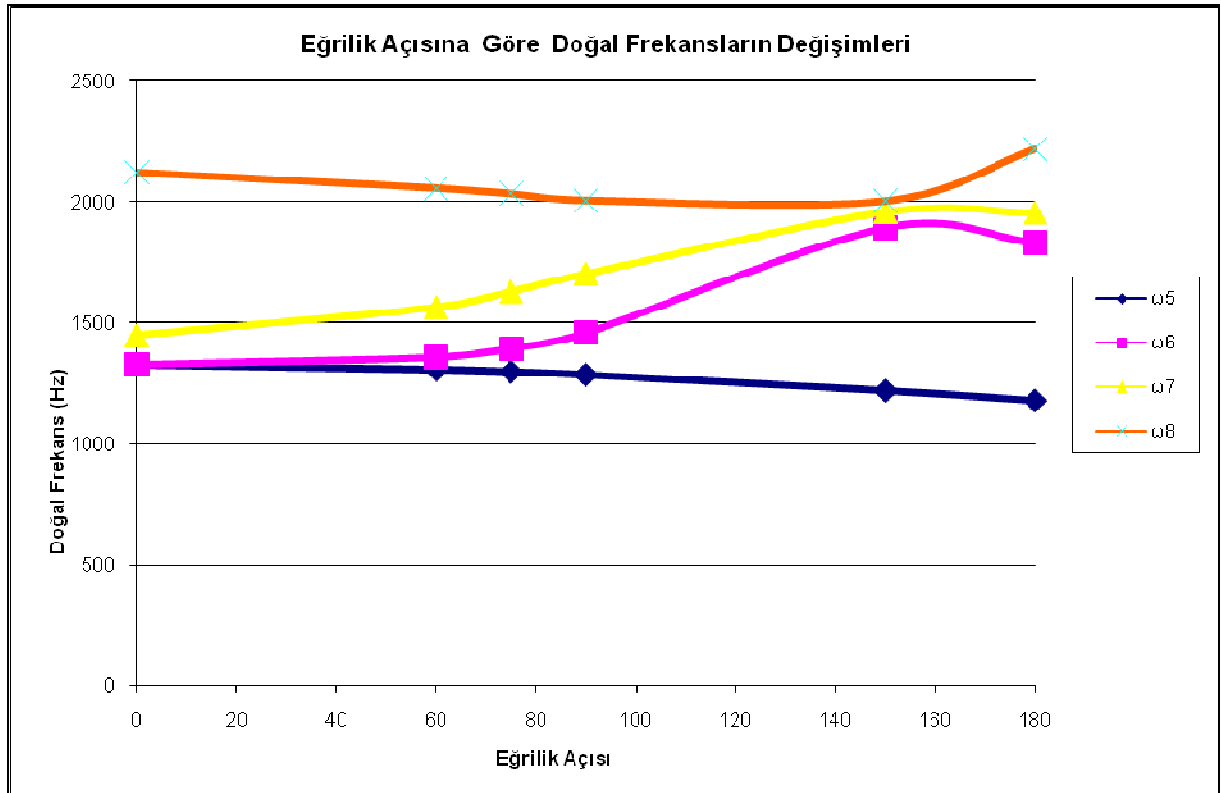
Doğal Frekanslar	0°			60°			75°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	259,09	257,04	260,05	249,16	245,91	236,85	244,26	241,15	229,15
ω_2	259,42	257,04	260,05	678,71	661,36	637,85	661,57	645,58	614,37
ω_3	711,70	693,99	702,50	699,59	676,82	652,88	691,22	668,86	636,72
ω_4	715,11	693,99	702,50	715,33	712,63	692,99	846,39	838,90	808,78
ω_5	1387,68	1325,14	1342,37	1383,88	1305,03	1261,29	1373,98	1296,48	1236,82
ω_6	1401,90	1325,14	1342,37	1413,80	1356,62	1312,05	1443,06	1393,89	1333,65
ω_7	1635,66	1449,17	1477,34	1742,04	1565,70	1556,41	1798,95	1630,95	1608,02
ω_8	2277,07	2123,37	2152,72	2196,89	2058,51	1994,42	2167,76	2035,06	1947,53
Doğal Frekanslar	90°			150°			180°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	238,95	235,75	221,30	217,59	214,49	191,77	208,51	205,17	179,13
ω_2	641,84	626,45	589,04	547,24	534,71	479,44	496,51	485,32	425,21
ω_3	681,31	658,55	619,48	629,93	606,48	544,21	599,70	576,49	505,54
ω_4	952,76	936,59	893,12	1077,22	1035,34	936,49	1051,41	1008,40	890,39
ω_5	1362,08	1284,26	1210,99	1296,86	1218,69	1097,55	1255,52	1177,56	1037,16
ω_6	1496,66	1457,62	1384,66	1976,48	1892,91	1714,64	1952,05	1831,52	1623,38
ω_7	1866,04	1704,49	1669,45	2016,65	1960,15	1813,32	2148,55	1957,62	1732,43
ω_8	2138,24	2007,70	1900,44	2197,43	2005,30	1822,26	2257,08	2220,55	2027,55

Çizelge 6.11 - 4. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.05\text{m}$, $h_2=0.05\text{m}$, $L=1\text{m}$)
Ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

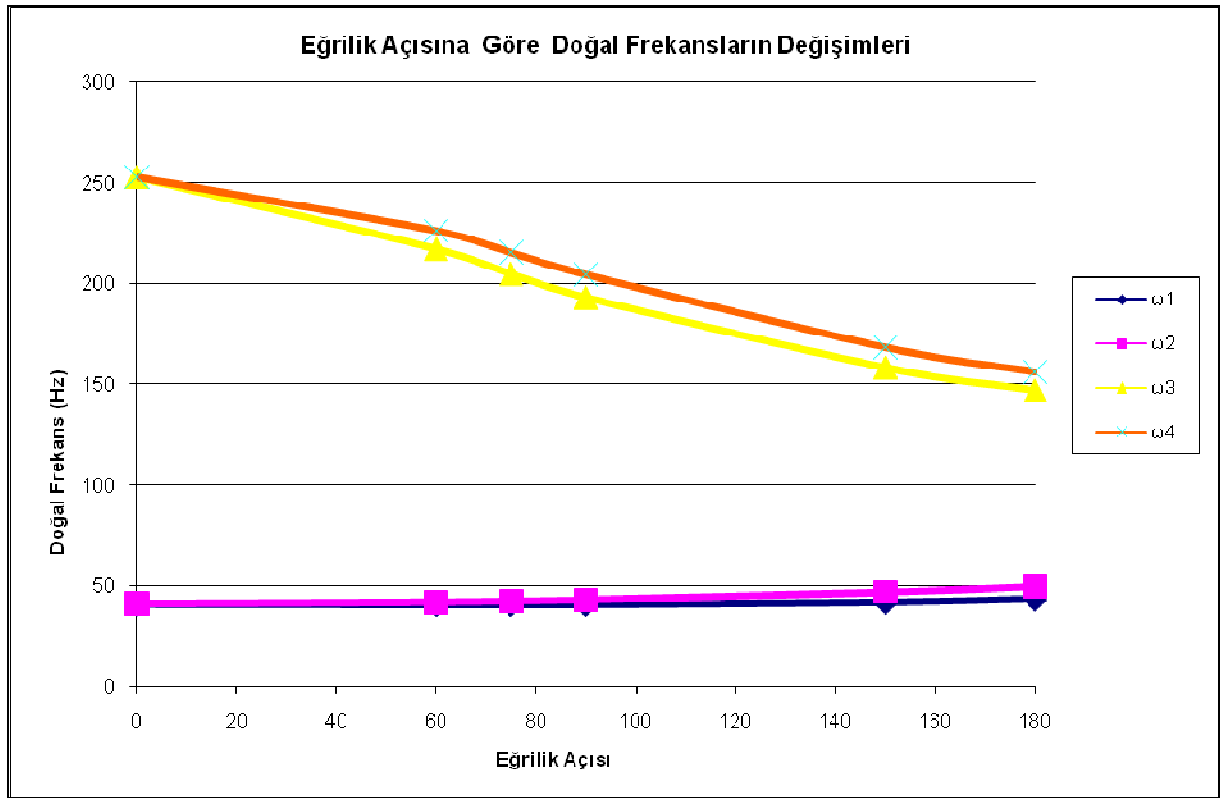
Doğal Frekanslar	0°			60°			75°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	40,75	40,84	41,33	41,28	40,65	39,15	41,60	40,66	38,65
ω_2	40,77	40,84	41,33	41,66	41,73	40,14	42,19	42,27	40,14
ω_3	254,64	253,04	256,13	224,56	217,45	209,79	212,61	205,00	195,30
ω_4	255,50	253,04	256,13	227,77	226,36	217,94	216,65	215,49	204,77
ω_5	709,70	696,17	705,05	663,41	633,24	613,23	647,39	618,22	591,01
ω_6	715,39	696,17	705,05	674,08	661,02	637,40	658,84	646,55	615,56
ω_7	817,80	723,04	737,95	977,37	906,25	894,69	1038,18	970,82	949,39
ω_8	1261,89	1264,14	1264,25	1296,51	1259,68	1218,74	1290,82	1251,34	1195,75
Doğal Frekanslar	90°			150°			180°		
	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc	Matlab	Ansys	Marc
ω_1	42,00	40,68	38,22	44,79	41,81	37,47	47,09	43,29	37,91
ω_2	42,84	42,92	40,24	46,81	46,88	41,85	49,75	49,80	43,41
ω_3	201,09	193,31	181,94	165,04	158,54	142,09	153,15	147,17	128,77
ω_4	205,57	204,51	191,96	169,09	168,36	150,50	156,76	156,13	136,27
ω_5	630,80	601,96	568,51	557,77	529,20	476,46	518,58	490,45	431,38
ω_6	642,54	630,64	593,23	570,14	560,20	502,35	531,23	522,26	457,45
ω_7	1094,87	1029,57	995,53	1167,49	1096,41	996,92	1137,27	1063,96	943,08
ω_8	1280,77	1239,90	1170,75	1214,55	1175,14	1058,17	1170,74	1133,42	997,19



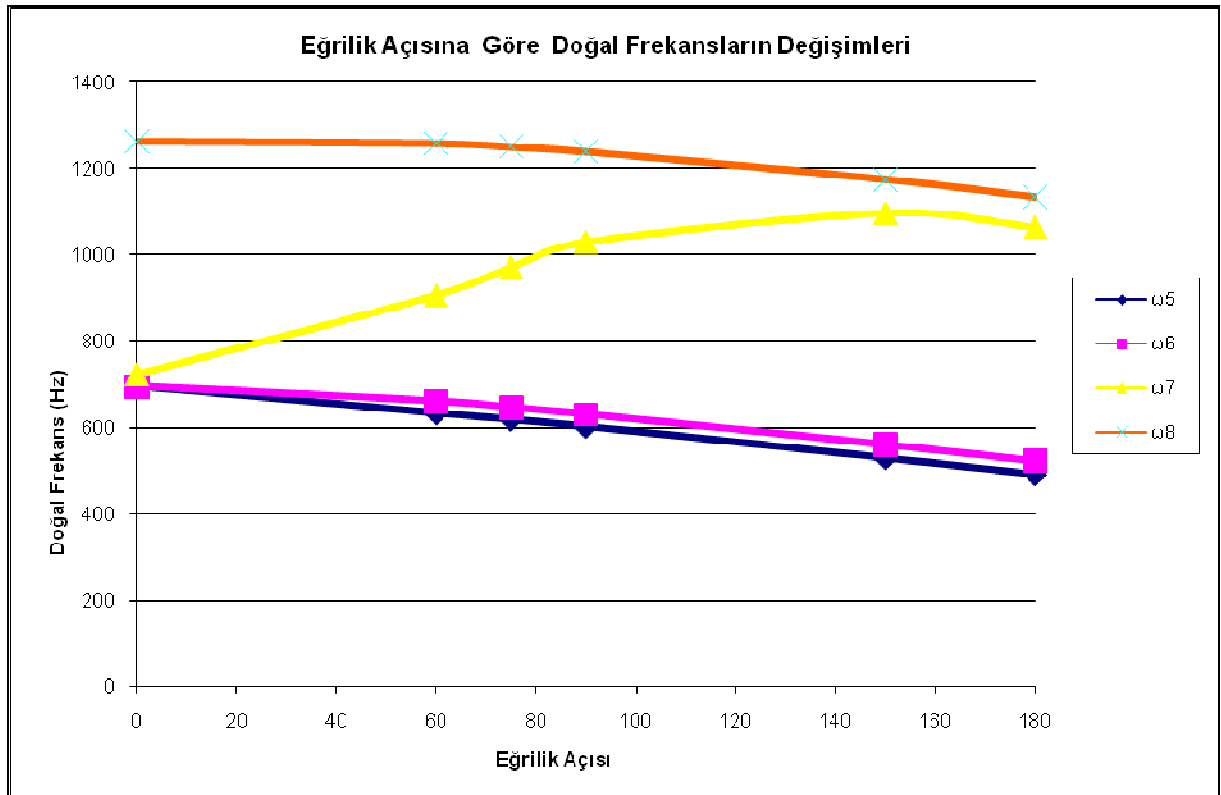
Şekil 6.25 – 4. model için ankastre-ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



Şekil 6.26 – 4. model için ankastre-ankastre sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



Şekil 6.27 – 4. model için ankastre- serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.



Şekil 6.28 – 4. model için ankastre- serbest sınır şartlarında eğrilik açısına göre doğal frekansların değişimi.

Çizelge 6.12’de 5. Model için ankastre–ankastre, Çizelge 6.13’de ankastre-serbest, Çizelge 6.14’de 6. Model için ankastre–ankastre, Çizelge 6.15’de ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir.

Çizelge 6.12 - 5. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.04\text{m}$, $h_2=0.04\text{m}$, $L=1\text{m}$) ankastre-ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		60°		75°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	233,04	231,56	224,25	221,89	219,93	217,83
ω_2	233,29	232,63	609,26	598,11	594,74	585,44
ω_3	640,21	627,20	628,88	611,45	621,43	605,05
ω_4	642,69	631,10	700,45	705,89	821,60	812,85
ω_5	1249,25	1202,80	1243,73	1185,37	1234,98	1176,78
ω_6	1259,61	1212,50	1285,89	1260,17	1326,95	1310,19
ω_7	1643,84	1511,40	1749,40	1627,20	1805,94	1687,23
ω_8	2052,53	1937,10	1996,84	1911,30	1972,60	1880,23
Doğal Frekanslar	90°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	215,23	213,12	196,28	194,17	188,21	185,22
ω_2	577,28	568,53	492,65	486,25	447,11	438,73
ω_3	612,62	596,24	566,87	550,61	539,93	521,57
ω_4	910,49	892,67	983,22	956,19	954,36	920,93
ω_5	1224,47	1166,47	1166,71	1110,44	1130,00	1070,16
ω_6	1399,86	1389,79	1829,41	1749,62	1772,33	1678,36
ω_7	1872,61	1757,94	1935,25	1835,44	1933,95	1788,50
ω_8	1946,84	1854,59	1976,90	1918,71	2196,94	2148,64

Çizelge 6.13 - 5. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.04\text{m}$, $h_2=0.04\text{m}$, $L=1\text{m}$)
Ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		60°		75°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	44,72	44,76	45,28	44,87	45,61	44,94
ω_2	44,74	44,83	45,69	45,77	46,24	46,35
ω_3	243,78	242,32	221,10	216,14	211,44	206,60
ω_4	244,41	242,91	221,75	220,32	212,28	211,53
ω_5	653,27	642,28	625,09	605,55	612,19	592,99
ω_6	657,34	644,70	626,30	615,07	612,83	603,71
ω_7	971,19	891,96	1084,72	1023,40	1119,73	1059,94
ω_8	1259,51	1220,01	1213,78	1177,34	1200,02	1166,94
Doğal Frekanslar	90°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	46,03	45,07	48,90	46,71	51,23	47,23
ω_2	46,92	47,01	51,08	51,13	54,13	54,13
ω_3	201,80	196,82	169,62	165,01	158,11	152,27
ω_4	202,66	201,93	169,68	169,28	158,36	157,45
ω_5	598,09	578,61	532,16	512,34	496,67	472,38
ω_6	598,23	589,61	534,11	527,60	499,53	491,98
ω_7	1138,53	1078,81	1106,80	1052,29	1067,84	1005,89
ω_8	1185,58	1153,21	1117,12	1090,08	1076,16	1045,57

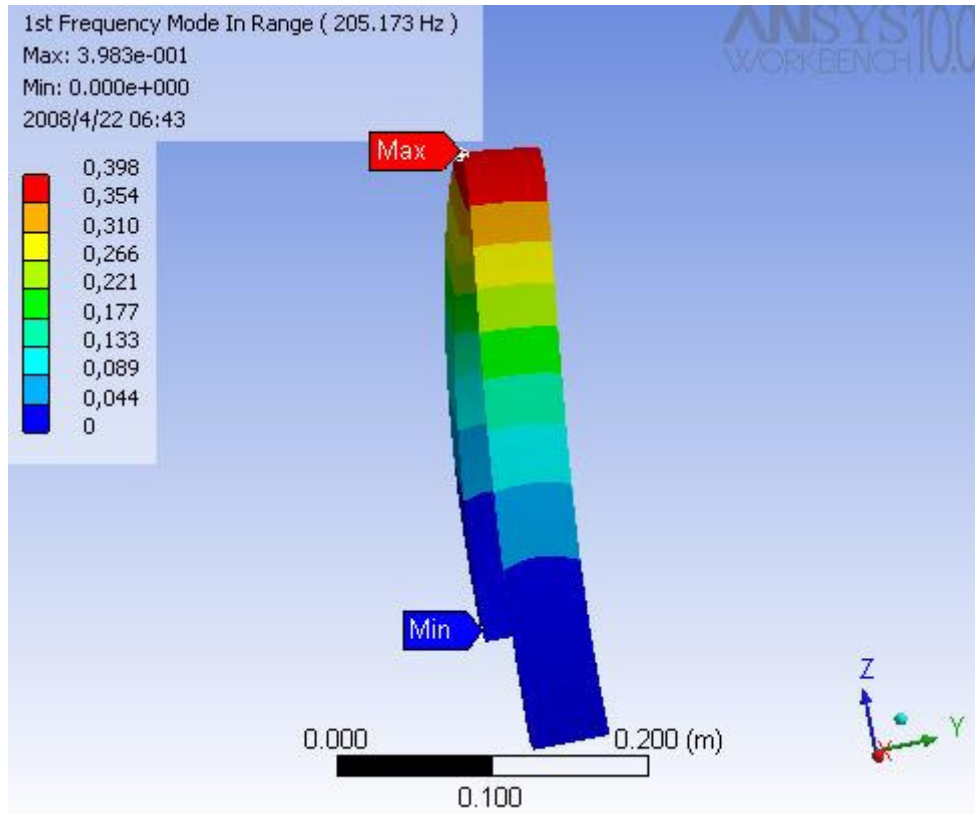
Çizelge 6.14 - 6. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.03\text{m}$, $h_2=0.03\text{m}$, $L=1\text{m}$)
ankastre- ankastre sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		60°		90°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	205,82	204,69	198,61	196,69	191,15	189,42	175,30	173,36	168,49	166,24
ω_2	205,99	205,55	534,31	526,53	507,65	501,49	434,21	429,84	394,53	390,49
ω_3	564,42	555,13	554,11	541,55	540,02	528,04	500,52	488,27	477,29	465,03
ω_4	566,13	558,19	678,94	684,99	847,31	829,59	876,22	856,44	846,91	827,40
ω_5	1101,29	1068,39	1094,67	1053,36	1078,01	1036,50	1028,02	987,25	996,21	955,38
ω_6	1108,40	1075,90	1153,34	1136,99	1309,25	1307,92	1621,48	1563,75	1571,16	1513,99
ω_7	1677,36	1542,22	1770,59	1650,04	1731,09	1663,91	1740,83	1639,37	1703,84	1602,74
ω_8	1810,94	1728,81	1780,00	1708,87	1797,18	1692,86	1879,10	1857,63	2097,30	2044,15

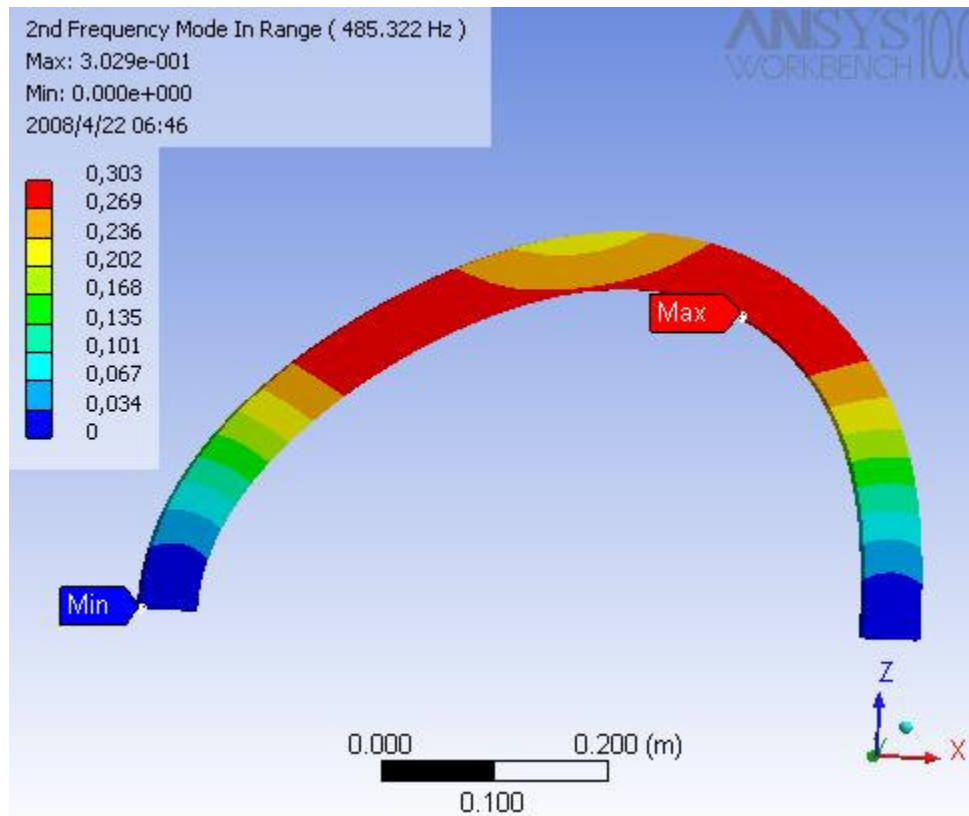
Çizelge 6.15 - 6. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.03\text{m}$, $h_2=0.03\text{m}$, $L=1\text{m}$)
ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	0°		60°		90°		150°		180°	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	50,13	50,13	50,72	50,25	51,50	50,48	54,46	52,15	56,83	53,88
ω_2	50,15	50,19	51,15	51,19	52,46	52,50	56,84	56,84	60,03	59,99
ω_3	232,54	231,15	215,42	212,49	199,77	197,31	171,07	169,83	160,51	159,58
ω_4	232,98	231,63	216,39	214,02	201,47	198,98	174,25	170,56	164,04	160,02
ω_5	593,89	585,02	572,03	561,68	549,72	540,55	495,10	484,54	465,33	454,01
ω_6	596,64	586,90	576,77	563,79	555,41	542,82	500,61	489,63	470,29	460,23
ω_7	1129,36	1084,23	1099,73	1056,83	1073,65	1034,61	1010,41	975,87	973,60	938,23
ω_8	1139,16	1099,10	1103,97	1071,12	1080,70	1048,06	1019,01	988,97	981,40	953,15

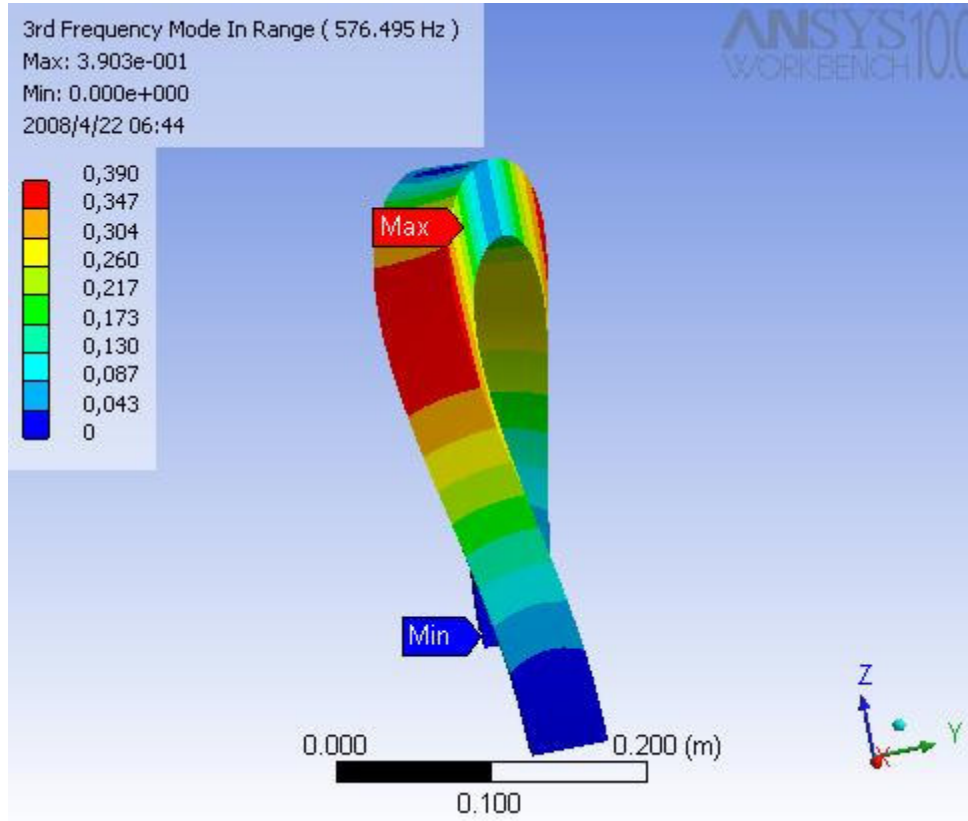
Dörtgen kesitli eğri kirişlerin ankastre-ankastre sınır şartlarındaki mod şekilleri Şekil 6.29, Şekil 6.30, Şekil 6.31, Şekil 6.32, Şekil 6.33, Şekil 6.34, Şekil 6.35, Şekil 6.36’da, ankastre-serbest sınır şartlarındaki mod şekilleri de Şekil 6.37, Şekil 6.38, Şekil 6.39, Şekil 6.40, Şekil 6.41, Şekil 6.42, Şekil 6.43, Şekil 6.44’ de görülmektedir.



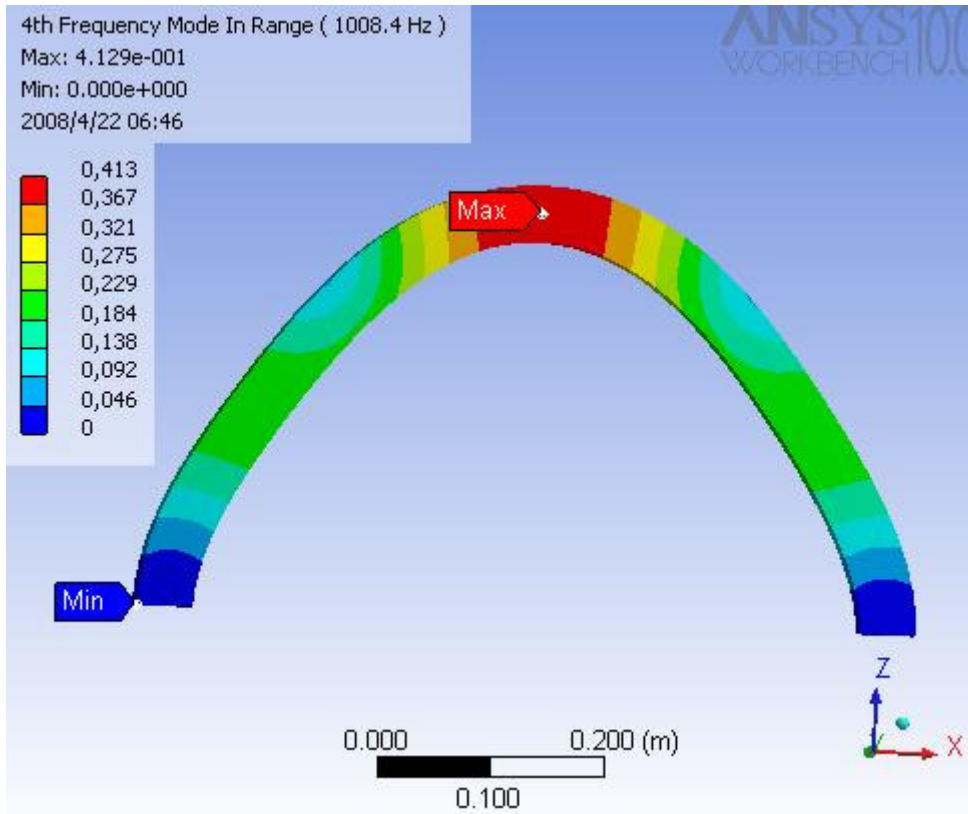
Şekil 6.29 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 1.mod



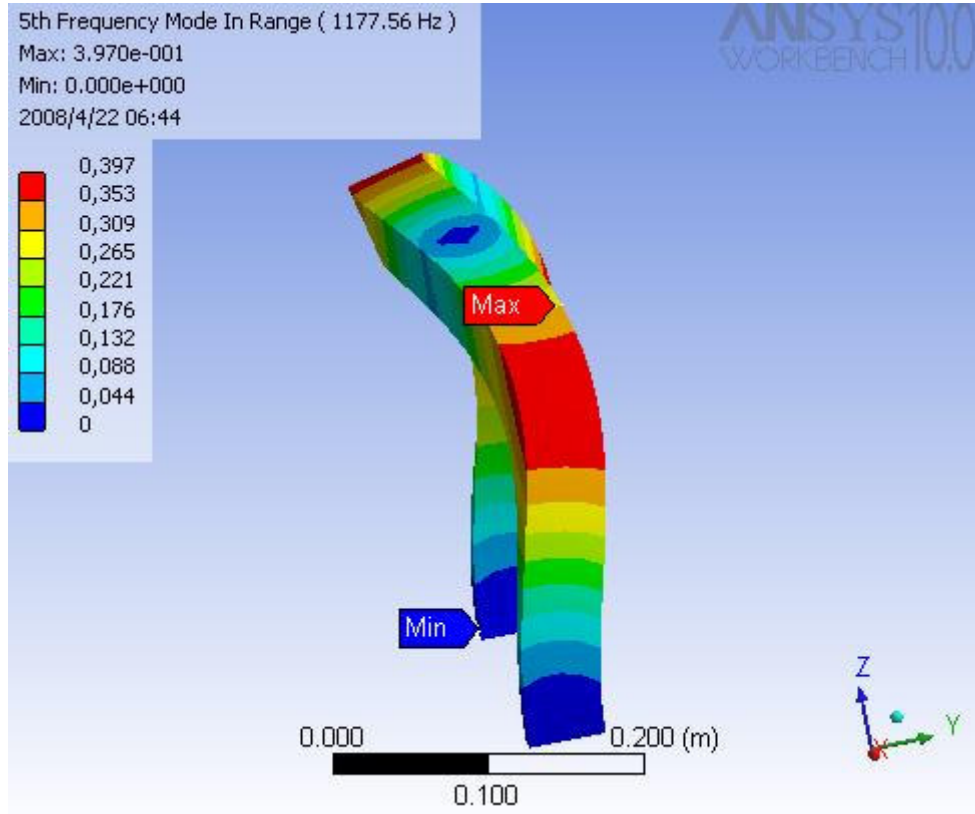
Şekil 6.30 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 2.mod



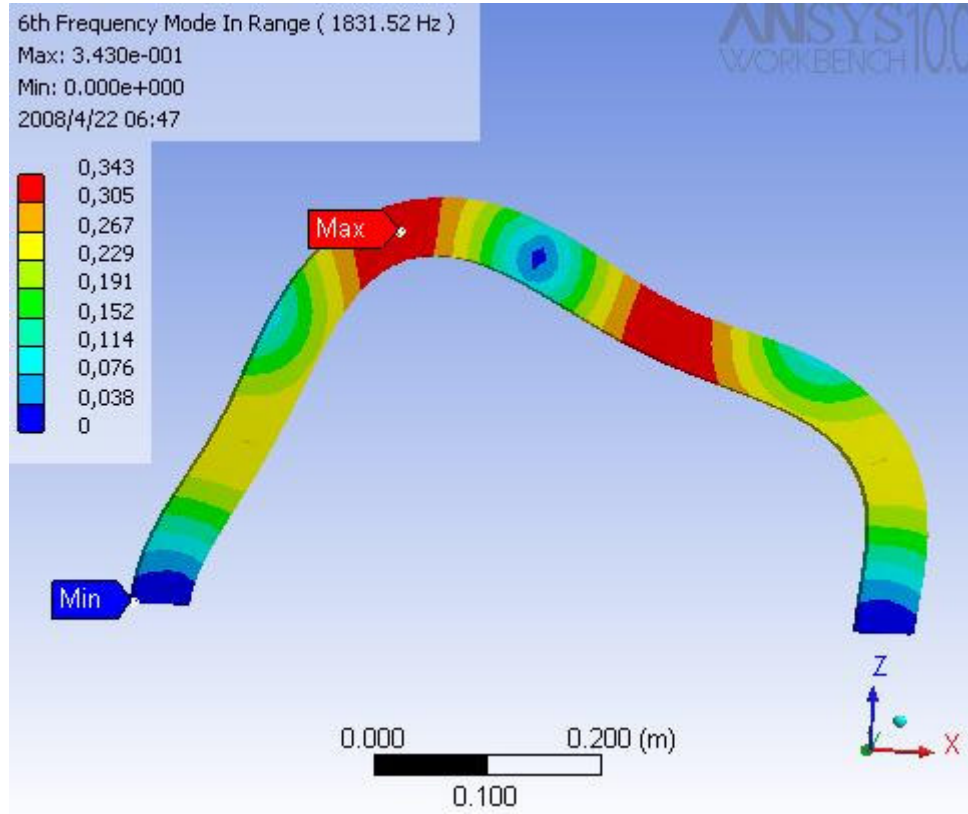
Şekil 6.31 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 3.mod



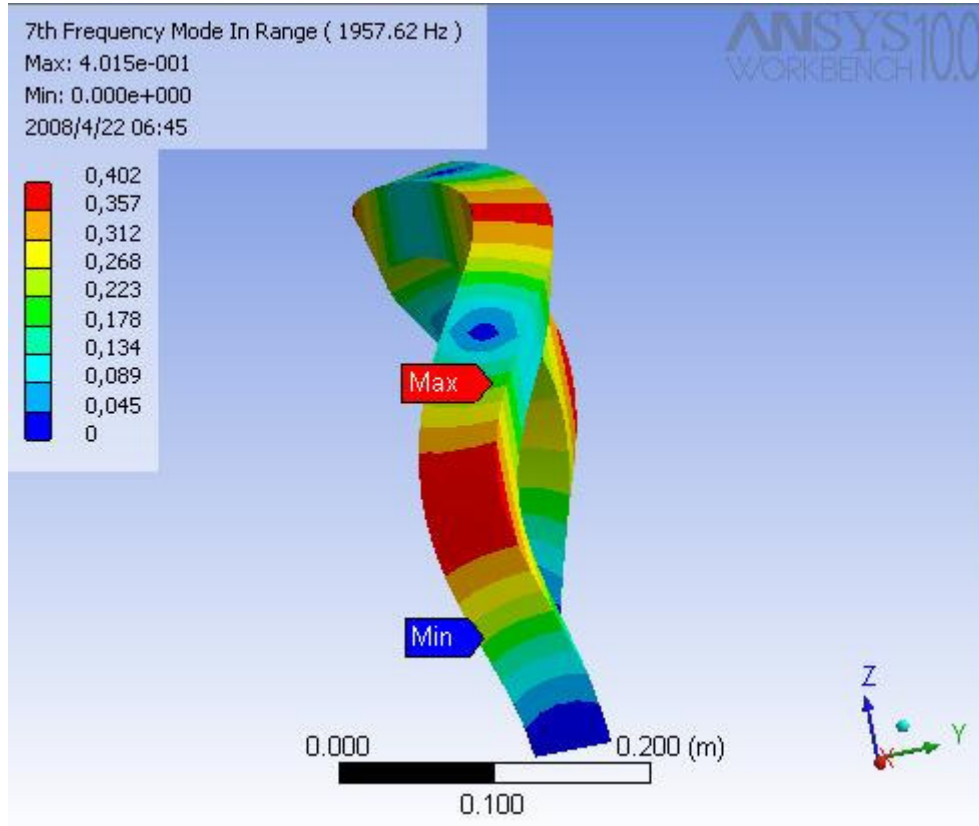
Şekil 6.32 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 4.mod



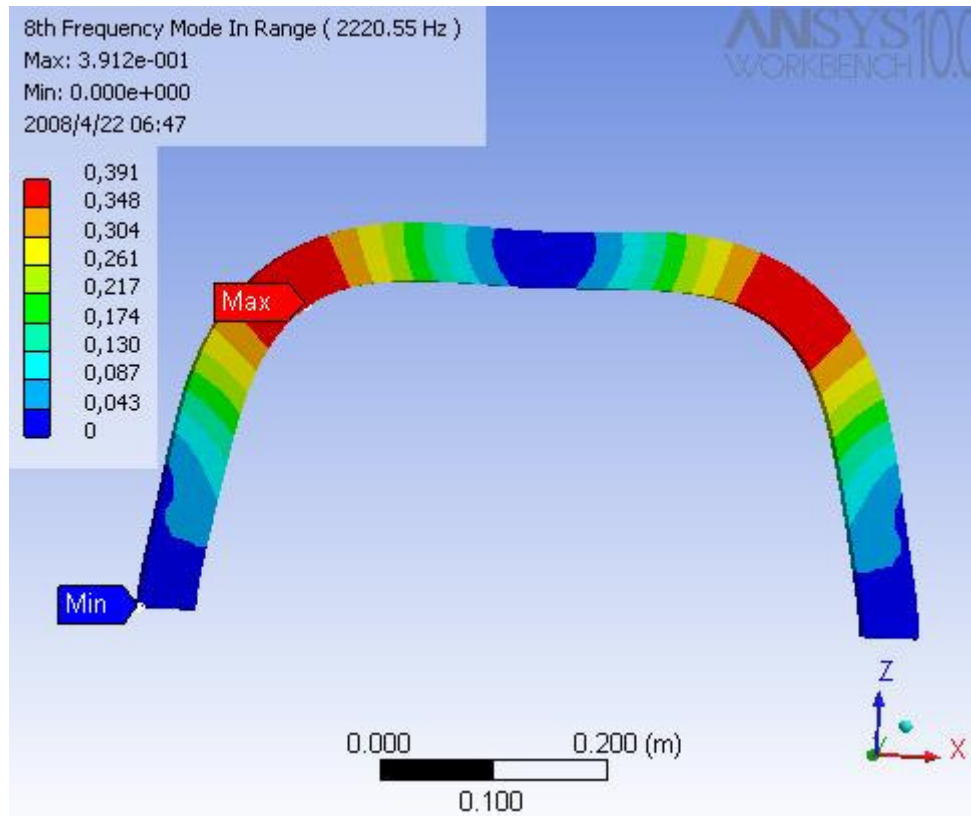
Şekil 6.33 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 5.mod



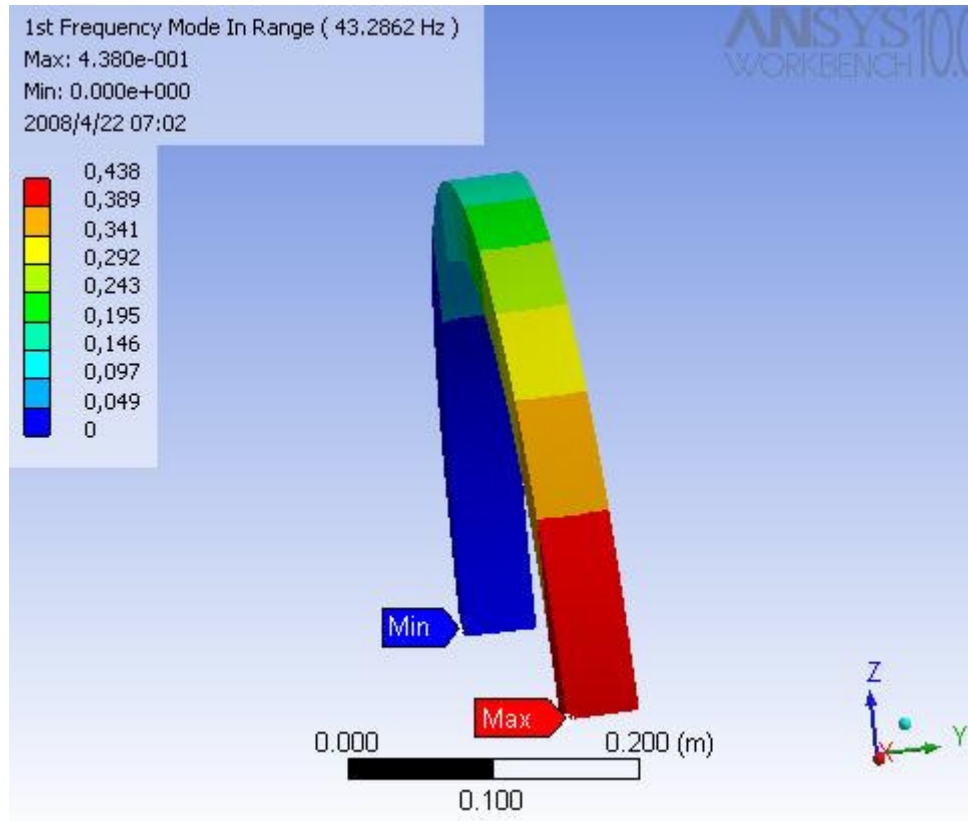
Şekil 6.34 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 6.mod



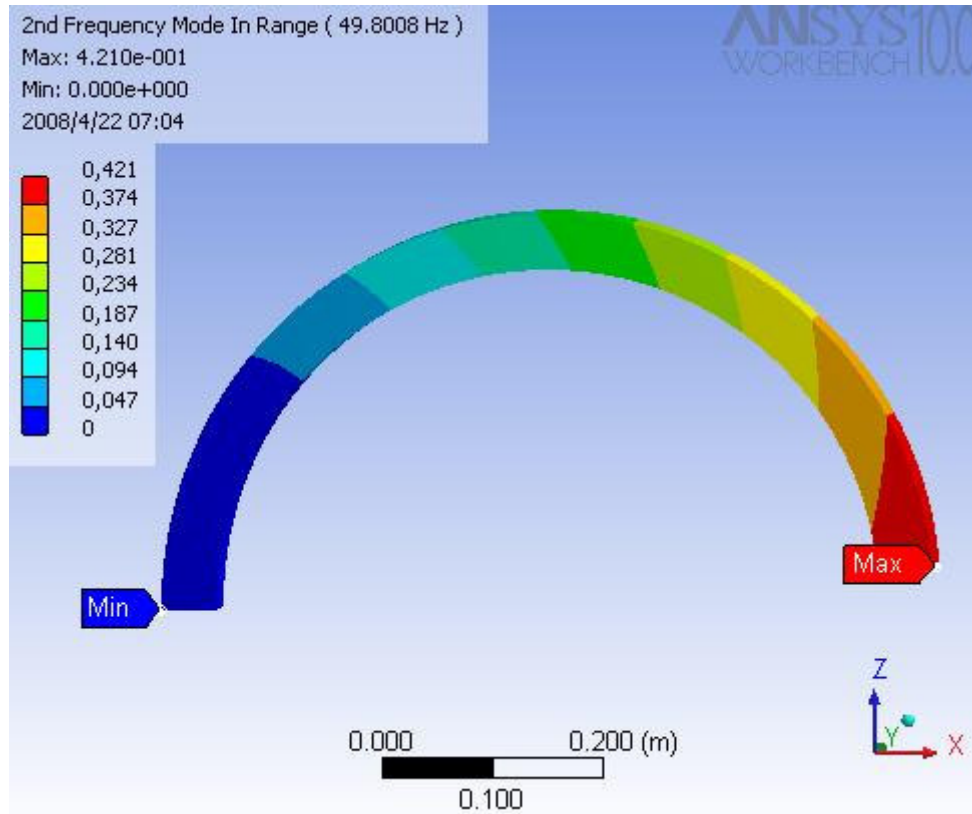
Şekil 6.35 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 7.mod



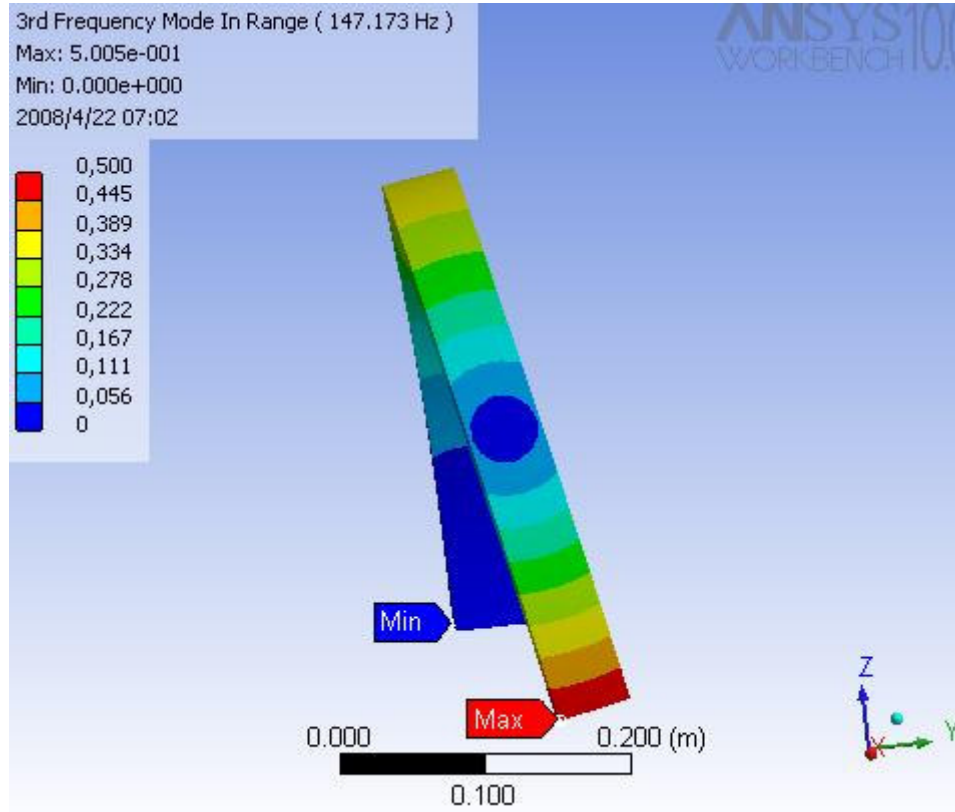
Şekil 6.36 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 8.mod



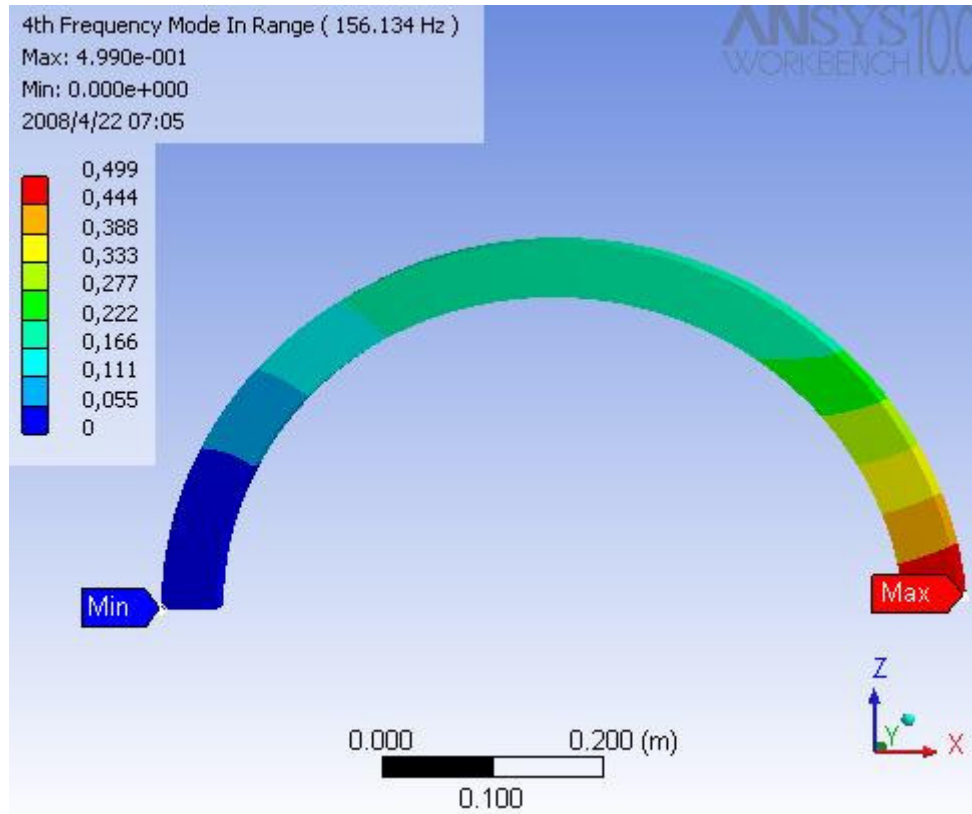
Şekil 6.37 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 1.mod



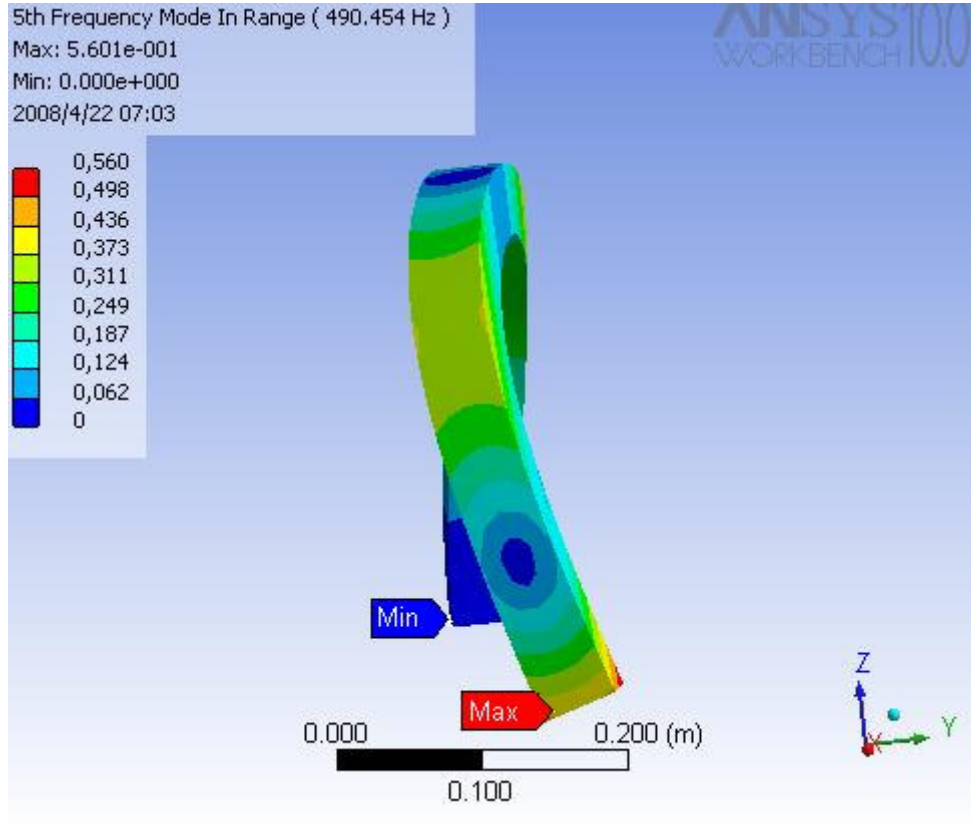
Şekil 6.38 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 2.mod



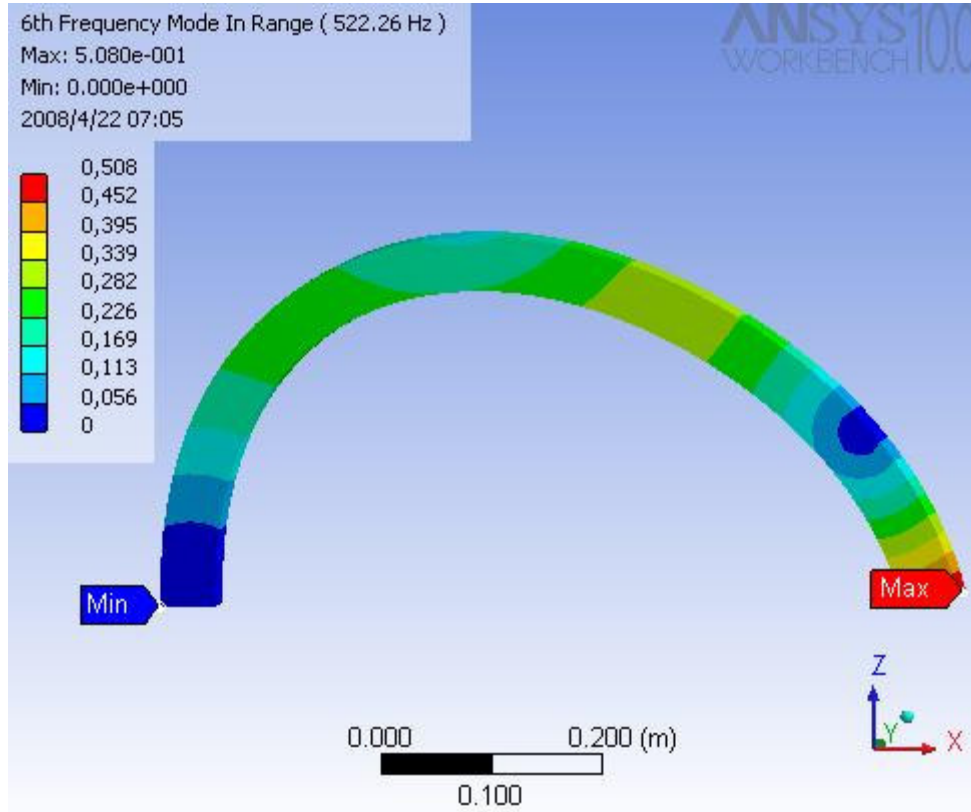
Şekil 6.39 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 3.mod



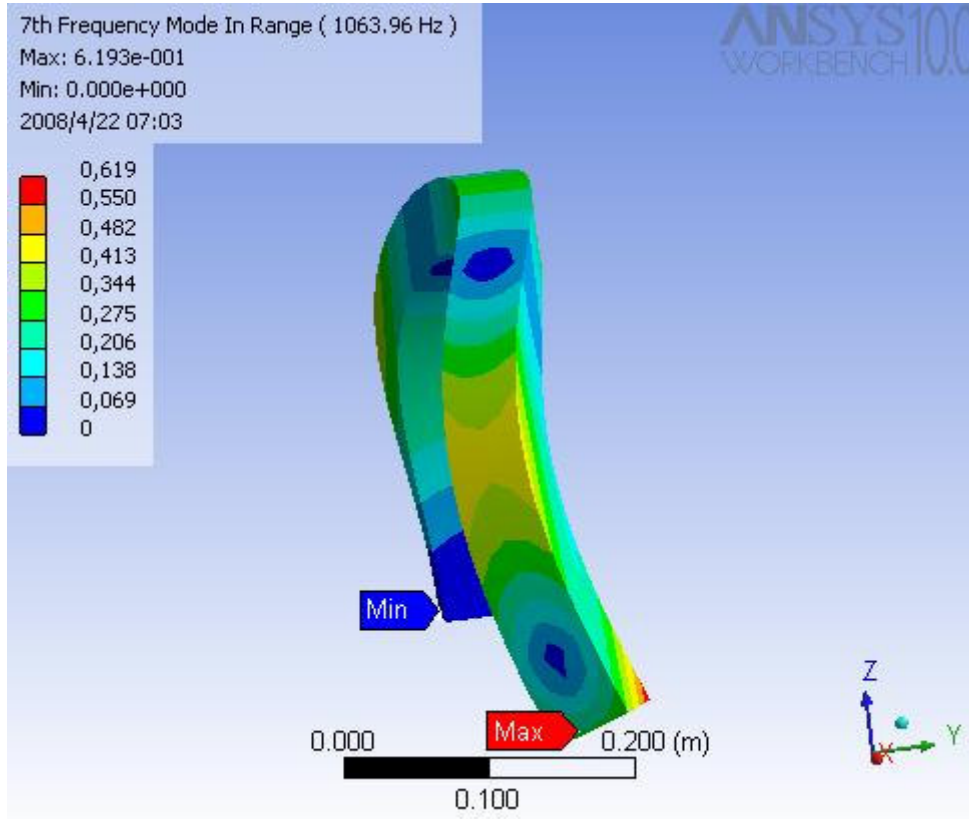
Şekil 6.40 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 4.mod



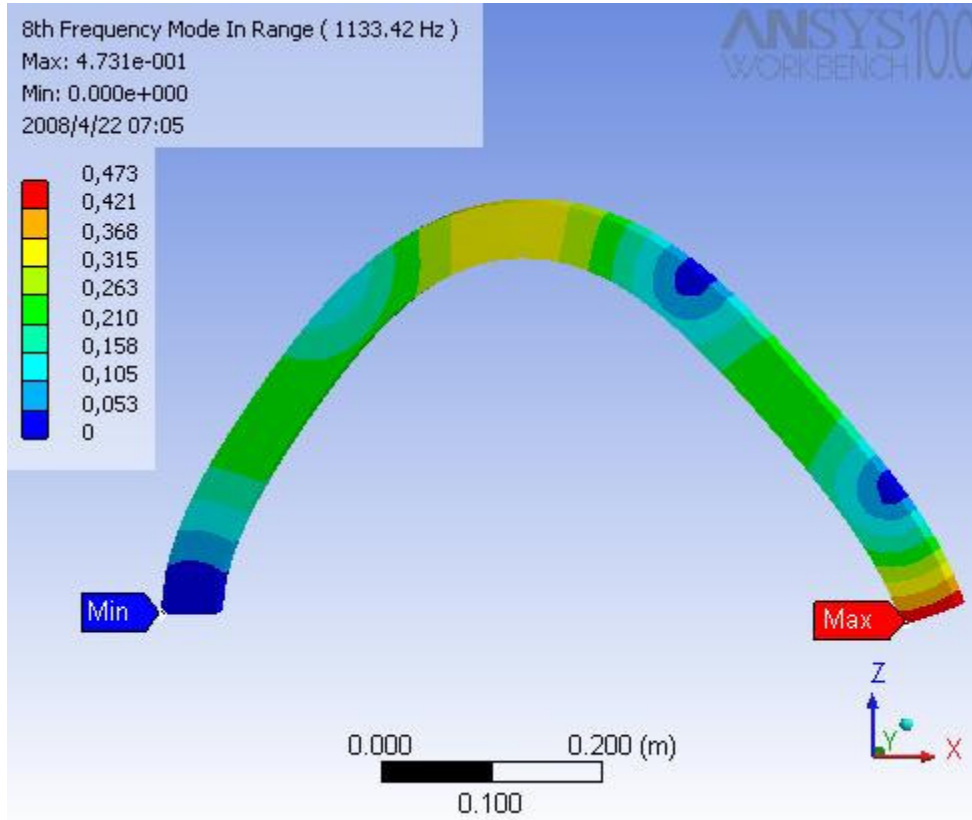
Şekil 6.41 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 5.mod



Şekil 6.42 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 6.mod



Şekil 6.43 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 7.mod

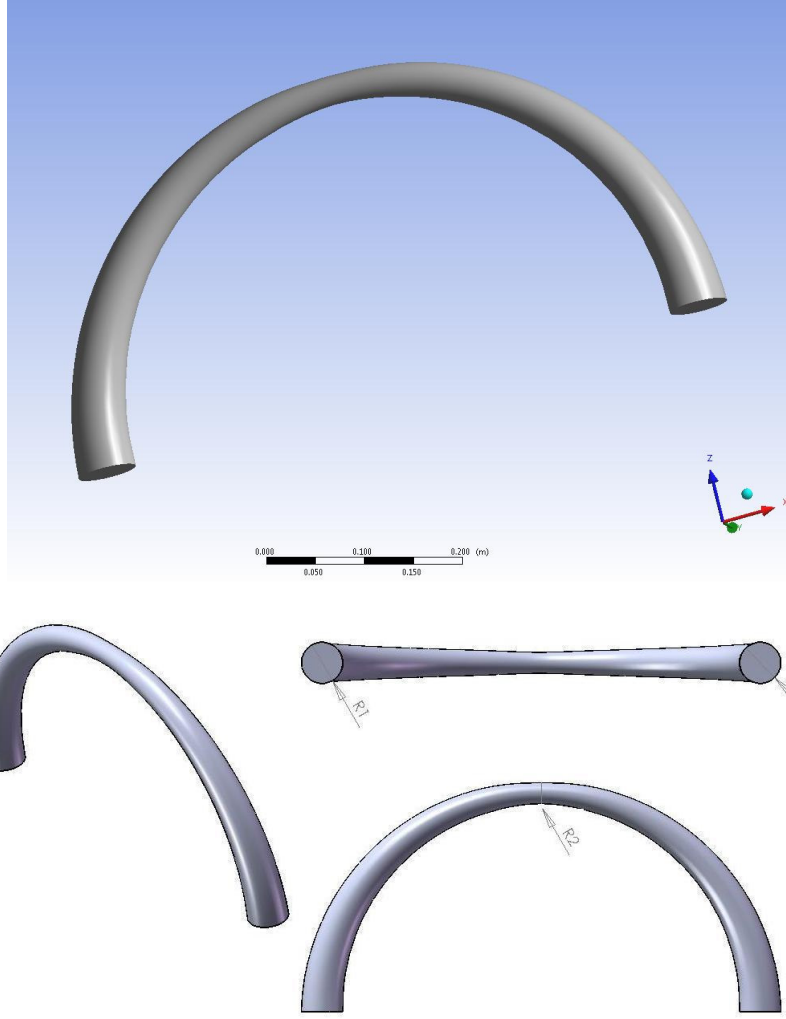


Şekil 6.44 Dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 8.mod

6.3 DARALIP GENİŞLEYEN EĞRİ KİRİŞLER

6.3.1 Daire Kesitli Daralıp Genişleyen Eğri Kirişler

Daire kesitli daralıp genişleyen eğri kirişler için üç adet model belirlenmiş ve bunların boyutları Çizelge 6.16’da, tanımlayıcı şekilleri Şekil 6.45’de verilmiştir.



Şekil 6.45 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.16 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş modelleri

	7 Model	8 Model	9 Model
R1	0,04 m	0,03 m	0,03 m
R2	0,02 m	0,02 m	0,015 m
L	1 m	1 m	1 m

Çizelge 6.17’da 7. Model için ankastre–ankastre ve ankastre-serbest, Çizelge 6.18’de 8. Model için ankastre–ankastre ve ankastre-serbest, Çizelge 6.19’da 9. Model için ankastre–ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir.

Çizelge 6.17 - 7. Model için ($R_1=0.04m$, $R_2=0.02m$) ankastre- ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	Ankastre-Ankastre		Ankastre-Serbest	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	345,70	340,32	40,72	38,80
ω_2	654,02	636,99	43,37	42,38
ω_3	745,53	719,54	141,43	139,48
ω_4	1287,15	1227,36	177,82	170,28
ω_5	1395,27	1310,07	477,79	456,34
ω_6	2155,59	2002,49	559,52	548,24
ω_7	2292,71	2085,95	956,85	916,74
ω_8	2316,80	2281,88	1252,63	1209,79

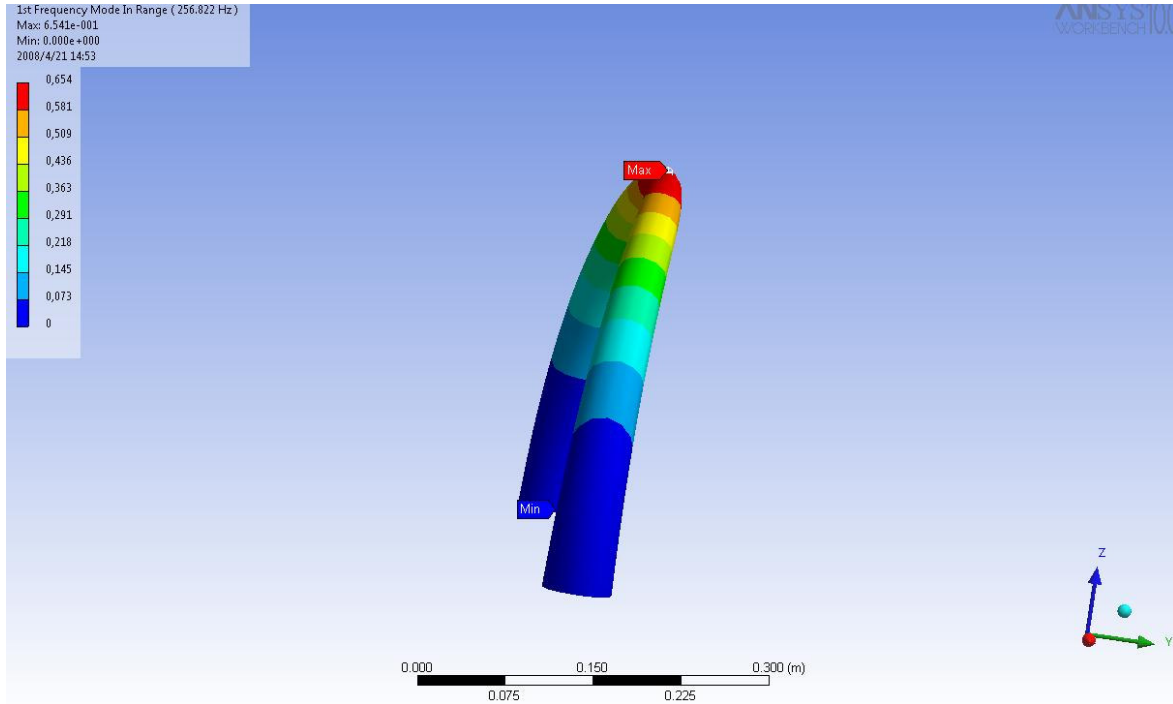
Çizelge 6.18 – 8. Model için ($R_1=0.03m$, $R_2=0.02m$) ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	Ankastre-Ankastre		Ankastre-Serbest	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	242,00	239,49	38,91	37,36
ω_2	501,49	492,64	41,58	41,03
ω_3	583,63	569,36	124,40	123,29
ω_4	1021,53	987,55	145,79	141,88
ω_5	1137,39	1087,64	431,71	417,35
ω_6	1787,86	1696,35	467,46	460,91
ω_7	1906,51	1781,32	911,08	875,87
ω_8	2216,60	2161,60	1039,56	1013,55

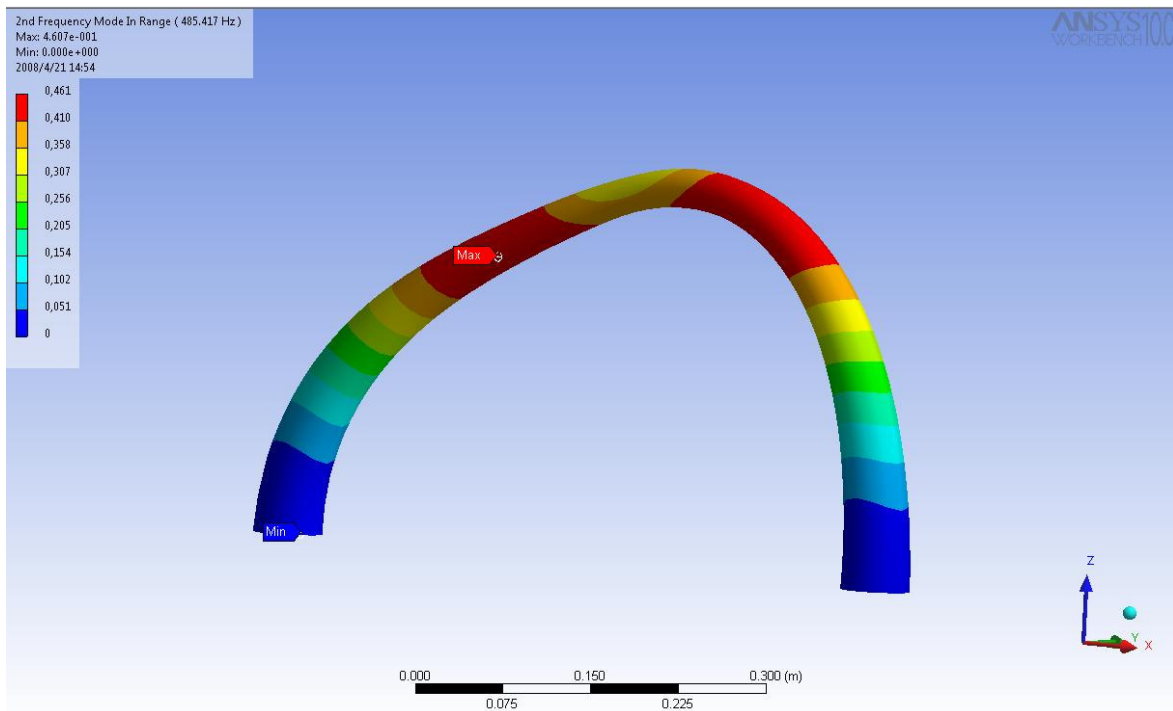
Çizelge 6.19 – 9. Model için ($R_1=0.03m$, $R_2=0.015m$) ankastre- ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	Ankastre-Ankastre		Ankastre-Serbest	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	259,43	256,82	30,55	29,12
ω_2	492,42	485,42	32,55	31,79
ω_3	560,23	548,73	106,29	104,89
ω_4	977,82	950,54	133,98	129,12
ω_5	1051,56	1012,75	370,16	357,42
ω_6	1643,45	1571,69	422,61	417,40
ω_7	1729,08	1634,44	774,19	748,58
ω_8	2150,68	2077,03	948,12	928,16

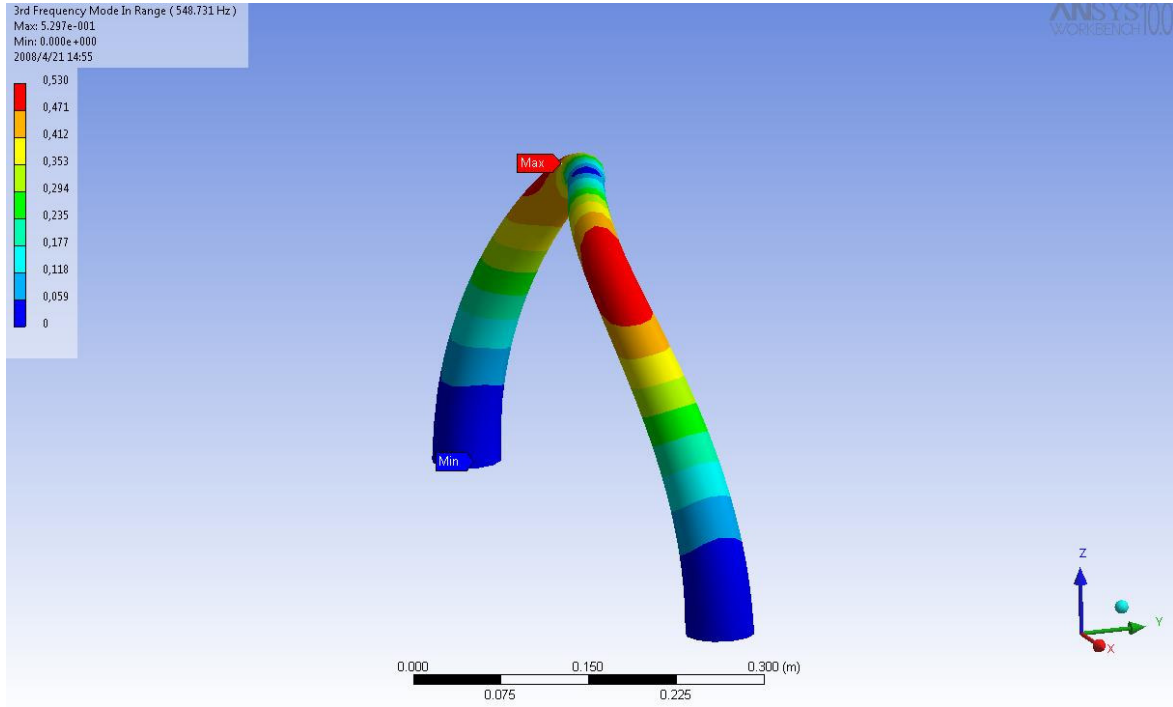
Daire kesitli daralıp genişleyen eğri kirişlerin ankastre-ankastre sınır şartlarındaki mod şekilleri Şekil 6.46, Şekil 6.47, Şekil 6.48, Şekil 6.49, Şekil 6.50, Şekil 6.51, Şekil 6.52, Şekil 6.53’de, ankastre-serbest sınır şartlarındaki mod şekilleri de Şekil 6.54, Şekil 6.55, Şekil 6.56, Şekil 6.57, Şekil 6.58, Şekil 6.59, Şekil 6.60, Şekil 6.61’ de görülmektedir.



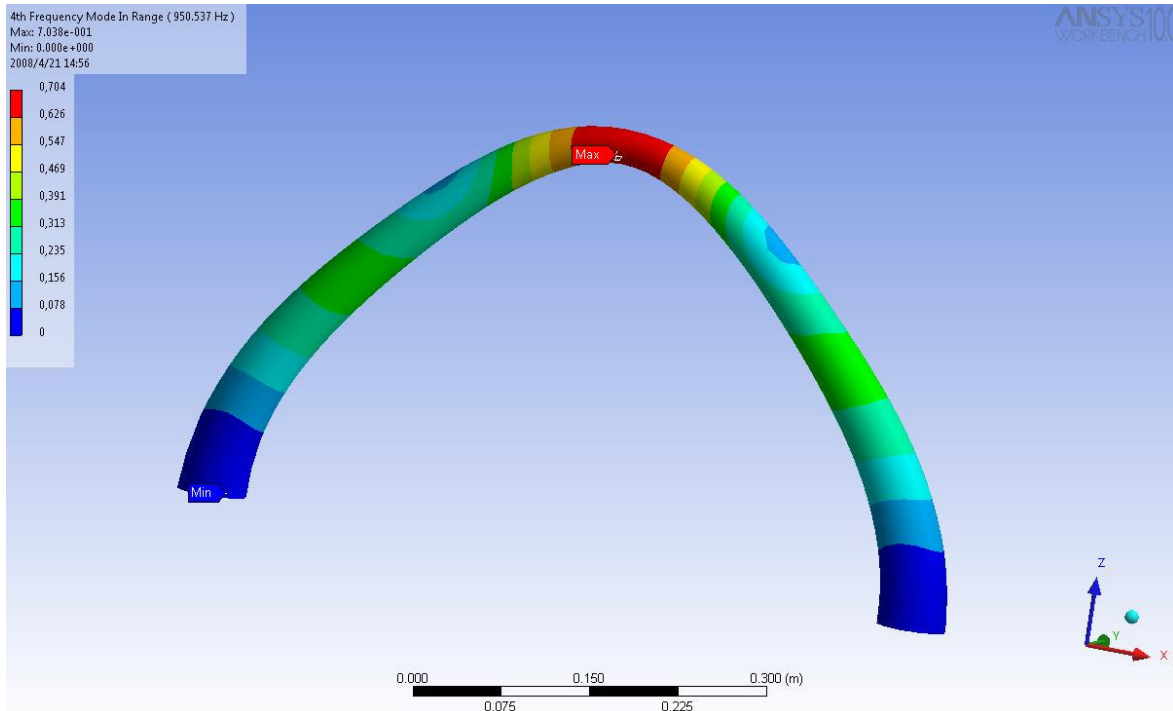
Şekil 6.46 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 1.mod



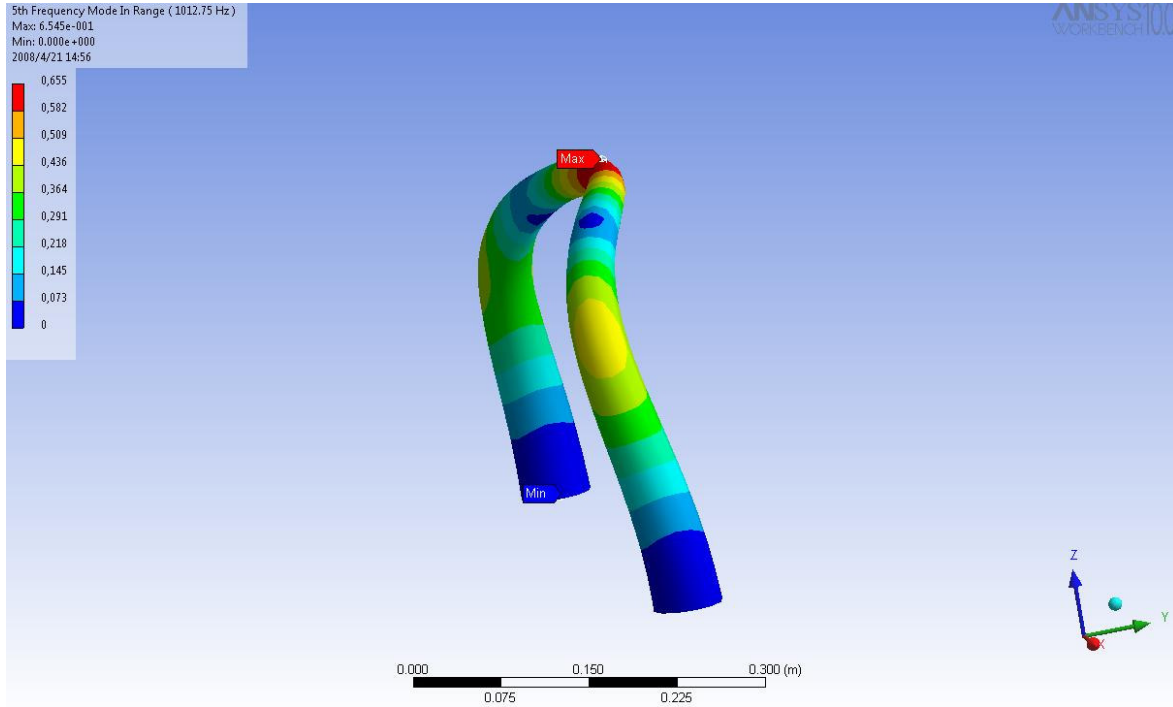
Şekil 6.47 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 2.mod



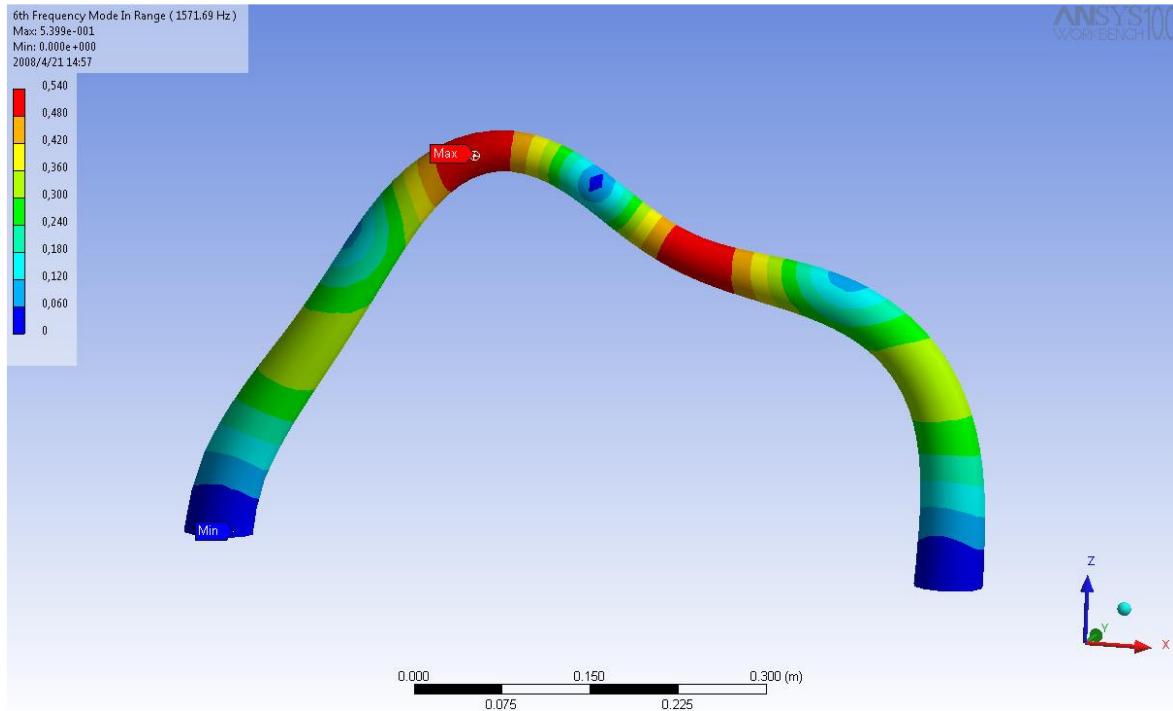
Şekil 6.48 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 3.mod



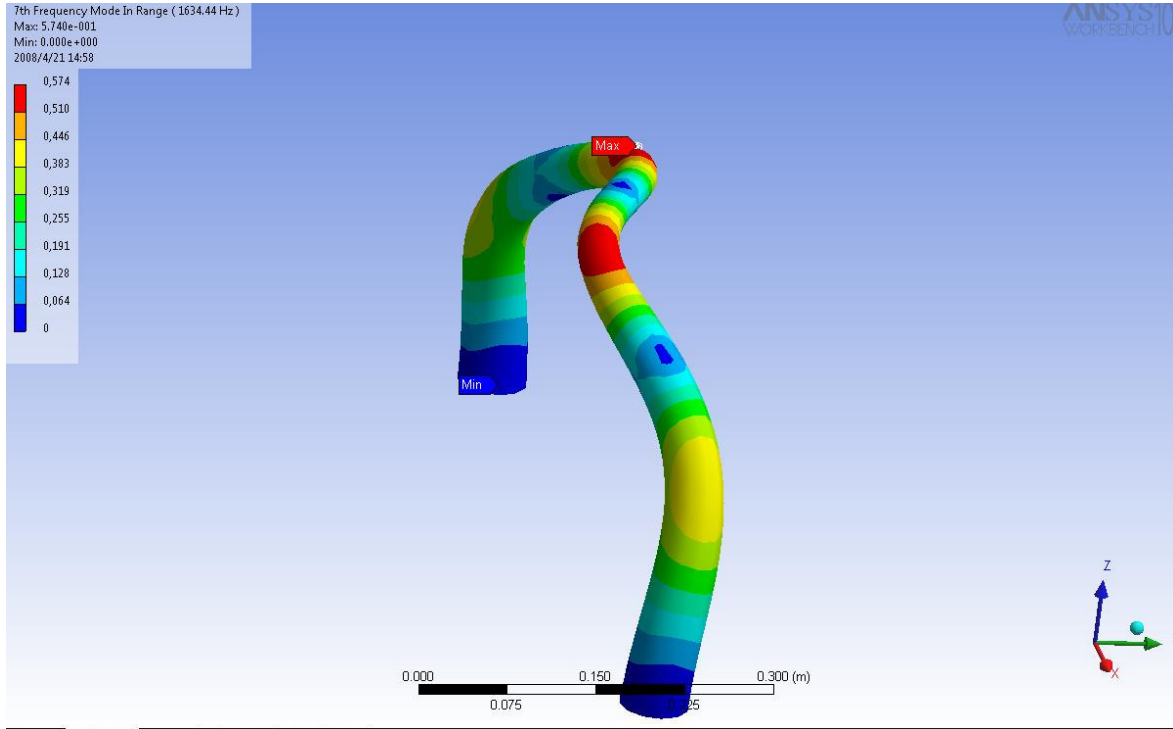
Şekil 6.49 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 4.mod



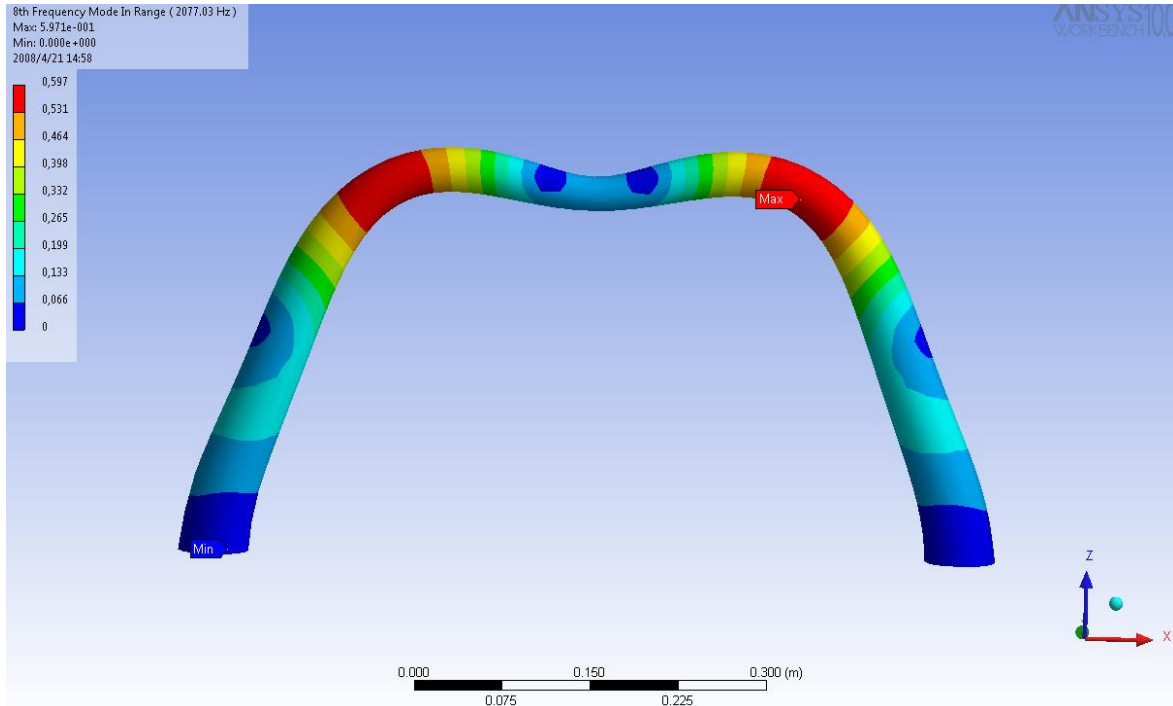
Şekil 6.50 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 5.mod



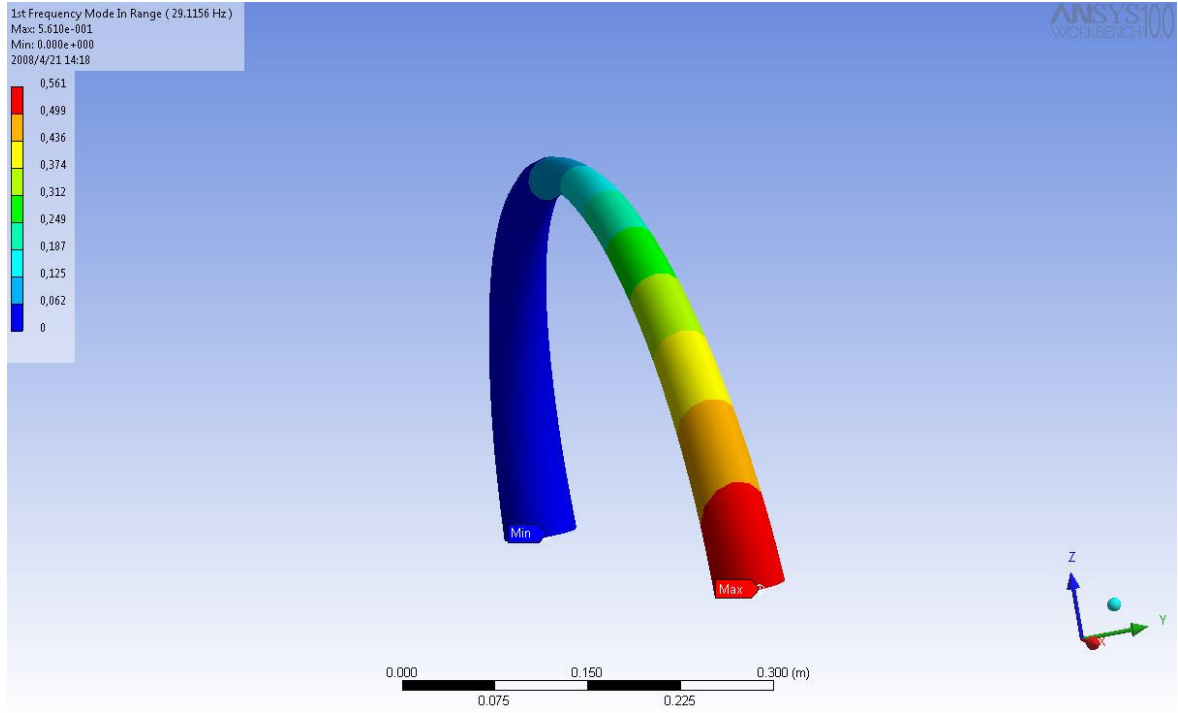
Şekil 6.51 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 6.mod



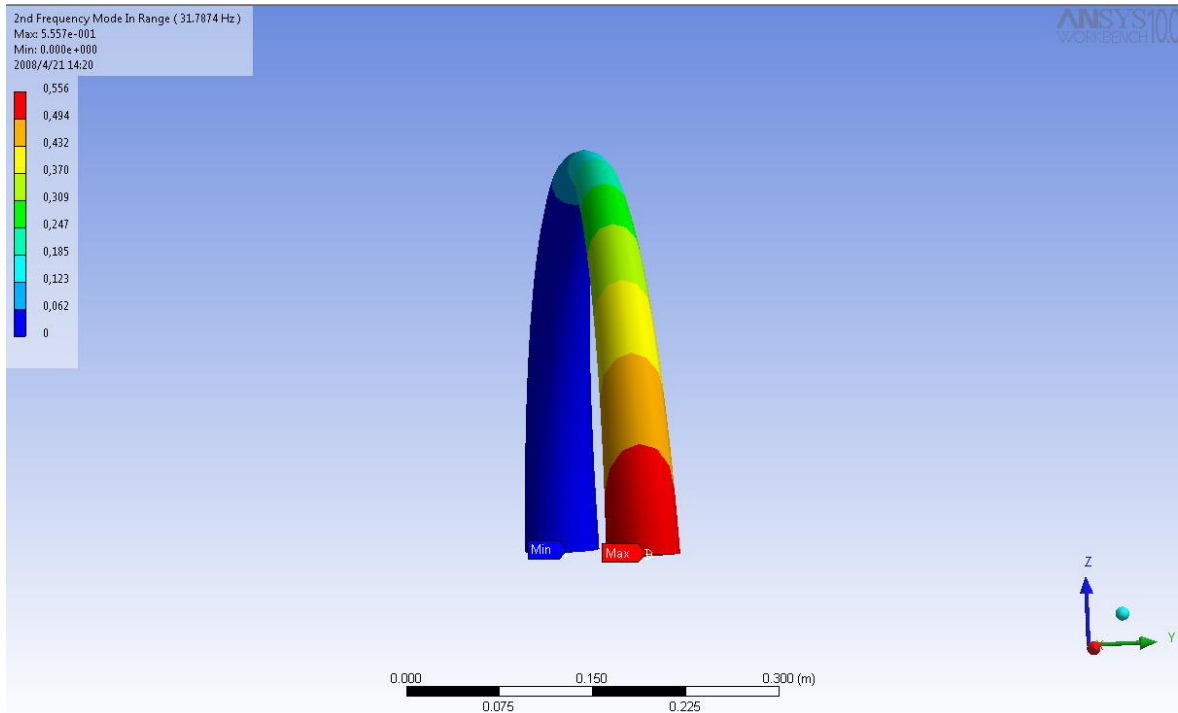
Şekil 6.52 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 7.mod



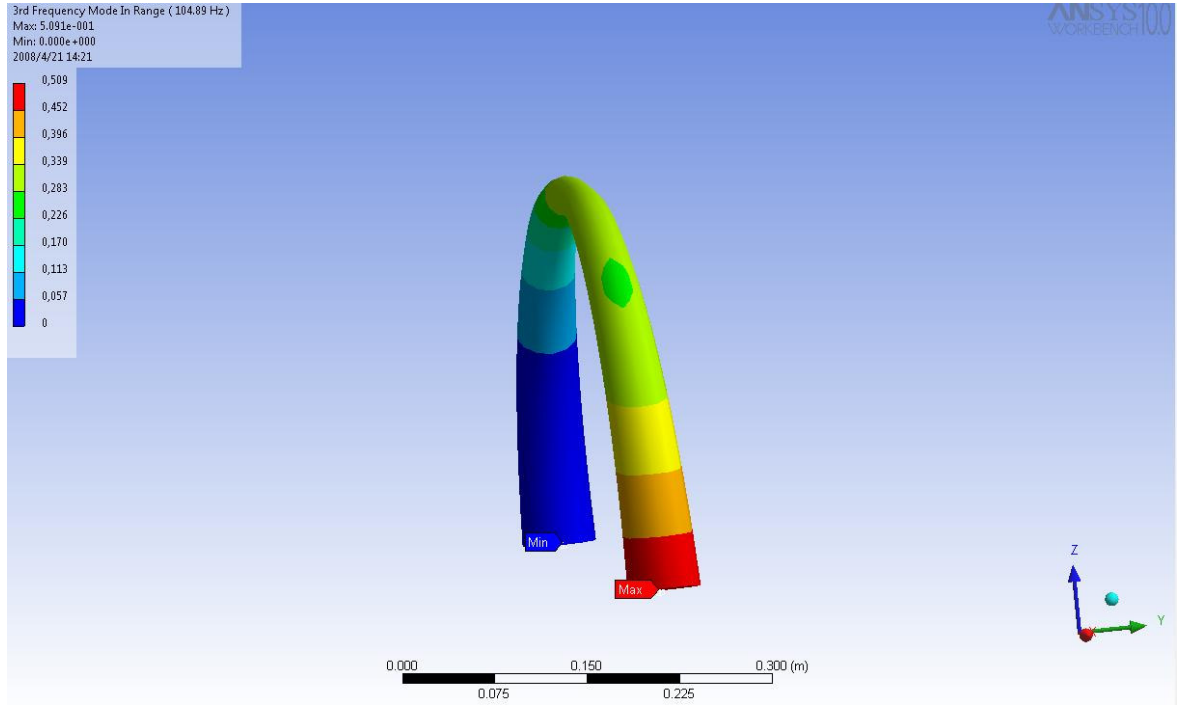
Şekil 6.53 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 8.mod



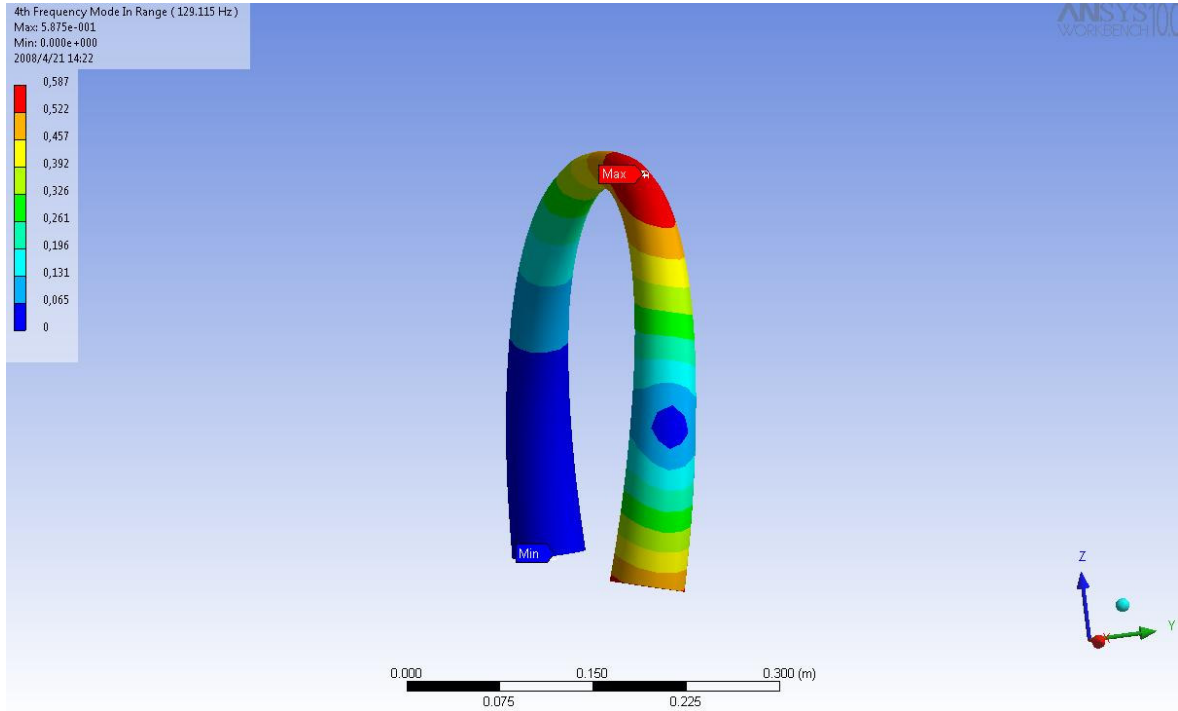
Şekil 6.54 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 1.mod



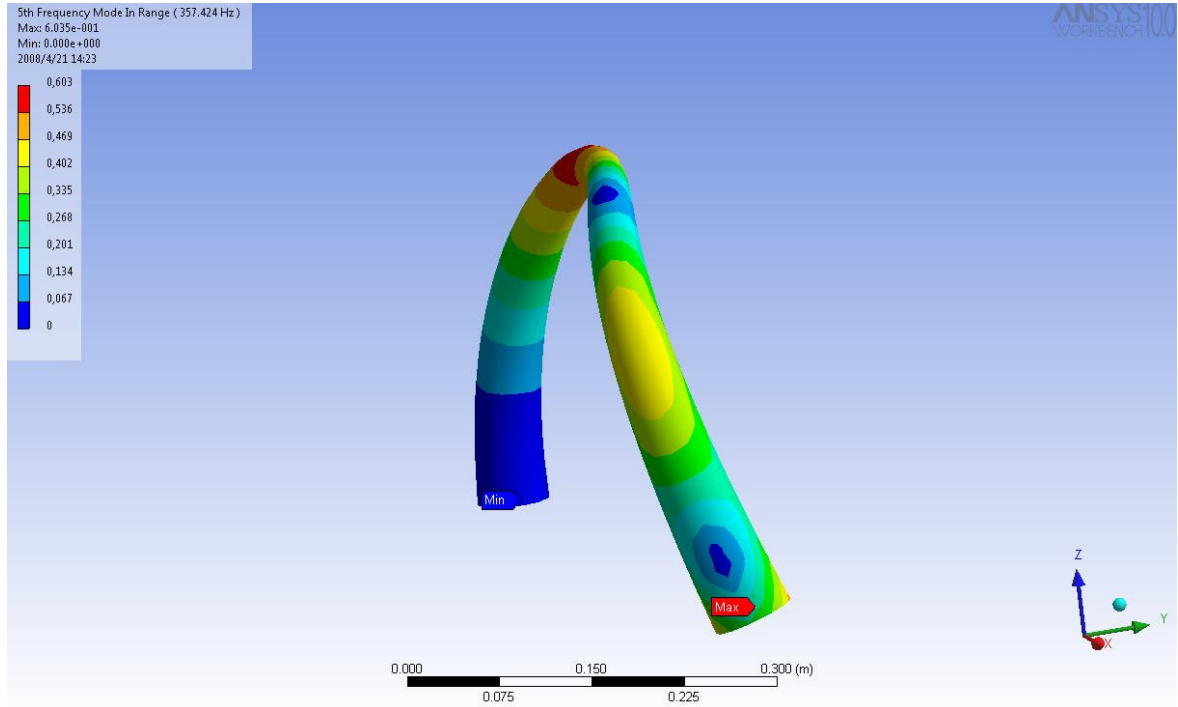
Şekil 6.55 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 2.mod



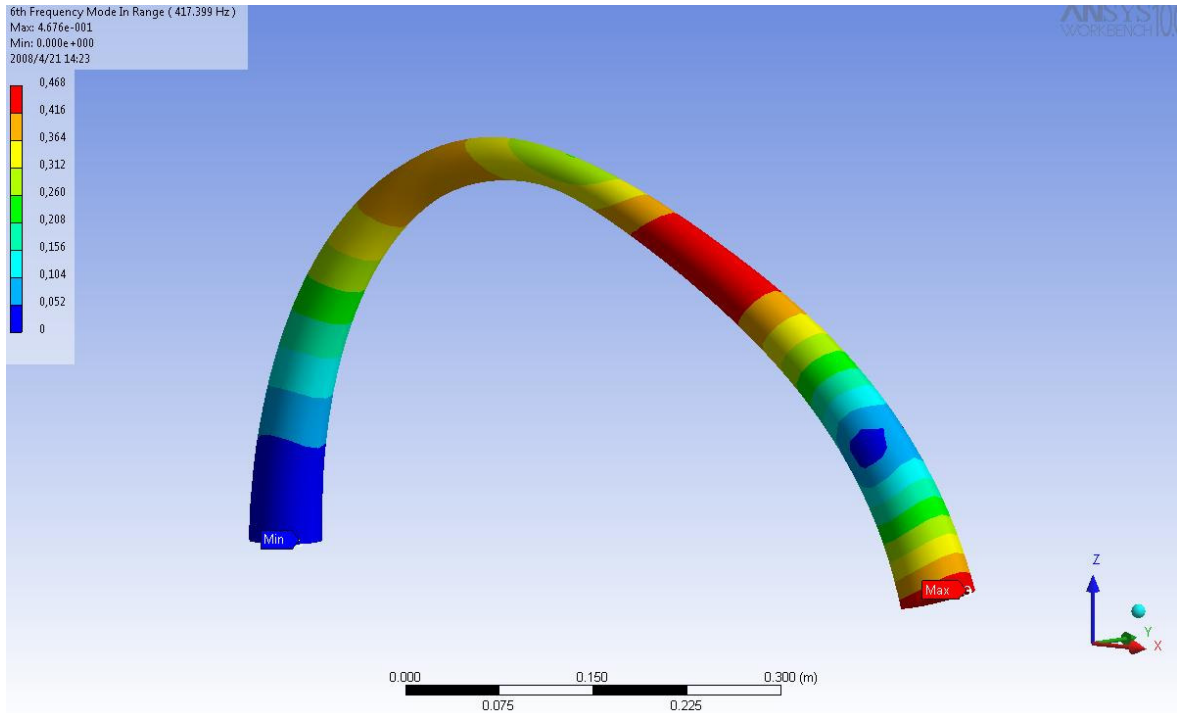
Şekil 6.56 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 3.mod



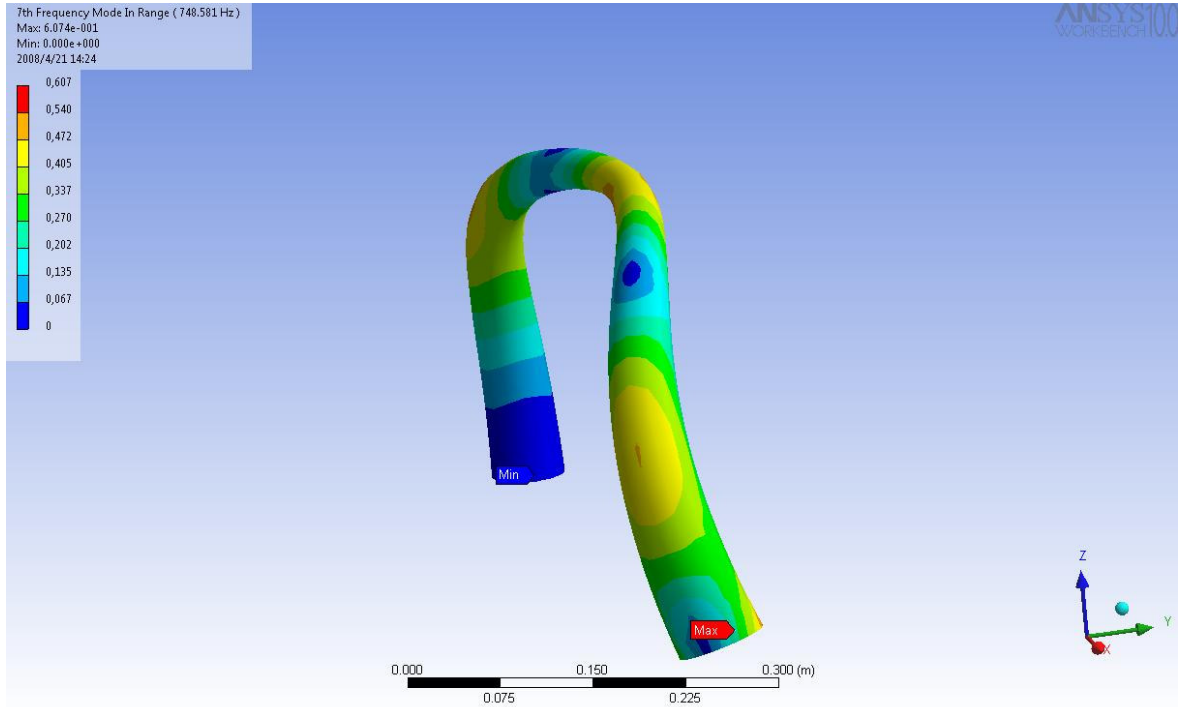
Şekil 6.57 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 4.mod



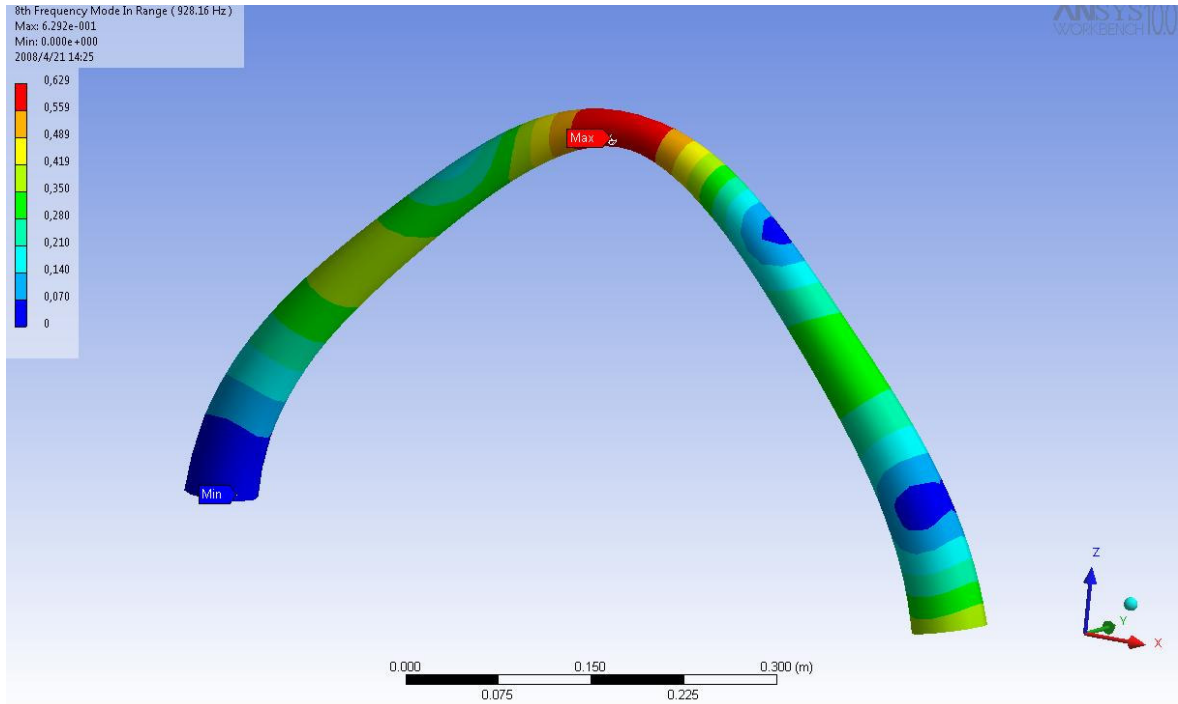
Şekil 6.58 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 5.mod



Şekil 6.59 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 6.mod



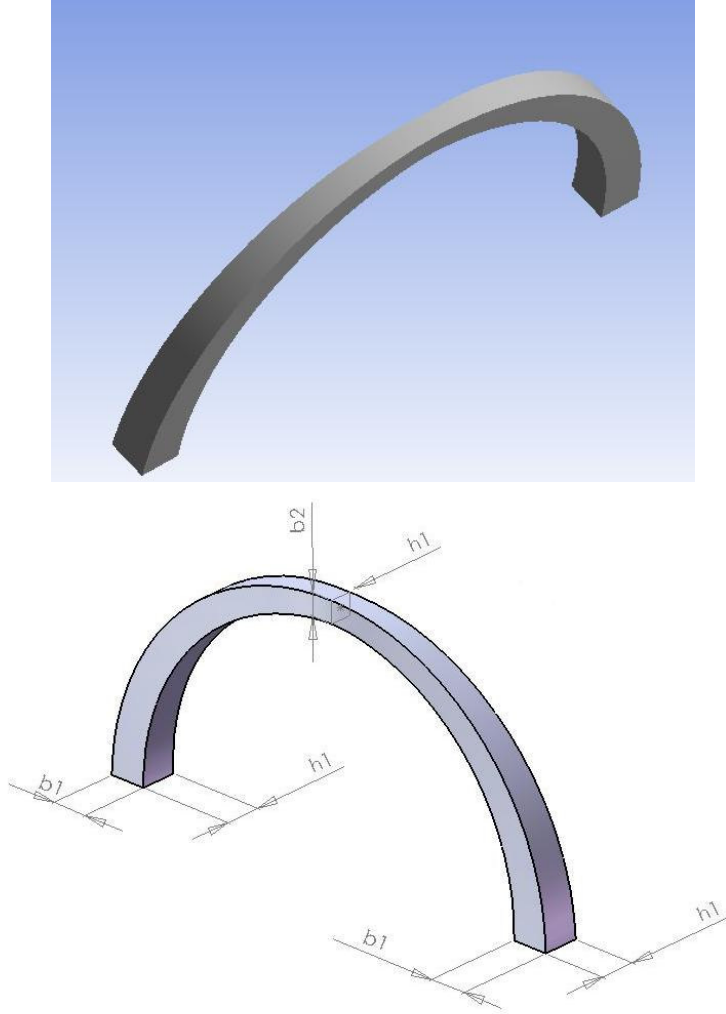
Şekil 6.60 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 7.mod



Şekil 6.61 Daralıp genişleyen daire kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 8.mod

6.3.2 Dörtgen Kesitli Daralıp Genişleyen Eğri Kirişler

Dörtgen kesitli daralıp genişleyen eğri kirişler için iki adet model belirlenmiş ve bunların boyutları Çizelge 6.20’de, tanımlayıcı şekilleri Şekil 6.62’de verilmiştir.



Şekil 6.62 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.20 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş modelleri

	10 Model	11 Model
b1	0,05 m	0,05 m
h1	0,05 m	0,05 m
b2	0,04 m	0,03 m
h2	0,04 m	0,03 m
L	1 m	1 m

Çizelge 6.21’de 10. Model için ankastre–ankastre ve ankastre-serbest, Çizelge 6.22’de 11. Model için ankastre–ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir.

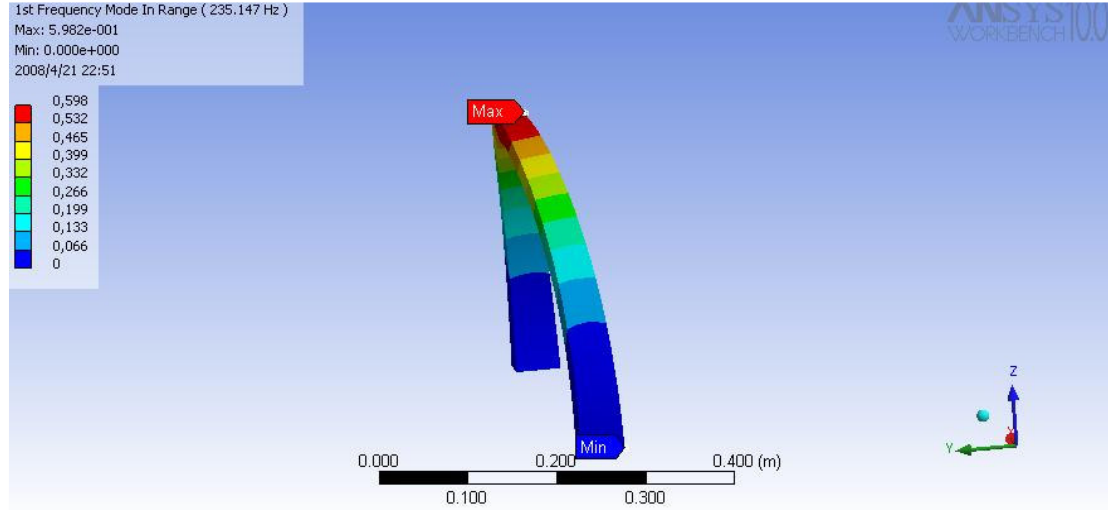
Çizelge 6.21 – 10. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.04\text{m}$, $h_2=0.04\text{m}$, $L=1\text{m}$) ankastre-ankastre ve ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	Ankastre-Ankastre		Ankastre-Serbest	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	222,11	218,59	42,24	38,68
ω_2	488,76	479,91	45,00	44,73
ω_3	577,78	558,97	134,23	133,48
ω_4	1014,34	979,02	146,37	139,94
ω_5	1160,65	1100,03	459,41	435,37
ω_6	1823,64	1725,22	483,10	476,33
ω_7	1964,63	1816,55	986,15	930,41
ω_8	2224,16	2175,66	1070,45	1042,04

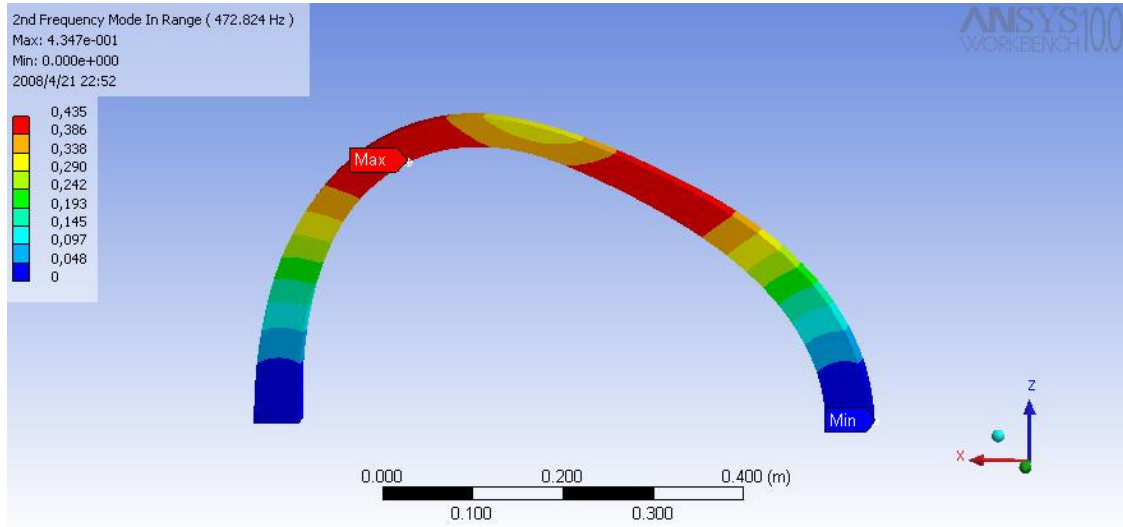
Çizelge 6.22 – 11. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.03\text{m}$, $h_2=0.03\text{m}$, $L=1\text{m}$) ankastre-ankastre ve ankastre- serbest sınır şartlarında doğal frekans değerleri.

Doğal Frekanslar	Ankastre-Ankastre		Ankastre-Serbest	
	Matlab	Ansys	Matlab	Ansys
ω_1	239,03	235,15	34,50	31,49
ω_2	479,50	472,82	36,87	36,30
ω_3	553,14	538,37	112,69	111,70
ω_4	968,68	941,04	136,51	129,14
ω_5	1061,91	1015,47	393,41	372,91
ω_6	1670,26	1594,90	433,23	428,20
ω_7	1768,69	1658,77	830,00	789,68
ω_8	2165,90	2098,17	966,51	945,78

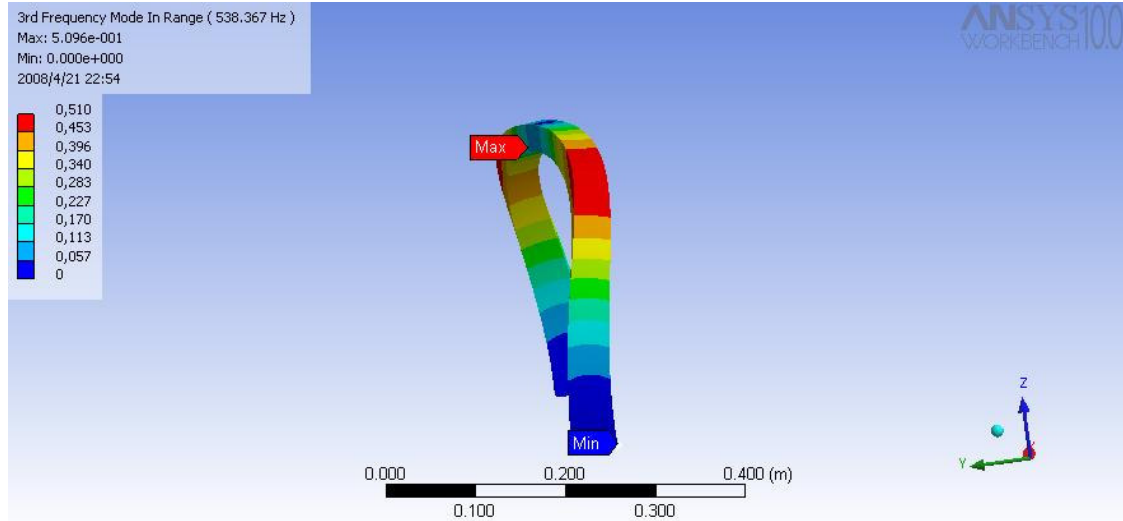
Dörtgen kesitli daralıp genişleyen eğri kirişlerin ankastre-ankastre sınır şartlarındaki mod şekilleri Şekil 6.63, Şekil 6.64, Şekil 6.65, Şekil 6.66, Şekil 6.67, Şekil 6.68, Şekil 6.69, Şekil 6.70’de, ankastre-serbest sınır şartlarındaki mod şekilleri de Şekil 6.71, Şekil 6.72, Şekil 6.73, Şekil 6.74, Şekil 6.75, Şekil 6.76, Şekil 6.77, Şekil 6.78’ de görülmektedir.



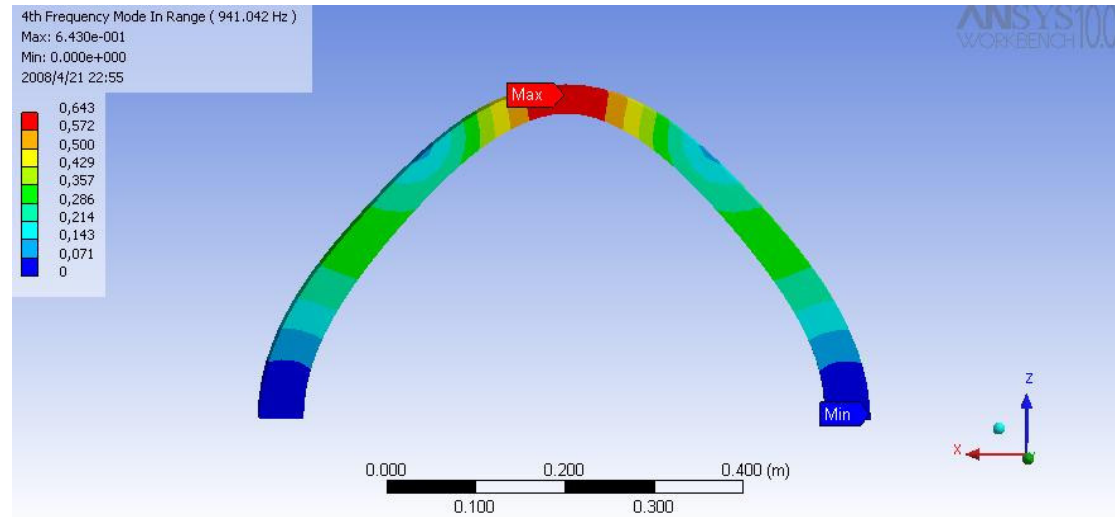
Şekil 6.63 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 1.mod



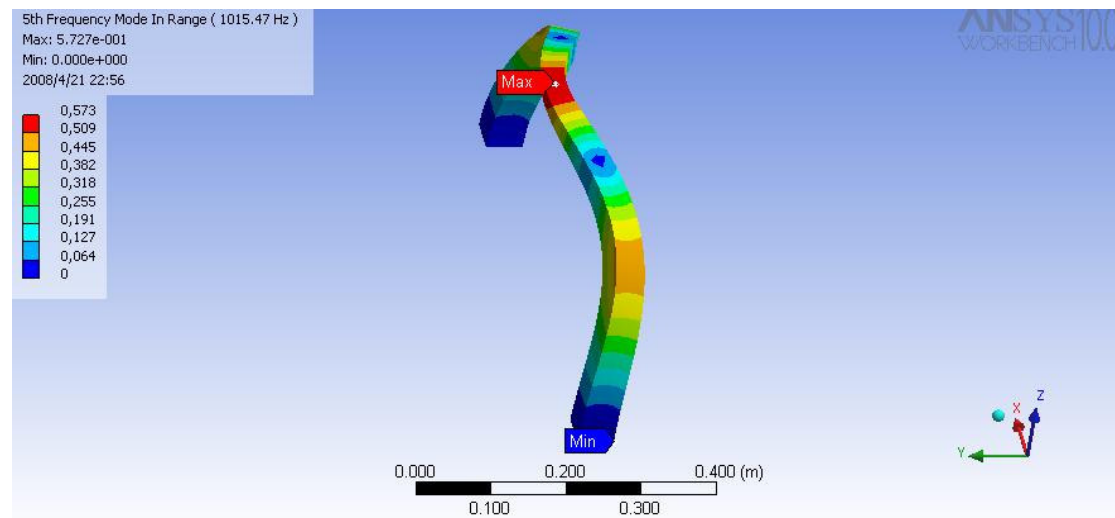
Şekil 6.64 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 2.mod



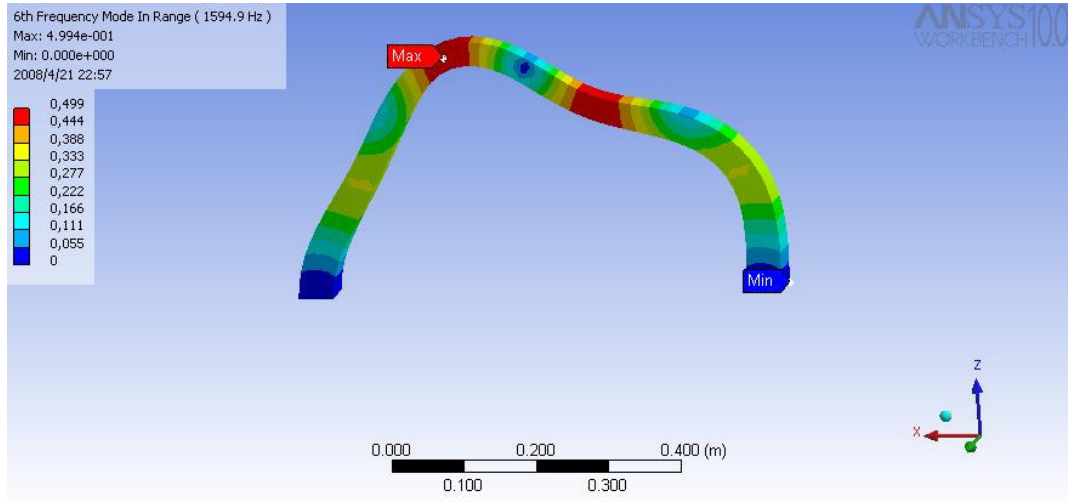
Şekil 6.65 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 3.mod



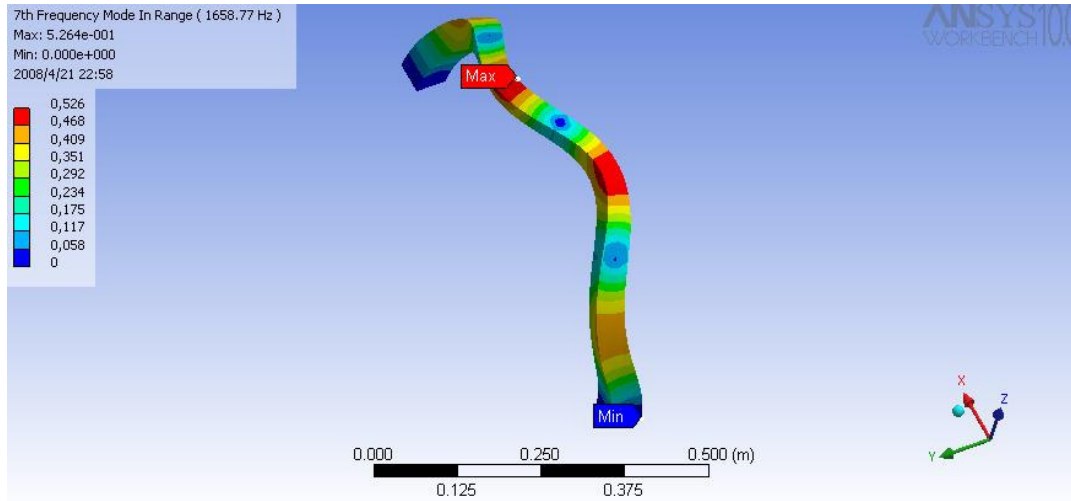
Şekil 6.66 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 4.mod



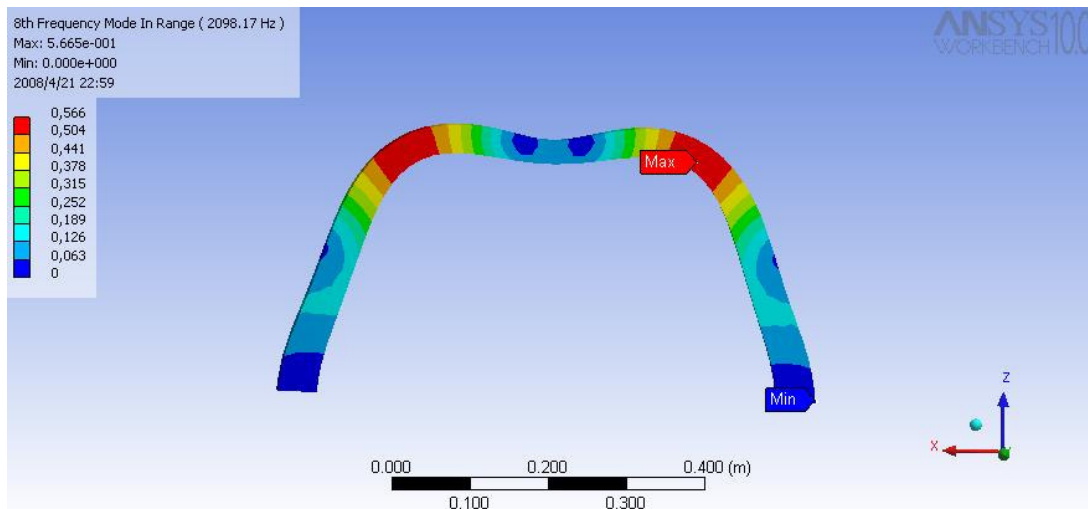
Şekil 6.67 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 5.mod



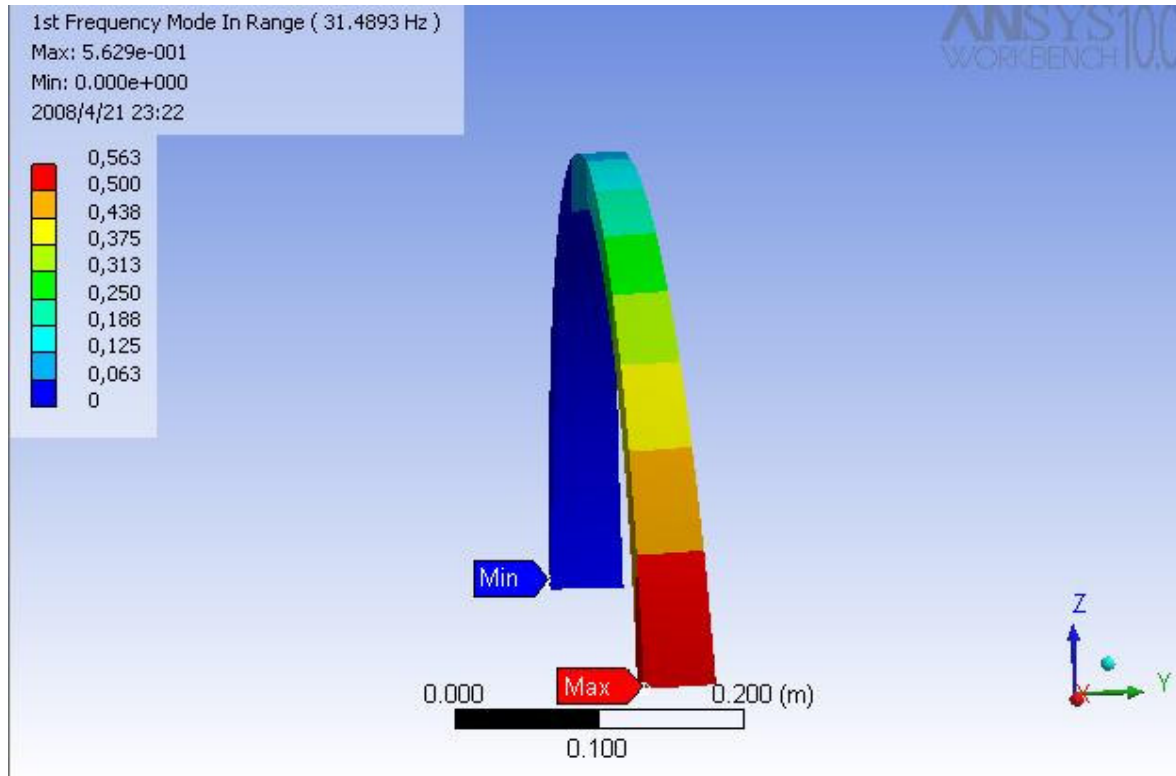
Şekil 6.68 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 6.mod



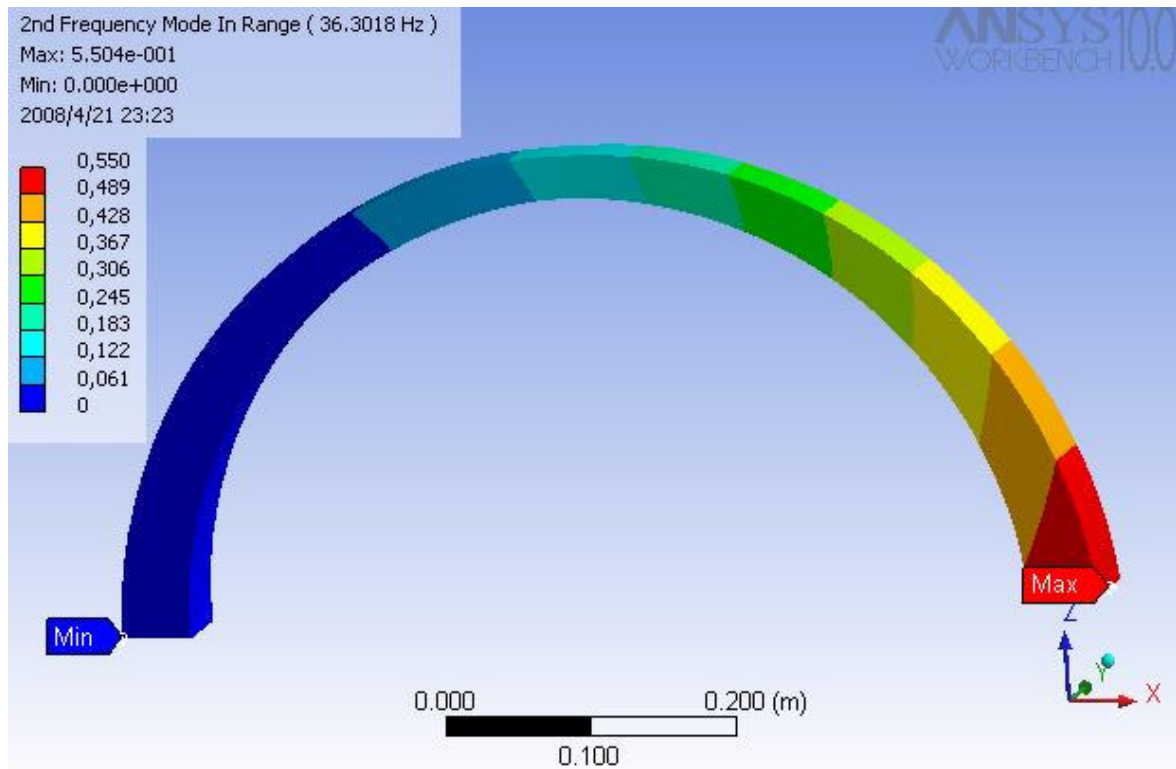
Şekil 6.69 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 7.mod



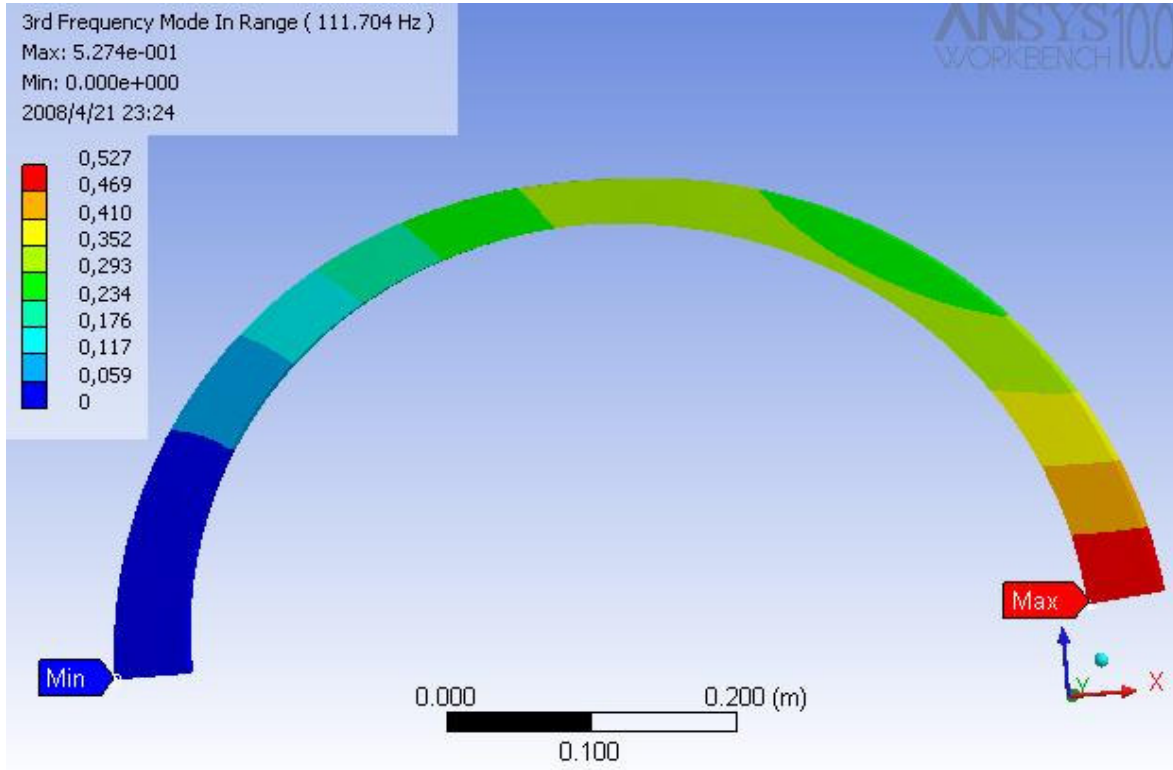
Şekil 6.70 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-ankastre sınır şartlarında 8.mod



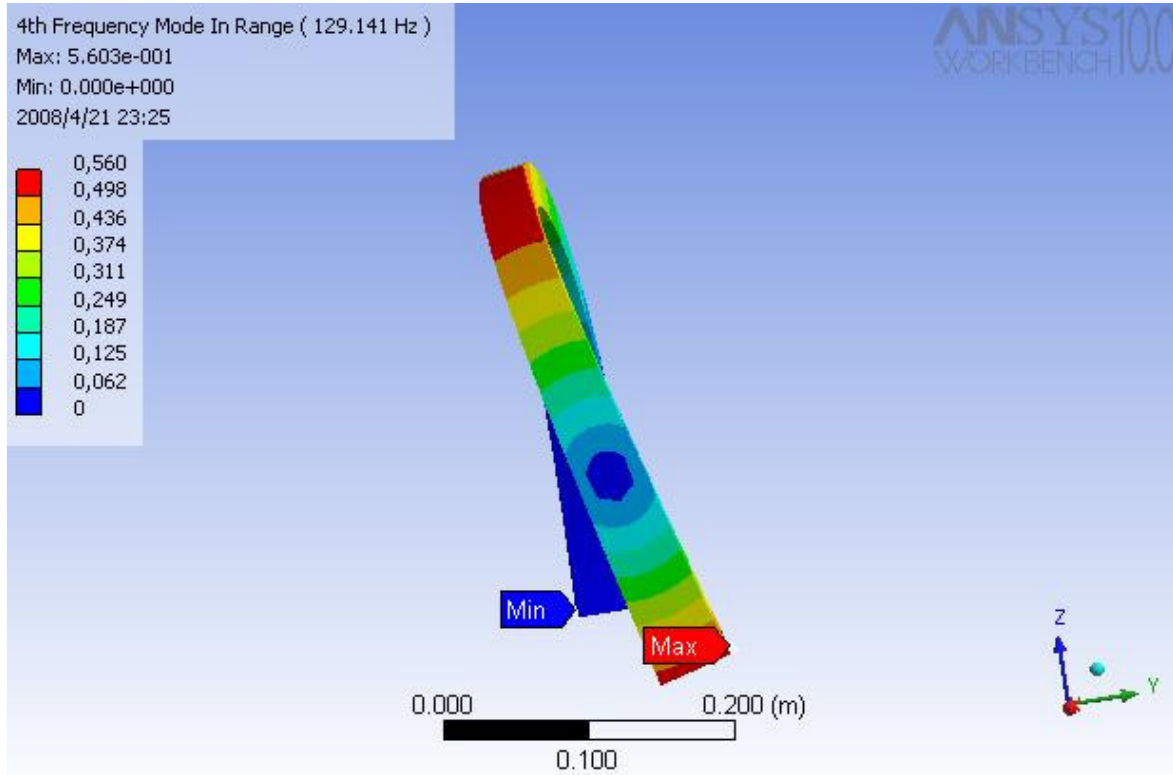
Şekil 6.71 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 1.mod



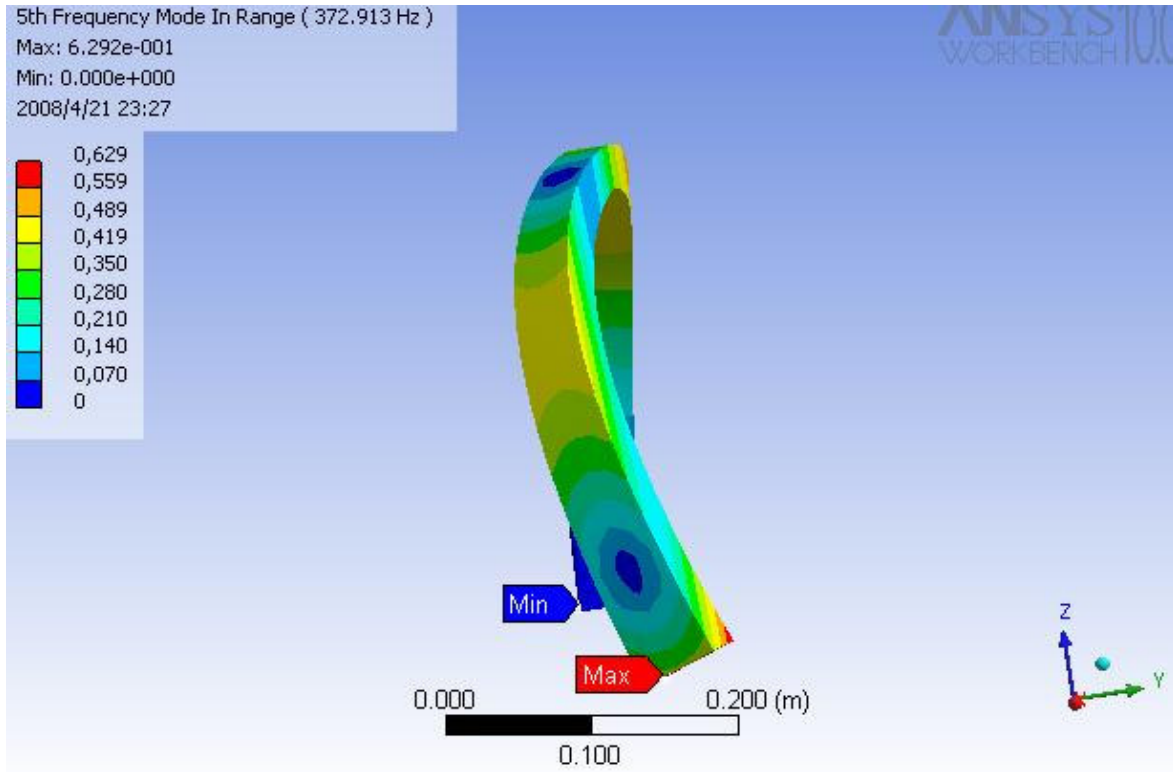
Şekil 6.72 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 2.mod



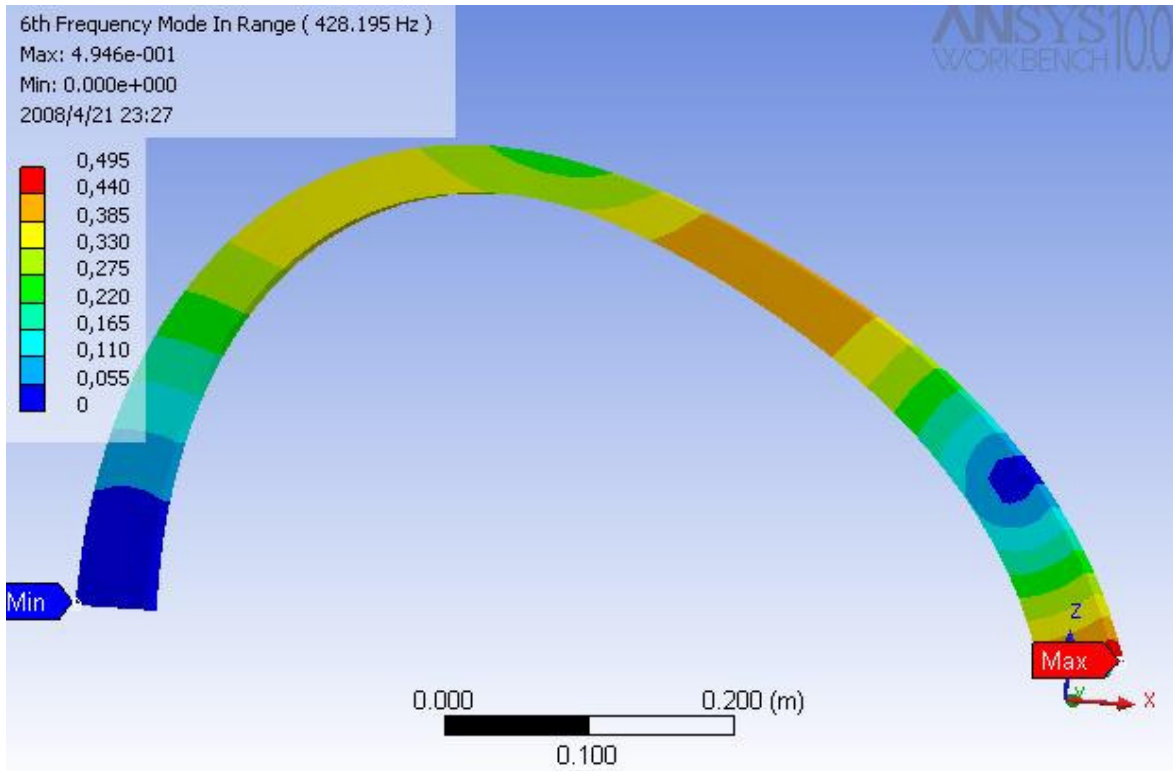
Şekil 6.73 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 3.mod



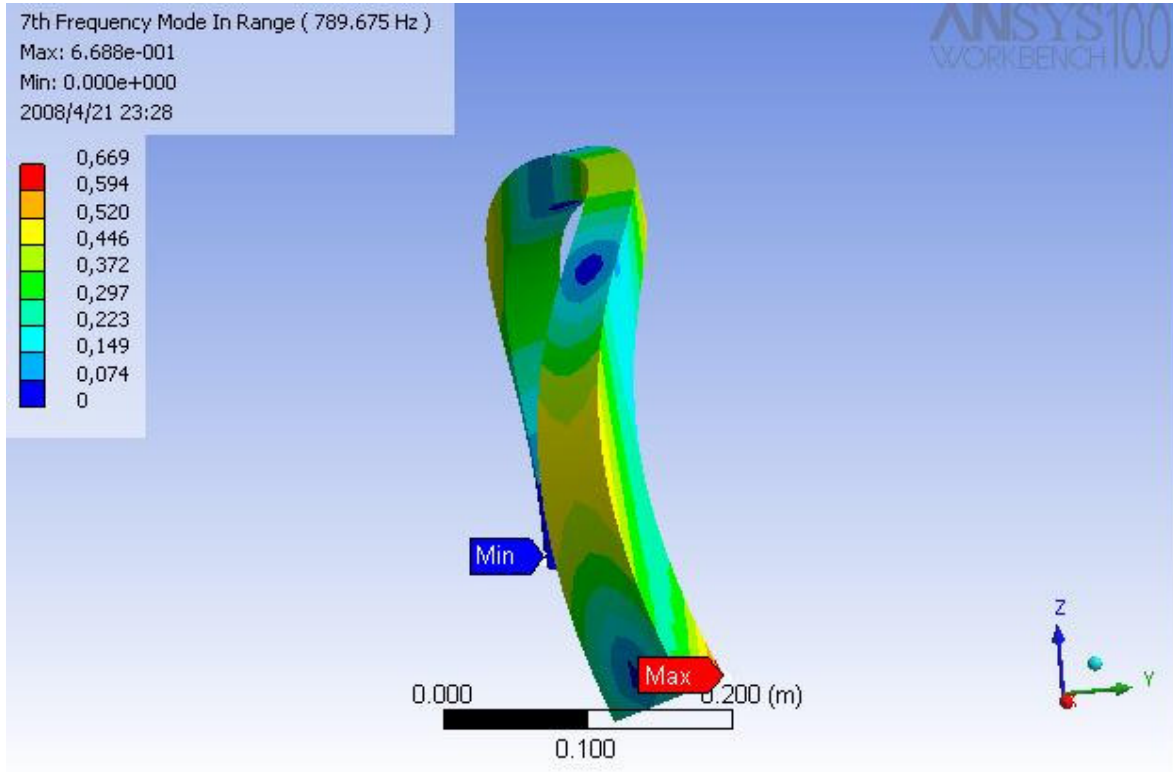
Şekil 6.74 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 4.mod



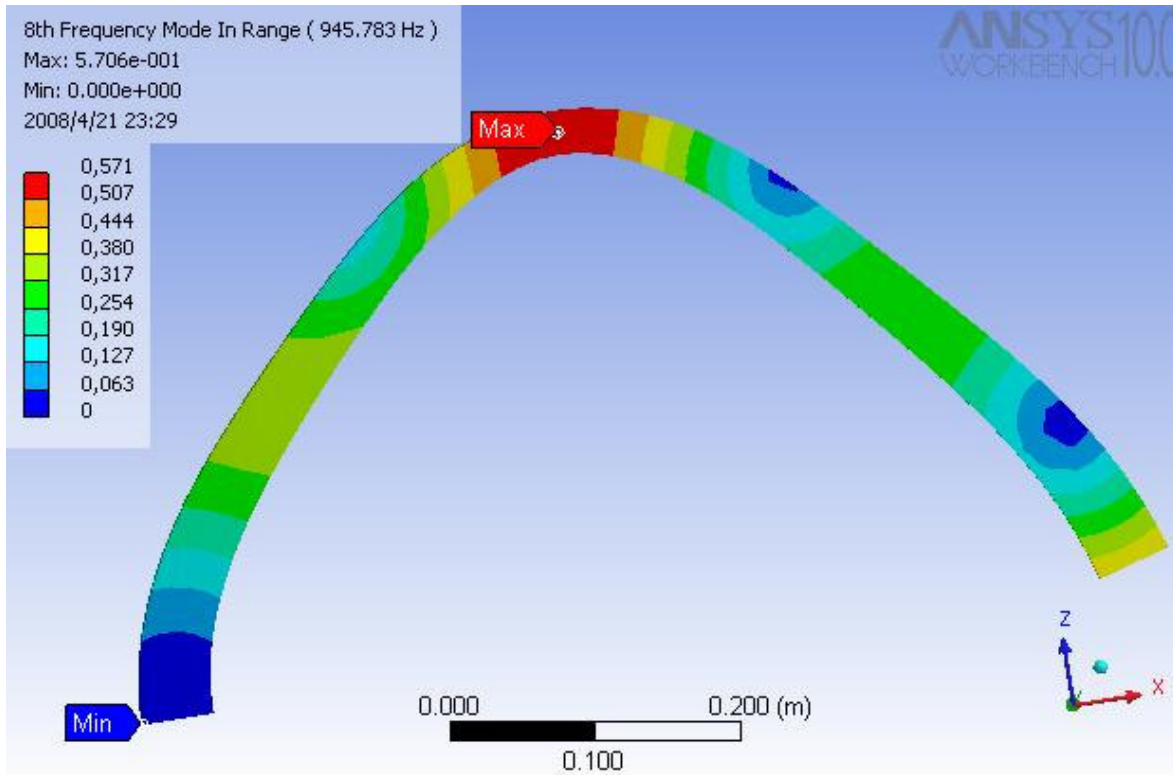
Şekil 6.75 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 5.mod



Şekil 6.76 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 6.mod



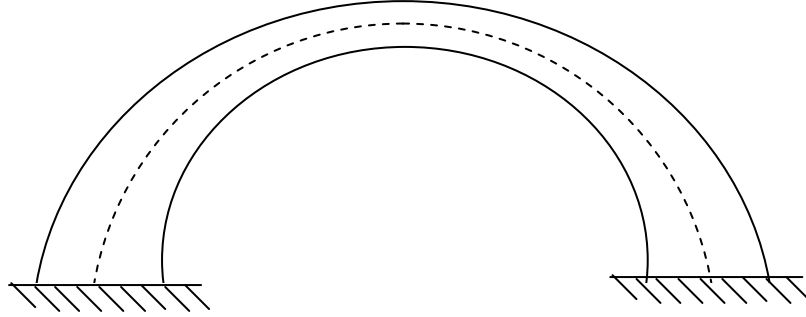
Şekil 6.77 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 7.mod



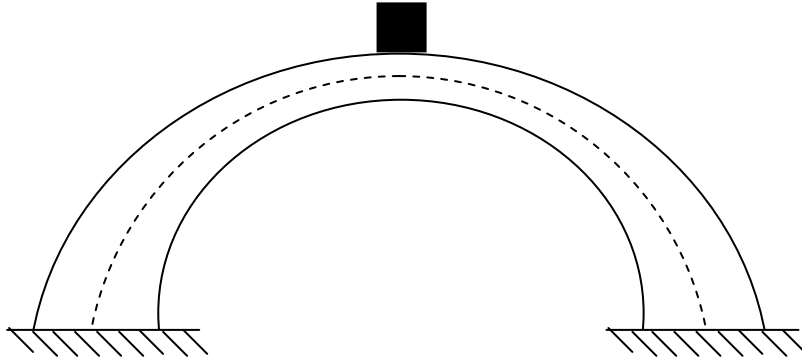
Şekil 6.78 Daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-serbest sınır şartlarında 8.mod

6.3.3 Ek Kütleye Olanaklı Daralıp Genişleyen Eğri Kirişler

Ek kütleye olanaklı daralıp genişleyen eğri kirişler Şekil 6.79 ve Şekil 6.80’de görülmektedir.



Şekil 6.79 Ankastra-ankastra sınır şartlarında daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş

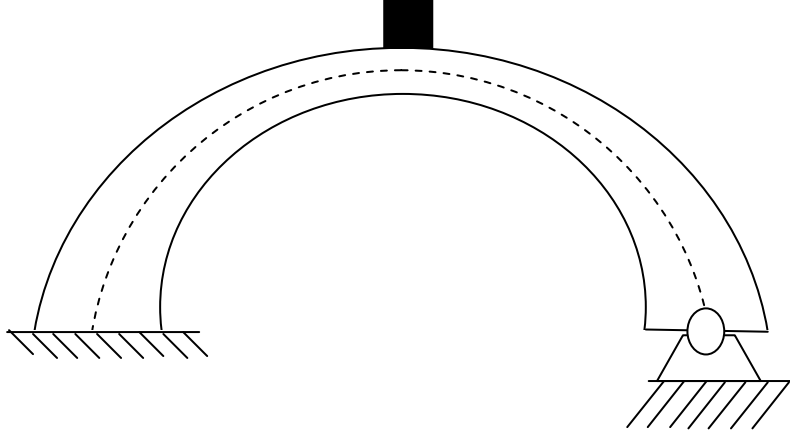


Şekil 6.80 Ankastra-ankastra sınır şartlarında ek kütleye olanaklı daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.23 – 12. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.04\text{m}$, $h_2=0.04\text{m}$, $L=1\text{m}$) ankastra-ankastra sınır şartlarında ek kütleye olanaklı doğal frekans değerleri.

Ankastra-ankastra				
Düzlem İçi Doğal Frekanslar	Ek Kütleye Yok	Ek Kütleye 1kg	Ek Kütleye 5kg	Ek Kütleye 25kg
ω_1	488,65	470,13	412,28	279,70
ω_2	1.014,15	903,12	658,29	355,80
ω_3	1.823,32	1.823,29	1.823,23	1.823,09
ω_4	2.224,17	2.222,11	2.214,13	2.190,11
ω_5	3.038,70	2.782,50	2.464,70	2.312,29
ω_6	3.370,85	3.249,95	2.916,77	2.456,49
ω_7	4.268,31	4.257,25	4.234,12	4.210,75
ω_8	5.165,86	5.092,19	4.945,86	4.856,61

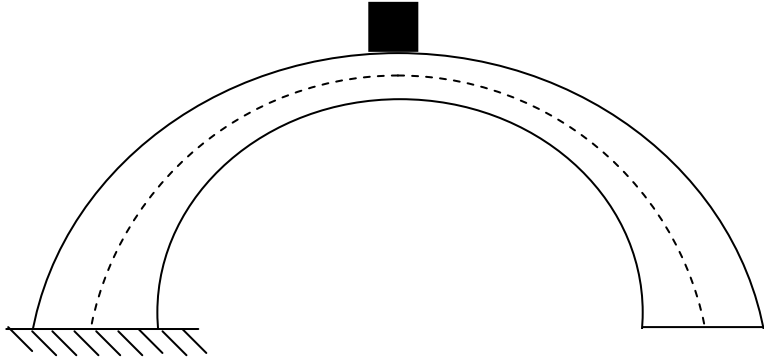
Çizelge 6.23’de 12. Model için ankastre–ankastre, Çizelge 6.24’de ankastre-basit, Çizelge 6.25’de ankastre-serbest, Çizelge 6.26’de ankastre-kayar sınır şartlarında doğal frekans değerleri tablolar halinde verilmiştir. Ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş için ankastre-basit sınır şartı Şekil 6.81’de, ankastre-serbest sınır şartı Şekil 6.82’de, ankastre-kayar sınır şartı Şekil 6.83’de görülmektedir.



Şekil 6.81 Ankastre–basit sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.24 – 12. Model için ($b_1=0.05m$, $h_1=0.05m$, $b_2=0.04m$, $h_2=0.04m$, $L=1m$) ankastre-basit sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.

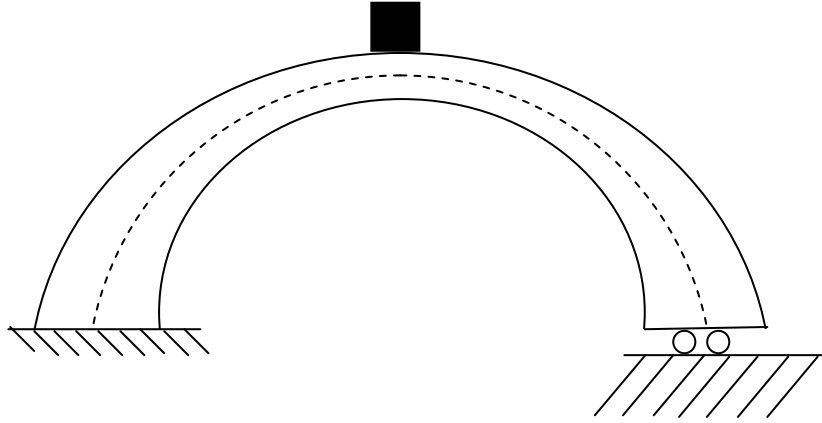
Ankastre-Basit				
Düzlem İçi Doğal Frekanslar	Ek Kutle Yok	Ek Kutle 1kg	Ek Kutle 5kg	Ek Kutle 25kg
ω_1	353,71	339,70	296,28	198,68
ω_2	868,10	789,26	598,66	337,00
ω_3	1.614,78	1.593,99	1.551,22	1.508,76
ω_4	2.203,98	2.203,96	2.203,80	2.129,57
ω_5	2.796,49	2.575,97	2.284,68	2.204,22
ω_6	3.337,41	3.221,55	2.908,38	2.456,31
ω_7	3.999,75	3.939,36	3.844,49	3.781,72
ω_8	4.930,33	4.826,83	4.694,42	4.627,13



Şekil 6.82 Ankastre–serbest sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.25 – 12. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.04\text{m}$, $h_2=0.04\text{m}$, $L=1\text{m}$) ankastre-serbest sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.

Ankastre-Serbest				
Düzlem İçi Doğal Frekanslar	Ek Kütleye Yok	Ek Kütleye 1kg	Ek Kütleye 5kg	Ek Kütleye 25kg
ω_1	45,25	44,63	42,32	34,00
ω_2	134,53	130,68	119,42	98,11
ω_3	483,28	469,71	423,46	295,71
ω_4	1.070,31	984,04	801,92	630,53
ω_5	1.823,75	1.821,38	1.815,20	1.804,19
ω_6	2.559,09	2.537,62	2.415,97	2.234,34
ω_7	3.005,83	2.752,28	2.475,86	2.332,59
ω_8	3.994,57	3.949,50	3.764,27	3.410,36



Şekil 6.83 Ankastre–kayar sınır şartlarında ek kütleli daralıp genişleyen dörtgen kesitli eğri kiriş

Çizelge 6.26 – 12. Model için ($b_1=0.05\text{m}$, $h_1=0.05\text{m}$, $b_2=0.04\text{m}$, $h_2=0.04\text{m}$, $L=1\text{m}$) ankastre-kayar sınır şartlarında ek kütleli doğal frekans değerleri.

Ankastre-Kayar				
Düzlem İçi Doğal Frekanslar	Ek Kutle Yok	Ek Kutle 1kg	Ek Kutle 5kg	Ek Kutle 25kg
ω_1	133,59	129,09	114,71	79,81
ω_2	477,46	464,33	418,33	287,62
ω_3	1.070,29	982,85	794,72	616,26
ω_4	1.813,98	1.809,18	1.795,40	1.767,22
ω_5	2.412,03	2.393,87	2.276,36	2.133,40
ω_6	2.898,57	2.665,75	2.447,12	2.332,59
ω_7	3.583,31	3.454,46	3.113,56	2.720,88
ω_8	4.121,23	4.107,53	4.090,36	4.080,32

BÖLÜM 7

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada değişken kesitli eğri kirişlerin serbest titreşimleri Sonlu Elemanlar Metodu ile lineer olarak incelenmiştir. Öncelikle sabit kesitli düz ve eğri kirişlerin çeşitli sınır şartlarında titreşim analizleri yapılmış daha sonra değişken kesitli kirişler farklı eğriliklerde incelenerek mod şekilleri elde edilmiştir. Düzlem içi titreşimlerde uzama ve eğilme, düzlem dışı titreşimlerde düzlem dışı eğilme ve burulma durumları dikkate alınmıştır. Eğri kirişler paket programlarla da modellenerek titreşim analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

Yapılan analizlerde ankastre–ankastre sınır şartında elde edilen doğal frekans değerleri incelendiğinde, düzlem dışı doğal frekanslar ($\omega_1, \omega_3, \omega_5, \omega_7$) daire kesitli kirişler için eğrilik arttıkça genelde lineer bir düşüş gösterirken, kare kesitlilerde ω_7 artış göstermiştir. Düzlem içi doğal frekanslardan birincisi (ω_2) daire kesitli kirişlerde 45° eğrilığe kadar yükselme gösterdikten sonra azalmaya başlamıştır, kare kesitli kirişlerde ise bu değişim 60° eğrilikte olmaktadır. ω_4 daire kesitli kirişlerde 45° ile 90° eğrilik arasında artmış, diğer açılar arasında azalma göstermiştir, kare kesitlerde ise 60° eğrilikten sonra artış göstermiştir. ω_6 daire kesitli kirişlerde 45° ile 120° eğrilikler arasında, ω_8 ise 120° eğrilikten sonra artış göstermiştir. Kare kesitlerde ise ω_6 80° ile 150° eğriliklerde artarak sonra tekrar düşmüştür, ω_8 150° eğrilığe kadar hafif düştükten sonra tekrar artışa geçmiştir. Ankastre–serbest sınır şartlarındaki değerler incelendiğinde daire ve kare kesitli kirişlerde benzer olarak, eğrilik arttıkça ω_1 ve ω_2 hafif artış gösterirken $\omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_8$ azalmıştır. ω_7 ise belli bir artış gösterdikten sonra tekrar azalmıştır.

Önce daralıp sonra genişleyen kirişler için ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarındaki doğal frekanslar bulunmuştur. Daha sonra kare kesitli kirişlere yerleştirilmiş olan ek kütlelerin daralıp genişleyen kare kesitli eğri kirişlerin doğal frekanslarına yapmış olduğu etkiler incelenmiştir. Ek kütle arttırıldıkça doğal frekans değerlerinde azalma meydana gelmiştir. Bazı doğal frekanslarda yok denilecek kadar az değişim olmuştur. Bunun sebebi ek

kütle konulan noktanın ilgili mod şeklinde hareketsiz olmasıdır. Bu durum ankastre–ankastre sınır şartında düzlem içi 3. ve 4. doğal frekanslarda görülmektedir.

Bu çalışmanın devamında yapılabilecekler ve bu konu hakkında öneriler aşağıda sıralanmıştır:

- Ek kütle değişik kirişlere ve kirişin farklı noktalarına konulabilir.
- Kirişlerin başka noktalarına da mesnet konularak çalışma geliştirilebilir.
- İçi boş kirişler kullanılabilir.
- Hesaplar non-lineer olarak yapılarak çalışma geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Chandrupatla T R and Belegundu A D** (1991) *Intoduction to finite elements in engineering*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.
- Ece M C, Aydoğdu M and Taşkın V** (2006) Vibration of a variable cross-section beam. *Mechanics Research Communications* 34:78–84
- Firouz-Abadi R D, Haddadpour H and Novinzadeh A B** (2007) An asymptotic solution to transverse free vibrations of variable-section beams. *Journal of Sound and Vibration*, 304:530-540.
- Kang B, Riedel C H and Tan C A** (2003) Free vibration analysis of planar curved beams by wave propagation. *Journal of Sound and Vibration*, 260:19-44.
- Kardestuncer H and Norrie D H** (1987) *Finite element hand book*. McGraw-Hill Book Company, USA.
- Kawakami M, Sakiyama T, Matsuda H and Morita C** (1995) In-plane and out-of-plane free vibrations of curved beams with variable sections. *Journal of Sound and Vibration*, 187(3): 381-401.
- Krishnan A and Suresh Y J** (1998) A simple cubic linear element for static and free vibration analyses of curved beams. *Computers and Structures*, 68:473-489.
- Öz H R, Pakdemirli M, Özkaya E and Yılmaz M** (1998) Nonlinear vibrations of a slightly curved beam resting on a nonlinear elastic foundation. *Journal of Sound and Vibration*, 212:295-309.
- Tarnopolskaya T, De Hoog F R and Fletcher H** (1999) Low-frequency mode transition in the free in-plane vibration of curved beams. *Journal of Sound and Vibration*, 228(1): 69-90.
- Timoshenko S and Gere J M** (1961). *Theory of elastic stability*, 2nd ed, McGraw-Hill, New York, USA.
- Tong X, Mrad N and Tabarrok B** (1998) In-plane vibration of circular arches with variable cross-sections. *Journal of Sound and Vibration*, 212(1): 121-140.
- Tseng Y P, Huang C S and Kao M S** (2000) In-plane vibration of laminated curved beams with variable curvature by dynamic stiffness analysis, *Composite Structures*, 50: 103-104.

KAYNAKLAR (devam ediyor)

- Tüfekçi E and Arpacı A** (1998). Exact solution of in-plane vibrations of circular arches with account taken of axial extension, transverse shear and rotary inertia effects. *Journal of Sound and Vibration*, 209(5): 845-856.
- Volterra E and Morell J D** (1960). A note on the lowest natural frequency of elastic arcs. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 27(83): 744-746.
- Volterra E and Morell J D** (1961) Lowest natural frequency of elastic arc for vibrations outside the plane of initial curvature. *Journal of Applied Mechanics*, 33(95): 624-627.
- Wang T M** (1975). Fundamental frequency of clamped elliptic arcs for vibrations outside the plane of initial curvature. *Journal of Sound and Vibration*, 42(4): 515-519.
- Wang T M, Nettleton R H, Keita B** (1980) Natural frequencies for out-of-plane vibrations of continuous curved beams. *Journal of Sound and Vibration*, 68(3): 427-436.

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa IŞIK, 1979'da Çanakkale'de doğdu; ilk ve orta öğrenimini Biga'da tamamladı; Anadolu Tapu Kadastro Meslek Lisesi'nden mezun olduktan sonra 1997 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi Uçak Mühendisliği Bölümü'ne girdi; 2003'de mezun olduktan sonra Ereğli Demir ve Çelik Fabrikaları (ERDEMİR) Mühendislik Müdürlüğü'nde proje mühendisi olarak göreve başladı; halen 2007 yılında girdiği Devlet Hava Meydanları İşletmesi Genel Müdürlüğü'nde (DHMİ) Uçak Mühendisi olarak görevine devam etmektedir.

ADRES BİLGİLERİ

Adres: Aydınlıkevler Mahallesi
 Toplum Sokak No:4/8
 Altındağ / Ankara

Tel: (312) 318 1237

E-posta: isikmus@yahoo.com