

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DENİZ ORTAMINDA DÜŞEY ASILI DURAN  
BİR BORU HATTININ DİNAMİK ANALİZİ**

**DOKTORA TEZİ  
Y. Müh. İsmail YALÇIN**

**Anabilim Dalı : GEMİ İNŞAATI MÜHENDİSLİĞİ  
Programı : GEMİ İNŞAATI MÜHENDİSLİĞİ**

**ŞUBAT 2007**

**DENİZ ORTAMINDA DÜŞEY ASILI DURAN  
BİR BORU HATTININ DİNAMİK ANALİZİ**

**DOKTORA TEZİ  
Y. Müh. İsmail YALÇIN  
(508932001)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 27 Eylül 2005  
Tezin Savunulduğu Tarih : 15 Şubat 2007**

**Tez Danışmanı : Prof.Dr. L. Macit SÜKAN**

**Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. A.Yücel ODABAŞI (İTÜ)**

**Doç.Dr. İsmail H. HELVACIOĞLU (İTÜ)**

**Prof.Dr. M. Ferda GÖKŞİN (KOÜ)**

**Prof.Dr. Ahmet D. ALKAN (YTÜ)**

**ŞUBAT 2007**

## ÖNSÖZ

Bu doktora tez çalışmasını yürüten ve değerli yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. L. Macit SÜKAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bu çalışmaya katkılarından dolayı; Şükran NEGİZ, Handan KANİPEK, Bahadır UĞURLU, Ayhan AKINTÜRK ve Bekir Sıtkı TÜRKMEN'e teşekkürlerimi sunarım. Bilim hayatıma verdikleri ışıklarından dolayı da; rahmetli hocamız Prof. Dr. Tarık SABUNCU'yu saygıyla anıyor, Prof. Dr. M. Cengiz DÖKMECİ ve Prof. Dr. Zekai ŞEN'e de teşekkür etmeyi bir borç biliyorum. Ayrıca, açık deniz yapıları konusunda çalışmama bir şekilde vesile olan rahmetli hocamız Prof. Dr. Karl-Heinz HAPPEL'i de saygıyla anıyorum. Bugüne kadarki hayatımda destek olmuş olan; rahmetli babamı saygıyla anıyor, ailemin diğer bireylerine ve eşime şükranlarımı sunuyorum.

Şubat 2007

İsmail YALÇIN

## İÇİNDEKİLER

<b>TABLO LİSTESİ</b>	<b>v</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b>	<b>vi</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b>	<b>viii</b>
<b>ÖZET</b>	<b>x</b>
<b>SUMMARY</b>	<b>xii</b>
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
1.1. Yapının Matematiksel Modellenmesi	6
1.2. Hidrodinamik Yükün Değerlendirilmesi	8
1.3. Matematik Modelin Çözümü için Uygulanan Teknikler	11
1.4. Şimdiye Kadar Yapılmış Çalışmalar	12
1.5. Tezin Amacı ve Bölümlerin Tanıtılması	15
<b>2. HAREKET DENKLEMLERİ</b>	<b>16</b>
2.1. Hareket Denklemlerinin Çıkarılması	17
2.1.1. Kinematik Bağlıntılar	17
2.1.2. Enerji İlkesi	18
2.2. Hidrodinamik Yük	22
2.3. İç ve Dış Akışkan Basınçları	25
<b>3. STATİK ANALİZ</b>	<b>26</b>
3.1. Kısa Rayserler İçin Statik Hesap	26
3.2. Uzun Rayserler İçin Statik Hesap	30
3.2.1. Kritik Efektif Boyuna Kuvvet	32
<b>4. DİNAMİK ANALİZ</b>	<b>34</b>
4.1. Hareket Denklemi	34
4.2. Kısa Rayserler İçin Hesap	36
4.2.1. Rayserin Serbest Sönümsüz Hareketi	36
4.2.2. Rayserin Yerdeğiştirmesi ve Gerilmeler	38
4.3. Uzun Rayserler İçin Hesap	41
<b>5. SAYISAL UYGULAMALAR</b>	<b>46</b>
5.1. Kısa Rayserler İçin Statik Bir Örnek	46

5.2. Kısa Rayserler İçin Dinamik Bir Örnek	54
5.3. Parametrik Çalışmalar	62
5.3.1. Rayser Boyu Parametresi	62
5.3.2. Raysere Uygulanan Gerdirme Kuvveti	64
5.3.3. Rayserin Dış Çapı	66
5.3.4. Rayserin Et Kalınlığı	68
5.4. Uzun Rayserler İçin Statik Bir Örnek	73
5.5. Uzun Rayserler İçin Dinamik Bir Örnek	76
<b>6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER</b>	<b>84</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>93</b>
<b>EK</b>	<b>96</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b>	<b>99</b>

## TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
<b>Tablo 5.1</b> : API test durumu için veriler [1,29] .....	48
<b>Tablo 5.2</b> : Statik analiz sonuçlarının [3]'deki sonuçlar ile karşılaştırılması .....	50
<b>Tablo 5.3</b> : Statik analizde kullanılan sondaj rayserinin verileri [30] .....	73
<b>Tablo 5.4</b> : Statik analiz sonuçlarının [30]'dakilerle karşılaştırılması .....	74
<b>Tablo 5.5</b> : API 1500-0-1 rayserinin verileri [29] .....	75
<b>Tablo 5.6</b> : Statik analiz sonuçlarının API bültenindeki sonuçlar ile karşılaştırılması .....	75
<b>Tablo 5.7</b> : Dinamik analizde kullanılan sondaj rayserinin verileri [32] .....	76
<b>Tablo 6.1</b> : Boy değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_r = \text{sabit} = 1.164$ ) .....	85
<b>Tablo 6.2</b> : Gerdirme kuvveti değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_{r1} = 1.164$ , $T_{r2} = 1.004$ , $T_{r2} = 1.350$ ) .....	87
<b>Tablo 6.3</b> : Dış çap değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_r = \text{sabit} = 1.164$ ) .....	88
<b>Tablo 6.4</b> : Dış çap değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_{r1} = 1.164$ , $T_{r2} = 1.000$ ) .....	88
<b>Tablo 6.5</b> : Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_r = \text{sabit} = 1.164$ ) .....	88
<b>Tablo 6.6</b> : Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_1 = \text{sabit}$ , $T_{r1} = 1.164$ , $T_{r2} = 1.358$ , $T_{r3} = 1.000$ ) .....	90

## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Konvansiyonel deniz rayseri .....	2
Şekil 1.2 : Uysal deniz rayseri .....	3
Şekil 1.3 : Melez üretim rayseri .....	4
Şekil 1.4 : Sondaj rayserleri için tipik çalışma koşulları .....	5
Şekil 1.5 : Sabit dikey bir silindir için dalga kuvveti rejimleri .....	9
Şekil 2.1 : Rayser konfigürasyonunun şeması .....	16
Şekil 2.2 : Kirişin şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş geometrileri .....	17
Şekil 2.3 : Efektif hidrodinamik çap .....	24
Şekil 5.1 : Statik analize ait programın akış diyagramı .....	46
Şekil 5.2 : API bültenindeki konvansiyonel rayserin şeması[1] .....	47
Şekil 5.3 : [3] verilerine göre bu çalışmada hesaplanan eğilme gerilmesi .....	49
Şekil 5.4 : Rayserin statik haldeki yerdeğiştirmesi .....	51
Şekil 5.5 : Rayserde oluşan statik eğilme gerilmesi (API 500-0-1) .....	52
Şekil 5.6 : Normal gerilme ve minimum ve maksimum toplam gerilmeler .....	53
Şekil 5.7 : Belli bir frekans değerindeki dinamik analiz için akış diyagramı ( $\omega t=0$ ) .....	54
Şekil 5.8 : Yerdeğiştirmenin rijit hareketi ve 1. ve 2. modları ( $\omega_1=0.526$ rd/sn, $\omega_2=1.186$ rd/sn) .....	55
Şekil 5.9 : Yerdeğiştirmenin 3. ve 4. modları ( $\omega_3=2.070$ rd/sn, $\omega_4=3.227$ rd/sn) .....	56
Şekil 5.10 : Eğilme gerilmesinin tamamı ve 1. ve 2. modları ( $\omega_1=0.526$ rd/sn, $\omega_2=1.186$ rd/sn) .....	57
Şekil 5.11 : Eğilme gerilmesinin 3. ve 4. modları ( $\omega_3=2.070$ rd/sn, $\omega_4=3.227$ rd/sn) .....	58
Şekil 5.12 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri .....	59
Şekil 5.13 : Rayserde oluşan minimum ve maksimum eğilme gerilmesi .....	60
Şekil 5.14 : Rayserde oluşan normal gerilme ve toplam gerilmeler .....	61
Şekil 5.15 : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi .....	63
Şekil 5.16 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri .....	64
Şekil 5.17 : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi .....	65
Şekil 5.18 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri .....	66
Şekil 5.19 : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi .....	67
Şekil 5.20 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri .....	68
Şekil 5.21 : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi .....	69
Şekil 5.22 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri .....	70
Şekil 5.23 : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi .....	71
Şekil 5.24 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri .....	72
Şekil 5.25 : Boyutsuz yerdeğiştirme genliğinin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = -0.35$ , $\xi_1 = 1.65$ ) .....	77

<b>Şekil 5.26</b>	: Boyutsuz yerdeğiştirme fazının derinlikle değişimi ( $\xi_0 = -0.35$ , $\xi_1 = 1.65$ ) .....	78
<b>Şekil 5.27</b>	: Boyutsuz eğriliğin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = -0.35$ , $\xi_1 = 1.65$ ) .....	79
<b>Şekil 5.28</b>	: Boyutsuz yerdeğiştirme genliğinin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = 0.378$ , $\xi_1 = 0$ ) .....	80
<b>Şekil 5.29</b>	: Boyutsuz yerdeğiştirme fazının derinlikle değişimi ( $\xi_0 = 0.378$ , $\xi_1 = 0$ ) .....	81
<b>Şekil 5.30</b>	: Maksimum yerdeğiştirmenin bu çalışma ve API bültenindeki değerleri .....	82
<b>Şekil 5.31</b>	: Eğilme gerilmesinin bu çalışma ve API bültenindeki değerleri .....	83
<b>Şekil 6.1</b>	: Boy değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ....	86
<b>Şekil 6.2</b>	: Gerdirme kuvveti değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri .....	87
<b>Şekil 6.3</b>	: Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_r = \text{sabit}$ ) .....	89
<b>Şekil 6.4</b>	: Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_1 = \text{sabit}$ ) .....	91
<b>Şekil A.1</b>	: $\psi$ , $\theta$ ve $\phi$ Euler açıları .....	96
<b>Şekil A.2</b>	: Şekil değiştirmiş eğrilik bileşenleri .....	97

## SEMBOL LİSTESİ

$( )'$	: Konuma göre türev
$( )$	: Zamana göre türev
$a$	: Dalga genliği
$A$	: Alan
$c$	: Direnç katsayısı
$C$	: Kuvvet katsayısı
$C_a$	: Eksu kütlesi katsayısı
$C_D$	: Direnç katsayısı
$C_M$	: Atalet (kütle) katsayısı
$d$	: Su (deniz) derinliği
$D$	: Çap, türev
$D_e$	: Efektif hidrodinamik çap
$E$	: Elastisite modülü
$f$	: Birim boya düşen kuvvet, statik yana kayma
$f_o$	: Statik yerdeğiştirme (çökme)
$F$	: Kuvvet, sephiye kuvveti
$F_D$	: Direnç kuvveti
$F_M$	: Atalet kuvveti
$g$	: Yerçekimi ivmesi
$G$	: Kayma modülü, ağırlık
$h$	: Aralık uzunluğu
$H$	: Dalga yüksekliği
$H_1$	: Yatay kuvvet
$I$	: Kesit atalet momenti
$k$	: Dalga sayısı, eğrilik
$K$	: Rijitlik katsayısı
$K_r$	: Rijitlik
$L$	: Uzunluk, karakteristik uzunluk
$m$	: Birim boya düşen kütle
$M$	: Kütle, moment
$n$	: Normal
$p$	: Basınç
$s$	: Eğrisel koordinat
$t$	: Zaman
$T$	: Gerdirme kuvveti, kinetik enerji
$T_1$	: Gerdircinin rayserin üst noktasında uyguladığı gerdirme kuvveti, efektif gerdirme kuvvetinin derinlikle değişimi
$T_e$	: Efektif gerdirme kuvveti
$T_r$	: Gerdirme kuvveti oranı
$u$	: x yönündeki yerdeğiştirme
$U$	: Hız
$v$	: y yönündeki yerdeğiştirme
$V$	: Potansiyel enerji

<b>w</b>	: z yönündeki yerdeğiştirme
<b>W</b>	: Ağırlık, iş
<b>W<sub>e</sub></b>	: Birim boya düşen efektif ağırlık
<b>X</b>	: Global uzunluk koordinatı
<b>Y</b>	: Global uzunluk koordinatı
<b>Z</b>	: Global uzunluk koordinatı
<b>δ</b>	: Varyasyon (değişim)
<b>ε</b>	: Birim uzama miktarı
<b>φ</b>	: Burulma açısı
<b>λ</b>	: Dalga boyu
<b>ρ</b>	: Yoğunluk
<b>θ</b>	: Dönme açısı
<b>ω</b>	: Dairesel frekans

## DENİZ ORTAMINDA DÜŞEY ASILI DURAN BİR BORU HATTININ DİNAMİK ANALİZİ

### ÖZET

Açık deniz teknolojisi; petrol, doğal gaz ve madencilik alanında keşif ve üretim için ve hidrotermal enerji araştırması ve üretimi için kullanılmaktadır. Bu amaçlarla kullanılan konvansiyonel esnek rayserlerin yanında, üretimler daha derin sulara taşındığı için ve sert çevre koşullarından korunabildikleri için uysal ve melez üretim rayserleri de kullanılmaktadır.

Rayserin alt ucu, deniz yatağındaki kuyubaşının üzerinde bulunan fışkırma önleyici (Blow Out Preventer (BOP)) ile onun yukarısındaki mafsal bağlantı (Lower Ball Joint (LBJ)) arasında bulunan kısa bir boruya mafsal bağlantıda bağlanmaktadır. Rayserin yukarıdaki ucu da, tekne veya platformdaki gerdiriciden aşağıya uzanmakta olan bir boruya üst bağlantı ile bağlanmaktadır. Gerdiricinin uyguladığı gerdirme kuvveti ile rayserin düşey dengesi sağlanmaktadır.

Rayser; dalga, akıntı ve yüzen platform veya teknenin hareketi ile zorlanmaktadır. Yapının doğal frekansları, zorlamaların hakim olduğu frekans aralığı içine düşmektedir. Analiz; matematiksel modelin oluşturulmasını, yapı üzerindeki hidrodinamik yükün değerlendirilmesini ve çözüm için bir tekniğin uygulanmasını gerektirmektedir.

Bu çalışmadaki model kurulurken; malzemenin homojen, izotropik ve lineer olduğu kabul edilmektedir. Euler kiriş kolon teorisi gözönüne alınarak kayma şekil değiştirme etkisi ihmal edilmektedir. Hareket denklemleri, varyasyonel bir yöntem kullanılarak elde edilmiştir. Şekil değiştirmiş kirişin eğilme ve burulma eğrilikleri için ifadeler, elastik yerdeğiştirmeler cinsinden elde edilmektedir. Sistemin uzama (şekil değiştirme) enerjisi, bu eğrilikler cinsinden ifade edilerek ve Hamilton ilkesi kullanılarak lineer olmayan bağlı yönetici diferansiyel denklem türetilmektedir. İç ve dış akışkan basınçlarının etkisi; efektif gerilme ve efektif ağırlık kavramları kullanılarak modele dahil edilmektedir.

Akım ayrışmasının akışkan yükünde egemen olmadığı ve gelen dalganın kinematiğinin, dalga çevresinde önemli bir şekilde değişmediği kabulleri yapılmaktadır. Dalga ve akıntı nedeniyle olan yük, Morison denkleminin düzeltilmiş bir şekli kullanılarak değerlendirilmektedir. Bu denklem ampiriktir. Bununla birlikte, rayser gibi narin yapılar üzerindeki dalga kuvvetlerinin tahmininde güvenilirdir ve hidrodinamik geçirgen açık deniz yapılarının dizaynında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu denklemde, in-line kuvvetleri atalet ve direnç kuvvetlerinin toplamı olarak verilmektedir. Direnç kuvvetinin lineer olmaması nedeniyle, lineer olmayan hareket denklemleri ortaya çıkmaktadır.

Genelde, problem, statik veya dinamik olarak analitik ve sayısal yöntemlerde olmak üzere iki şekilde çözülebilmektedir. Sayısal yöntem doğrudan kullanılarak, kısmi türevli yönetici diferansiyel denklem sayısal yaklaşımlarla çözülmekte veya sonlu eleman yöntemi kullanılarak çözüme gidilmektedir. Sonlu fark yöntemi ve sayısal integrasyon işlemleri, doğrudan uygulanan sayısal yöntemlerin örnekleridir. Sayısal yöntemler, ek sephiye modülleri veya diğer nedenlerle geometrisi değişken olan rayserlerin işlenmesinde daha geneldirler.

Zorlanmış dinamik problemin çözümü, deterministik veya deterministik olmayan (stokastik) olmak üzere iki kategoride yapılmaktadır. Bu kategorilerdeki çözümler de frekans ve zaman domenlerinde yapılmaktadır. Yorulma analizi için frekans domeni çözümü daha uygundur. Fakat bu çözüm için, direnç teriminin lineerleştirilmesi gereklidir. Zaman domeni yöntemleri, hidrodinamik yükün zaman domenindeki bir simülasyonuna dayanmaktadır. Direnç kuvvetinin lineersizliğinin korunduğu bu yöntemler daha fazla bilgisayar çalışması gerektirmektedir.

Bu tezin amacı, deniz rayserlerinin tasarımı ve analizi için yararlı olacak bilgileri sunmak ve sayısal çözüm yöntemi ile hareket denklemini çözmektir. Bu amaçla, ilgili bilgiler sunularak rayserin yatay hareketi incelenmiştir.

Statik analizde, iki boyutlu harekete maruz borunun yönetici hareket denkleminin çözümü için kısa ve uzun rayserler için iki ayrı formülasyon sunulmaktadır. Kısa rayserler için, rijit ve elastik bileşenleri olan çözüm kullanılmaktadır. Uzun rayserler için, yönetici denklem Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülmektedir. Amerikan Petrol Enstitüsü'nün bülteninden, kısa rayser için API 500-0-1 rayserinin ve uzun rayser için API 1500-0-1 rayserinin verileri çözümde kullanılmıştır.

Rayserin dinamik cevabı frekans domeninde incelenmiştir. İncelemede kısa rayserler için normal mod çözüm yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntem direnç kuvvetinin lineerleştirilmesini gerektirmemektedir. Uzun rayserler için, hareket denklemini Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülmektedir. Amerikan Petrol Enstitüsü'nün aynı verileri kullanılarak bulunan sonuçlar, Enstitünün test için sunduğu, dokuz bağımsız araştırmacı tarafından elde edilmiş birleşik sonuçların ortalaması ve diğer çalışmaların sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bulunan sonuçların bu sonuçlar ile uyumlu oldukları görülmektedir. Yapılan parametrik çalışmalarda; rayser boyu, gerdirme kuvveti, rayser dış çapı ve rayser et kalınlığının gerilmeler ve yerdeğiştirme üzerindeki etkileri incelenmiştir.

# **THE DYNAMIC ANALYSIS OF VERTICAL HANGING PIPELINE IN THE SEA**

## **SUMMARY**

The objectives of this thesis are, to present the useful knowledge for the design and analysis of marine risers and to solve the equation of motion by using a numerical procedure. To achieve these aims, the horizontal motion of a riser is investigated and the associated knowledge is presented.

Offshore technologies are used for exploration and production of oil, gas and mining and for the research and production of hydrothermal energy. Beside the conventional flexible risers, there are also compliant production risers and the hybrid production risers.

The riser is connected at ball joint of a small pipe on the ball joint between the blow out preventer and the ball joint. The upper end of the riser is connected on upper joint with a small pipe extended from the tensioner device. The vertical balance of riser is provided by the tensioning force.

The risers are forced by the waves, current and the motion of floating platform or a vessel. The natural frequencies of the structure are found in the range of forcing frequencies. Development of the mathematical model, evaluation of hydrodynamic forces and application of a solution technique are the steps of the analysis.

For the mathematical formulation; the material is assumed to be homogenous, isotropic and linear elastic. Considering Euler beam-column theory, the shear strength effect is neglected. The equations of motion are obtained using a variational method. The statements for flexural and torsional curvatures of deformed beam are expressed in terms of elastic displacements. The strain energy of the system is also obtained in terms of these curvatures. The nonlinear, coupled equations of motion are derived using Hamilton's principle. The effect of internal and external static fluid pressures is included into the model by using the concept of effective tension and weight.

It is assumed that flow characteristics doesn't change in the direction of the flow due to the riser. This means that the incident wave kinematics remains same in the vicinity of the wave. As the riser is assumed as a hydrodynamically permeable structure, the hydrodynamic forces due to waves and currents are assessed using a modified form of the Morison equation. This equation is empiric, but however is reliable in the estimation of wave forces on the slender structures as risers and widely used in the design of hydrodynamically permeable offshore structures. In Morison equation, the in-line forces are given as the sum of inertia and drag forces. Due to nonlinearity of drag forces, the equation of motion becomes nonlinear.

The static or dynamic problem can be solved in two forms: analytic and numerical methods. Using the numerical method directly, the governing partial differential equation is solved either by numerical approaches or by finite element procedures.

The finite difference method and numerical integration processes are examples of numerical approaches. Numerical methods are more generic in studying risers with variable geometry such as added buoyancy modules.

The forced dynamic problem is generally solved in two categories, deterministic or nondeterministic (stochastic) and the calculations are made in frequency and time domain. The frequency analysis is more appropriate for fatigue analysis, but for a solution the drag term is required to be linearized. Time domain methods are based on a simulation in time domain of hydrodynamic loads. Nonlinearity of drag forces is preserved in these methods. Therefore, they require more computing time.

In the static part of the analysis, two separate formulations are presented for the pipes, considering two dimensional motions: One for short and one for long risers. In the former case, a solution with rigid and elastic components is applied and for the latter one, the governing equation of motion is transformed into a Bessel differential equation. From the bulletin of American Petroleum Institute (API), the data of risers API 500-0-1 and API-1500-0-1 are used for short and long riser, respectively.

The dynamic response of the riser is investigated in the frequency domain. Normal mode solution is preferred for short risers and again the equation of motion is transformed into a Bessel differential equation for long risers. The normal mode method does not require linearization of the drag forces. The results are compared with both the mean of nine results which were presented for testing by API and the other studies in the literature and are seen to be validated with the test results well. In the parametric studies, the riser length, the axial tension, the riser outer diameter, and the thickness of riser are determined.

## 1. GİRİŞ

Açık deniz teknolojisi, petrol ve doğal gaz ve madencilik alanında keşif ve üretim için ve hidrotermal enerji araştırma ve üretimi için kullanılmaktadır [1, 2]. Petrol üretimi, gittikçe daha fazla derinlikte ve daha sert çevre koşullarında yapılmaktadır. Bu nedenle, açık deniz yapılarının tasarım, analiz ve yapım tekniklerinde gelişmeler gerekmekte ve olmaktadır.

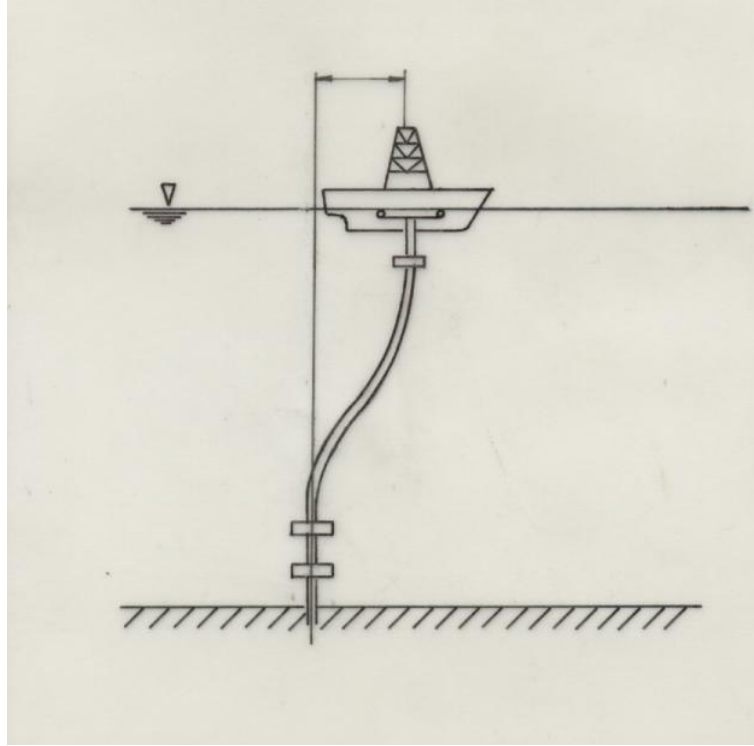
Deniz rayseri, sondaj veya üretim amacı ile kullanılan bir açık deniz yapısının önemli bir alt sistemidir. Amacı, akışkanın kuyu ve platform arasında taşınması ve sondaj donanımı için bir iletim sağlamasıdır [3].

Rayser, deniz dibinde serbest uçludur veya kuyu başının üzerindeki fışkıрма önleyici (blowout preventer (BOP)) üzerindeki kısa boruya mafsallı bağlantı (lower ball joint (LBJ)) ile bağlanmaktadır [4]. Deniz yüzeyinde, sabit veya yüzen bir platforma (TLP gibi) veya bir tekneye bağlıdır. Rayser, deniz yüzeyinden veya yakınından okyanus yatağına uzanan uzun, narin, düşey, esnek silindirik bir borudur.

Rayser sisteminin ek bileşenleri; rayser bağlantı ve aktarıcıları, kılavuz çubuklar, boğma/kısma ve öldürme çubukları, sephiye modülleri, fışkıрма önleyicinin kısa borusu ve flençli ve mafsallı bağlantılarının tümü, fışkıрма önleyicinin kısa borusunun altındaki kuyu başı aktarıcısı, üretim rayserinin; alt aktarıcısı, gittikçe sivrileşen veya esnek alt bağlantılar, gerdirici donanımı, kısa boru sicimleri ve güverte seviyesindeki valflere akım aktarıcıları ve sondaj rayserinin, esnek bağlantısı, içiçe geçen bağlantısı ve saptırıcı toplamasıdır [5].

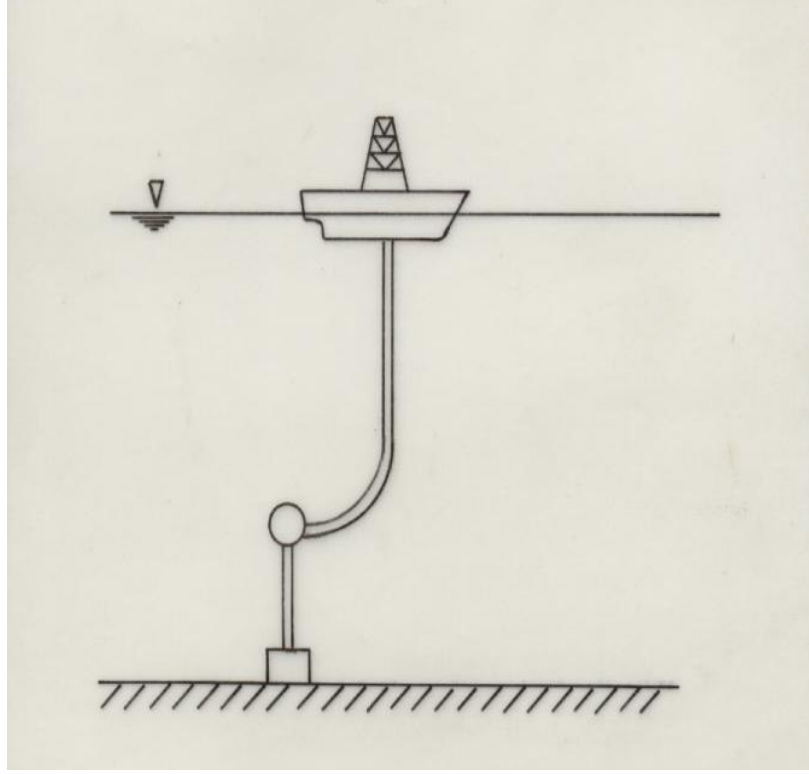
Şekil 1.1'de gösterilen konvansiyonel esnek rayserlerin yanında, keşif ve üretimler daha derin sulara taşındığı için, uysal üretim rayserleri (compliant production riser) önerilmektedir. Şekil 1.2'de gösterilen bu rayserin, derin su uygulamalarında ve şiddetli çevre koşullarında avantajları vardır. Bu tür yapıların dalga yüküne dinamik cevabı en az olmakta ve yüzey platformunun veya teknesinin daha mobil

konumlanması mümkün olmaktadır [6, 7]. Ayrıca, uysal rayserin kurulması ve işletilmesi daha ekonomik olduğu için, o daha küçük rezervlerin işletilmesinde de kullanılabilir. Uysal deniz rayseri, çelik ve plastik tabakalardan oluşan esnek hortumu ile kompozit bir malzeme yapısına sahiptir. Konvansiyonel rayserin eğilme rijitliği, uysal rayserinkinden çok daha büyüktür.



**Şekil 1.1 :** Konvansiyonel deniz rayseri

Bu iki tür rayserin özellikleri kullanılarak melez bir uysal üretim rayseri geliştirilmiştir. Şekil 1.3'te gösterilen bu rayser, rijit bir alt kesim ve uysal bir üst kesimden oluşmaktadır. Rijit kesim, kuyu başından deniz yüzeyinin yaklaşık 100 m. altındaki toplayıcı germe şamandırasına kadar uzanmaktadır. Uysal kesim ise bir demet esnek hortumdan oluşmuştur. Böylece, üst kesim; dalgalara, akıntılara ve yüzey teknesinin hareketlerine uysal kalırken, alt kesim bu etkiler tarafından zorlanmamış olur.



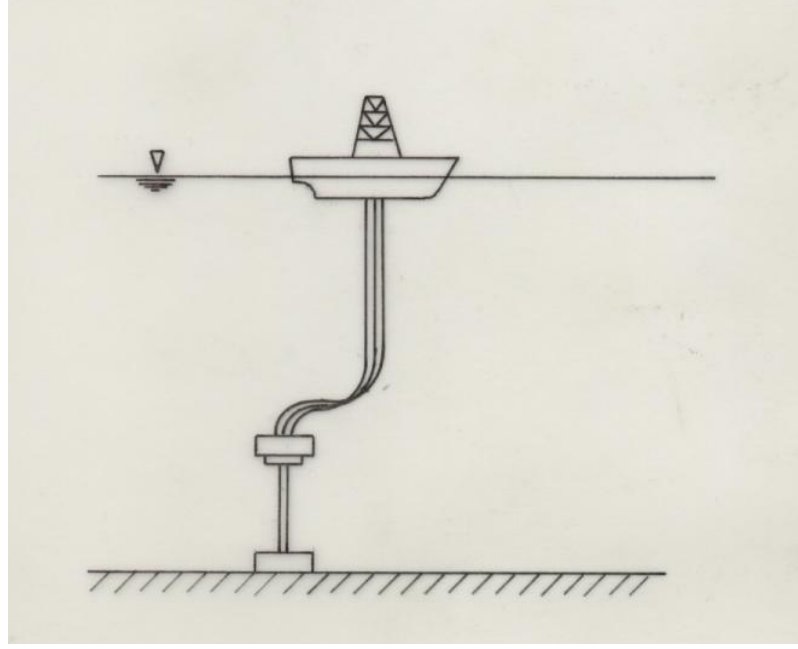
**Şekil 1.2 :** Uysal deniz rayseri

Sondaj rayserinin tipik çalışma koşulları Şekil 1.4'te gösterilmiştir. Genel olarak, rayserlerin çalışma koşulları [4, 5]:

1. Normal çalışma koşulu (Şekil 1.4.a),
2. Kurma fazı, kaldırma fazı ve tehlike koşulları (Şekil 1.4.b),
3. Tehlike koşulları (Şekil 1.4.c),
4. Üretim rayserinin maksimum çalışma koşulu,
5. Bitiriş çalışmaları koşulu.

Normal çalışma koşulu için tanımlanmış deniz durumları veya fırtınalar, yapının tasarım ömrü boyunca karşılaşacağı tüm deniz durumlarını içermektedir. Bu kategoride yükler, yorulma analizini tüm bileşenler üzerinde gerçekleştirmek için en büyük gerilmeler ile kullanılmaktadır.

Normal çalışma koşulu için tanımlanmış deniz durumları veya fırtınalar, yapının tasarım ömrü boyunca karşılaşacağı tüm deniz durumlarını içermektedir. Bu kategoride yükler, yorulma analizini tüm bileşenler üzerinde gerçekleştirmek için en büyük gerilmeler ile kullanılmaktadır.

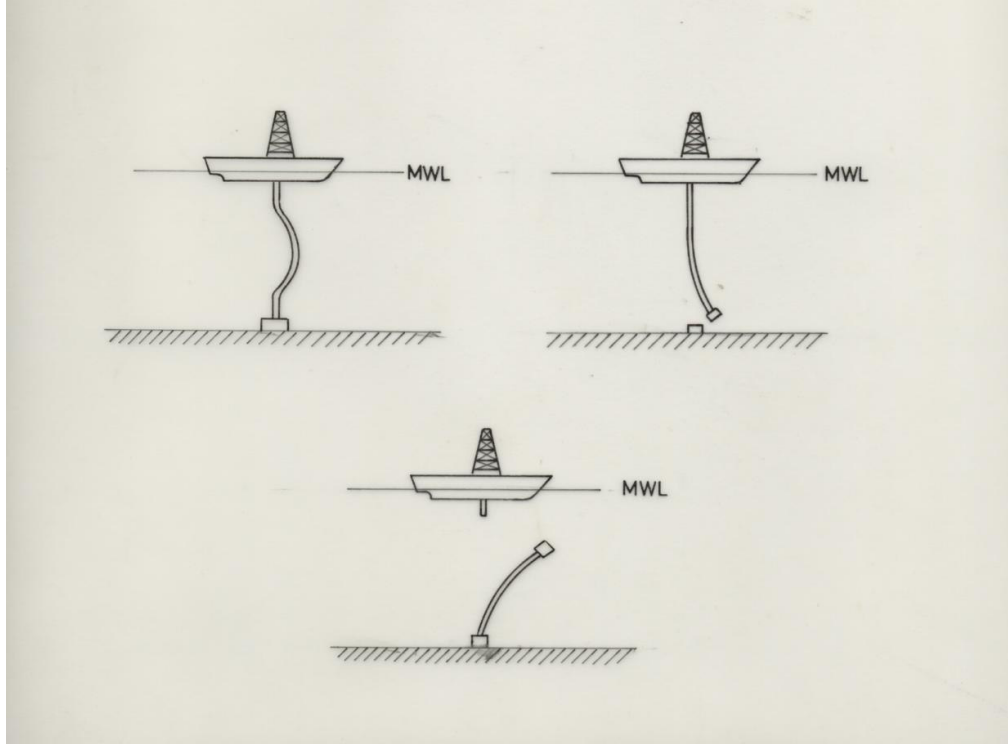


**Şekil 1.3 :** Melez üretim rayseri

Normal çalışma koşulu için tanımlanmış deniz durumları veya fırtınalar, yapının tasarım ömrü boyunca karşılaşacağı tüm deniz durumlarını içermektedir. Bu kategoride yükler, yorulma analizini tüm bileşenler üzerinde gerçekleştirmek için en büyük gerilmeler ile kullanılmaktadır.

İkinci maddedeki çalışma koşulları için icra edilen analizlerin, genellikle sınırlanan deniz durumlarında ve özel çalışmalar için gerekli çalışma hızlarında yapılması sözkonusudur. Üçüncü ve dördüncü çalışma koşullarında dizayn yükleri elde edilmektedir. Bunlar, bileşenleri boyutlandırmak için izin verilebilen ana gerilmelerle kullanılırlar.

Deniz rayseri; dalga, akıntı ve yüzen platform veya teknenin hareketi ile zorlanmaktadır. Bu zorlamalar, rayser üzerinde önemli dinamik gerilmeler üretirler. Yapının doğal frekansları, daha çok bu zorlamaların frekanslarının aralığına düşmektedirler. Uzun rayserler, sık olarak ortaya çıkan deniz durumlarının en büyük egemen frekanslarında bulunan frekanslara sahip olduklarından, büyük dinamik cevaba sahiptirler [8].



**Şekil 1.4 :** Sondaj rayserleri için tipik çalışma koşulları  
Soldan sağa; a) Bağlanmış rayser, b) Asılı rayser ve aşağıdaki  
c) Ayakta duran rayser

Araştırmalarda; rayser üzerindeki direkt dalga kuvvetleri ve platformun veya teknenin yatay hareketi nedeniyle rayserin üst ucunun zorlanması ile neden olunan bir deniz rayserindeki dinamik eğilme gerilmeleri ve akıntı kuvvetleri ve platform veya teknenin statik yana kaymasından dolayı rayserde oluşan statik gerilmeler incelenmektedir.

Rayserin analizi, rayserin açık denizdeki narin ve esnek bir yapı olarak kabul edilmesiyle başlar. Rayser analizi üç aşamada yapılmaktadır:

1. Yapının matematiksel modellenmesi,
2. Yapı üzerindeki hidrodinamik yükün değerlendirilmesi,
3. Modelin çözümü için tekniklerin uygulanması.

## 1.1 Yapının Matematiksel Modellenmesi

Model, üç boyutlu büyük çökmelere maruz gerilmiş bir kirişin hareket denklemlerinin üretilmesini gerektirmektedir. Bu denklemler, lineer olmayan genel elastisite teorisi kullanılarak geliştirilmektedir.

Model kurulurken, malzeme ve mekanik ilişkiler hakkında aşağıdaki kabuller yapılmaktadır [9]:

1. Rayserin borusu; homojen, izotropik ve lineer olarak elastik malzemeden yapılmıştır.
2. Rayserin kesit alanı dairedir.
3. Dalga, akıntı ve rayser hareketi aynı düzlemde oluşmaktadır. Yani, rayserin hareketi iki boyutludur.
4. Rayserin çökmesi küçük ve sonludur. Rayser eksenine ile dik dikey arasındaki açı  $10^0$ 'den küçüktür.
5. Boru dizisi nedeniyle olan eğilme rijitliği ihmal edilebilir.

Geometrik ve fiziksel lineersizlikler vardır. Geometrik lineersizlik, denge denklemleri kurulurken şekil değiştirmiş uzunlukların gözönüne alınması zorunluluğu ve uzama-şekil değiştirme ilişkisindeki lineer olmayan terimler nedeniyle. Fiziksel lineersizlik, gerilme ve uzama arasındaki lineer olmayan ilişkiden kaynaklanmaktadır. Rayser uygulamalarında, sadece geometrik lineersizlikler gözönüne alınmakta ve malzemenin lineer elastik olduğu kabul edilmektedir.

Konvansiyonel rayserlerin analizi için kullanılan formüllerin çoğunluğu, genellikle Euler kiriş-kolon teorisinde işlenmiş varsayımlara dayanmaktadır. Bu teoride, dönmeler birime (unity) göre önemsiz olarak gözönüne alınmaktadır. Ayrıca, uzamalar ve kaymalar dönmelerden çok daha küçüktür.

Timoshesko kirişinde kayma şekil değiştirmesi etkisi bulunmaktadır. Kayma etkileri lineer olmayan elastisite teorisi dolayısıyla analize dahil edilmektedir [2].

Büyük yerdeğiştirmeleri içeren rayser problemleri iki işlemden biri ile işlenebilir. Birincisinde, sonlu dönmelerin etkisi hareket denklemlerinin türetilmesine sokulmaktadır. Bu yaklaşımda, denklemler sayısal çözüme uygun olmadığından lineerleştirme yapılmaktadır. İkinci yaklaşım ise, sonlu eleman yöntemine dayanmaktadır. Yapı birçok elemana bölünmekte ve bu elemanlar için küçük dönmeler varsayımına dayanan hareket denklemleri türetilmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, iki boyutlu ve üç boyutlu araştırmalar yapılmıştır. Uysal rayserlerin büyük yerdeğiştirmelerini içeren üç boyutlu hareketler için genel modeller de sunulmuştur.

Rayserin içindeki iç akımın boru üzerindeki etkisi hakkında yapılmış çeşitli deneysel ve teorik çalışmaları vardır.

Rayserin statik ve dinamik analizi yapılmaktadır. Rayser hareketinin yatay denklemleri türetilirken; sistemdeki efektif gerdirme kuvveti ve yüzebilir ağırlık, mesnet (uç) koşulları, dalga teorileri, atalet ve direnç kuvvetleri kullanılmaktadır.

Bir deniz rayserinde gözönüne alınması gereken unsurlar [8, 10]:

1. En şiddetli deniz durumu ile ilgili dalga kuvvetleri.

En önemli etkileyicidir. Dalgalar; düşük frekanslı kuvvetler, dalga frekanslı kuvvetleri ve yüksek frekanslı kuvvetlere neden olur. Düşük frekanslı kuvvetler, ikinci mertebeden sürüklenme kuvveti ve dalga direnç kuvvetleridir. Yüksek frekanslı kuvvetler; ikinci mertebeden potansiyel akım kuvvetleri, girdap ayrışması kuvvetleri ve direnç kuvvetleridir.

2. Su derinliği.

3. Rüzgar, akıntı ve yavaşça olan sürüklenme (drift) nedeniyle olan statik platform veya tekne yana kayması.

4. Rayser üzerindeki akıntı kuvvetleri.

Akıntı direnç kuvveti ve birlikte olan dalga ve akıntı direnç kuvvetleri.

5. Platformun veya teknenin yatay hareket karakteristikleri.

Zaman içinde değişen gerilmeler nedeniyle mümkün olan yorulma hasarına ek olarak, fışkırma önleyicideki (veya mafsal bağlantıdaki) maksimum dip açısı veya rayser eğiminden kaynaklanan rayserde ortaya çıkabilecek en büyük dinamik eğilme gerilmesi hesaba katılmalıdır. Eğilme gerilmesinin etkisinin iki cephesi vardır:

1. Genellikle yaklaşık su derinliğinin 2/3'ünde ortaya çıkan maksimum eğilme gerilmesi.
2. Normal gerilmenin maksimum olduğu rayserin tepesinin yakınındaki eğilme rijitliği [3].

Genellikle, üç boyutlu analize girişmeden önce, sistemin düzlemsel dinamiğini incelemek mantıklıdır.

## **1.2 Hidrodinamik Yükün Değerlendirilmesi**

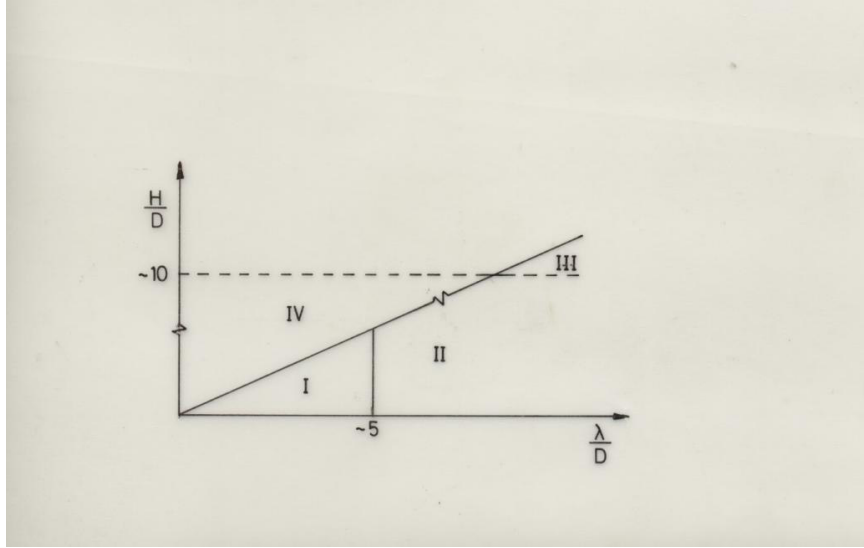
Rayser analizindeki ikinci aşama, narin bir yapı olan kiriş üzerindeki hidrodinamik yükün değerlendirilmesidir. Burada, akım ayrışmasının akışkan yükünde egemen olmadığı ve gelen dalganın kinematiğinin, dalga çevresinde önemli bir şekilde değişmediği kabulleri yapılmaktadır.

Önce, belirli bir deniz durumu için su parçacığının kinematiği ele alınmaktadır. Sonra, bu su parçacığının kinematiği kullanılarak hidrodinamik yük hesaplanmaktadır. Su parçacığının kinematiği anlatılırken, genellikle Airy veya lineer dalga teorisi kullanılmaktadır. Fakat çok şiddetli denizler için lineer olmayan bir dalga teorisi gözönüne alınmalıdır. Bu çalışmada, lineer dalga teorisi kullanılmaktadır.

Bir akıntı var ise, su parçacığının toplam kinematiğini hesaplamak için, çoğunlukla dalga ve akıntı akım alanlarının basit bir süperpozisyonu kullanılmaktadır.

Sabit düşey bir silindir için dalga kuvveti rejimleri Şekil 1.5'te gösterilmiştir. (I) nolu bölgede yansıma ve difraksiyon önemlidir. (II) nolu bölgede kütle kuvvetleri ve (III) nolu bölgede viskoz kuvvetler egemendir. (IV) nolu bölgede ise dalganın oluşması mümkün değildir. Çünkü, derin su için dalga kırılma kriteri ( $H/\lambda = 1/7$ )

aşılmaktadır. Burada;  $H$  dalga yüksekliği,  $D$  karakteristik boy olarak silindir çapı ve  $\lambda$  dalga boyudur.



**Şekil 1.5 :** Sabit düşey bir silindir için dalga kuvveti rejimleri  
Doğrunun denklemi  $H/D = 1/7 * \lambda/D$  [10]

Sonlu su derinliğinde sabit olarak duran düşey bir silindire etkiyen lineer olmayan hidrodinamik dalga yüklerinin hesaplanmasında genel olarak iki farklı yaklaşım vardır: Morison denklemi ve difraksiyon teorisi. Morison denklemi potansiyel akım ile çevrintili akımı birleştirme çabasının bir sonucudur. Açık deniz yapıları, bu ayrıma bağlı olarak difraksiyon etkilerinin önemine göre, iki grupta ele alınmaktadır: hidrodinamik geçirgen yapılar ve hidrodinamik kompakt yapılar. Rayserler, yarı batık platformlar ve köprü ve rıhtım ayakları hidrodinamik geçirgen yapılardır ve bunlara etkiyen dalga yükleri Morison denklemi ile hesaplanmaktadır. Transit durumundaki jack-up platformları, temel plakalar ve yükleme-boşaltma birimleri hidrodinamik kompakt yapılardır. Bu yapıları etkileyen viskoz etkiler çok küçük oldukları için, ihmal edilirler ve difraksiyon teorisi önem kazanır [11].  $D$  rayserin karakteristik uzunluğu olan çap ve  $\lambda$  dalga boyu olmak üzere,  $D/\lambda$  oranının 0.2'den küçük olduğu durumlarda, yapının hidrodinamik geçirgen olduğu kabul edilmektedir.  $D/\lambda$  oranının 0.2'den büyük olması durumunda, yapıdan yansıyan ve yayılan dalgaların hesaplanmasında difraksiyon teorisi kullanılmalıdır [12].

Morison denkleminde, in-line kuvvetleri atalet ve direnç kuvvetlerinin toplamı olarak verilmektedir. Direnç ve kütle katsayıları; Reynolds sayısının, Keulegan-Carpenter sayısının, akıntı hızı ve dalga kaynaklı hız arasındaki oranı karakterize eden bir sayının, pürüzlülük oranının ve yapının kesit alan şeklinin fonksiyonudur. Onlar zorlanmamış akışkan parçacıklarının hareketinin doğasına da bağlı olacaktır. Bununla birlikte, pürüzsüz dairesel bir silindir için  $C_M = 2$  ve  $C_D = 0.7$  değerleri kullanılmaktadır.  $C_M$  değeri, sonsuz akışkanda ivmelenmiş bir akım durumuna karşılık gelir iken,  $C_D$  değeri düzgün akıntı durumu ve kritik üstü (transcritical) akım rejimine karşılık gelmektedir.

Morison denklemi, rayser üzerindeki sürüklenme (drift) kuvvetlerini ve rayserin girdap kaynaklı salınımlarını gözönüne almamaktadır. Strouhal periyodu, rayserin doğal bir periyodunun civarında olduğunda, bir akıntıdaki girdap kaynaklı rezonans salınımları oluşur (lock-in).

Aarsnes, direnç katsayısının akımın laminer veya türbülanslı olmasına bağlı olarak farklı olabileceğini göstermektedir. Zdravkovich, etkileşimin Reynolds sayısına ve pürüzlülük etkilerine kuvvetli olarak bağlı olduğuna dikkat çekmektedir [10].

Direnç kuvvetinin doğası nedeniyle, Morison denkleminin kullanılması, hem yapının hızı hem de akışkan hızındaki lineersizlikler nedeniyle lineer olmayan hareket denklemini ortaya çıkarmaktadır. Bu lineersizlik, bir sayısal zaman domeni analizinde kullanılabilir.

Morison denklemindeki direnç kuvveti, belirli bir kesitteki göreceli akışkan hızının ortalama değeri kullanılarak lineerleştirilmektedir. Bu hız, kuadratik direnç kuvveti ve eşdeğer lineer direnç kuvveti aynı enerjiyi yayacak şekilde seçilmektedir [3].

Yüzey yükseltisi, rastgele olan dağılı fazlara sahip sonsuz küçük harmonik dalgaların bir süperpozisyonu olarak varsayılmaktadır. Rastgele dalgalar ve karşılık gelen su parçacığı kinematiği, dalga süperpozisyon teknikleri ile deniz yüzeyi yükseltisinin spektral yoğunluğunda kullanılan kendi spektrumlarından simüle edilmektedir.

Süperpozisyon ilkesi, lineer dalgaların eklenmesiyle bir deniz durumunun gösteriminde kullanılmakta olduğu için, teknenin cevap genlik operatörü (RAO)

yardımla, düzensiz bir dalgaya olan ani cevabı göstermek için de kullanılmaktadır.

Rastgele dalgalar, dalga yüksekliği spektrumunun küçük frekans elemanlarına bölünmesiyle elde edilmiş çok sayıda düzenli lineer dalganın süperpozisyonu olarak temsil edilmektedir [8].

### **1.3 Matematik Modelin Çözümü İçin Uygulanan Teknikler**

Problem, statik veya dinamik olarak analitik ve sayısal yöntemlerde olmak üzere iki şekilde çözülebilmektedir. Genel olarak, uzunluğu boyunca kesiti düzgün olan bir rayser için analitik yöntemlerin başarılı olduğu ispat edilmiştir. Rayserin yerdeğiştirmesi için, geometrik sınır koşullarını sağlayan bir yaklaşım fonksiyonu varsayılmaktadır.

Ek sephiye modülleri olan veya kesiti geometrik olarak değişen rayserlerin hesaplarında sayısal yöntemler kullanılmaktadır. Sayısal yöntem doğrudan kullanılarak, kısmi türevli yönetici diferansiyel denklem sayısal yaklaşımlarla çözülmekte veya sonlu eleman yöntemi kullanılarak çözüme gidilmektedir. Sonlu fark yöntemi ve sayısal intergrasyon işlemleri, doğrudan uygulanan sayısal yöntemlerdir. Sonlu eleman yöntemi, özellikle üç boyutlu büyük şekil değiştirmeler için yaygın olarak kullanılmaktadır.

Yönetici hareket denkleminin; uzun, yüksek mertebeden lineer olmayan ve bağımsız olmayan denklemleri genel olarak sadece sayısal çözümler için uygundur. Fakat, sayısal bir yaklaşım, çoğu kez problemin fiziksel özelliklerinin anlaşılmasını zorlaştırmaktadır [2].

Zorlanmış dinamik problemin çözümü, deterministik ve deterministik olmayan (stokastik) olmak üzere iki kategoride yapılmaktadır. Bu iki ana kategorideki çözümler zaman ve frekans domenlerinde yapılmaktadır.

Deterministik zaman domeni çözümü daha geneldir ve burada lineersizlikler gözönüne alınmaktadır. Ancak, bu durum daha fazla bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Lineer olmayan sistemler için ve gerdirme kuvveti gibi zamanla değişen parametreler var olduğunda bu yöntem kullanılmaktadır [3]. Raysere

etkiyen kuvvetteki hızın karesine bağlı direnç kuvvetinden kaynaklanan lineer olmayan etkiler, zamana bağlı olarak ilerleyen integrasyon algoritmalarında bazı iteratif işlemler kullanmak suretiyle tam olarak gözönüne alınmaktadır [8].

Frekans domeni çözümü yorulma analizi için daha uygundur ve daha az bilgisayar çalışma süresi ile yapılmaktadır. Ya dalga, ya da rayserin bağlı olduğu teknenin harmonik bir hareketi veya bu ikisinin birleşimi ile üretilmiş yükler gözönüne alınmaktadır. Bu çözüm yönteminde, hızın karesi ile değişen direnç kuvvetinin lineerleştirilmesi gerekmektedir.

Stokastik yaklaşım, belirli bir rastgele deniz durumu için cevap fonksiyonunun belirlenmesini içermektedir. Frekans domeni yöntemlerinde, hidrodinamik yükteki direnç terimi lineerleştirilmekte ve ortalama kare (squared) cevabını elde etmek için güçlü spektral analiz yöntemleri kullanılmaktadır. Rastgele dalga kuvvetleri ve deterministik akıntı gözönüne alınmakta, fakat teknenin hareketi gözönüne alınmamaktadır. Zaman domeni yöntemleri, hidrodinamik yükün zaman domenindeki bir simülasyonuna dayanmaktadır. Fakat, bu da, fazla bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Yüzen teknenin hareketleri belirli bir deniz spektrumu için üretilmektedir. Direnç kuvvetinin lineersizliği bu analizde tam olarak korunmaktadır. Monte Carlo simülasyonu gibi simülasyonlar, çözüm değişkenlerinin istatistiğini elde etmek için kullanılmaktadır. Monte Carlo yaklaşımı, direnç kuvveti için doğru hesaplanmış akışkan hızının Morison denkleminde yerleştirilmesine olanak vermektedir [1, 3, 8].

Frekans domeni çözümleri, rayserin üst noktasındaki gerdirme kuvvetinin zamanla sabit kaldığı durumlar için ve akıntılı veya akıntısız ve düzenli veya rastgele dalgaların her ikisi için, zaman domeni sonuçlarına kıyasla daha iyi sonuçlar vermektedir [5]. Zaman domeni çözümlerinde, büyük yerdeğişirmeler ve lineersizlikler hesaba katılmaktadır.

#### **1.4 Şimdiye Kadar Yapılmış Olan Çalışmalar**

Ahmad ve Datta, deniz rayserlerinin düzenli ve rastgele dalgalara dinamik cevabını, sayısal integrasyon algoritması kullanarak zaman domeninde elde etmişlerdir. Direnç kuvveti ve karışık denizden kaynaklanan lineersizlikler, uzun süreli

periyodik tekne hareketi, rastgele denizler ile üretilmiş ani tekne hareketi ve hidrodinamik yükteki akıntı parametre olarak alınıp parametrik araştırma yapılmıştır [8].

TLP rayserinin dizaynındaki tipik analiz adımları Young ve Fowler [5] tarafından verilmiştir. Burada, analiz programlarının çeşitli tipleri ve onların uygulanabilme aralıkları açıklanmaktadır.

Kirk vd., yüzey teknesinden periyodik zorlamaya maruz kalmış bir rayserin dinamik cevabı için frekans domeni normal mod çözümünü sunarak, değişken gerdirme kuvvetli kiriş-kolon denklemini, rayserin serbest normal modları ve rijit cisim yerdeğiştirmesi cinsinden çözmüşlerdir [3].

Atadan vd., problemin göreceli olarak genel bir Lagrange formülasyonunu sunarak, yüzen bir platforma bağlı ve akışkan taşıyan bir rayseri kapsayan sistemin zorlanmış dinamiğini dalga ve akıntının varlığında incelediler. Onların çalışmasında, lineer olmayan elastik teoriye dayalı kayma etkilerinin olduğu formülasyon ile, yapısal ve hidrodinamik parametrelerin hareketin genliği üzerindeki etkileri değerlendirilmekte ve bu etkiler Butenin tarafından geliştirilmiş bir analitik yöntemle dayanarak incelenmektedir [2].

Ertaş ve Kozik, daha gerçekçi bir rayser analizi için yapısal modelleme ve sayısal yaklaşımlar hakkında bir gözden geçirme yaptılar. Bu incelemede; iki veya üç boyutlu, lineer veya lineer olmayan gerek statik gerekse dinamik rayser modellemelerini sundular. Farklı tipte modellemeler için uygun sayısal çözüm tekniklerini irdelediler ve karşılaştırdılar [13].

Kalantarov ve Kurt, rayserlerin dinamiğini ifade eden dördüncü mertebeden lineer olmayan denklemin gözönüne alarak, global ve asimptotik olarak kararlı olan sınır değer probleminin sıfır çözümünü (zero solution) kurdular [14].

Trim, bir rayserin sonlu eleman modeli için hareket denklemlerini birleştirdi ve modal forma dönüştürdü. Gözönüne aldığı rastgele işlem, rayserin herhangi bir noktasındaki maksimum eğilme gerilmesini içermektedir [15].

Köhl, rayserlerin stabilitesi için, uygun bir formdaki Liapunov direkt yöntemini yeterli koşulları türetmede kullandı [16].

Huang ve Chuचेepsakul, büyük yerdeğıştirmeler yapan bir deniz rayserinin statik analizi için bir yöntem sundular. Yöntemin, tepe gerdirme kuvveti bilinen ve üst noktadaki kayıcı mesnette mümkün olan bir düşey yerdeğıştirme düzeneğine sahip bir rayserin analizi için uygun olduğunu gösterdiler [17].

Huyse vd., büyük yerdeğıştirmelere maruz ve tekneyle olan bağlantısı kayıcı olan sondaj rayserleri için statik üç boyutlu bir analitik yöntem sundular [18].

Ertaş ve Kozik, rayser analizinde, düzenli dalga ve düşük akıntı hızları (0.7 knot hıza kadar) için özellikle frekans domeni yaklaşımını önermektedirler [19].

Ahmad ve Datta, rayserlerin düzenli ve rastgele dalgalara karşı lineer olmayan dinamik cevabının saptanması için frekans domeni iteratif işlem yöntemini sundular. Bu yöntemin, zaman integrasyon yönteminden çok daha etkili olduğunu gösterdiler [20].

Kokarakis ve Bernitsas, rayserlerin dinamik analizi için yapısal ve hidrodinamik bakımdan lineer olmayan bir modeli işleyip sayısal çözüm için etkili bir algoritma geliştirdiler [21].

Thampi ve Niedzwecki, stokastik analiz için rayserin lineer olmayan bir modelinin hem parametrik hem de dış zorlamaya cevabını, Markov yöntemlerini kullanarak incelemektedirler. Burada, parametrik zorlama, kısmi türevli hareket denkleminin modal ayrıklaştırma teknikleri ile genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden adi diferansiyel denklemler takımına dönüştürülmesi sonunda, yapının atalet kuvveti ve yapının eğilme rijitliğinden kaynaklanan kuvvetten oluşan zorlamadır [22].

Jain vd., açık deniz yapılarının dinamik analizinde karşılaşılan lineer olmayan hareket denklemlerini çözmek için, bir frekans domeni iteratif yöntemi önermektedirler [23].

Langley, akıntılı rastgele denizlerdeki üç boyutlu direnç kuvveti için bir lineerleştirme yöntemini sundu [24].

Ertaş, stokastik frekans domeni analizi için sunduğu lineerleştirme tekniğinin rayserlerin dinamik cevabını inceleyen bir direkt uygulamaya sahip olduğunu belirtti [25].

Bernitsas, deniz rayserlerinin tasarımında en önemli problemlerden rayserin dinamik davranışının matematiksel modellenmesini ve rayserin maruz kaldığı hidrodinamik kuvvetlerin tahmin edilmesini inceledi. Hidrodinamik kuvvetlerin analizinde Morison denklemini ve deney sonuçlarını kullandı [26]. Ayrıca; rayserlerin, boru hatlarının ve kabloların dinamik davranışı için bir matematiksel model geliştirdi [27].

### **1.5 Tezin Amacı ve Bölümlerin Tanıtılması**

Bu tezin amacı, deniz rayserlerinin tasarımı ve analizi için yararlı olan bilgileri sunmak ve sayısal çözüm yöntemi ile hareket denklemini çözmektir.

İkinci bölümde, varyasyonel bir yöntemle türetilmiş iki boyutlu harekete maruz borunun yönetici hareket denklemi sunulmaktadır. Formülasyon [1] nolu kaynaktan adım adım kontrol edilerek hazırlanmıştır. Hidrodinamik yük, Morison denklemi kullanılarak değerlendirilmektedir.

Üçüncü bölümde, rayser sisteminin statik analizi yapılmaktadır. Kısa ve uzun rayserler için ayrı ayrı formülasyon sunulmaktadır. Kısa rayserin analizinde, yönetici denkleminin çözümü için rijit ve elastik bileşenli çözüm kullanılmaktadır. Uzun rayserler için, yönetici denklem Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülerek çözüm aranmaktadır.

Dördüncü bölümde, rayser sisteminin dinamik cevabı incelenmektedir. Kısa rayserler için normal mod yöntemi kullanılmaktadır. Uzun rayserler için hareket denklemi Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülmektedir. Lineerleştirilmiş direnç kuvveti analizde kullanılarak konuyla (derinlikle) değişen sönüm sunulmaktadır.

Beşinci bölümde sayısal uygulamalar yapılmıştır. Hazırlanan bilgisayar programlarının doğruluğu kontrol edildikten sonra, kısa rayser için API 500-20-1-D rayseri ve uzun rayser için API 1500-20-1-D rayseri incelenmiş ve sonuçları karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Ayrıca, kısa rayser için yapılan parametrik çalışmalarda; rayser boyu, gerdirme kuvveti, rayserin dış çapı ve et kalınlığının eğilme gerilmesi ve yerdeğiştirmeler üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Altıncı bölümde, çalışmanın sonuçları ve birkaç tavsiye sunulmaktadır.

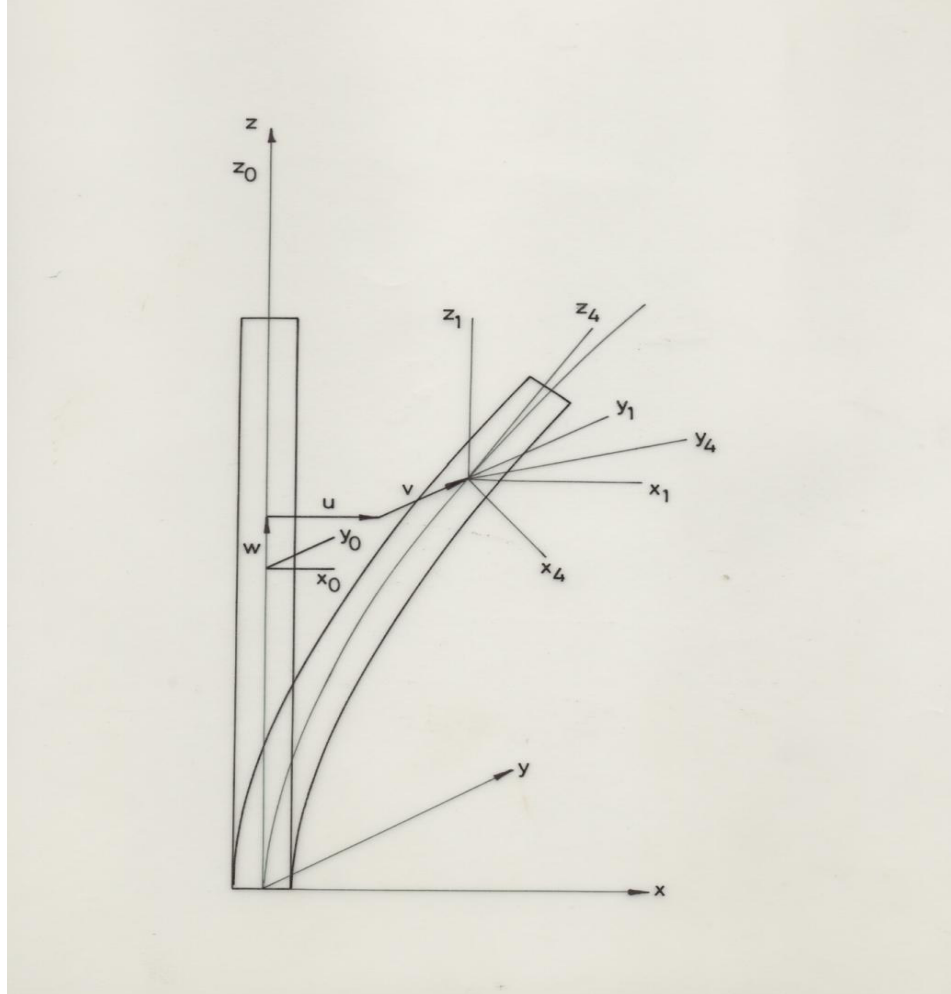


## 2.1 Hareket Denklemlerinin Çıkarılması

Şekil değiştirmiş kirişin eğilme ve burulma eğrilikleri için ifadeler, elastik yerdeğişmeler cinsinden elde edilmektedir. Sistemin uzama enerjisi, bu eğrilikler cinsinden ifade edilerek ve Hamilton ilkesi kullanılarak lineer olmayan bağlı yönetici diferansiyel denklem türetilmektedir. İç akımın etkisi de uyumlu bir enerji yaklaşımı ile türetilmektedir.

### 2.1.1 Kinematik Bağlılar

Yönetici denklemler, burulma ve uzama olmak üzere iki yönde eğilmeye maruz kalabilen düz narin prizmatik bir kiriş için türetilmektedir. Kirişin şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş geometrileri Şekil 2.2'de gösterilmektedir.



Şekil 2.2 : Kirişin şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş geometrileri

Kiriş şekil değiştirdiğinde, kirişteki merkez eksen  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerinde sırasıyla  $u$ ,  $v$  ve  $w$  miktarları kadar ötelenmekte ve kesit, merkez etrafında bir  $\phi$  miktarı ile burulmaktadır. Burada amaç, şekil değiştirmiş kirişin eğrilik bileşenlerini  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ve  $\phi$  elastik şekil değiştirmeleri cinsinden elde etmektir.

Ekte verilen (Ek A.4) denklemleri, ileri mertebeden lineer olmayan eğrilik ifadeleridir. Binom teoremi, yerdeğiştirmeler ve yerdeğiştirmelerin türevlerindeki lineersizlikler ikinci dereceden terimlere kadar korunacak şekilde uygulandığında, eğrilik ifadeleri

$$\begin{aligned} k_x &= -v'' + 2w'v'' + v'w'' + u''\phi \\ k_y &= u'' - u'w'' - 2w'u'' + v''\phi \\ k_\phi &= \phi' - w'\phi' + u''v' \end{aligned} \quad (2.1)$$

ifadelerine indirgenmektedir.

### 2.1.2 Enerji İlkesi

Sistem,  $t_1$  zamanındaki bir konfigürasyondan  $t_2$  zamanındaki bir konfigürasyona gittiği için, genişletilmiş Hamilton ilkesi, konservatif olmayan dış kuvvetler tarafından yapılmış virtüel işi, Hamiltonian'ın birinci varyasyonuna eşit hale getirmektedir.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_u - V) dt = - \int_{t_1}^{t_2} (\delta W_{nf} + \delta W_{ne}) dt \quad (2.2)$$

Burada;  $T_u$  ve  $V$  sistemin kinetik ve potansiyel enerjisi,  $\delta W_{nf}$  ve  $\delta W_{ne}$  ise sınırlardaki akışkan kuvvetleri ve diğer konservatif olmayan dış kuvvetler tarafından yapılan virtüel iştir.

$L$  uzunluğundaki bir borunun; eğilme, burulma ve uzama nedeniyle olan potansiyel enerjisi

$$V = \int_L \frac{1}{2} \left\{ \frac{M_x^2}{EI_x} + \frac{M_y^2}{EI_y} + \frac{M_\phi^2}{GJ} + \frac{T^2}{EA} \right\} dz \quad (2.3)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada;  $EI$ ,  $GJ$  ve  $EA$  sırasıyla eğilme, burulma ve uzama rijitlikleridir. Momentler ve normal kuvvet ifadeleri

$$\begin{aligned} M_x &= EI_x k_x \\ M_y &= EI_y k_y \\ M_\phi &= GJk_\phi \\ T &= EA\varepsilon \end{aligned} \quad (2.4)$$

şeklinde yazılmaktadır.

Sistemin kinetik enerjisi, borunun ve borudaki akışkan akımının kinetik enerjisinin toplamıdır:

$$T_u = T_p + T_f \quad (2.5)$$

Dönme ataleti ve kayma şekil değiştirmelerinin etkileri dahil edilerek, borunun kinetik enerjisi

$$T_p = \int_L \left\{ \frac{1}{2} m(\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_\phi \dot{\phi}^2 \right\} dz \quad (2.6)$$

olarak yazılabilir. Borudaki akışkanın kinetik enerjisi ise

$$T_f = \int_L \left[ \frac{1}{2} \rho_i A_i \underline{U}_a \underline{U}_a \right] dz \quad (2.7)$$

olarak yazılmaktadır. Burada;  $\rho_i$  akışkanın yoğunluğu,  $A_i$  borunun iç kesit alanı ve  $\underline{U}_a$  akışkanın mutlak hızıdır.

İç akım nedeniyle konservatif olmayan kuvvetler ortaya çıkmaktadır. Akışkan kuvvetlerince borunun sınırları üzerinde yapılan iş

$$\delta W_{nf} = \left[ F_x \delta u + F_y \delta v + F_z \delta w \right] \Big|_{z=0,L} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilebilir.  $F_x$ ,  $F_y$  ve  $F_z$  kuvvetleri, bir kesit boyunca momentum değişiminin net hızından dolayı boruyu etkiler. Bu kuvvetler vektörel ifadeyle

$$\underline{F} = - \int_A \underline{U}_a \rho_i \underline{U}_a dA \quad (2.9)$$

olarak yazılabilir.

(2.9) ve (2.8) denklemleri kullanılarak, (2.2) denklemi

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} (T_u - V) dt \\ & - \int_{t_1}^{t_2} \rho_i A_i U_i [(\dot{u} + U_i u') \delta u + (\dot{v} + U_i v') \delta v + U_i \delta w] \Big|_{z=0} dt \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \rho_i A_i U_i [(\dot{u} + U_i u') \delta u + (\dot{v} + U_i v') \delta v + U_i \delta w] \Big|_{z=L} dt \\ & = - \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{ne} dt \end{aligned} \quad (2.10)$$

olarak yeniden yazılmaktadır. Denklemin sol tarafındaki ikinci ve üçüncü integraller, akışkanın borunun  $z=0$  ve  $z=L$  sınırlarında verdiği net işi göstermektedir. Pinlenmiş ve sabitlenmiş sınır koşulları için, sınırlardaki virtüel yerdeğistirmeler sıfır olacak ve bu ek terimler yok olacaktır.

Son olarak, fonksiyonelin varyasyonu alınarak, uygun sınır koşulları ile, aşağıdaki dört Euler denklemi elde edilmektedir:

$u$  koordinatındaki denklem

$$\begin{aligned} & (m + \rho_i A_i) \ddot{u} + 2\rho_i A_i U_i \dot{u}' + \rho_i A_i U_i^2 u'' \\ & + EI_y \{u^{iv} - (u'w'')'' - 2(w'u'')'' + (v''\phi)'' + (u''w'')' - (u'w'')' - 2(w'u'')' \\ & + (v''\phi w'')' - 2(u''w')'' + 2(u'w''w')'' + 4(w'^2 u'')'' - 2(v''\phi w')''\} \\ & + EI_z \{-(v''\phi)'' + 2(w'v''\phi)'' + (v'w''\phi)'' + (u''\phi^2)''\} \\ & + GJ \{(\phi''v')'' - (w'\phi'v')'' + (u''v'^2)''\} \\ & - EA[u' \{w' + \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)\}]' = f_x \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sınır koşulları

1)  $z=0$  ve  $L$ 'de

$$EI_y u''' - EAu' \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\} = 0 \quad \text{veya} \quad \delta u = 0 \quad (2.12)$$

2)  $z=0$  ve  $L$ 'de

$$EI_y u''' = 0 \quad \text{veya} \quad \delta u' = 0 \quad (2.13)$$

$v$  koordinatındaki denklem

$$\begin{aligned} & (m + \rho_i A_i) \ddot{v} + 2\rho_i A_i U_i \dot{v}' + \rho_i A_i U_i^2 v'' \\ & - EI_x \{ -v^{iv} + 2(w'v'')'' + (v'w'')'' + (u''\phi)'' + 2(v''w')'' - 4(w'v''w')'' - 2(v'w''w')'' \\ & \quad - 2(u''\phi w')'' - (v''w'')' + 2(w'v''w'')' + (v'w''^2)' + (u''\phi w'')' \} \\ & + EI_y \{ (u''\phi)'' - (u'w''\phi)'' - 2(w'u''\phi)'' + (v''\phi^2)'' \} \\ & - GJ \{ (\phi'u'')' - (w'\phi'u'')' + (u''^2 v')' \} \\ & - EA \left[ v' \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\} \right]' = f_y \end{aligned} \quad (2.14)$$

Sınır koşulları

1)  $z=0$  ve  $L$ 'de

$$EI_x v''' - EA v' \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\} = 0 \quad \text{veya} \quad \delta v = 0 \quad (2.15)$$

2)  $z=0$  ve  $L$ 'de

$$EI_x v''' = 0 \quad \text{veya} \quad \delta v' = 0 \quad (2.16)$$

$w$  koordinatındaki denklem

$$\begin{aligned} & m\ddot{w} - EA \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\}' + EA \left[ w' \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\} \right]' \\ & - EI_x \{ -2(v''^2)' + 4(w'v''^2)' + 2(v'w''v'')' + 2(u''^2\phi)' - (v''^2)' + 2(w'v''^2)' \\ & \quad + (v'w''v'')' + (u''\phi v'')' + (v'v'')'' - 2(w'v''v'')'' - (v'^2 w'')'' - (u''\phi v')'' \} \\ & - EI_y \{ (u'u'')'' - (u'^2 w'')'' - 2(w'u''u'')'' + (v''\phi v'')'' + 2(u''^2)' \\ & \quad + 2(u'u''w'')' + 4(w'u''^2)' - 2(v''\phi u'')' \} \\ & + 2GJ \{ (\phi')^2 - (w'\phi'^2)' + (u''v'\phi')' \} = f_z \end{aligned} \quad (2.17)$$

Sınır koşulları

1)  $z=0$ 'da

$$\rho_i A_i U_i^2 - EA \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\} = 0 \quad \text{veya} \quad \delta w = 0 \quad (2.18)$$

2)  $z=L'$  de

$$\rho_i A_i U_i^2 - EA \left\{ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right\} = 0 \quad \text{veya} \quad \delta w = 0 \quad (2.19)$$

$\phi$  koordinatındaki denklem

$$\begin{aligned} I_p \ddot{\phi} - GJ \{ \phi'' - (w' \phi')' + (u'' v') - (\phi' w')' + (w'^2 \phi')' - (u'' v' w')' \} \\ + EI_x \{ -v'' + 2w' v'' + v' w'' + u'' \phi \} u'' \\ + EI_y \{ u'' - u' w'' - 2w' u'' + v'' \phi \} v'' = f_\phi \end{aligned} \quad (2.20)$$

Sınır koşulları

$z=0$  ve  $L'$  de

$$GJ\phi' = 0 \quad \text{veya} \quad \delta\phi = 0 \quad (2.21)$$

Burada;  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $f_z$  ve  $f_\phi$  kuvvetleri, sisteme etkiyen dış kuvvetlerin bileşenleridir.

(2.1.1) kısmında, Binom açılımı kullanılarak eğrilik ifadelerine yaklaşıldığı için, burada türetilmiş matematiksel model, dönmelerin birimden daha az olduğu büyük çökmeler için geçerlidir. Uygun sınır koşulları, konservatif olmayan akışkan kuvvetlerinin sistem sınırlarındaki etkisi dahil edilerek türetilmiştir.

## 2.2 Hidrodinamik Yük

Herhangi bir andaki rayserin birim uzunluğu başına dinamik yük, Morison denkleminin yardımı ile saptanmaktadır. Özgün Morison denklemi sabit bir yapıya uygulanmıştır. Yapı,  $U^w$  dalga hızı ile birlikte lineer olan bir  $U^p$  hızıyla hareket ediyorsa, Morison denkleminin düzeltilmiş bir şekli dalga kuvvetinin tahmininde kullanılabilir [3]. Dalgalar ve akıntıda serbest salınan  $D$  çaplı bir yapı için birim boy başına hidrodinamik kuvvet

$$\begin{aligned} f = \rho_0 \frac{\pi}{4} D^2 C_M \dot{U}^p - \rho_0 \frac{\pi}{4} D^2 (C_M - 1) \dot{U}^w \\ + \frac{1}{2} \rho_0 D C_D (U^w - U^p \pm U^c) |U^w - U^p \pm U^c| \end{aligned} \quad (2.22)$$

olur. Sol taraftaki birinci terim; sakin, viskoz olmayan bir akışkanda ivmelenen bir cismin atalet kuvvetini; ikinci terim ivmelenen viskoz olmayan bir akışkanda bulunan sabit cisim üzerindeki atalet kuvvetini temsil etmektedir.  $\rho_0 \pi D^2 (C_M - 1) / 4$  çarpanı ek kütle olarak adlandırılmaktadır. Üçüncü terim olan direnç kuvveti, akışkan ile yapı ve akıntı arasındaki göreceli hızın karesiyle orantılıdır.

Yapı uzunluğu dalga boyu ile aynı büyüklükte olduğunda, platform gibi yapıların üzerindeki dalga kuvvetini değerlendirmek için Froude-Krylov teorisi kullanılabilir.

$$p = \rho g \frac{H \cosh(kz)}{2 \cosh(kL)} \cos(kx - \omega t) \quad (2.23)$$

Platforma etkiyen belirli yöndeki kuvvet, (2.23) basınç denkleminin bu belirli yöndeki bileşenlerinin yapının su içindeki kısmı üzerinde entegre edilmesi ile elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} F_x &= C_x \iint_s p n_x ds \\ F_y &= C_y \iint_s p n_y ds \\ F_z &= C_z \iint_s p n_z ds \end{aligned} \quad (2.24)$$

Burada;  $C_x$ ,  $C_y$  ve  $C_z$  kuvvet katsayılarıdır [2].

$C_M$  ve  $C_D$  kuvvet katsayıları hakkında, çok sayıda laboratuvar ve alan deneyinden elde edilmiş çok büyük veri kütüphanesi vardır. Dalga kuvvetinin bileşenlerinin tam olarak tahmin edilmesi için, uygun  $C_M$  ve  $C_D$  katsayıları kullanılmalıdır. Dairesel bir kesiti geçen iki boyutlu düzgün sinüsoidal akım durumu için kuvvet katsayıları; Reynolds sayısı ( $Re$ ), Keulegan-Carpenter sayısı ( $KC$ ) ve göreceli pürüzlülüğe bağlıdır. Bu bağlılığın kapsayıcı bir özeti Sarpkaya ve Isaacson tarafından verilmektedir [28].

Hidrodinamik kuvvetin boru eksenine teğet olan bileşeni ihmal edilmektedir. Morison denklemi, boru eksenine normal olan  $x$  ve  $y$  yönlerindeki kuvvet bileşenleri  $f_x$  ve  $f_y$  büyüklüklerini değerlendirmek için kullanılmaktadır:

$$f_x = \rho_0 \frac{\pi}{4} D_e^2 C_M \dot{U}_x^w + \frac{1}{2} \rho_0 D_e C_D U_x^r \sqrt{(U_x^{r2} + U_y^{r2})}$$

$$f_y = \rho_0 \frac{\pi}{4} D_e^2 C_M \dot{U}_y^w + \frac{1}{2} \rho_0 D_e C_D U_y^r \sqrt{(U_x^{r2} + U_y^{r2})} \quad (2.25)$$

Burada,  $D_e$  boru kesitinin efektif hidrodinamik çapıdır.  $U^r$  ise; dalga, boru ve akıntı hızlarının oluşturduğu göreceli hızdır:  $U^r = U^w - U^p \pm U^c$ . Son olarak, global X, Y ve Z yönlerindeki birim uzunluk başına kuvvetler vektörel bileşenler cinsinden

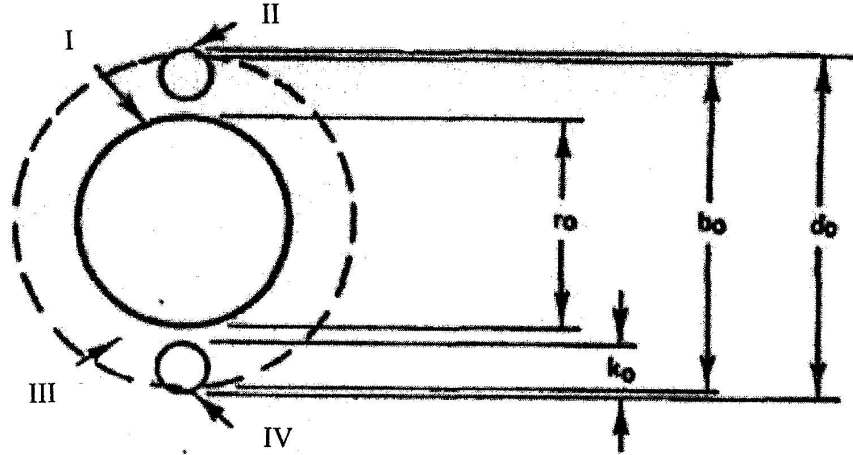
$$f_x = f_x x_x + f_y x_y$$

$$f_y = f_x y_x + f_y y_y \quad (2.26)$$

$$f_z = f_x z_x + f_y z_y$$

olarak elde edilebilir.

Efektif hidrodinamik çap, sephiye malzemesi kullanıldığında, boşaltma hattı (choke line) ve öldürme hattı (kill line) çevrelenen rayserin, akıntı ve dalga kuvvetlerine maruz karakteristik çapıdır (Şekil 2.3) [29].



**Şekil 2.3 :** Rayserin efektif hidrodinamik çapı.  
I-rayser, II-boşaltma hattı, III-sephiye malzemesi ve IV-öldürme hattı.

### 2.3 İç ve Dış Akışkan Basınçları

Rayser borusu, dış hidrostatik basınca ve içerdeki akışkanın basıncına maruzdur. Bu basınçların etkilerini incelemek için, (2.11), (2.14), (2.17) ve (2.20) Euler denklemlerindeki lineer olmayan terimler ihmal edilmektedir. Bu durumda hareket denklemleri

$$\begin{aligned}
 (m + \rho_i A_i) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_i A_i U_i \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} + \rho_i A_i U_i^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left( T \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EI_y \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] &= f_x \\
 (m + \rho_i A_i) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2\rho_i A_i U_i \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z} + \rho_i A_i U_i^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left( T \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EI_x \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] &= f_y \\
 m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial z} &= f_z \\
 I_p \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= f_\phi
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

şeklinde olmaktadır. Burada,  $T$  aksenal basınç (gerdirme) kuvveti

$$T = EA \left[ w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \right] \tag{2.28}$$

olarak verilmektedir. Bu denklemler, Euler kiriş-kolon teorisinin yaklaşımları ile tutarlıdır. Yani, dönmeler birime göre ihmal edilecek şekildedir ve uzamalar dönmelerden çok daha küçüktür.

Akışkan basınçları nedeniyle olan kuvvet, basınç kuvvetinin boru kesitinin dik çevresi boyunca integre edilmesiyle hesaplanabilir. Bu yöntem karmaşıktır ve karmaşık kesitli şekiller için kesin kuvveti vermeyebilir. Yaygın bir şekilde kullanılmakta olan alternatif bir yöntem, dış ve iç akışkan basınçlarının etkisini, raysere etkiyen statikçe eşdeğer kuvvetler olarak dahil etmektir.

$$T_e = T + p_0 A_0 - p_i A_i \tag{2.29}$$

$$W_e = W - \rho_0 g A_0 + \rho_i g A_i \tag{2.30}$$

Burada;  $T_e$  efektif gerdirme kuvveti,  $W_e$  efektif ağırlık,  $p_0$  ve  $p_i$  dış ve iç akışkan basınçları ve  $W$  rayserin birim uzunluğu başına havadaki ağırlığıdır. Bir rayser için üst noktasındaki gerdirme kuvveti ( $T$ ) çoğunlukla bilinmektedir.

### 3. STATİK ANALİZ

#### 3.1 Kısa Rayserler İçin Statik Hesap

Kendi ağırlığı ve statik akışkan basınçları gibi yüklerin etkisinden kaynaklanan rayserin statik denge durumu rayser sisteminin analizindeki ilk adımı teşkil eder. Uzamalar küçük olabilir, fakat göreceli dönmeler büyüktür. Yani, diğer bir deyişle çubuk parçaları uzunluk bakımından önemli miktarda değişmez, ancak farkedilir şekilde ötelenebilir ve dönebilirler.

Statik rayser problemleri için, hareket denklemindeki atalet terimi ortadan kalkar. Bu denklemin sağ tarafı, düzgün bir akıntı profilindeki direnç nedeniyle olan yükür. Diferansiyel denklem

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[ EI(z) \frac{d^2 u}{dz^2} \right] - \frac{d}{dz} \left[ T_e(z) \frac{du}{dz} \right] = \frac{1}{2} \rho_w C_D(z) D_e(z) U(z) |U(z)| \quad (3.1)$$

olur. Burada,  $T_e(z)$  efektif gerdirme kuvveti ve  $U(z)$  akıntı hızının yatay bileşenidir. (3.1) denkleminin çözümü, ek kısıtları veya sınır koşullarını gerektirmektedir. Efektif gerdirme kuvveti ise

$$T_e(z) = T(z) + A_0(z) \bar{p}_0(z) - A_1(z) \bar{p}_1(z) \quad (3.2)$$

olarak ifade edilmektedir [4].

(3.1) denklemini, atalet momenti sabit olarak ( $I(z) = I$ ) alınarak,

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - T_e(z) \frac{d^2 u}{dz^2} - T_1(z) \frac{du}{dz} = \frac{1}{2} \rho_w C_D(z) D_e(z) U(z) |U(z)| \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;  $T_1(z)$  efektif gerdirme kuvvetinin  $z$ 'ye göre türevidir :

$$T_1(z) = \frac{dT}{dz} = G - F = W_e \quad (3.4)$$

Burada,  $F$  rayserin birim boyu başına etkiyen sephiye kuvveti ve  $G$  rayser sisteminin birim boyunun sondaj çamuru dahil ağırlığıdır [9].

Rayserin deniz dibine yakın olan aşağıdaki ucunun sınır koşulu (3.5) denklemi ile verilmektedir:

$$u(z) \Big|_{z=0} = 0 \quad (3.5)$$

Aşağıdaki mafsal bağlantının rijitliği  $Kr$  ise, bir miktar eğilme oluşacaktır:

$$EI \frac{d^2 u(z)}{dz^2} \Big|_{z=0} = Kr \theta \quad (3.6)$$

$\theta$  : Dönme açısı

Rayser sisteminin yukarıdaki ucu, esnek bir mafsal bağlantı boyunca yüzen platforma bağlanmıştır. Rayser sisteminin yatay hareketi, platformun yatay hareketinden kaynaklanmaktadır. Dalıp çıkma hareketi ihmal edilmektedir. Rayserin yüzeye yakın ucunun sınır koşullarından biri (3.7) denklemi ile temsil edilebilir

$$u(z) \Big|_{z=L} = f \quad (3.7)$$

Burada,  $f$  yüzen platformun veya teknenin yatay yöndeki yerdeğiştirmesidir. Yukarıdaki mafsal bağlantının rijitliği  $Kr$  ise, eğilme oluşacaktır:

$$EI \frac{d^2 u(z)}{dz^2} \Big|_{z=L} = Kr \theta \quad (3.8)$$

Eğer  $Kr=0$  (sıfır) ise, hiçbir eğilme oluşmayacaktır:

$$EI \frac{d^2 u(z)}{dz^2} \Big|_{z=L} = 0 \quad (3.9)$$

(3.3) denklemi, aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - (T_1 - W_e z) \frac{d^2 u}{dz^2} - W_e \frac{du}{dz} = f_c(z) \quad (3.10)$$

$T_1$  : Gerdiricinin rayserin üst noktasında uyguladığı gerdirme kuvveti

$$f_c(z) = \frac{1}{2} \rho_w C_D(z) D_e(z) U(z) |U(z)|$$

(3.10) denkleminin yaklaşık bir çözümü için aşağıdaki ifade kullanılmaktadır

$$u(z) = g(z)f + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \quad (3.11)$$

$$g(z) = \frac{z}{L}$$

Rayserin yerdeğiştirmesindeki birinci terim, rayserin yana kayması ile orantılı yerdeğiştirme terimidir. İkinci terim ise, sinüsoidal yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşmaktadır[3].

(3.11) yaklaşımı sınır koşullarını sağlamaktadır.  $f$ , rayserin üst ucunun yana kaymasıdır.  $A_n$  bilinmeyen katsayılarıdır.

Önce, (3.11) ve türevleri (3.10) denkleminde yerlerine yazılır. Sonra, ortaya çıkan ifade  $\sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)$  ile çarpılıp rayser boyunca integre edilir. Diklik (ortogonalite) özelliği kullanılarak ve küçük terimler ihmal edilerek

$$A_m \left\{ \left[ EI \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 + T_1 \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \right] \frac{L}{2} - \left(\frac{m\pi}{2}\right)^2 W_e \right\} - \left(\frac{\pi}{L}\right) W_e \sum_n A_n F(m,n) \\ = \int_0^d f_c(z) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) dz + W_e \left(\frac{f}{m\pi}\right) [1 - (-1)^m] \quad (3.12)$$

denklemini elde edilmektedir.

$$F(m,n) = \frac{L}{\pi} \frac{m [1 - (-1)^{m+n}]}{m^2 - n^2} \quad (3.13)$$

Akıntının hızı, sakin su yüzeyinde  $U_c$  ve dipteki mafsallarda sıfır olacak şekilde derinlikle lineer olarak değişmektedir:  $U_c \frac{z}{d}$ . Bilinmeyen  $A_n$  katsayıları, (3.12) denklemini matris haline getirilerek hesaplanmaktadır

$$[K]\{A\} = \{C\} \quad (3.14)$$

Daha sonra (3.11) denklemi kullanılarak, rayserin boyunca gerçekleşen statik haldeki yerdeğiştirme değerleri hesaplanmaktadır.

Eğilme gerilmesi, düzgün kesitli  $D_0$  çaplı bir rayser için aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_e(z) = \frac{M(z) D_0}{I} \quad (3.15)$$

$M(z) = -EI \cdot u''(z)$  elastik eğilme denklemi ile, yerdeğiştirmenin ikinci türevi (3.15) denkleminde ithal edilerek derinlik boyunca maksimum eğilme gerilmeleri hesaplanabilir.

$$\sigma_e(z) = E \cdot \frac{D_0}{2} \left| \sum \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 A_n \sin\left( \frac{n\pi z}{L} \right) \right| \quad (3.16)$$

Normal (eksenel) gerilme, rayserin üst noktasındaki gerdirme kuvveti ve rayserin kendi ağırlığı kullanılarak hesaplanmaktadır :

$$\sigma_n(z) = \frac{T_1 - w_r z}{A_r} \quad (3.17)$$

Burada,  $A_r$  rayserin kesit alanı ve  $w_r$  rayserin kendi birim ağırlığıdır.

Böylece, eğilme ve normal kuvvetin oluşturduğu bileşik mukavemet halinin statik haldeki maksimum ve minimum toplam gerilme değerleri bulunabilir:

$$\sigma_r(z) = \sigma_n(z) \pm \sigma_e(z) \quad (3.18)$$

(3.11) denklemi ile kullanılan çözüm önerisi, rayser boyu 520 ft (158.5 m) veya daha az olan ve gerdirme oranı (rayserin üst noktasındaki gerdirme kuvveti/rayser ağırlığı) 1'den büyük olan rayserler için geçerlidir. Bu nedenle, uzun rayserler için farklı bir çözüm yöntemi kullanılmaktadır.

### 3.2 Uzun Rayserler İçin Statik Hesap

Hesapta kullanılacak formülasyon, [30] nolu kaynaktan kontrol edilerek ve yeniden oluşturularak hazırlanmıştır ve aşağıda verilmektedir. Akıntı kuvveti ihmal edilmektedir.

Sondaj gemisinin sabit  $f$  yana kayması altında ve  $EI = \text{sabit}$  için yönetici diferansiyel denklemi

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - \frac{d}{dz} \left[ T_e(z) \frac{du}{dz} \right] = 0 \quad (3.19)$$

Burada  $T_e(z) = T + qz$  olarak alınmıştır ve  $T$  ve  $q$  sırasıyla, rayserin alt ucundaki ( $z = 0$ ) gerdirme kuvveti ile rayserin birim boya düşen sudaki ağırlığını temsil etmektedir. Yönetici denklem bir kez integre edilirse,

$$EI \frac{d^3 u}{dz^3} - (T + qz) \frac{du}{dz} = -H_1 \quad (3.20)$$

elde edilir.  $H_1$  rayserin üst ucunda oluşan yatay kuvvettir.

(3.20) denkleminde eğilme rijitliği ihmal edilerek,

$$\frac{du}{dz} = \frac{H_1}{T + qz} \quad (3.21)$$

yazılabilir ve  $z = 0$ 'da  $u = 0$  alınmasıyla,

$$u(z) = \frac{H_1}{q} \ln\left(1 + \frac{qz}{T}\right) \quad (3.22)$$

elde edilir. Yatay kuvvet, üst sınır koşulu  $u(d) = f$  kullanılarak belirlenebilir

$$H_1 = \frac{qf}{\ln\left(1 + \frac{qz}{T}\right)} \quad (3.23)$$

Şimdi, (3.20) eşitliği için Bessel diferansiyel denklemi kullanılarak bazı tanımlamalar yapılacaktır:

Homojen olmayan, düzeltilmiş Bessel diferansiyel denklemi,

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + \nu^2)y = rx^{\mu+1} \quad (3.24)$$

şeklindedir. Eşitlikte  $\nu = 1/3$  ve  $\mu = 0$  alınarak

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + 1/9)y = r \quad (3.25)$$

yazılabilir.  $T \geq 0$  ve  $0 \leq z \leq d$  için tanımlanan  $x(z)$  reel değişkeni,

$$x(z) = \lambda \left( \frac{T}{qd} + \frac{z}{d} \right)^{3/2} \quad (3.26)$$

şeklindedir. Burada  $\lambda = 2(qd^3 / EI)^{1/2} / 3$  olarak verilmiştir. Reel  $y(x)$  fonksiyonu ve türevleri içinse,

$$\begin{aligned} u'(z) &= \left( \frac{x}{\lambda} \right)^{1/3} y(x) \\ u''(z) &= \frac{3\lambda^{1/3}}{2d} x^{2/3} \left( y' + \frac{y}{3x} \right) \\ u'''(z) &= \frac{9\lambda}{4d^2} \frac{1}{x} \left( x^2 y'' + xy' - \frac{y}{9} \right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

tanımları yapılır.

(3.27) türev ifadeleri (3.20) eşitliğinde kullanılarak

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + \frac{1}{9})y = -\lambda \frac{H_1}{qd} x \quad (3.28)$$

elde edilir. Bu ifade aslında (3.24) denkleminin  $\nu = 1/3$ ,  $\mu = 0$  ve  $r = -\lambda H_1/qd$  alınarak yazılmış halidir.

Sınırlar üzerindeki ( $z = 0, d$ )  $x$  değişkenleri,

$$x_0 = x(0) = \lambda(T/qd)^{3/2}, \quad x_1 = x(d) = \lambda(T/qd + 1)^{3/2} \quad (3.29)$$

şeklinde tanımlanır.

(3.27) denklemindeki  $u'$ ,  $u''$  ifadeleri aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$u'(z) = \lambda^{2/3} \frac{H_1}{qd} x^{1/3} \left\{ \frac{2}{3} \left[ \hat{s}_{-1, 2/3}(x_0) + \frac{\pi}{2} \sqrt{3} I_{2/3}(x_0) \right] \frac{I_{1/3}(x) - I_{-1/3}(x)}{I_{2/3}(x_0) - I_{-2/3}(x_0)} - \left[ \hat{s}_{0, 1/3}(x) - \frac{\pi}{3} \sqrt{3} I_{-1/3}(x) \right] \right\}$$

$$u''(z) = -\lambda^{4/3} \frac{H_1}{qd^2} x^{2/3} \left\{ \left[ \hat{s}_{-1, 2/3}(x_0) + \frac{\pi}{2} \sqrt{3} I_{2/3}(x_0) \right] \frac{I_{2/3}(x) - I_{-2/3}(x)}{I_{2/3}(x_0) - I_{-2/3}(x_0)} - \left[ \hat{s}_{-1, 2/3}(x) + \frac{\pi}{2} \sqrt{3} I_{2/3}(x) \right] \right\} \quad (3.30)$$

Eşitlikte yer alan  $I$  ve  $\hat{s}$  fonksiyonları, sırasıyla düzeltilmiş Bessel ve düzeltilmiş Lommel fonksiyonlarıdır.

$x \geq x_0 \gg 1$  için (3.30) denklemleri yerine asimptotik çözümler kullanılabilir:

$$u'(z) = \frac{H_1}{qd} \left( \frac{\lambda}{x} \right)^{2/3} \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{1}{x_0} \sqrt{\frac{x}{x_0}} e^{-x_0-x} \right) \quad (3.31)$$

$$u''(z) = -\frac{H_1}{qd^2} \left( \frac{\lambda}{x} \right)^{4/3} \left( 1 - \frac{x}{x_0} \sqrt{\frac{x}{x_0}} e^{-x_0-x} \right)$$

Deniz tabanından yukarıya doğru olan mesafe arttıkça, (3.30) denklemleri yetersiz hale gelmektedir. Bu sebeple, eğilme gerilmesinin maksimum değer aldığı rayserin dibe çok yakın bölgelerinde (3.30) denklemleri, diğer bölgelerde ise (3.31) denklemleri kullanılacaktır.

### 3.2.1 Kritik efektif boyuna kuvvet

Rayser, belirli bir kritik efektif boyuna kuvvet değerinden sonra düşey dengesini kaybeder.  $H_I = 0$  ve  $f = 0$  için, (3.20) eşitliğinden

$$EIu''' - (T + qz)u' = 0 \quad (3.32)$$

yazılabilir ve  $u'(z) \neq 0$  ile kritik efektif boyuna kuvvet

$$T_{krit} = -1.02\sqrt[3]{q^2 EI} \quad (3.33)$$

değerini alır. Dönme noktasında yatay kuvvet  $H_1$  kaybolur ve (3.32) denkleminde  $T = T_{krit}$  yerleştirilerek maksimum gerilme yeri (dönme noktası)  $z_2$  bulunur. Burada,  $u'''(z_2) = 0$  olur. Böylece,

$$z_2 = -\frac{T_{krit}}{q} \quad (3.34)$$

elde edilir.

Eğer yatay kuvvet  $H_1$  için içine katılsa ve aynı anda efektif boyuna kuvvet kritik efektif boyuna kuvvetin değerinden yeterince üzerinde olsa dahi, maksimum eğilme gerilmelerini veren bu nokta pratik olarak yerini değiştirmez. Dönme noktasına karşılık gelen dönüşüm değişkeni  $x(z)$  (3.26) denkleminde bulunur:

$$x(z_2) = x_2 = \left[ x_0^{2/3} + 1.02(2/3)^{2/3} \right]^{3/2} \quad (3.35)$$

#### 4. DİNAMİK ANALİZ

Dinamik analiz, sondaj veya üretim sisteminin güvenli çalışma aralığının tespit edilmesi için gereklidir. Sözkonusu yöntem, belirli bir deniz durumu için rayser yerdeğiştirmeleri ve gerilmelerinin maksimum değerlerini hesaplamak için kullanılmaktadır.

Açık deniz yapıları, çok şiddetli dalga koşulları ile karşılaşmalar bile yorulma hasarına karşı korunmalıdırlar. Bu, deniz rayserleri için, boru dizisinin sürekli esnemesi nedeniyle özellikle önemli olmaktadır. Bu nedenle, sistemin yapısal bütünlüğünün tasarım ömrü süresince sağlandığını göstermek için dinamik analize ihtiyaç duyulmaktadır.

Aşağıda dinamik analiz için kullanılmış hareket denklemleri sunulmaktadır. Kısa rayserler için modal analiz yöntemine dayanan normal mod yöntemi kullanılmaktadır. Akışkan yükünü temsil eden Morison denklemindeki direnç kuvvetinin nonlineerliği korunarak frekans domeni normal mod çözümü yapılmaktadır[3]. Uzun rayserler için ise, hareket denklemi Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülerek çözüm aranmaktadır.

##### 4.1 Hareket Denklemleri

Dinamik yük, statik denge konumu civarındaki yerdeğiştirmeler küçük olacak şekilde varsayılmaktadır. Bu nedenle, ikinci bölümde türetilmiş hareket denklemlerinin lineerleştirilmiş şekli bu analiz için yeterlidir. Analiz için kullanılacak denklemler

$$(m + \rho_i A_i) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_i A_i U_i \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} + (\rho_i A_i U_i^2 - T_e) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = f_x$$

$$(m + \rho_i A_i) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2\rho_i A_i U_i \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z} + (\rho_i A_i U_i^2 - T_e) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} + EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} = f_y$$

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial T_e}{\partial z} = f_z \quad (4.1)$$

$$I_p \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = f_\phi$$

olarak yazılmaktadır. Atalet kuvveti ve uzama, aksenal ve burulma rijitlikleri ile ilgili terimlere ek olarak, statik akışkan basınçlarının ve iç akımın etkileri, (4.1) denklemlerinde bulunmaktadır.

İç ve dış statik akışkan basınçlarının etkisi, Kısım 2.3'te (2.29) denklemi ile verilen  $T_e$  efektif gerdirme kuvveti kullanılarak (4.1) denklemlerine dahil edilmektedir. İç akım ( $U_i$ ), enine yönlerdeki hareket denklemlerinin ilk ikisinde ek terimlere neden

olmaktadır.  $2\rho_i A_i U_i \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z}$  ve  $2\rho_i A_i U_i \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z}$  terimleri ile sönüm tipi kuvvetler ve

$\rho_i A_i U_i^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$  ve  $\rho_i A_i U_i^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$  terimleri ile de sistemin rijitliğini etkileyen Coriolis tipi

kuvvetler oluşmaktadır.

Bu denklemler, sabit geometrinin gözönüne alınması anlamında lineerleştirilmelerine rağmen, geometrik rijitliğin korunmasıyla bazı lineer olmayan etkileri bulundurmaktadır.

Bu çalışmadaki inceleme, (4.1) denklemlerinin birincisi olan yatay hareket denklemi üzerinde yapılmaktadır:

$$EIu^{iv} - (T_1 - W_e z)u'' - W_e u' + m\ddot{u} = f(z, t) \quad (4.2)$$

Burada;  $W_e$  efektif ağırlık (2.30) denklemi,  $W_e = W - \rho_0 g A_0 + \rho_i g A_i$ ,

$T_1$  : Gerdircinin rayserin üst noktasında uyguladığı gerdirme kuvveti,

$m$  : Ek su kütlesi hariç birim boy başına kütle.

Hidrodinamik geçirgen bir yapı olan rayserin  $z$  su derinliğindeki birim boy başına hidrodinamik kuvvetinin hesabında Morison denklemi kullanılmaktadır. Birinci terim direnç kuvveti bileşeni, sonrakiler atalet kuvveti bileşenleri olmak üzere, zorlayıcı kuvvet aşağıdaki gibidir :

$$f(z,t) = \frac{1}{2} C_D \rho D_e (\dot{u}_0 - \dot{u}) \left| (\dot{u}_0 - \dot{u}) \right| + \rho A \ddot{u}_0 + C_a \rho A (\ddot{u}_0 - \ddot{u}) \quad (4.3)$$

$\dot{u}$  : Rayserin hızı,

$A$  : Rayserin kesit alanı.

Akışkanın hızı lineer teoriden

$$\dot{u}_0(z,t) = U_0(z) e^{i\omega t} e^{i\psi} \quad (4.4)$$

$$U_0(z) = \omega \frac{H}{2} \frac{\cosh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \quad (4.5)$$

$\psi$  : Rayserin yerdeğiştirmesi  $u$  ile rayserin üst ucundaki yüzey teknesinin periyodik surge hareketi  $f(t)$  arasındaki faz açısı.

## 4.2 Kısa Rayserler İçin Hesap

### 4.2.1 Rayserin Serbest Sönümsüz Hareketi

Bunun için, (4.2) denklemini ikinci tarafsız olarak yazalım :

$$EIu^{iv} - (T_1 - W_e z)u'' - W_e u' + m_t \ddot{u} = 0 \quad (4.6)$$

$m_t$  : rayserin çamur ve ek su kütlesi dahil birim boya düşen kütlesi.

Daha önceki çalışmada[31], Hapel[30] tarafından önerilmiş olan ve sadece yapının elastik cevabını veren modal çözüm kullanılmıştı. Burada, (4.6) denkleminin yaklaşık bir çözümü için, yapının rijit ve elastik davranışını birlikte veren aşağıdaki ifade, Mindlin ve Godman'ın önerdiği şekilde varsayılmaktadır[3].

$$u(z,t) = g(z).f(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) q_n(t) \quad (4.7)$$

$g(z) = \frac{z}{L}$ ,  $f(t) = Ae^{i\omega t}$ , yüzey teknesinin surge hareketi ve  $q_n(t)$  genelleştirilmiş

koordinattır. Bu ifade ve türevleri (4.6)'de yerlerine konursa,

$$\sum_n \left\{ \left[ EI \left( \frac{n\pi}{L} \right)^4 + T_1 \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right] \sin \left( \frac{n\pi z}{L} \right) - W_e \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 z \cdot \sin \left( \frac{n\pi z}{L} \right) - W_e \left( \frac{n\pi}{L} \right) \cos \left( \frac{n\pi z}{L} \right) \right\} q_n(t) +$$

$$+ m_i \sum_n \ddot{q}_n(t) \sin \left( \frac{n\pi z}{L} \right) = \frac{W_e}{L} f - m_i g(z) \cdot \ddot{f} \quad (4.8)$$

yazılır. Modal analizdeki diklik (ortogonalite) şartını kullanmak için (4.8) denklemini  $\sin \left( \frac{m\pi z}{L} \right)$  ile çarpılır ve sonra tüm ifade rayser boyunca integre edilir. Sonunda,

$$\ddot{q}_m(t) + \omega_m^2 q_m(t) + \sum_n \left[ \alpha_3 n F(m,n) - \alpha_4 n^2 E(m,n) \right] q_n(t) = \alpha_1 f + \alpha_2 \ddot{f} \quad (4.9)$$

elde edilir. Burada

$$\omega_m^2 = \frac{2}{m_i L} \left\{ \left[ EI \left( \frac{m\pi}{L} \right)^4 + T_1 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{L}{2} - W_e \left( \frac{m\pi}{2} \right)^2 \right\} \quad (4.10)$$

$$\alpha_1 = \frac{2W_e}{m_i m \pi L} \left[ 1 - (-1)^m \right]$$

$$\alpha_2 = \frac{2}{m \pi} (-1)^m$$

$$\alpha_3 = \frac{2W_e}{m_i} \frac{\pi}{L^2}$$

$$\alpha_4 = \frac{2W_e}{m_i} \frac{\pi^2}{L^3}$$

$$E(m,n) = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{\pi} \right)^2 \left[ \frac{1}{(m+n)^2} \left[ 1 - (-1)^{m+n} \right] - \frac{1}{(m-n)^2} \left[ 1 - (-1)^{m-n} \right] \right] \quad (m \neq n)$$

$$F(m,n) = \frac{L}{2\pi} \frac{2m \left[ 1 - (-1)^{m+n} \right]}{m^2 - n^2} \quad (m \neq n) \quad (4.11)$$

$E(m,n)$  ifadesi çok küçük olduğundan hesaplamalarda ihmal edilmektedir. (4.9) ile ifade edilen denklemler, üçüncü terimindeki toplam işlemi ile birbirlerine bağlıdır (couple). Bu terim ihmal edilirse, denklemler bağlı olmaktan kurtulur ve doğal frekanslar (4.10) denkleminde elde edilir.

#### 4.2.2 Rayserin Yerdeğiştirmesi ve Gerilmeler

Birim boya düşen atalet ve direnç kuvveti bileşenleri

$$f_M(z,t) = \frac{\pi}{4} \rho D_e^2 \ddot{u}_0 + \frac{\pi}{4} C_A \rho D_e^2 (\ddot{u}_0 - \ddot{u})$$

$$f_D(z,t) = \frac{1}{2} C_D \rho D_e \left( \dot{u}_0 - \dot{u} \right) \left| \dot{u}_0 - \dot{u} \right| \quad (4.12)$$

ile verilir. Bu ifadeler (4.2) denkleminin ikinci tarafında yerine konmaktadır. Daha sonra, rayserin yerdeğiştirmesi için yine (4.7) ifadesi varsayılarak, serbest sönümsüz hareket için yapılan işlemlerin benzeri, zorlanmış sönümlü (4.2) hareket denkleminin çözümü için yapılmaktadır.

Genelleştirilmiş atalet ve direnç kuvvetleri için ise

$$f_{M_m}(t) = \frac{2}{m_r L} \int_0^d \left[ \frac{\pi}{4} \rho D_e^2 \ddot{u}_0 + \frac{\pi}{4} C_A \rho D_e^2 (\ddot{u}_0 - \ddot{u}) \right] \varphi_m(z) dz$$

$$f_{D_m}(t) = \frac{2}{m_r L} \int_0^d C \left( \dot{u}_0 - \dot{u} \right) \varphi_m(z) dz \quad (4.13)$$

$$C = \frac{1}{2} C_D \rho D_e \left| \dot{u}_0 - \dot{u} \right|$$

$$\varphi_m(z) = \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)$$

yazılır.  $m_r$ , (4.2) ifadesindeki ek su kütlesi hariç birim boya düşen rayser ve çamur kütlesidir ve m mod sayısı ile karışmaması için  $m_r$  ile gösterilmiştir. Daha sonra (4.13) denklemleri (4.9) denkleminde eklenerek

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_m + \frac{2}{m_r L} \int_0^d C \dot{u} \varphi_m(z) dz + \omega_m^2 q_m + \frac{2}{m_r L} \int_0^d \left( \frac{\pi}{4} C_A \rho D_e^2 \ddot{u} \right) \varphi_m(z) dz + \alpha_3 \sum_n n F(m, n) q_n = \\
= \frac{2}{m_r L} \int_0^d C \dot{u}_0 \varphi_m(z) dz + \frac{2}{m_r L} \int_0^d \left[ \frac{\pi}{4} \rho D_e^2 \ddot{u}_0 + \frac{\pi}{4} C_A \rho D_e^2 \ddot{u}_0 \right] \varphi_m(z) dz + \alpha_1 f + \alpha_2 \cdot \ddot{f}
\end{aligned}
\tag{4.14}$$

elde edilir. Akışkanın ivmesi (4.4) denkleminde, rayserin hızı ve ivmesi ise (4.7) denkleminde türetilir. Genelleştirilmiş koordinatlar için harmonik bir çözüm yazılmaktadır:

$$q_m(t) = a_m e^{i(\omega t + \gamma_m)} \tag{4.15}$$

Burada,  $a$  genlik,  $\omega$  zorlayıcı dalganın frekansı,  $\gamma$  dalga ile yerdeğiştirme arasındaki faz farkıdır. Bu çözümün ve bunun zamana göre ikinci türevinin ve (4.14)'deki diğer büyüklüklerin yerine konması, matematik işlemlerin ve düzenlemelerin yapılması sonucunda kompleks sayılardan oluşan aşağıdaki kesirli ifade elde edilir :

$$a_m e^{i\gamma_m} = \frac{A + iB}{C + iD} \tag{4.16}$$

Burada, sırasıyla;  $A$  ve  $B$  payın,  $C$  ve  $D$  paydanın reel ve sanal kısımlarıdır :

$$A = \frac{2\beta}{\pi} \int_0^d \sqrt{a^2 + b^2} U_0(z) \cdot \cos \psi \cdot \varphi_m(z) dz - \frac{2C_M \rho A l a n \omega}{m_r L} \int_0^d U_0(z) \cdot \sin \psi \cdot \varphi_m(z) dz -$$

$$- \alpha_3 \sum_n n F(m, n) a_n \cos \gamma_m + \frac{2C_a \rho A l a n A \omega^2}{m_r L} \int_0^d g(z) \cdot \varphi_m(z) dz$$

$$B = \frac{2\beta}{\pi} \int_0^d \sqrt{a^2 + b^2} U_0(z) \cdot \sin \psi \cdot \varphi_m(z) dz + \frac{2C_M \rho A l a n \omega}{m_r L} \int_0^d U_0(z) \cdot \cos \psi \cdot \varphi_m(z) dz -$$

$$- \alpha_3 \sum_n n F(m, n) a_n \sin \gamma_m - \frac{2\beta A \omega}{\pi} \int_0^d \sqrt{a^2 + b^2} g(z) \cdot \varphi_m(z) dz$$

$$C = \omega_m^2 - \omega^2 - \frac{2C_a \rho A \omega}{m_t L} \int_0^d \varphi_m(z)^2 dz \quad (4.17)$$

$$D = \frac{2\beta \omega^d}{\pi} \int_0^d \sqrt{a^2 + b^2} \varphi_m^2(z) dz$$

Burada

$a_m$  : Genlikleri,

$\gamma_m$  : Faz açılarını,

$A$  : Yüzey teknesinin surge hareketinin genliğini

ifade etmektedir.  $a$ ,  $b$  ve  $\beta$  ise aşağıdaki gibidir:

$$a = U_0(z) \cos \psi + a_m \omega \sin \gamma_m \varphi_m(z)$$

$$b = U_0(z) \sin \psi - g(z) A \omega - a_m \omega \cos \gamma_m \varphi_m(z) \quad (4.18)$$

$$\beta = \frac{C_D \rho D_e}{m_t L}$$

$a_m$  ve  $\gamma_m$  büyüklükleri (4.16) denkleminin her iki tarafında da olduğu için iteratif bir işlem gerekmektedir. Paydadaki sanal kısım ((4.17) denklemlerindeki D ifadesi) eşdeğer lineer hidrodinamik sönümdür.

(4.16) denkleminde,

$$a_m = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}}$$

$$\tan \gamma_m = \frac{BC - AD}{AC + BD} \quad (4.19)$$

elde edilir.

(4.16) ifadesindeki iterasyon işlemi,  $a$  ve  $\gamma$  değerleri yakınsayınca kadar devam ettirilir. Bulunan değerler, (4.15) denklemi ile (4.7) yerdeğiştirme denkleminde taşınarak yerdeğiştirmeler elde edilir.

Dinamik eğilme gerilmesi, (3.16)'ya benzer şekilde,

$$\sigma_e(z) = E \frac{D_0}{2} \left| \sum_m a_m \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 \sin\left( \frac{m\pi z}{L} \right) e^{i\gamma_m} \right| \quad (4.20)$$

elde edilir.

Maksimum ve minimum toplam gerilme de aşağıdaki ifadede bulunabilir:

$$\sigma_T(z) = \sigma_n(z) \pm \sigma_e(z) \quad (4.21)$$

### 4.3 Uzun Rayserler İçin Hesap

Rayserin hareket denklemi, boru içindeki çamurdan kaynaklanan iç sürtünme ve Coriolis etkilerinin dikkate alınmasıyla, (4.2) eşitliğine benzer olarak,

$$EIu'' - (T_e u')' - q_t u' + a u' + b u |u| + m u = 0 \quad (4.22)$$

şeklinde yazılabilir. Hidrodinamik kuvvetler dalga boyunun yarısı kadar bir derinlikten itibaren kayboldukları için, dalganın direnç ve atalet kuvvetleri gözönüne alınmamış, onun yerine yüzeyde dalgadan kaynaklanan surge hareketinin genliği ( $f$ ) sınır şartı olarak kullanılmıştır.

$q_t$ , sondaj çamurunun akışı nedeniyle borunun içinde oluşan birim boy düşen teğetsel sürtünme kuvvetidir.  $a$  ise;  $m_m$ ,  $v_m$  sırasıyla çamur kütlesi ve hızı olmak üzere aşağıdaki gibidir.

$$a = 2m_m v_m \quad (4.23)$$

Hidrodinamik direnç kuvveti  $f_d = c u$  ile lineer bir formda verilebilir. İfadede yer alan konuma bağlı  $c$  direnç katsayısı,

$$c(z) = 2m\omega_1 \left[ \xi_0 + \xi_1 \psi_1(z) \right] \quad (4.24)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada,  $\xi_0$  ve  $\xi_1$  sönüm parametreleridir ve dağılım fonksiyonu  $\psi_1$ ,

$$\psi_1(z) = \sqrt{\frac{T}{qd} + \frac{z}{d}} \quad (4.25)$$

ile verilir.  $T$ ,  $z = 0$  için gerdirme kuvvetidir.

Rayserin eğilme rijitliğinin ihmal edilmesi ve lineer hidrodinamik direnç kuvvetinin kullanılması ile, (4.22) eşitliği

$$-(T_e u')' - q_t u' + a u' + c u + m \ddot{u} = 0 \quad (4.26)$$

haline gelir. Çözüm fonksiyonunun

$$u(z, t) = dx^\nu w(Xx) e^{i\omega_n t} \quad (4.27)$$

şeklinde alınması ve tanımlanan

$$\begin{aligned} X &= 2\omega_n \sqrt{\frac{md}{q} \left(1 - 2i \frac{\xi_0}{n}\right)} \\ \nu &= \frac{1}{q} (-q_t + ia\omega_n) \\ \mu &= \frac{2i \frac{\xi_1}{n}}{1 - 2i \frac{\xi_0}{n}} \end{aligned} \quad (4.28)$$

kompleks sabitleri ile denklemin dönüştürülmesinde kullanılan

$$x(z) = \sqrt{\frac{T}{qd} + \frac{z}{d}} \quad (4.29)$$

reel değişkeniyle, (4.26) eşitliği

$$-(Xx)^2 w'' + Xxw' + - \left[ (1 - \mu x)(Xx)^2 - \nu^2 \right] w = 0 \quad (4.30)$$

formunu alır.  $n$  mod sayısını (titreşimin derecesini) göstermektedir.  $\bar{q}$  ise aşağıdaki gibidir :

$$\bar{q} = q - q_t \quad (4.31)$$

Gerekli düzenlemelerin yapılmasının ardından çözüm fonksiyonu,

$$u(z,t) = d \cdot x^v \frac{A \sin \left[ \frac{2x}{\mu} (1 - \mu x)^{3/2} \right]}{\left( \frac{2}{3\mu} \right)^{1/6} \sqrt{Xx} (1 - \mu x)^{1/4}} e^{i\omega_n t} \quad (4.32)$$

şeklinde belirlenir.

$$\begin{aligned} u(d,t) &= f e^{i\omega_n t} \\ u(0,t) &= 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

sınır şartlarının kullanımıyla rayser yerdeğiştirmesi,

$$u(z,t) = f \left( \frac{x}{x_1} \right)^{v-1/2} \left( \frac{1 - \mu x_1}{1 - \mu x} \right)^{1/4} \frac{\sin \left[ \frac{2X}{3\mu} [(1 - \mu x)^{3/2} - (1 - \mu x_0)^{3/2}] \right]}{\sin \left[ \frac{2X}{3\mu} [(1 - \mu x_1)^{3/2} - (1 - \mu x_0)^{3/2}] \right]} e^{i\omega_n t} \quad (4.34)$$

olarak elde edilir.  $x$  değişkenleri,

$$\begin{aligned} x(0) &= x_0 = \sqrt{\frac{T}{qd}} \\ x(d) &= x_1 = \sqrt{\frac{T}{qd}} + 1 \end{aligned} \quad (4.35)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

$$\omega_n = \frac{n\pi(x_0 + x_1)}{2} \sqrt{\frac{q}{md}} \quad (4.36)$$

ile verilen rayserin doğal frekansından (4.28) sabitler, çamurdan kaynaklanan iç sürtünme kuvveti ihmal edilerek ( $q_t = 0$ )

$$\begin{aligned}
X &= n\pi(x_0 + x_1)\sqrt{1 - 2i\frac{\xi_0}{n}} \\
v &= i\frac{n\pi(x_0 + x_1)}{2}\frac{a}{\sqrt{qmd}} \\
\mu &= \frac{2i\frac{\xi_1}{n}}{1 - 2i\frac{\xi_0}{n}}
\end{aligned} \tag{4.37}$$

şeklinde yazılabilir.  $\xi_0$  ve  $\xi_1$  sönüm parametreleri;  $n$  mod sayısı,  $\delta$  parametresi ve  $ff_u$  cinsinden oluşturulmuş grafiklerden hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned}
\delta &= \frac{x_0}{x_1} = \sqrt{\frac{T}{T + qd}} \\
f_u &= \frac{9}{\pi(1 + \sqrt{\delta})} \frac{m}{nb}
\end{aligned} \tag{4.38}$$

$f_u$  surge genliğinin boyutsuzlaştırılması için kullanılan bir karşılaştırma değeridir. Konuma göre değişmeyen sönüm için ( $\xi_1 = 0$ ), (4.34) çözümü,

$$u(z, t) = f\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\nu-1/2} \frac{\sin[X(x - x_0)]}{\sin[X(x_1 - x_0)]} e^{i\omega_p t} \tag{4.39}$$

şeklini alır. Burada, sınır geçiş durumu için

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{(1 - \mu x)^{3/2}}{\mu} = \frac{3}{2} x \tag{4.40}$$

olmaktadır. Kompleks sayılar için geçerli olan

$$\begin{aligned}
\sin(a + ib) &= \sin a \cosh b + i \cos a \sinh b \\
a + ib &= \sqrt{a^2 + b^2} e^{i\theta} \\
\theta &= \arctan(b/a)
\end{aligned} \tag{4.41}$$

ifadeleri kullanılarak, genlik ve faz açısı hesaplanabilir.

$$u(z,t) = r(z) \cos[\omega_n(t) + \phi(z)] \quad (4.42)$$

harmonik çözümü kabul edilmektedir. Eğilme gerilmesinin hesaplanması için eğrilik genliği  $k(z)$  belirlenirken, yerdeğiştirmenin iki kez türevinden ve ortaya çıkan  $r(z)$  genlik ve  $\phi(z)$  faz fonksiyonlarının kullanımından kaçınmak için aşağıda sunulan yol takip edilmiştir:

$T_e' = q$  ve  $q_t = \phi$  eşitlikleri göz önüne alınarak (4.26) ifadesi,

$$T_e u'' = -qu' + au' + cu + mü \quad (4.43)$$

şeklinde yazılabilir ve (4.42) çözümünün (4.43) eşitliğinin sağ tarafında kullanılmasından sonra ortaya çıkan ifadenin maksimumunun alınması ve küçük değerlerin ihmalıyla,

$$T_e k(z) = |qr' + \omega_n^2 mr| \quad (4.44)$$

elde edilir. Burada, genlik fonksiyonu, genlik fonksiyonunun birinci türevi, ilk relatif maksimumun deniz dibine göre konumu ( $z_2$ ) ve gerekli olan değişkenler,

$$\begin{aligned} r &= r_2 \sqrt{\frac{x_2}{x}} \sin(n\pi v) \\ r' &= r_2 \sqrt{x_2} \frac{1}{d} \left[ \frac{n\pi}{2(x_1 - x_0)} \frac{\cos(n\pi v)}{x\sqrt{x}} - \frac{\sin(n\pi v)}{4x^2\sqrt{x}} \right] \\ z_2 &= d(x_2^2 - x_0^2) \\ x_2 &= x_0 + \frac{x_1 - x_0}{2n} = (\delta + (1 - \delta)/2n)x_1 \\ v &= \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \end{aligned} \quad (4.45)$$

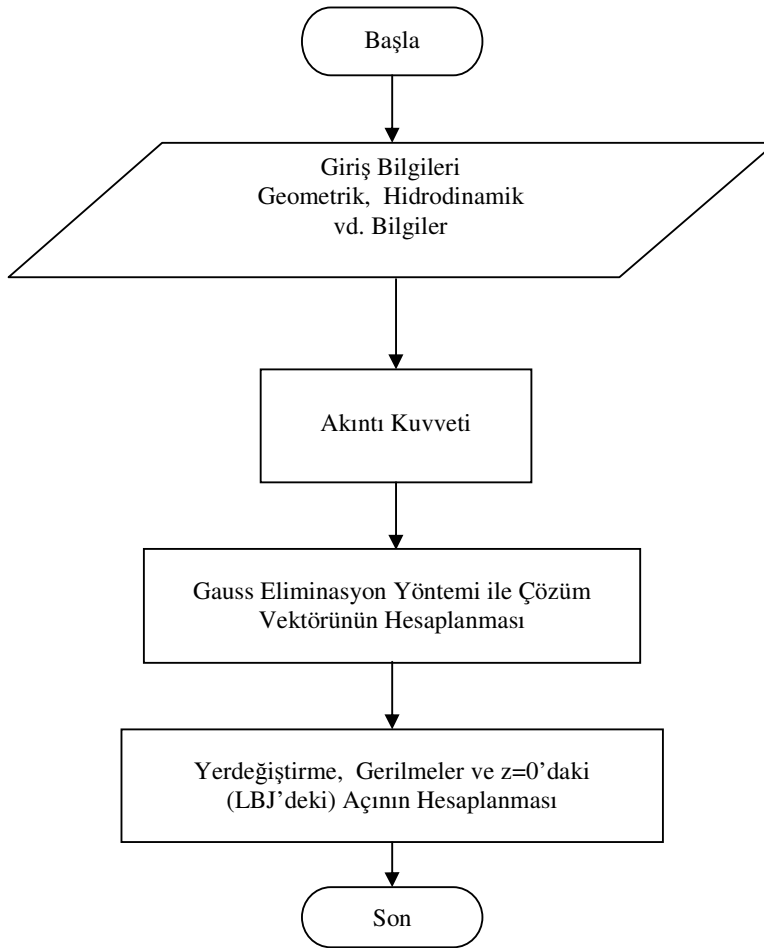
şeklinde verilmiştir.  $r_2$ , ilk relatif maksimum noktasındaki genlik değeridir. Sonuçta, (4.44) eşitliğinden elde edilen  $k(z)$  değeri kullanılarak rayserde meydana gelen eğilme gerilmeleri hesaplanır:

$$\sigma_e = \frac{1}{2} EDk \quad (4.46)$$

## 5. SAYISAL UYGULAMALAR

### 5.1 Kısa Rayserler İçin Statik bir Örnek

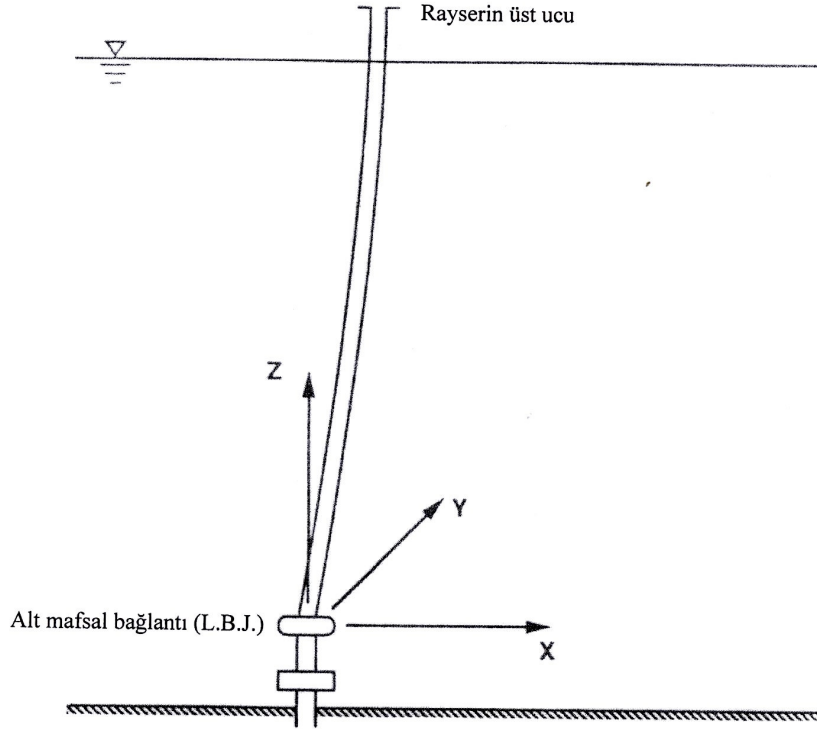
Rayserin yerdeğiştirmesinin, sakin su seviyesinde maksimum olmak üzere yana kayma ile derinlik boyunca doğru orantılı bir rijit yerdeğiştirme bileşeni ile harmonik yerdeğiştirme bileşenlerinden oluştuğu varsayılarak, rayserin akıntı kuvveti etkisi



Şekil 5.1 : Statik analize ait programın akış diyagramı

altındaki davranışı incelenmektedir. Önce, yerdeğiştirmeye ait yaklaşım fonksiyonu ve türevleri yönetici diferansiyel denklemde yerlerine konmakta, sonra ortogonalite özelliği kullanılmaktadır. Ortaya çıkan ifadeler matris haline getirilerek çözüm vektörü Gauss Eliminasyon Yöntemi ile elde edilmektedir. Pascal dilinde hazırlanan bilgisayar programının akış diyagramı Şekil 5.1’de verilmektedir.

Rayserin (3.5) ve (3.7) denklemleri ile verilen sınır koşulları kullanılarak yönetici denklemin çözümü için; geometrik, kinematik ve hidrodinamik büyüklüklere ait kabuller yapılmalıdır. Burada, rayserin geometrik ve hidrodinamik büyüklükleri sabit olarak alınmaktadır:  $D_0(z) = D_0$ ,  $A_0(z) = A_0$ ,  $A_i(z) = A_i$  ve  $C_D(z) = C_D$ . Araştırmacıların test etmesi için önerilen Amerikan Petrol Enstitüsü (API) tarafından yayınlanmış Deniz Rayseri Karşılaştırması’ndaki veriler kullanılmaktadır. API Bülteni’nde 500-0-1 olarak tasarlanmış olan ve Şekil 5.2’de verilen bu konvansiyonel tipte rayserin verileri Tablo 5.1’de sunulmaktadır [1,29].



Şekil 5.2 : API Bülteni’ndeki konvansiyonel rayserin şeması [1].

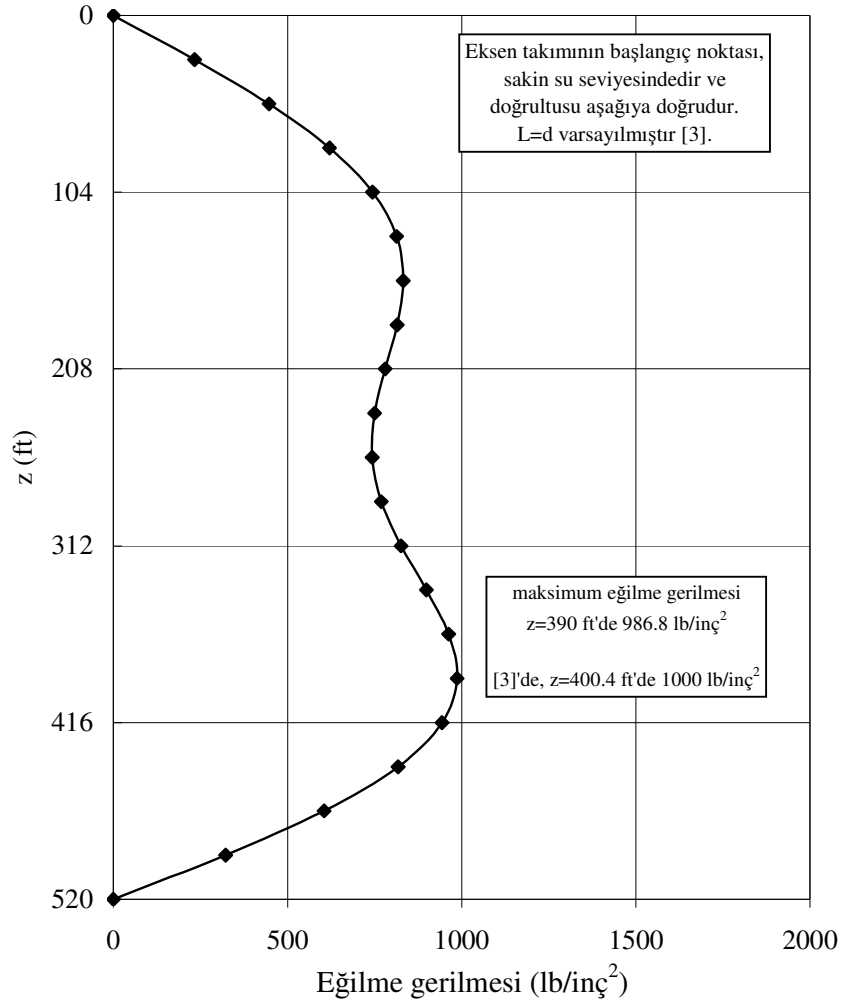
Eksen takımı, Şekil 5.2'deki gibi aşağıdaki mafsal bağlantıya (LBJ'ye) yerleştirilmiştir. Tablodaki veriler kullanılarak, rayser boyu 158.496 m hesaplanmıştır. Rayser boyu,  $d_h=7.5474$  m uzunluklu 21 aralığa bölünmüştür. Rayserin, sürekli bir eleman olduğu düşünülerek, alt mafsal bağlantıdaki eksen takımı başlangıcından rayserin tepesine doğru numaralandırılmıştır. Düğüm

**Tablo 5.1:** API test durumu için veriler [1,29]

Ortalama deniz seviyesinden rayser destek halkasına uzaklık.....	15.24 m
Deniz yatağından LBJ'ye uzaklık.....	9.144 m
Su derinliği.....	152.4 m
Rayserin dış çapı.....	0.4064 m
Rayserin iç çapı.....	0.3747 m
Rayserin elastisite modülü.....	$2.07 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>
Rayserin bağlantılarıyla birlikte birim boy başına kütlesi.....	256.59 kg/m
Rayserin tepesindeki gerdirme kuvveti ( $T_1$ ).....	533.7866 kN
Deniz suyu yoğunluğu.....	1025.18 kg/m <sup>3</sup>
Çamur yoğunluğu.....	1438.46 kg/m <sup>3</sup>
Direnç katsayısı( $C_D$ ).....	0.7
Kütle katsayısı( $C_M$ ).....	1.5
Efektif hidrodinamik çap.....	0.6604 m
Yüzeydeki akıntı hızı.....	0.2574 m/s
(LBJ'de sıfır olacak şekilde lineer olarak değişmektedir.)	
Yüzey teknesinin statik yana kayması.....	4.572 m
Dalga yüksekliği.....	6.1 m
Dalga periyodu.....	9 s
Tekne surge genliği.....	0.61 m
Tekne surge faz açısı.....	15 <sup>0</sup>

noktasının sakin su yüzeyine denk gelmesi için, rayser boyu 158.4954 m ve rayserin su içindeki boyu (hesaplama d olarak adlandırılmıştır) 143.256 m yerine 143.4006 m alınmıştır.

Hazırlanan bilgisayar programının doğruluğunun kontrolü için aşağıdaki çalışma yapılmıştır. Kirk vd., bu rayserin statik analizini, gerdirme kuvveti oranı (tepedeki gerdirme kuvvetinin rayserin sudaki ağırlığına oranı) 1.95 olarak ( $T_1 = 192700 \text{ lb}$ ) yapmışlardır[3]. İngiliz birim ölçüleri kullanılarak yapılan bu incelemede, ayrıca şu farklılıklar alınmıştır :  $L=d=520 \text{ ft}$ ,  $C_D = 1.1$  ve  $C_a = 1.0$ . Anılan çalışmada, eksen takımının başlangıcı, sakin su yüzeyine yerleştirilmiş ve yönü aşağı doğrudur. Maksimum eğilme gerilmesi, derinliğin % 77'sinde (sakin su yüzeyinden aşağıya doğru 400.4 ft oluyor)  $\pm 1000 \text{ lb/inç}^2$  olarak sunulmuştur.



**Şekil 5.3 :** [3] verilerine göre bu çalışmada hesaplanan eğilme gerilmesi

Bu çalışmada, rayser boyu 20 eşit uzunluğa ( $dh=26$  ft) bölünerek ve aynı veriler ve eksen takımı kullanılarak yapılan hesaplamada, maksimum eğilme gerilmesi, 390 ft'e denk gelen düğüm noktasında (sakin su seviyesinden aşağıya derinliğin % 75'inde)  $986.80 \text{ lb/inç}^2$  değeri hesaplandı (Şekil 5.3). Bir sonraki düğüm noktası 416 ft'dedir. Bu değerler [3]'deki sonuçlara çok yakındır ( $400.4 \text{ ft}$ 'te  $1000 \text{ lb/inç}^2$ ) ve Tablo 5.2'de de karşılaştırılmaktadır.

**Tablo 5.2:** Statik analiz sonuçlarının [3]'deki sonuçlar ile karşılaştırılması

	[3]'deki sonuç	Bu çalışmadaki sonuç
Maksimum eğilme gerilmesi	$1000 \text{ lb/inç}^2$	$986.8 \text{ lb/inç}^2$
Maksimum eğilme gerilm.yeri	$400.4 \text{ ft}$	$390 \text{ ft}$

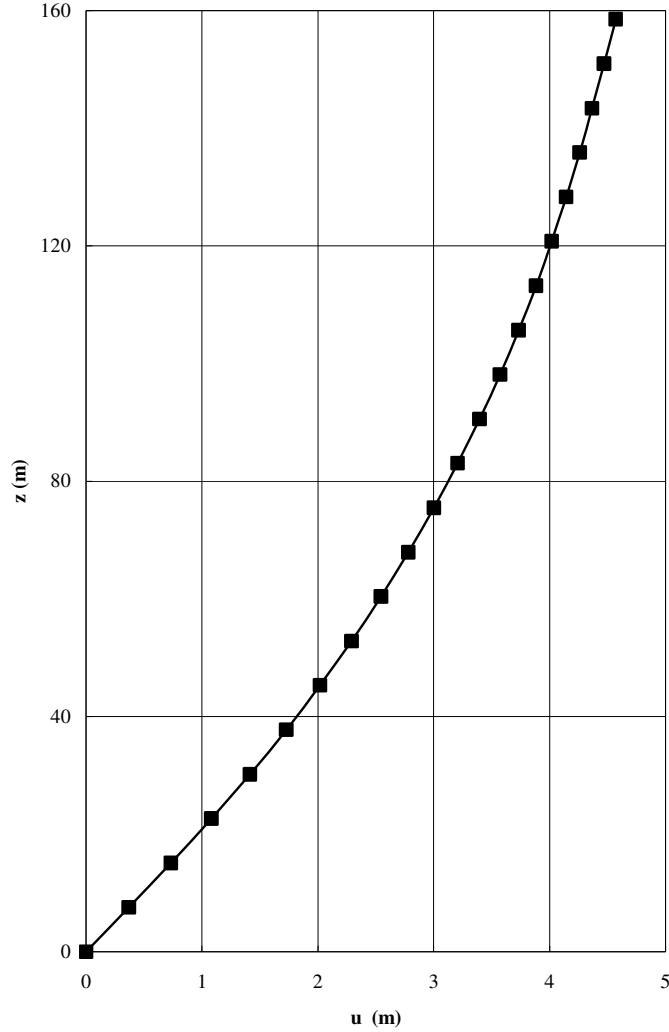
Sonra, metrik birim sistemi ve bu çalışmada seçilen eksen takımında ( $z=0$  seviyesi rayserin alt ucunda) yapılan hesaplamada, maksimum eğilme gerilmesi,  $z=37.737$  m'de (sakin su seviyesinden aşağıya derinliğin % 76.2'sinde)  $6.78 \text{ N/mm}^2$  ( $983.35 \text{ lb/inç}^2$ ) olarak hesaplanmıştır.

Daha sonra, Tablo 5.1'deki API verileri kullanılarak, yana kayma ve akıntı etkisi altında hesaplanan rayserin statik yerdeğiştirmesi Şekil 5.4'te verilmektedir. Burada gerdirme oranı 1.164'tür.

Hesaplama, (3.11) denkleminin ikinci teriminde bulunan toplam içindeki  $n=15$  harmonik bileşen gözönüne alınmaktadır.  $n=4$  sonrasındaki harmonik yerdeğiştirme bileşenleri mutlak değer olarak 3 mm'den daha azdır ve  $n=6$  sonrasındaki yerdeğiştirme bileşenleri mutlak değer olarak 1 mm'den daha azdır. Eğilme gerilmesi hesabında ise,  $n=11$  sonrasındaki bileşenlerin değerleri  $0.10 \text{ N/mm}^2$ 'den daha azdır. Bu verilere dayanarak ve dinamik hesapla uyumlu olması için  $n=15$  olarak seçilmiştir.

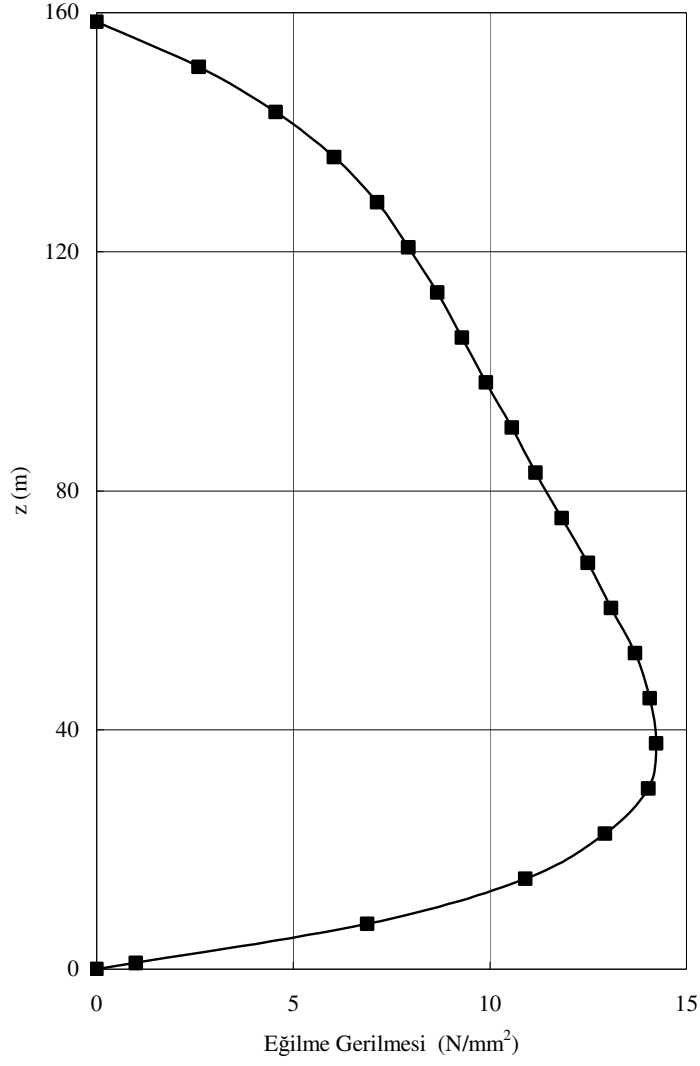
Sonuçlar, API Bülteni'ndeki sonuçlarla karşılaştırılmaktadır. API tarafından statik sonuçlarda 500-0-1 olarak anılan rayserin  $z=0$ 'da (LBJ'de) dikeyle yaptığı açının değeri; API bülteninde ortalama olarak 2.94 derecedir. Bu çalışmada, açı 2.83 derece olarak bulunmuştur. API'nin ortalama hesabında kullanılan minimum ve

maksimum değerler, verilen ortalama ve aralık değerleri gözönüne alınarak hesaplanırsa, bu açı değeri için aralık 2.83-3.06 derecedir.



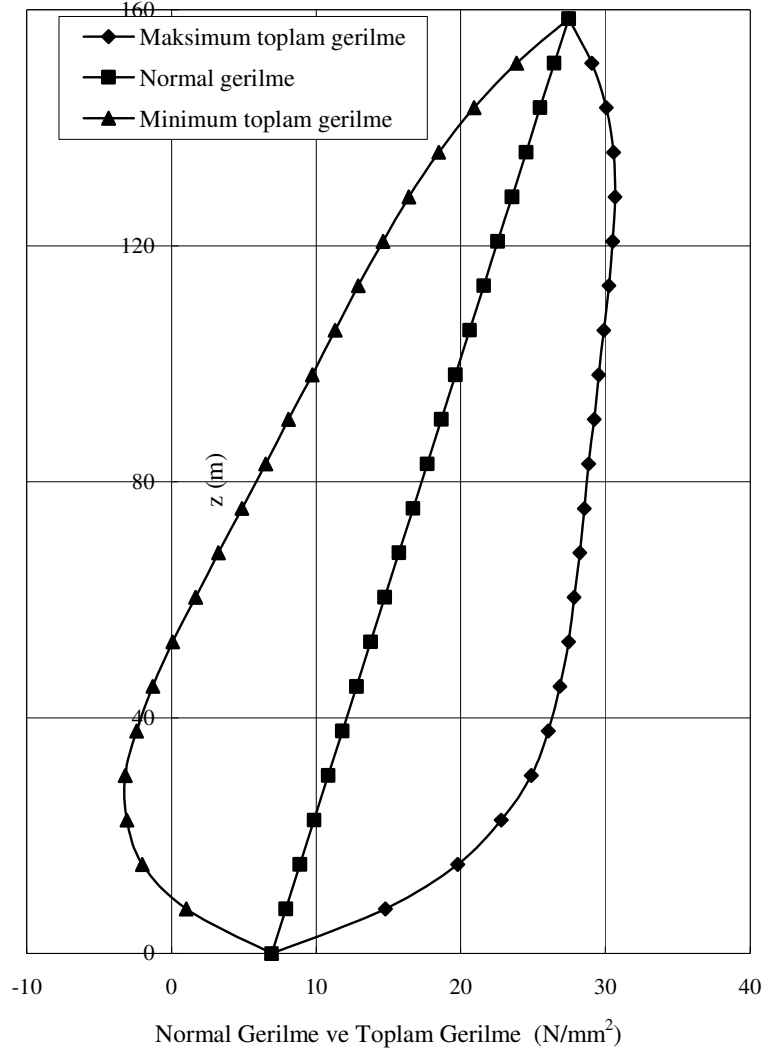
**Şekil 5.4 :** Rayserin statik haldeki yerdeğiştirilmesi

API'nin ortalama maksimum eğilme gerilmesi  $17.44 \text{ N/mm}^2$  (2.53 ksi) değerindedir ve yeri  $z=0$ 'dan (LBJ'den) 33.83 m (111 ft) yukarıdadır. Yapılan hesaplamada, maksimum eğilme gerilmesi 6 nolu düğüm noktasında ( $z=37.74 \text{ m}$ , (123.8 ft))  $14.23 \text{ N/mm}^2$  olarak bulunmuştur (Şekil 5.5). API verilerine göre aralık ise,  $16.41\text{-}18.47 \text{ N/mm}^2$  'dir. Hesaplanan değer minimum değerden % 15.3 daha azdır.



**Şekil 5.5 :** Rayserde oluşan statik eğilme gerilmesi (API 500-0-1)

Eğilme gerilmesi ile normal gerilmenin toplamından oluşan toplam gerilmenin maksimum değeri API ortalamasında  $29.92 \text{ N/mm}^2$  (4.34 ksi) iken, yapılan hesaplamada, maksimum toplam gerilme 18 nolu düğüm noktasında ( $z=128.31 \text{ m}$ )  $30.67 \text{ N/mm}^2$  olarak bulunmuştur. Maksimum toplam gerilmenin yeri API bülteninde verilmemiştir.



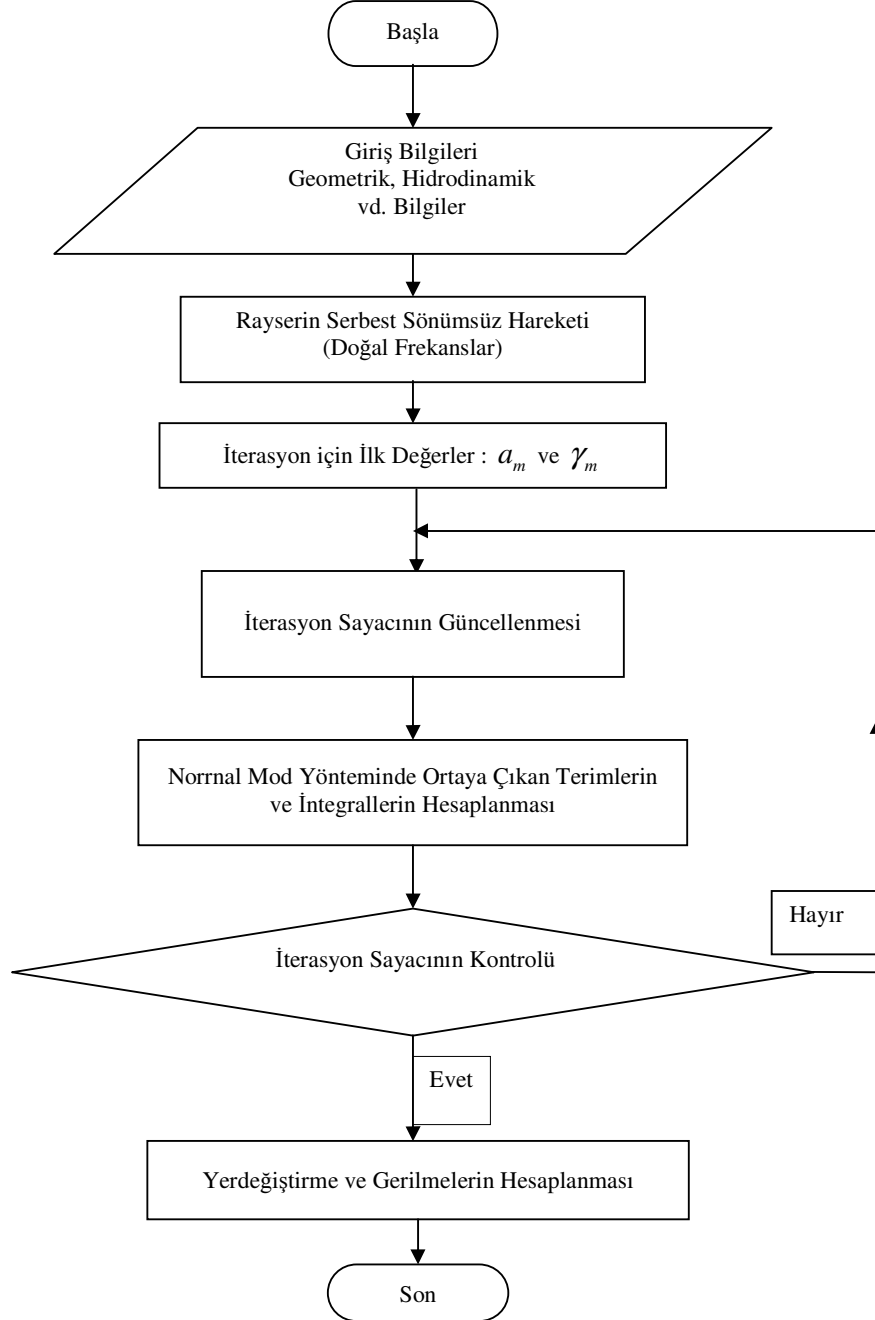
**Şekil 5.6 :** Normal gerilme ve minimum ve maksimum toplam gerilmeler

Rayserde oluşan normal gerilme, maksimum toplam gerilme ve minimum toplam gerilme Şekil 5.6’da verilmiştir. Maksimum ve minimum toplam gerilme değerleri, her düğüm noktasındaki eğilme gerilmesi değerleri normal gerilme değerlerine eklenerek veya çıkarılarak hesaplanmaktadır.

Elde edilen sonuçların, karşılaştırılan büyüklüklere ait sayısal sonuçlarla yaklaşık olarak uyumlu olduğu görülmektedir.

## 5.2 Kısa Rayserler İçin Dinamik Bir Örnek

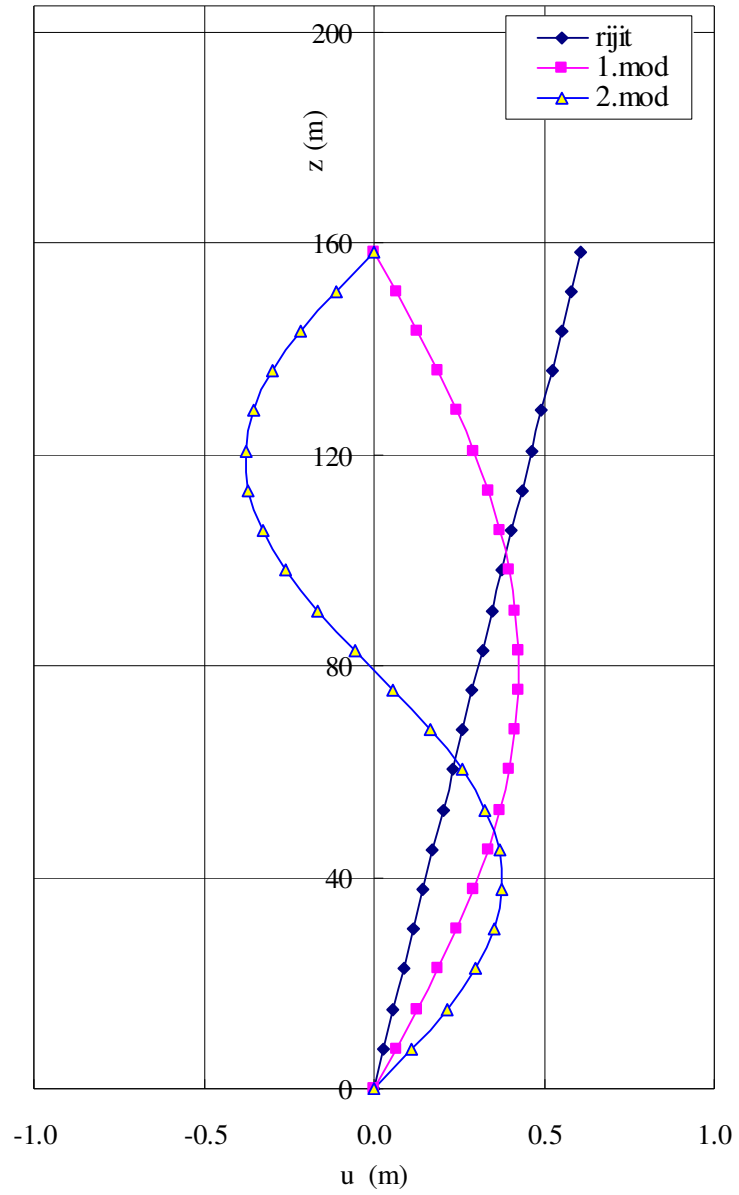
Frekans domeni normal mod yöntemi kullanılarak, rayserin dalga ve teknenin surge hareketinden kaynaklanan zorlamalara verdiği cevap bulunmaktadır. Raysere etkileyen hidrodinamik kuvvetler, Morison formülü ile hesaplanmaktadır. İteratif işlem kullanılarak, rayserin yatay yerdeğiştirmesi ve eğilme gerilmesi elde edilmektedir.



Şekil 5.7 : Belli bir frekans değerindeki dinamik analiz için akış diyagramı ( $\omega \neq 0$ )

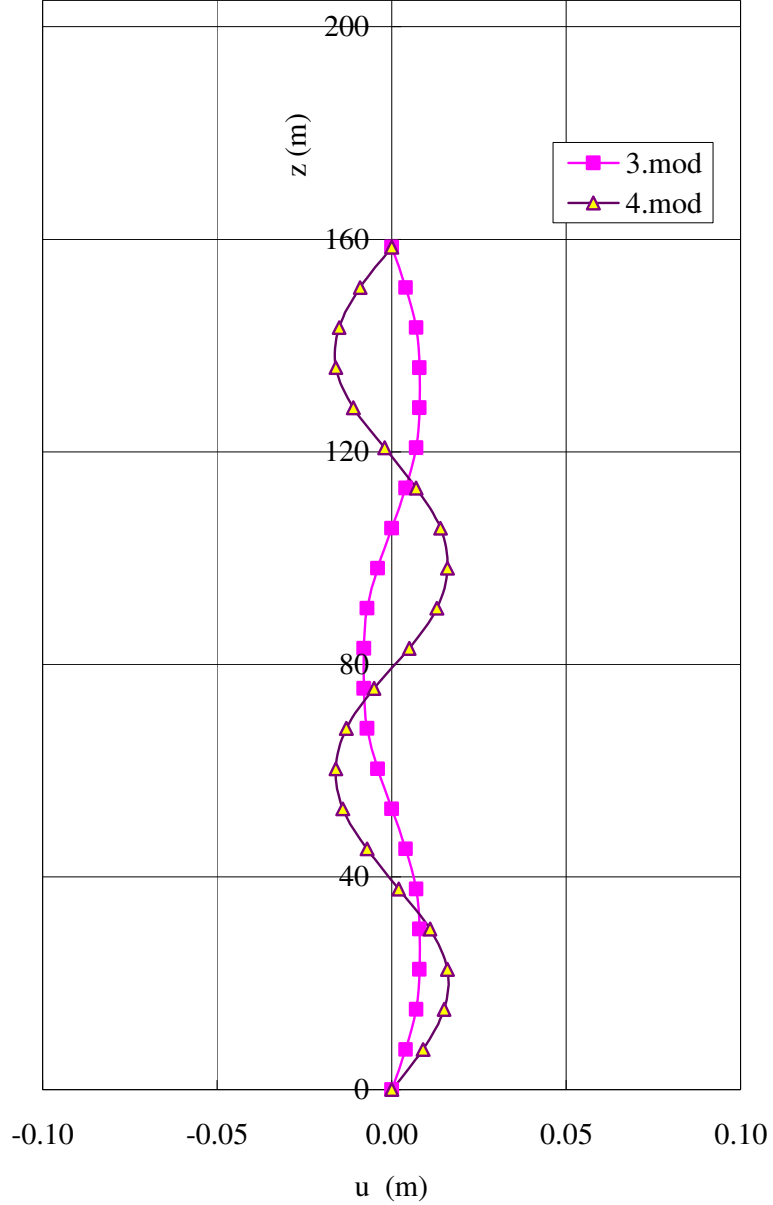
(4.7) denklemi ile verilen yaklaşım fonksiyonunda, yine rijit ve harmonik yerdeğiştirme bileşenleri bulunmaktadır. Derinlikle değişen rijit ve harmonik surge yerdeğiştirmesine, yapının  $n=15$  doğal frekansındaki harmonik yerdeğiştirme bileşenleri eklenmektedir.

Yukarıda anlatılmış cözüm işlemi, Pascal dilinde yazılmış bir bilgisayar programı ile yerine getirilmektedir. Programın akış diyagramı Şekil 5.7’de verilmektedir.



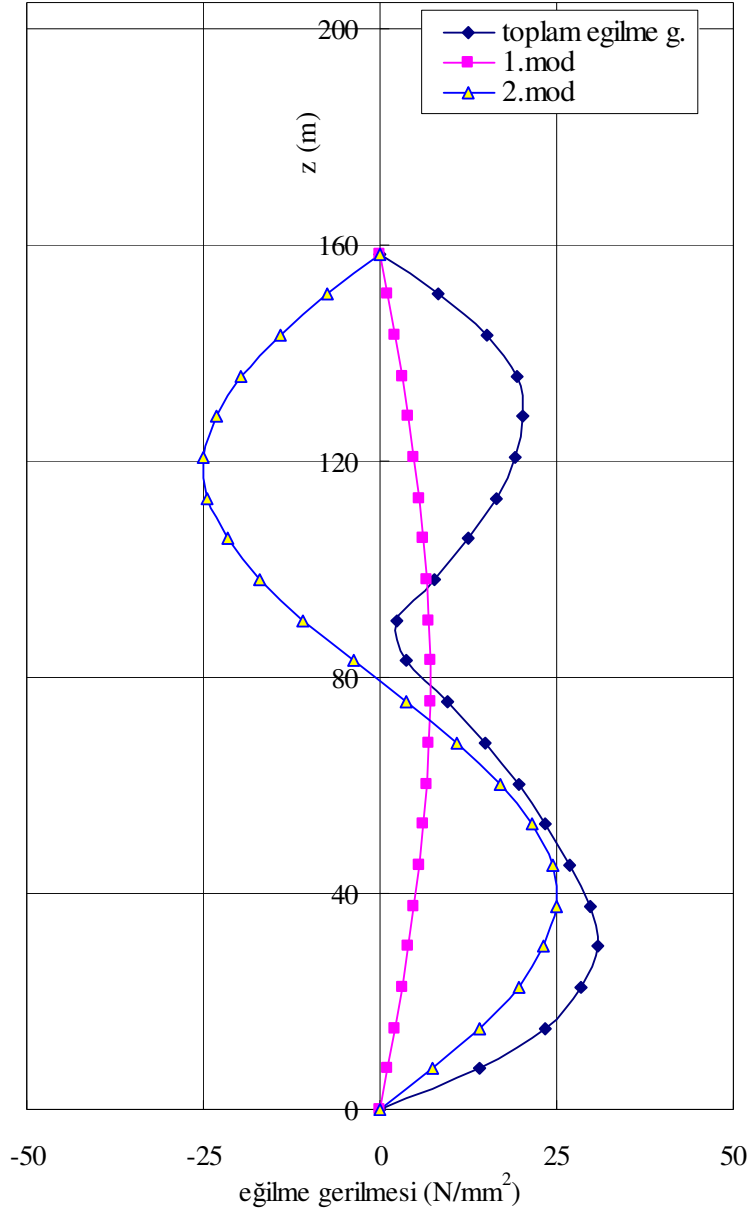
**Şekil 5.8 :** Yerdeğiştirmenin rijit hareketi ve 1. ve 2. modları ( $\omega_1=0.526$  rd/sn,  $\omega_2=1.186$  rd/sn)

Tablo 5.1’de verilen rayserin bilgileri girilerek sonuçlar elde edilmiştir. Hesapta, (4.7) denkleminde bulunan  $n=15$  mod gözönüne alınmaktadır. Rayserin ilk dört doğal periyodu sn olarak sırasıyla, 11.95, 5.30, 3.04 ve 1.95 olarak hesaplanmıştır. İlk dört moda ait yerdeğiştirme ve eğilme gerilmesinin derinlikle değişimi Şekil 5.8-5.11’de verilmektedir.



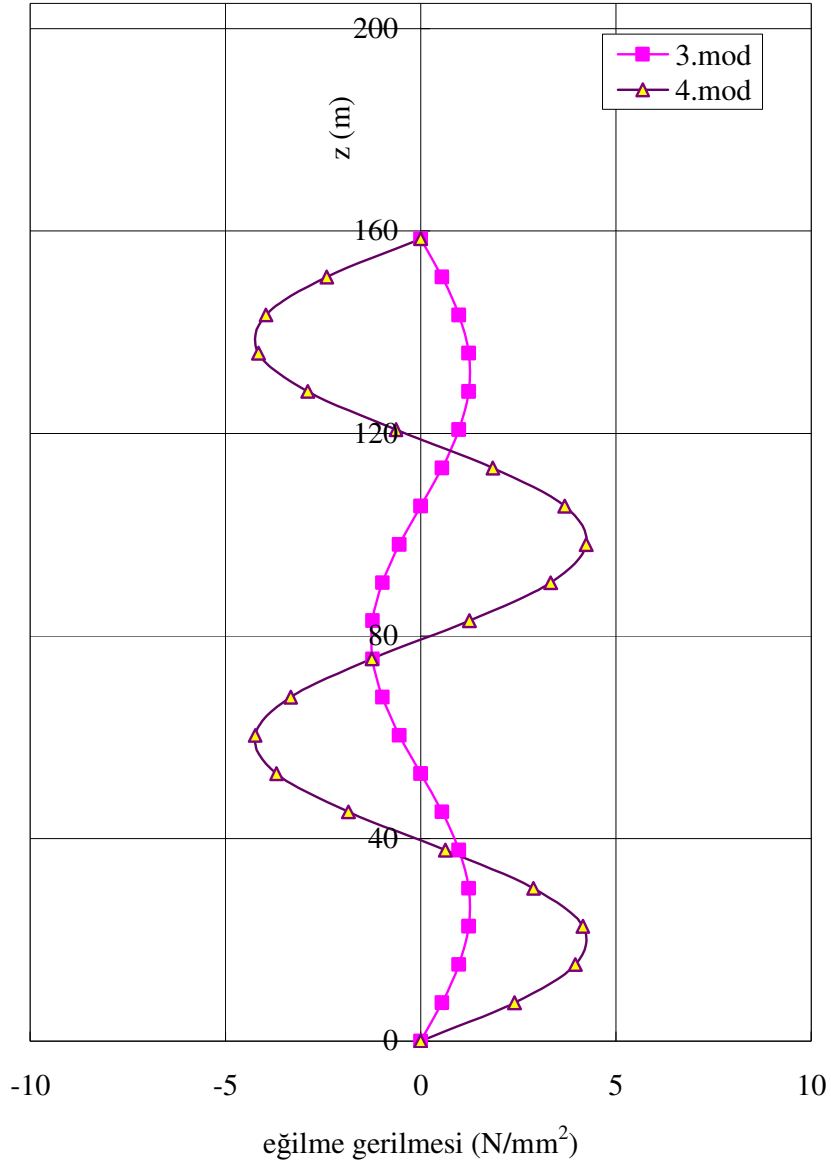
**Şekil 5.9 :** Yerdeğiştirmenin 3. ve 4. modları ( $\omega_3=2.070$  rd/sn,  $\omega_4=3.227$  rd/sn)

Yerdeğiştirmede ilk iki mod, yapının davranışında egemendir. 4. moddan sonraki modların yerdeğiştirme bileşenleri mutlak değer olarak 4 mm'den daha azdır ve 6. moddan sonraki modların yerdeğiştirme bileşenleri mutlak değer olarak 1 mm'den daha azdır.



**Şekil 5.10 :** Eğilme gerilmesinin tamamı ve 1. ve 2. modları ( $\omega_1=0.526$  rd/sn,  $\omega_2=1.186$  rd/sn)

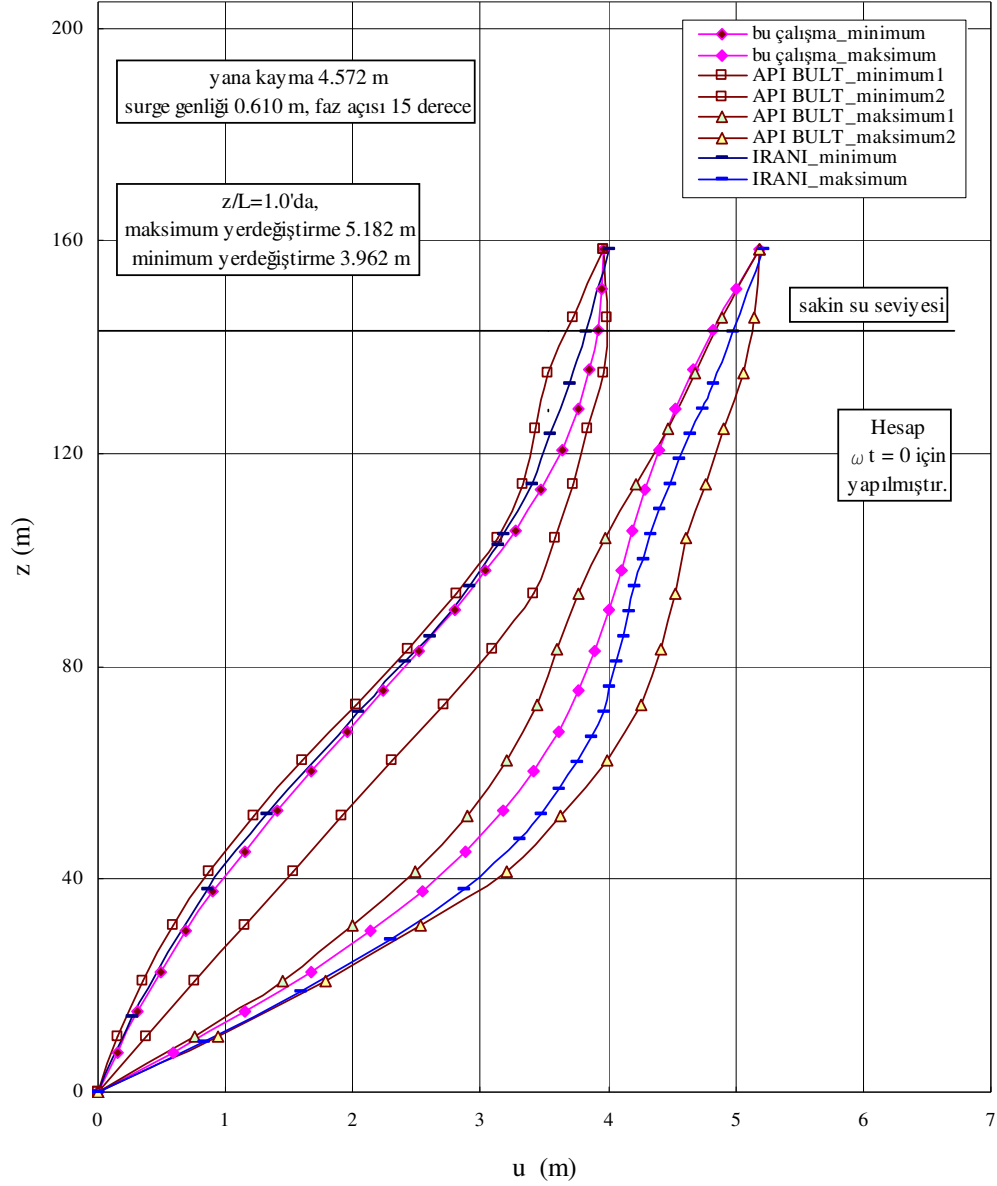
Eğilme gerilmesinde ise ilk dört mod, yapının davranışında egemendir. Eğilme gerilmesi hesabında ise, 13. moddan sonraki bileşenlerin değerleri  $0.10 \text{ N/mm}^2$  'den daha azdır. Bu nedenlerle, hesaplar 15 modlu olarak yapılmıştır.



**Şekil 5.11 :** Eğilme gerilmesinin 3. ve 4. modları ( $\omega_3=2.070 \text{ rd/sn}$ ,  $\omega_4=3.227 \text{ rd/sn}$ )

Dinamik hesap sonuçları statik analiz sonuçlarıyla birleştirilerek, referans [1] ve [29] sonuçlarıyla karşılaştırmada kullanılmaktadır. Rayserin derinlik boyunca olan minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri Şekil 5.12'de verilmektedir. Minimum

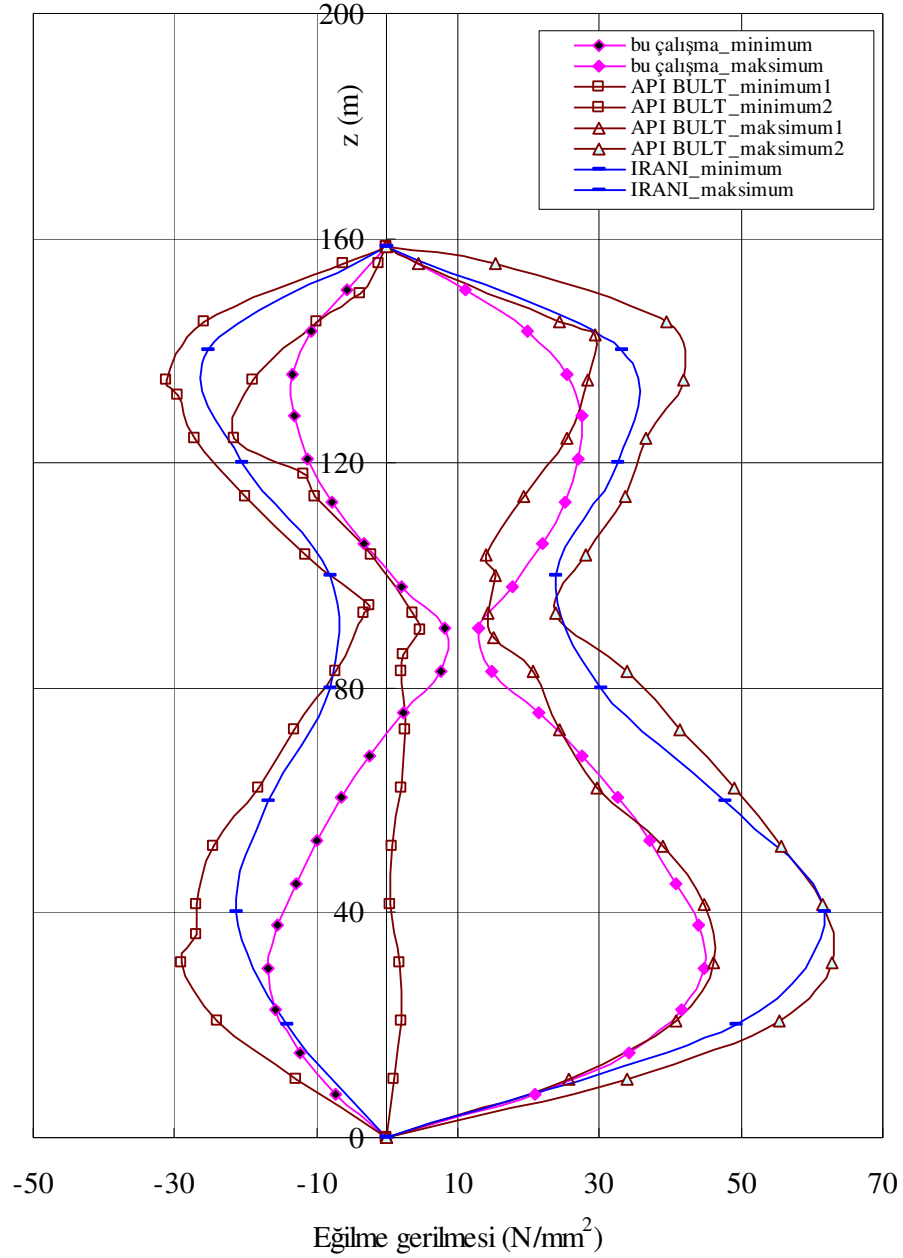
değerler, statik yerdeğiştirmeden frekans domeni hesaplarındaki değerlerin çıkarılması ile, maksimum değerler ise, statik hesaptaki değerin frekans domenindeki değere toplanması ile hesaplanmaktadır.



Şekil 5.12 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri

Rayserin derinlik boyunca olan minimum ve maksimum eğilme gerilmeleri değerleri bir zarf eğrisi şeklinde çizilmektedir. Maksimum değerler, statik ve frekans domeni

hesaplarındaki değerlerin toplanması ile, minimum değerler ise, statik hesaptaki değerden frekans domenindeki değerin çıkarılması ile hesaplanmaktadır (Şekil 5.13).

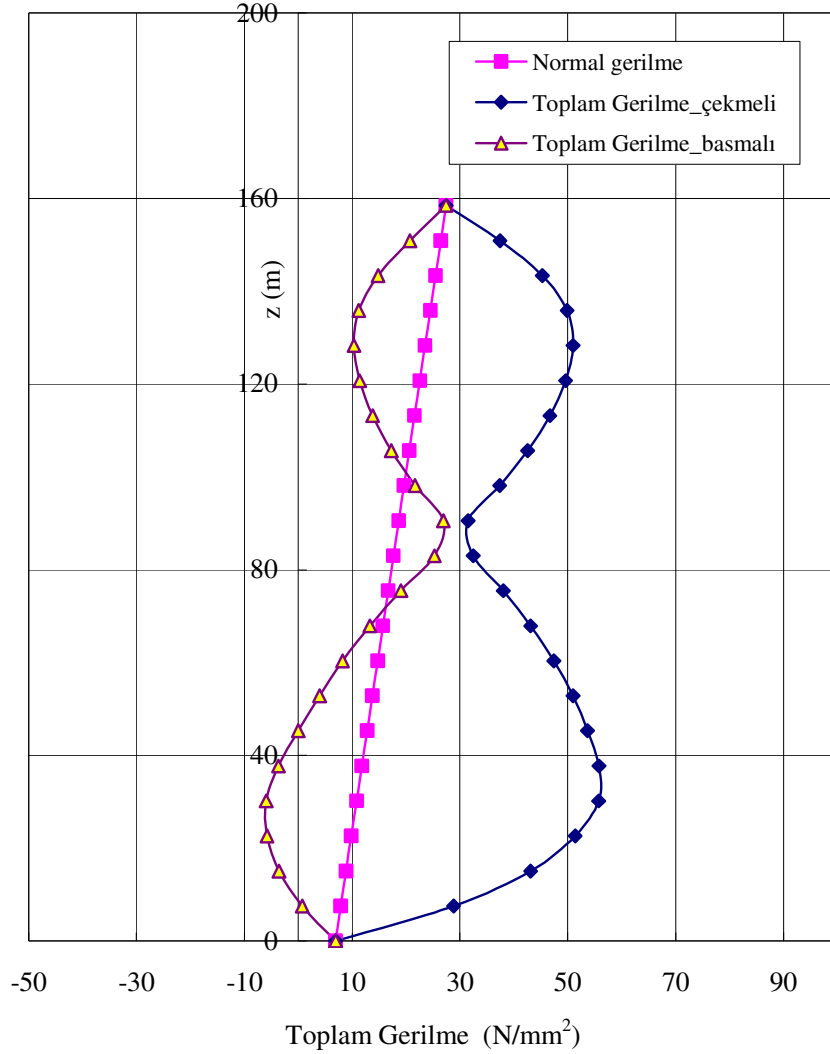


**Şekil 5.13 :** Rayserde oluşan minimum ve maksimum eğilme gerilmeleri

Maksimum eğilme gerilmesindeki maksimum değer,  $z=0.19L$ 'de (30.19 m'de) 44.87 N/mm<sup>2</sup> olarak hesaplanmıştır.

Bu çalışmadaki sonuçlar, Şekil 5.12 ve 5.13’de, API bültenindeki minimum ve maksimum bantları [29] ve Irani [1] sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, diğer iki çalışmanınkiler ile bir uyum sağlamaktadır.

Rayserde oluşan normal gerilme ve toplam gerilme değerleri Şekil 5.14’te verilmiştir. Maksimum toplam gerilme, Şekil 5.13’de bahsedilen maksimum eğilme gerilmesi değerleri ile normal gerilme değerlerinin toplanmasıyla bulunmaktadır.



**Şekil 5.14 :** Rayserde oluşan normal gerilme ve toplam gerilmeler

Minimum toplam gerilme ise, Şekil 5.13’te bahsedilen minimum eğilme gerilmesi değerleri normal gerilme değerlerinden çıkarılarak elde edilmektedir.

Maksimum normal gerilme,  $z=L$ 'de  $27.45 \text{ N/mm}^2$  olarak hesaplanmıştır. Toplam gerilmenin maksimum değeri ise  $z=0.238L$ 'de ( $37.74 \text{ m.}'de$ )  $55.78 \text{ N/mm}^2$ 'dir.

### 5.3 Parametrik Çalışmalar

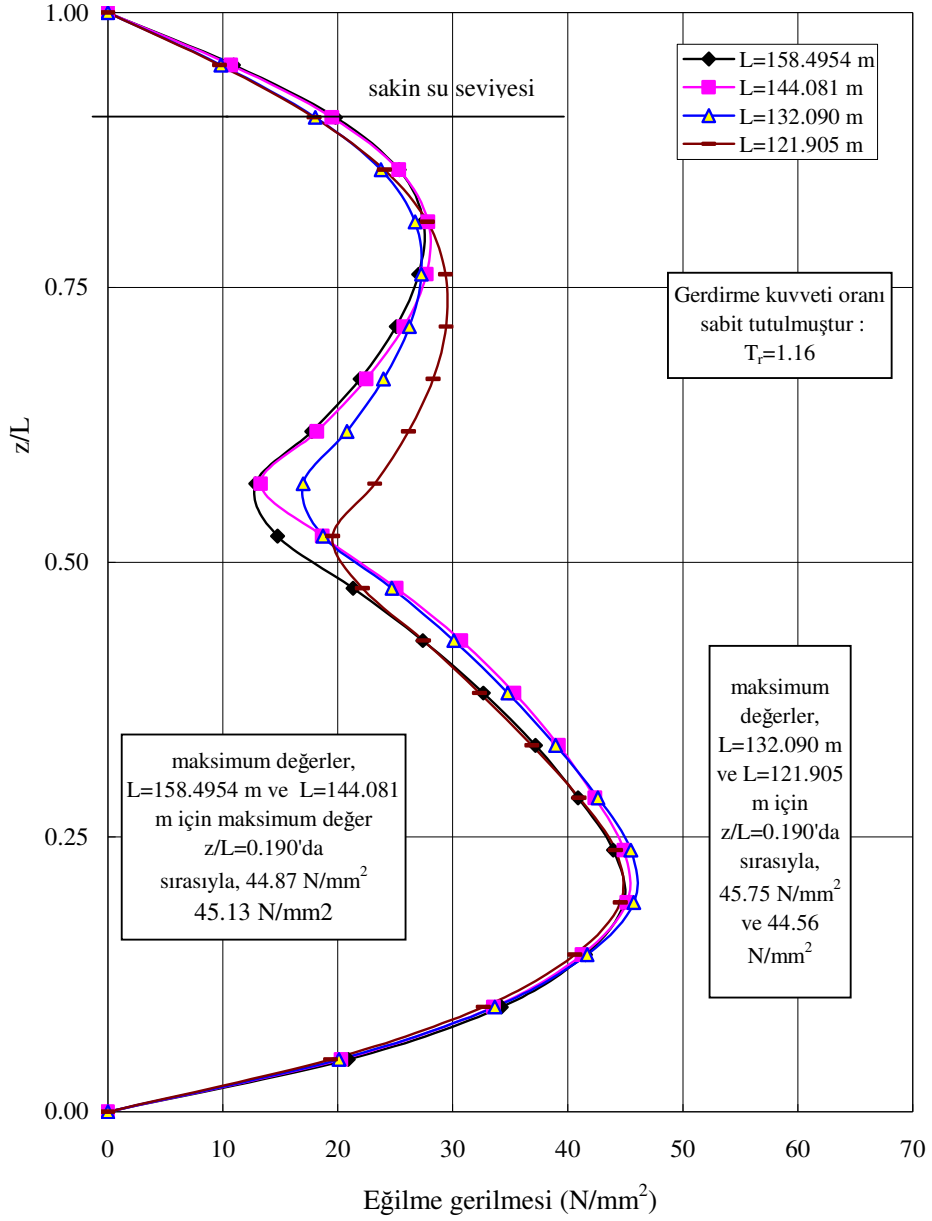
Rayser boyu, raysere uygulanan gerdirme kuvveti, rayserin dış çapı ve rayserin et kalınlığı parametre olarak alınmaktadır. Boy parametresine göre yapılan hesaplarda, gerdirme kuvveti oranı sabit tutulmuştur. Gerdirme kuvveti parametresine göre yapılan hesaplarda, sadece bu büyüklük değişken olarak alınmış, diğer büyüklükler sabit tutulmuştur. Çap ve et kalınlığı parametrelerine göre yapılan hesaplarda ise, benzerlik bağıntısı kurularak birim boy başına rayser kütlesi birinci duruma göre değişken olarak hesaplanmaktadır.

Derinlik rayser boyu ile boyutsuzlaştırılarak, yerdeğiştirmeler ve gerilmeler bu boyutsuz derinlik kullanılarak çizilmiştir.

#### 5.3.1 Rayser Boyu Parametresi

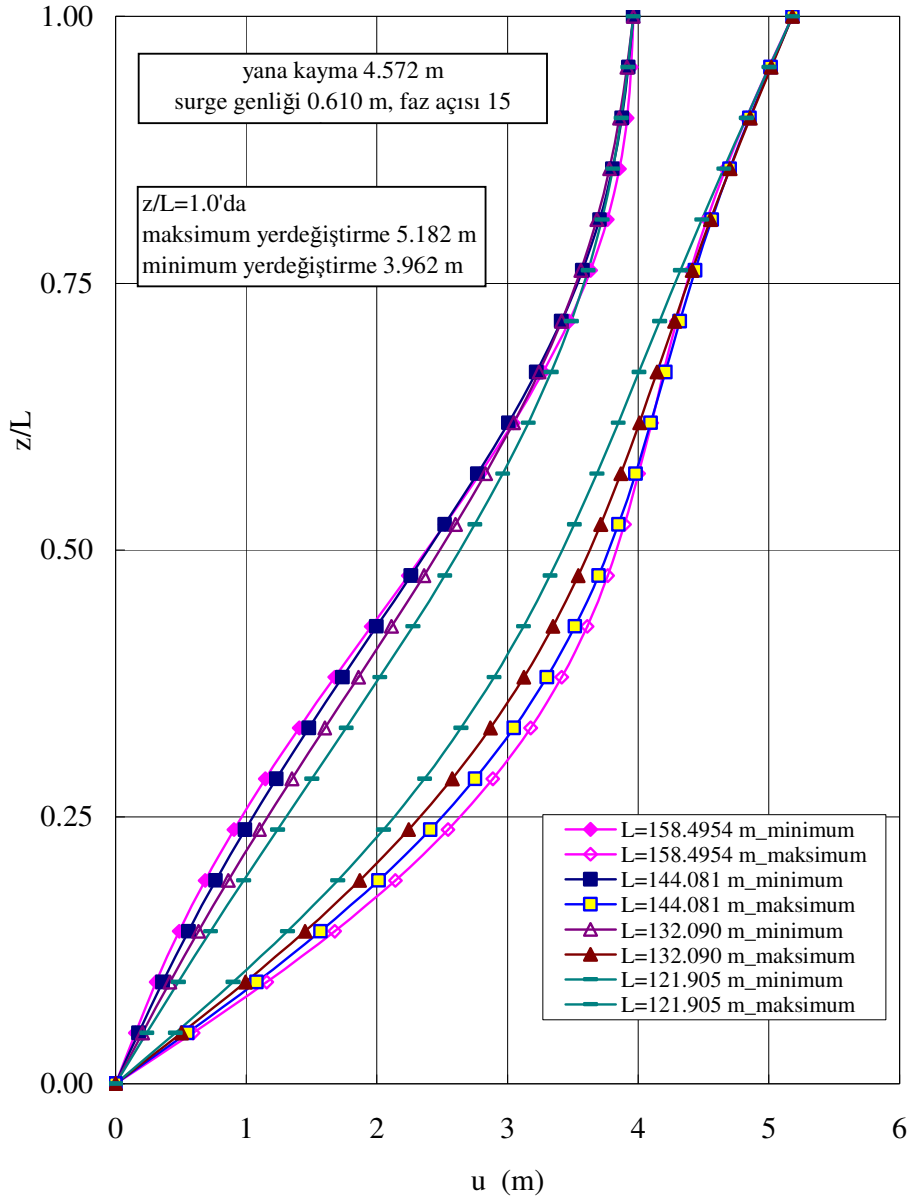
Yöntem gereği, rayser boyunun üst sınırının  $158.496 \text{ m}$  ( $520 \text{ ft}$ ) olmasından dolayı, daha kısa üç rayser ele alınmaktadır. Gerdirme oranı sabit ( $Tr=1.164$ ) kabul edilerek; sırasıyla, % 10, % 20 ve %30 azalışla  $144.081 \text{ m}$ ,  $132.090 \text{ m}$  ve  $121.905 \text{ m}$ 'lik üç boy için hesap yapılmıştır. Rayserin su içindeki boyu sırasıyla;  $130.359 \text{ m}$ ,  $119.510 \text{ m}$  ve  $110.295 \text{ m}$ 'dir. Diğer büyüklükler aynı alınmıştır.

Maksimum eğilme gerilmesinde küçük farklılıklar vardır. Maksimum değerlerin olduğu  $z/L = 0.190$ 'da,  $L=144.081 \text{ m}$ 'de %0.6 artış,  $L=132.090 \text{ m}$ 'de %2.0 artış ve  $L=121.905 \text{ m}$ 'de %0.7 azalış olmuştur.  $L=132.090 \text{ m}$  uzunluklu rayserin ikinci relatif maksimum değeri diğerlerininkinden daha büyüktür (Şekil 5.15).



**Şekil 5.15 :** Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi

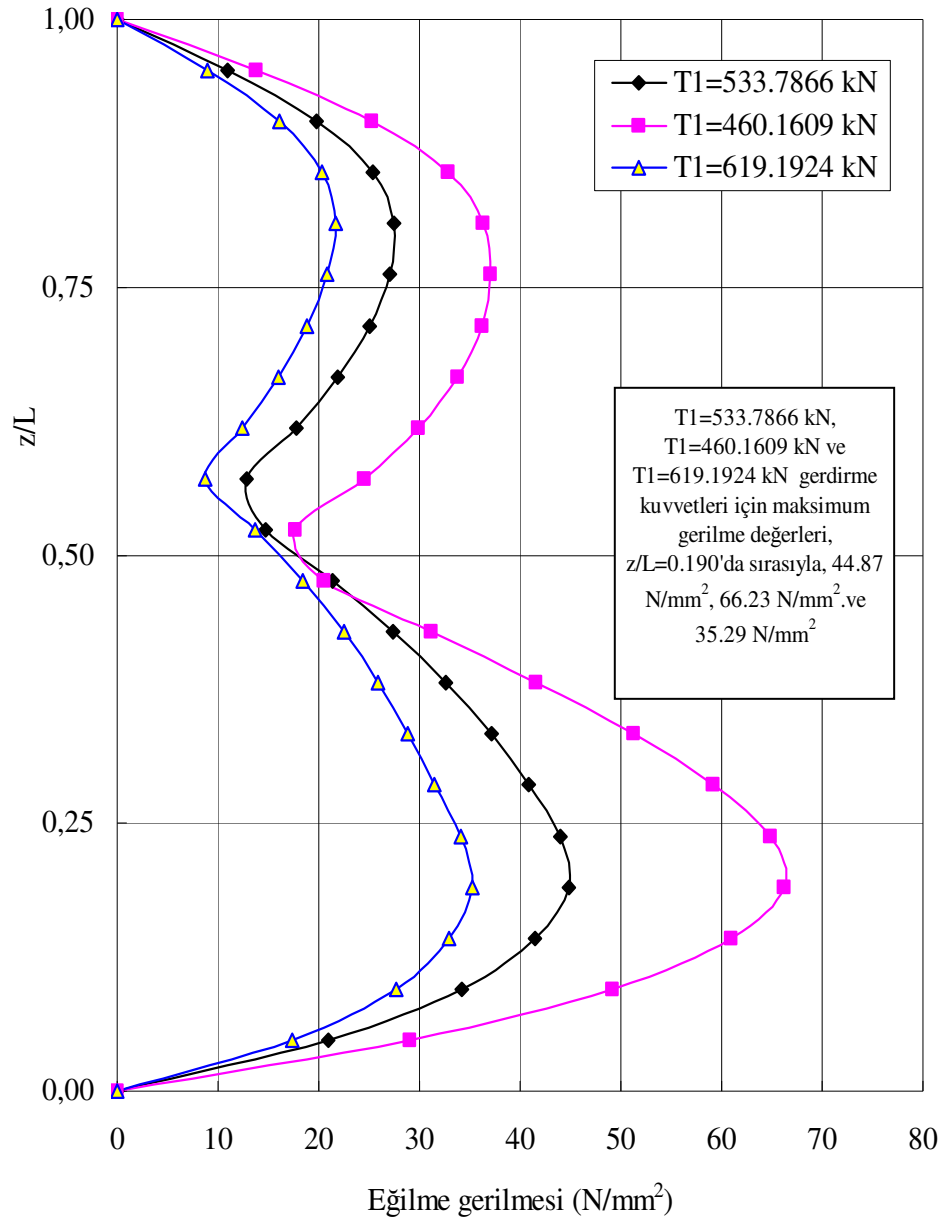
Rayserlerin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri birbirlerine yakın değerlerdedir. Genellikle, maksimum yerdeğiştirmeler boy değişimi ile doğru orantılı olarak, minimum yerdeğiştirmeler ise boy değişimi ile ters orantılı olarak değişmektedirler (Şekil 5.16).



**Şekil 5.16 :** Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri

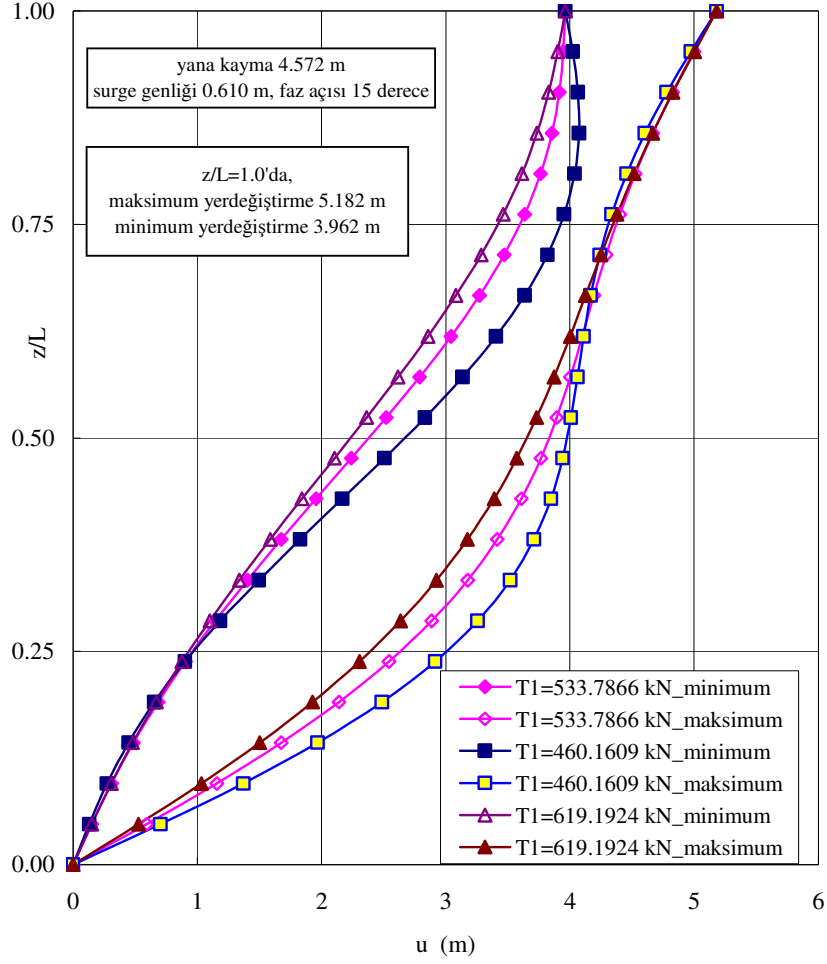
### 5.3.2 Raysere Uygulanan Gerdirme Kuvveti

Gerdirme kuvveti oranı, 1.0'dan büyük olacak şekilde, %16 küçüğü (460.1609 kN,  $Tr=1.004$ ) ve %16 büyüğü (619.1924 kN,  $Tr=1.350$ ) olan iki gerdirme kuvveti seçilmiştir. Diğer büyüklükler aynı alınmıştır.



**Şekil 5.17 :** Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi

Maksimum eğilme gerilmesinde, en küçük gerdirme kuvvetli rayserde en yüksek değerlere ulaşılmıştır.  $z/L = 0.190$ 'da %47.6 artış vardır. En büyük gerdirme kuvvetlide, maksimum değerinde %21.4 azalış olmak üzere, en az gerilmeler oluşmaktadır. Bu artış ve azalış eğilimi genellikle rayser boyunca değişmemektedir (Şekil 5.17).

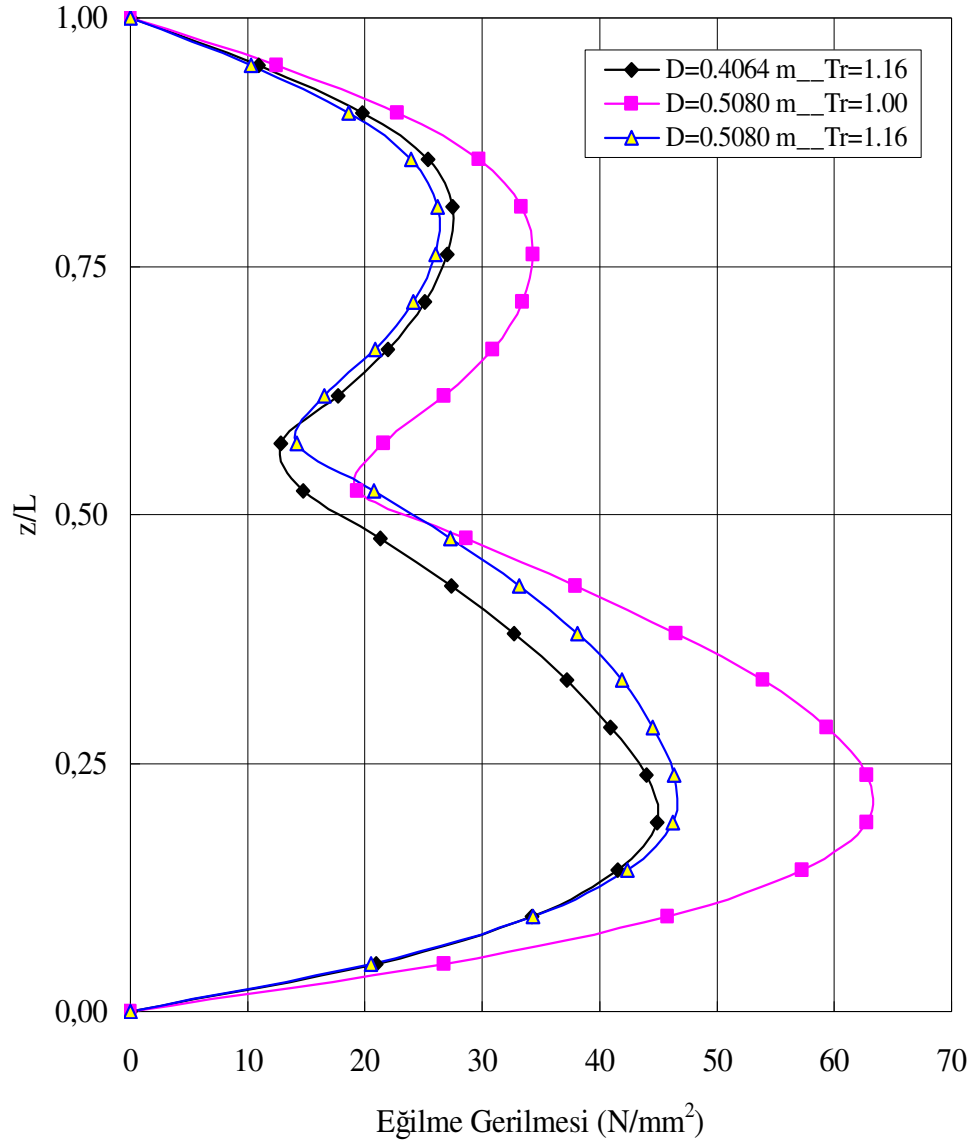


Şekil 5.18 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri

Rayserin alt bölgesinde maksimum yerdeğiştirmelerde, üst bölgesinde ise minimum yerdeğiştirmelerde farklılık daha belirgindir. Yerdeğiştirmeler, bu farklılıkların olduğu kısımlarda gerdirme kuvvetinin değişimiyle ters orantılı olarak değişmektedir. Maksimum yerdeğiştirmede; 460.1609 kN için  $z/L = 0.143$ 'de %17.4 artış, 619.1924 kN için  $z/L = 0.095$ 'de %10.7 azalış vardır (Şekil 5.18).

### 5.3.3 Rayserin Dış Çapı

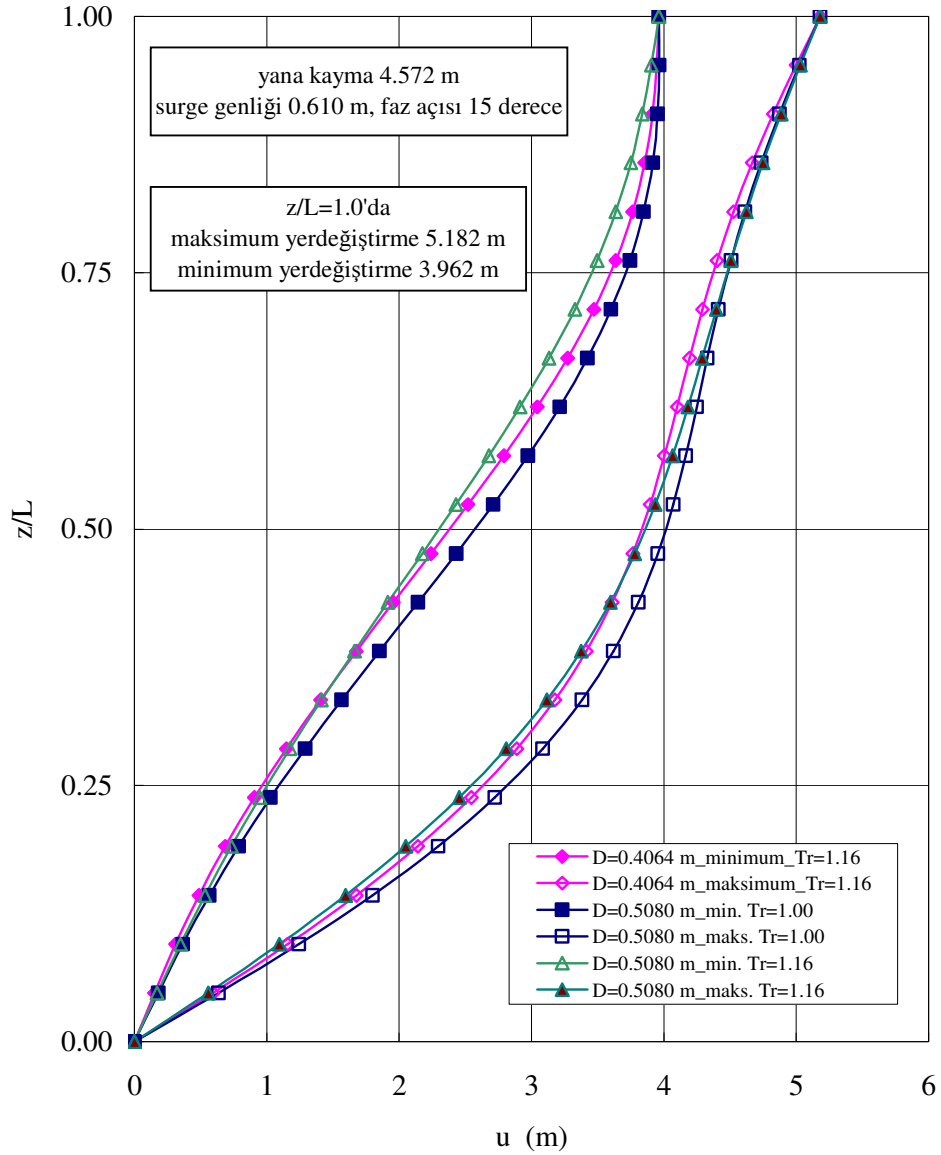
Daha büyük (% 25 artışla 0.5080 m) çaplı bir rayser seçilmiştir. Gerdirme kuvveti oranı 1.000 (729.4826 kN) ve 1.164 (849.1178 kN) alınarak ayrı hesaplar yapılmıştır. Düşey dengenin bozulmaması için gerdirme kuvvetinde %36.7 artış yapılmıştır.



**Şekil 5.19 :** Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi

Maksimum eğilme gerilmesinde, büyük çaplı rayselerde  $z/L = 0.190$ 'da,  $Tr = 1.000$  için %39.8 artış ve  $Tr = 1.164$  için %3.3 artış vardır (Şekil 5.19). Büyük çaplı rayserlerin gerdirme kuvvetleri arasında %16.4 farklılık varken, eğilme gerilmelerinde %35.4 farklılık olmuştur. %25 oranında çap farklılığı olmasına rağmen, aynı gerdirme kuvveti oranı (1.164) için, gerdirme kuvvetleri arasında %59.1 artış varken maksimum eğilme gerilmesindeki artış %3.3'tür.

Minimum ve maksimum yerdeşistirmeler;  $Tr = 1.000$  için artmış,  $Tr = 1.164$  için ise rayserin alt ve üst bölgelerinde düzgün bir farklılık izlemiştir (Şekil 5.20).

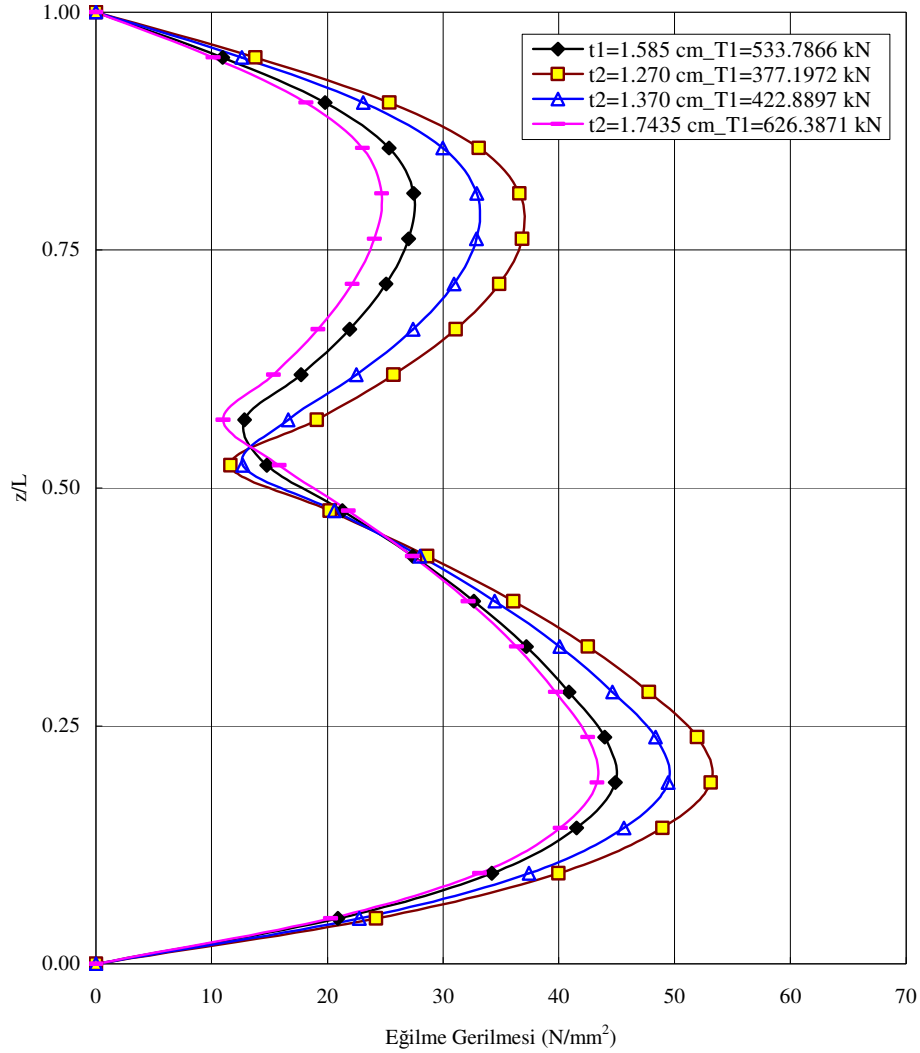


Şekil 5.20 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeşistirmeleri

### 5.3.4 Rayserin Et Kalınlığı

Gerdirme oranı sabit ( $Tr = 1.164$ ) ve gerdirme kuvveti sabit ( $TI = 533.7866$  kN) alınarak iki ayrı inceleme yapılmaktadır.

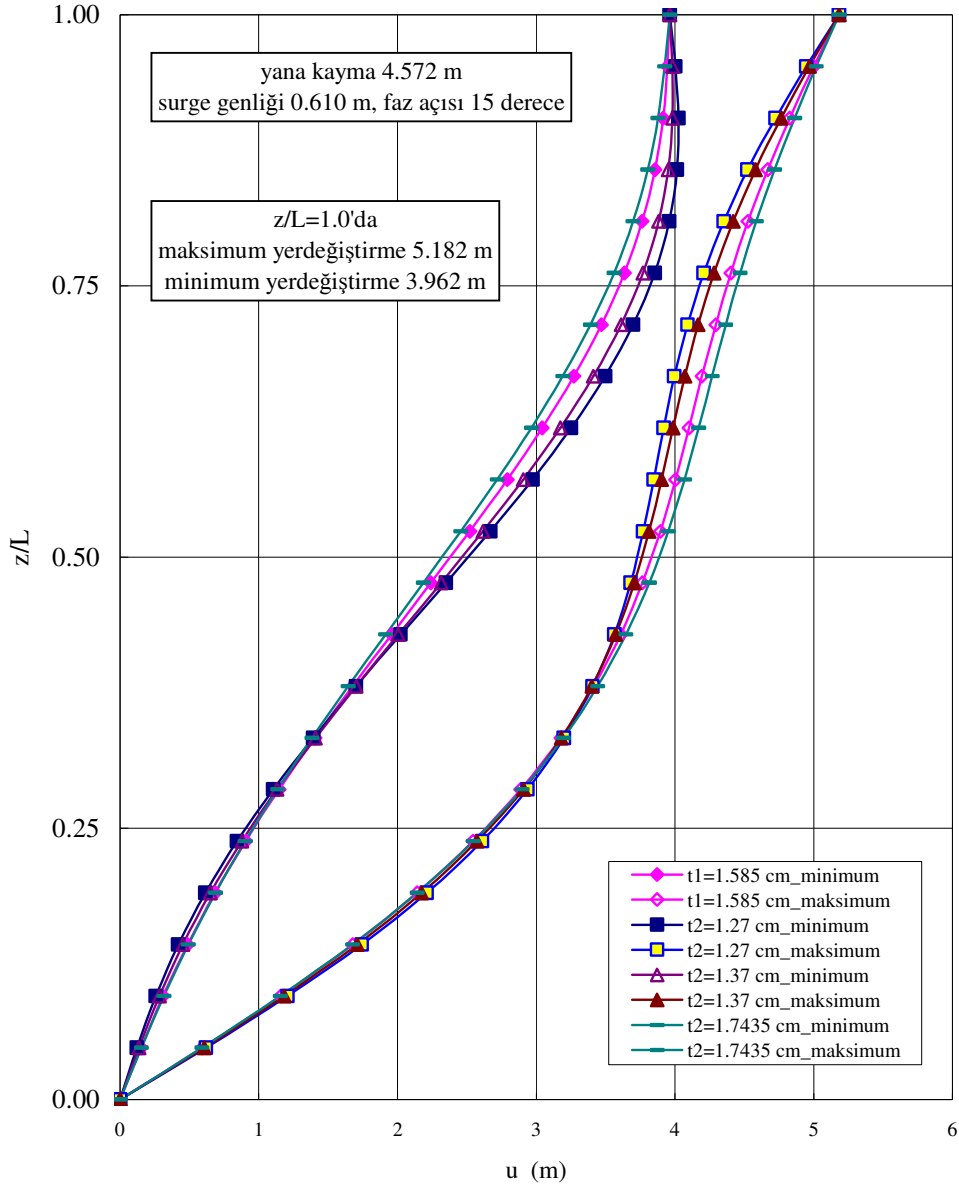
$Tr = 1.164$  için, iki tanesi daha küçük ( %19.9 azalışla 1.270 cm ve %13.6 azalışla 1.370 cm) ve bir tanesi daha büyük ( %10.0 artışla 1.7435 cm) üç rayser ele alınmaktadır. Bunların birim kütleleri ve gerdirme kuvvetleri sırasıyla; 164.74 kg/m, 377.1972 kN, 191.70 kg/m, 422.8897 kN, 310.47 kg/m ve 626.3871 kN'dur.



**Şekil 5.21** : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi

Maksimum eğilme gerilmesinde,  $Tr = \text{sabit}$  için,  $t/l=1.270$  cm ve  $t/l=1.370$  cm kalınlıklı rayserler için,  $z/L = 0.190$ 'da %18.4 ve %10.2 artış,  $t/l=1.7435$  cm kalınlıklı rayser için,  $z/L = 0.190$ 'da %3.5 azalış vardır (Şekil 5.21). Eğilme gerilmesi değerleri, genellikle et kalınlığındaki değişimle ters orantılı olarak değişmektedir. İkinci relatif maksimum gerilme değerlerindeki farklılık göreceli olarak daha fazladır.

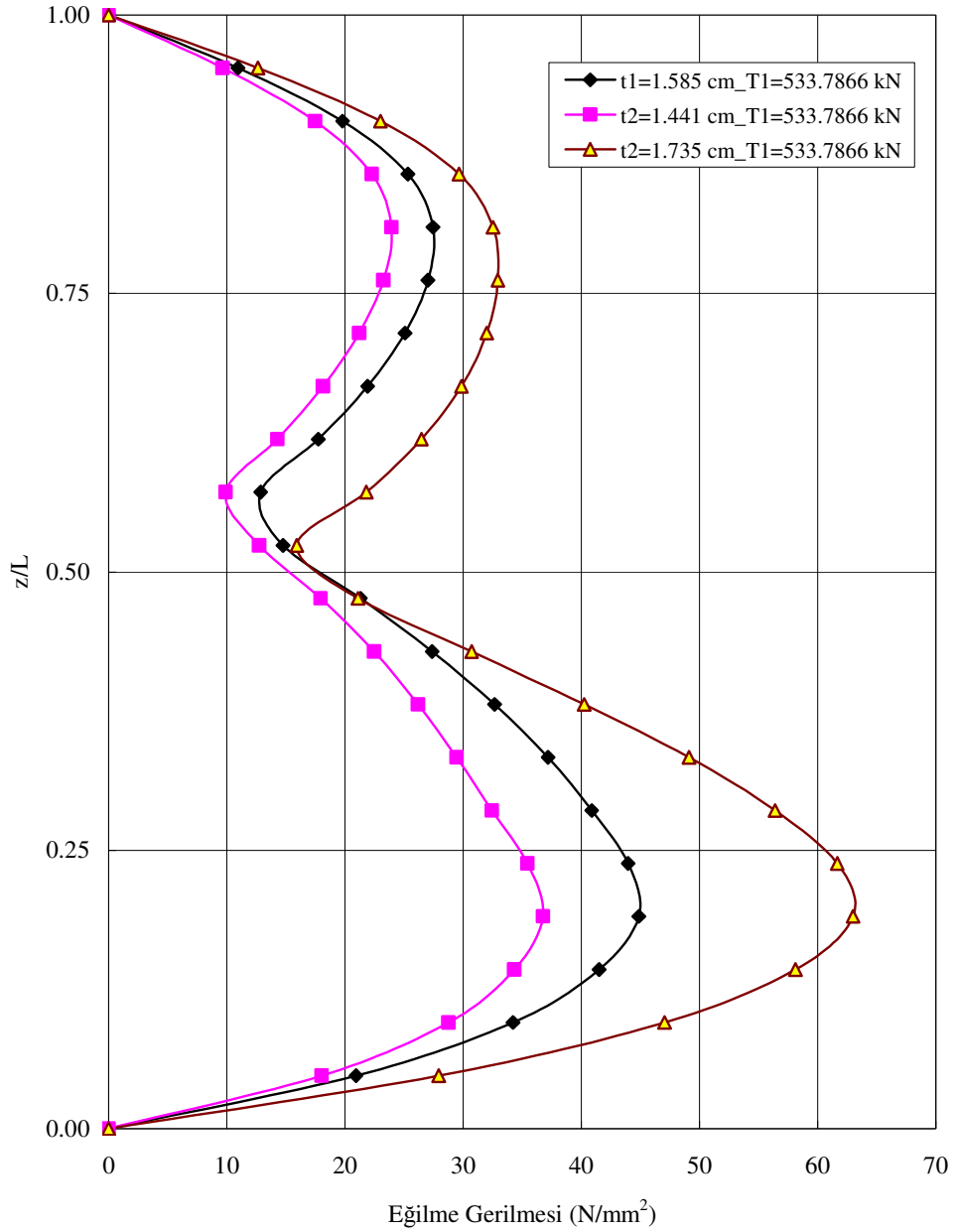
Yerdeğiştirmeler ise rayserin alt bölgesinde birbirlerine çok yakın olmasına rağmen, üst bölgede, maksimum yerdeğiştirme için et kalınlığı ile doğru orantılı, minimum yerdeğiştirme için ise et kalınlığı ile ters orantılı olarak değişmektedir (Şekil 5.22).



Şekil 5.22 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeğiştirmeleri

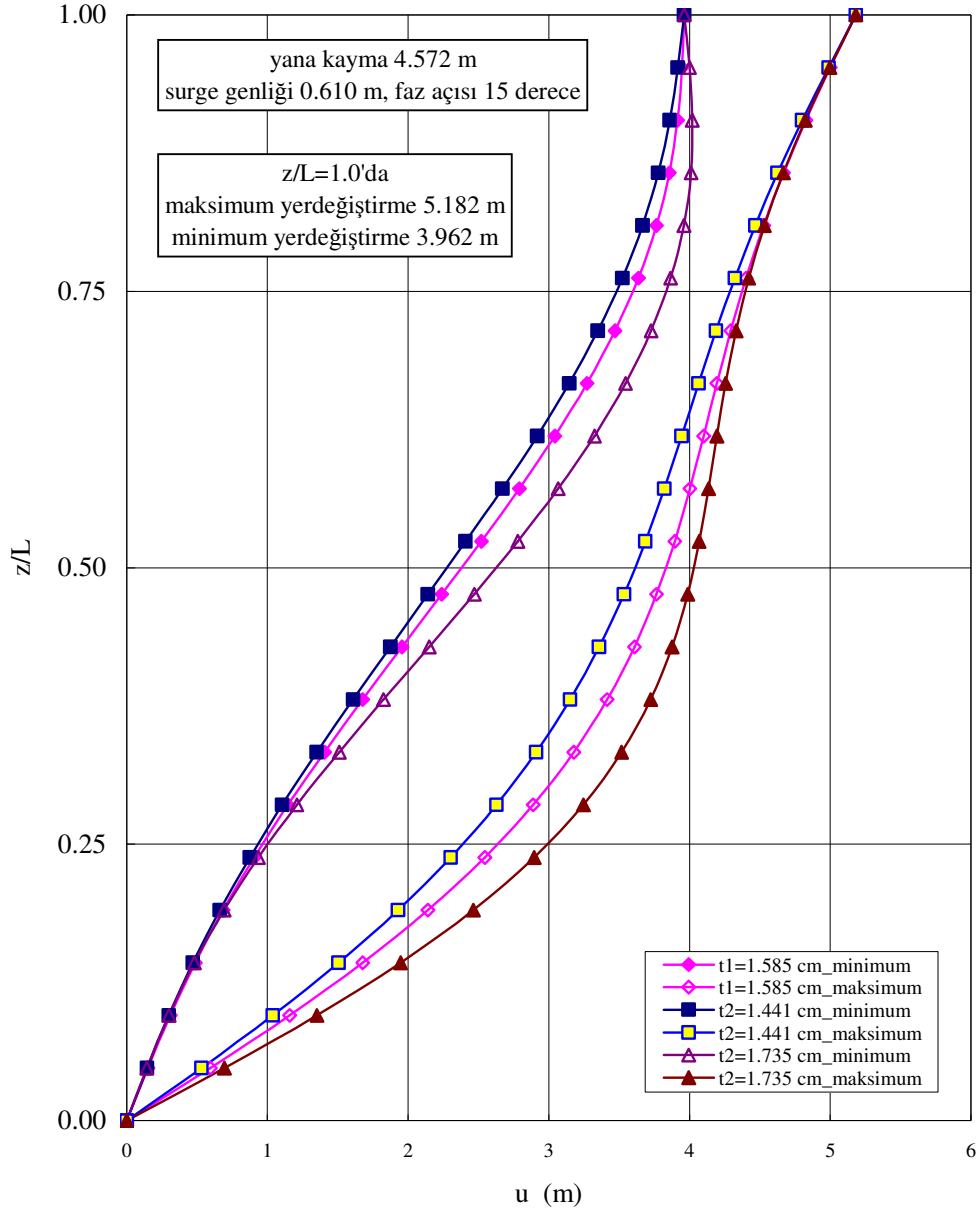
$TI=533.7866$  kN için, bir tanesi daha küçük ( %9.09 azalışla 1.441 cm) ve bir tanesi daha büyük ( %9.46 artışla 1.735 cm) iki rayser için hesap yapılmaktadır. Bunların birim kütleleri ve gerdirmeye kuvveti oranları sırasıyla; 212.08 kg/m ile 1.000 ve 307.45 kg/m ile 1.358'dir.

$Tl=533.7866$  kN için, maksimum eğilme gerilmesinde,  $z/L = 0.190$ 'da,  $t_l=1.441$  cm kalınlıklı rayserler için %18.1 azalış,  $t_l=1.735$  cm kalınlıklı rayser için %40.4 artış vardır (Şekil 5.23). Gerdirme kuvveti oranları, ilk raysere göre yaklaşık olarak aynı oranlarda (%16.4 azalış ve %16.7 artış) farklı olmasına rağmen, küçük gerdirme kuvveti oranı için eğilme gerilmesi daha çok değişmektedir.



Şekil 5.23 : Rayserde oluşan maksimum eğilme gerilmesi

Sabit gerdirme kuvvetli rayserlerde, rayserin alt bölgesinde maksimum yerdeşistirmelerde, üst bölgesinde ise minimum yerdeşistirmelerde farklılık daha belirgindir. Et kalınlığı arttıkça rayserlerin yerdeşistirmeleri de artmaktadır (Şekil 5.24).



Şekil 5.24 : Rayserin minimum ve maksimum yerdeşistirmeleri

#### 5.4 Uzun Rayserler İçin Statik Bir Örnek

Yönetici denklem, Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülmektedir. Yapılan bilgisayar programının doğruluğu, [30]'da verilen örneğin verileri ve sonuçları kullanılarak kontrol edilmektedir. Veriler Tablo 5.3'de sunulmuştur.

**Tablo 5.3:** Statik analizde kullanılan sondaj rayserinin verileri [30]

Rayserin uzunluğu.....	2000 m
Su derinliği.....	2000 m
Rayserin dış çapı.....	0.4064 m
Rayserin et kalınlığı.....	25 mm
Rayserin elastisite modülü.....	$2.06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Rayserin tepesindeki gerdirme kuvveti ( $T_1$ ).....	10168 kN
Rayserin yoğunluğu.....	$7850 \text{ kg/m}^3$
Deniz suyu yoğunluğu.....	$1025 \text{ kg/m}^3$
Çamur yoğunluğu.....	$1800 \text{ kg/m}^3$
Kütle katsayısı( $C_M$ ).....	2.0
Yüzey teknesinin statik yana kayması.....	100 m

Örnekte; küçük, orta ve büyük gerdirme kuvvetleri için sırasıyla,  $x_0=1$  ve  $x=2$  ( $T_1=10168 \text{ kN}$ ),  $x_0=4$  ve  $x=6$ ,  $x_0=6$  ve  $x=8$  alınarak hesap yapılmıştır.

Bulunan sonuçlar, karşılaştırmalı olarak Tablo 5.4'te verilmektedir. Sonuçlar çok uyumludur.

Bilgisayar programı, Bessel ve Lommel fonksiyonları için [30]'da verilen  $x=0.0-10.0$  aralığındaki tablo değerlerinden interpolasyon yapacak şekilde geliştirilerek verileri Tablo 5.5'de verilen API 1500-0-1 rayserinin statik analizi için kullanılmıştır. Bu rayserin 500-0-1 rayserinden farklı olan büyüklükleri; su derinliği (rayser boyu), gerdirme kuvveti ( $T_1$ ) ve yüzey teknesinin statik yana kaymasıdır.

$x = 0.5-10$  aralığı için ( $z=22.35$ ) (3.30) denklemi,  $x=10$ 'dan sonrası (rayserin 181.49 m.'den yukarı kısmı) için (3.31) denklemi kullanılacaktır. API bülteninde, ortalama eğilme gerilmesi  $38.68 \text{ N/mm}^2$  ve bu gerilmenin olduğu yer 35.66 m olarak verilmektedir. Eğilme gerilmesinin aralığı  $31.99-45.37 \text{ N/mm}^2$ , bu gerilmenin olduğu yerin aralığı 28.19-43.13 m'dir.

**Tablo 5.4:** Statik analiz sonuçlarının [30]'dakilerle karşılaştırılması

	[30]'daki sonuç	Bu çalışmadaki sonuç
Küçük gerdirme kuvveti için ( $x_0=1$ ve $x=2$ )		
Eğilme gerilmesi ( $\text{N/mm}^2$ )	114	113.9
Hesaplanan $z$ 'deki açı (derece)	16.5	16.5
Orta gerdirme kuvveti için ( $x_0=4$ ve $x=6$ )		
Eğilme gerilmesi ( $\text{N/mm}^2$ )	56	55.5
Hesaplanan $z$ 'deki açı (derece)	11.1	11.1
Büyük gerdirme kuvveti için ( $x_0=6$ ve $x=8$ )		
Eğilme gerilmesi ( $\text{N/mm}^2$ )	39	39.1
Hesaplanan $z$ 'deki açı (derece)	10.0	10.0

Hesaplanan değerler, maksimum eğilme gerilmesi  $46.43 \text{ N/mm}^2$  ve bu gerilmenin olduğu yer 37.0 m'dir.

**Tablo 5.5:** API 1500-0-1 rayserinin verileri [29]

Ortalama deniz seviyesinden rayser destek halkasına uzaklık.....	15.24 m
Deniz yatağından LBJ'ye uzaklık.....	9.144 m
Su derinliği.....	457.2 m
Rayserin dış çapı.....	0.4064 m
Rayserin iç çapı.....	0.3747 m
Rayserin elastisite modülü.....	$2.07 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>
Rayserin bağlantılarıyla birlikte birim boy başına kütlesi.....	256.59 kg/m
Rayserin tepesindeki gerdirmeye kuvveti ( $T_1$ ).....	1290.0 kN
Deniz suyu yoğunluğu.....	1025.18 kg/m <sup>3</sup>
Çamur yoğunluğu.....	1438.46 kg/m <sup>3</sup>
Direnç katsayısı( $C_D$ ).....	0.7
Kütle katsayısı( $C_M$ ).....	1.5
Efektif hidrodinamik çap.....	0.6604 m
Yüzeydeki akıntı hızı.....	0.2574 m/s
(LBJ'de sıfır olacak şekilde lineer olarak değişmektedir.)	
Yüzey teknesinin statik yana kayması.....	13.716 m
Dalga yüksekliği.....	6.1 m
Dalga periyodu.....	9 s
Tekne surge genliği.....	0.61 m
Tekne surge faz açısı.....	15°

API bülteninde bulunan akıntı etkisi bu çalışmaya dahil edilememiştir. Bulunan sonuçların karşılaştırma değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir (Tablo 5.6).

**Tablo 5.6:** Statik analiz sonuçlarının API bültenindeki sonuçlar ile karşılaştırılması

	API bültenindeki sonuç	Bu çalışmadaki sonuç
Eğilme gerilmesi aralığı	31.99-45.37 N/mm <sup>2</sup>	46.43 N/mm <sup>2</sup>
Maksimum eğilme gerilm.yeri	28.19-43.13 m	37.0 m

## 5.5 Uzun Rayserler İçin Dinamik Bir Örnek

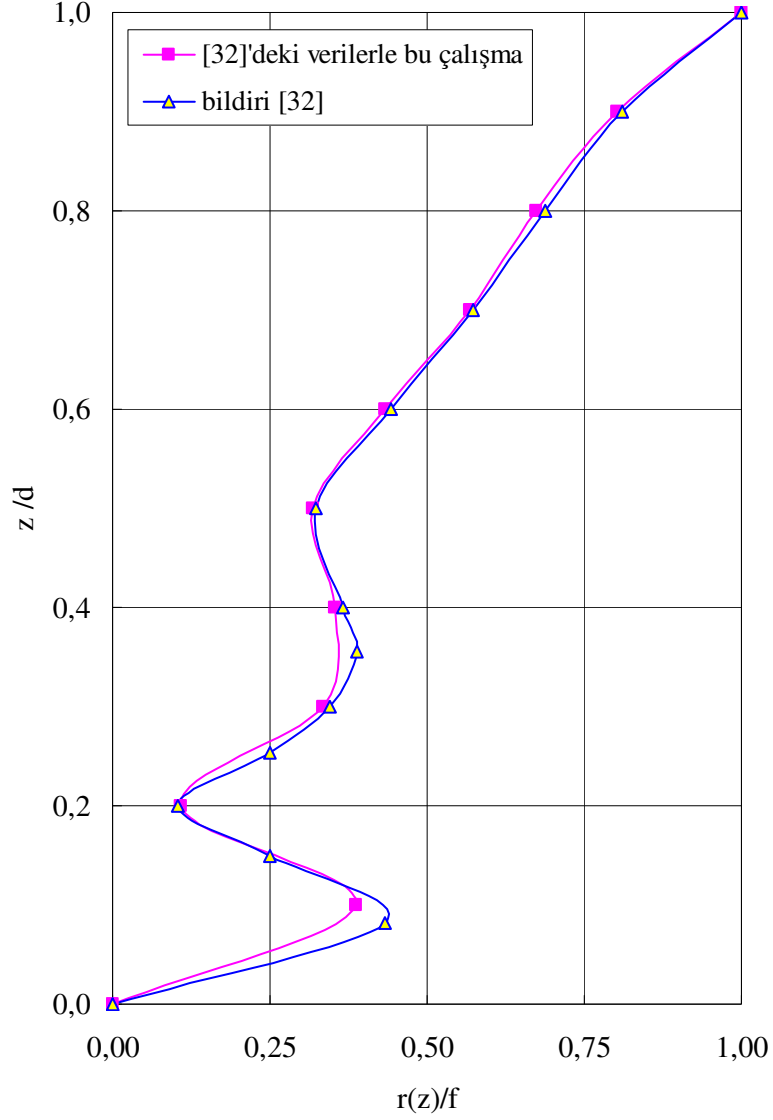
Yönetici denklem, Bessel diferansiyel denklemine dönüştürülmektedir. Bu çalışmada [32]'de kullanılan yöntem uygulanarak bilgisayar programı yapılmıştır. (4.34) denklemi programda esas alınmıştır. [32]'de verilen veriler ve sonuçlar kullanılarak bu program kontrol edilmektedir. Veriler Tablo 5.7'de sunulmuştur.

**Tablo 5.7:** Dinamik analizde kullanılan sondaj rayserinin verileri [32]

Rayserin uzunluğu.....	2000 m
Su derinliği.....	2000 m
Rayserin dış çapı.....	0.4064 m
Rayserin et kalınlığı.....	12.57 mm
Rayserin elastisite modülü.....	$2.06 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>
Rayserin tepesindeki gerdirme kuvveti ( $T_1$ ).....	4306 kN
Rayserin yoğunluğu.....	7850 kg/m <sup>3</sup>
Deniz suyu yoğunluğu.....	1025 kg/m <sup>3</sup>
Çamur yoğunluğu.....	1895 kg/m <sup>3</sup>
Direnç katsayısı( $C_D$ ).....	0.7
Kütle katsayısı( $C_M$ ).....	2.0
Surge genliği.....	4.1 m
Titreşimin derecesi (modu).....	3

Yapılan hesaplar sonunda, sönüm parametreleri grafiklerden  $\xi_0$  için -0.35 ve  $\xi_1$  için 1.65 bulunmuştur.

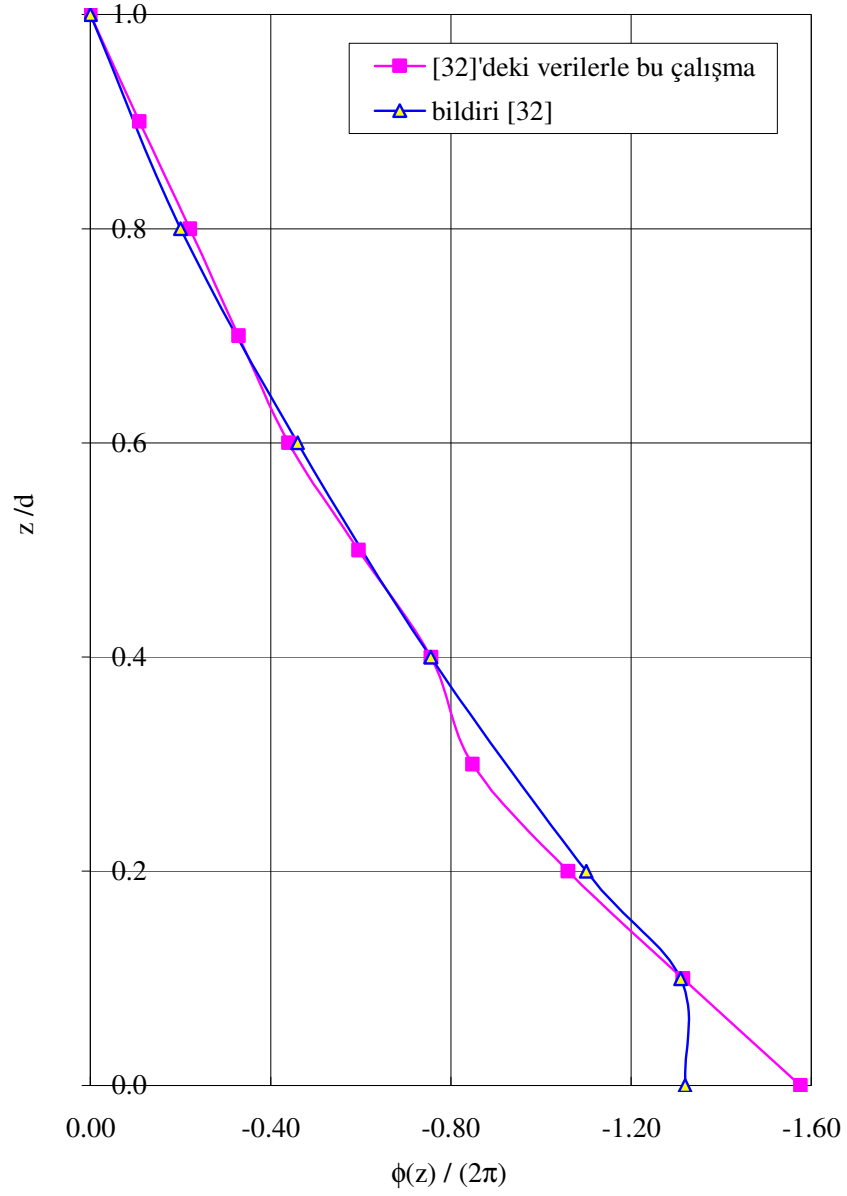
Bu çalışmada bulunan sonuçlar, [32]'deki sonuçlarla birlikte Şekil 5.25-5.27'de verilmiştir. Bu şekillerde; yerdeğiştirme genliği, yerdeğiştirme fazı ve eğrilik boyutsuz olarak sunulmuştur.



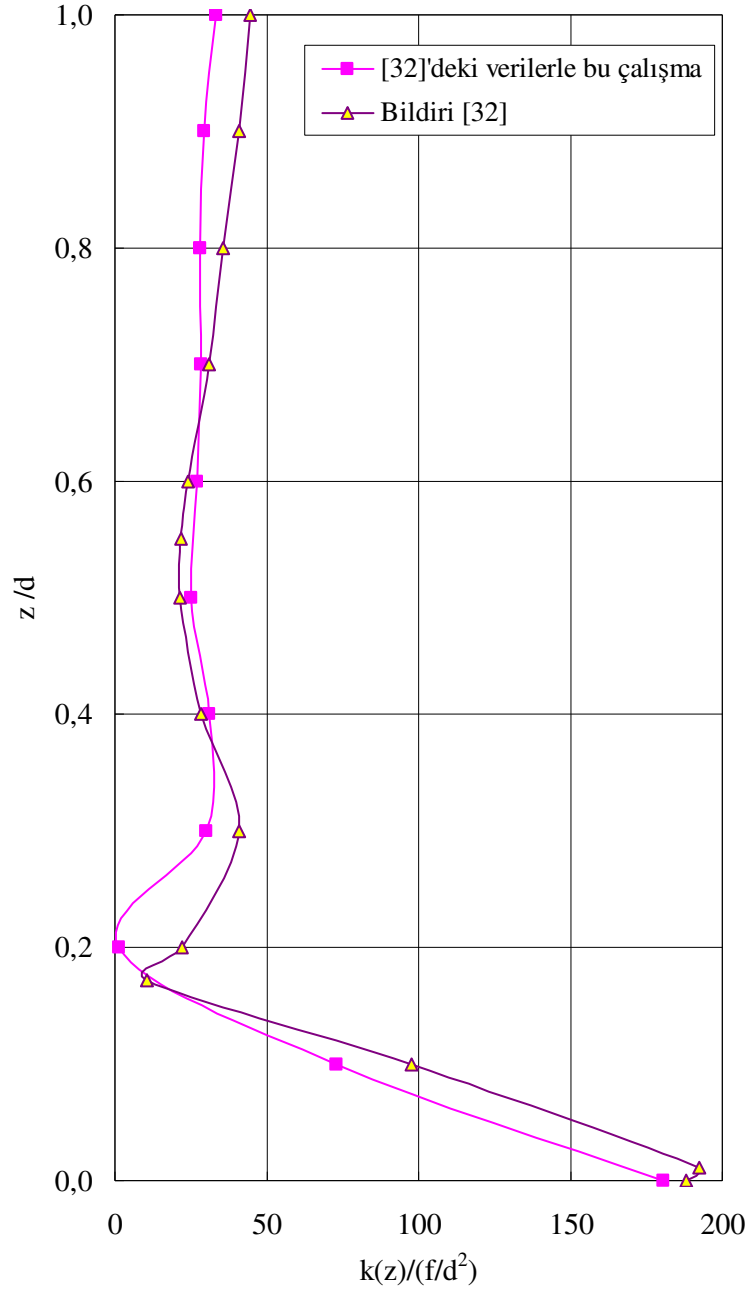
**Şekil 5.25 :** Boyutsuz yerdeğiştirme genliğinin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = -0.35$ ,  $\xi_1 = 1.65$ )

[32]'de eğilme gerilmesi  $8.1 \text{ N/mm}^2$  olarak verilmektedir. Bu çalışmada da eğilme gerilmesi  $8.1 \text{ N/mm}^2$  hesaplanmıştır.

Bu çalışmadaki sonuçlar [32]'deki sonuçlarla uyumludur.



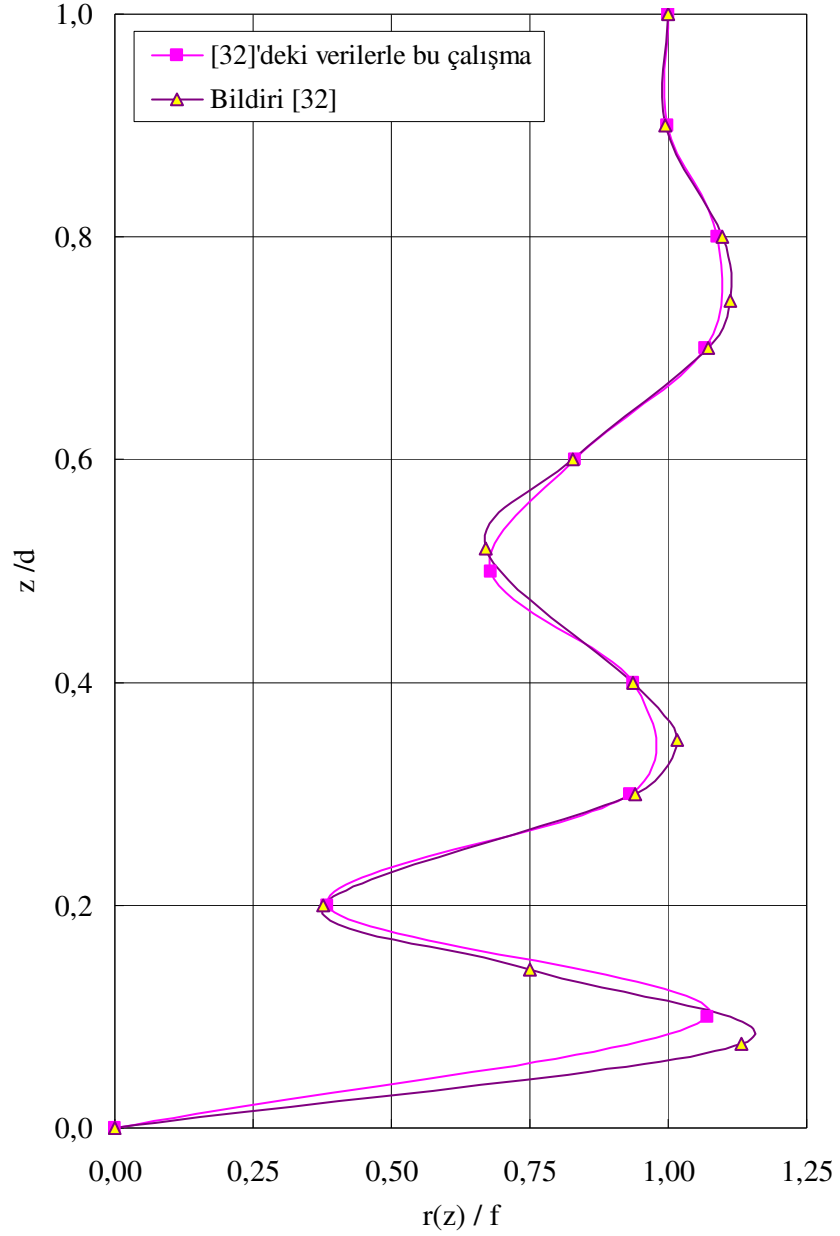
**Şekil 5.26 :** Boyutsuz yerdeğiştirme fazının derinlikle değişimi  
( $\xi_0 = -0.35$ ,  $\xi_1 = 1.65$ )



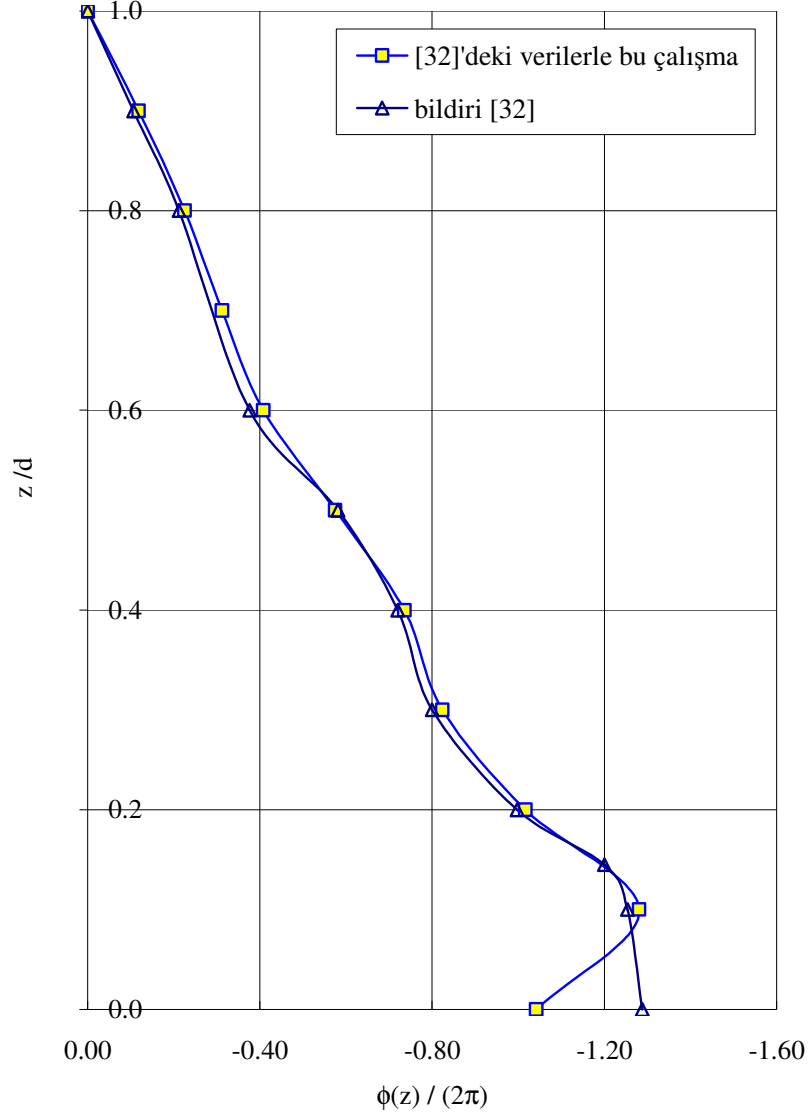
**Şekil 5.27 :** Boyutsuz eğriliğin derinlikle değişimi ( $\xi_0 = -0.35$ ,  $\xi_1 = 1.65$ )

Daha sonra, Tablo 5.5'teki veriler kullanılarak API 1500-20-1-D rayserinin analizi yapılmıştır. Sakin su seviyesi rayser üst ucunda alınmıştır. Sönüm parametreleri grafiklerden  $\xi_0$  için 0.405 ve  $\xi_1$  için 0 bulunmuştur. Bu rayserin özelliklerine göre, sönüm konuma bağlı değildir, sabittir.

Sabit sönüm özelliğinden dolayı, (4.39) denkleminin kullanılması için yeni bilgisayar programı yapılmıştır. Programın kontrolü, [32]'de Şekil 2 ile verilmiş sabit sönümlü rayser ile yapılmaktadır (Şekil 5.28-5.29).

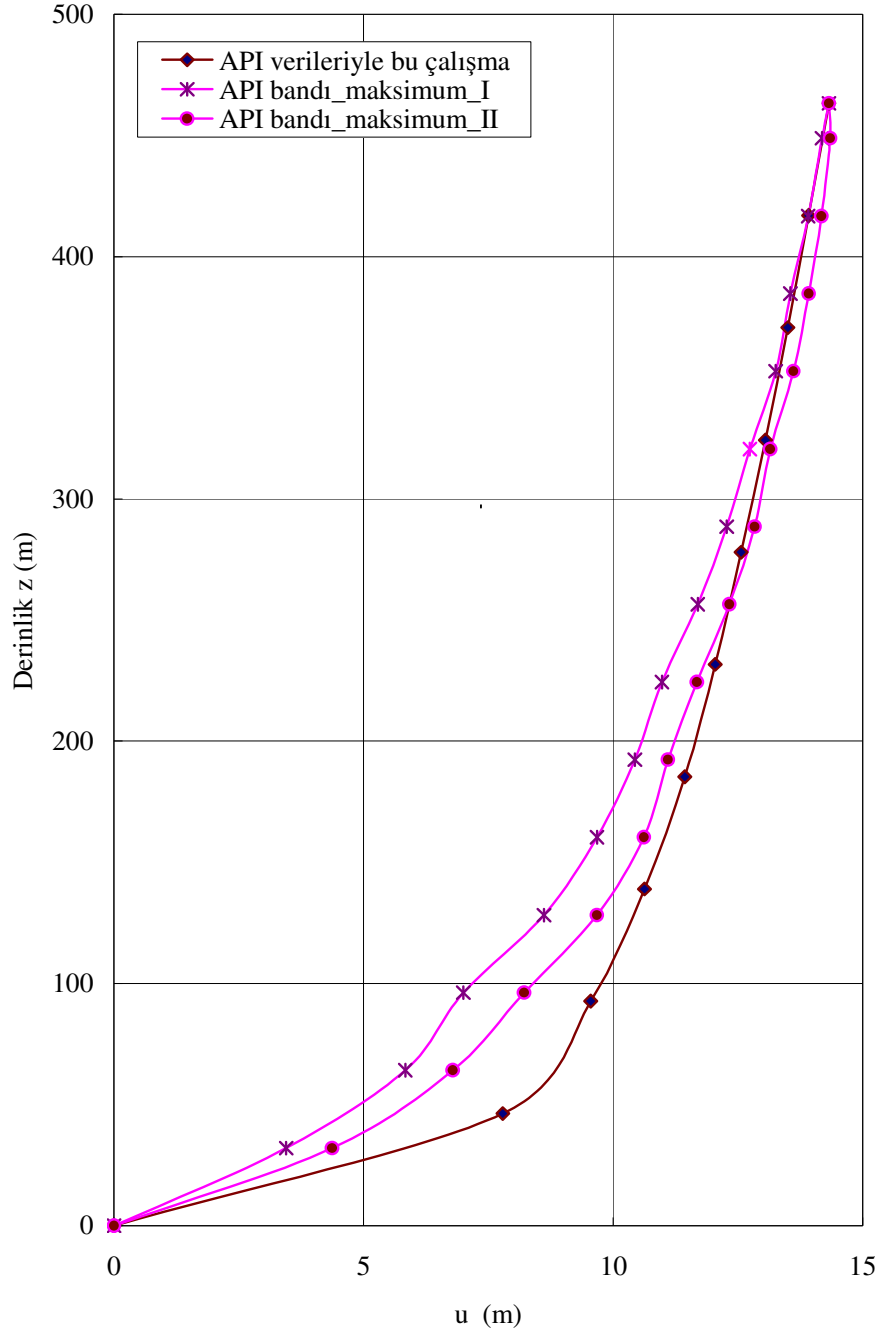


Şekil 5.28 : Boyutsuz yerdeğiştirme genliğinin derinlikle değişimi ( $\xi_0=0.378$ ,  $\xi_1=0$ )



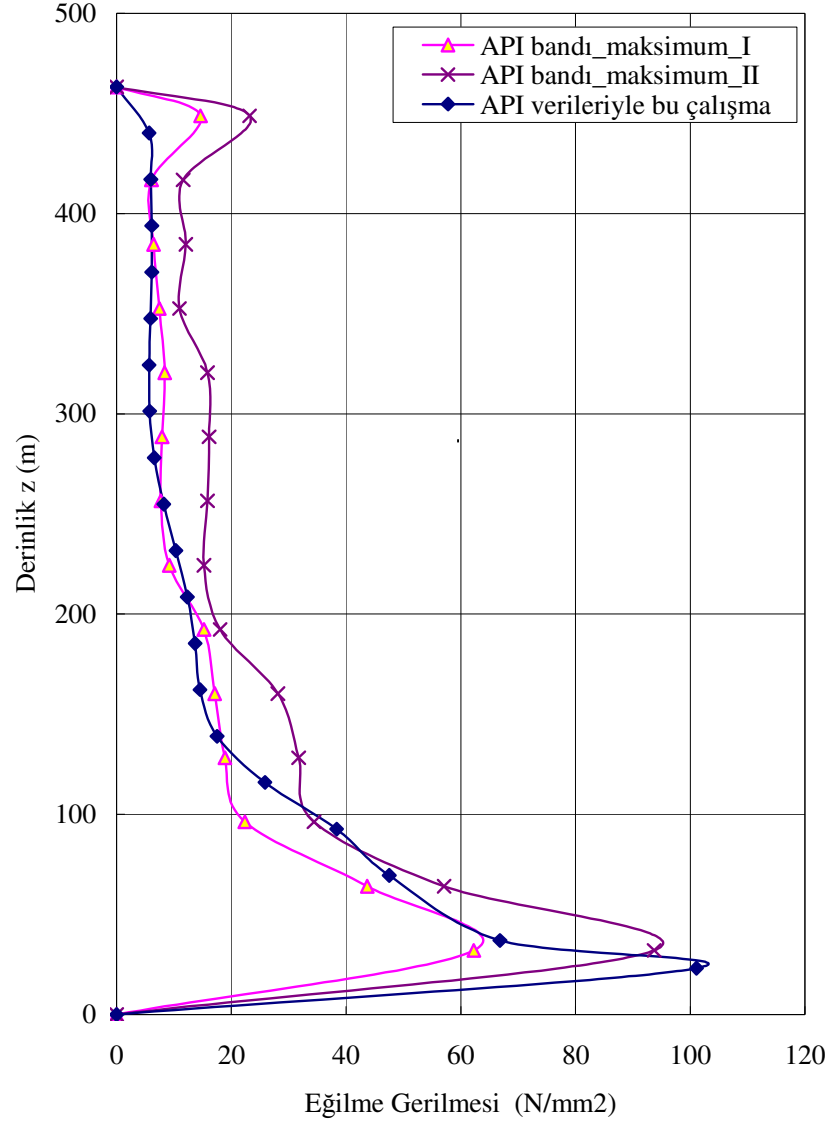
**Şekil 5.29 :** Boyutsuz yerdeğiştirme fazının derinlikle değişimi ( $\xi_0=0.378$  ve  $\xi_1=0$ )

Bu çalışmada bulunan sonuçlar, statik ve dinamik değerlerin toplanmasıyla, toplam maksimum yerdeğiştirme için Şekil 5.30'da, toplam eğilme gerilmesi için Şekil 5.31'de API bültenindeki 1500-20-1-D rayserinin sonuçlarıyla birlikte verilmiştir.



**Şekil 5.30 :** Maksimum yerdeğiştirmenin bu çalışma ve API bültenindeki değerleri

Kritik efektif boyuna kuvvet ve bu kuvvetin yeri, (3.33) ve (3.34) denklemleri kullanılarak sırasıyla, -85.5 kN ve -30.88 m olarak bulunmuştur.



**Şekil 5.31 :** Eğilme gerilmesinin bu çalışma ve API bültenindeki değerleri

API bülteninde bulunan akıntı etkisi statik analizdeki çalışmaya dahil edilememiştir. Buna rağmen, bulunan sonuçların, rayserin alt ucuna yakın bölgede API sonuçlarından sayısal farklılıkları olmasına rağmen, sonuçların oluşturduğu şekil API sonuçlarının oluşturduğu form ile büyük bir benzerlik göstermektedir.

## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Dalga, platform veya tekne hareketi, akıntı kuvveti ve platform veya teknenin yana kaymasına maruz rayserin statik ve dinamik analizinde, analitik ve sayısal yöntemler kullanılmaktadır. Sayısal integrasyon işlemleri, sonlu fark yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemi en çok kullanılan sayısal yöntemlerdir.

İncelemede kullanılan temel denklemlerin çıkarılması ve sonraki işlemler kontrol edilerek yapılmıştır.

Bu çalışmada, kısa rayserler için, analitik bir yöntem olan frekans domeni normal mod yöntemi kullanılmaktadır. Çözümde kullanılan kompleks sayılar matematiği ile direnç kuvveti lineerleştirilmeden hesaba katılmaktadır. Statik analizde, yana kayma sınır şartı ile ve akıntı kuvveti zorlayıcı kuvvet olarak hesaba katılmıştır. Dinamik analizde ise, surge hareketi sınır şartı ile ve dalga kuvvetleri lineer teori kullanılarak Morison denklemi ile hesaba katılmıştır. Normal mod yöntemi, rayser boyu ve gerdirme oranı kısıtları nedeniyle uzun rayserler için uygulanamamaktadır.

Uzun rayserlerin hesabında ise bir dönüşüm yapılmıştır. Yönetici denklemler Bessel diferansiyel denklemlerine dönüştürülmüştür. Kullanılan teknikler gereği, akıntı kuvveti ve akışkanın direnç ve atalet kuvvetleri ihmal edilmiştir.

Kısa ve uzun rayserler için, bilgisayar programlarının doğruluğu kontrol edildikten sonra, Amerikan Petrol Enstitüsü'nün (API) test için sunduğu veriler kullanılarak kısa ve uzun rayserler için sayısal sonuçlar elde edilmiş ve yerdeğiştirme ve eğilme gerilmesi; yine aynı enstitünün yayınladığı dokuz bağımsız araştırmacı tarafından elde edilmiş olan sonuçların ortalamaları ve diğer araştırmacıların sonuçları ile karşılaştırılmıştır (Şekil 5.12-5.13). Bulunan sonuçların karşılaştırılan sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

API sonuçlarında ölçüme dayalı veriler yoktur ve sonuçlar kısa istatistiksel sayısal değerler ve farklı bant genişliklerinde grafikler olarak sunulmaktadır. Bu nedenlerle, sonuçlar az anlamlı olsa da araştırmacılara fikir vermesi bakımından yararlıdır.

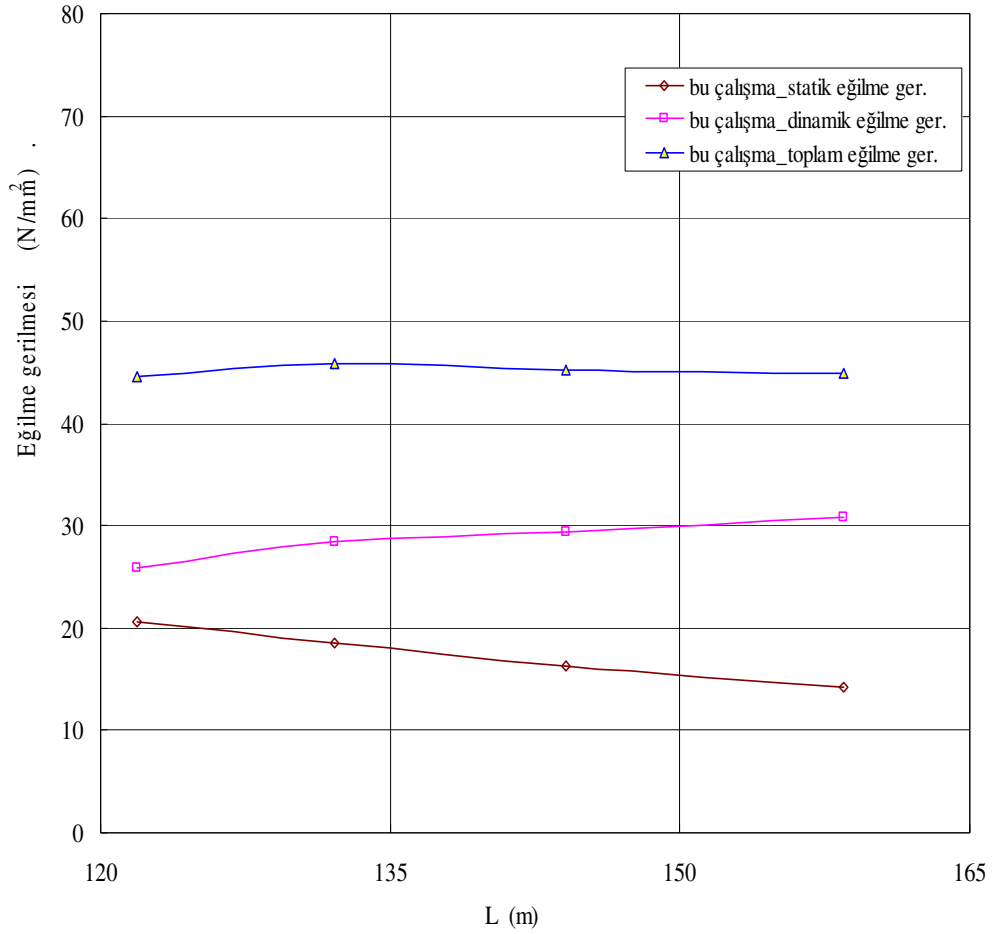
Kısa rayser için yapılan parametrik çalışmalarda; rayser boyu, gerdirme kuvveti, rayserin dış çapı ve et kalınlığının, eğilme gerilmesi ve yerdeğiştirmeler üzerindeki etkileri incelenmiştir. Gerdirme kuvveti en önemli etkiye sahip parametredir. Parametrik çalışmalar değerlendirilirken kullanılan sayısal gerilme değerleri, anılan gerilmelerin maksimum değerleridir. Statik ve dinamik gerilme bileşenlerinin maksimum değerleri rayserin farklı düğüm noktalarında (yüksekliklerinde) olabildikleri için, maksimum toplam eğilme gerilmesinin değeri, bu bileşenlerin toplamından daha fazla olabilmektedir.

Gerdirme kuvveti oranı sabit tutularak yapılan boy değişiminde, statik eğilme gerilmesi azalan rayser boyu ile ters orantılı olarak artmaktadır. Gerilme değeri; boy %9.1 azaldığında %14.6, boy %16.7 azaldığında %29.7, boy %23.1 azaldığında %44.3 artmaktadır. Dinamik eğilme gerilmesi aynı boy değişimlerinde, statik eğilme gerilmesindeki artışın tersine, doğru orantılı olarak azalmaktadır : sırasıyla -%4.8, -%7.8 ve -%16.3. Toplam eğilme gerilmesindeki değişim ise, bileşenlerdeki artış ve azalış nedeniyle çok azdır. Aynı boy değişimlerinden dolayı bu değerlerde, sırasıyla, %0.6 ve %2.0 artış ve %0.7 azalış olmaktadır (Tablo 6.1).

**Tablo 6.1:** Boy değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri  
( $T_r = 1.164$  (sabit))

Boy		Maksimum Statik Eğilme Gerilmesi		Maks. Dinamik Eğilme Gerilmesi		Maksimum Toplam Eğilme Gerilmesi	
Değeri (m)	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi
158.495	-	14.23	-	30.84	-	44.87	-
144.081	-9.1	16.31	14.6	29.37	-4.8	45.13	0.6
132.090	-16.7	18.45	29.7	28.42	-7.8	45.75	2.0
121.905	-23.1	20.53	44.3	25.82	-16.3	44.56	-0.7

Boy değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri, şekil üzerinde de gösterilmiştir (Şekil 6.1):



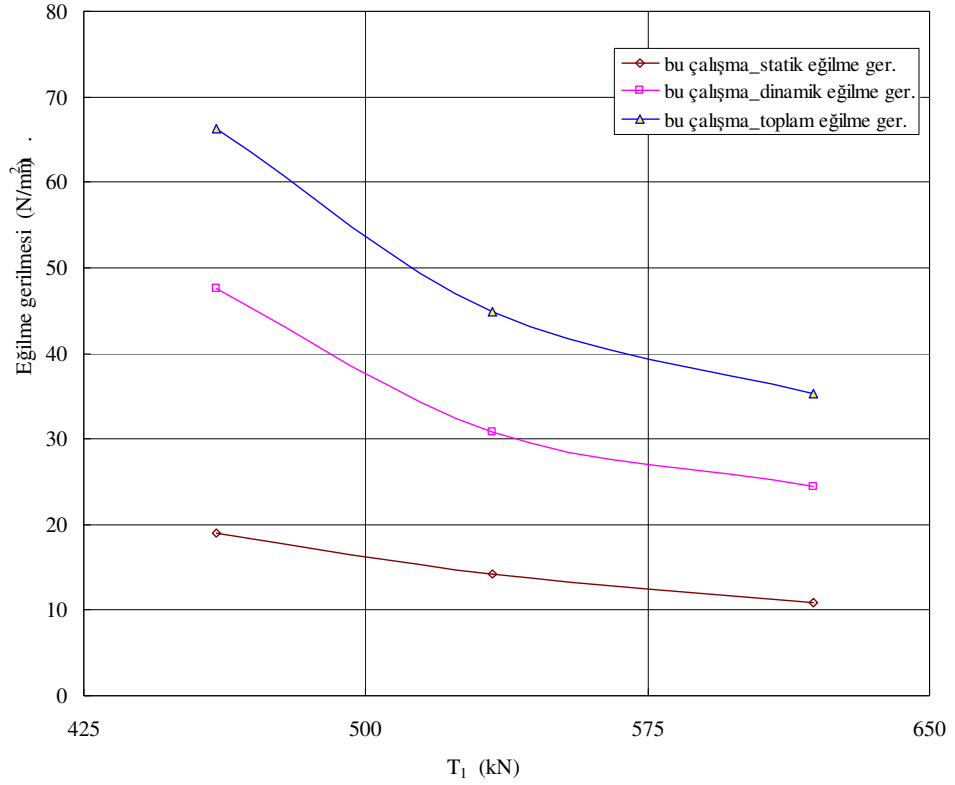
**Şekil 6.1 :** Boy değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri

Gerdirme kuvveti değişiminde, eğilme gerilmesinin bileşenleri ve toplamı kuvvetin değişimiyle ters orantılı olarak değişmektedir. Gerdirme kuvveti %13.8 azaldığında statik eğilme gerilmesi %33.8 artmakta, kuvvet %16.0 arttığında ise gerilme %23.3 azalmaktadır. Dinamik eğilme gerilmesi de benzer şekilde etkilenmektedir. Gerdirme kuvveti %13.8 azaldığında dinamik eğilme gerilmesi %54.1 artmakta, %16.0 arttığında ise %20.6 azalmaktadır. Toplam eğilme gerilmesindeki değişim ise sırasıyla, %47.6 artış ve %21.4 azalış şeklindedir (Tablo 6.2):

**Tablo 6.2:** Gerdirme kuvveti değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_{r1}=1.164$ ,  $T_{r2}=1.004$ ,  $T_{r2}=1.350$ )

Gerdirme Kuvveti		Maksimum Statik Eğilme Gerilmesi		Maks. Dinamik Eğilme Gerilmesi		Maksimum Toplam Eğilme Gerilmesi	
Değeri (kN)	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi
533.787	-	14.23	-	30.84	-	44.87	-
460.161	-13.8	19.04	33.8	47.53	54.1	66.23	47.6
619.192	16.0	10.91	-23.3	24.49	-20.6	35.29	-21.4

Gerdirme kuvveti değişiminin statik, dinamik ve toplam eğilme gerilmesi üzerindeki etkileri, şekil üzerinde de gösterilmiştir (şekil 6.2).:



**şekil 6.2 :** Gerdirme kuvveti değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri

Gerdirme kuvveti oranı sabit tutularak dış çap %25 artırıldığında, statik eğilme gerilmesi %19.0 artmakta, dinamik eğilme gerilmesi %3.5 azalmaktadır. Toplam eğilme gerilmesi ise %3.3 artmaktadır (Tablo 6.3):

**Tablo 6.3:** Dış çap değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri  
( $T_r = \text{sabit} = 1.164$ )

Dış Çap		Maksimum Statik Eğilme Gerilmesi		Maks. Dinamik Eğilme Gerilmesi		Maksimum Toplam Eğilme Gerilmesi	
Değeri (m)	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi
0.4064	-	14.23	-	30.84	-	44.87	-
0.5080	25.0	16.94	19.0	29.75	-3.5	46.36	3.3

Gerdirme kuvveti oranı azaltılarak yapılan aynı orandaki dış çap artışında, statik eğilme gerilmesi %58.2, dinamik eğilme gerilmesi %32.8 ve toplam eğilme gerilmesi %39.8 artmaktadır (Tablo 6.4):

**Tablo 6.4:** Dış çap değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri  
( $T_{r1} = 1.164$ ,  $T_{r2} = 1.000$ )

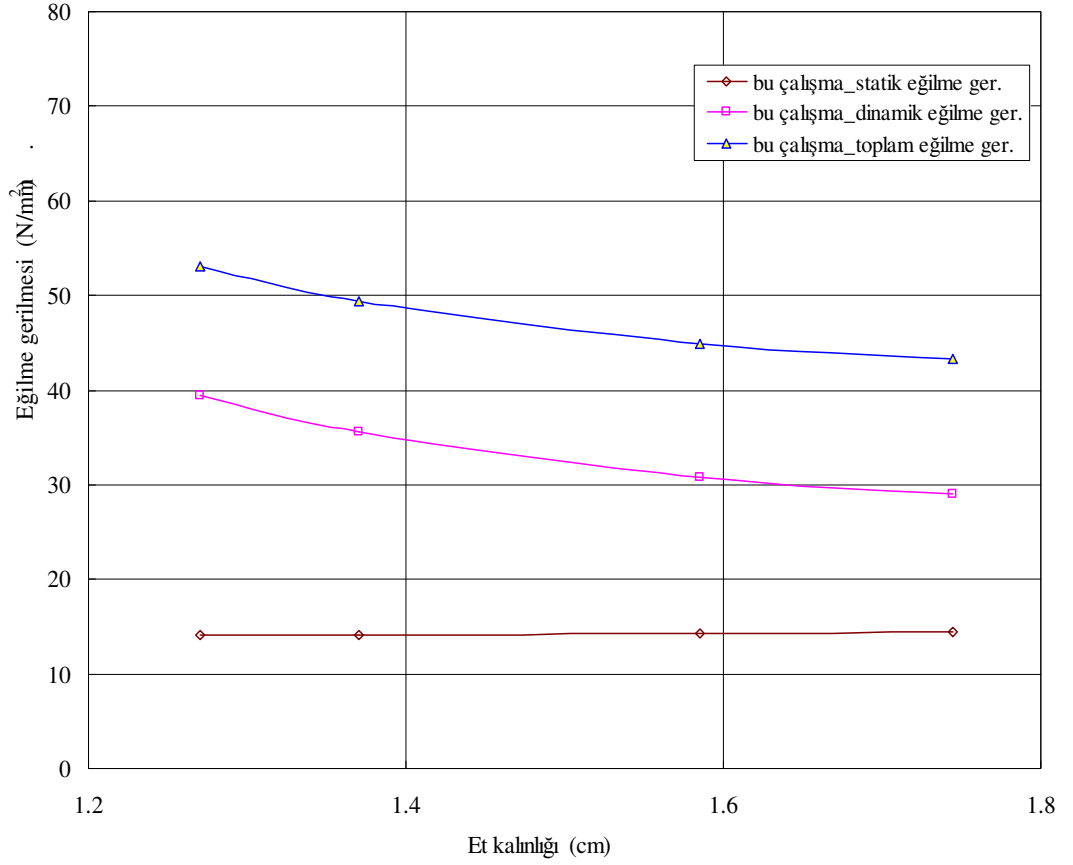
Dış Çap		Maksimum Statik Eğilme Gerilmesi		Maks. Dinamik Eğilme Gerilmesi		Maksimum Toplam Eğilme Gerilmesi	
Değeri (m)	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi
0.4064	-	14.23	-	30.84	-	44.87	-
0.5080	25.0	22.51	58.2	40.95	32.8	62.75	39.8

Sabit gerdirme kuvveti oranında, statik eğilme gerilmesi et kalınlığındaki değişimle ters orantılı olarak çok az değişmektedir. Et kalınlığındaki değişimler sırasıyla eksi %19.9, -%13.6 ve %10.0 iken, bunlara karşılık gelen dinamik eğilme gerilmesindeki değişim oranları; sırasıyla %27.9, %15.6 ve -%5.7'dir (Tablo 6.5):

**Tablo 6.5:** Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri  
( $T_r = \text{sabit} = 1.164$ )

Et Kalınlığı		Maksimum Statik Eğilme Gerilmesi		Maks. Dinamik Eğilme Gerilmesi		Maksimum Toplam Eğilme Gerilmesi	
Değeri (cm)	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi
1.585	-	14.23	-	30.84	-	44.87	-
1.270	-19.9	14.04	-1.3	39.45	27.9	53.14	18.4
1.370	-13.6	14.09	-1.0	35.66	15.6	49.45	10.2
1.744	10.0	14.35	0.8	29.07	-5.7	43.29	-3.5

Gerdirme kuvveti oranı sabit iken et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri, Şekil 6.3’de gösterilmektedir.



**Şekil 6.3 :** Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_r$  =sabit)

Gerdirme kuvveti sabit alındığında, et kalınlığındaki değişim rayserin kendi ağırlığında ters orantılı bir etki yapmaktadır. Bu nedenle, gerdirme kuvveti oranı değişmektedir. Eğilme gerilmesi bileşenlerindeki değişim et kalınlığındaki değişimle orantılı olarak değişmektedir. Değişim oranları; statik, dinamik ve toplam eğilme gerilmesinde sırasıyla; -%24.4 ile %36.2, -%15.2 ile %42.3 ve -%18.1 ile %40.4 şeklindedir (Tablo 6.6).

**Tablo 6.6:** Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_1$  =sabit,  $T_{r1}=1.164$ ,  $T_{r2}=1.358$ ,  $T_{r3}=1.000$ )

Et Kalınlığı		Maksimum Statik Eğilme Gerilmesi		Maks. Dinamik Eğilme Gerilmesi		Maksimum Toplam Eğilme Gerilmesi	
Değeri (cm)	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi	Değeri (N/mm <sup>2</sup> )	% Değişimi
1.585	-	14.23	-	30.84	-	44.87	-
1.441	-9.1	10.76	-24.4	26.14	-15.2	36.75	-18.1
1.735	9.5	19.38	36.2	43.88	42.3	63.01	40.4

Gerdirme kuvveti sabit iken et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri, şekil üzerinde de gösterilmiştir (şekil 6.4).

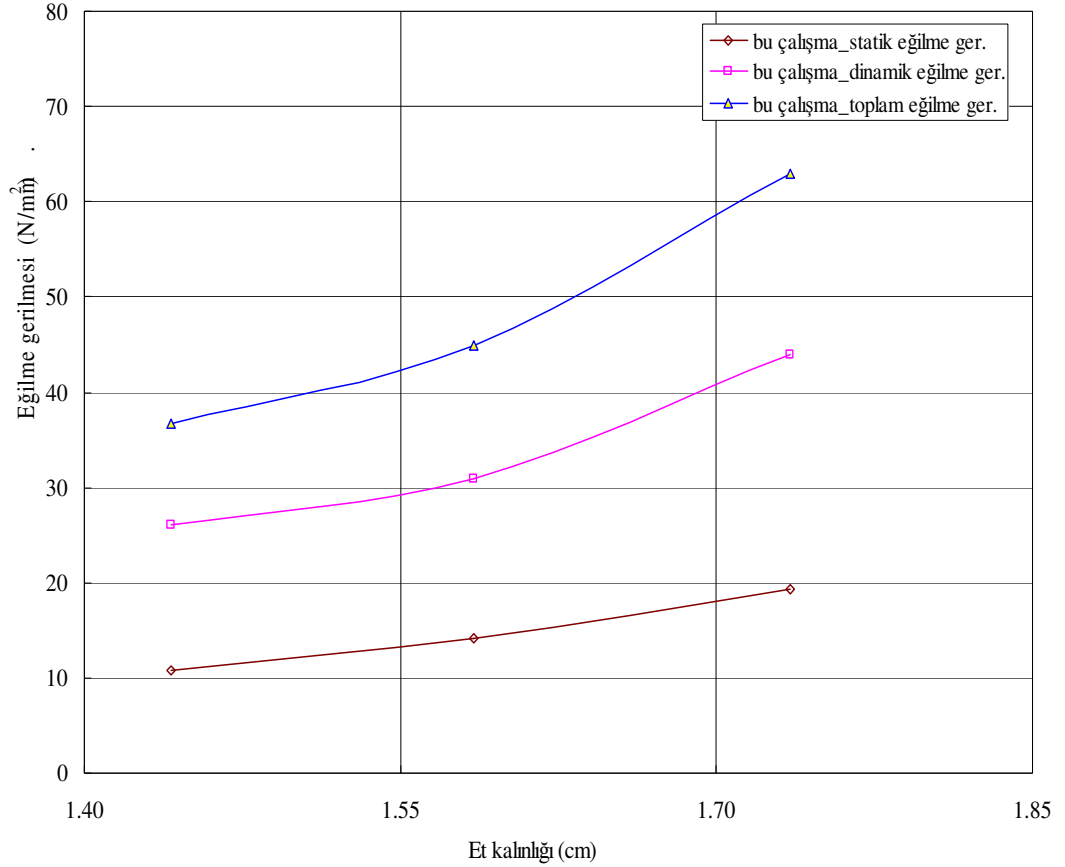
Gerdirme kuvveti, eğilme gerilmesi bileşenlerinin değişiminde en önemli etkiye sahip parametredir. Bu kuvvetin azalışı rayserde çok daha fazla gerilme oluşturmaktadır.

İkinci önemli parametre ise et kalınlığı değişimidir. Gerdirme kuvveti oranı sabit alındığında, et kalınlığı değişimi dinamik eğilme gerilmesi üzerinde ve dolayısıyla toplam eğilme gerilmesi üzerinde ters orantılı olarak etkilidir. Bunun statik eğilme gerilmesi üzerindeki etkisi ise çok küçüktür. Gerdirme kuvveti sabit alındığında, et kalınlığındaki değişim rayserin kendi ağırlığı üzerinde doğru orantılı bir etki yapmaktadır. Bu nedenle, gerdirme kuvveti oranı et kalınlığı ile ters orantılı olarak değişmektedir. Böylece, eğilme gerilmesi bileşenleri daha çok etkilenmektedir.

Üçüncü önemli parametre de dış çaptır. Gerdirme kuvveti sabit alındığında dış çap değişimi statik eğilme gerilmesi üzerinde doğru orantılı olarak önemli miktarda etkilidir. Dış çap değişiminin dinamik eğilme gerilmesi üzerindeki etkisi dış çap değişimi ile ters orantılı olup, oran olarak statik eğilme gerilmesinden çok daha azdır. Toplam eğilme gerilmesi ise dış çap değişiminden az etkilenmiştir.

Boy değişimi, sabit gerdirme kuvveti oranı kullanıldığında, gerilme bileşenleri üzerinde önemli miktarda etkili olmasına rağmen, toplam eğilme gerilmesini çok az etkilemektedir.

Gerdirme kuvveti, rayserin yerdeğiştirmelerinde de en önemli etkiye sahip parametredir. Bu kuvvetin artışı; statik yerdeğiştirme üzerinde daha etkilidir ve genellikle yerdeğiştirmeleri azaltmaktadır (şekil 5.18).



**Şekil 6.4 :** Et kalınlığı değişiminin eğilme gerilmesi bileşenleri üzerindeki etkileri ( $T_I = \text{sabit}$ )

Et kalınlığı değişimi, gerdirme kuvveti oranı sabit alındığında, sadece rayserin üst bölümündeki yerdeğiştirmeler üzerinde etkilidir. Minimum yerdeğiştirme ters orantılı olarak, maksimum yerdeğiştirme ise doğru orantılı olarak değişmektedir. Gerdirme kuvveti sabit olduğunda ise, yerdeğiştirmelerdeki değişim et kalınlığındaki değişimle doğru orantılı olmaktadır.

Gerdirme kuvveti sabit olduğunda, boy azalışı, genellikle minimum yerdeğiştirmeleri arttırmakta, maksimum yerdeğiştirmeleri ise aksine azaltmaktadır.

Gerdirme kuvveti oranı sabit olduğunda, yerdeğiştirmeler dış çapın değişiminden çok az etkilenmektedir. Minimum yerdeğiştirme, rayserin alt bölümünde doğru orantılı olarak, üst bölümünde ise ters orantılı olarak değişmektedir. Maksimum

yerdeğiştirme ise minimum yerdeğiştirmedeki değişimin tersinde olmaktadır. Gerdirme kuvveti sabit olduğunda ise, dış çap artışı yerdeğiştirmeleri arttırmaktadır.

Formülasyon hazırlanırken, kaynaklardaki ara işlemlerin çıktılarında dizgi eksikliği sayılabilecek birkaç hata görölmüştür.

Bu alışma çerçevesinde geliştirilmiş olan ve uzun rayserlerin statik ve dinamik analizinde kullanılabilen algoritma ile elde edilen sonuçlar, dokuz çalışmanın sonuçlarının ortalaması alınarak elde edilmiş olan API Bülteni sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bulunan sonuçların rayserin alt ucuna yakın bölgede API sonuçlarından bazı sayısal farklılıkları olmasına rağmen, sonuçların oluşturduğu Şekil API sonuçlarının oluşturduğu form ile büyük bir benzerlik göstermektedir (Şekil 5.30-5.31). Bu farklılığın olası bir sebebi de, bu çalışmadaki algoritma geliştirilirken akıntı etkilerinin ihmal edilmiş olmasıdır.

API bülteninde bulunan akıntı etkisi statik analizdeki çalışmaya dahil edilmemiştir. Buna rağmen, bulunan sonuçların, rayserin alt ucuna yakın bölgede API sonuçlarından sayısal farklılıkları olmasına rağmen, sonuçların oluşturduğu Şekil API sonuçlarının oluşturduğu form ile büyük bir benzerlik göstermektedir.

Parametrik çalışmalarda, sistematik analiz benzeri bir çalışma ile parametrelerin daha anlamlı olabildiği aralıklar araştırılabilir. Sephiye modöllerinin kullanıldığı değişken kesitli yapılar, zaman domeni analizi, girdap ayrışması ve üç boyutlu zorlamalar sonraki çalışmalarda incelenebilecek konulardır.

## KAYNAKLAR

- [1] **Irani, M. B.**, 1989, Some Aspects of Marine Riser Analysis, *PhD Thesis*, The University of British Columbia, Canada.
- [2] **Atadan, A.S., Çalışal, S.M., Modi, V.J. ve Guo, Y.**, 1997, Analytical and Numerical Analysis of the Dynamics of a Marine Riser Connected to a Floating Platform, *Ocean Engineering*, **2**, 111-131.
- [3] **Kirk, C.L., Etok, E.U. ve Cooper, M.T.**, 1979, Dynamic and Static Analysis of a Marine Riser, *Applied Ocean Research*, **3**, 125-135.
- [4] **Chakrabarti, S.K. ve Frampton, R.E.**, 1982, Review of Riser Analysis Techniques, *Applied Ocean Research*, **2**, 73-90.
- [5] **Young, R.D. ve Fowler, J.R.**, 1989, Tension Leg Platform, pp.118-138, ASCE.
- [6] **Guo, Y.**, 1992, Dynamic Analysis of a Marine Riser, *Master Thesis*, The University of British Columbia, Canada.
- [7] **Heideman, J.C.**, 1989, Tension Leg Platform, pp. 21-25, ASCE.
- [8] **Ahmad, S. ve Datta, T.K.**, 1989, Dynamic Response of Marine Risers, *Engineering Structures*, **11**, 179-188.
- [9] **Huagui, Li**, 1993, Equations Simplify Dynamic Analysis of Deepwater Drilling Risers, *Oil and Gas Journal*, **13**, 40-45.
- [10] **Faltinsen, O. M. ve Demirbilek, Z.**, 1989, Tension Leg Platform, pp.36-63, ASCE.
- [11] **Akyıldız, H.**, 1999, Sonlu Su Derinliğinde Rijit Bir Cisme Etkiyen Lineer Olmayan Dalga Kuvvetlerinin Teorik ve Deneysel İncelenmesi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [12] **Patel, M. H.**, 1989, Dynamics of Offshore Structures, Butterwerths.
- [13] **Ertaş, A. ve Kozik, T. J.**, 1987, A Review of Current Approaches to Riser Modeling, *Journal of Energy Resources Technology*, **109**, 155-160.
- [14] **Kalantarov, V. K. ve Kurt, A.**, 1997, The Long-Time Behavior of Solutions of a Nonlinear Fourth Order Wave Equation, Describing the Dynamics of Marine Risers, *ZAMM Z.angew Math. Mech.*, **3**, 209-215.

- [15] **Trim, A. D.**, 1990, Time-Domain Random Dynamic Analysis of Marine Risers and Estimation of Non-Gaussian Bending Stress Statistics, *Applied Ocean Research*, **4**, 162-174.
- [16] **Köhl, M.**, 1993, An Extended Liapunov Approach to the Stability Assessment of Marine Risers, *ZAMM Z. angew Math. Mech.*, **2**, 85-92.
- [17] **Huang, T. ve Chucheeepsakul, S.**, 1985, Large Displacement Analysis of a Marine Riser, *Journal of Energy Resources Technology*, **107**, 54-59.
- [18] **Huyse, L., Singh, M. C. ve Maes, M. A.**, 1997, A Static Drilling Riser Model Using Free Boundary Conditions, *Ocean Engineering*, **5**, 431-444.
- [19] **Ertas, A. ve Kozik, T. J.**, 1987, Numerical Solution Techniques for Dynamic Analysis of Marine Riser, *Journal of Energy Resources Technology*, **109**, 1-5.
- [20] **Ahmad, S. ve Datta, T. K.**, 1992, Nonlinear Response Analysis of Marine Risers, *Computers and Structures*, **2**, 281-295.
- [21] **Kokarakis, J. E. ve Bernitsas, M. M.**, 1987, Nonlinear Three-Dimensional Dynamic Analysis of Marine Risers, *Journal of Energy Resources Technology*, **109**, 105-111.
- [22] **Thampi, S. K. ve Niedzwecki, J. M.**, 1992, Parametric and External Excitation of Marine Risers, *Journal of Engineering Mechanics*, **5**, 942-951.
- [23] **Jain, A. K., ASCE, A. M. ve Datta T. K.**, 1987, Nonlinear Dynamics Analysis of Offshore Towers in Frequency Domain, *Journal of Engineering Mechanics*, **4**, 610-625.
- [24] **Langley R. S.**, 1984, The Linearization of Three Dimensional Drag Force in Random Seas with Current, *Applied Ocean Research*, **3**, 126-131.
- [25] **Ertas, A.**, 1986, Linearization Technique for Probabilistic Riser Frequency Domain Analysis, *Journal of Energy Resources Technology*, **108**, 292-298.
- [26] **Bernitsas, M. M.**, 1982, Problems in Marine Riser Design, *Marine Technology*, **1**, 73-82.
- [27] **Bernitsas, M. M.**, 1982, A Three-Dimensional Nonlinear Large-Deflection Model for Dynamics Behavior of Risers, Pipelines, and Cables, *Journal of Ship Research*, **1**, 59-64.
- [28] **Sarpkaya, T. ve Isaacson, M.**, 1981, Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures, Van Nostrand Reinhold, New York.

- [29] **API BUL 2J**, 1977, API Bulletin on Comparison of Marine Drilling Riser Analyses, First Edition, *American Petroleum Institute*.
- [30] **Hapel, K.-H.**, 1989, Dynamische Festigkeitsanalyse Meerestechnischer Konstruktion, TUB, ISM, Yayınlanmamış ders notu, Berlin.
- [31] **Yalçın, İ.**, 1990, Jack-Up Platformunun Deterministik Titreşim Analizi: Et Kalınlığının Titreşim Genlik ve Rezonansına Etkisi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [32] **Hapel, K.-H. ve Sükan, M.**, 1989, Uzun Açık Deniz Rayserlerinin Deterministik Titreşim Analizinde Hidrodinamik Direnç Kuvvetinin Lineerleştirilmesi, *Gemi İnşaatı Teknik Kongresi*, İ.T.Ü., s.249-282.

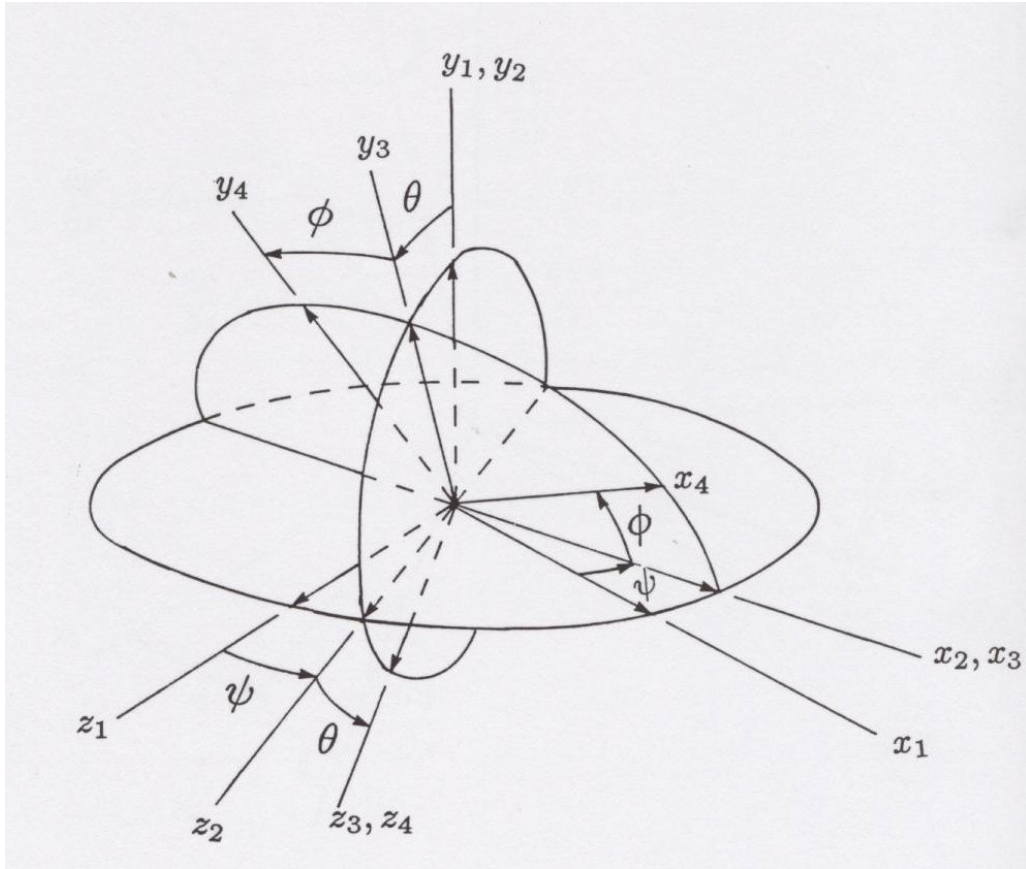
## EK A Yüksek Mertebeden Lineer Olmayan Eğrilik İfadeleri [1]

Şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş kirişin şematik gösterimi Şekil 2.2'de verilmişti. Şekilde gösterilen  $u, v, w$  ve  $\phi$  şekil değiştirmeleri;  $x_0, y_0, z_0$  eksen takımını  $x_1, y_1, z_1$  ile yer değiştirmekte ve  $x_1, y_1, z_1$ 'i  $x_4, y_4, z_4$ 'e döndürmektedir. Burada,  $z_4$  eksen, şekil değiştirmiş eksene teğettir.  $x_4, y_4, z_4$ 'ün  $x_1, y_1, z_1$ 'e göre konumu, Euler açıları cinsinden ifade edilebilir. Şekil A.1;  $\psi, \theta$  ve  $\phi$  Euler açılarını göstermektedir. Burada, dönmeler şu mertebede alınmaktadır:

$x_2, y_2, z_2$ 'den dolayı ortaya çıkan  $y_1$  eksenini etrafında bir pozitif dönme  $\psi$

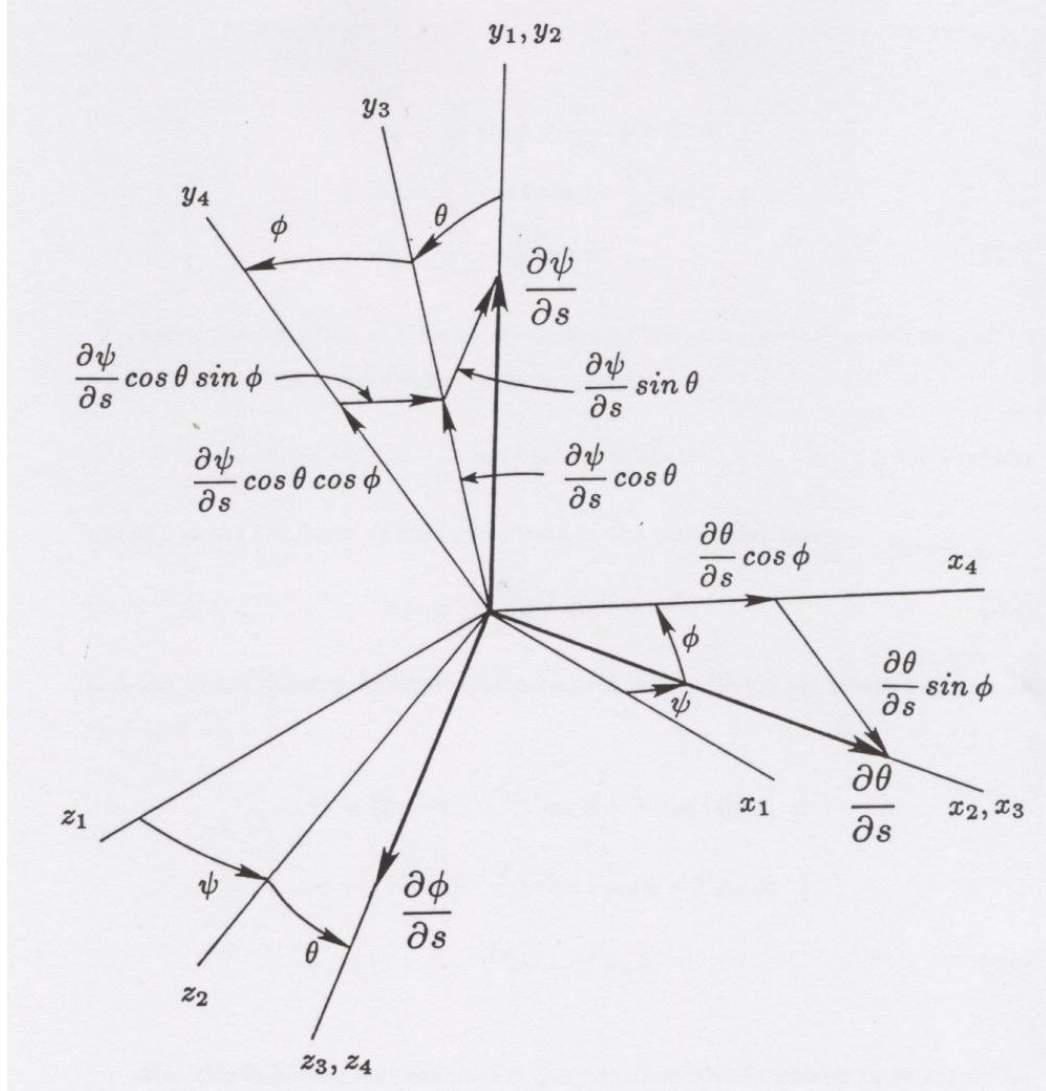
$x_3, y_3, z_3$ 'den dolayı ortaya çıkan  $x_2$  eksenini etrafında bir pozitif dönme  $\theta$

$x_4, y_4, z_4$ 'den dolayı ortaya çıkan  $x_3$  eksenini etrafında bir pozitif dönme  $\phi$



Şekil A.1 :  $\psi, \theta$  ve  $\phi$  Euler açıları

$x_4, y_4, z_4$  koordinat sisteminin başlangıcının, birim hızlı kirişin şekil değiştirmiş merkez eksenini boyunca hareket ettiği varsayılarak,  $x_4, y_4, z_4$  eksenleri her zaman bu kirişin asal burulma-eğilme eksenleri boyunca yönlendirilmektedir. Kirchoff'un kinetik benzeşimi;  $x_4, y_4, z_4$  sisteminin  $x, y, z$  sistemine göre ani hız bileşenlerinin, şekil değiştirmiş eksenlerin eğrilik bileşenlerine karşılık geldiğini bildirmektedir. Şekil A.2, şekil değiştirmiş merkez eksen boyunca olan  $s$  eğrisel koordinatına göre konum türevinin, açısal hızlar için zaman türevine karşılık geldiği yeri göstermektedir.



**Şekil A.2 :** Şekil değiştirmiş kirişin eğrilik bileşenleri

Böylece,  $k_x, k_y$  eğilme eğrilikleri ve  $k_\phi$  burulma eğriliği;  $\frac{\partial \psi}{\partial s}, \frac{\partial \theta}{\partial s}$  ve  $\frac{\partial \phi}{\partial s}$   $x_4, y_4, z_4$  eksenleri boyunca izdüşülerek elde edilebilmektedir. Bu eğrilikler

$$\begin{aligned}
k_x &= \frac{\partial \theta}{\partial s} \cos \phi + \frac{\partial \psi}{\partial s} \cos \theta \sin \phi \\
k_y &= \frac{\partial \psi}{\partial s} \cos \theta \cos \phi - \frac{\partial \theta}{\partial s} \sin \phi \\
k_\phi &= \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{\partial \psi}{\partial s} \sin \theta
\end{aligned} \tag{A.1}$$

olarak verilmektedir. Green'in şekil değiştirme (uzama) tansörü tanımından,  $s$ 'ye göre türev  $z$ 'ye göre türevle ilişkilendirilebilir:

$$\frac{\partial}{\partial s} = (1 + 2\epsilon)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial z} \tag{A.2}$$

Burada,  $\epsilon$  merkez eksenin lineer olmayan birim uzamasıdır:

$$\epsilon = w' + \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2) \tag{A.3}$$

Son iki denklem kullanılarak, (A.1) denklemleri yeriden yazılabilir:

$$\begin{aligned}
k_x &= (1 + 2\epsilon)^{-1/2} [\theta' \cos \phi + \psi' \cos \theta \sin \phi] \\
k_y &= (1 + 2\epsilon)^{-1/2} [\psi' \cos \theta \cos \phi - \theta' \sin \phi] \\
k_\phi &= (1 + 2\epsilon)^{-1/2} [\phi' - \psi' \sin \theta]
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Buradaki trigonometrik ifadeler, yerdeğiştirmeler cinsinden ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
\cos \psi &= \frac{1 + w'}{(1 + 2\epsilon - v'^2)^{1/2}} \\
\cos \theta &= \frac{(1 + 2\epsilon - v'^2)^{1/2}}{(1 + 2\epsilon)^{1/2}} \\
\sin \psi &= \frac{u'}{(1 + 2\epsilon - v'^2)^{1/2}} \\
\sin \theta &= \frac{-v'}{(1 + 2\epsilon)^{1/2}}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

## ÖZGEÇMİŞ

İsmail YALÇIN, 1964 yılında İstanbul'da doğmuştur. 1982 yılında girdiği İ.T.Ü. Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi'nden 1987 yılında mezun olmuş, aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü'nün Gemi İnşaatı Mühendisliği Programı'nda yüksek lisans öğrenimine başlamıştır. Hazırlık sınıfının ardından yüksek lisans öğrenimini 1990'da tamamlamıştır. 1993 yılından beri aynı programda doktora öğrencisidir. 1989 yılından beri İ.T.Ü. Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır. Askerlik görevini Taşkızak Tersanesi'nde yapmıştır. Evlidir. İngilizce bilmektedir.