

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇELİK KİRİŞLERDE  
YANAL BURULMALI BURKULMA ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İnş. Müh. Deniz AYHAN**

**Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ  
Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ**

**HAZİRAN 2007**

**ÇELİK KİRİŞLERDE  
YANAL BURULMALI BURKULMA ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İnş. Müh. Deniz AYHAN  
(501041026)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 7 Mayıs 2007  
Tezin Savunulduğu Tarih : 11 Haziran 2007**

**Tez Danışmanı : Prof.Dr. Erdoğan UZGİDER  
Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Gülay ALTAY (B.Ü.)  
Doç.Dr. Filiz PİROĞLU (İ.T.Ü.)**

**HAZİRAN 2007**

## ÖNSÖZ

Yüksek lisans tezi olarak sunulan bu çalışmada, çelik kirişlerin yanal burulmalı burkulma davranışı, yapılan analizler yardımıyla sayısal olarak incelenmiştir.

Yüksek lisans öğrenimim ve tez çalışmam sırasında engin bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, değerli hocam ve danışmanım Sayın Prof.Dr. Erdoğan UZGİDER'e teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, bu süreçte sürekli desteğini gördüğüm Yrd.Doç.Dr. B. Özden ÇAĞLAYAN'a ve yardımlarını benden esirgemeyen Ahşap ve Çelik Yapılar Çalışma Grubu'nun diğer üyelerine teşekkürü bir borç bilirim.

Tez çalışmam esnasında bana göstermiş olduğu sabır ve hoşgöründen dolayı, sevgili aileme teşekkür etmek isterim.

Mayıs 2007

İnş. Müh. Deniz AYHAN

## İÇİNDEKİLER

<b>KISALTMALAR</b>	<b>v</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b>	<b>vi</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b>	<b>vii</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b>	<b>ix</b>
<b>ÖZET</b>	<b>xi</b>
<b>SUMMARY</b>	<b>xii</b>
<b>1 GİRİŞ</b>	<b>1</b>
1.1 Konu	1
1.2 Çalışmanın Amacı	3
1.3 Çalışmada İzlenen Yöntem	4
1.4 Kirişin Genel Davranışı	4
<b>2 KİRİŞLERDE YANAL BURULMALI BURKULMA</b>	<b>7</b>
2.1 Elastik Yanal Burulmalı Burkulma	8
2.1.1 Moment gradyanı	17
2.2 Elastik Olmayan Yanal Burulmalı Burkulma	18
2.2.1 Burulma rijitliği büyük kesitler	23
2.2.2 Burulma rijitliği küçük kesitler	23
2.2.3 Kirişin yanal harekete serbest açıklığı	26
2.2.4 Kesit özellikleri	27
2.3 Yanal Burulmalı Burkulmanın Yönetmeliklerde Geçen Tanımları	29
<b>3 SONLU ELEMAN ANALİZİ</b>	<b>32</b>
3.1 Sonlu Eleman Analiz Adımları	33
3.2 Lineer Olmayan Sonlu Eleman Analizi	34
3.3 Lineer Olmayan Sonlu Eleman Çözüm Tekniği	36
3.4 Akma Koşulu	37
3.5 Oluşturulan Nümerik Sonlu Eleman Modeli	38
3.5.1 Eleman seçimi	39
3.5.2 Malzeme özellikleri	41
3.5.3 Sonlu eleman modelinin geometrisi	42
3.5.4 Geometrik önkusur	45
3.5.5 Sonlu eleman ağı	46
3.5.6 Yükleme ve sınır koşulları	48
3.5.7 Analiz	49

<b>4 PARAMETRİK ÇALIŞMA</b>	<b>51</b>
4.1 Parametrelerin Tanımı	52
4.2 Lineer Olmayan Analizin Doğrulanması	54
4.3 Başlık Genişliğinin Gövde Yüksekliğine Oranının Azaltılması	55
4.4 Başlık ve Gövde Kalınlığının Azaltılması	57
4.5 Kesit Narınlığının Artırılması	60
4.6 Çarpılma Rijitliğinin Sağlanması	62
4.7 Arcelor Kesitlerinin İncelenmesi	63
4.8 Parametrik Çalışmalara İlişkin Değerlendirmeler	66
<b>5 SONUÇLAR</b>	<b>69</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>72</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b>	<b>75</b>

## **KISALTMALAR**

<b>AISC</b>	: American Institute of Steel Construction
<b>ASD</b>	: Allowable Stress Design
<b>DIN</b>	: Deutsches Institut Für Normung
<b>EK</b>	: Emniyet Katsayısı
<b>FEMAP</b>	: Finite Element Modeling and Postprocessing
<b>SSRC</b>	: Structural Stability Research Council
<b>TS</b>	: Türk Standardı

## TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
<b>Tablo 2.1</b> Kesit Özelliklerinin Narinlik Sınırları.....	27
<b>Tablo 4.1</b> Kompaktlık Sınırı İçin Genişlik/Kalınlık Oranlarının Nümerik Değerleri.....	53
<b>Tablo 4.2</b> Oluşturulan Modellerin Kesit Boyutları ve Narinlik Değerleri.....	53
<b>Tablo 4.3</b> Birinci Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	55
<b>Tablo 4.4</b> İkinci Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	56
<b>Tablo 4.5</b> Üçüncü Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	58
<b>Tablo 4.6</b> Dördüncü Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	59
<b>Tablo 4.7</b> Beşinci Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	61
<b>Tablo 4.8</b> Kompakt Kesitli Modellerin Çarpılma Rijitliğinin Dayanıma Katkısı.....	62
<b>Tablo 4.9</b> Kesit IPE 500'e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	63
<b>Tablo 4.10</b> Kesit IPN 500'e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	64
<b>Tablo 4.11</b> Kesit HE 500B'e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	65
<b>Tablo 4.12</b> Kesit HE 500M'e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar.....	65

## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
<b>Şekil 1.1</b> : Sabit Moment Etkisindeki Kirişin Yanal Burulmalı Burkulma Davranışı.....	2
<b>Şekil 1.2</b> : Kirişin Genel Davranışı .....	5
<b>Şekil 1.3</b> : Basit Mesnetli Kirişin Yanal Burkulma Dayanımı.....	5
<b>Şekil 2.1</b> : Yanal Burulmalı Burkulma Dayanımının Serbest Açıklıkla Değişimi.....	8
<b>Şekil 2.2</b> : I-Kesitli Kirişin $M_0$ Momenti Etkisiyle Şekil Değiştirmiş Hali.....	9
<b>Şekil 2.3</b> : Uygulanan $M_0$ Momentinin Şekil Değiştirmiş Eksen Üzerindeki Bileşenleri.....	10
<b>Şekil 2.4</b> : Sabit Moment Etkisi Altındaki Mesnetli I-Kesitli Kiriş.....	17
<b>Şekil 2.5</b> : Moment Gradyanının ( $M_1/M_2$ ) Oranına Bağlı Değişim Eğrisi.....	18
<b>Şekil 2.6</b> : Yapılan Kabullerin Referans Aldığı I-Kesit.....	20
<b>Şekil 2.7</b> : Yanal Burulmalı Burkulma Gerilmesinin Bileşenleri.....	22
<b>Şekil 2.8</b> : Moment Dayanımının Narinlikle Değişimi.....	28
<b>Şekil 2.9</b> : Kompaktlık Durumuna Bağlı Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisi.....	29
<b>Şekil 3.1</b> : Sonlu Eleman Analiz Süreci Akış Şeması.....	34
<b>Şekil 3.2</b> : Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisi.....	35
<b>Şekil 3.3</b> : Newton Raphson Çözüm Yönteminin Şematik Gösterimi.....	36
<b>Şekil 3.4</b> : Von Mises Şekil Değiştirme Şeması.....	38
<b>Şekil 3.5</b> : Elemanın Düğüm Noktası Serbestiliği.....	39
<b>Şekil 3.6</b> : Eleman CQUAD4 Geometrisi ve Eleman Koordinat Sistemi...	40
<b>Şekil 3.7</b> : Eleman CQUAD4 için Kuvvet, Moment ve Gerilme Yön Kabulü... ..	40
<b>Şekil 3.8</b> : Bilineer Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisi.....	42
<b>Şekil 3.9</b> : Birinci Modelin Enkesit Detayları.....	43
<b>Şekil 3.10</b> : İkinci, Üçüncü ve Dördüncü Modelin Enkesit Detayları.....	43
<b>Şekil 3.11</b> : Beşinci Modelin Enkesit Detayları.....	44
<b>Şekil 3.12</b> : IPE 500 ve IPN 500 Enkesit Detayları .....	44
<b>Şekil 3.13</b> : HE 500B ve HE 500M Enkesit Detayları .....	45
<b>Şekil 3.14</b> : Analizlerde Kullanılan Önkusurlu Geometri.....	42
<b>Şekil 3.15</b> : Eleman Ağına Ayrılan Düzlemler.....	43
<b>Şekil 3.16</b> : Sonlu Eleman Ağına Ayrılmış I-Kesitli Kiriş Modeli.....	44
<b>Şekil 4.1</b> : Basit Mesnetli I-Kirişin Yük Dağılımı.....	51
<b>Şekil 4.2</b> : Kesit Boyutlarının Gösterimi.....	54
<b>Şekil 4.3</b> : Analiz Sonuçlarına Göre Oluşturulan Yükleme-Şekil Değiştirme Eğrisi.....	55

<b>Şekil 4.4</b>	: Birinci Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	56
<b>Şekil 4.5</b>	: İkinci Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	57
<b>Şekil 4.6</b>	: Üçüncü Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	58
<b>Şekil 4.7</b>	: Dördüncü Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	59
<b>Şekil 4.8</b>	: Narinliğin Sınır Gerilme Değerleri Üzerindeki Etkisi.....	60
<b>Şekil 4.9</b>	: Beşinci Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	61
<b>Şekil 4.10</b>	: Kesit IPE 500 İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	64
<b>Şekil 4.11</b>	: Kesit IPN 500 İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	65
<b>Şekil 4.12</b>	: Kesit HE 500B İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	66
<b>Şekil 4.13</b>	: Kesit HE 500M İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri.....	66

## SEMBOL LİSTESİ

<b>A</b>	: Enkesit alanı
<b>A<sub>b</sub></b>	: Başlık enkesit alanı
<b>A<sub>g</sub></b>	: Gövde enkesit alanı
<b>b</b>	: Başlık levhası genişliği
<b>C<sub>b</sub></b>	: Moment gradyanı
<b>C<sub>w</sub></b>	: Çarpılma katsayısı
<b>d</b>	: Enkesit derinliği (başlık ağırlık merkezleri arası uzaklık)
<b>E</b>	: Elastisite modülü
<b>G</b>	: Kayma modülü
<b>h</b>	: Enkesit yüksekliği
<b>h<sub>g</sub></b>	: Gövde levhası yüksekliği
<b>I<sub>x</sub></b>	: Kesitin x-eksenine (kuvvetli eksen) göre atalet momenti
<b>I<sub>y</sub></b>	: Kesitin y-eksenine (zayıf eksen) göre atalet momenti
<b>i<sub>x</sub></b>	: Kesitin x-eksenine (kuvvetli eksen) göre atalet yarıçapı
<b>i<sub>y</sub></b>	: Kesitin y-eksenine (zayıf eksen) göre atalet yarıçapı
<b>J</b>	: Burulma rijitliği
<b>L</b>	: Kiriş boyu
<b>M</b>	: Eğilme momenti
<b>M<sub>0</sub></b>	: Uygulanan uç eğilme momenti
<b>M<sub>a</sub></b>	: Akma eğilme momenti
<b>M<sub>e</sub></b>	: Kesitin doğrusal-elastik olarak taşıyabileceği en büyük eğilme momenti
<b>M<sub>kr</sub></b>	: Kesitin yanal burulmalı burkulma yapmadan taşıyabileceği en büyük moment
<b>M<sub>p</sub></b>	: Kesitin eğilme momenti taşıma gücü (plastik moment)
<b>r<sub>T</sub></b>	: Basınç bölgesi atalet yarıçapı
<b>S<sub>x</sub></b>	: Kesitin x-eksenine (kuvvetli eksen) göre mukavemet momenti
<b>t<sub>b</sub></b>	: Başlık levhası kalınlığı
<b>t<sub>g</sub></b>	: Gövde levhası kalınlığı
<b>u</b>	: Kesit ağırlık merkezi ekseninin yatay yer değiştirmesi
<b>v</b>	: Kesit ağırlık merkezi ekseninin düşey yer değiştirmesi
<b>Z</b>	: Plastik mukavemet momenti
<b>ε</b>	: Birim şekil değiştirme
<b>ε<sub>a</sub></b>	: Akma şekil değiştirmesi
<b>ξ</b>	: Biçim katsayısı
<b>λ</b>	: Narinlik
<b>λ<sub>p</sub></b>	: Kompakt kesit narinlik sınırı
<b>λ<sub>r</sub></b>	: Kompakt olmayan kesit narinlik sınırı
<b>μ</b>	: Poisson oranı

- $\sigma_b$  : Yanal burulmalı burkulma emniyet gerilmesi  
 $\sigma_a$  : Akma gerilmesi  
 $\sigma_e$  : Elastik burkulma gerilmesi  
 $\sigma_p$  : Orantı sınır gerilmesi  
 $\phi$  : Dönme açısı

## ÇELİK KİRİŞLERİN YANAL BURULMALI BURKULMA ANALİZİ

### ÖZET

Yanal burulmalı burkulma, çelik yapı tasarım standartlarıncı kirişlerin dayanımını kontrol eden esas limit durumlardan biri olarak kabul edilmektedir. Kuvvetli eksenı etrafında eğilme momenti etkisindeki kirişlerde zayıf ekseninde eğilme ve kesitin burulması ile yanal burulmalı burkulma oluşabilir.

Bu çalışmanın amacı, oluşturulan modellerin sonlu eleman analiziyle elde edilen sonuçlarının, TS 648 ve DIN 4114 yönetmeliklerinde tanımlanan yanal burkulma emniyet gerilmeleri ile karşılaştırarak, bu yanal burkulma ifadelerinin tutarlılığını belirleyebilmektir. Bu kapsamda biri kompakt olmayan, diğerleri kompakt sınırdı yer almak üzere, beş farklı kesit modeli oluşturulmuş, ayrıca piyasada kullanılmakta olan Arcelor kesitlerinden dört tanesi içinde inceleme yapılmıştır.

Çelik kirişin yanal burulmalı burkulma davranışını gözlemlemek için FEMAP, sonlu eleman analiz programı kullanılmış, lineer olmayan analizleri yapılan kiriş modellerinin tümü basit mesnetli olarak oluşturulmuştur. Modellerin enkesitleri başlık genişliğinin başlık kalınlığına, gövde yüksekliğinin gövde kalınlığına oranı dikkate alınarak belirlenmiştir, böylece çeşitli narinlik seviyelerinde kiriş kesitleri elde edilmiştir. Gerçek kiriş davranışına ulaşabilmek için geometrik önkusur dikkate alınmış, kiriş başlıkları, açıklığın 1/10000'i eğriliğe sahip olduğu varsayılarak modellenmiştir. Yükleme, yalnızca gövde hizasındaki çizgi üzerinde üst başlık düzleminde dik yayılı yük oluşturacak şekilde, üst başlık ve gövde düzlemlerinin kesiştiği düğüm noktalarında tekil yük olarak uygulanmıştır.

Araştırma kapsamında yapılan çalışma ile I-kesitli çelik kirişin burulmalı burkulma davranışına etki eden birçok değişken olduğu gözlenmiştir. Genel olarak, TS 468 ve DIN 4114 yönetmeliklerinde geçen ifadeler, I-kesitli kirişin yanal burulmalı burkulma dayanımının açıklanması ile ilgili fikir oluşturabilir, ama ne yazık ki yapılan bilgisayar analizlerinin sonuçları ile bu ifadelerin verdiği sonuçların çoğu kere örtüşmediği görülmüştür. Kesitin narinliğini belirleyen başlık genişliği/başlık kalınlığı ve gövde yüksekliği/gövde kalınlığı oranları değıştikçe ve çarpılma etkisi de dikkate alındığında yönetmeliklerde tanımlanan yanal burkulma ifadelerinden elde edilen sonuçların konservatifliği daha da belirginleşmektedir.

# LATERAL TORSIONAL BUCKLING ANALYSIS OF STEEL BEAMS

## SUMMARY

Structural steelwork design standards consider lateral torsional buckling as one of the ultimate limit states. Beams undergoing bending with respect to the major principal axis of their cross-section may develop lateral torsional buckling, which implies bending about minor axis and torsion of the section.

The purpose of this study is to determine whether the allowable lateral buckling stresses defined in TS 648 and DIN 4114 are conservative by means of comparing them with the results obtained by performing nonlinear finite element analyses. In this scope, five different sections were modeled, one of them being a noncompact section, with the others being compact ones. Furthermore, four of Arcelor sections which are currently used were investigated.

Beam models on which nonlinear analyses were performed by using finite element analysis program FEMAP to observe the lateral torsional buckling of steel beams were constructed as simply supported beams. The sections of the models were defined based on the flange width to thickness ratio and web depth to thickness ratio; thereby, beam models with some various slenderness were obtained. To simulate the actual beam behavior, geometric imperfection was accounted for, and out-of-straightness with a value of 1/10000 of the length of the beam was implied into the model. Uniformly distributed loads acting upon the upper flange were simulated as point loads acting on the nodes that lie at the intersection line of shell elements at the flanges and the shell elements that form the web portion of the cross-section.

The study done in the context of the research has indicated that there are several parameters effecting the lateral torsional buckling of steel beams. The lateral buckling allowable stresses defined in TS 648 and DIN 4114 standards may develop an impression for the lateral torsional buckling of steel I-beam, but unfortunately, it was observed that the results of computer analyses were different from the values obtained by the expressions given in these standards. As the flange width/thickness and web depth/thickness ratios change and the warping effect in the cross section is taken into account, conservatism in the results become more significant.

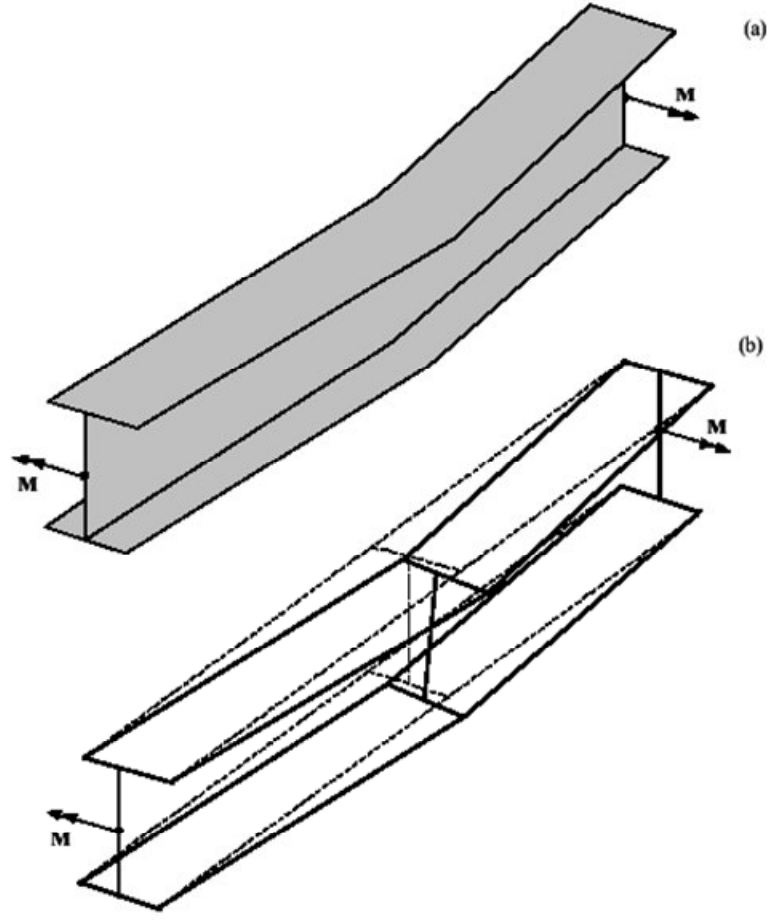
# 1. GİRİŞ

## 1.1 Konu

Çelik yapı tasarımındaki en önemli göçme sınır durumlarından biri yapının stabilitesidir. Tasarım standartları ve yönetmelikler yapı elemanının özellikle üç davranış durumunu dikkate alır. Bunlar, eğilme etkisi altındaki eleman davranışı, basınç etkisi altındaki eleman davranışı, eğilme ve basınç etkisi altındaki eleman davranışıdır. Basınç etkisi altındaki elemanda, kesitin narinliğine, burulma rijitliğine ve geometrisine bağlı olarak, eğilmeli burkulma, burulmalı burkulma veya eğilmeli-burulmalı burkulma tiplerinden biri gözlemlenebilir. Kuvvetli eksen etrafında eğilme etkisindeki elemanın, zayıf eksen etrafında eğilmesi ile birlikte kesitin burulması da söz konusudur. Bu stabilite problemi yanal burulmalı burkulma olarak adlandırılır. Eğilme ve basınç etkisi altındaki elemanda ise, eksenel basınç, eğilme momentini artırıcı etkiye sahiptir. Ayrıca, distorsiyonel ve yerel burkulma, özellikle kompakt olmayan kesitlerde rastlanan stabilite problemlerindedir.

Çelik yapı elemanlarından kirişin basınç başlığı, eksenel yüklü kolon davranışı gösterir. Bundan dolayı, büyük açıklıkların geçildiği kirişlerde, basınç başlığı burkulma eğilimindedir. Bu duruma, çekme başlığı tarafından belli derecede karşı konulur. Kiriş kesitinde yanal yer değiştirmenin yanı sıra kesitin burulması da gözlemlenir (Şekil 1.1). Yanal burulmalı burkulma tanımına uyan bu davranış, kiriş tasarımındaki en önemli sınır durumudur.

Çelik kirişlerin, genel olarak, taşıma kapasitelerine lineer olmayan davranış göstererek ulaştığı bilinmektedir. Bunun için, yapının performansı lineer olmayan analiz yapılarak belirlenmelidir. Dayanım emniyetini, çoğunlukla, yanal burulmalı burkulma göçmesi kontrol eder. Analiz sürecinde, bahsedilen bu stabilite kaybının gözlemlenebilmesi için, uygun bir lineer olmayan sonlu eleman analiz yöntemi kullanılarak, çelik kirişlerin, yükleme altındaki davranışları incelenmelidir. Sonlu eleman analizi karmaşık hesaplamalar gerektirdiğinden, uygulaması zordur. Bununla



**Şekil 1.1:** Sabit Moment Etkisindeki Kirişin Yanal Burulmalı Burkulma Davranışı

birlikte, bilgisayar programları kullanımının artması ve yaygınlaşması ile yapı elemanları davranışının anlaşılması ve kontrol edilmesi kolaylaşmıştır.

Çelik kirişin göçme durumlarından biri olan yanal burulmalı burkulma davranışının, gösterilmesi basit, ancak analizi oldukça karmaşıktır ve kapalı formdaki sonuçlar yalnızca en basit durumlar için mevcuttur. Bununla birlikte, 19. yüzyılın ortalarından beri devam eden bu konuyla ilgili çalışmalar, yapısal tasarımın öneminden dolayı, birçok araştırmacının ilgisini çekmeye devam etmektedir. Konuyla ilgili ilk araştırmalar Jonston [1] tarafından yapılmış olup, Trahair ve Bradford [2] yeni gelişmeleri incelemiştir. Teori ve tasarım uygulamalarına, çeşitli dillerdeki birçok ders kitabında geniş yer verilmiştir. İngilizce yayımlananlardan bazıları Bleich [3], Timoshenko ve Gere [4], Chajes [5], Galambos [6] ve Trahair'e [7] aittir. Bu araştırmacılardan birçoğu, elemanın yanal burulmalı burkulma yükü taşıma kapasitesinin hesabını sadeleştirilmiş, yarı-ampirik bağıntılarla ifade etmişlerdir.

Uygulamada, farklı özellikteki kirişler için bu bağıntıların verdiği sonuçların tutarlılığı incelenmelidir. Bu amaçla yapılan çalışmalarda [8-12] çelik kirişlerin yanal burkulma dayanımlarının hesabı için kullanılan yöntemler incelenmiştir.

## 1.2 Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın genel amacı, tasarım standartlarında ve yönetmeliklerde sadeleştirilmiş ifadelerle açıklanan çelik kirişin yanal burulmalı burkulma davranışını, bilgisayar programı yardımıyla sonlu eleman analizleri yaparak incelemek ve bu ifadelerin farklı özelliklerdeki kirişlerde ne kadar tutarlı sonuçlar verdiğini gözlemlemektir.

Çalışmanın amaçları kapsamında şunlar yer alır:

- i. Lineer olmayan sonlu eleman analizleri yapmak üzere basit mesnetli kirişlerin sonlu eleman modellerinin bilgisayar ortamında oluşturulması ve doğruluğunun sağlanması. Bu modeller geometrik önkusur içerir ve yanal burulmalı burkulma davranışı gösterir.
- ii. Oluşturulan sonlu eleman modeller yardımıyla basit mesnetli kirişlerin yükleme altındaki davranışlarının incelenmesi ve iyice anlaşılması. Yük taşıma kapasiteleri belirlenerek, yükleme-şekil değiştirme eğrileri incelenmiştir.
- iii. Kiriş modellerinin yanal burulmalı burkulma dayanımlarının, yönetmeliklerde tanımlanan ifadeler ve sonlu eleman analizleri ile ayrı ayrı nümerik değerlerinin bulunması.
- iv. Farklı özellikteki kirişlerin sonlu eleman analiz sonuçları ile yönetmeliklerde tanımlanan ifadelerle elde edilen sonuçların değişkenlere göre nümerik karşılaştırılması. Bunun için değişkenlerin doğru seçilmesi.
- v. Bulunan farkların oran olarak ifade edilmesi ve yönetmeliklere göre hesabın tutarlılığının belirlenmesi.
- vi. Yönetmeliklerde geçen ifadelerin farklı kiriş özellikleri için konservatif sonuçlar verdiği belirlenirse, buna sebep olan parametrelerin tanımlanması.

### 1.3 Çalışmada İzlenen Yöntem

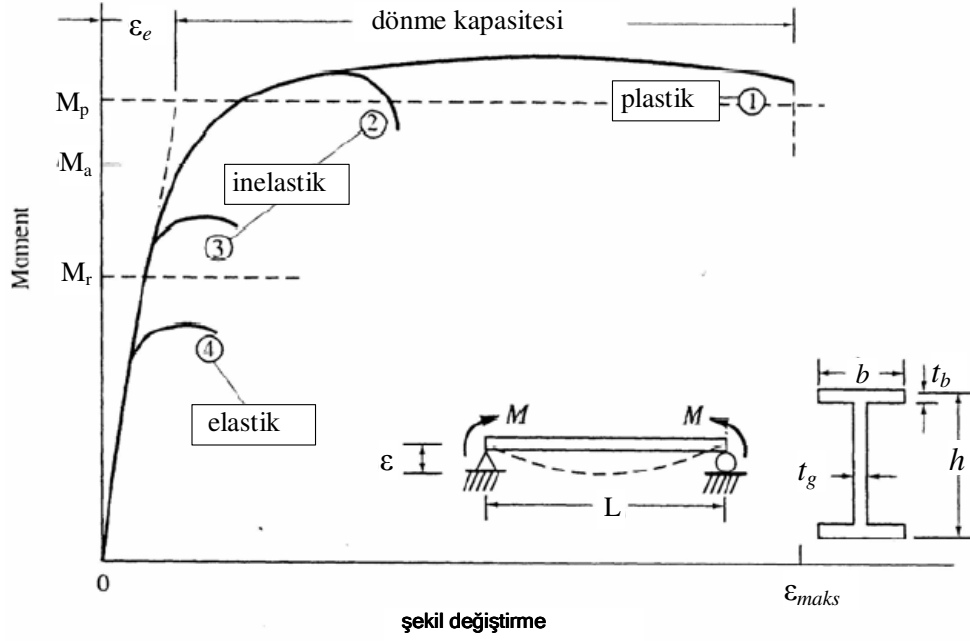
Yapısal stabilite probleminin doğru anlaşılması, gelişmiş analiz yöntemlerinin belirlenmesi ve yanal burulmalı burkulma davranışının gözlemlenebilmesi bu çalışmanın önemli unsurlarındandır. Çalışmaya öncelikle geniş bir literatür araştırması yapılarak başlanmıştır. Bu şekilde edinilen bilgilerle yanal burulmalı burkulma davranışının nasıl inceleneceği belirlenmiştir.

Yanal burulmalı burkulma davranışının karmaşık yapısından dolayı, analitik yöntemler bu problemin incelenmesinde yetersiz kalır. Yanal burulmalı burkulma etkisindeki basit mesnetli kirişin lineer olmayan yükleme-şekil değiştirme davranışı, deneysel analizler yaparak ve lineer olmayan sonlu eleman analizleri gerçekleştirerek iki şekilde gözlemlenebilir. Deneysel çalışmalar yapmadan çalışmanın sürdürülebilmesi için bilgisayar programlarının kullanımı gereklidir. Sonlu eleman analizinin başarılı ve hızlı bir şekilde gerçekleştirilmesi için, ticari bir yazılım olan *Finite Element Modeling and Postprocessing* (FEMAP) [13] kullanılmıştır.

### 1.4 Kirişin Genel Davranışı

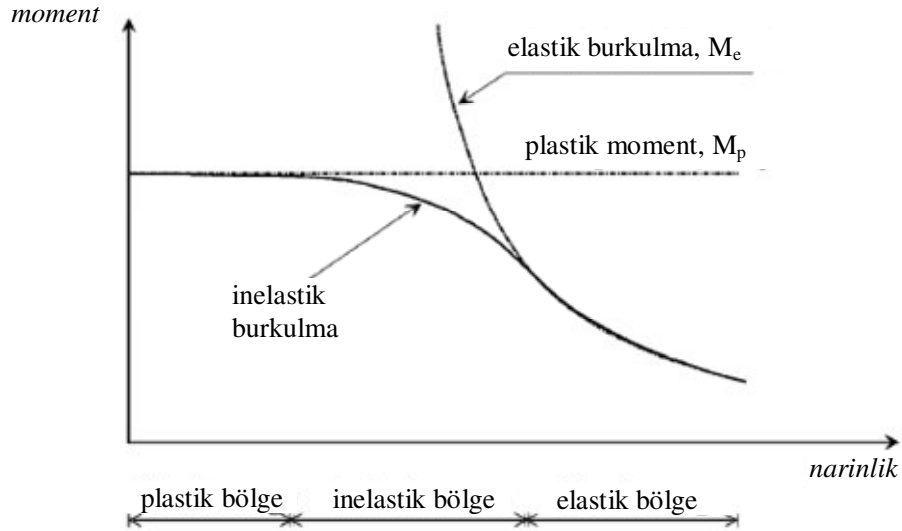
Sıklıkla karşılaşılan çelik yapı elemanlarından biri olan kirişler, üzerlerine etkileyen yükü, eğilme ve kesme yönünde mesnetlere aktaran yapı elemanlarıdır. Kirişte, aynı yükte eksenel yüklü diğer elemanlara göre daha yüksek gerilmeler ve şekil değiştirmeler oluşur. Bu eğilme şekil değiştirmeleri, kiriş tasarımında dikkate alınan öncelikli unsurlardandır. Kuvvetli eksenli etrafında eğilmeye maruz, çift simetri eksenli kirişlerin genel davranışı Şekil 1.2’de verilmiştir [14]. Bu genel davranış, elastik, inelastik ve plastik olmak üzere üç bölgede incelenir.

Plastik bölgedeki kiriş, büyük şekil değiştirme yaparken,  $M_p$  plastik moment dayanımına ulaşır ve kesitte plastik mafsalları oluşumu görülür. Şekil değiştirme özelliği dönme kapasitesi olarak adlandırılır. Kirişte küçük şekil değiştirmelerin görüldüğü inelastik davranışın söz konusu olduğu durumda, kesitin ancak en dış lifinde akma dayanımına ulaşılır ve göçme, plastik moment dayanımından önce ve/veya sonra gerçekleşebilir. Elastik bölgede ise, kiriş, şekil değiştirmeler tamamen elastik taşıma kapasitesini kaybeder.



**Şekil 1.2:** Kirişin Genel Davranışı

Yeterli yanal rijitliğe veya yanal mesnetlere sahip olmayan kirişte düzlem dışına burkulma gözlenir. Sehimler ve gerilmeler artık aksenal kuvvetlerin şiddeti ile orantılı değildir. Burkulmanın oluştuğu yük, genel olarak, kirişin düzlem yük taşıma kapasitesinden düşük olabilir (Şekil 1.3).



**Şekil 1.3:** Basit Mesnetli Kirişin Yanal Burkulma Dayanımı

Genellikle, kirişlerin stabilite kaybı, hem yanal yer değiştirme hem de dönme ile sonuçlandığından, kirişin göçme davranışı yukarıda tanımlanan davranışlardan çok

daha karmaşıktır. Kirişin mükemmel geometride olduğu ve yüklemenin tam olarak gövde hizasında yapıldığı ideal durum için, yanal stabilite kaybının başladığı limit yük, elastik yanal burulmalı burkulma yükü olarak adlandırılır [4, 10, 11]. Yanal burulmalı burkulma kritik yükünü etkileyen birçok faktör vardır. Bunlardan en önemlileri, kiriş enkesitin geometrisi ve yanal serbest açıklığının büyüklüğüdür. Bu çalışma kapsamında, bu iki değişkenin etkisi incelenmiştir.

## 2.1 KİRİŞLERDE YANAL BURULMALI BURKULMA

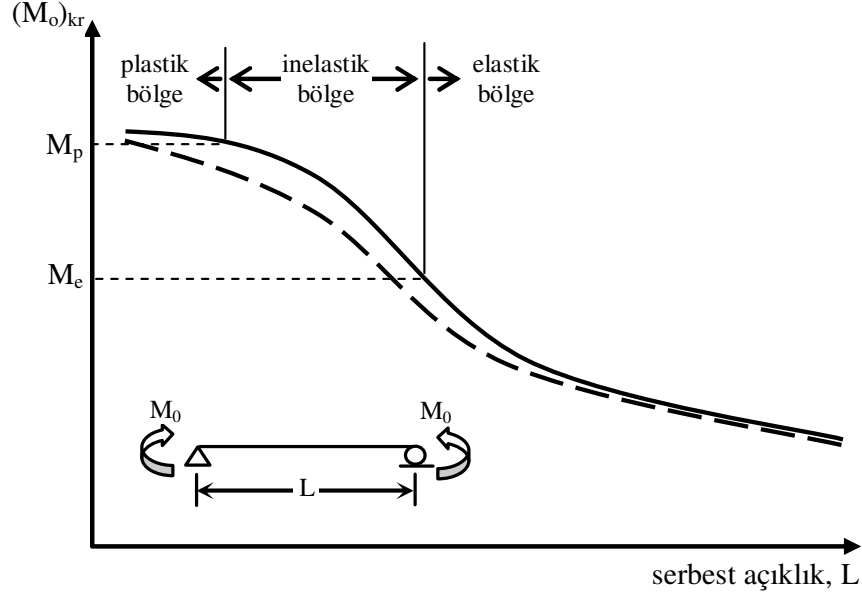
Eğilme etkisi altındaki yapı elemanlarından kirişler, ekonomi sağlamak amacıyla, yüklemenin yapıldığı ekseninin (kuvvetli eksen) rijitliği, diğer eksene (zayıf eksen) göre daha büyük enkesitte olacak şekilde yerleştirilirler. Bu elemanlar, yanal yer değiştirmeye ve dönmeye karşı tutulu değilse, zayıf eksenleri etrafındaki eğilme ve burulma dayanımları yetersiz kalabilir ve yanal burulmalı burkulma ile göçmeye maruz kalırlar.

Kuvvetli ekseni etrafında eğilmeye maruz, I-kesitli profiller gibi, ince cidarlı düzlem elemanlardan oluşan açık enkesitli kirişlerde yanal burulmalı burkulma görülme olasılığı yüksektir. Yanal burulmalı burkulma, yük taşıma kapasitesinin başlangıçta sabit olan değerinin, büyük şekil değiştirmelere ve akmaya bağlı olarak azalması ile açıklanır. Yanal yer değiştirme ve dönmenin kombinasyonu olarak görülen bu şekil değiştirmeler, yapının kullanılabilirliği için bir sınır durumdur. Yanal burulmalı burkulma, yanal harekete serbest açıklığı kısaltacak şekilde yerleştirilen mesnetlerle veya burulma rijitliği yüksek kesitlerin kullanımıyla önlenir.

Yanal burkulma dayanımını etkileyen en önemli değişkenler, yanal mesnetler arasındaki mesafe ve enkesit geometrisidir. Yükün şekli ve yeri, yapının sınır koşulları, malzeme özellikleri, artık gerilmeler, geometrik önkusurlar ve enkesitteki süreksizlikler de yanal burulma dayanımını etkilemektedir.

Yanal burulmalı burkulma davranışının serbest açıklığa göre değişimi Şekil 2.1'de grafiksel olarak sunulmuştur [6]. Şekildeki kalın çizgi, kusursuz geometrideki basit mesnetli kiriş için kritik yük değerlerini göstermektedir. Kesikli çizgi ise geometrik önkusur söz konusu olduğu durum içindir. Bu davranış üç bölgede incelenebilir.

- i. uzun kirişlerde etkin olan, elastik burkulma,
- ii. kirişin en azından bir kısmının akma gerilmesine ulaştığında stabilite kaybının görüldüğü inelastik burkulma,
- iii. burkulmanın plastik momentten sonra gerçekleşeceği kadar kısa kirişlerde görülen plastik burkulma.

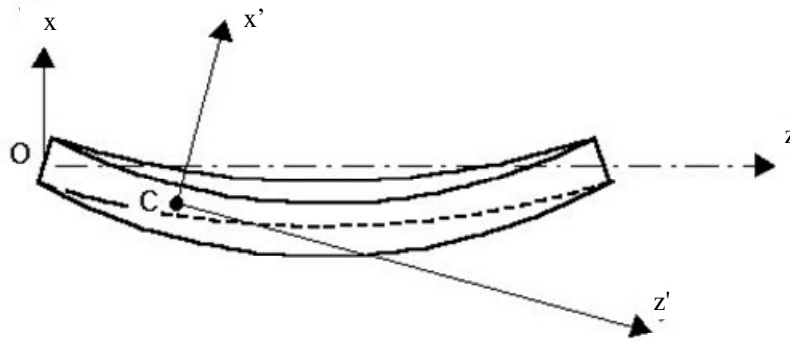
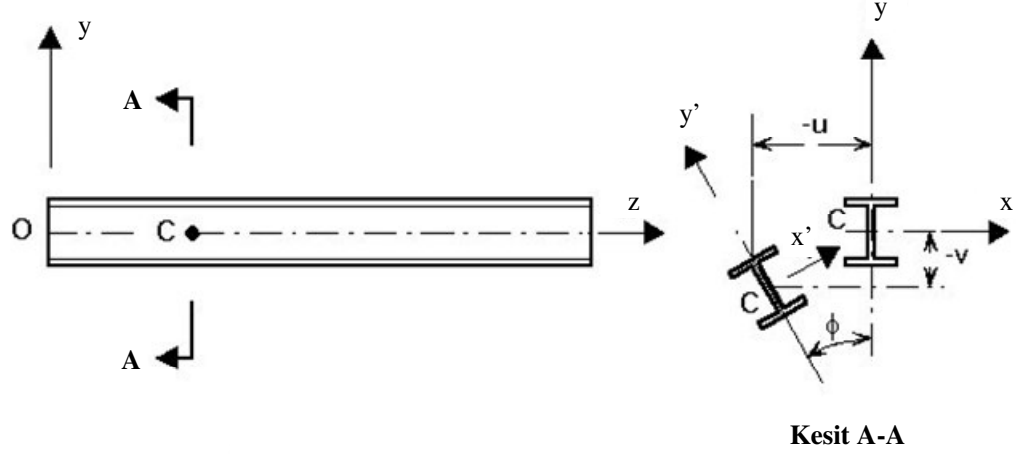


**Şekil 2.1:** Yanal Burulmalı Burkulma Dayanımının Serbest Açıklıkla Değişimi

## 2.1 Elastik Yanal Burulmalı Burkulma

Yanal burulmalı burkulma analizi için yapılan bu çalışmada, yapısal tasarımda stabilitenin önemi dikkate alınmıştır. Diferansiyel denklemlerle türetilen kritik elastik dayanım ifadesi tüm yanal burulmalı burkulma durumları için temel oluşturmaktadır.

Kuvvetli ekseninde etrafında üniform moment etkisi altındaki I-kesitli basit mesnetli kiriş Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Serbest açıklığı L olan kirişin, uç noktaları yanal yer değiştirmeye ve dönmeye karşı tutuludur, ama yanal dönme ve çarpılma serbestliği vardır. Şekil değiştirmelerin küçük olduğu, elastik malzeme kabulü yapıldığı, artık gerilmelerin ihmal edildiği ve kesitin homojen olduğu varsayılmıştır.



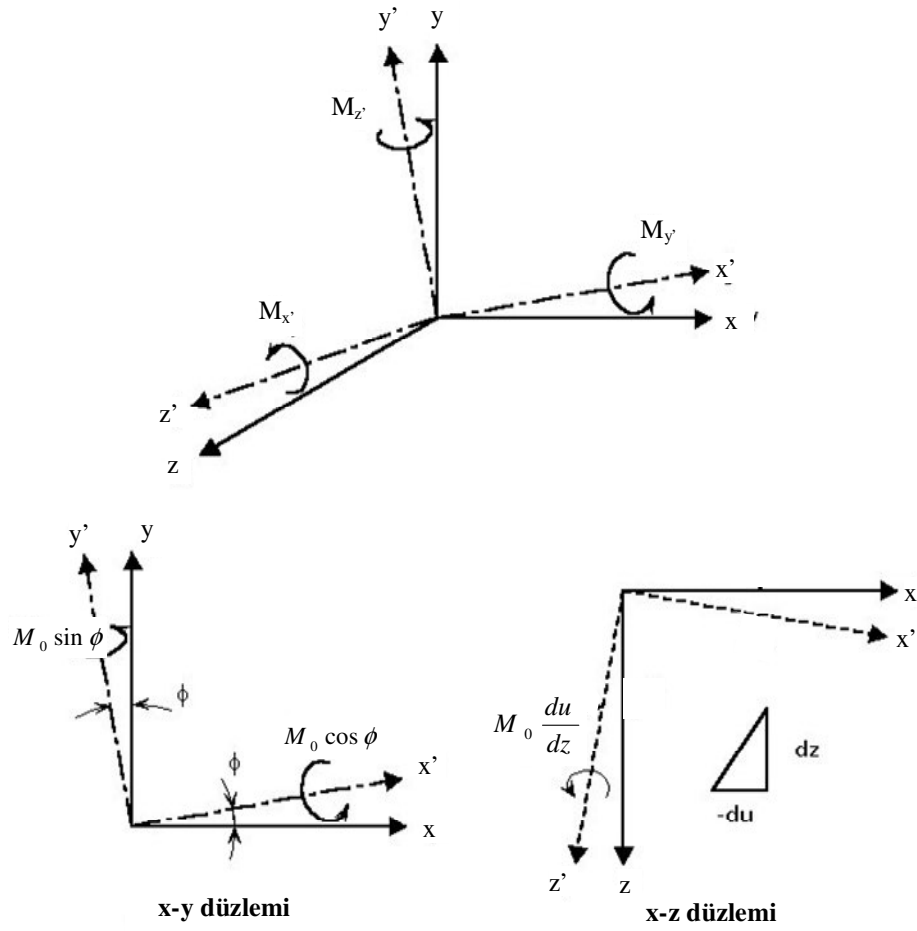
**Şekil 2.2:** I-Kesitli Kirişin  $M_0$  Momenti Etkisiyle Şekil Değiştirmiş Hali

Bu koşullar altında, uygulanan  $M_0$  momenti etkisiyle burkulanan kirişte,  $yz$  düzleminde  $x'$ -,  $y'$ - ve  $z'$ - eksenleri etrafında, sırasıyla  $M_{x'}$ ,  $M_{y'}$  ve  $M_{z'}$  moment bileşenleri oluşur. Bu moment bileşenleri Şekil 2.3'de gösterilmiştir. Bu durum hem  $x'z'$  düzleminde, hem de  $y'z'$  düzlemlerinde eğilme ve  $z'$ -ekseni etrafında da burulma gözlemleneceği anlamına gelmektedir.  $\phi$ , dönme açısı çok küçük olduğundan, yanal yer değiştirmeden ( $u$ ) kaynaklanan, bu momentler şu şekilde ifade edilir:

$$M_{x'} = M_0 y \quad (2.1a)$$

$$M_{y'} = M_0 \phi \quad (2.1b)$$

$$M_{z'} = -M_0 \frac{du}{dz} \quad (2.1c)$$



**Şekil 2.3:** Uygulanan  $M_0$  Momentinin Şekil Değiştirmiş Eksen Üzerindeki Bileşenleri

I-kesitli kirişin burulma davranışının ifadesi denklem (2.2)'de verilmektedir [17].

$$M_{z'} = GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (2.2)$$

Burada,  $G$ , kayma modülü,  $J$ , burulma sabiti ve  $C_w$ , çarpılma sabitidir.  $M_0$ , kiriş açıklığı boyunca sabit olduğundan, burulma bileşeni  $M_{z'}$  değeri, bu ifadede yerine yazılırsa kirişin burulma davranışını veren denklem elde edilir.

$$-\frac{du}{dz} M_0 = GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (2.3)$$

y yönünde ağırlık merkezi ekseninin yer değiştirmesi  $v$  ile gösterilirse,  $y'z'$  düzleminin eğilme ifadesi denklem (2.4)'te yazılmıştır ( $y'$ - ve  $y$ -, ve  $z'$ - ve  $z$ - eksenleri arasındaki çok küçük açının kosinüsü 1 olarak hesaba katılmıştır).

$$M_{x'} = EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (2.4)$$

Aynı şekilde,  $u$ ,  $x$  yönünde ağırlık merkezi ekseninin yer değiştirmesi olmak üzere,  $x'z'$  düzleminde oluşan eğrilik ifadesi denklem (2.5)'de ifade edilmiştir.

$$M_{y'} = EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2.5)$$

Küçük şekil değiştirme varsayımına göre, kesite ait  $I_{x'}$  ve  $I_{y'}$  rijitlikleri sırasıyla  $I_x$  ve  $I_y$  değerlerine eşittir. Ayrıca  $I_{x'}$ ,  $I_{y'}$  ile karşılaştırıldığında, değeri çok daha büyük olduğu kabul edildiğinden,  $u$  yer değiştirmesi  $v$  ve  $\phi$ 'den bağımsızdır ve eğilme düzlemindeki yer değiştirme  $v$ ,  $\phi$  burulma dönmesini etkilemez. Bu durumda, denklem (2.3)'ün  $z'$ 'ye göre türevi alınarak,

$$-\frac{d^2 u}{dz^2} M_0 = GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} \quad (2.6)$$

denklemi elde edilmiştir. Denklem (2.1b) ve denklem (2.5)'deki  $M_{y'}$  değerleri karşılaştırıldığında, ortaya çıkan

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{M_0 \phi}{EI_y} \quad (2.7)$$

eşitliği, denklem (2.6)'da yerine yazılırsa, dönme açısının diferansiyel denklemi oluşturulur.

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{M_0^2}{EI_y} \phi = 0 \quad (2.8)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümleri için,  $\alpha$  ve  $\beta$  değişkenlerinin tanımları denklem (2.9a) ve denklem (2.9b)'de ifade edilmiştir.

$$2\alpha = \frac{GJ}{EC_w} \quad (2.9a)$$

$$\beta = \frac{M_0^2}{E^2 C_w I_y} \quad (2.9b)$$

Değişkenler, denklem (2.8)'de yerlerine yerleştirilirse, diferansiyel denklemin son hali, denklem (2.10)'daki şeklini alır.

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - 2\alpha \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \beta \phi = 0 \quad (2.10)$$

Dönme açısının çözümü için şu tahmin yapılır:

$$\phi = Ae^{mz} \quad (2.11a)$$

Bu ifadenin, denklem (2.10) diferansiyel denkleminde yerine konularak, 2° ve 4° türevleri alınmıştır.

$$\frac{d^2 \phi}{dz^2} = Am^2 e^{mz} \quad (2.11b)$$

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} = Am^4 e^{mz} \quad (2.11c)$$

$$Ae^{mz}(m^4 - 2\alpha m^2 - \beta) = 0 \quad (2.12)$$

Ortaya çıkan denklem (2.12) ifadesinde,  $e^{mz}$ , sifira eşit olamaz. Ayrıca, burkulmanın söz konusu olduğu durumda  $A$ , sıfırdan farklı bir değer almak zorundadır. Buna göre

$$(m^4 - 2\alpha m^2 - \beta) = 0 \quad (2.13)$$

olması gerekir. Bu denklemin çözüldüğünde,  $m$  değeri denklem (2.14)'ten elde edilir.

$$m = \pm \sqrt{\alpha \pm \sqrt{\beta + \alpha^2}} \quad (2.14)$$

Denklem çözümünün iki gerçel ve iki kompleks çözümünün olması için  $\sqrt{\beta + \alpha^2} > \alpha$  eşitsizliği sağlanmalıdır.

Kolay gösterim amacıyla, gerçel kökler için  $p^2$  ve kompleks köklerin gerçel kısmı için  $q^2$  değişkenleri tanımlanmıştır.

$$p^2 = \alpha + \sqrt{\beta + \alpha^2} \quad (2.15a)$$

$$q^2 = -\alpha + \sqrt{\beta + \alpha^2} \quad (2.15b)$$

$m$ 'in dört farklı değeri için,  $\phi$  ifadesi, denklem (2.16a) kullanılarak çözülür.

$$\phi = A_1 e^{pz} + A_2 e^{-pz} + A_3 e^{iqz} + A_4 e^{-iqz} \quad (2.16a)$$

Kompleks eksponansiyel fonksiyonları yerine, trigonometrik açılımları yazılıp, yeni  $A_3$  ve  $A_4$  sabitlerinin sırasıyla  $(A_3 + A_4)$  ve  $(A_3 i + A_4 i)$ 'ye eşit olduğu tanımlandığında,

$$\phi = A_1 e^{pz} + A_2 e^{-pz} + A_3 \cos qz + A_4 \sin qz \quad (2.16b)$$

denklemini elde edilir.

Bu denklemde sabit sayıların değerleri, sınır koşulları kullanılarak belirlenir. Uç notlarında çarpılma etkisi kısıtlanmamış ama dönmeye karşı tutulu basit mesnetli kiriş ele alındığından, sınır koşulları  $z = 0$  ve  $z = L$  için  $\phi = 0$  ve  $\frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0$  olarak bilinmektedir.

$z = 0$ 'da  $\phi = 0$  olduğundan, denklem (2.16b) ifadesi,

$$0 = A_1 + A_2 + A_3 \quad (2.17a)$$

şeklinde sadeleştirilebilir.

$z = 0$ 'da  $\frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0$  eşitliği yerine konulacak olursa da denklem (2.16b),

$$0 = A_1 p^2 + A_2 p^2 - A_3 q^2 \quad (2.17b)$$

şeklinde yazılır. Denklem (2.17a)  $p^2$  ile çarpılıp denklem (2.17b)'den çıkarıldığında,

$$0 = A_3(p^2 + q^2) \quad (2.18a)$$

ilişkisi elde edilir. Burada,  $(p^2 + q^2)$  sıfırdan farklı bir değere sahip olduğu için,

$$A_3 = 0 \quad (2.18b)$$

olmalıdır. (2.17a) eşitliğinden,

$$A_1 = -A_2 \quad (2.19)$$

yazılabilir. Buna göre, (2.16b) denklemi,

$$\phi = A_1(e^{pz} - e^{-pz}) + A_4 \sin qz \quad (2.20a)$$

şeklinde ifade edilir. Bu da, hiperbolik fonksiyon formatında,

$$\phi = 2A_1 \sinh pz + A_4 \sin qz \quad (2.20b)$$

olarak düzenlenir.

$z = L$ 'de  $\phi = 0$  ve  $z = L$ 'de  $\frac{d^2\phi}{dz^2} = 0$  sınır koşullarına göre (2.20b) denklemi

yeniden yazılırsa, sırasıyla,

$$0 = 2A_1 \sinh pL + A_4 \sin qz \quad (2.21a)$$

$$0 = 2A_1 p^2 \sinh pL - A_4 q^2 \sin qz \quad (2.21b)$$

haline gelir. Bu denklem sistemi, denklem (2.21a)  $q^2$  ile çarpılıp denklem (2.21b) ile toplanarak çözüldüğünde,

$$2A_1(p^2 + q^2) \sinh pL = 0 \quad (2.22)$$

denklemi elde edilir.  $(p^2 + q^2)$  değeri sıfıra eşit olmayacağından ve  $\sinh pL$  yalnızca  $p = 0$  için sıfır değeri alabileceğinden  $A_1$  sıfıra eşit olmalıdır.

$$A_1 = -A_2 = 0 \quad (2.23)$$

Sonuç olarak,  $\phi$ , dönme açısının ifadesi şu hale indirgenebilir:

$$\phi = A_4 \sin qL = 0 \quad (2.24)$$

Yanal burulmalı burkulma söz konusu olduğunda,  $A_4$  sıfırdan farklı bir değer almalıdır, bundan dolayı,

$$\sin qL = 0 \quad (2.25a)$$

olmalıdır.  $N$ , herhangi bir tamsayı olmak üzere,

$$qL = N\pi \quad (2.25b)$$

Elastik burkulma koşulunun tanımı

$$q = \frac{N\pi}{L} \quad (2.26)$$

şeklindedir, ve  $N = 1$  için temel burkulma modudur.

Buna göre,  $q$  değişkeninin değeri, (2.15b) eşitliğinde yerine konulursa,

$$q = \sqrt{-\alpha + \sqrt{\beta + \alpha^2}} = \frac{\pi}{L} \quad (2.27)$$

ilişkisi elde edilir. Bu eşitlikte, her iki tarafın karesi alınıp  $\alpha$  ve  $\beta$  değişkenlerinin (2.9a) ve (2.9b)'de geçen tanımları yerlerine konulursa,

$$-\frac{GJ}{2EC_w} + \sqrt{\frac{M_0^2}{E^2 C_w I_y} + \left(\frac{GJ}{2EC_w}\right)^2} = \frac{\pi^2}{L^2} \quad (2.28)$$

denklemi elde edilir. Bu denklemde  $M_0$ , uygulanan uniform momentin kesitin elastik burkulmasına yol açan değeri kritik moment olarak adlandırılır.

Denklem (2.28),  $M_0 = M_{kr}$  için çözümlerse,

$$M_{kr} = \sqrt{\frac{\pi^4 E^2 C_w I_y}{L^4} + \frac{\pi^2 E I_y GJ}{L^2}} \quad (2.29)$$

( $\pi/L$ ) değeri, karekök içinden çıkarılarak,

$$M_{kr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 C_w I_y + EI_y GJ} \quad (2.30)$$

şeklinde,  $L$ , serbest açıklığı boyunca, gövde düzleminde sabit moment etkisindeki I-kesitli kirişin elastik yanal burulmalı burkulma dayanım ifadesi oluşturulur.

Kritik momentin, yalnızca kesitin  $EI_y$  ve  $GJ$  değerlerine değil,  $EC_w$  değerine de

bağlı olduğuna dikkat edilmelidir. Bu moment ifadesi,  $W = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}}$  olmak üzere,

$$M_{kr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ} \sqrt{(1+W^2)} \quad (2.31a)$$

şeklinde düzenlenerek, ikinci karekök değeri ile, çarpılmanın burulma dayanımına katkısı gösterilir. I-kesitli kiriş için,  $M_{kr}$ , başlık arası mesafe arttıkça artar. Bu durum, daha sonra tanımlanacak olan  $C_w$ , çarpılma sabitinin kesit derinliğinin karesi ile doğru orantılı olmasıyla açıklanır.

Denklem (2.31) oluşturulurken düzlem içine eğilmenin, yanal burulmalı burkulmaya etkisi olmadığı varsayılmıştır. Bu varsayım,  $EI_x$  eğilme rijitliğinin,  $EI_y$  eğilme rijitliğinden çok büyük olmasıyla doğrulanır. Düzlem içine eğilme, düzlem dışına eğilme ile karşılaştırıldığında ihmal edilecek kadar küçüktür. Eğer bu iki ifade aynı büyüklük mertebesindeyse, düşey yz-düzlemindeki eğilme önem kazanır ve  $M_{kr}$  hesabında dikkate alınır. Düzlem içine eğilmenin etkisini de içeren yaklaşık bir sonuç, Kirby ve Nethercot [14] tarafından,  $I_r = 1 - (I_y/I_x)$  olmak üzere,

$$M_{kr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI_y GJ}{I_r}} \sqrt{(1+W^2)} \quad (2.31b)$$

olarak ifade edilmiştir.  $I_y = I_x$  olduğunda,  $I_r$  değeri sifıra eşit olacağından,  $M_{kr}$  değerinin sonsuza gideceği görülür. Eğer  $I_y > I_x$  ise,  $I_r$  negatif değerlidir,  $M_{kr}$  sanal değerler alır. Bu nedenle, kirişlerde yanal burulmalı burkulma görülme ihtimali, yalnızca kesitin iki asal düzlemi birbirinden farklı eğilme rijitliklerine sahip olduğunda ve yük zayıf eksen düzleminde uygulandığında vardır.

### 2.1.1 Moment gradyanı

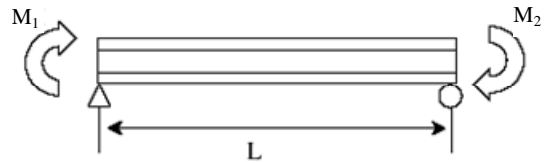
Kritik moment ifadesi denklem (2.30)'da tanımlanmış olup, kiriş açıklığı boyunca sabit moment etkisiyle oluşan belirli bir eğilme için türetiltiğinden kapsama alanı kısıtlıdır. Ancak kirişler, uygulama alanlarında, kiriş açıklığı boyunca uniform olmayan moment etkisi doğuran çeşitli yüklemelere maruz kalırlar. Ayrıca, bu denklem, mesnet koşulları, çarpılma ve  $y$ -ekseni etrafında dönme serbestliği olan kirişler için geçerlidir. Kritik moment hesabının genelleştirilmesi amacıyla, mesnet koşullarının ve moment dağılımının farklı durumlarını yansıtacak bir katsayı ile çarpılarak yanal burulmalı burkulma kritik moment ifadesinin geliştirilmesi gerekir [18]. Bu durum tasarım standartlarında [19],  $C_b$  ile gösterilen bir sabitin kritik moment ifadesine dahil edilmesi şeklinde gösterilir.

$$M_{kr} = C_b \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 C_w I_y + EI_y GJ} \quad (2.32)$$

Bu şekilde, kirişe uygulanan yükün, kiriş serbest açıklığına düzgün sabit moment etkisi oluşturmadığı durumlar için yanal burulmalı burkulma dayanımındaki değişim dikkate alınmış olur. Böylece, kritik moment daha tutarlı ve doğru ifade edilir.  $C_b$ , moment gradyanını ifade eden denklem AISC yönetmeliğinin birinci baskısında [20] denklem (2.33) şeklinde tanımlanır.

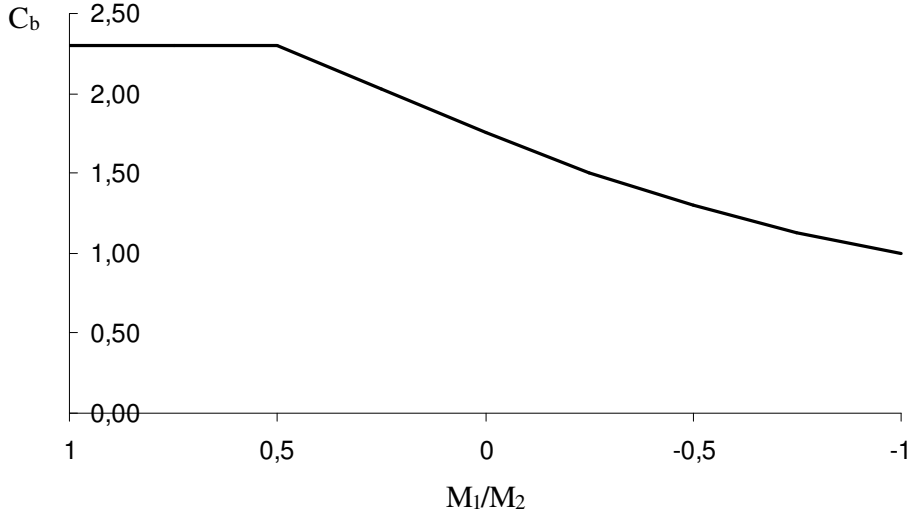
$$C_b = 1.75 + 1.05\left(\frac{M_1}{M_2}\right) + 0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \leq 2.3 \quad (2.33)$$

Bu ifadede  $M_1$  ve  $M_2$  en büyük ve en küçük kiriş uç momentleridir. Uç momentlerinin oranı ( $M_1/M_2$ ), Salvodari'nin [21] tanımına göre, moment çift eğrilikli eğilmeye yol açıyorsa pozitif değerlidir. Şekil (2.5)'teki gibi kiriş açıklığında moment diyagramı tek eğrilikli ise bu oran negatif değerlidir.



Şekil 2.4: Sabit Moment Etkisi Altındaki Basit Mesnetli I-Kesitli Kiriş

Moment gradyanı,  $C_b$  değerinin  $(M_1/M_2)$  oranına göre değişimi (Şekil 2.6)'da gösterilmiştir.  $(M_1/M_2)$  oranı her zaman  $-1$  ve  $1$  arasında değişen değerler alacağından,  $C_b$ 'nin alacağı en küçük değer  $1$ 'dir. Böylelikle, uç momentleri aynı yönde ve birbirine eşit olduğunda  $C_b = 1$ 'dir.



Şekil 2.5: Moment Gradyanının  $(M_1/M_2)$  Oranına Bağlı Değişim Eğrisi

## 2.2 Elastik Olmayan Yanal Burulmalı Burkulma

Yanal burulmalı burkulma elastik moment ifadesi oluşturulurken, uygulanan momentin şekil değiştirmiş düzlemlerdeki bileşenleri gerilme-şekil değiştirme oranına göre tanımlanmıştır. Bundan dolayı, bu moment etkisinin, kiriş kesitinin en dış lifindeki gerilmenin akma gerilmesini aşmasına sebep olmayacak büyüklükte olduğu varsayılır. Kirişin yanal burulmalı burkulma yapmadan akma momentine ulaştığı anlamına gelen  $M_0 > M_a$  çözümü geçersizdir.

Elastik bölgede yer almayan elemanlarda ise, yanal burulmalı burkulmadan önce, kesitin en azından en dış lifinde  $\epsilon_a = \sigma_a/E$ , akma şekil değiştirmesine ulaşılır. Yanal burulmalı burkulma gerçekleşmeden önce, kesitin  $M_a$  akma dayanımına ulaşabilmesi için, kirişin serbest açıklığı denklem (2.29)'daki  $M_{kr}$  değeri yerine  $M_a$  değeri yazılarak belirlenmelidir. Denklem (2.29)'un tasarımda kullanılmak için çok

karmaşık olduğu ve burulma özelliklerinin sakıncalı kabul edildiği dikkate alınmalıdır.

Denklem (2.29)'da tanımlanan yanal burulmalı burkulma kritik momenti, iki terimden oluşmaktadır. İlk terim ( $\pi^4 E^2 C_w I_y / L^4$ ), başlık eğilme rijitliği ile çarpılma etkisini, ikinci terim ( $\pi^2 E I_y G J / L^2$ ), burulma rijitliğini ifade eder.  $M_{kr}$ , kritik momentin bileşenlerinin toplamı şeklinde olmasından dolayı, bazı yönetmeliklerde, bunlardan büyük olanı ile yanal burulmalı burkulma limiti veya uygulanan momentin en büyük değerinin bulunabileceği düşünülebilir. Ancak, ilk terimde burulma rijitliğinin, ikinci terimde de başlığa ait çarpılma etkisinin ihmal edildiği gözden kaçırılmamalıdır. Örneğin, ince cidarlı kesitlerin hesabında bu dar bakış açısının olumsuz etkileri görülebilir. Yeni yönetmeliklerde, denklem (2.29)'a ait bileşenlerden en büyüğü kullanılarak tasarım limit durumun belirlenmesine izin verilmemektedir. Bu yüzden, yanal burulmalı burkulma dayanımının anlaşılması karmaşıklaşmış ve kontrol edilmesi zorlaşmıştır.

AISC-ASD'de [22] bu denklem, kullanım kolaylığı sağlanabilmesi için, bir takım dönüşümler ve yaklaşık kabuller yapılarak yeniden oluşturulmuştur. Yanal burulmalı burkulma ifadesini sadeleştirmek için yapılan kabuller,

$$t_g / t_b \approx 0.5 \quad (2.33a)$$

$$A_g = 0.2A \quad (2.33b)$$

$$d = 0.95h \quad (2.33c)$$

şeklinde ifade edilir. Bu kabullere göre,  $t$  parametresine bağlı olarak, kiriş enkesitinin boyutları elde edilebilir (Şekil 2.7).

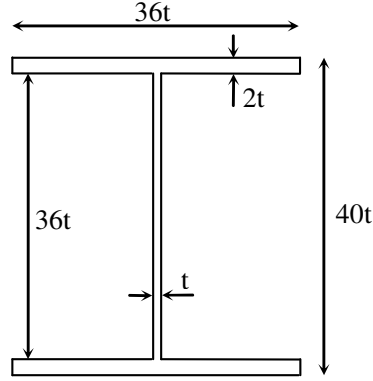
$$t_g = t \Rightarrow t_b = 2t \quad (2.34a)$$

$$h - d = 0.05h = t_b \Rightarrow h = 20t_b = 40t \quad (2.34b)$$

$$h_g = h - 2t_b = 36t \quad (2.34c)$$

$$A_g = (36t)(t) = 0.2A \Rightarrow A = 180t^2 \quad (2.34d)$$

$$180t^2 = 2b(2t) + (36t)(t) \Rightarrow b = 36t \quad (2.34e)$$



**Şekil 2.6:** Yapılan Kabullerin Referans Aldığı I-Kesit

Yanal burulmalı burkulma dayanımı hesabını basitleştirmek amacıyla, içerdiği ifadeler, kesitin düzlem elemanlardan oluştuğu gözönüne alınarak tek tek açıklanmıştır. Bu ifadelerin kesit geometrisine bağlı değerleri, yapılan kabullerin referans aldığı enkesitin parametrik boyutlarına göre hesaplanmıştır. Bunlar sırasıyla,

- Burulma rijitliği,

$$J = 2\left(\frac{bt_b^3}{3}\right) + \frac{1}{3}h_g t_g^3 = \frac{t_b^2}{3} \left[ 2bt_b + h_g t_g \left(\frac{t_g}{t_b}\right)^2 \right] \quad (2.35a)$$

$$J = \frac{t_b^2}{3} [2bt_b + h_g t_g - 0.75h_g t_g] \quad (2.35b)$$

$$J = \frac{t_b^2}{3} [A - 0.15A] \approx 0.283At_b^2 \quad (2.35c)$$

- Atalet momentleri,

$$I_y \approx \frac{2t_b b^3}{12} = \frac{t_b b^3}{6} = Ai_y^2 \quad (2.36a)$$

$$I_y = (180t^2)i_y^2 \quad (2.36b)$$

$$I_x = 2 \left( \frac{bt_b^3}{12} + bt_b \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right) + \frac{t_g h_g^3}{12} = Ai_x^2 \quad (2.37a)$$

$$I_x = 2 \left( \frac{(36t)(2t)^3}{12} + (36t)(2t)(19t)^2 \right) + \frac{t(36t)^3}{12} = 55920t^4 \quad (2.37b)$$

- Atalet yarıçapları,

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{15552t^4}{180t^2}} = 9,295t \quad (2.38)$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{55920t^4}{180t^2}} = 17,626t \quad (2.39)$$

- Kayma modülü,

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E}{2.6} \quad (2.40)$$

- Çarpılma sabiti,

$$C_w = I_y d^2 / 4 \quad (2.41a)$$

$$C_w = (15552t^4)(38t)^2 / 4 = 5614272t^6 \quad (2.41b)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Denklem (2.29)'un içerdiği terimler, yukarıda açıklandığı şekliyle yerlerine konulmasıyla elde edilen sadeleştirilmiş moment ifadesi,  $S_x$ , mukavemet momentine bölünerek gerilme biçiminde bulunur.

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\frac{\pi^4 E^2 C_w I_y}{(S_x)^2 L^4} + \frac{\pi^2 E I_y G J}{(S_x)^2 L^2}} \quad (2.42)$$

Bunun için mukavemet momenti değeri de enkesit boyutlarına bağlı olarak ifade edilmiştir.

- Mukavemet momenti,

$$S_x = 2 \frac{Ai_x^2}{h} \quad (2.43a)$$

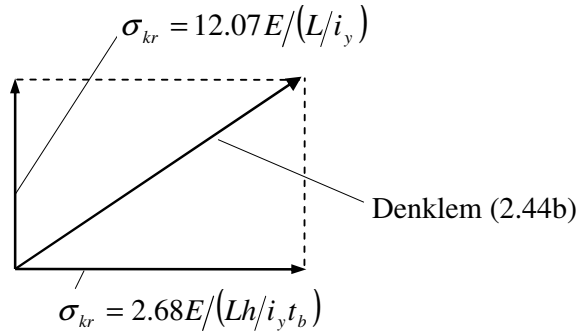
$$S_x = 2 \frac{(180t^2)(17.626t)^2}{(40t)} = 2796t^3 \quad (2.43b)$$

Tüm bu ifadelerin değerleri, denklem (2.29)'da yerlerine konularak, yanal burulmalı burkulma için kritik gerilmesinin basit tanımı yapılır.

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\frac{\pi^4 E^2 (64980t^4 i_y^2)(180t^2 i_y^2)}{(2796t^3)^2 L^4} + \frac{\pi^2 E(180t^2 i_y^2)(\frac{E}{2.6})(0.283 \cdot 180t^2 t_b^2)}{(2796t^3)^2 L^2}} \quad (2.44a)$$

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\left(\frac{12.07E}{(L/i_y)}\right)^2 + \left(\frac{2.68E}{Lh/i_y t_b}\right)^2} \quad (2.44b)$$

Gerilme ifadesinin, burulma özellikleri yerine daha basit kesit özellikleriyle ifade edilen bu formunda, ilk terim kolon burkulma rijitliğini, ikinci terim de burulma rijitliğini tanımlar. Bu iki terim birbirine dik iki vektör olarak düşünüldüğünde, yanal burulmalı burkulma, bu değerlerin bileşkesidir (Şekil 2.8).



**Şekil 2.7:** Yanal Burulmalı Burkulma Gerilmesinin Bileşenleri

Eğer denklem (2.44)'te tanımlanan bileşke kullanılmayacaksa, üçgenin dik kenarlarından büyük olanının değeri ile gerilme yaklaşık olarak ifade edilebilir.

### 2.2.1 Burulma rijitliği büyük kesitler

Kalın başlıklı kısa kesitlerde burulma rijitliği, kesit dayanımını kontrol eder ve denklem (2.44b)'de geçen kritik gerilme genel ifadesinin ilk terimi ihmal edilebilir.

$$\sigma_{kr} = \frac{2.68E}{Lh/i_y t_b} \quad (2.45a)$$

Bu ifade, daha önce açıklanan kesit geometrisi kabullerine göre,  $i_y = 0.258b$  olduğu bilinerek,

$$\sigma_{kr} = \frac{0.69E}{Lh/A_b} \quad (2.45b)$$

halinde yazılabilir. Ancak, kirişe etkileyen yüklerin farklı uç moment değerleri oluşturabileceğini dikkate almak amacıyla,  $C_b$  moment gradyanı bu ifadeye dahil edilir.

$$\sigma_{kr} = \frac{0.69EC_b}{Lh/A_b} \quad (2.45c)$$

Bu tasarım gerilme ifadesi, AISC-ASD'de kirişler için kullanılan 1.67 genel emniyet katsayısı ile azaltılıp, çeliğin elastisite modülü  $E = 2100000kg/cm^2$  değerine yazılarak, birimi  $kg/cm^2$  olacak şekilde, sınırlanmış gerilme olarak elde edilir.

$$\sigma_b = \frac{867665C_b}{Ld/A_b} \quad (2.46)$$

### 2.2.2 Burulma rijitliği küçük kesitler

İnce gövde ve başlıklara sahip yüksek kesitlerde, basınç başlığının burkulma rijitliği, dayanımı kontrol eder ve gerilmenin, denklem (2.44b) ile tanımlanan genel ifadesinin ikinci terimi ihmal edilebilir.

$$\sigma_{kr} = \frac{12.07E}{\left(\frac{L}{i_y}\right)^2} \quad (2.47)$$

Sadece basınç başlığının burkulma rijitliği söz konusu gözönüne alındığında, atalet yarıçapı, basınç başlığı ve gövdenin basınç başlığı tarafında kalan bir kısmı için yeniden hesaplanmalıdır.  $r_T$ , bu basınç bölgesi için, ASD standardında sadece basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin üçte birinden oluşan kısmın atalet yarıçapı olarak tanımlanmıştır.

$$r_T = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}t_b b^3}{t_b b + \frac{1}{6}t_g h_g}} \quad (2.48)$$

Kabullerde kullanılan kesitin boyutu dikkate alındığında  $i_y = r_T/1,074$  şeklinde hesaplanır, zaten AISC-ASD formüllerinde bu değere çok yakın olan  $i_y = r_T/1.2$  varsayımı yapılmıştır.  $i_y$ ,  $r_T$  cinsinden ifade edilerek denklem (2.47)'de yerine yazılırsa, Euler burkulma gerilmesine yakın bir denklem elde edilir.

$$\sigma_{kr} = \frac{10.5E}{\left(\frac{L}{r_T}\right)^2} \approx \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r_T}\right)^2} \quad (2.49)$$

Yanal burulmalı burkulma ifadesinin ilk terimi, bu forma getirilerek, basınç başlığının burkulma dayanım ifadesi olduğu daha rahat görülebilir.

Kolon burkulma dayanımının kiriş davranışı ile ilişkilendirilmesi, kolon tasarımında kullanılan ilkelerin uygulanmasını gerektirir. Buna göre,  $\sigma_a/2$  değerinden büyük ise,  $\sigma_{kr}$ , burkulma gerilmesi için geçerli olan ASD standardında SSRC (Structural Stability Research Council) parabolü ile gösterilen elastik olmayan burkulma dayanımına,  $\sigma_a/2$  değerine eşit veya bundan küçük ise,  $\sigma_{kr}$ , burkulma gerilmesi için Euler elastik burkulma dayanımına bağlı tasarım ifadeleri kullanılmalıdır.

SSRC parabolü olarak tanımlanan ifadeye, etkili boy katsayısı  $K = 1$  alınarak ve  $C_b$  ile büyüklüğü kiriş serbest açıklığı boyunca sabit olmayan moment etkisini dahil edersek,

$$\sigma_{kr} = \sigma_a \left[ 1 - \frac{\sigma_a}{4\pi^2 EC_b} \left(\frac{L}{r_T}\right)^2 \right] \quad (2.50)$$

denklemini oluştur. Bu denklemde elde edilen sınır gerilme, servis yükleri seviyesinde hesaplar yapabilmek için, dayanım denkleminin bir katsayı ile bölünmesiyle elde edilir.  $L/r_T$  'nin küçük değerleri için dayanım,  $M_p = \sigma_a Z$  şeklinde ifade edilirken,  $L/r_T$  'nin büyük değerleri için dayanım,  $M_{kr} = \sigma_{kr} S_x$  şeklinde ifade edilir. Plastik moment dayanımına ulaşılabilen kesitler için, biçim katsayısı,  $\xi = Z/S_x$  olmak üzere I-kesitli kirişin kuvvetli eksenini için ortalama  $\xi = 1.10$  olarak kabul edilip, sınır emniyet katsayısı 1.67 ile azaltıldığında,

$$\sigma_b = \frac{\xi S_x \sigma_a}{1.67 S_x} = \frac{1.10 S_x \sigma_a}{1.67 S_x} = 0.66 \sigma_a \quad (2.51)$$

şeklinde sınır gerilmenin akma gerilmesine bağlı oranı bulunur.

Aynı şekilde, denklem (2.50)'de geçen kritik gerilmeye bağlı olarak  $\sigma_b$  bulunmak istenirse,  $\sigma_{kr}$  değerinin  $\frac{2}{3}$  katı dikkate alınmalıdır.

$$\sigma_b = \left[ \frac{2}{3} - \frac{\left(\frac{2}{3}\right) \sigma_a \left(\frac{L}{r_T}\right)^2}{4\pi^2 EC_b} \right] \sigma_a \quad (2.52)$$

Bu ifadede, çeliğin elastisite modülü  $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$  şeklinde hesaba katılarak,

$$\sigma_b = \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sigma_a (L/r_T)^2}{124500 \cdot 10^3 C_b} \right] \sigma_a \quad (2.53)$$

sınır gerilme denklemini elde edilir.

İkinci terimdeki katsayı, 124500'den 110500'e düzeltilerek ( $\frac{2}{3}$  yerine  $\frac{3}{4}$  ile çarpıldığı düşünülerek),  $L/r_T$  'nin büyük değerleri için, dayanımın  $\sigma_a$  'nın altına düşmesi ve biçim katsayısının ilave katkısının kaybolması sağlanır.  $M_a$  'nın altındaki dayanımlarda,  $\sigma_b$  sınır gerilmesi,  $0.66\sigma_{kr}$  yerine  $0.60\sigma_{kr}$  değerine eşit olur. Bu şekilde sınır gerilmesinin ASD standardında ifade edildiği haline yaklaşık olarak ulaşılır.

$$\sigma_b = \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sigma_a (L/r_T)^2}{110500 \cdot 10^3 C_b} \right] \sigma_a \quad (2.54)$$

Elastik burkulmanın kontrol edici olduğu,  $L/r_T$  'nin büyük değerleri için tasarımda, denklem (2.49) temel alınır. Bu eşitlik, 1.67 güvenlik katsayısına bölünüp,  $C_b$  ile çarpıldığında,

$$\sigma_b = \frac{\pi^2 EC_b}{1.67(L/r_T)^2} \quad (2.55)$$

şeklinde sınır gerilmesi ifade edilir. Elastisite modülünün sayısal değeri de yerine konulduğunda,

$$\sigma_b = \frac{12400 \cdot 10^3 C_b}{(L/r_T)^2} \quad (2.56)$$

olarak sınır gerilmesi elde edilir.

### 2.2.3 Kirişin yanal harekete serbest açıklığı

Kirişlerde yanal burulmalı burkulma problemini etkileyen en önemli unsur, kirişin serbest açıklığının belirlenmesidir. Bu değer belirlenirken, kirişte yeterince büyük dönme kapasitesinin sağlanması için, kesitin plastik moment dayanımına ulaşabilmesi sağlanır. Böylece, plastik mekanizmanın oluşumuna olanak verilir.

Yanal mesnetlerin kirişin yanal burulmalı burkulma dayanımını arttırıcı katkısı olduğu açıktır. Yanal mesnetlerin tam olarak etkili olabilmesi için, uygulandığı noktada kiriş enkesitinde hem dönmeyi hem de eğilmeyi önlemesi gerekir. Basit mesnetli kirişte yanal mesnetler yalnızca uç mesnet noktalarında değil, ara noktalarda da uygulanırsa yanal burulmalı burkulma analizi her serbest açıklık için ayrı yapılır.

Yanal burulmalı burkulmanın tasarım esaslarında kontrol edici olması için, yanal serbest açıklığın denklem (2.46) ve denklem (2.54)'ün,  $0.60\sigma_a$  sınır gerilmesi değerine eşitlendiğinde hesaplanan  $L$  değerinden büyük olması gerekir. Bu iki denklemden elde edilen en büyük gerilme sonucunun,  $0.60\sigma_a$  değerini aşması,  $M_a$  moment değerine yanal burulmalı burkulmadan önce ulaşılacağı anlamına gelir.

$\sigma_b = 0.60\sigma_a$  eşitliğinin ulaşılabileceği en büyük yanal serbest açıklık, (2.46) ve (2.54)'te gösterilen her iki denkleme göre  $\sigma_b = 0.60\sigma_a$  eşitliğinin oluşturulmasıyla sırasıyla,

$$L = \frac{1400000C_b}{(d/A_b)\sigma_a} \quad (2.57)$$

$$L = r_T \sqrt{\frac{6000 \cdot 10^3 C_b}{\sigma_a}} \quad (2.58)$$

şeklinde bulunabilir. Denklem (2.57) ve denklem (2.58) ile hesaplanan  $L$  değerlerinden büyük olanı, elastik olmayan yanal burulmalı burkulmanın görülebileceği en büyük yanal serbest açıklık olarak tanımlanır.

#### 2.2.4 Kesit özellikleri

Yanal burulmalı burkulma dayanımı yeterli yanal mesnet kullanımı ile yanal serbest açıklık kontrol edilerek sağlanabileceği gibi, kiriş enkesit özellikleriyle de kontrol edilebilir. Kirişlerin yanal burulmalı burkulma hassasiyetleri, farklı enkesitlere göre çeşitlilik gösterir. Kiriş enkesitleri, narinlik oranlarına göre üç kategoriye ayrılırlar:

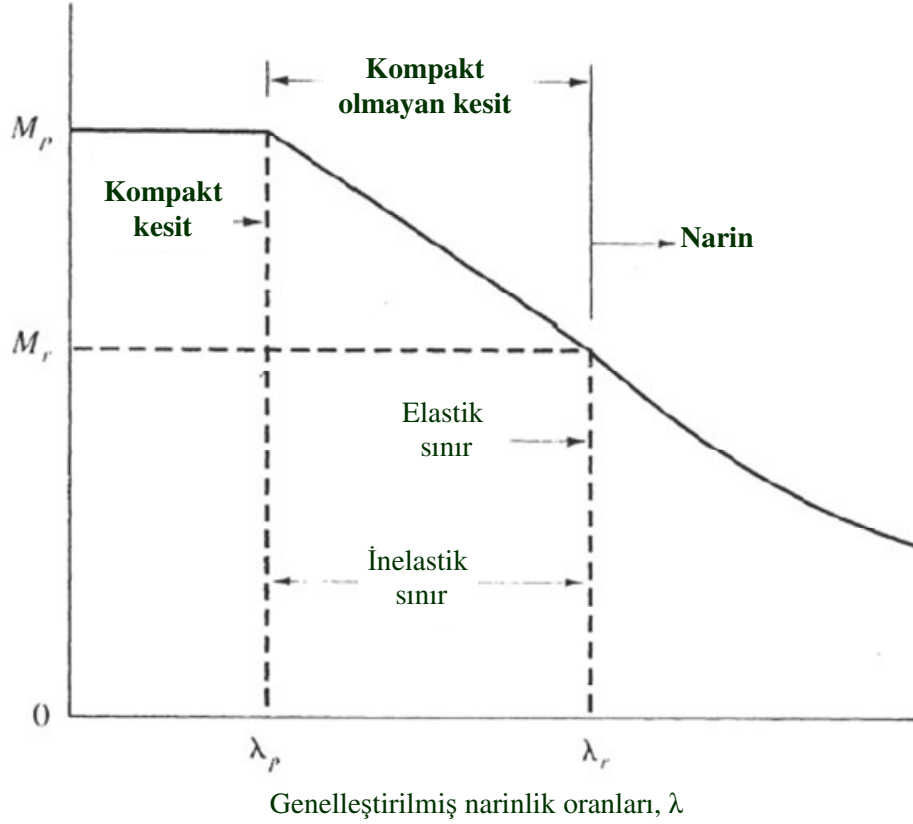
1. Kompakt kesitler
2. Kompakt olmayan kesitler
3. Narin kesitler

**Tablo 2.1:** Kesit Özelliklerinin Narinlik Sınırları

Kesit	Düzlem eleman	$\lambda$	$\lambda_p$	$\lambda_r$
<b>I</b>	Başlık	$b/2t_b$	$0.38\sqrt{E/\sigma_a}$	$1.0\sqrt{E/\sigma_a}$
	Gövde	$h/t_g$	$3.76\sqrt{E/\sigma_a}$	$5.70\sqrt{E/\sigma_a}$

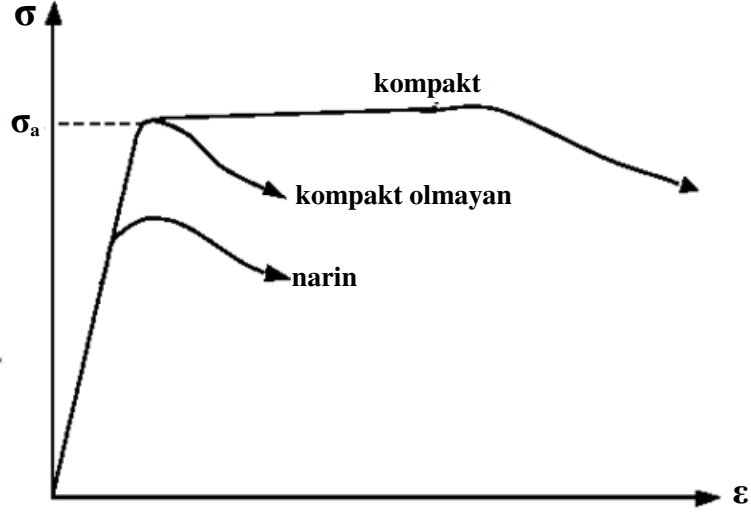
I-kesitli profil için kompaktlık sınırlarını belirleyen limit genişlik/kalınlık oranları, AISC-ASD'de yer alan Tablo B5.1 "Basınç Elemanları için Genişlik-Kalınlık Oranları"nda tanımlandığı haliyle Tablo 2.1'de verilmiştir. Bu tablonun dördüncü kolonundaki değerler aşıldığında kesitin kompakt olmayan bölgede yer aldığı kabul edilir. Kompakt kesitlerin,  $M_p$ , plastik moment dayanımına ulaşmaları beklenir

(Şekil 2.8). Kompakt olmayan kesitler için sınır değerler, aynı tablonun beşinci kolonunda verilmiştir. Genişlik/kalınlık oranları bu değerleri de aştığında kesit özellikleri narin bölgede yer alır.



**Şekil 2.8:** Moment Dayanımının Narinlikle Değişimi

Kesiti oluşturan düzlem elemanın narinliği  $\lambda_p$  ile tanımlanan kompakt narinlik sınır değerinden küçük olduğunda,  $\sigma_a$ , akma sınır gerilmesine ulaşır ve göçmeden önce büyük şekil değiştirme yapar. Eğer  $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$  ise, düzlem eleman  $\sigma_a$  değerine ulaşsa da büyük şekil değiştirme kapasitesine sahip değildir. Narinliğin  $\lambda_r$  değerinden küçük olduğu düzlem elemanlarda, elastik bölgede taşıma gücü kaybı görülür. Bu üç kesit kategorisi için, gerilme-şekil değiştirme eğrisi Şekil 2.9'da verilmiştir.



Şekil 2.9: Kompaktlık Durumuna Bağlı Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisi

### 2.3 Yanal Burulmalı Burkulmanın Yönetmeliklerde Geçen Tanımları

I-kesitli çelik kirişlerin açık enkesitli olmaları nedeniyle, burulma rijitlikleri küçük olabilir. Bundan dolayı, kirişlerde burulma ile beraber yanal burkulma tehlikesi de söz konusudur [23].

“DIN 4114, 15.1” [24]e göre yanal burulmalı burkulma tahkiki aşağıda gösterildiği şekilde yapılabilir:

Basınç başlığı enkesit alanı  $A_g$  olarak, başlık enkesit alanı ile gövde enkesit alanının 1/5 'inin toplamı alınır.  $A_g$  alanının, y-eksenine (zayıf eksen) göre atalet momenti  $I_y$ , atalet yarıçapı da  $i_y = \sqrt{I_y/A_g}$  olarak bulunur. Kiriş basınç başlığının yanal harekete serbest açıklığı  $L$  olarak gösterilirse,

$$i_y \geq \frac{L}{40} \quad (2.59a)$$

ise yanal burkulma güvenliği tahkikine gerek yoktur.

$$i_y < \frac{L}{40} \quad (2.59b)$$

ise ve yanal burkulma için kesin bir tahkik yapılmayacaksa, en büyük kenar basınç gerilmesi,

$$\sigma = \frac{\max M}{W_{\bar{u}}} \leq \frac{1.14\sigma_{em}}{\omega} \quad (2.60)$$

olmalıdır. Burada,  $W_{\bar{u}}$ , kiriş enkesit alanının basınç kenarına göre mukavemet momentidir.  $\omega$  değeri,  $\lambda = L/i_y$  narinlik değerine karşılık burkulma sayısıdır. Emniyet gerilmesi ifade edilirken kullanılan 1.14 katsayısı da, malzemenin Fe37 çeliği olması halinde,  $\lambda = 40$  değerine karşı gelen burkulma sayısıdır.

“TS 648, 3.3.4.2” [25]e göre, yanal burulmalı burkulma için emniyet gerilmesi kontrolü aşağıda gösterildiği gibi yapılmalıdır:

Gövde düzlemi simetri eksenini olup, bu düzlemde yüklenmiş I-kesitli kirişlerde, alanı  $A_g$  ile gösterilen basınç başlığının, dönmeye ve yanal harekete karşı tutulmuş olduğu enkesitler arasındaki uzaklık  $L$  ile gösterilir.  $h$  yüksekliğindeki kiriş enkesitinde, atalet yarıçapı  $i_y$ , basınç başlığı ile gövde basınç bölgesinin üçte birinden oluşan alan için, gövde düzlemindeki eksenine göre hesaplanır. Geometrik özellikleri tanımlanan kirişin, kenar liflerindeki basınç emniyet gerilmesi, denklem (2.61a), (2.61b) ve (2.61c) ile hesaplanacak değerlerin en büyüğü olarak alınır. Ancak bu gerilme,  $0.60\sigma_a$  değerini aşamaz.

$$\frac{L}{i_y} \leq \sqrt{\frac{3 \cdot 10^7 C_b}{\sigma_a}} \quad \text{ise} \quad \sigma_b = \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sigma_a (L/r_T)^2}{9 \cdot 10^7 C_b} \right] \sigma_a \quad (2.61a)$$

$$\frac{L}{i_y} \geq \sqrt{\frac{3 \cdot 10^7 C_b}{\sigma_a}} \quad \text{ise} \quad \sigma_b = \frac{10^7 C_b}{(L/i_y)^2} \quad (2.61b)$$

Basınç başlığı boşluksuz olup, enkesitinin alanı çekme başlığı enkesit alanından küçük değilse,

$$\sigma_b = \frac{840000 C_b}{L \cdot h / A_g} \quad (2.61c)$$

şeklinde ifade edilir.

TS 648 “Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları” ile tanımlanan sınır gerilme ifadelerinde kullanılan  $C_b$ , Bölüm 2.1.1’de AISC tarafından tanımlandığı haliyle açıklanan moment gradyanıdır. TS 648’de de karşılaştırmalar AISC-ASD’de olduğu

gibi akma gerilmesine göre yapılmıştır. Zaten, TS 648'de yer alan ifadeler, diferansiyel denklem tekniğiyle türetilen kritik moment ifadesinden yola çıkarak, AISC-ASD ile yapılan kabullere göre oluşturulan gerilme ifadeleriyle aynı formdadır. Bölüm 2.2'de açıklanan formüllerde, elastisite modülünün çelik için değeri yerine konularak elde edilen katsayılar TS 648'de kullanılırken, güvenli tarafta kalacak şekilde uyarlamalar yapılmıştır.

### 3. SONLU ELEMAN ANALİZİ

Bu çalışmanın amacı, yanal burulmalı burkulma davranışı için literatürde ve yönetmeliklerde geçen ifadelerin geçerliliğinin araştırılmasıdır. Bu çalışmada, sonlu eleman yönteminden, I-kesitli çelik kirişlerin analitik modellerinin oluşturulmasında yararlanılmıştır. Sonlu eleman yöntemi, genel olarak, karmaşık geometri, yükleme ve/veya kesit özelliklerine sahip mühendislik problemlerinin çözümünde kullanılır; kullanıcıya, kompleks problemleri genel ya da kısmi diferansiyel denklemlerin çözümüne gerek olmadan sonuçlandırma olanağı sunar. Sonlu eleman analizi, çözümü karmaşık ve neredeyse imkansız olan diferansiyel denklemler yerine, sistematik biçimde, eşzamanlı cebirsel denklemler kurarak çözümü sonuçlandırır. Yöntem, sonlu sayıda düğüm noktasında birleşmiş, sonlu sayıda yapısal elemanı düzenler. Yapılan analizle, orijinal sistem bir-, iki- ve üç-boyutlu yapı elemanlarının kullanıldığı eşdeğer sisteme indirildiğinden, yapının yaklaşık çözümü elde edilir. Lineer olmayan sonlu eleman analizi yapmak için, bu çalışmada, çok amaçlı ticari sonlu eleman paket yazılım programı, FEMAP kullanılmıştır.

FEMAP kullanılarak gerçekleştirilen sonlu eleman analizleri ile basit mesnetli I-kesitli kirişlerin basınç başlığı tutulu olmadığı durumdaki davranışı, farklı kesit özellikleri ve farklı açıklıklar için, deneysel laboratuvar çalışması yapmadan incelenebilmiştir. Bu program ile oluşturulan kirişler, yapının lineer olmayan davranışını da gözlemleyebilmek amacıyla, malzeme ve geometrik bakımdan lineer olmayacak şekilde modellenmiştir.

Tekrarlı yük artırımı yöntemi ile lineer olmayan analiz yapılarak kirişin taşıma kapasitesindeki şekil değiştirme ve gerilme sınır durumları elde edilmiştir. Sonuçlar birbirleriyle ve yönetmeliklerin sınır koşullarıyla karşılaştırılmış, farklı geometrik özellikler için geliştirilmiştir.

### 3.1 Sonlu Eleman Analiz Adımları

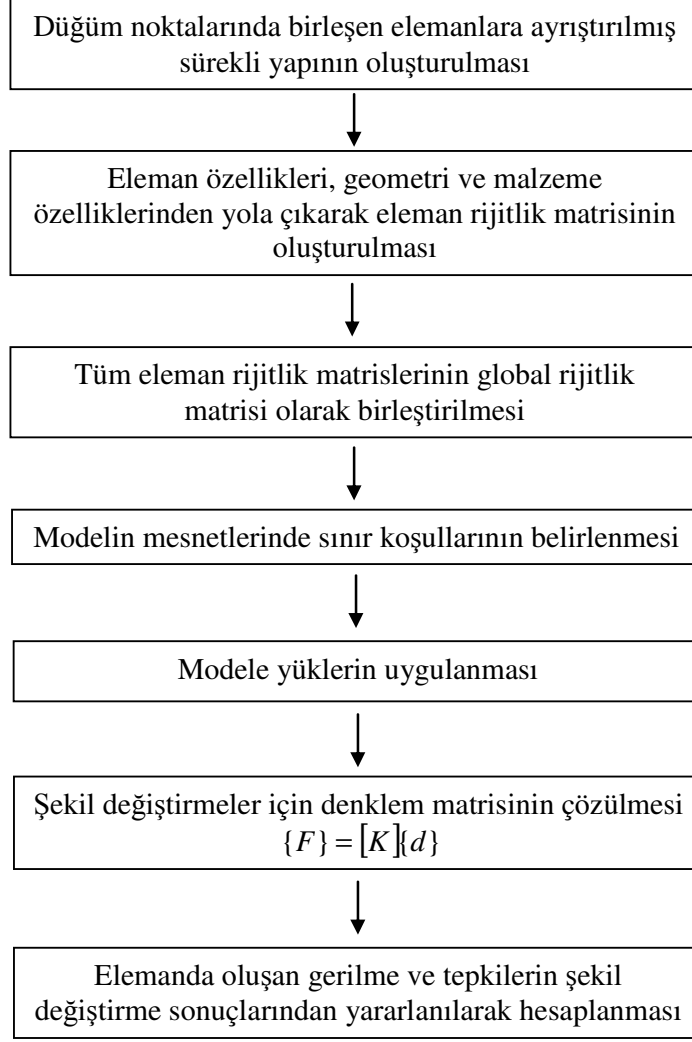
Elemanın modelleme ve belirli yüklemeye altındaki analiz süreci, düğüm noktalarında kesişen küçük birimler (sonlu elemanlar) halinde eşdeğer sisteme ayrıştırılmasıyla başlamaktadır. Gerçek yapı davranışına yeterince yaklaşabilmek için, uygun eleman tipinin seçilmesi önemlidir. Modelden iyi sonuçlar elde etmek için, genellikle, eleman ağı yoğunluğunu artıracak şekilde küçük elemanlar kullanılır. Teorik bakımdan, uygun olarak oluşturulmuş elemanların ağ boyutu küçültüldüğünde, analizin sonucu gerçek yapının kesin sonucuna daha da yaklaşır. Analizin doğru yaklaşabilmesi için, elemanların önceki elemanlarla uyumu çok önemlidir. Eğer elemanların uyumu sağlanamamışsa, elemanlar birbirinden bağımsız hareket ederek, modelde boşluklar veya üst üste binmeler oluşturur. Ayrıca, düğüm noktalarında büyük gerilme yığılmaları oluşur. Bu durum, analizin önceden tahmin edildiği gibi yaklaşık sonuçlanmamasına sebep olur.

Sonlu eleman yöntemindeki ikinci adım, eleman özelliklerinin geliştirilmesidir. Bunun için, modele ait kuvvetler ve şekil değiştirmeler birbirleriyle ilişkilendirilmelidir. Düğüm noktalarına etkiyen yüklerin yer değiştirme ile sonuçlanmasının bağıntısı çıkarılarak, eleman karakteristikleri özetlenir. Bu bağıntı ile elemanın rijitlik matrisi oluşturulur. Eleman matrisleri, her eleman için ayrı ayrı oluşturulur. Bu eleman matrisleri, global rijitlik matrisi  $[K]$  olarak adlandırılan tek bir rijitlik matrisine dönüştürülür. Global rijitlik matrisinin her satır ve sütunu yapısal elemanın serbestlik derecesini gösterir [26]. Aşağıdaki denklem (3.1),  $[K]$ , global rijitlik matrisinin kullanıldığı sistemlerde, kuvvetler ( $F$ ) ve şekil değiştirmeler ( $d$ ) arasındaki ilişkiyi tanımlar.

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (3.1)$$

Son olarak, bilinmelidir ki yapılar yüklere etki noktalarında ya da mesnet noktalarında tepki verirler. Bundan dolayı, mesnetlerde sınır koşullarının belirlenmesi, yapının vereceği tepkiyi tamamıyla etkileyeceğinden, gerçek yapıyı uygun olarak özenle belirlenmelidir.

Sonlu eleman analizinin en kritik üç adımı yukarıda anlatılmıştır, tüm analiz süreci ise aşağıdaki akış şeması ile özetlenmiştir.



**Şekil 3.1:** Sonlu Eleman Analiz Süreci Akış Şeması

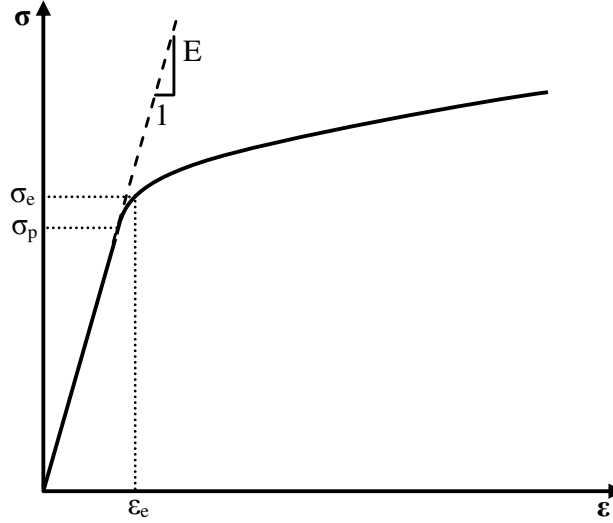
### 3.2 Lineer Olmayan Sonlu Eleman Analizi

Lineer elastik özellikteki bir problemin çözümünde, şekil değiştirmeler son derece küçük kabul edildiğinden, yapının analizi lineer olarak gerçekleştirilir. Yapılardaki lineer olmama durumu, malzeme açısından ve geometrik açıdan olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Bu lineer olmayan davranış, malzemenin deformasyonu ve rijitlik değişimi ile ilişkilidir.

Malzeme açısından lineer olmayan davranış, gerilme-şekil değiştirme davranışının, lineerliğini kaybetmesiyle ortaya çıkar. Hooke kanunu olarak bilinen denklem (3.2), lineer davranışı karakterize eder.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.2)$$

Hooke kanununun geçerli olduğu sınırdan sonra şekil değiştirmeler yüklemeye orantılı değişmez. Elastik gerilme sınırının aşılmasından sonra ise lineer olmayan davranışın kontrol edici olduğu plastik bölgeye geçilir. Bu sınırlar, Şekil 3.2'deki Gerilme-Şekil değiştirme eğrisinde gösterilmiştir.



Şekil 3.2: Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisi

Geometrik nonlineerlik ise, büyük şekil değiştirmeler gibi, modelin biçimindeki değişim olarak görülür. Model geometrisindeki değişim, yükün hem dağılımını hem de şiddetini etkiler.

Lineer olmayan analiz, yükleme altındaki yapının denge konumunu belirlemek amacıyla tekrarlı olarak yapılır. Lineer olmayan yapıda, sonuca lineer denklem sistemlerinin çözülmesiyle ulaşılamaz. Çözüm yüklemenin adım adım yapılmasıyla elde edilir.

Sonlu eleman analiz programı, FEMAP, iki nonlineerlik tipinin de modellenabilirliğini desteklemektedir. Araştırma dahilinde, programda, kiriş küçük adımlarla tekrarlı olarak yüklenir ve her adımdaki tepkinin lineer olduğu varsayılır. Tekrarlı yüklemenin her adımından sonra, yapının gösterdiği yeni tepki tanımlanır ve yeni lineerleştirilmiş tepki (örn: tanjant rijitlik matrisi) hesaplanır. Her adım dahilinde, lineerleştirilmiş yapısal problem, şekil değiştirmedeki değişim için çözülür. Yeni bulunan yer değiştirme sonuçları, bir önceki adımda bulunanlara

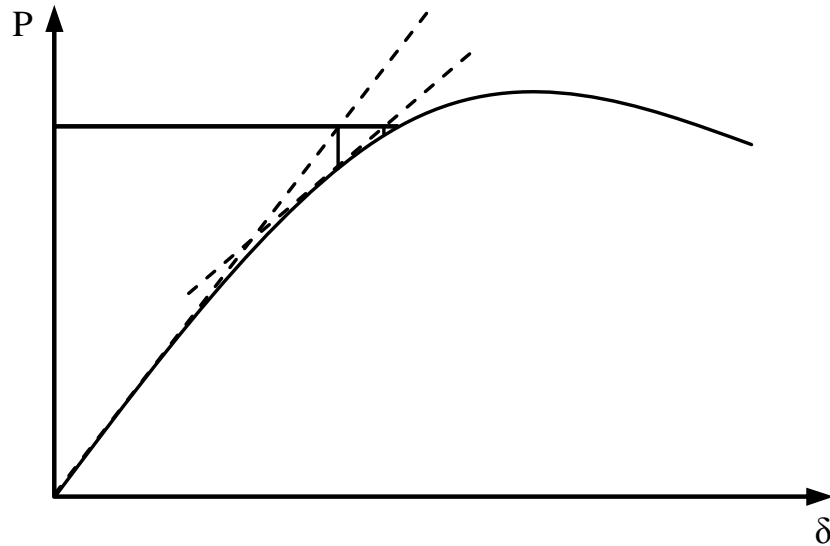
eklenir. Yakınsaklaşan her adımdan sonra, yeni yük artırımından önce, yapının iç kuvvetleri ve şekil değiştirmelerinden faydalanarak rijitlik matrisi yeniden elde edilir. Bu rijitlik matrisi şu şekilde gösterilebilir:

$$[k_T] = [k_o] + [k_p] \quad (3.3)$$

Bu eşitlikte,  $[k_o]$ , aksenal davranışı temsil eden genel lineer rijitlik matrisi,  $[k_p]$ , her yük artırımı adımına başlarken yüklemeye bağlı olarak bulunan başlangıç rijitlik matrisidir.

### 3.3 Lineer Olmayan Sonlu Eleman Çözüm Tekniği

Yapılan araştırmada, tekrarlı çözüm süreci modelin nonlinear davranışının belirlenmesi için gereklidir. Kullanılan sonlu eleman analiz programı, FEMAP, varolan birçok çözüm tekniği içinden, Newton Raphson teknikleri ve Secant yönteminden birini kullanır. İki yöntem de sistemin lineer olmayan davranışının belirlenmesinde kullanılan etkili araçlardır.



Şekil 3.3: Newton Raphson Çözüm Yönteminin Şematik Gösterimi

Bu çalışmada, FEMAP, sonlu eleman analiz programının varsayılan çözüm algoritması olan Newton Raphson teknikleri kullanılmıştır. Bu yaklaşıma göre, uygulanan kuvvet, adım adım artırılarak yüklenir. Newton Raphson algoritması, her yük seviyesinde lineer tanjant rijitlik matrisini art arda oluşturarak lineer olmayan

denge denklemlerini belirler (Şekil 3.3). Tanjant rijitlik matrisi, her yükleme aralığında, iç kuvvetler ve uygulanan yük arasındaki farklara bağlı olarak değişir. Yeterince yaklaşık sonuç elde etmek için gerekli olan tekrar sayısı sistemin lineer olmama derecesine bağlı olarak değişir.

### 3.4 Akma Koşulu

Elastik olmayan davranış, çok eksenli gerilmeye maruz elemanın gerilme bileşenlerinin hiçbiri malzemenin sınır gerilme dayanımını aşmasa da ortaya çıkabilir. Söylenmek istenen, çok eksenli gerilme halinde, elastik olmayan davranışın, akma gerilme bileşenlerinden başka değerlerle de kontrol edildiğidir. Bundan dolayı, gerilme bileşenleri, tek eksenli gerilmelere eşitlenmelidir [27]. Bu eşdeğer gerilme akma gerilmesinden büyükse, akma koşulu sağlanmıştır.

Akma koşulu, herhangi bir gerilme kombinasyonu altında elastik kritik sınırı akma yüzeyi ile tanımlayan hipotezdir. Gerilme ve şekil değiştirme tansörel büyüklükler olduğuna göre, üç ana yönde ifade edilebilir ve  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ve  $\sigma_3$  şeklinde gösterilirler.

Akma koşulu, genellikle, akma yüzeyini tanımlayarak şematik olarak ifade edilir. Sonlu eleman analiz programı, FEMAP, mevcut birçok akma koşulundan, Von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb ve Drucker-Prager olmak üzere dört çeşit akma kriterini kullanabilmektedir. Bu çalışmada, akma koşulu olarak Von Mises kullanılarak akma sınır gerilmesi tanımlanır.

Von Mises akma koşulu, yalnızca en büyük ve en küçük asal gerilme arasındaki farkı değil, üç asal gerilme arasındaki farkı da dikkate alır (Denklem 3.4).

$$\bar{\sigma} = \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2} \right]^{1/2} \quad (3.4)$$

Von Mises gerilmesi, akma sınır gerilmesine eşit olduğunda, akma başlar. Eğer  $\sigma_3$ , sifıra eşit kabul edilirse, düzlem gerilme hali için  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  ile Von Mises gerilme koşulu yeniden oluşturulur.

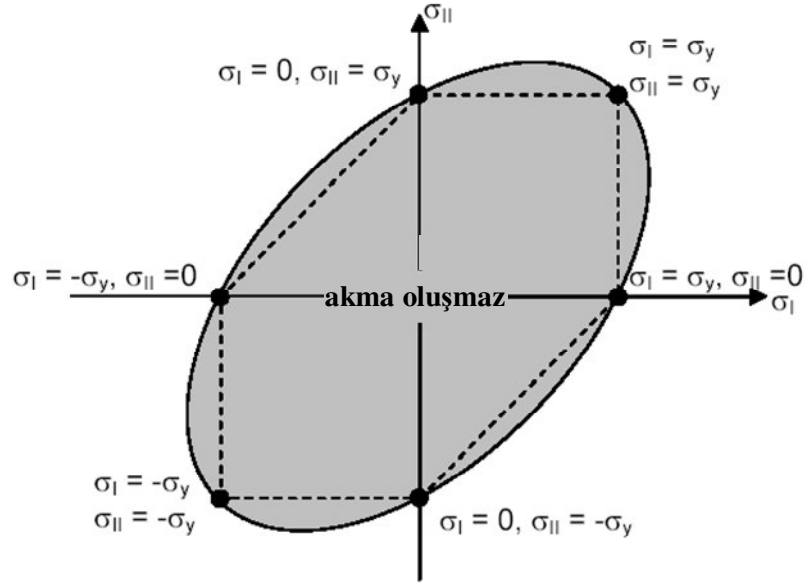
$$\bar{\sigma} = \sigma_y = \left[ \frac{(\sigma_1)^2}{2} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2} + \frac{(\sigma_2)^2}{2} \right]^{1/2} \quad (3.5)$$

Bu eşitlik genişletilip yeniden düzenlenirse,

$$\sigma_y = \left[ \frac{(\sigma_1)^2}{2} + \left( \frac{(\sigma_1)^2}{2} - \frac{2(\sigma_1\sigma_2)}{2} + \frac{(\sigma_2)^2}{2} \right) + \frac{(\sigma_2)^2}{2} \right]^{1/2} \quad (3.6a)$$

$$\sigma_y = \left[ \frac{\sigma_1^2}{\sigma_y^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_y^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_y^2} \right]^{1/2} \quad (3.6b)$$

şeklinde elde edilen ifade,  $\sigma_1 - \sigma_2$  düzlemindeki elipsin denklemini verir. Von Mises akma yüzeyini oluşturan bu elips, Şekil 3.4 ile şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.4: Von Mises Şekil Değiştirme Şeması

### 3.5 Oluşturulan Nümerik Sonlu Eleman Modeli

Sonlu eleman analizinde, model, düğüm noktalarında birleşen eşdeğer elemanlar dizisine ayrılmıştır. Malzeme ve eleman özellikleri belirlenerek modelin fiziksel özellikleri tanımlanmış, sınır koşulları ve yükleme durumu oluşturularak modelin maruz kaldığı ortam koşulları açıklanmıştır.

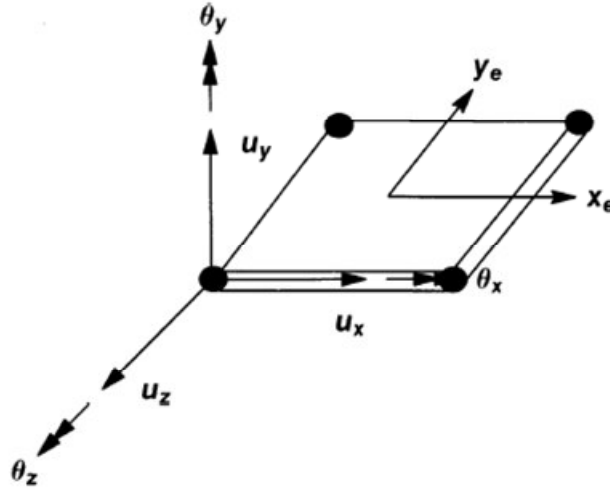
Eleman seçiminden düğüm noktası sayısının belirlenmesine, malzeme özelliklerinin tanımlanmasından sınır koşulların oluşturulmasına tüm etapların analiz sonuçlarının yaklaşıklığını etkileyeceği bilinerek model oluşturulurken dikkatli ve özenli davranılmıştır.

### 3.5.1 Eleman seçimi

Yapının doğru simülasyonunu gerçekleştirebilmek, eleman seçiminin uygunluğuna bağlıdır. FEMAP, sonlu eleman analiz programında eleman tipi üç-, iki- ve bir-boyutlu olarak seçilebilir.

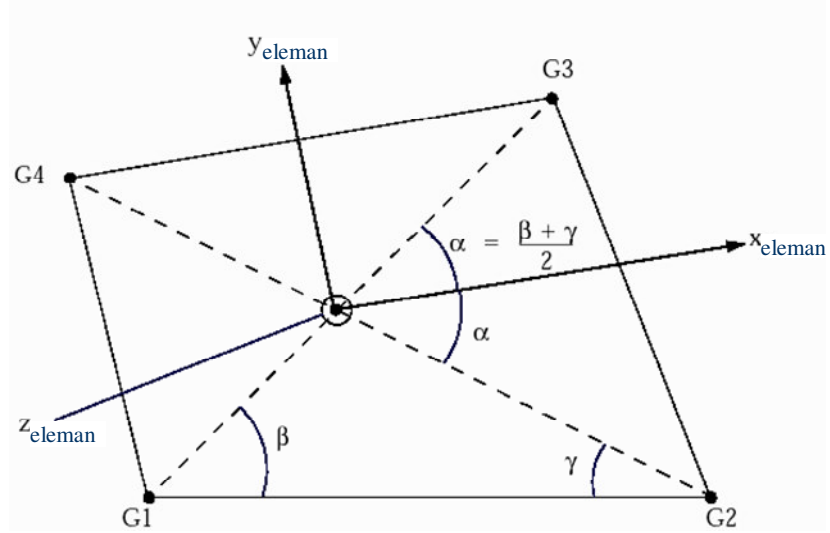
Bu araştırma kapsamında analiz edilen modeller, iki-boyutlu elemanlardan oluşmaktadır. İki-boyutlu elemanlar, kalınlığı diğer iki boyutuna göre daha küçük olan yüzey elemanlarıdır. Bunlar, aynı düzlemdeki düğüm noktalarında birleşir ve iki boyutlu gerilme hali için kullanılır, elemanın kalınlığı ayrıca belirlenir.

Her eleman, dört düğüm noktasında altışar serbestlik derecesine sahiptir. Bunlar, asal doğrultularındaki şekil değiştirme ve dönme bileşenleridir (Şekil 3.5). Her eleman için, düğüm noktalarında simetrik olarak uygulanan 6x6'lık rijitlik matrisi tanımlanır. Düzlem eleman, eleman düzlemine dik rijitliğe sahiptir, normali etrafında dönmeye bağlı rijitliği yoktur.



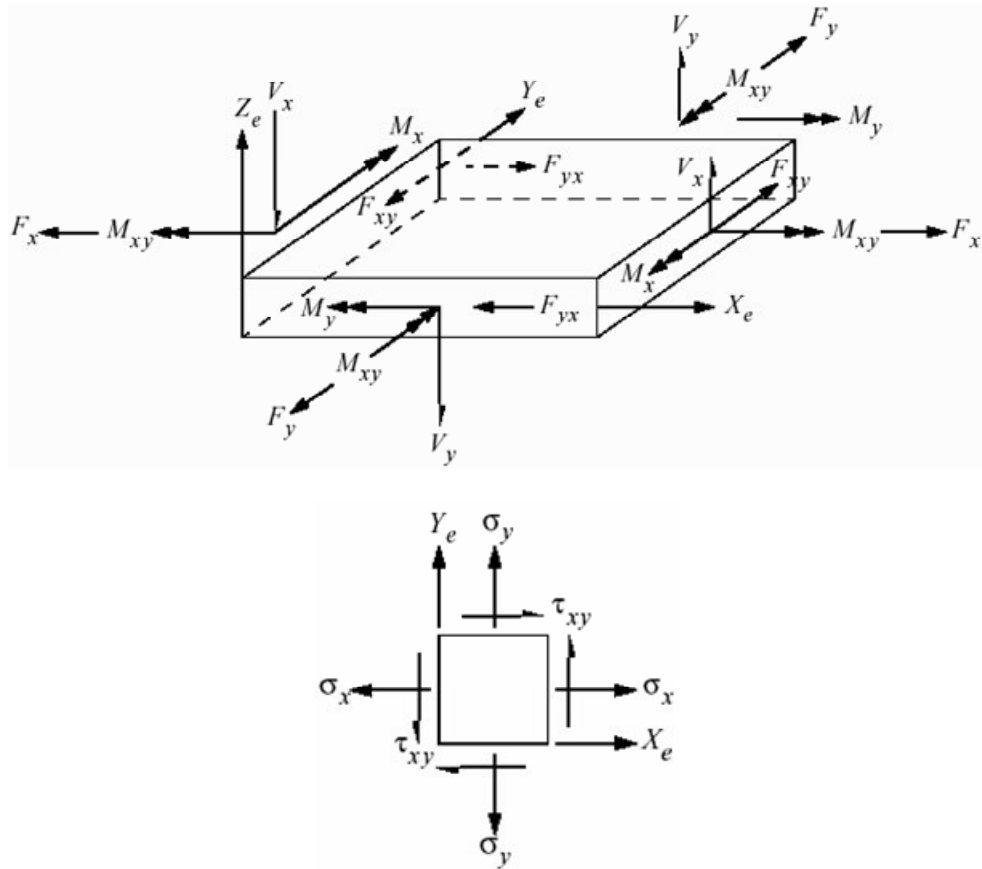
Şekil 3.5: Elemanın Düğüm Noktası Serbestliği

Bu çalışmada, düzlem elemanları modellemek için, sözkonusu sonlu eleman programı, FEMAP arşivinden CQUAD4 elemanları kullanılmıştır. Eleman CQUAD4, dört düğüm noktasıyla tanımlanan düz plaktır (Şekil 3.6).



**Şekil 3.6:** Eleman CQUAD4 Geometrisi ve Eleman Koordinat Sistemi

Bu elemanın analiz sonuçları, Şekil 3.7’de gösterilen yön kabullerine göre değerlendirilir.



**Şekil 3.7:** Eleman CQUAD4 İçin Kuvvet, Moment ve Gerilme Yön Kabulü

### 3.5.2 Malzeme özellikleri

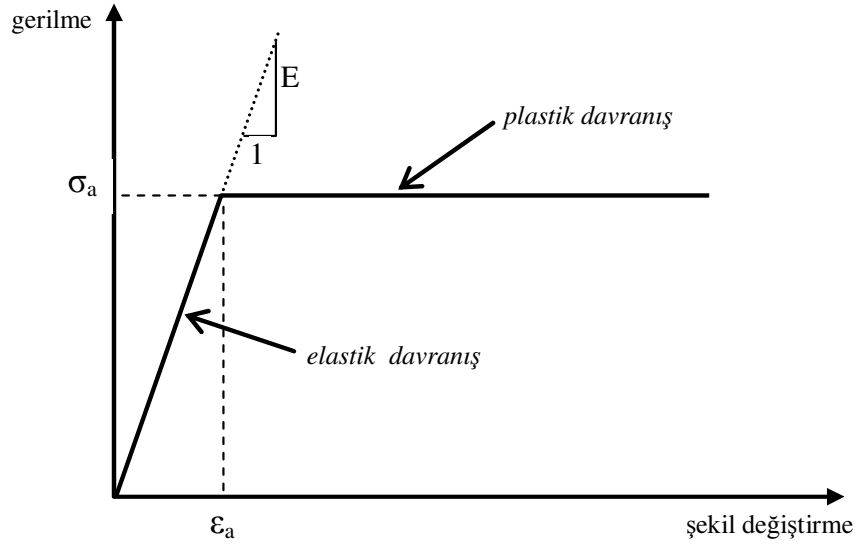
I-kesitli yapma profillerin kullanıldığı bu çalışmada, kesiti oluşturan her düzlem için aynı çelik malzeme özellikleri tanımlanmıştır. Malzemeye ait özellikler, Fe37 kalitesindeki çelik malzemeye göre belirlenmiştir.

Malzemenin genel özelliklerinden elastisite modülü, kayma modülü, poisson oranı ve yoğunluğu tanımlanmalıdır. Gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin doğrusal olduğu bölge için, gerilmenin şekil değiştirme ile değişimini oransal ifade eden E, elastisite modülünün değeri, çeliğin rijitliğini açıklamak üzere,  $2100 \text{ t/cm}^2$  olarak kullanılmıştır. Yanal doğrusal şekil değiştirmenin, aksenal doğrusal şekil değiştirmeye oranının mutlak değeri olan,  $\nu$ , poisson oranı, 0,3 olarak girilmiştir. Yine doğrusal bölge için, kayma gerilmesi ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki oran olan kayma modülü, G, elastisite modülü ve kayma modülüne bağlı olarak, denklem 3.7'deki gibi ifade edilebilir.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.7)$$

Kayma modülü girilmediği takdirde, sonlu eleman analiz programı, değerini bu ifadeye göre belirleyerek gerektiğinde hesaplara katacaktır. Ancak, bu çalışmada, G değeri yukarıdaki ifadeye de uygun olarak  $810 \text{ t/cm}^2$  olarak kullanılmaktadır.

Bu genel özelliklerinden sonra, malzemenin lineerlik durumu belirlenmelidir. Yapılan analizler kapsamında, oluşturulan kirişlerin yanal burulmalı burkulma dayanımı incelendiğinden, malzemenin lineer elastik sınırdan sonraki özelliklerinin bilinmesi de gereklidir. Buna göre, çalışma, elasto-plastik malzeme ile modellenen kirişler ile yapılmıştır. Elasto-plastik malzeme, bilinear gerilme-şekil değiştirme eğrisine sahiptir (Şekil 3.8). Malzemenin akma koşulu olarak, Bölüm 3.4'te anlatıldığı, gibi Von Mises kullanılmış, akma gerilmesi  $\sigma_a = 2,4 \text{ t/cm}^2$  ile sınırlandırılmıştır.



**Şekil 3.8:** Bilineer Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisi

Model için, iki doğrusal çizgi ile gerilme-şekil değiştirme davranışı idealleştirilmiştir. İlk parçanın eğimi, çeliğin elastisite modülüne eşittir. Yapılan yaklaşıma göre, ikinci parçanın eğimi sıfır kabul edilmiştir.

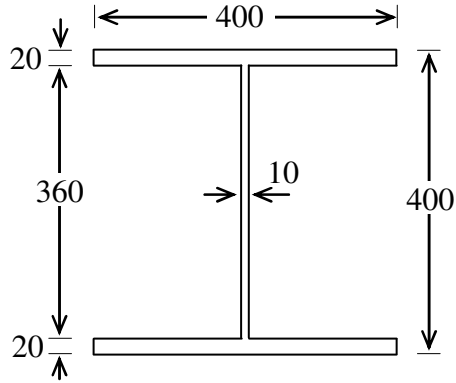
### 3.5.3 Sonlu eleman modelinin geometrisi

I-kesitin kuvvetli ekseninin atalet momenti zayıf eksenine göre önemli ölçüde büyük olduğundan, kirişler I-kesiti oluşturularak ekonomi sağlanmaktadır. Ancak, zayıf eksen etrafındaki eğilme ve burulma dayanımı nispeten zayıf olduğundan, bu kirişlerde yükleme altında yanıl eğilme ile beraber dönme de görülebilir. Yanıl burulmalı burkulma olarak adlandırılan bu davranışın inceleneceği çalışmada modeller I-kesitli olarak seçilmiştir.

Çelik kirişlerin yanıl burulmalı burkulma dayanımı belirlenirken, Bölüm 2’de açıklanan, yönetmeliklerde tanımlanan emniyet gerilmeleriyle elde edilen sonuçlar, kurulan sonlu eleman modelinin analiz sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada dikkate alınan esas kriter, kiriş kesitinin boyutlarıdır. Bu çalışmada, modellenmek üzere kompakt kesit özellikleri taşıyan dört kesit, kompakt olmayan kesit özellikleri taşıyan bir kesit, toplam beş ayrı kesit seçilmiştir.

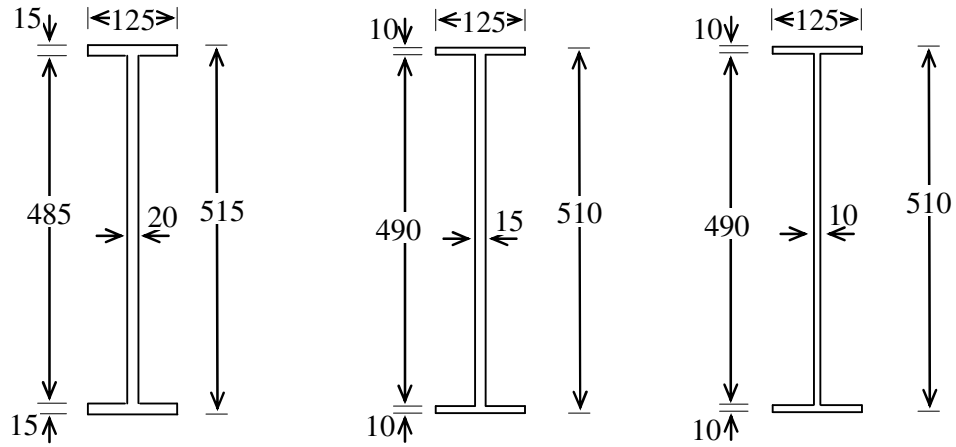
Kompakt kesit özellikleri taşıyan modellerden ilki, yönetmeliklerde yer alan yanıl burkulma ifadeleri oluşturulurken yapılan sadeleştirmelerde kullanılan kesit

boyutlarına göre (tüm ölçüler milimetre cinsinden olmak üzere) seçilmiştir (Şekil 3.9).



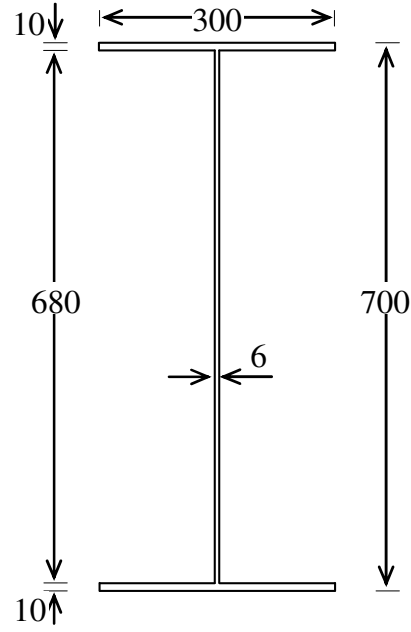
Şekil 3.9: Birinci Modelin Enkesit Detayları

Kompakt kesit özellikleri taşıyan ikinci, üçüncü ve dördüncü model ise, bu ölçülerden farklı olarak yüksek gövdeli, dar başlıklı olarak (tüm ölçüler milimetre cinsinden olmak üzere) modellenmiştir (Şekil 3.10). Aynı gövde yüksekliği ve başlık genişliğine sahip bu üç kesit modeli farklı başlık ve gövde kalınlıklarına sahip olacak şekilde oluşturularak analiz sonuçlarında kesiti oluşturan levha kalınlıklarının etkisi de gözlemlenmiştir.



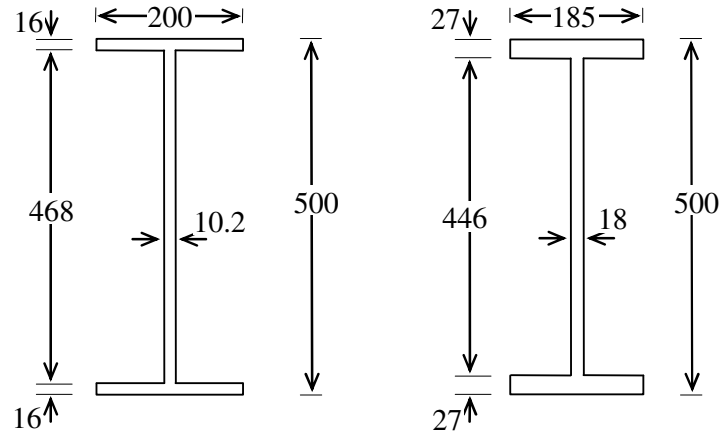
Şekil 3.10: İkinci, Üçüncü ve Dördüncü Modelin Enkesit Detayları

Beşinci kesit, kompakt olmayan kesit özellikleri gösterecek şekilde modellenmiştir. Bunun için gövde yüksekliği ve başlık genişliği yeterince büyük seçilirken, düzlem kalınlıklarının ince olmasına dikkat edilmiştir (Şekil 3.11).

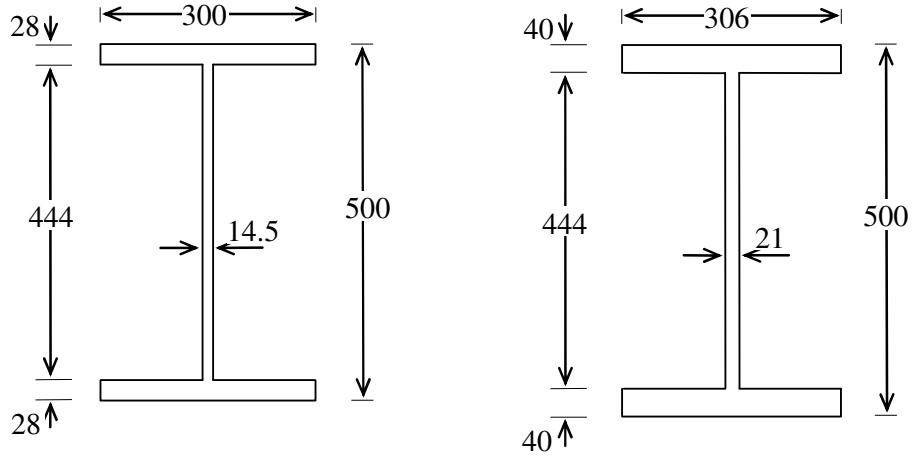


**Şekil 3.11:** Beşinci Modelin Enkesit Detayları

Bu çalışma kapsamında, kiriş olarak kullanılabilir şekilde seçilen beş enkesit dışında piyasada kullanılmakta olan Arcelor profillerinden dört tanesi için de analiz yapılmıştır. İkinci, üçüncü ve dördüncü modele paralel olacak şekilde Arcelor profillerinden de, kesit yüksekliği 500mm mertebesinde olanlar ele alınmıştır. Böylelikle, piyasada varolan hazır kesitler için inceleme yapılırken, aynı zamanda da yakın gövde yüksekliğindeki kesitlerin yanal burulmalı burkulma dayanımında başlık genişliğinin farklılaşmasının dayanıma katkısı gözlemlenmiştir. Analizi yapılacak olan IPE 500, IPN 500, HE 500B, HE 500M tipindeki profiller başlık ve gövdesi düzlem elemanlardan oluşan kesitler şeklinde modellenmiştir (Şekil 3.12 ve Şekil 3.13).



**Şekil 3.12:** IPE 500 ve IPN 500 Enkesit Detayları



**Şekil 3.13:** HE 500B ve HE 500M Enkesit Detayları

Yapılan literatür araştırmasında, I-kesitli kirişin dayanımının, başlık genişliğinin başlık kalınlığına oranı ( $b/t_b$ ), gövde yüksekliğinin gövde kalınlığına oranı ( $h_g/t_g$ ) gibi kesitin kompaktlığına dair parametrelerin yanı sıra kirişin serbest açıklığına da bağlı olduğu anlaşılmıştır. Bunun için, yukarıda bahsedilen kesitlere sahip kiriş modelleri serbest açıklığın 400, 500, 600, 800, 1000, 1200 ve 1400 cm şeklinde değişen değerlerinde oluşturulmuştur.

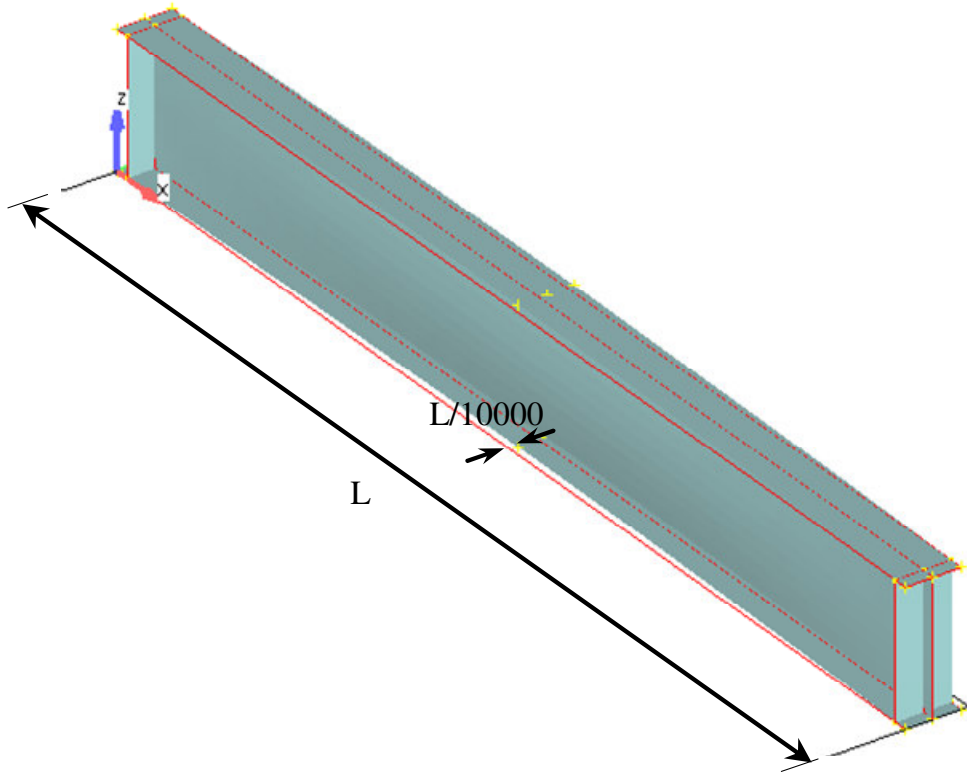
Böylece, toplam dokuz ayrı enkesitteki kiriş modeli yedi farklı açıklık için oluşturularak, toplam 63 farklı geometri elde edilmiştir.

### 3.5.4 Geometrik önkusur

Kiriş davranışının sonlu eleman analizinden elde edilen sonuçların gerçek sonuçlara yaklaşabilmesi için, model oluşturulken malzeme ve eleman özellikleri gibi fiziksel özelliklerinin doğru tanımlanması çok önemlidir. Ancak, analiz edilecek olan yapı, yalnızca bu teorik özellikleriyle ifade edilebilecek kadar kusursuz değildir.

Atölyelerde üretilen çelik yapı elemanları, uygulamada kullanılabilecek kadar, depolarda bekletilme, vinçlerle defalarca kaldırılma, nakliye araçlarına yüklenme ve bu araçlarla taşınma gibi süreçlerde tasarımda hesaba katılmayan yüklerle maruz kalır. Çoğunlukla kendi ağırlığı etkisinden doğan bu yükler, çelik yapı elemanının üretim sonrası geometrisinde bozulmaya yol açabilir, yapı elemanı hesapta olmayan gerilmelerin etkisinde kalır. Bu durumda, çelik yapı elemanı montajdan sonra, kusursuz geometride olduğu düşünülerek yapılan tasarımda öngörüldüğü gibi davranmaz.

Gerçeğe yakın modeller elde edilmek istendiğinde, yapı elemanının üretimden sonra şantiyede montajına kadar maruz kaldığı yükler ihmal edilmemeli, modelin geometrisi önkusurlar dikkate alınarak oluşturulmalıdır. Bu sebepten dolayı, modellerin geometrisi, y-ekseninde kiriş uzunluğunun %0,01'i kadar eğrilikli önkusura sahip olacak şekilde hazırlanmıştır (Şekil 3.12). Böylelikle, başlığı oluşturan levhalarda düzlem hizasında, gövde levhasında da düzleme dik eğrilik sağlanmıştır.



**Şekil 3.14:** Analizlerde Kullanılan Önkusurlu Geometri

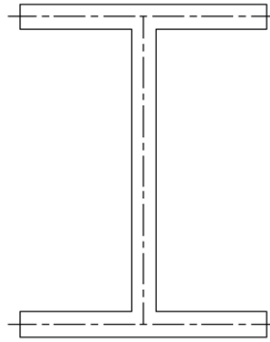
### 3.5.5 Sonlu eleman ağı

Elemanların birleşim noktaları olan düğüm noktaları, sonlu eleman modelinin geometrisini oluşturur. Şekil değiştirmeler bu düğüm noktalarından gözlemlenir, bunun için düğüm nokta sayısı çok önemlidir; hem hesaplama zamanını hem de modelin geçerliliğini etkileyeceğinden çok dikkatli belirlenmelidir. Daha çok düğüm noktası, daha çok eleman demektir, böylece daha hassas sonuçlar elde edilir. Ancak düğüm noktası sayısı abartı derecede büyük seçildiğinde, bilgisayar programı analiz süresinin gereksiz uzayacağı hatırlanmalıdır. Modelin eleman boyutları, analiz

süresini optimumda tutarken doğru sonuçlar üretmesini sağlamak için bu iki unsuru iyi dengeleyecek şekilde seçilmelidir.

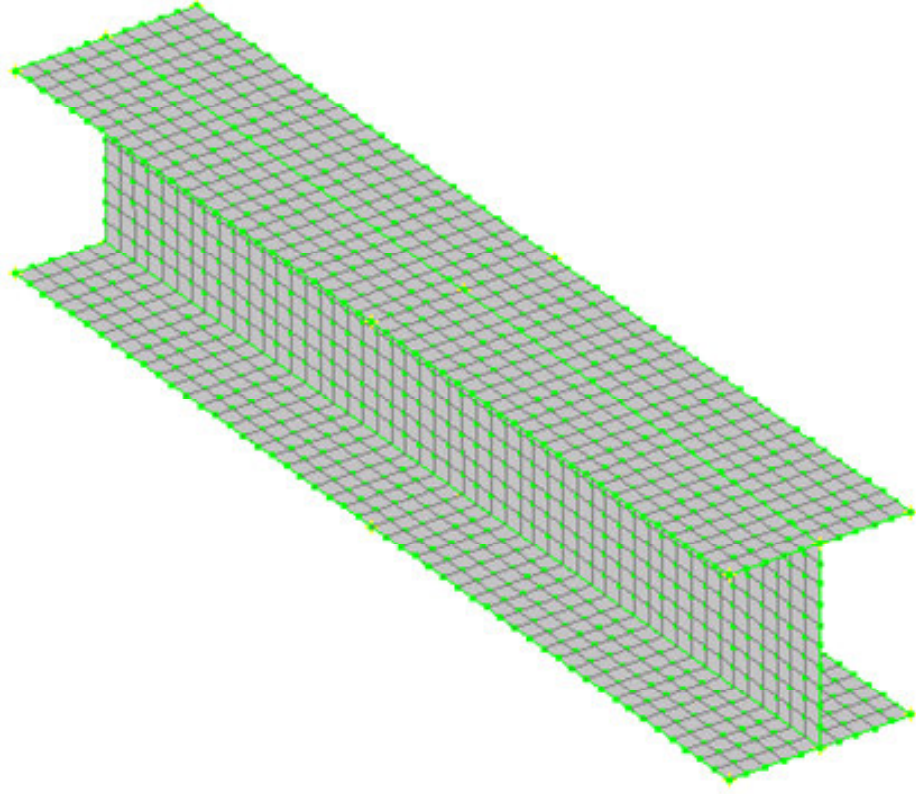
Düğüm noktaları, model eleman ağına parçalandığında oluşur. Sonlu eleman analizinin doğruluğunun sağlanması eleman ağı yoğunluğu ile yakından ilişkili olduğundan model kirişte yeterince yoğun eleman ağı kurulmuştur, aynı zamanda çözüm için gerekli bilgisayar analiz süresinin eleman ağı yoğunluğuna bağlı olduğu dikkate alınmıştır. Yine de, kullanılan üst seviye, hızlı bilgisayar sayesinde yoğun eleman ağına sahip modellerin zaman problemi yaşamadan çözümü yapılarak en doğru sonuçlar elde edilmiştir. Yoğun eleman ağını oluşturan düğüm noktası ve eleman sayıları, oluşturulan değişik enkesitteki kirişlerin incelenen çeşitli açıklıkları için farklılık göstermektedir.

Kirişi oluşturan düzlemlerin kenarlarını oluşturan doğrular üzerinde düğüm noktalarının yeri belirlenir, bu düğüm noktaları elemanları tanımlamak için kullanılır. Her eleman takımı kendi özelliklerine sahiptir; bu, her düzlem için farklı malzeme özelliği ve düzlem kalınlığı tanımlanmasına olanak sunar. Eleman ağı düzlemleri, Şekil 3.13'de gösterildiği gibi, kirişi oluşturan düzlem bileşenlerinin enkesit kalınlıklarının orta hizaları ile kesişmektedir.



**Şekil 3.15:** Eleman Ağına Ayrılan Düzlemler

Bu çalışmada hazırlanan kiriş modellerinde kullanılan düzlem elemanların kenarları ya birbirine eşit ya da çok yakın boyutlandırılmıştır. Başlık ve gövde düzlemlerini oluşturan eleman boyutlarının eşit veya neredeyse eşit olması bileşenlerin birbiriyle uyumlu olmasını sağlar. Bu, gövde kesitindeki eleman ağının, başlıkların boyuna eleman ağı ile kaynaştırılabileceği anlamına gelir. Böylece, ayrı elemanların eleman ağları, birlikte çalışan tek bir parça haline getirilerek hatasız olarak birleştirilebilir (Şekil 3.14).



**Şekil 3.16:** Sonlu Eleman Ağına Ayrılmış I-Kesitli Kiriş Modeli

### 3.5.6 Yükleme ve sınır koşulları

Yapılar, yüklere etki noktalarında ya da mesnet noktalarında tepki verirler. Yapının sınır koşulları, çeşitli serbestlik derecelerinin yer değiştirme yapmayacak şekilde mesnetlenmesi olarak açıklanabilir. Sınır koşullarının belirlenmesi, yapının vereceği tepkiyi büyük ölçüde etkileyeceğinden, mesnetler, gerçek yapıninkilere uygun olarak özenle tanımlanmalıdır.

Elemanların düğüm noktaları, üçü dönme, üçü de öteleme olmak üzere altı serbestlik derecesiyle tanımlanır. Bu araştırma kapsamında, yanal burulmalı burkulma analizi için modellenen kirişler için sınır koşulları basit mesnetli olacak şekilde belirlenmiştir. Alt başlık bir tarafta sabit mesnetli, yani  $x$ -,  $y$ - ve  $z$ -yönünde ötelemeye karşı tutulu, diğer tarafta, yalnızca  $y$ - ve  $z$ -yönünde ötelemeye karşı tutuludur. Dönmeye karşı herhangi bir kısıt söz konusu değildir. Bu mesnetler, berkitme levhaları hizasında, alt başlık genişliğindeki orta ve uç düğüm noktalarına yerleştirilmiştir.

Bununla birlikte, basınç başlığı da alt mesnetler hizasında yanal ötelemeye karşı tutulmuştur. Bu, üst başlık genişliğinin ortasında, berkitme hizasında yer alan düğüm noktası y-yönünde harekete karşı tutularak sağlanmıştır.

Buraya kadar anlatılan sınır koşulları, modellerde çarpılma etkisinin serbest bırakıldığı durumdaki analizi için geçerlidir. Yapılan analizler, modele çarpılma yönünde kısıt getirilerek tekrarlanmıştır. Bunun için, x-yönünde hareketi serbest olan üst başlığın sağ ve sol uçları iki kenardan da bu yönde mesnetlenmiştir. Bu şekilde yanal burulmalı burkulma davranışı ifadelerinde geçen çarpılma sabitinin geçerliliği gözlemlenebilmiştir.

Basit mesnetli kiriş modelinde, üst başlığın gövde düzlemi ile kesişim hizasındaki tüm düğüm noktalarına tekil yükler uygulanarak moment etkisi elde edilmiştir. Kirişe uygulanan yükler, negatif z-yönündedir.

### **3.5.7 Analiz**

Lineer statik problemler rijitlik matrisinin tek adımda kurulmasıyla çözülebilir. Lineer olmayan problemlerde ise tekrarlı çözüm yöntemiyle, adım adım artırılan yükleme ile sonuca ulaşıldığından hesaplar yoğun ve karmaşıktır. Lineer olmayan problemler, geometrik ve malzeme açısından olmak üzere ikiye ayrılır. Bu araştırma kapsamındaki analiz için iki lineer olmama durumu da dikkate alınmıştır.

Yapılacak lineer olmayan sonlu eleman analizi için FEMAP'da kirişler modellenirken yukarıda açıklanan geometri ve malzeme özellikleri kullanılmıştır. Her kiriş, düğüm noktalarının yerleri belirlenip, düğüm noktası takımlarının ve bu düğüm noktaları arasında elemanların tanımlanmasıyla oluşturulmuştur. Kiriş modelleri için CQUAD4 düzlem elemanları ile tanımlanan başlık ve gövdenin aynı malzeme özelliğinde, ancak farklı düzlem kalınlığında olması sağlanmıştır. Sonlu eleman analizinin doğruluğu modelin eleman ağı yoğunluğuna bağlıdır. Daha yaklaşık sonuçların elde edilmesi amacıyla, elemanların boyutlarının olabildiğince birbirine eşit olmasına dikkat edilerek yoğun eleman ağları kullanılmıştır. En büyük eleman büyüklüğü  $15.2 \text{ cm}^2$  olacak şekilde hazırlanan modellerin sınır koşulları ve yükleme durumu belirlenmiştir. Büyük şekil değiştirmeler dikkate alındığından, geometrik lineer olmayan davranışın incelenmesi için yükleme adım adım yapılmıştır.

Lineer olmayan analiz, kullanılan sonlu eleman programı FEMAP için uygun olan NX Nastran ile yapılmıştır. Geometrik bakımdan lineer olmayan analizde, ikincil kuvvet etkileri yapının şekli değişikçe kuvvet yönünün değişmesiyle ortaya çıkar. Büyük şekil değiştirme etkilerinin hesaba katılacağı NASTRAN Bulk Data Option ekranında seçilir. Malzeme bakımından lineer olmayan davranış tanımlanırken, malzeme elasto-plastik seçilerek akmadan sonraki davranış da dikkate alınmıştır.

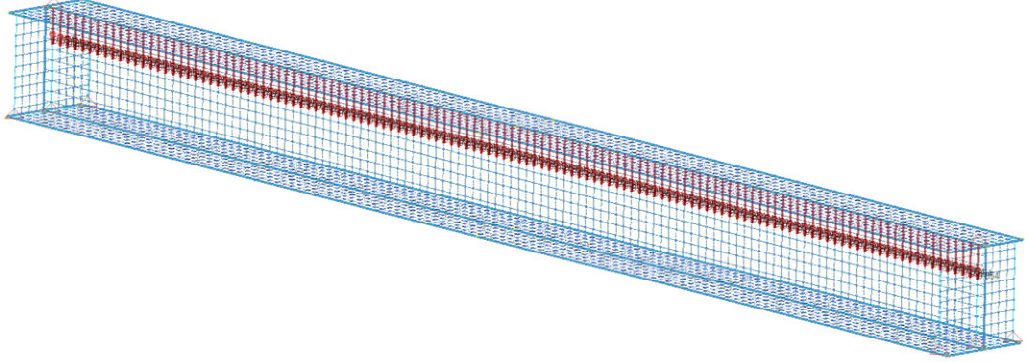
Yapıların lineer ve lineer olmayan davranışlarının incelenirken farklı sayısal çözüm yaklaşımları kullanılır. Lineer olmayan çözüm yöntemi, bir dizi artımsal çözüm içerir. Uygulanan lineer olmayan statik çözümde, yükleme yük artırımı şeklinde yapılmıştır. Her artışta, geçerli olan rijitlik matrisi ve yük artırımıyla çözüm üretilmiştir. Lineer olmayan davranışın gözlemlendiği tekrarda dengenin kaybolduğu kuvvet elde edilmiştir. Tekrarlı çözüm, yaklaşıklık kriterini sağlayan artışa ulaşmaya kadar sürdürülmüştür.

FEMAP için kullanılan NX Nastran'ın sağladığı çözüm yöntemlerinden Newton-Raphson tekniğiyle lineer olmayan artımsal çözüme ulaşılmıştır. Bu program dahilinde, daha iyi sonuçlar elde edebilmek amacıyla yük artımları düzenlenmiştir.

#### 4. PARAMETRİK ÇALIŞMA

Basit mesnetli çelik kirişin yanal burulmalı burkulma davranışı incelenirken, sonlu eleman yönteminden yararlanılmıştır. Sonlu eleman analizi, bilgisayar ortamında nümerik modeller oluşturularak yapılmıştır. Bölüm 3.5’de tanımlanan sayısal modellerin sonlu eleman analizlerinden elde edilen sonuçlarla yapılan parametrik çalışma ile I-kesitli kirişlerin yanal burulmalı burkulma dayanımı belirlenirken yönetmeliklerde geçen formülasyonların farklı enkesitler ve farklı açıklıklar için ne kadar konservatif sonuçlar verdiği saptanması hedeflenmiştir.

I- kesitli çelik kiriş modellerine uygulanan yük, Şekil 4.1’de görüldüğü gibi, kirişte sabit moment etkisi oluşturacak şekildedir. Yükleme, başlıkla gövdenin kesiştiği eğri üzerinde, mesnetler arasında kalan bölgede çizgisel yayılı yük olarak uygulanır.



**Şekil 4.1:** Basit Mesnetli I-kirişin Yük Dağılımı

Bu araştırma kapsamında, enkesite ait parametreler,  $b/h$  oranı;  $b/2t_b$ , başlık narinlik oranı ve  $h_g/t_g$ , gövde narinlik oranı olarak çeşitlilik gösterir. Sözü geçen parametrelerle yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlar, kiriş enkesitinin ve serbest açıklığın boyutları ile I-kirişlerin yanal burulmalı burkulma davranışı arasındaki ilişkinin belirlenmesi amacıyla incelenmiştir.

#### 4.1 Parametrelerin Tanımı

Parametrik çalışma için dokuz farklı geometride kiriş modellenmiştir. Dokuz farklı enkesitteki modelin yedi farklı açıklığı için, önce TS 648 ve DIN 4114 yönetmeliklerinde tanımlanan denklemlere göre yanal burulmalı burkulma sınır gerilmeleri hesaplanmıştır. Daha sonra bu modeller bilgisayar ortamında oluşturularak, sonlu eleman analiziyle bulunan en büyük yükleme değerine göre kirişlerde oluşan burkulma gerilmeleri hesaplanmıştır.

Bu kapsamda oluşturulan birinci modelin enkesit boyutları, Bölüm 2.2’de açıklandığı gibi, AISC-ASD kapsamında yanal burulmalı burkulma sınır dayanım ifadesinin sadeleştirilmesi için temel alınan enkesit geometrisine göre belirlenmiştir. Bu şekilde, analizlerin yapıldığı sonlu eleman yazılımı FEMAP ile oluşturulan modellerden elde edilen sonuçların emniyet katsayısı (EK) ile azaltılmış değerleri ve yönetmeliklerde geçen ifadelerin verdiği sonuçların karşılaştırılması sırasında kullanılacak bir referans model elde edilmesi amaçlanmıştır. Söz konusu emniyet katsayısı, AISC-ASD’de kirişler için 1.67 olarak belirlenmiştir.

Tüm kiriş modelleri için malzeme özellikleri, TS 648 standardındaki malzeme tanımları cinsinden karşılığı olan Fe37 çeliğine göre belirlenmiştir. Buna göre, kiriş mekanik özellikleri, bu parametrik çalışma için  $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $G = 810000 \text{ kg/cm}^2$  ve  $\sigma_a = 2400 \text{ kg/cm}^2$  şeklinde belirlenmiştir.

Oluşturulan dört farklı modelden, referans olarak kullanılan birinci model için  $b/h$  oranı 0.9, kompakt bölge yer alan diğer üçünde ise 0.25 ve kompakt olmayan bölgede yer alan son modelde 0.43 olacak şekilde başlık genişliği ve kiriş yüksekliği belirlenmiştir. Boyutlandırmaya devam ederken, AISC-ASD Tablo B5.1 “Basınç Elemanları için Genişlik-Kalınlık Oranları”nda geçen koşullara göre başlık ve gövde kalınlıkları belirlenerek kiriş kesitleri elde edilmiştir.

Yönetmelikte yer alan söz konusu tabloda, Bölüm 2.2.4’te açıklandığı gibi, kompakt ve kompakt olmayan bölgelerin tanımı elastisite modülü ve akma sınır gerilmesine bağlı olarak yapılmış ve genişlik/kalınlık oranı ile ifade edilmiştir. Elastisite modülü ve akma sınır gerilmesinin Fe37 çeliği için bilinen değerleri bu ifadelerde yerlerine konularak kompakt ve kompakt olmayan bölgeyi tanımlayan  $\lambda_p$  ve  $\lambda_r$  narinlik sınırları nümerik olarak elde edilmiştir (Tablo 4.1).

**Tablo 4.1:** Kompaktlık Sınırı İçin Genişlik/Kalınlık Oranlarının Nümerik Değerleri

Kesit	Düzlem eleman	$\lambda$	$\lambda_p$	$\lambda_r$
<b>I</b>	Başlık	$\frac{b}{2t_b}$	11.24	29.58
	Gövde	$\frac{h}{t_g}$	111.22	168.61

Kompakt kesit için oluşturulan iki, üç ve dört numaralı modellerin boyutları, kesit derinliği (başlıkların ağırlık merkezleri arasındaki uzaklık)  $d = 500mm$  değerinde sabit tutularak, farklı başlık ve gövde kalınlıklarına sahip olacak şekilde belirlenmiştir. Kompakt olmayan kesit boyutları da Tablo 4.1’de tanımlanan değerlere göre belirlenmiştir. Ayrıca, Arcelor kesitlerinden dört tanesi de başlık ve gövdesi düzlem elemanlardan oluşan kesitler şeklinde modellenmiştir. Buna göre kullanılan modellere ait kesit boyutları ve narinlik değerleri Tablo 4.2’de verilmiştir.

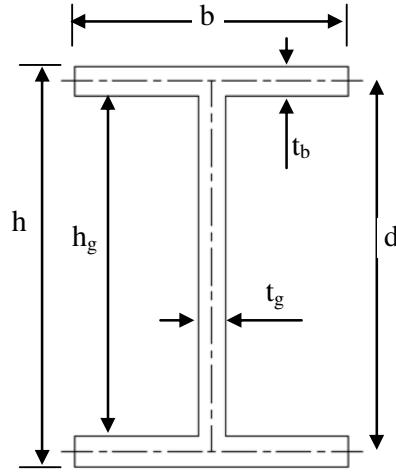
**Tablo 4.2:** Oluşturulan Modellerin Kesit Boyutları ve Narinlik Değerleri

	kesit boyutları (mm)						narinlik oranları			
	b	h	$h_g$	d	$t_b$	$t_g$	$\frac{b}{h}$	$\frac{b}{2t_b}$	$\frac{h_g}{t_g}$	
<b>Model 1</b>	360.0	400.0	360.0	380.0	20.0	10.0	0.90	9.00	36.00	<i>kompakt</i>
<b>Model 2</b>	125.0	515.0	485.0	500.0	15.0	20.0	0.25	4.17	24.25	<i>kompakt</i>
<b>Model 3</b>	125.0	510.0	490.0	500.0	10.0	15.0	0.25	6.25	32.67	<i>kompakt</i>
<b>Model 4</b>	125.0	510.0	490.0	500.0	10.0	10.0	0.25	6.25	49.00	<i>kompakt</i>
<b>Model 5</b>	300.0	700.0	680.0	690.0	10.0	6.0	0.43	15.00	113.33	<i>kompakt olmayan</i>
<b>IPE500</b>	200.0	500.0	468.0	484.0	16.0	10.2	0.40	6.25	45.88	<i>kompakt</i>
<b>IPN500</b>	185.0	500.0	446.0	473.0	27.0	18.0	0.37	3.43	24.78	<i>kompakt</i>
<b>HE500B</b>	300.0	500.0	444.0	472.0	28.0	14.5	0.60	5.36	30.62	<i>kompakt</i>
<b>HE500M</b>	306.0	524.0	444.0	484.0	40.0	21.0	0.58	3.83	21.14	<i>kompakt</i>

Bölüm3’de açıklandığı gibi tüm modeller için kiriş uzunlukları 400, 500, 600, 800, 1000, 1200 ve 1400 cm olmak üzere yedi farklı değerde belirlenmiştir. Ancak,

bu kirişlerde mesnetler arası mesafe sırasıyla, birinci model için 392, 492, 592, 692, 792, 992, 1192 ve 1392 cm; ikinci, üçüncü, dördüncü, beşinci modeller için 393.75, 493.75, 593.75, 693.75, 793.75, 993.75, 1193.75 ve 1393.75 cm olduğundan, serbest açıklık için bu değerler dikkate alınmıştır.

Modellenen kesitler için kullanılan büyüklükler Şekil 4.2’de gösterilmiş olup, parametrik analizler FEMAP yardımıyla yapılmıştır.



**Şekil 4.2:** Kesit Boyutlarının Gösterimi

#### 4.2 Lineer Olmayan Analizin Doğrulanması

Oluşturulan modellerin sonlu eleman yazılımı FEMAP yardımıyla lineer olmayan analizi, ardışık kırk adımda yükleme yapılarak sınır yük değerinin bulunmasıyla gerçekleştirilmiştir. Kiriş modellerinin lineer olmayan analizlerinin doğruluğu, analiz sonucunda elde edilen yükleme-şekil değiştirme diyagramları ile kontrol edilmiştir.

Yükleme-şekil değiştirme diyagramı, yükleme altındaki kirişin lineer olmayan analizi sonucunda en büyük sehimin olduğu düğüm noktasına göre çizilmiştir. Bu düğüm noktası, beklendiği üzere, kiriş açıklığının ortasında yer almaktadır. İki numaralı model ile tanımlanan enkesitteki kirişin 800 cm açıklığının analiz sonucundan, en büyük yer değiştirmeyi yapan düğüm noktası için elde edilen yükleme-şekil değiştirme eğrisi Şekil 4.3’te gösterilmiştir. Bu eğrinin, lineer olmayan davranışın teorik tanımlardaki gibi, limit yük değerine yaklaşırken düşey asimptota ulaşması model analizinin doğru çalıştığını göstermektedir. Tüm kiriş modellerinin farklı açıklıkları için tekrarlanan analiz sonuçları yükleme-şekil

değiştirme eğrisi şeklinde gösterilmek istenildiğinde, asimptot değere kadar parabolik artış gösteren benzer diyagramlar elde edilir.



**Şekil 4.3:** Analiz Sonuçlarına Göre Oluşturulan Yükleme-Şekil Değiştirme Eğrisi

#### 4.3 Başlık Genişliğinin Gövde Yüksekliğine Oranının Azaltılması

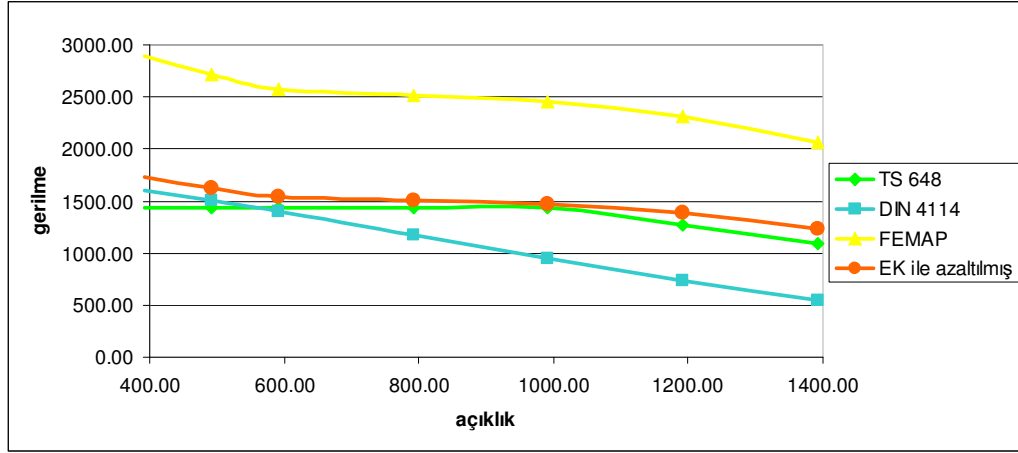
Parametrik çalışmalardan ilki,  $b/h$  oranı dikkate alınarak yapılmıştır. Bunun için, referans kabul edilen enkesitteki bir numaralı model ile oluşturulan kiriş uzunluklarının 400, 500, 600, 800, 1000, 1200 ve 1400cm değerleri için FEMAP yardımıyla sonlu eleman analizi yapılmıştır (Tablo 4.3).

**Tablo 4.3:** Birinci Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar ( $\text{kg/cm}^2$ )

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
392.00	1440.00	1600.00	2888.62	1729.71	16.75	8.11
492.00	1440.00	1507.44	2710.23	1622.89	11.27	7.66
592.00	1440.00	1403.08	2575.05	1541.95	6.61	9.90
792.00	1440.00	1169.23	2515.45	1506.26	4.40	28.82
992.00	1440.00	950.00	2451.36	1467.88	1.90	54.51
1192.00	1268.46	738.46	2310.30	1383.41	8.31	87.34
1392.00	1086.21	542.86	2063.45	1235.60	12.09	127.61

Sonuçlar incelendiğinde, sonlu eleman analizi ve yönetmeliklerden elde edilen yanal burkulma emniyet gerilmeleri arasındaki farkın kiriş açıklığına bağlı olarak farklılık göstermekle beraber, ortalama %10 mertebesinde olduğu görülmüştür. Bu fark, teorik emniyet gerilme değerlerinin sonlu eleman analizi ile bulunanlardan küçük olduğu anlamına gelir, yönetmelikler pratikte ortaya çıkabilecek dayanımdan daha

güvenli bir emniyet değeri öngörmektedirler. Birinci modele ait sınır gerilme değerleri açıklığa bağlı olarak Şekil 4.4'teki, eğrilerle gösterilmiştir.



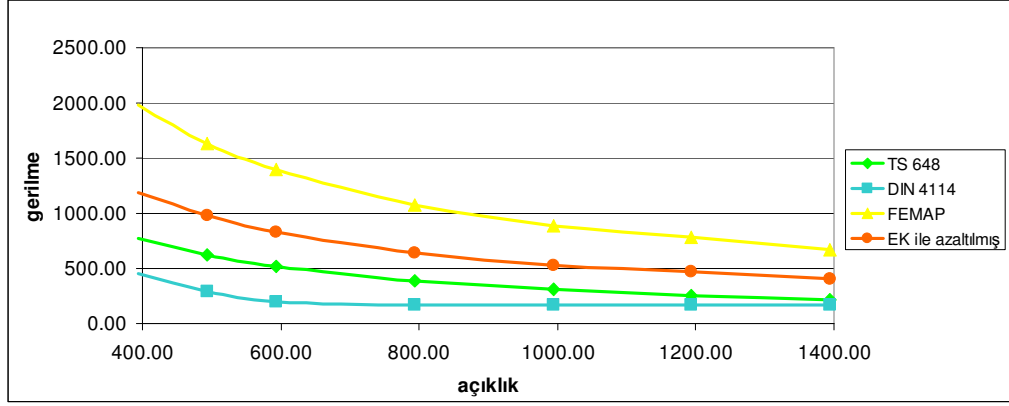
**Şekil 4.4:** Birinci Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

Karşılaştırmada kullanılacak ikinci modelin enkesiti, referans enkesitine göre dar başlıklı ve yüksek gövdeli, ancak yine kompakt bölgede yer alacak şekilde seçilmiştir. Tablo 4.4'de, aynı yedi açıklık için yapılan sonlu eleman analizlerinin sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.4:** İkinci Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar ( $\text{kg/cm}^2$ )

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
393.75	776.70	456.00	1978.92	1184.98	52.57	159.86
493.75	619.39	289.98	1630.62	976.42	57.64	236.71
593.75	515.07	200.66	1392.68	833.94	61.91	315.60
793.75	385.29	172.89	1078.48	645.80	67.61	273.53
993.75	307.75	172.89	888.64	532.12	72.91	207.78
1193.75	256.19	172.89	779.98	467.06	82.31	170.15
1393.75	219.43	172.89	674.46	403.87	84.06	133.60

İkinci modelin analiz sonuçları yönetmeliklerde geçen ifadelerin bu geometrideki kesit için konservatif sonuçlar verdiğini göstermektedir. Yönetmeliklerde, dar başlıklı ve yüksek gövdeli olsa da narinliği küçük olan (başlık için 4.17, gövde için 24.25) enkesitlerin yanıl burkulma dayanımı gereğinden küçük emniyet gerilme değerleri ile tanımlanmıştır. Açıklığın artan değerleri için, sonlu eleman yöntemiyle elde edilen gerilmeler ile teorik gerilme değerleri arasındaki fark daha da artmaktadır (Şekil 4.5).



**Şekil 4.5:** İkinci Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

Yanal burulmalı burkulma davranışını, tüm kompakt kesit tipleri için, TS 648 ve DIN 4114 yönetmeliklerinde tanımlanan ifadelerle yorumlamak tasarımda ekonomik olmayan çözümler üretilmesine yol açabilir. Başlık genişliği/gövde yüksekliğinin azalan değeri için yapılan parametrik çalışmada, kesiti oluşturan levhaların büyük kalınlıklarına bağlı olarak narinliği küçük olan kiriş kesitleri için teoride hesaplanan değerlerin en az 1.5 katı (kiriş açıklığı arttıkça daha da fazla) büyüklüğünde gerilme dayanımının söz konusu olduğu anlaşılır.

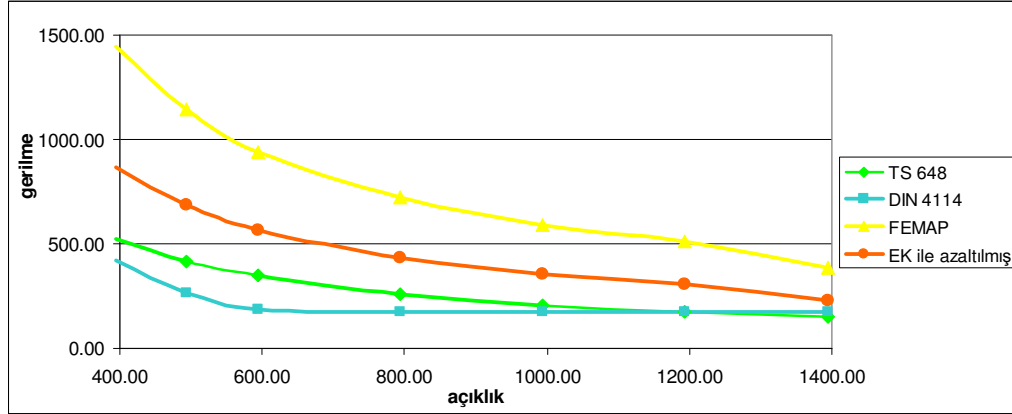
#### 4.4 Başlık ve Gövde Kalınlığının Azaltılması

Yapılan ikinci parametrik çalışmada, kiriş başlık ve gövde düzlemlerinin kalınlıkları azaltılarak kesit narinliğinin artırılmasının, teorik sonuçlar ve analiz sonuçları arasında oluşan fark üzerindeki etkisi incelenmek istenmiştir. Bu amaçla, üçüncü ve dördüncü modeller için elde edilen analiz sonuçları, aynı başlık genişliği ve kesit derinliğine sahip ikinci model için elde edilenlerle karşılaştırılmıştır.

**Tablo 4.5:** Üçüncü Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar (kg/cm<sup>2</sup>)

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
393.75	522.88	422.22	1445.91	865.81	65.59	105.06
493.75	416.98	267.45	1146.66	686.63	64.67	156.73
593.75	346.75	185.93	941.33	563.67	62.56	203.16
793.75	259.38	172.89	721.65	432.12	66.60	149.94
993.75	207.18	172.89	591.51	354.20	70.96	104.87
1193.75	172.47	172.89	509.14	304.87	76.77	76.34
1393.75	147.72	172.89	385.80	231.02	56.39	33.62

Başlık ve gövde kalınlıkları ikinci modele göre daha küçük olan, başlık levhası narinliği 6.25, gövde levhası narinliği 32.67 olan üçüncü modelin, yönetmeliklerin tanımladığı denklemlerle hesaplanan ve sonlu eleman analizinden elde edilen sınır gerilme değerleri Tablo 4.5'te verilmiştir.



**Şekil 4.6:** Üçüncü Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

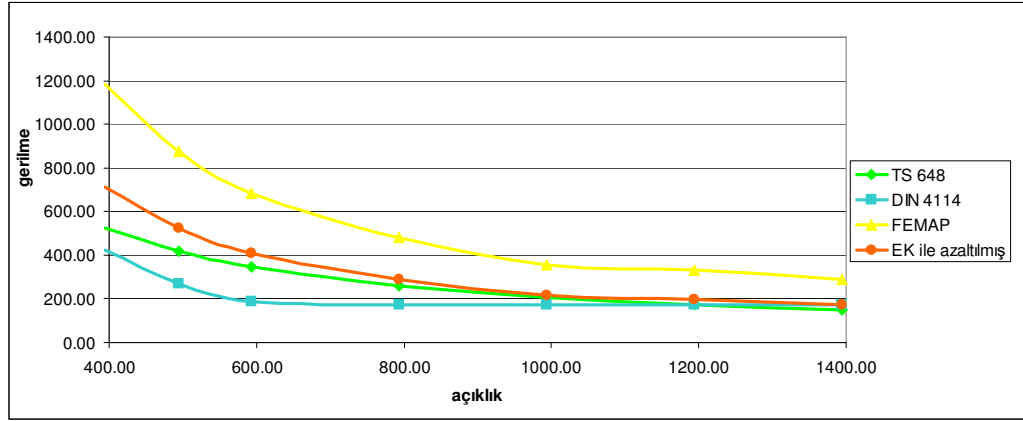
Üçüncü modelin yönetmeliklere uygun hesabı ve sonlu eleman analizi sonuçlarının grafiksel gösterimi Şekil 4.6'da verilmiştir. Bu sonuçlar arasındaki farkın, ikinci model için elde edilenler ile karşılaştırıldığında, daha küçük olduğu söylenebilmekle beraber çok belirgin bir veri elde edilememiştir. Bundan dolayı, gövde narinliği daha büyük olan dördüncü model oluşturulmuştur.

Dördüncü modelin üçüncü modelden farkı, gövde düzleminin daha ince olmasıdır. Böylece, yine kompakt kesit özelliğinde ancak nispeten daha narin kesit elde edilmiş olur. Bu modelin sonlu eleman analiziyle ve teorik ifadelerle elde edilen sınır gerilme değerleri Tablo 4.6'da verilmiştir.

**Tablo 4.6:** Dördüncü Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar (kg/cm<sup>2</sup>)

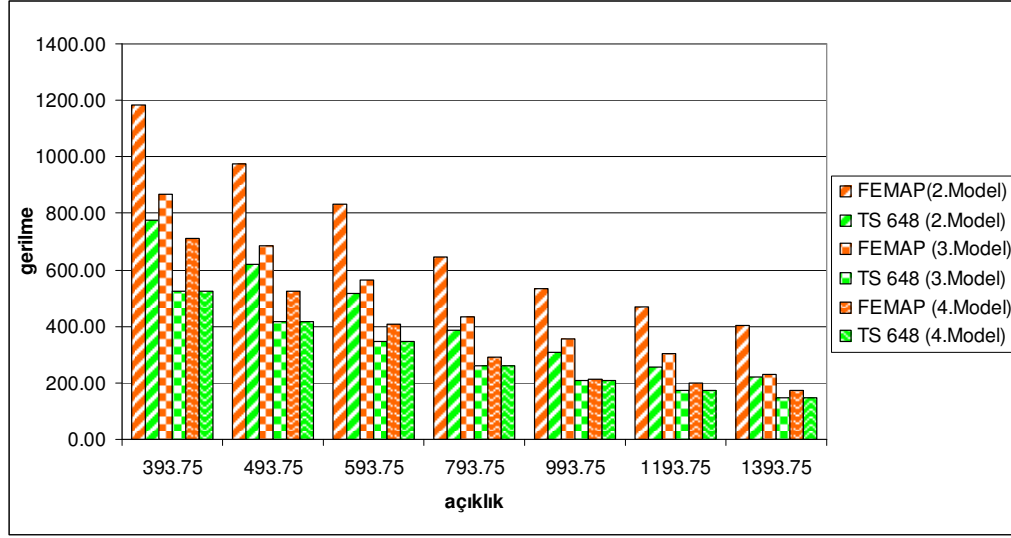
L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
393.75	522.88	506.67	1185.37	709.80	35.75	40.09
493.75	416.98	322.26	875.74	524.39	25.76	62.72
593.75	346.75	223.26	682.24	408.53	17.82	82.99
793.75	259.38	172.89	481.71	288.45	11.21	66.84
993.75	207.18	172.89	357.71	214.20	3.39	23.89
1193.75	172.47	172.89	332.22	198.93	15.35	15.06
1393.75	147.72	172.89	289.73	173.49	17.45	0.35

Bu tablodaki değerler, Şekil 4.7'deki gerilmenin açıklıkla değişimi şeklinde gösterilen eğrilerle daha iyi anlaşılabilir. İkinci ve üçüncü modelin kesitine göre daha narin kesite (narinlik değeri, başlık için 6.25, gövde için 49.0) sahip olan dördüncü modelin sonlu eleman analiziyle elde edilen sonuçların teorik sonuçlara daha yakın değerler verdiği görülmüştür.



**Şekil 4.7:** Dördüncü Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

Şekil 4.8'de, birbirinden başlık ve gövde levhalarının değişik kalınlıkları sayesinde farklılaşan, aynı başlık genişliğinde ve kesit yüksekliğindeki, üç kiriş modelinin sınır gerilme değerleri karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma, kirişlerin sonlu eleman analizi ile ve TS 648'de tanımlanan ifadeler ile elde edilen sonuçları, aynı model için yan yana çubuklarla gösterilip, aynı açıklıktaki üç model için de yan yana çizilerek yapılmıştır. Böylece aynı tipteki çubuklar takip edilerek aynı modele ait pratik ve teorik sonuçlar görülebileceği gibi, her açıklık için farklı modellere ait pratik ve teorik sonuçlar arasındaki farkın değişimi incelenebilir.



**Şekil 4.8:** Narinliğin Sınır Gerilme Değerleri Üzerindeki Etkisi

Bu parametrik çalışmada, dar başlıklı yüksek gövdeli olmakla beraber kompakt bölgede yer alan, farklı başlık ve gövde kalınlığına sahip ikinci, üçüncü ve dördüncü modeller karşılaştırıldığında, kesitin narinliği arttıkça yönetmeliklerin tanımladığı emniyet gerilme değerlerinin daha etkili sonuçlar verdiği görülmüştür.

#### 4.5 Kesit Narinliğinin Artırılması

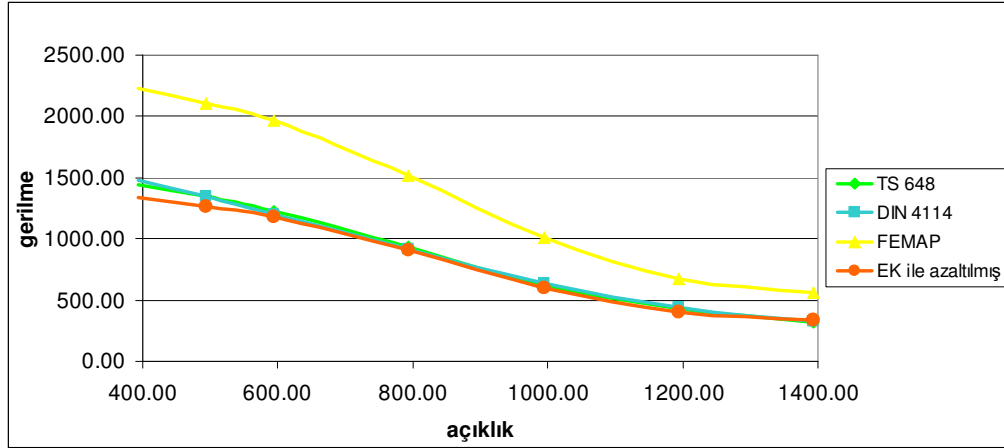
Yönetmeliklerde yer alan yanal burulmalı burkulma dayanım ifadeleri oluşturulurken yapılan sadeleştirmede dikkate alınan kesit geometrisine göre daha yüksek gövdeli ve dar başlıklı kesitteki modellerin sonlu eleman analiz sonuçları, narinlik arttıkça yönetmeliklerin tanımladığı sınır gerilmelerine yakın değerler üretmektedir. Bu parametrik çalışma kapsamında, narinliğin daha da artırılmasıyla sonuçların nasıl etkileneceğini belirlemek amacıyla kesit boyutları kompakt olmayan bölgede belirlenerek beşinci model oluşturulmuştur.

I-kesiti oluşturan başlık ve gövde düzlemleri, genişlik/kalınlık oranları kompakt sınır değerlerini aşacak şekilde boyutlandırılan beşinci modelin yönetmeliklerle ve sonlu eleman analiziyle bulunan sınır gerilmeleri Tablo 4.7’de sunulmuştur.

**Tablo 4.7:** Beşinci Modele Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar (kg/cm<sup>2</sup>)

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
393.75	1437.73	1482.93	2232.02	1336.54	-7.04	-9.87
493.75	1344.84	1351.11	2104.97	1260.46	-6.27	-6.71
593.75	1230.70	1200.00	1970.19	1179.76	-4.14	-1.69
793.75	940.56	921.21	1517.364	908.60	-3.40	-1.37
993.75	619.18	640.00	1007.47	603.27	-2.57	-5.74
1193.75	428.91	443.80	670.66	401.59	-6.37	-9.51
1393.75	314.78	326.30	562.73	336.96	7.05	3.27

Bu sonuçlar incelendiğinde, kesit narınlığı kompakt sınırı aşacak kadar arttırıldığında, yönetmeliklerin tanımladığı ifadelerle elde edilen değerlerin yeterince güvenli sonuçlar vermediği görülür. Bu sonuçların grafiksel ifadesi, Şekil 4.9'da verilmiştir.



**Şekil 4.9:** Beşinci Model İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

Sonlu eleman analizinden elde edilen sınır gerilmelerin eğrisi, yönetmeliklerin tanımladığı sınır gerilme eğrilerinin altında yer almaktadır. Sonuçlar arasındaki fark %10 mertebesinde de olsa, pratikte teoriye göre daha küçük gerilme dayanımları söz konusudur. Bu parametrik çalışmayla, kompakt sınır dışında yer alan kesitler için tasarımın yönetmeliklerde geçen ifadelerle yapılmasının güvenli sonuçlar doğurmayacağı anlaşılmıştır.

#### 4.6 Çarpılma Rijitliğinin Sağlanması

Yanal burulmalı burkulma dayanım ifadesini oluşturulan terimler incelendiğinde,  $C_w$  terimi ile çarpılma rijitliğini içerdiği görülür. Kesit geometrisine bağlı olarak  $I_y d^2/4$  şeklinde ifade edilen bu terim, dayanım ifadesinde basitleştirmeler yapılırken dikkate alınan kesit boyutlarına göre hesaplanıp, yerlerine konularak yanal burkulma emniyet gerilmesi ifadesine dahil edilmiştir.

**Tablo 4.8:** Kompakt Kesitli Modellerin Çarpılma Rijitliğinin Dayanım Katkısı (kg/cm<sup>2</sup>)

	L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	çarpılma rijitliği sağlanmış		Çarpılma rijitliğinin dayanım katkısı (%)
						FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	
MODEL 1	392.00	1440.00	1600.00	2888.62	1729.71	2899.75	1736.38	0.39
	492.00	1440.00	1507.44	2710.23	1622.89	2952.21	1767.79	8.93
	592.00	1440.00	1403.08	2575.05	1541.95	3040.39	1820.60	18.07
	792.00	1440.00	1169.23	2515.45	1506.26	3339.91	1999.95	32.78
	992.00	1440.00	950.00	2451.36	1467.88	3323.77	1990.28	35.59
	1192.00	1268.46	738.46	2310.30	1383.41	3266.31	1955.87	41.38
	1392.00	1086.21	542.86	2063.45	1235.60	3148.88	1885.56	52.60
MODEL 2	393.75	776.70	456.00	1978.92	1184.98	3411.77	2042.98	72.41
	493.75	619.39	289.98	1630.62	976.42	3315.02	1985.04	103.30
	593.75	515.07	200.66	1392.68	833.94	3063.30	1834.31	119.96
	793.75	385.29	172.89	1078.48	645.80	2547.19	1525.26	136.18
	993.75	307.75	172.89	888.64	532.12	2296.10	1374.91	158.38
	1193.75	256.19	172.89	779.98	467.06	2310.79	1383.70	196.26
	1393.75	219.43	172.89	674.46	403.87	2108.80	1262.75	212.66
MODEL 3	393.75	522.88	422.22	1445.91	865.81	3147.60	1884.79	117.69
	493.75	416.98	267.45	1146.66	686.63	2614.83	1565.77	128.04
	593.75	346.75	185.93	941.33	563.67	2216.08	1326.99	135.42
	793.75	259.38	172.89	721.65	432.12	1871.65	1120.75	159.36
	993.75	207.18	172.89	591.51	354.20	1608.49	963.17	171.93
	1193.75	172.47	172.89	509.14	304.87	1489.98	892.21	192.65
	1393.75	147.72	172.89	385.80	231.02	1341.12	803.06	247.61
MODEL 4	393.75	522.88	506.67	1185.37	709.80	3033.58	1816.52	155.92
	493.75	416.98	322.26	875.74	524.39	2469.85	1478.95	182.03
	593.75	346.75	223.26	682.24	408.53	2147.47	1285.91	214.77
	793.75	259.38	172.89	481.71	288.45	1522.50	911.68	216.06
	993.75	207.18	172.89	357.71	214.20	1319.46	790.09	268.86
	1193.75	172.47	172.89	332.22	198.93	1134.19	679.15	241.40
	1393.75	147.72	172.89	289.73	173.49	1010.42	605.04	248.75

Çarpılma rijitliği, kirişin uç mesnet koşulları uygun olarak düzenlendiğinde ortaya çıkar. Buna göre, kompakt kesit özelliğine sahip ilk dört model, mesnet koşulları, üst

başlığın da kiriş boyunca hareketini kısıtlayacak şekilde revize edilerek analiz edilmiştir.

Bu analizin sonuçlarının sayısal değerleri Tablo 4.8’de verilmiştir. Bu sonuçlar incelendiğinde, tüm modeller için dayanımın birkaç kat arttığı görülmüştür. Kiriş yanal serbest açıklığının büyük değerlerinde çarpılma rijitliğinin katkısı daha büyüktür. Bu parametrik çalışmanın sonucundan yola çıkarak yönetmeliklerde geçen ifadelerin, çarpılma rijitliği dikkate alınmadan en elverişsiz mesnet koşullarına göre oluşturulduğu söylenebilir.

#### 4.7 Arcelor Kesitlerinin İncelenmesi

Avrupanın en büyük üç çelik firması olan Aeralia, ARBED ve Unisor’ın birleşmesiyle oluşan Arcelor, Avrupadaki en Güney Amerikadaki lider çelik üreticisidir. Bu çalışma kapsamında, söz konusu kompakt kesitler dışında piyasada kullanılmakta olan Arcelor kesitlerinden dört tanesi de ele alınmıştır. Bunlar, sonlu eleman analizlerin yapıldığı dar başlıklı yüksek gövdeli kirişlere paralel olarak gövde yüksekliği 500mm olacak şekilde seçilmiştir. Böylelikle, hem piyasada yer alan kesitlerin yönetmeliklere göre hesabının konservatif olup olmadığı incelenirken hem de aynı gövde yüksekliğine sahip kesitlerin başlık genişliğinin gövde yüksekliğine oranının farklı değerleri için de karşılaştırma yapılabilmektedir. Bu amaçla, geometrik özellikleri Bölüm 3’te açıklanan IPE 500, IPN 500, HE 500B, HE 500M kesitleri dikkate alınmıştır.

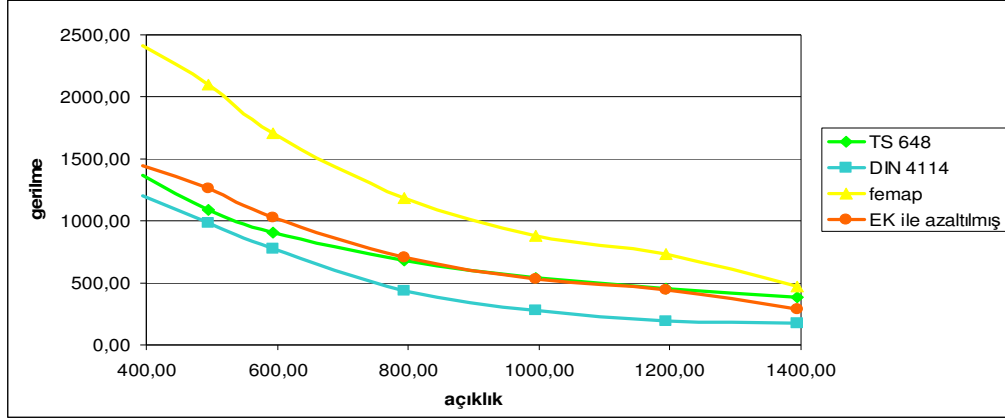
**Tablo 4.9:** Kesit IPE 500’e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar ( $\text{kg/cm}^2$ )

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
394,00	1364,47	1200,00	2408,797	1442,4	0,05	0,17
494,00	1088,26	980,65	2103,286	1259,5	0,14	0,22
594,00	905,05	776,17	1710,685	1024,4	0,12	0,24
794,00	677,08	438,46	1180,599	706,9	0,04	0,38
994,00	540,85	278,47	884,0386	529,4	-0,02	0,47
1194,00	450,25	193,84	734,6868	439,9	-0,02	0,56
1394,00	385,65	172,89	473,9035	283,8	-0,36	0,39

Arcelor Avrupa I-kesitlerinden, IPE 500 enkesitine sahip yedi farklı yanal serbest açıklıktaki kiriş için bilgisayar programı yardımıyla yapılan sonlu eleman analiz

sonuçları ve yönetmeliklere göre bulunan yanal burkulma emniyet gerilme değerleri Tablo 4.9’da verilmiştir.

IPE 500 enkesitindeki kirişlerin analiz sonuçları yönetmeliklere göre yapılan hesapla karşılaştırıldığında, kiriş serbest açıklığı 800cm değerini aştığında yönetmeliklerde yer alan ifadelerin güvenli olmayan sonuçlar verdiği gözlenmiştir (Şekil 4.10).



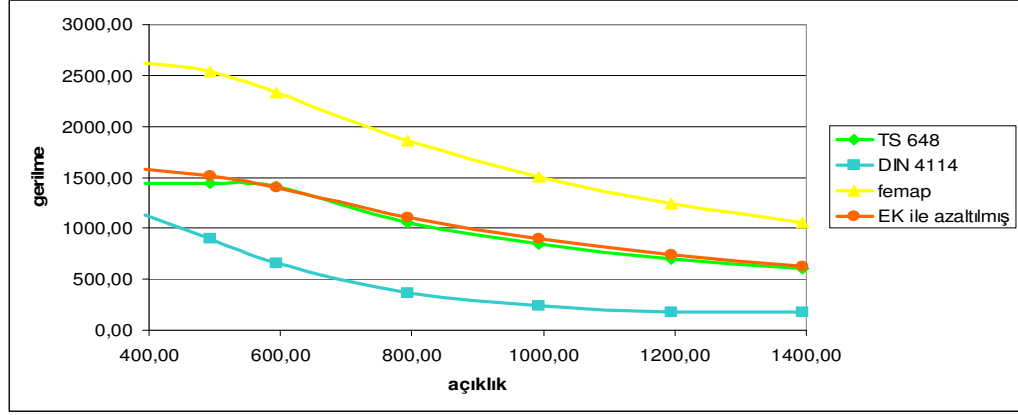
**Şekil 4.10:** Kesit IPE 500 İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

Arcelor standart Avrupa kirişlerinden IPN 500 kesitindeki yedi farklı açıklıktaki kirişlerin yanal burkulma emniyet gerilmelerinin teorik ve pratik hesaplarla bulunan sonuçları Tablo 4.10’da sunulmuştur.

**Tablo 4.10:** Kesit IPN 500’e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar (kg/cm<sup>2</sup>)

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
394,00	1440,00	1125,93	2628,713	1574,1	0,09	0,28
494,00	1440,00	902,97	2535,049	1518,0	0,05	0,41
594,00	1412,73	658,48	2331,196	1395,9	-0,01	0,53
794,00	1056,88	369,23	1858,739	1113,0	0,05	0,67
994,00	844,23	235,96	1508,926	903,5	0,07	0,74
1194,00	702,81	172,89	1247,016	746,7	0,06	0,77
1394,00	601,98	172,89	1055,009	631,7	0,05	0,73

Tablo 4.10’daki sonuçlar incelendiğinde IPN 500 kesitindeki kirişlerin hesabında yönetmeliklerde yer alan yanal burkulma emniyet gerilmelerine göre hesabın güvenli ve yeterince ekonomik olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar, Şekil 4.11’de grafiksel olarak gösterilmiştir.



**Şekil 4.11:** Kesit IPN500 İçin Açıklık Değişimine Göre Sınır Gerilmeleri Eğrileri

Geniş başlıklı kirişlerden HE 500B ve HE 500M kesitli kirişlerin yanal burkulma emniyet gerilmeleri değerleri sonlu eleman analizi ve yönetmeliklerde yer alan ifadelerle ayrı ayrı hesaplanmıştır (Tablo 4.11 ve Tablo 4.12).

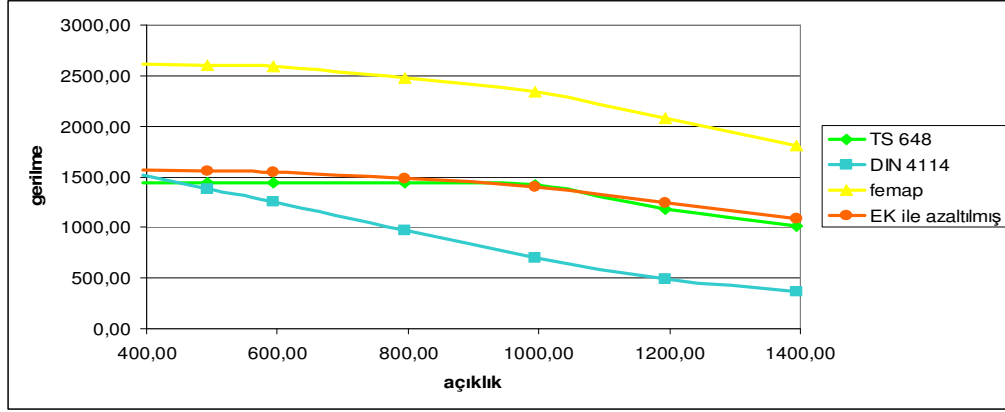
**Tablo 4.11:** Kesit HE 500B'e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar (kg/cm<sup>2</sup>)

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
394,00	1440,00	1520,00	2611,14	1563,6	0,08	0,03
494,00	1440,00	1381,82	2605,48	1560,2	0,08	0,11
594,00	1440,00	1249,32	2590,08	1550,9	0,07	0,19
794,00	1440,00	970,21	2481,55	1486,0	0,03	0,35
994,00	1419,72	701,54	2341,43	1402,1	-0,01	0,50
1194,00	1181,91	486,40	2084,93	1248,5	0,05	0,61
1394,00	1012,34	361,19	1810,91	1084,4	0,07	0,67

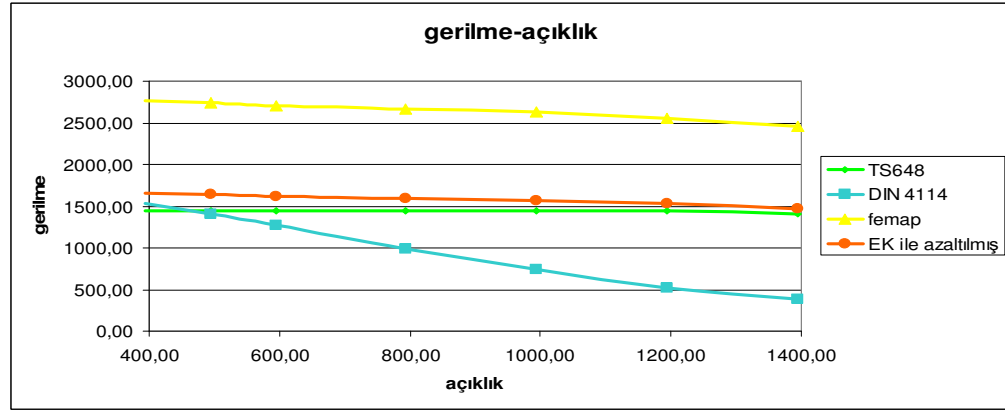
**Tablo 4.12:** Kesit HE 500M'e Ait Karşılaştırmalı Sonuçlar (kg/cm<sup>2</sup>)

L (cm)	TS 648	DIN 4114	FEMAP	FEMAP 1.67 ile azaltılmış	TS 648 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)	DIN 4114 ile FEMAP sonuçları arasındaki fark (%)
394,00	1440,00	1532,77	2768,989	1658,1	0,13	0,08
494,00	1440,00	1403,08	2744,839	1643,6	0,12	0,15
594,00	1440,00	1266,67	2702,433	1618,2	0,11	0,22
794,00	1440,00	991,30	2665,239	1596,0	0,10	0,38
994,00	1440,00	738,46	2623,721	1571,1	0,08	0,53
1194,00	1440,00	513,80	2561,035	1533,6	0,06	0,66
1394,00	1407,56	378,42	2456,65	1471,0	0,04	0,74

HE 500B ve HE 500M kesitlerine ilişkin teorik ve pratik sonuçlar incelendiğinde yönetmeliklerde yer alan ifadelerin geniş başlıklı kirişlerin hesabında kullanımında güvenliğin ve ekonominin sağlandığı görülmüştür. Bu sonuçların grafiksel gösterimleri Şekil 4.12 ve Şekil 4.13'te gösterildiği gibidir.



Şekil 4.12: Kesit HE 500B için açıklık değişimine göre sınır gerilmeleri eğrileri



Şekil 4.13: Kesit HE 500M için açıklık değişimine göre sınır gerilmeleri eğrileri

#### 4.8 Parametrik Çalışmalar İlişkin Değerlendirmeler

Parametrik çalışmalar, sabit moment etkisi oluşturacak yükleme altındaki basit mesnetli I-kesitli kirişin davranışını incelemek üzere, kiriş enkesitinin farklı boyutları için seçilen modeller ile gerçekleştirilmiştir. Bu enkesit modelleri yedi farklı uzunluktaki kiriş boyutlandırılmasında kullanılmıştır. Bu kirişlerin, TS 648 ve DIN 4114 standartlarında tanımlanan ifadelerle sınır gerilmeleri hesaplanmış, daha sonra FEMAP, sonlu eleman programı ile yapılan analizleri ile elde edilen sınır gerilme değerleri ile karşılaştırılarak tartışılmıştır.

Parametrik incelemelerden elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda sıralanmıştır:

- 1) İncelenen I-kesitli kiriş modellerinin, TS 648 ve DIN 4114 standartlarında yer alan yanal burulmalı burkulma sınır gerilme formülasyonu, kirişin kompakt kesit koşullarını sağladığı her durumda etkili sonuçlar vermemektedir. Söz konusu standartlardaki ifadelerin dayandığı AISC-ASD'deki basitleştirilmiş ifadeler oluşturulurken dikkate alınan kesit özelliklerine göre, sonlu eleman analizi ile bulunan sınır gerilmeleri kiriş yanal serbest açıklığına göre değişmekle beraber, teorik sonuçlardan ortalama %10 daha büyüktür. Bu durum, yönetmeliklerin güvenli tarafta kalması gerektiği düşünülerek kabul edilebilir. Ancak, AISC-ASD'de tanımlanan kesitten yüksek gövdeli ve dar başlıklı olsa da daha az narin olan kesite sahip kirişlerde bu fark, yine kiriş açıklığına bağlı olarak, ortalama %70 mertebesinde olmaktadır. Böyle bir geometrik özelliğe sahip kiriş enkesiti için yönetmeliklere göre hesabın ekonomik olmayan sonuçlar doğuracağı belirlenmiştir.
- 2) Yönetmeliklerde yer alan ifadelere göre hesaplanan yanal burkulma emniyet gerilmeleri, beklendiği gibi, sonlu eleman analizi ile belirlenen sınır gerilme değerlerine kıyasla daha güvenli sonuçlar vermektedir. Ancak, kiriş enkesitine bağlı olarak narinliğin azalan değerleri için bu sonuçlar ekonomik olmaktan uzaklaşır. Dar başlıklı ve yüksek gövdeli kesitte, kesiti oluşturan levhaların et kalınlıklarının küçük olması halinde analiz sonuçları ile teorik sonuçların verdiği değerler birbirine yaklaşır, ancak, aralarındaki fark, kirişin farklı açıklıkları için değişse de, ortalama %20 mertebesinde olmaktadır. Buna göre, azalan levha kalınlığıyla narinliğin artan değerleri için kirişte yanal burulmalı burkulma hesabı, yönetmeliklerin öngördüğü emniyet gerilmelerine yaklaşır.
- 3) Narinliğin artan değerleri için yönetmeliklerde tanımlanan yanal burulmalı burkulma emniyet gerilmelerinin geçerli sonuçlar ürettiği görülmüştür. Ancak, başlık ve gövde narinlinliği, kompakt bölgeyi aşacak derecede,  $\lambda_p$  değerinden büyük seçilirse, yönetmeliklerde geçen ifadelerin verdiği sonuçlar sonlu eleman analizi ile üretilen sonuçlara yakın ama bunların altında değerler verir. Bu da tasarım güvenliğinin sağlanamayacağı anlamına geldiğinden, yönetmeliklerde geçen ifadeler kompakt olmayan kesitlerin yanal burulmalı burkulma dayanım hesabında kullanılmamalıdır.

- 4) Yanal burulmalı burkulma dayanım ifadesi oluşturulurken temel alınan kritik moment ifadesi,  $C_w$ , çarpılma sabitini içermektedir. Bu terim basitleştirilmiş kritik gerilme ifadesinde kesitin geometrik özelliklerine bağlı olarak dahil edilmiştir. Ancak, kompakt bölgede yer alan, çeşitli narinlik seviyelerinde kesite sahip kirişlerin iki ucuna, üst başlığın kiriş açıklığı boyunca hareketini kısıtlayacak mesnetler teşkil edilerek kirişte çarpılma rijitliği sağlandığında, gerilme dayanımlarının birkaç kat arttığı görülmüştür. Kiriş kapasitesindeki bu artış narinlik seviyesine ve kiriş serbest açıklığına göre değişmektedir. Çarpılma rijitliğinin kiriş dayanımına katkısı, narin kesitli kirişlerde, narinliği düşük kesitli kirişlere göre daha fazladır. Narin kesitli kısa açıklıklı kirişlerde bu katkı %150, uzun açıklı kirişlerde ise %250 civarındayken, narinliği düşük kesitli kısa açıklıklı kirişlerde %50, uzun açıklı kirişlerde de ise %200 civarındadır. Kiriş açıklığının artan değerleri için, daha da artan çarpılma rijitliği katkısının bu değerleri, yönetmeliklerde tanımlanan yanal burulmalı burkulma dayanım ifadelerinde çarpılma rijitliğinin etkin olarak dikkate alınmadığını gösterir.
- 5) Arcelor kesitlerinden elde edilen sonuçlar incelendiğinde, sonlu eleman analiziyle elde edilen gerilme değerlerinin yönetmeliklere göre hesaplanarlardan, kiriş yanal serbest açıklığına göre değişmekle beraber, ortalama %10 daha büyük olduğu görülmüştür. Bu durum, ele alınan Arcelor kesitlerinin, başlık genişliğinin gövde yüksekliğine, başlık genişliğinin başlık kanlığına, gövde yüksekliğinin gövde kalınlığına oranı şeklinde dikkate alınan narinlik değerlerinin referans kesitinkinden çok farklı olmamasıyla açıklanabilir.

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Çelik Kirişlerin Yanal Burulmalı Burkulma Analizi konulu tez çalışmasında elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda açıklanmıştır.

i. Bu çalışmada, çelik yapı elemanlarından kiriş olarak kullanılacak çeşitli enkesit modelleri oluşturulmuştur. Bu modeller, dördü kompakt kesit özelliğinde, biri kompakt olmayan kesit özelliğinde olmak üzere beş tanedir. Kompakt özellikteki referans kesit modeli, TS 648 “Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları”nda tanımlanan stabilite tahkiki ifadelerinin dayandığı AISC-ASD “Allowable Stress Design and Plastic Design”da yapılan kabullerin dikkate aldığı kesit olarak seçilmiştir. İkinci, üçüncü ve dördüncü kesit modelinin boyutları ise, başlık genişliği gövde yüksekliğine eşit olan birinci modele göre farklılık yaratacak şekilde, dar başlıklı yüksek gövdeli olarak belirlenmiştir. Bu üç modelin birbirinden farkı ise, gövde ve başlık kalınlıklarındaki çeşitlilikten kaynaklanmaktadır. Beşinci model, kesit narınlığı iyice artırılarak kompakt olmayan özellikte seçilmiştir. Ayrıca, piyasada mevcut Arcelor kesitlerden, gövde yüksekliği kompakt kesit özelliğindeki modellere yakın olan dört tenesi için de model hazırlanmıştır. Bu dokuz enkesit modeli, kiriş yanal serbest açıklığının yanal burulmalı burkulma davranışına etkisinin gözlemlenebilmesi için, yedi farklı açıklık değeri seçilerek altmış üç adet kiriş geometrisi oluşturulmuştur.

ii. Yanal burulmalı burkulma davranışının teorik hesabı için AISC-ASD’de yer alan gerilme ifadeleri sadeleştirilirken kullanılan yöntem incelenmiş ve TS 648’de tanımlanan emniyet gerilmesi ifadelerine temel oluşturduğu gözlemlenmiştir. Daha sonra, beş farklı kesit modeliyle oluşturulan kirişlerin TS 648’e göre sınır gerilmeleri belirlenmiştir.

iii. Sözkonusu kirişlerin gerçek davranışlarını gözlemleyebilmek amacıyla, sonlu eleman analizleri FEMAP “Finite Element Modelling and Postprocessing” ile gerçekleştirilmiştir. Çelik kirişlerin yanal burulmalı burkulma analiziyle hedeflenen, lineer olmayan sonlu eleman analiziyle elde edilen emniyet gerilme değerleri ile

TS 648’de tanımlanan ifadelerle hesaplananları karşılaştırılarak, yönetmeliğe göre bulunan sonuçların ne kadar konservatif olduğu belirlenmektedir. Böylece, çelik yapılarda kirişlerin yanal burulmalı burkulma kontrollerinin yapılması için TS 648’de verilen formüllerin etkinliği araştırılmaktadır.

iv. Çalışmanın sayısal ve parametrik incelemelerine dayanarak varılan bazı sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

- a) TS 648’de tanımlanan yanal burkulma ifadelerin temel aldığı AISC-ASD’de açıklanan sadeleştirmelerde dikkate alınan kesitin özelliklerini taşıyan referans kesitin lineer olmayan sonlu eleman analiziyle, tabi olarak, TS 648’e göre elde edilen değerlere yaklaşık sonuçlar bulunmaktadır. Yönetmeliğin verdiği sonuçların gerçek davranışa göre bir miktar güvenli tarafta kalması, kabul edilebilir mertebededir. Ancak, referans kesite göre dar başlıklı ve yüksek gövdeli olmakla beraber küçük narinliğe sahip ikinci model enkesitindeki kirişlerin gerçek davranışı ve teorik sonuçları arasında çıkan fark ile, bu geometrideki kesite sahip kirişlerin yanal burulmalı burkulma hesabının ekonomik olmayacağı anlaşılmıştır.
- b) Başlık genişliğinin gövde yüksekliğine oranı ikinci model ile aynı olan üçüncü ve dördüncü modelin başlık ve gövde et kalınlıkları azaltılarak yine kompakt bölgede yer alan. ancak daha narin kesitler elde edilmiştir. Bu modellerin lineer olmayan sonlu eleman analizleriyle elde edilen sonuçlarının yönetmeliklerde yer alan ifadelere göre hesaplanan yanal burkulma emniyet gerilmesi değerlerine yaklaştığı görülmüştür. Narinliğin artan değerleri için daha yakın sonuçlar elde edilse de yönetmeliklere göre hesap,  $b/h$  oranının küçük olduğu kesitler için ekonomik olmaktan uzaktır.
- c) Narinliğin artan değerleri için başlık genişliğinin gövde yüksekliğine oranının küçük değerlerinde bile yönetmelikle elde edilen sonuçların daha geçerli sonuçlar vermesinden yola çıkarak narinliği kompakt sınırı aşacak enkesitteki beşinci modelin analizi yapılmıştır. Bu analizle elde edilen sonuçlar yönetmelilerin tanımladığı yanal burkulma emniyet gerilmesi değerlerine yakındır ancak bu değerlerin altında kaldığı için kompakt olmayan kesitlerin yanal burulmalı burkulma dayanımının TS 648’e göre belirlenmesi güvenli olmayan sonuçlar vermektedir.

- d) Yanal burulmalı burkulma kritik momenti  $C_w$ , çarpılma rijitliğini gösteren terim içerir. Bu terim, yönetmeliklerde yer alan yanal burkulma emniyet gerilmesi ifadesi oluşturulurken referans kesite göre yapılan basitleştirmeler ile kesitin geometrik özellikleriyle tanımlanmıştır. Yönetmeliklerde geçen yanal burkulma emniyet gerilmesi ifadelerinde  $C_w$  terimi yer almasa da, bu ifadeler oluşturulurken çarpılma rijitliği dikkate alınmıştır. Ancak, mesnet koşullarının üst başlığın kiriş açıklığı boyunca hareketi kısıtlanacak şekilde oluşturulmasıyla kirişin çarpılma rijitliğinin sağlanması halinde, kompakt kesit özelliğindeki kiriş modellerinin analiziyle elde edilen sınır gerilme değerlerinin birkaç kat artığı görülmüştür. Buna göre, yönetmeliklerde tanımlanan yanal burkulma emniyet gerilmelerinde çarpılma rijitliğinin etkin olarak dikkate alınmadığı söylenebilir.
- e) Arcelor profillerinden IPE500, IPN500, HE500B ve HE500M kesitleri için lineer olmayan sonlu eleman analizi ile yönetmeliklerde yer alan ifadelerden elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında aradaki fark kabul edilebilir mertebededir. Kompakt bölgede yer alan, başlık genişliğinin başlık kalınlığına, gövde yüksekliğinin gövde kalınlığına oranlarının farklı değerlerine sahip bu kesitlerin başlık genişliğinin başlık kalınlığına oranlarına dikkat edildiğinde belli bir seviyenin altına düşmediği görülmüştür.
- f) Yanal burulmalı burkulma emniyet gerilmesi ifadeleri oluşturulurken kesit geometrisine ilişkin yapılan kabullerin sonuçları olumsuz etkilememesi için, burkulma analizi yapılacak kesitin geometrisi referans kesitinkinden çok farklılaşmamalıdır. Aksi takdirde, yönetmeliklerde tanımlanan ifadeler konservatif sonuçlar üretmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Johnston, Bruce Gilbert**, 1976, Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Structural Stability Research Council.
- [2] **Trahair, N.S. and Bradford, M.A.**, 1988, The Behaviour and Design of Steel Structures, 2nd ed. Chapman and Hall, London.
- [3] **Bleich, Friedrich**, 1952, Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill Book Company Inc., New York.
- [4] **Timoshenko, S. and Gere, J. M.**, 1961, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York.
- [5] **Chajes, Alexander**, 1974, Principles of Structural Stability Theory, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, New Jersey.
- [6] **Galambos, T V**, 1988, Guide to Stability Design Criteria of Metal Structures, J Wiley & Sons.
- [7] **Trahair, N.S.**, 1993, Flexural-Torsional Buckling of Structures, Boca Raton, FL: CRC.
- [8] **Bradford, M.A.**, 2000, Strength of compact steel beams with partial restraint, *Journal of Construction Steel Research* **53**, 183-200.
- [9] **Suryoatmono, B., ve Ho, D.**, 2002, The moment-gradient factor in lateral-torsional buckling on wide flange steel sections, *Journal of Construction Steel Research* **58**, 1247-1264.
- [10] **Serna, M.A., López, A., Puente, I. ve Yong, D.J.**, 2005, Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members, *Journal of Construction Steel Research* **62**, 566-580.
- [11] **Larue, B., Khelil, A., ve Gueury, M.**, 2006, Elastic flexural-torsional buckling of steel beams with rigid and continuous lateral restraints, *Journal of Construction Steel Research* **63**, 662-708.

- [12] **Lim, Nam-Hyung, Park, Nam-Hoi, Kang, Young-Jong, Sung, Ik-Hyun,** 2003, Elastic buckling of I-beams under linear moment gradient, *International Journal of Solids and Structures*.
- [13] **FEMAP,** 2006, Finite Element Modeling and Postprocessing, Enterprise Software Products, Inc., PA.
- [14] **Yura, J.A., Galambos, T.V., Ravindra, M. K.,** 1978, The Bending Resistance of Steel Beams, *Journal of Structural Division*, ASCE **104**, ST9, 1355-1370.
- [15] **Trahair, N. S.,** 1977, Lateral Buckling of Beams and Beam-Columns, Vol. 2, (ed. W. F. Chen and T. Atsuta), McGraw-Hill, New York, Chap. 3.
- [16] **Nethercot, D.A.,** 1983, Elastic Lateral Buckling of Beams, *Beams and Beams Columns – Stability in Strenight* (ed. R. Narayanan), Applied Science Publishers, Barking, Essex, England.
- [17] **Salmon, C.G. and Johnson, J.E.,** 1996, Steel Structures: Design And Behavior, Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- [18] **Lim, N.-H., Park, N.-H., Kang, Y.-J. ve Sung, I.-H.,** 2003. Elastic Buckling of I-Beams Under Linear Moment Gradient, *International Journal of Solids and Structures* 40, 5635–5647.
- [19] **American Institute of Steel Construction (AISC),** 1999, Load and Resistance Factor Design (LRFD) Specification for Structural Steel Buildings, second ed., Chicago, Illinois.
- [20] **American Institute of Steel Construction (AISC),** 1986 Load and Resistance Factor Design (LRFD) Specification for Structural Steel Buildings, first ed., Chicago, Illinois.
- [21] **Salvadori, M.G.,** 1955, Lateral Buckling of I-Beams, ASCE Transaction **120**, 1165–1177.
- [22] **American Institute of Steel Construction (AISC),** 1989, Specification for Structural Steel Building – Allowable Stress Design and Plastic Design, Chicago, Illinois.

- [23] **Deren, H., Uzgider, E., Piroğlu, F.**, 2005, elik Yapılar Emniyet Gerilmesi Esasına Göre Hesap, ağlayan Kitapevi, İstanbul.
- [24] **DIN 4114**, 1952, Deutsches Institut Für Normung—Stability Cases,.
- [25] **TS-648**, 1980. elik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, *Türk Standartları Enstitsi*, Ankara.
- [26] **FEMAP User Guide**, 2006, Comparing the Basic and Global Coordinate Systems, UGS Corp, Texas.
- [27] **Boressi, A.P., Schmidt R.J., Sidebottom O.M.**, 1993, Advanced Mechanics of Materials, Fifth Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Deniz AYHAN, 1981 yılında İstanbul'da doğdu. Orta ve lise öğrenimini İstanbul'da Galatasaray Lisesi'nde tamamladı. 2000 yılında girdiği İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği bölümünden 2004 yılında iyi derece ile mezun oldu. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Mühendisliği programına girmeye hak kazandı. 2005 yılından beri Yapı Anabilim Dalı Ahşap ve Çelik Yapılar Çalışma Grubu'nda Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.