

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ « FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**EKSENEL YÜKLÜ TEL HALAT DEMETLERİNİN
SONLU ELEMANLAR METODU İLE
MODELLENMESİ VE ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Özgür ŞENTÜRK**

Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Programı : KONSTRÜKSİYON

HAZİRAN 2007

**EKSENEL YÜKLÜ TEL HALAT DEMETLERİNİN
SONLU ELEMANLAR METODU İLE
MODELLENMESİ VE ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Özgür ŞENTÜRK
503041213**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 7 Mayıs 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 11 Haziran 2007**

**Tez Danışmanı : Doç.Dr. C. Erdem İMRAK
Diğer Jüri Üyeleri : Yrd.Doç.Dr. Cüneyt FETVACI (İ.Ü.)
Yrd.Doç.Dr. İsmail GERDEMELİ (İ.T.Ü.)**

HAZİRAN 2007

ÖNSÖZ

Büyük bir özveriyle ve seveerek gerçekleştirdiğim yüksek lisans tez çalışmam sırasında gerek bir arkadaş gerekse bir danışman olarak bana yol gösterip destek olan ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Doç.Dr. C.Erdem İMRAK'a en içten minnettarlığımı sunarım. Ayrıca bilgi ve birikimlerinden yararlandığım ve sorduğum sorulara içtenlikle yanıtlar veren Dr. Wen-Guang JIANG'a, tez aşamasında almaya hak kazandığım burs ile maddi olarak destek olan TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na ve son olarak beni bu günlere hazırlayan aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Gelişen teknoloji, hızla artan mesleki bilgiler, birleşen dünya, kalkan sınırlar, meslek yaşamlarını 21.yüzyılda sürdürecekt mühendislerden çok şeyler bekliyor. İyi bir mühendis olmak kadar, iyi insan, iyi vatandaş olmakta gerekir. Ülkemizin gelişmiş ülkeler arasında yer alabilmesinde büyük sorumluluk ve görev üstlenecek olan meslektaşlarımla beyinlerindeki bilgi ve kalplerindeki sevgiyle, aydınlık, çağdaş, gelişmiş Türkiye'yi yaratmalarında bu çalışmanın onlara biraz yardımcı olması bana büyük mutluluk verecektir.

İstanbul, Mayıs 2007

Özgür ŞENTÜRK

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	VI
TABLO LİSTESİ	VII
ŞEKİL LİSTESİ	VIII
SEMBOL LİSTESİ	X
ÖZET	XI
SUMMARY	XII
1. GİRİŞ	1
1.1. Literatür Araştırması	2
2. TEL HALATLAR	4
2.1. Tel Halatların Yapısı	4
2.2. Tel Halatların İmalatı	5
2.2.1. Halat teli imalatı	5
2.2.2. Halat imalatı	6
2.2.2.1 Halat çapı	6
2.2.2.2 Halat sarım yönü	6
2.2.2.3 Halat adımı	7
2.2.2.4 Ön şekilli halatlar	7
2.2.2.5 Çap kontrolü	8
3. TEL HALATLARIN TİPLERİ VE SEÇİMİ	9
3.1. Tel Halat Tipleri	9
3.1.1. Yuvarlak kordonlu halatlar	9
3.1.2 Üçgen kordonlu halatlar	9
3.1.3 Oval kordonlu halatlar	10
3.1.4 Kapalı tip halatlar	10
3.1.5 Dönmez tip halatlar	11
3.1.6 Çimalar	11
3.2 Tel Halat Demet Konstrüksiyonları	12
3.2.1 Tek operasyonlu demetler (paralel tel sarımlı demetler)	12
3.2.1.1 Seale demeti	12
3.2.1.2 Warrington demeti	12
3.2.1.3 Warrington – Seale demeti	13
3.2.1.4 Filler (dolgu) demet	13
3.2.1.5 Seale – Filler demeti	13

3.2.2 Çok operasyonlu demetler (basit sarımlı demetler)	14
3.2.3 Lif özlü demetler	14
3.3 Tel Halatların Seçimi ve İmalat Parametrelerine Göre İncelenmesi	15
3.3.1 Tel halatın mukavemeti	15
3.3.2 Demet (kordon) çeşidi	16
3.3.3 Halat yönü	17
3.3.4 Önşekil verme	18
3.3.5 Özler	19
4. İNCE BİR TELİN DENGESİ	23
4.1 İnce Bir Telin Kinematığı	23
4.2 Denge Denklemleri	25
4.3 Yükler ve Deformasyonlar Arasındaki Bağlılıklar	28
5. TEL DEMETİN STATİK DAVRANIŞI	30
5.1 Tel Demet Geometrisi	30
5.2 Basit Düz Demetin Eksenel Davranışı	33
5.3 Basit Demetin Gerilim Değerleri	38
5.4 Basit Demet İçin Yük – Deformasyon İlişkisi	39
5.5 Çok Katmanlı Demetler	40
5.6 Temas Gerilimleri	41
6. SONLU ELEMANLAR METODU	43
6.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Adımları	44
6.1.1 Problemin tanımı	44
6.1.2 İdealleştirme	44
6.1.3 Problem geometrisinin elemanlara ayrılması	44
6.1.4 Eleman davranış matrisinin belirlenmesi	46
6.1.5 Eleman matrislerinin birleştirilmesi	46
6.1.6 Başlangıç ve sınır koşullarının eklenmesi	47
6.1.7 Sistem denklemlerinin çözümü	47
6.1.8 Bağımlı değişkenlerin hesaplanması	48
6.2 Sonlu Elemanlar Metodunun Teorisi	48
6.2.1 Katılık matrisinin belirlenmesinde virtüel işler prensibi	50
6.2.2 İnterpolasyon fonksiyonları	52
6.2.3 Sonlu elemanlar metodunda bant genişliği kavramı	55
6.3 Sonlu Elemanlar Yönteminde Eleman Çeşitleri	55
7. SONLU ELEMAN ANALİZİNDE HELİSEL SİMETRİK SINIR ŞARTLARI	58
7.1 Kısıtlama Denklemlerinin (Constraint Equations) Formülasyonu	58
7.2 Oluşturulan Denklemler İçin Uygulamalar	61
7.2.1 Dairesel kesitli çubuk	61
7.2.3 Dairesel kesitli helisel yay	64

8. TEL HALAT DEMETİNİN SONLU ELEMANLAR İLE ANALİZİ	68
8.1 Basit Demetin Sonlu Eleman Modelinin Kurulması	68
8.2 Temel Sektörün Elemanlara Ayrılması	69
8.3 Malzeme Seçimi	72
8.4 Sınır Şartları	72
8.5 Sonlu Eleman Analizi ve Sonuçlar	73
9. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ İLE TEL HALAT DEMETİNİN UÇ BAĞLANTILARININ İNCELENMESİ	82
9.1 Sonlu Eleman Modeli	82
9.2 Sınır Şartları	85
9.3 Analiz Sonuçları	86
10. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	91
KAYNAKLAR	93
EKLER	96
ÖZGEÇMİŞ	99

KISALTMALAR

SEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi
BISO	: Bilineer İzotropik Sertleşme

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Halat çapı ovallık toleransı.....	8
Tablo 4.1. xyz Eksenlerine göre kuvvetlerin doğrultu kosinüsleri.....	26
Tablo 7.1. Çubuk için SEM ile analitik sonuçların karşılaştırılması.....	64
Tablo 7.2. Yay için SEM ile analitik sonuçların karşılaştırılması (serbest dönmeli uzama durumu).....	66
Tablo 7.3. Yay için SEM ile analitik sonuçların karşılaştırılması (serbest uzamalı dönme durumu).....	67
Tablo 8.1. Basit demet modelinin geometrik verileri.....	72
Tablo 8.2. Basit demet modeli parametreleri.....	73
Tablo 8.3. Lineer bölgede karşılaştırma.....	81
Tablo 8.4. Sürtünme etkisinin incelenmesi.....	81
Tablo 9.1. Modelin geometrik verileri.....	83
Tablo 9.2. Model parametreleri.....	84

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : Tel halat bileşenleri.....	6
Şekil 2.2 : Halat çapının ölçülmesi.....	6
Şekil 2.3 : Kordonlu halatlar.....	7
Şekil 2.4 : Halat adımı.....	7
Şekil 3.1 : Yuvarlak kordonlu halatlar.....	9
Şekil 3.2 : Üçgen kordonlu halatlar.....	9
Şekil 3.3 : Oval kordonlu halatlar.....	10
Şekil 3.4 : Kapalı tip halatlar.....	10
Şekil 3.5 : Dönmez tip halatlar.....	11
Şekil 3.6 : Çima tipi kordon kesiti.....	11
Şekil 3.7 : Tek operasyonlu kordonlar.....	12
Şekil 3.8 : Seale demetleri.....	12
Şekil 3.9 : Warrington demeti.....	12
Şekil 3.10 : Warrington – Seale demetleri.....	13
Şekil 3.11 : Filler demeti.....	13
Şekil 3.12 : Seale – Filler demetleri.....	14
Şekil 3.14 : Lif özlü demetler.....	14
Şekil 3.15 : Elyaf ve tel özlü halatların yük altında uzama durumları.....	20
Şekil 3.16 : Farklı yapıdaki halatlara ait yük – uzama eğrileri.....	20
Şekil 4.1 : Telin deformesiz ve deformeli halleri.....	23
Şekil 4.2 : Dikdörtgen kesitli yüksüz helisel yay.....	24
Şekil 4.3 : İnce tele etki eden yükler.....	25
Şekil 4.4 : İnce telin kesit merkez eksen çizgisi ve kuvvetler (xz düzleminde).....	26
Şekil 4.5 : İnce telin kesit merkez eksen çizgisi ve kuvvetler (yz düzleminde).....	26
Şekil 4.6 : İnce telin kesit merkez eksen çizgisi ve kuvvet çiftleri (xz düzleminde).....	27
Şekil 4.7 : İnce telin kesit merkez eksen çizgisi ve kuvvet çiftleri (yz düzleminde).....	27
Şekil 5.1 : Yük altındaki basit düz demet.....	30
Şekil 5.2 : Demet eksenine dik tel kesiti.....	31
Şekil 5.3 : Helisel tele etki eden yükler.....	34
Şekil 5.4 : Dış tellerin merkez eksenlerinin geliştirilmiş görüntüsü.....	34
Şekil 5.5 : Dış tel ile merkez tel arasındaki temas durumu.....	42
Şekil 6.1 : Çözüm bölgesinin elemanlara ayrılması.....	45
Şekil 6.2 : Bir boyutlu yay elemanı.....	48
Şekil 6.3 : Yay elemanı üzerindeki kuvvetler ve yer değiştirmeler.....	48
Şekil 6.4 : İki yaydan oluşan sistem.....	49
Şekil 6.5 : Üçgen eleman ve düğüm noktaları.....	53

Şekil 6.6	: Bir boyutlu bir sonlu eleman.....	56
Şekil 6.7	: Üçgen sonlu eleman.....	56
Şekil 6.8	: İki boyutlu sonlu elemanlar.....	56
Şekil 6.9	: Üç boyutlu sonlu elemanlar.....	57
Şekil 7.1	: Helisel simetrik kısıtlama ilişkisi.....	60
Şekil 7.2	: Dairesel çubuk problemi için geometrik model.....	63
Şekil 7.3	: Temel sektör sonlu elemanlar modeli ve sınır şartları.....	63
Şekil 7.4	: Helisel yay sektörün geometrik modeli.....	65
Şekil 7.5	: Helisel yay sektörün sonlu eleman modeli.....	66
Şekil 7.6	: Helisel yay sektörün eşdeğer gerilme dağılımı.....	67
Şekil 8.1	: Tel halat demet konfigürasyonu.....	69
Şekil 8.2	: Tel halat demetin temel sektörü.....	69
Şekil 8.3	: SOLID185 eleman tipi.....	70
Şekil 8.4	: ANSYS temas yöneticisi (contact manager).....	71
Şekil 8.5	: ANSYS eleman tipi seçimi.....	71
Şekil 8.6	: Tel halat demet sektörünün sonlu eleman modeli.....	71
Şekil 8.7	: BISO malzeme davranışı.....	72
Şekil 8.8	: Eksenel yükün (F) eksenel uzama (ϵ) ile değişimi.....	74
Şekil 8.9	: Sabit uç kuvvet (F) – moment (M_t) ilişkisi.....	74
Şekil 8.10	: Serbest uç eksenel kuvvet (F) – birim dönme değeri (Γ) ilişkisi..	75
Şekil 8.11	: Maksimum temas gerilme (σ_c) değişimi.....	75
Şekil 8.12	: Eşdeğer gerilme (vonMises) değişimi.....	76
Şekil 8.13	: Eksenel gerilme (σ_z) değişimi.....	77
Şekil 8.14	: Yer değiştirme dağılımı (mm) ($\epsilon = 0,05$).....	79
Şekil 8.15	: Gerilmelerin dağılımı (MPa) ($\epsilon = 0,05$).....	81
Şekil 9.1	: Temsili demet kısmı.....	82
Şekil 9.2	: Temsili kısmın sonlu eleman modeli.....	84
Şekil 9.3	: Yük (F) ve eksenel birim uzama (ϵ) ilişkisi.....	86
Şekil 9.4	: Moment – kuvvet ilişkisi.....	87
Şekil 9.5	: Temas yükü – eksenel birim uzama ilişkisi.....	87
Şekil 9.6	: Birim boydaki temas kuvveti değişimi.....	88
Şekil 9.7	: Temas çizgisi boyunca izafi hareket.....	88
Şekil 9.8	: Maksimum eşdeğer gerilme değişimi.....	89
Şekil 9.9	: Model üzerindeki gerilme dağılımları ($\epsilon = 0,005$).....	90

SEMBOL LİSTESİ

κ, κ'	: Eğrilik
τ	: Birim boyda burulma
ω	: Açısal hız
$N, N\phi$: Kesme kuvvetleri
T	: Eksenel tel kuvveti
G, G'	: Eğilme momentleri
H	: Burulma momenti
X, Y, Z	: Çizgisel yükler
K, K', Θ	: Birim boyda harici momentler
I_x, I_y	: Atalet momentleri
E	: Elastik modül
ν	: Poisson oranı
ξ	: Telin aksenal uzaması
F	: Eksenel demet kuvveti
M_t	: Eksenel demet burulma momenti
m_2	: Helisel tel sayısı
R_1, R_2, R_3	: Merkez ve helisel tel yarıçapları
r_2, r_3	: Demet yarıçapı
α	: Helis açısı
p	: Adım
ε	: Eksenel birim uzama
h	: Demet boyu
β_2	: Dış telin dönme değeri
X_2	: Birim boydaki temas kuvveti
σ	: Gerilim
A	: Metalik alan
X_c	: Temas çizgisi üzerinde birim boydaki temas kuvveti
ρ	: Eğrilik yarıçapı
σ_c	: Maksimum temas gerilimi
$[k]$: Rijitlik matrisi
$\{F\}$: Kuvvet vektörü
$\{u\}$: Yer değiştirme vektörü
$[N]$: İnterpolasyon fonksiyonu
$[B]$: Gradyen matrisi
B	: Bant genişliği
z_s	: Sektör uzunluğu
θ_s	: Sektör açısı
(r, θ, z)	: Silindirik koordinat
u	: Yer değiştirme
R	: Döndürme matrisi
Γ	: Demetin birim boyda dönmesi
L_1, L_2	: Radyal kenar çizgiler

EKSENEL YÜKLÜ TEL HALAT DEMETLERİNİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE MODELLENMESİ VE ANALİZİ

ÖZET

Spiral tel demetleri ve elektrik iletkenler, helisel tel birleştirmelerdir. Eksenel dayanım ve rijitlik sağlayacak düzenli bir geometrik formda helisel olarak bir araya getirilmiş tellerden oluşurlar. Bilindiği gibi, bu elemanların en önemli özelliği büyük eksenel yükleri düşük eğilme ve burulma rijitliği ile taşıyabilmeleridir.

Sahip olduğu kompleks geometriden dolayı bir halat teli yükleme sırasında uzama, kesme, eğilme, burulma, temas, sürtünme ve olası yerel plastik davranış etkilerinin birleşimine maruz kalır. Eksenel yükleme (uzama ve burulma) uygulandığında, bu yapılar yükleme sonrasında da helisel karakteristik özellik gösterebilir. Dolayısıyla, bu özellik bu tür yapıların analizini basitleştirmede kullanılabilir ve böylece sayısal çözümlerinde model büyüklüğü azalır. Bu tez çalışmasında, helisel simetrik sınır şartlarının formülasyonu ve sonlu eleman metodu kullanılarak genel bir demet modeli sunulmuştur. Oluşturulan model uzama, kesme, burulma, temas ve yerel plastik davranış etkilerini göz önüne almaktadır ve basit tel halat demetinin davranışını belirlemede başarıyla kullanılmıştır. Bununla birlikte, analitik olarak belirlenmesi güç olan gerilim dağılımı bu model ile tespit edilebilmiştir. Çoğu demet modelinde olduğu gibi halat ucunun bağlantı şartlarını ihmal etmek için halatın yeterince uzun olduğu kabul edilir. Elde edilen sonlu eleman analiz sonuçları analitik Costello teorisi ve Utting ile Jones'in deneysel sonuçlarıyla uyumludur.

Çalışmanın sonunda uç bağlantılarının etkisini incelemek üzere 7 telli halat demeti için bir sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Böylelikle, uç bağlantılarının temas kuvveti üzerindeki etkisi ve bunun sonucu olarak teller arası izafi hareketler belirlenmiştir.

MODELLING AND ANALYSIS OF AXIAL LOADED WIRE ROPE STRANDS USING THE FINITE ELEMENTS METHOD

SUMMARY

Spiral wire strands and overhead electrical conductors are examples of helical wire assemblies. They comprise groups of wires spun helically together in a regular geometric pattern to form an integral unit to provide axial strength and stiffness. It is well known that a major advantage of such elements is their capacity to support large axial loads with comparatively small bending or torsional stiffness. The use of these helically wound wires constitute a wide class of important engineering components.

Due to its complex geometry, a wire in rope is subjected to the combined effects of tension, shear, bending, torsion, contact, friction and possible local plastic yielding when loaded. When they are subjected to axial loads (tensile and torsional), these structures may still exhibit the helically symmetric characteristic after loading. For this reason, this feature can be used to simplify the analysis of these structures and to reduce model size in numerical simulations. In this study, the formulation of helically symmetric boundary conditions is used and a general strand model using the finite element method (FEM) is presented. The model is capable of taking into account the effects of tension, shear, torsion, contact, friction and possible local plastic yielding and has been successfully used to predict the global behavior of simple straight wire rope strand as well as the stress distribution, which are very difficult to predict analytically. As most of the strand models, the length of the strand is assumed sufficiently long for the clamping conditions to be negligible. The finite analysis results showed excellent agreement with the analytical theory of Costello and the experimental results of Utting and Jones.

At the end of this study, a finite element model of a seven – wire strand has been developed for the analysis of termination effects. The effects of a fixed-end termination on the contact forces and the resulting relative movements between the wires along the contact lines have been determined.

1. GİRİŞ

Çelik tellerden yapılan tel halatlar, iletim makinelerinin en yüksek derecede zorlanan önemli elemanlarıdır. Değişik çalışma şartları çeşitli tipte halatların yapımını zorunlu kılmıştır.

Pratikte, tel halatların karakteristik özellikleri çok az bilinmektedir. İşletme personeli tel halatların bakımı, kontrolü ve kullanımları hakkında gerekli bilgiden yoksun ise, düzgün ve emniyetli bir çalışma gerçekleştirilemez. Tasarımcıdan başka kullanıcının da tel halatlar hakkında gerekli bilgilere sahip olması zorunludur.

Tel halatların geliştirilmesi sonucu daha önceleri kullanılan zincirler bugün için kren imalatında kullanılmamaktadır. Tel halatların zincirlere karşı üstünlükleri aşağıda verildiği gibi sıralanabilir:

- a) Hafif olmaları nedeniyle, hızlı çalışan kaldırma makinelerinde kütle tesirleri azdır.
- b) İşletme emniyetleri yüksek ve işletme kontrolleri kolaydır. Zincirler gibi birdenbire kopmayıp, kopan tellere dikkat edilmesiyle emniyet tedbirleri alınabilmektedir.
- c) Zincirlerden çok daha elastik olduklarından hafif darbelere karşı koyarlar.
- d) Yüksek hızlarda sessiz çalışırlar.
- e) Yerine göre birim fiyatları zincirlere nazaran ucuzdur.

Ayrıca tel halatlar yüksek taşıma gücüne sahiptir. Çalışma sırasında ortaya çıkan aşınma ve korozyon olayının dışında yorulma ve nemin etkisi ile mukavemetlerinden pek bir şey kaybetmemektedirler. Yükün halat içindeki çok sayıda tele dağılması nedeniyle işletme emniyeti oldukça yüksektir. Tel halatlar yüksek çalışma hızlarında çalıştırılabilirler, kendi ağırlıkları ile taşıma kapasiteleri arasında uygun bir oran mevcuttur ve büyük bir elastik uzama miktarına sahiptirler. İşletme sırasında kolaylıkla gözle kontrol edilmeleri mümkündür. Tel halatların taşıma kapasiteleri ve çalışma özellikleri düşük sıcaklıklarda değişmemektedir. Yalnız lif çekirdekli halatlarla 100 °C, çelik çekirdekli halatlarla ise 250 °C nin üzerindeki sıcaklıklarda

çalışılmamalıdır [1]. Alçak ve yüksek sıcaklıklarda halat ucu bağlantısının kontrolü çok dikkatli yapılmalıdır.

Tel halatın hesaplanmasının amacı, yeteri derecede çalışma ömrüne sahip halatı seçebilmektir. Halatın seçiminde yorulma mukavemeti ve aşınma direnci dikkate alınmalıdır. Çünkü doğru seçilen halatın çalışma ömrü, yorulma ve aşınma nedeniyle azalmaktadır.

1.1 Literatür Araştırması

Babylon yakınlarındaki Ninevah harabesinde bulunan bakır bir kablo bu tip elemanların M.Ö. 685 yıllarından beri kullanıldığını göstermektedir. Pompei’de yapılan kazı çalışmalarında bulunan parçalar Romalılar’ın bronz tel halat kullandıklarını ortaya koymaktadır [2].

Bugün kullanılan manada, kordonların örülmesiyle elde edilen ilk tel halat Almanya’da A. Albert tarafından 1834’de üretilmiştir [2]. Bu halatın üretilmesi için yapılan uzun süreli araştırmalarda halatın yeteri kadar sağlam ve elastik olması, aynı zamanda sürekli tekrarlanan bükülmeye karşı dayanıklı olması amaçlanmıştır. Bu ilk üretilen tel halat, dörder telden oluşan üç kordonun bir araya getirilmesi ile yapılmıştır ve kömür madenlerinde kullanılmıştır.

Tel halatların geniş bir kullanım alanı olmasına rağmen geçmişte halatlar için hazırlanmış teknik raporların çoğu ampirik ifadelerden oluşur ve belirli sorunların çözümünü amaçlayan uygulamalara yöneliktir. Literatürde tel halatlar için analitik yaklaşımların 1970’li yıllarda başladığı görülmektedir.

Tel halatın analitik incelenmesine yönelik özellikle helisel kordonların mekanik modellenmesi üzerine yapılmış mükemmel çalışmalardan biri A. Cardou ve C. Jolicoeur tarafından sunulmuştur [3]. Buna göre helisel kordonların mekanik modelleri; saf çekme modeli, yarı-sürekli kordon modeli ve helisel çubuk modeli olarak gruplandırılabilir. Saf çekme modeli; dönmeye karşı sınırlandırma, radyal kışalmayı ihmal etme ve tellerin momentsiz sadece çekme kuvvetine maruz kalması gibi tüm modeller içerisinde en basit varsayımlarla kurulmuştur. Bu model ilk olarak tel gerilmelerini ve sargıyı çözme torkunu belirlemek için Hruska [4] tarafından geliştirilmiş ve yine kendisi tarafından çok katlı kordonlara uygulanmıştır. Yarı-sürekli kordon modelinde, helisel kordonun her dış katmanı analitik modelde matematiksel olarak bir ortotropik silindir ile ifade edilir. Bu silindirin mekanik özellikleri, temsil ettiği tel katmanı davranışına uygun olarak seçilir. Daha sonra

kordonun genel davranışı eş eksenli silindirler takımı kullanılarak çözümlenir. Yarı-sürekli modelin ilk uygulaması Hobbs ve Raof [5] tarafından gerçekleştirilen ortotropik tabaka (orthotropic sheet) modelidir ve özellikle çok katlı kordonlar için elverişlidir. Bu modelde ortotropik katmanın düzlem gerilim (plane stress) durumunda olduğu varsayılmıştır. Düzlem gerilim kısıtlamasının kaldırıldığı bir yarı-sürekli model Bloudin ve Cardou [6] tarafından geliştirilmiştir.

Costello ve Phillips [7] eğilmeye ve burulmaya maruz çubuklar için Love'ın geliştirdiği teoriye [8] dayanarak helisel çubuk modelinin elde edilmesini sağlayan ilk araştırmacılarıdır. Bu modelde, eğilmiş ve burulmuş bir çubuğun kuvvet ve momentler tarafından yüklenmesi sonucunda denge denklemlerinden ve yük-deformasyon ilişkilerinden oluşan lineer olmayan denklemler takımı elde edilir. Bu denklemler gerinmenin küçük olduğu düşünülerek (örneğin helis açısı ve helis radyüsündeki değişimlerin küçük olduğu varsayılabilir) lineer hale getirilir ve eğilme ya da eksenel yükleme altında tel kordonunun davranışını modellemek için kullanılır. Bu denklemler daha sonra yine Costello tarafından çok katlı tel halatların ve bağımsız tel halat çekirdeği (IWRC) halatının modellenmesine uygulanmıştır. Utting ve Jones [9] temas nedeniyle oluşan tel deformasyonunu ve sürtünme etkilerini göz önüne alarak Costello'nun modelini geliştirmişlerdir. Costello'nun tel kordonunda eksenel ve dönme gerinmeleri oluşturacak eksenel yüklemeler için geliştirdiği model tel halat tasarımı uygulamalarında kapsamlı ve başarılı bir şekilde yıllardır kullanılmaktadır.

Sonlu eleman metodunun tel halatlar için kullanılması 1970'lerin başında Carlson ve Kasper'ın [10] zırlı kablolar için basitleştirilmiş bir model yapmasıyla başlar. Daha sonra, Cutchins [11] tel halat izolatörlerinde sönüm etkisini araştırarak ve Chiang [12] tek bir demet kablonun küçük bir uzunluğunu geometrik optimizasyon için modelleyerek sonlu eleman çalışmaları devam etmiştir. Bu modellerde tüm tel içi hareketlerin (dönme ve öteleme) incelenmesine elverişli olmayan standart hacimsel sonlu elemanlar kullanılmıştır. Ayrıca halatın tam olarak modellenmesi çok sayıda sonlu elemana gereksinim duyacağından hesaplama zorluğu ortaya çıkar. Hesaplama zorluğunu azaltmak için Jiang [13] kısa ve özlü bir sonlu eleman modeli sunmuştur. Bu modelde üç boyutlu katı kutu tipi (solid brick) elemanlar kullanılmış olup yapı ve yüklemenin simetrikliğinden yararlanılmıştır. Ayrıca eksenel yüklemelerde çekme, kesme, eğilme, burulma, temas, sürtünme ve yerel plastik akmanın birleşik etkisinin göz önünde tutulduğu görülmektedir.

Halat davranışlarının incelenmesinin ilk aşaması halatların yapımı ve yapısının anlaşılmasıdır. Bu sebeple öncelikle halatlar genel açılardan tanıtılacaklardır.

2. TEL HALATLAR

Helisel sarımlı teller geniş ve önemli bir mühendislik eleman sınıfı oluşturur. Bilindiği gibi bu tür elemanların en önemli avantajı oldukça küçük eğilme ve burulma rijitlikleri sayesinde büyük aksenal yükleri taşıma kapasiteleridir. Günümüzde bu elemanların mekaniksel davranışlarını belirlemek için değişik analitik modeller mevcuttur. Bu modellerin temelini oluşturan teori, helisel tel demeti (helical wire strand) olarak adlandırılan yaygın bir elemanter sisteme dayanmaktadır. Helisel tel demeti genellikle bir çekirdek ve onun etrafını çevreleyen bir veya birkaç tel katmanından oluşmaktadır.

2.1 Tel Halatların Yapısı

Tel halatlar yüksek mukavemetli ince çelik tellerden yapılırlar. Bu çelik teller, ark çeliği, Siemens-Martin çeliği veya oksijen çeliğinden mamul; çapları 5,50 ile 16 mm arasında değişen yüksek karbonlu finmaşinlerden imal edilirler. Finmaşinlerin saflık derecesi en son olarak kullanılacağı yerin özelliklerine göre seçilmekle beraber, aşağıdaki elementler çelik tel halat imalatında genellikle kullanılan limitleri teşkil ederler.

- Mangan	: % 0,30 - % 0,70
- Silis	: % 0,10 - % 0,30
- Fosfor	: maksimum % 0,04
- Kükürt	: maksimum % 0,04
- Fosfor + Kükürt	: maksimum % 0,07
- Krom + Nikel + Bakır	: maksimum % 0,25

Kordonlu tel halatlarda teller bir veya birkaç çekirdek tel etrafında yine bir veya birkaç katlı olmak üzere helis şeklinde bükülür ve bir kordon (demet) teşkil edilir. Daha sonra kordonlar da bir öz etrafında yine helis şeklinde bükülürler ve bütün bir halat şeklinde bağlanırlar [2]. Bir halatı oluşturan parçalar Şekil 2.1'de gösterilmiştir.

2.2 Tel Halatların İmalatı

2.2.1 Halat Teli İmalatı

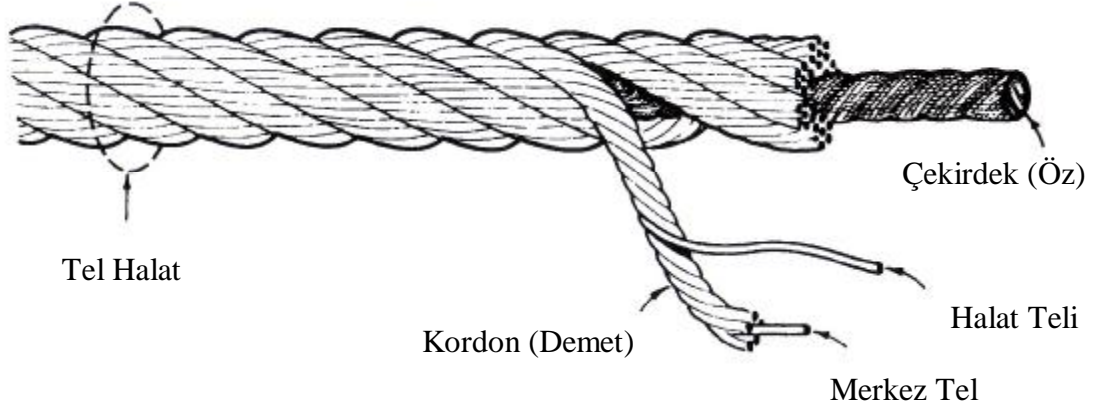
Tel halatı oluşturan çelik tellere aşağıdaki işlemler uygulanır:

- Patentleme – Tavlama
- Dekapaj ve Kaplama
- Soğuk tel çekme

Finmaşın, yapı değiştirme noktası üzerindeki bir sıcaklığa kadar ısıtılır, daha sonra 450-500 °C sıcaklıkta kurşun banyosunda soğutularak “izotermik patentleme” adı verilen ısıl işleme tabi tutulur. Amaç, tel çekme işlemini sıhhatli olarak gerçekleştirmek için malzemeye sorbitik veya troostitik yapı kazandırmaktır.

Isıl işlemde sonra telin mukavemeti karbon miktarına göre değişir. %0,40 karbonlu bir tel için mukavemet 80 kg/mm², %0,85 karbonlu bir tel için yaklaşık 130 kg/mm²’dir.

Patent fırınına terk eden finmaşın yüzeyinde olabilecek tufal ve oksitlerden temizlenmek üzere uygun asit banyosundan geçirilir, soğuk ve sıcak yıkamalarıyla asit hidrojeni ve kirinden arındırılır. Yüzeyi temizlenmiş tel oksitlenmesine mani olacak ve daha iyi bir soğuk çekim temin edecek fosfat kaplama banyosuna girer. Fosfat banyosunu takiben boraks banyosundan geçen tel son olarak üzerinde saklı kalan hidrojen ve nem kalıntılarında arındırılır. Böylece tel, soğuk çekme operasyonuna hazırlanır. Soğuk tel çekme, telin hesapsal kesit küçülmeleriyle çapının istenilen değere ulaştırılması işlemidir. Telin mukavemeti, alaşım miktarı, ısıl işlem ve soğuk haddeleme sırasındaki kesit daralması ile belirlenmektedir. Artan karbon miktarı ve kesit daralması ile telin mukavemeti artmakta, buna karşılık elastik uzaması, eğilme ve burulma kabiliyeti azalmaktadır. Teller herhangi bir madde ile kaplanmamış olan “çıplak tel” veya dış korozyon tesirlere karşı koruma sağlamak amacıyla, çinko tabakasıyla kaplanarak “kaplamalı tel” olarak imal edilirler.



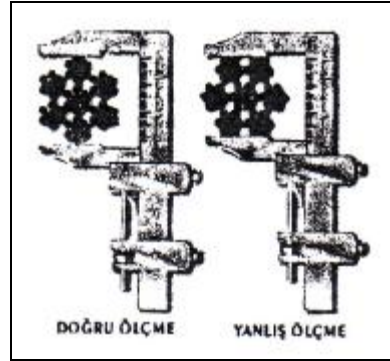
Şekil 2.1 Tel Halat Bileşenleri [14]

2.2.2 Halat İmalatı

Halat telleri, imal edilecek halatların kompozisyonuna göre önce demetlenir. Bu kordonlarda (demetler) halat sarma makinelerinde talebe uygun olarak, örgülü çelik öz veya lif (elyaf, fiber) öz üzerine sarılarak halatı meydana getirir [2].

2.2.2.1 Halat Çapı

Bir halatın anma çapı (mm cinsinden), halatın dik kesitini teğet olarak sınırlayan dairenin çapıdır. Şekil 2.2 halat çapının doğru bir şekilde ölçülmesini göstermektedir.



Şekil 2.2 Halat Çapının Ölçülmesi (doğru ölçme ve yanlış ölçme)

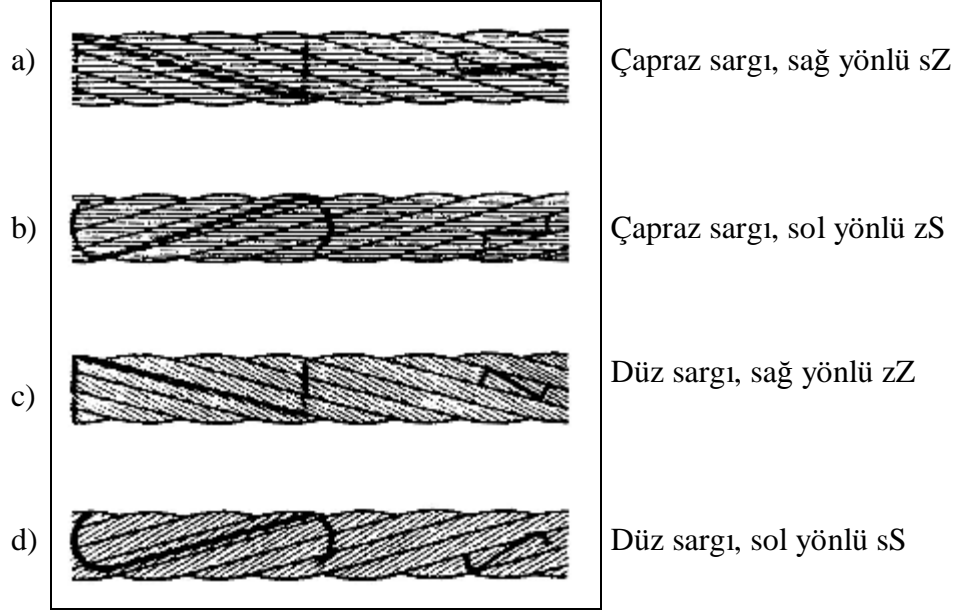
2.2.2.2 Halat Sarım Yönü

Dış kordonların helis yönü, halatın sarım yönü olarak isimlendirilir. Normlarda dış kordonların halat üzerine sarılışında helis yönünün sağ dönüşlü olduğunu belirtmek için 'Z' harfi, sola dönüşlü olduğunu belirtmek için ise 'S' harfi kullanılmaktadır. Ayrıca kordonların sarılışında helis yönü sağa sarılış için 'z' ve sola sarılış için 's' harfi ile gösterilmektedir. Kısa gösterilişte 'ZZ' ve 'SS' sarılışına düz sargı, 'zS' ve

'sZ' sarılışına çapraz sargı denir [1]. Yani, çapraz sargıda kordonları meydana getiren tellerle, halatı meydana getiren kordonların sarım yönleri birbirlerine terstir. Şekil 2.3'de halat sarımında meydana gelen dört ayrı durum gösterilmiştir.

2.2.2.3 Halat Adımı

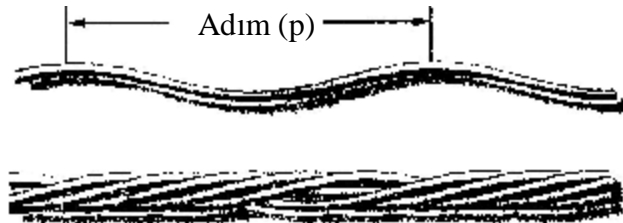
Halat üzerinde kordon ekseninin meydana getirdiği helisin, halat eksenı boyunca ölçülen uzunluğudur (mm cinsinden). Şekil 2.4 halat adımının anlamını ifade etmektedir. Şekildeki tel kordon olarak düşünüldüğünde gösterilen mesafe kordon adımını, tel olarak düşünüldüğünde demet adımını olarak isimlendirilmektedir [1].



Şekil 2.3 Kordonlu Halatlar

2.2.2.4 Performe (Ön Şekilli) Halatlar

Ön şekilli halat, kendisini meydana getiren elemanlara (teller, kordonlar) bir imalat operasyonu ile, halat sarıldıktan sonra alacakları şeklin, daha önceden kazandırılmasıdır [2].



Şekil 2.4 Halat Adımı

2.2.2.5 ap Kontrolü

Halat gerçek çapı daha önce belirtildiği şekilde özel kumpasla ölçülerek (mm cinsinden) bulunur.

Halat gerçek çapı, halat düz ve yüksüz olarak sarılmış halde iken en az iki komşu kordona değecek geniş ağızlı kumpasla uçtan itibaren en az 1,5 m'den başlamak üzere ve en az 1,5 m aralıkla iki noktadan ve her noktada birbirine dikey olmak üzere ölçülür. Bu dört ölçünün ortalaması halat kompozisyon föylerinde gösterilen boyut ve toleranslara uygun olmalı, dört ölçü arasındaki en büyük fark, Tablo 2.1'de verilen değerleri aşmamalıdır [2].

Tablo 2.1 Halat apı Ovallık Toleransı [2]

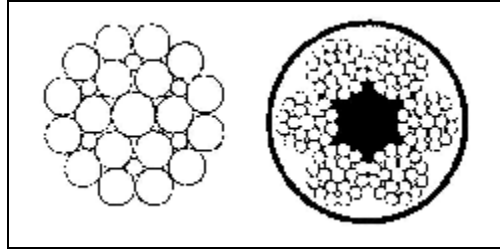
Halat Anma apı mm	Ovallık toleransı anma çapı %	
	elik Özlü Halatlar	Lif Özlü Halatlar
2 ve 3	7	-
4 ve 5	6	8
6 ve 7	5	7
8 ve daha kalın	4	6

3. TEL HALATLARIN TIPLERİ VE SEÇİMİ

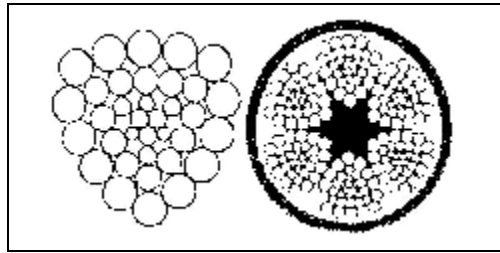
3.1 Tel Halat Tipleri

3.1.1 Yuvarlak Kordonlu Halatlar

Yuvarlak kordonlu halat, kordonların enine kesitleri yaklaşık olarak daire biçiminde olan halatlardır. Şekil 3.1’de yuvarlak kordonlu bir halatın kesiti görülmektedir [15].



Şekil 3.1 Yuvarlak Kordonlu Halatlar



Şekil 3.2 Üçgen Kordonlu Halatlar

3.1.2 Üçgen Kordonlu Halatlar

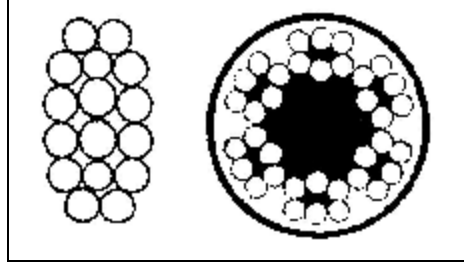
Üçgen kordonlu (demetli) halat demetlerinin enine kesitleri yaklaşık olarak üçgen biçiminde olan halatlardır.

Halat, makara oluşu içinde mükemmel bir kaldırma işi temin etmek ve hatta burada tellerin aşınmasını da azaltmak amacıyla üç köşe demeti halat cinsi meydana getirilmiştir. Daima 6 kordonlu olan bu halatta, kordonların her biri aşağı yukarı

yuvarlaklaştırılmış bir eşkenar üçgen şekline sahiptir. Kordonlar genellikle kendir öz üzerine istinad ederler. Demet ise, bir veya iki yuvarlak tel katı ile kaplı, üçgen biçiminde bir özü ihtiva eder. Üç köşe kordonlu halatlar, iş şartlarının kaldırma makarası üzerine yüksek tazyiki ve aşınmaya maruz bütün hallerde kullanılırlar. Şekil 3.2’de üçgen kordonlu halata ait örnek kesit görünmektedir [15].

3.1.3 Oval Kordonlu Halatlar

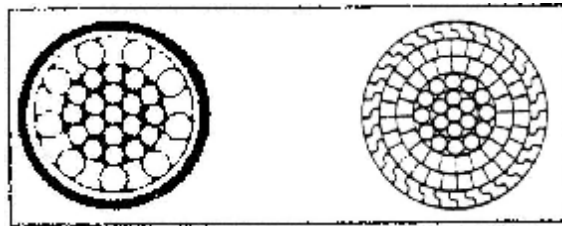
Oval kordonlu halat demetlerin enine kesitleri yaklaşık olarak oval biçimindedir. Kordon sayıları en az 6 ve daha fazla olabilir. Şekil 3.3’de bu tip bir halat kesiti örnek olarak gösterilmiştir [15].



Şekil 3.3 Oval Kordonlu Halatlar

3.1.4 Kapalı Tip Halatlar

En dış telleri yuvarlak olmayıp profilleri yardımıyla birbirine kenetlenmiş halatlardır. Kapalı halatlar, üzeri bir veya birkaç profilli tel katı ile kaplı, yuvarlak tellerden oluşan birkaç sayıdaki katların meydana getirdiği tek demetli halatlardır. Bu sebeple, bu halatın yapımı ona mükemmel düz bir yüzey verir. Bu da onun mesela teleferiklerde taşıyıcı halat olarak kullanılmasını elverişli kılar. Diğer taraftan, dış tellerin iç içe sokularak kaplanmış olmasıyla, iç kısım dış tesirlere (korozyon ve radyasyon gibi) karşı muhafaza edilmiş olur. Bu tip halatın aşınmaya ve dönmeye karşı mukavemeti yüksektir. Şekil 3.4’de kapalı tip halata ait örnek bir halat kesiti gösterilmektedir [15].

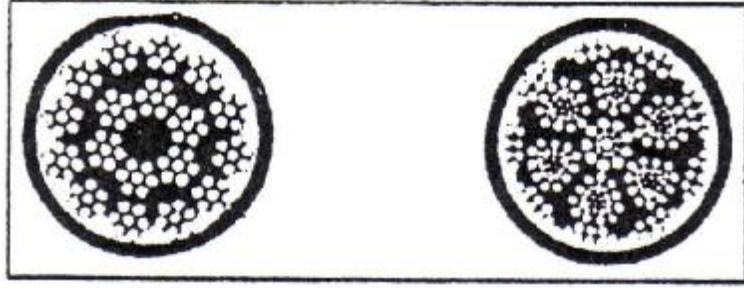


Şekil 3.4 Kapalı Tip Halatlar

3.1.5 Dönmez Tip Halatlar

İki veya daha çok demet katından meydana gelen ve yük altında dönme eğilimi az olan halatlardır.

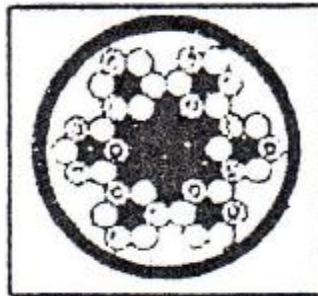
Kaldırma yüksekliği fazla ve yükün yönetilmediği hallerde, yani vinçlerde ve Blondin denilen baraj inşaatlarında kullanılan sistemde asılı yükün yönünü temin edecek dönmez terkipler bulunur. Bir dönmez halatta, tepki kuvvetini mümkün olduğu kadar azaltarak, birçok demet katlarının genellikle ters yönde halatlaması yapılır. Kullanışı birçok şartların yerine getirilmesini zorunlu kılar. Dönmez tip halata ait örnek bir kesit Şekil 3.5’de gösterilmektedir [15].



Şekil 3.5 Dönmez Tip Halatlar

3.1.6 Çimalar

Bir kendir öz üzerinde veya yedinci bir halatın meydana getirdiği öz üzerine istinad eden 6 halatın kendi aralarında halatlamasıyla elde edilir. Eşit çaptaki bir çimanın daha iyi bir bükülgenlik verebilene tasarlanabilir. Elastiklik ve bükülgenliğinden ötürü, genellikle sapan ve gemi palamarları yapımında kullanılırlar. Aksi halde, meydana getirdikleri tel genellikle çok ince olduğundan, sürtünme yoluyla aşınmaya maruz kaldığı zaman çimanın ömrü kısa olur. Çimaya ait bir örnek Şekil 3.6’da görülmektedir [15].

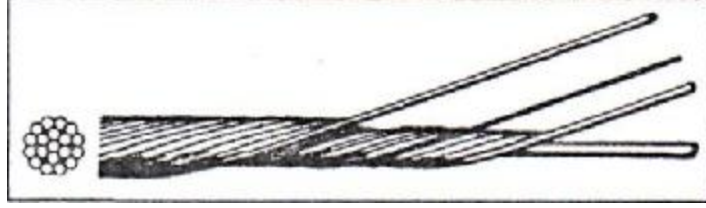


Şekil 3.6 Çima Tipi Kordon Kesiti

3.2 Tel Halat Demet Konstrüksiyonları

3.2.1 Tek Operasyonlu Demetler (Paralel Tel Sarımlı Demetler)

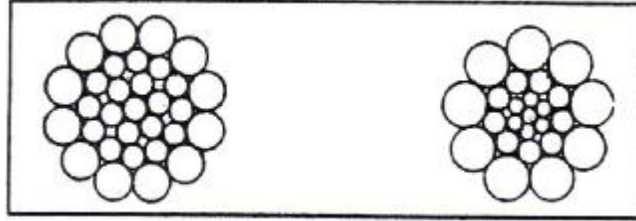
Demeti teşkil eden teller, en az iki kat olmak üzere bir tek operasyonda örülen konstrüksiyonlardır. Bu tip demetlerdeki teller, aynı açı ve aynı yönde sarılmışlardır. Tek operasyonlu demete ait örnek çizim Şekil 3.7'de gösterilmektedir [15].



Şekil 3.7 Tek Operasyonlu Kordonlar

3.2.1.1 Seale Demeti

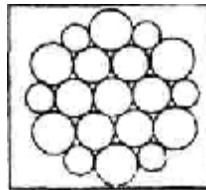
Demeti teşkil eden en dış kat tel sayısının bir alt katındaki tel sayısına eşit olduğu konstrüksiyonlardır. SEALE tipindeki demete ait kesit Şekil 3.8'de görülmektedir.



Şekil 3.8 Seale Demetleri

3.2.1.2 Warrington Demeti

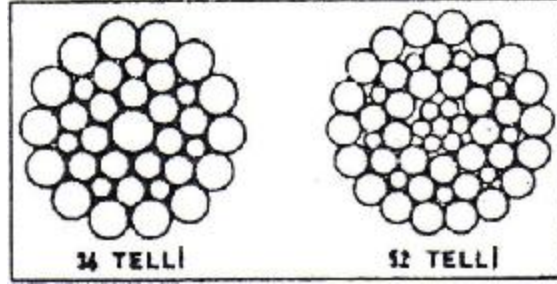
Demeti teşkil eden dış kat telleri, birbirine eşit sayıda iki farklı çaptaki tellerden örülmüş konstrüksiyonlardır. Bu demetlerin dış yüzeyleri son derece yuvarlak ve düzgündür. Şekil 3.9 Warrington tipi bir halat kesitini göstermektedir.



Şekil 3.9 Warrington Demeti

3.2.1.3 Warrington – Seale Demeti

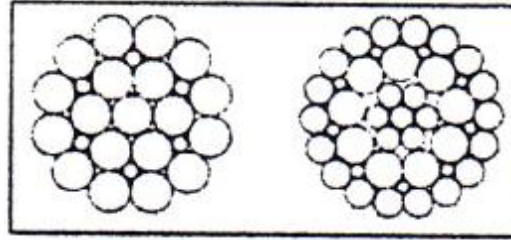
Demeti teşkil eden dış kat telleri Seale, altındaki kat ise Warrington dizilişli konstrüksiyonlardır. Şekil 3.10 Warrington – Seale tipi demete ait kesiti göstermektedir.



Şekil 3.10 Warrington – Seale Demetleri

3.2.1.4 Filler (Dolgu) Demet

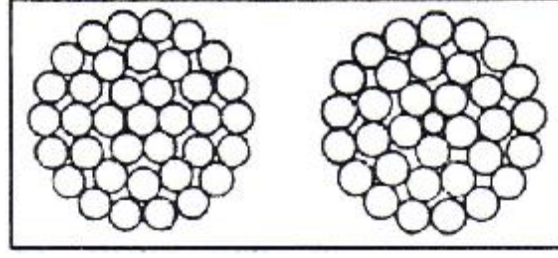
Demeti teşkil eden dış kat telleri, bir alt katında kalın tellere eş sayıdaki dolgu telleriyle örülmüş ve dış tellere yataklık yapan konstrüksiyonlardır. Bu tip demetlerde dış kat telleri dolgu tel sayısının iki katıdır. Şekil 3.11'de bu tip bir halata ait demet kesiti gösterilmektedir.



Şekil 3.11 Filler Demeti

3.2.1.5 Seale – Filler Demeti

Demeti teşkil eden dış kat telleri, bir alt katında kalın tellerle eş sayıdaki dolgu telleriyle örülmüş ve dış tellere yataklık yapan konstrüksiyonlardır. Bu tip demetlerde dış kat telleri dolgu tel sayısının iki katına eşittir. Filler demetinden farklı olarak, dolgu telleri iki aynı katta olan kalın tellerin bir merkez teline değil, aynı sayıda kat teli üzerine oturur. Şekil 3.12'de bu tip bir demet kesitine örnekler verilmiştir.



Şekil 3.12 Seale – Filler Demetleri

3.2.2 Çok Operasyonlu Demetler (Basit Sarımlı Demetler)

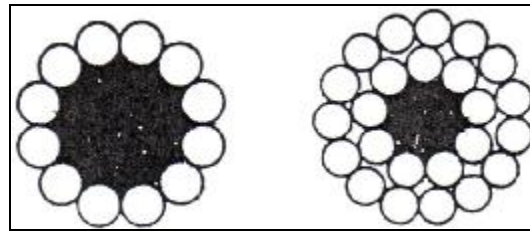
Demeti teşkil eden her kat telleri ayrı operasyonlar ile aynı yönde, farklı açı ile örülen konstrüksiyonlardır. Kat teller ile diğer kat telleri arasında küçük bir açı farkı mevcuttur. Bu açı farkı tellerin mütecanis sarılmasını, bir altındaki tel katına batmamasını sağlar. Ancak, halatın ani ve aşırı tazyike maruz kalması halinde katlar arasında tel kaymaları olabilir. Şekil 3.13'te çok operasyonlu demetlere ait örnek çizim gösterilmektedir [15].



Şekil 3.13 Çok Operasyonlu Demetler

3.2.3 Lif Özlü Demetler

Demeti teşkil eden teller, bir lif öz üzerine sarılmış bir veya daha fazla tel katlarından meydana gelmişlerdir. Bu tip demetlerden yapılan halatlar fevkalade esnek, bükülebilir konstrüksiyonlardır. Genellikle balıkçılıkta veya düşük yük kaldırma aparatlarında kullanılır. Şekil 3.14'te lif özlü demete ait bir örnek sunulmaktadır.



Şekil 3.14 Lif Özlü Demetler

3.3 Tel Halatların Seçimi ve İmalat Parametrelerine Göre İncelenmesi

İşletmede kullanılmak üzere tel halat seçimi yapılırken, halatın istenilen işi en ekonomik ve en iyi şekilde yerine getirmesinin yanı sıra, personel ve mal güvenliğini sağlayacak özelliklere de sahip olması istenir. Hiç kuşkusuz bu seçim yapılırken tecrübe sahibi olmanın faydaları göz ardı edilemez, ancak yeteri kadar bilgi sahibi olmakla, halat seçiminde dikkat edilecek hususlar ana hatlarıyla canlandırılabilir. Bu bölümde tel halatların çeşitli özellikleri tanıtılırken, bir yandan da bu özelliklerin halat seçimine etkileri gösterilecektir. Bir tel halattan beklenen nitelikler, temel olarak 6 maddeye indirgenebilir:

- a) Tel halat işletmede gerekli olan maksimum yükü taşıyabilmelidir. Burada, mal taşımada emniyet katsayısı 5:1, insan taşımada 12:1 olarak alınmalıdır.
- b) Halat sürekli eğilmeye karşı dayanıklı olmalı, eğilmeden dolayı halat telleri yorulmaya uğramamalıdır.
- c) Halat aşınmaya karşı dayanıklı olmalıdır.
- d) Bozulma ve ezilmeye karşı maksimum dayanım göstermelidir.
- e) Halat kolaylıkla dönmeyecek şekilde imal edilmiş olmalıdır.
- f) Korozyona karşı dayanıklı olmalıdır.

Tel halatlar birçok şekilde gruplanabilmektedir. Kullanılan tellerin boyut ve materyalleri, demetteki tel sayısı ve kullanılan özün çeşidi bir tel halatın dayanıklılığını belirleyen ana parametrelerdir. Bir tel halatın tipik tanımlaması örnek olarak şu şekilde yapılabilir; 300 m. uzunluk, 13 mm. nominal çap, 6 x 19 (9/9/1) tel sayısı, ön şekil verilmiş, 180 kg/mm² mukavemet, fiber öz, düz bükümlü. Bütün bu özellikler bir tel halatın imalat parametrelerini oluştururlar. İmalatın amacı ise halatın kullanıldığı yerdeki görevini yerine getirebilmek üzere gerekli şekilde üretilmesidir. Sonuç olarak imalat parametreleri beş adettir [2].

3.3.1 Tel Halatın Mukavemeti

- a) 200 kg/mm², maksimum dayanımın gerektiği bazı özel uygulamalarda kullanılır.
- b) 180 kg/mm², 160 kg/mm²'den daha büyük kırılma mukavemetinin gerektiği, makara ve tambur çapları açısından yüksek mukavemetin istendiği durumlarda kullanılır.

c) 160 kg/mm², en çok istenilen mukavemet değeridir, yüksek aşınma ve yorulma dayanımına sahiptir.

d) 145 kg/mm², mukavemet gereksinimin yorulma dayanımına göre ikinci planda olduğu durumlarda kullanılır.

3.3.2 Demet (Kordon) Çeşidi

Yukarıda demet tiplerine göre halat çeşitleri gösterilmiştir. Bu halat çeşitlerinden genellikle bütün kaldırma makinelerinde yuvarlak demetli halatlar tercih edilmektedir.

Yuvarlak demetli halatlar, demetlerdeki tel sayısına göre sınıflandırılırlar. Demetteki tel sayısı arttıkça bir yandan halatın bükülme yorulmasına karşı direnci de artarken, bir yandan da aşınmaya karşı direnci azalır. Yuvarlak demetli halatlar, geometrik şekilleriyle belirtilebilirler. En sıradan haliyle yuvarlak demetli halatlarda bütün teller aynı kalınlıktadır. Seale tipi halatlarda dış tabakaları daha kalın teller oluştururken içinde ince teller bulunur. Bu durum, halatın aşınma direncini ve esnekliği artırmak için değişik kombinasyonlarda görülmektedir. Dolgu (filler) tipi halatlarda ise iç ve dıştaki kalın tel tabakalarının aralarındaki boşluklar ince tellerle doldurulmuştur. Böylece halatın yorulmaya karşı direnci de artırılmıştır. Bütün bu halat tipleri, farklı amaçlardaki uygulamalarda değişken yorulma ile aşınma direnci ve esneklik değerlerini elde etmeyi mümkün kılmıştır. Değişik kombinasyonlardaki halat yapılarının bu değerlere etkileri daha özel olarak şu şekilde incelenebilir:

i) 19 Telli Demetler

a) 19 Telli Seale: Eşit sayıda bulunan iç ve dış tellerden dış taraftakilerin daha kalın olması iyi aşınma dayanımı sağlamıştır.

b) 19 Telli Warrington: Dış tabakadaki teller iki çeşittir ve içtekiler tarafından desteklenir. Bu konstrüksiyon küçük çaplı halatlar için daha uygundur.

c) 25 Telli Dolgu – Tipi: İnce dolgu telleri dış tabakadaki kalın tellerin iç tabakadaki tellerin içine geçmesini önler. Dolgu - tipi konstrüksiyon iyi aşınma ve yorulma direnci sağlamıştır.

ii) 37 Telli Demetler

a) 31 Telli Warrington: Bu tipte, telli Warrington halat 12 kalın telli bir dış tabaka ile çevrilmiştir ve dış tabakadaki teller iç tabakadaki 12 telin aralarına

yerleştirilmiştir. Bu yapı 25 telli bir dolgu – tipi halata eşdeğer aşınma direnci sağlarken aynı halata göre daha çok esneklik kazanmıştır.

b) 41 Telli Dolgu – Tipi: Bu halat 17 telli bir Seale halatın üzerine 16 telli bir dış tabaka ile bu iki tabakanın birbirine geçmesini önleyecek 6 dolgu telinden oluşmuştur. Büyük halat çapı ve yüksek esnekliğin gerektirdiği durumlar için uygundur.

c) 49 Telli Dolgu – Tipi Seale: 33 telli dolgu - tipi halatın 16 telinin üzerine yerleştirilmiş 16 telli bir dış tabaka ile oluşturulmuştur. Büyük halat çapının yanında maksimum esneklik değerinin istendiği durumlarda kullanılır.

3.3.3 Halat Yönü

Bir tel halatın sağ yönlü (saat dönüş yönünde) veya sol yönlü olabileceği daha önce belirtilmişti. Esas zorlanmaları bakımından tel halatlar üçe ayrılır:

i) İşletmede (çekme zorlaması altında), mükerrer olaraktan tamburlar, makaralar veya kasnaklar etrafında sarılarak eğilen halatlar. Kren, asansör veya (maden ocaklarındaki) transport halatları, halatlı trenlerin cer halatları (hareketli halatlar).

ii) Üzerlerinde duran veya hareketli yükler asılı bulunan, dolayısıyla esas itibariyle çekmeye maruz olup eğilmenin ikinci planda kaldığı halatlar. Örneğin asma arabaların, kablolu krenlerin, asma köprülerin giriş halatları (duran halatlar).

iii) Hafif zorlamalara maruz ve bilhassa kolay eğilen halatlar. Gemi halatları, bağlama halatları, uçaklarda dümen halatları.

Birinci grupta kolay eğilebilir kendir özlü demet halatlar kullanılır. En eski yapı tarzında teller ve demetler aynı yönde bükülürdü. Buna Aynı Bükümlü (Sarılışlı), Uzun Bükümlü veya Albert Bükümlü halat denir. Daha sonraları çapraz bükümlü halat kullanılmaya başlandı. Burada demetlerdeki teller halattaki demetlerin doğrultusunda zıt yönde bükülürler. Her iki büküm tarzında da demetlerdeki teller aynı yönde bükülmektedir. Tel halatın büküm yönü, esnekliği ile aşınma ve yıpranmaya karşı olan direnci üzerinde önemli rol oynar. Düz sarılışlı halatlarda dış teller çapraz sarılışlardan daha uzun oldukları için daha büyük yüzeye sahiptirler, dolayısıyla aşınma dirençleri ve süreleri daha uzundur. Aynı zamanda düz sarılışlı halatlar daha esnek ve yorulmaya karşı da daha dayanıklıdır. Burulma ve dolanmaya karşı eğilimleri yüksektir. Bundan dolayı düz sarılışlı halatların her iki ucu da sabitlenmelidir. Çapraz bükümlü halatların faydası, Drall'in azlığıdır. Drall ile bir halatın, bükülmüş kısımlarının (tellerin ve demetlerin) geri yaylanmaları sonucunda, yüksüz iken kendi

etrafında dönmesi, 8 şeklinde ilmikler yapması ve halat ucunun (uç bağının) çözülmesi halinde tellerin açılması eğilimi anlaşılır. Halat ucunun sıkı tutulması halinde bile düz sarılışlı halatlar, çapraz sarılışlı halatlara nazaran daha çabuk burulma çabası gösterirler. Bu bakımdan örneğin kren yapımında tamamen çapraz sarılışlı halatlar kullanılır. Ayrıca çapraz sarılışlı halatlar hem daha dengeli hem de kısa dış tellerinden dolayı bozulma ve kopmaya karşı daha dayanıklıdır.

İkinci gruptaki kiriş halatlara gelince; bunlar daima kalın telli spiral halatlardır. Drall'i azaltmak amacıyla ayrı tel tabakaları değişik olarak sol ve sağ yönde bükülür. Yalnız yuvarlak tellerden teşekkül eden (açık) halatların yağmur sularının girmesi ile paslanma sakıncası vardır. Bundan başka bir dış tel koştugu vakit açılır (halattan dışarıya sızar) ve ciddi arızalara sebep olur. Bu sebepten, dış tabakası özel profilli tellerden yapılan kapalı halatlar (Şekil 3.4) tercih olunur. Bu suretle halat ve makaranın aşınması azaltılmış olur.

Üçüncü gruptaki halatlar ise genellikle kalın telli spiral halatlardır. Drall'i azaltmak amacıyla ayrı tel tabakaları değişik olarak sağ ve sol yönde bükülür. Demetlerin içlerine de birer kendir öz konulduğu takdirde, bu halatların eğilme kabiliyetleri birinci gruptakilerden daha büyük olur. Böyle yumuşak halatlar gemi donanımında veya uçak dümen halatı olarak kullanılır, fakat büyük zorlanmalarda kullanılmaz.

3.3.4 Önşekil Verme

Önşekil verme işlemi, tellerin ve demetlerin bitmiş bir halattaki şekillerine önceden uygun hale getirilmesidir. Bu işlem tel ve demetlerin düzleşme eğilimlerini ortadan kaldırır. Sonuç olarak:

- a) Uçlarında bir sabit tutucu olmadan da halatlar kesilebilir.
- b) Halatın aynı zamanda bükülme eğilimini azalttığı için halatların kullanıma hazır hale getirilmesi ve daha sonraki kullanımı kolaylaşır.
- c) Halatın dolaşma ve karışma eğilimi azalır.
- d) Halatın bükülme yorulmasına karşı dayanımı artar.
- e) Bütün demetlerin eşit yüke maruz kalması sağlanır.
- f) Halatların, makara ve tamburlar üzerindeki yıprandırıcı etkisi azaltılır.
- g) Kopmuş tellerin halattan dışarı fırlaması önlenmiş olur. Bunun yerine teller halat eksenine göre konumlarını korurlar, sadece kopmuş olan uçlar arasında ufak bir

ayrılma oluşur. Ancak tellerin koptuğu kolaylıkla anlaşılmayacağı için ön şekil verilmiş halatların kullanım esnasında çok dikkatli gözlemlenmeleri gerekir.

Bunların yanında ön şekil vermenin bazı mahsurları da vardır:

a) Özellikle kaldırma mesafesi kısa olan halatlarda dahi serbest yükün, ön şekilli halatı rahatlıkla döndürüp deforme edeceği için tavsiye edilmez.

b) Ön şekil verme tel ve demetleri imalinden önce, ciddi eğmelere maruz bıraktığından, gerçek halat kopma yükünde, az da olsa düşüklüğe sebep verir.

3.3.5 Özler

Öz tel halatın etrafında bütün demetlerin bulunduğu, en içte duran kısımdır, öz bir yandan demetleri desteklerken bir yandan da yük altında ve elastik şekil değiştirme sırasında demetlerin birbirine değmesini ve karışmasını önler.

Özel uygulama koşullarına göre değişik formlarda olabilirler:

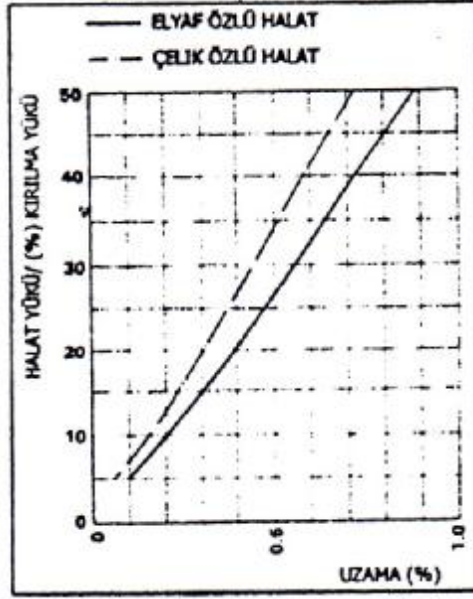
a) Elyaf (tekstil, fiber) özler: Maksimum esneklik ve elastisite gerektiren uygulamalarda kullanılmak için uygundur. Genellikle sert fiberden veya kendirden yapılırlar, aynı zamanda polipropilen veya naylon gibi yapay malzemelerden de imal edilebilir. Bu sentetik yapılar özellikle nemli veya asidik ortamlarda ufalanmaya karşı hassastır. Zarar göreceklere yüksek sıcaklıklarda kullanılmamalıdır. Bu tür durumlarda telden yapılmış özler veya diğer sıcağa dayanıklı özler kullanılmalıdır.

b) Tel özler: Tel özlerin en önemli özelliği dış tabakalardaki demetlerin yarattığı baskıdan kaynaklanan yüklere dayanıklı olmasıdır. Böylece tekstil özlü halatlarda sıkça meydana gelen, özellikle küçük çaplı elemanların etrafına sarıldığı halat kesitinin yuvarlak şeklini yitirmesi tel özlü halatlarda önlenmiştir. Aynı zamanda tel özler, yorulma ile sonuçlanan, demetlerin birbirlerinin üzerine büyük kuvvetle basturmalarını da önler. Tel özler daha az esneyerek halatın mukavemetini %7,5 mertebesinde artırır. Bütün bu avantajların yanında tel özler, fiber özlere kıyasla ani yüklere karşı daha az dayanıklıdırlar ve daha düşük rezilyans değerlerine sahiptir.

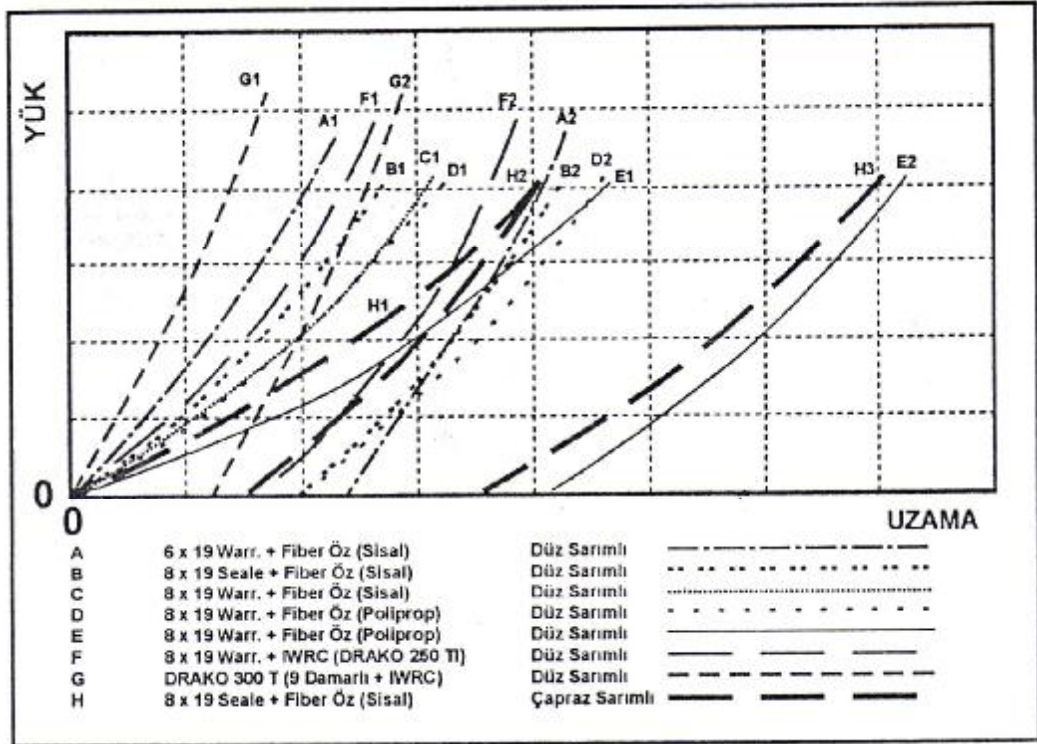
Şekil 3.15'de elyaf ve tel özlü halatların yük altında uzama durumlarını gösteren deneysel diyagram görülmektedir [15].

Şekil 3.16 değişik yapıdaki halatların uzama farklılıklarını göstermektedir. Birinci eğri halatın ilk kez minimum kırılma dayanımının %10'unun yüklenmesi ile oluşan

uzamayı, ikinci eğri ise birinci eğri'den sonra halatın 10 kez daha minimum kırılma dayanımının %50'sinin yüklenmesinden sonraki uzamayı göstermektedir.



Şekil 3.15 Elyaf ve Tel Özlü Halatların Yük Altında Uzama Durumları [15]



Şekil 3.16 Farklı Yapıdaki Halatlara Ait Yük – Uzama Eğrileri [15]

Eğrilerdeki yükseklik farkı halatın elastik uzamasının bir ölçüsüdür. Yatay farklılık ise asansör halatının plastik uzamasını göstermektedir.

İmalat parametrelerinin dışında, tel halat seçiminde göz önünde bulundurulması gereken bazı noktalar vardır:

1) Yorulma ve aşınma direnci: Gerçekte yorulmaya ve aşınmaya karşı olan direnç, bir halatın seçiminde en çok dikkate alınması gereken konulardır. Zira servise alınmış bütün halatlar, yorulma ve aşınma yüzünden yavaş yavaş tahrip olmaktadır.

Yorulma, halatın sürekli olarak makara ve tambur gibi elemanlar üzerinde eğilmesinden kaynaklanan bir malzeme davranışdır. Bir halat yük altında kaldığı zaman, bütün teller esner ve birbirlerine doğru yaklaşır. Birbirlerine doğru sıkıca basılmış olan teller makara etrafında eğildiği vakit ortaya çıkan yüksek gerilimler, bu olayın bazen ters yönde de (ikinci bir makara veya tambur etrafında) tekrarlanmasıyla tellerde yorulmaya yol açar. Bu olay ince bir telin, el ile sürekli olarak ileri geri bükülmesine benzetilebilir.

Eğilmenin sürekli olarak tekrarlanması sonucunda, zamanla teller üzerinde giderek büyüyen çatlaklar oluşmaya başlar. Bütün halatlarda meydana gelen bu olay, küçük çaplı makara ve tamburlar ile çalışan halatlarda ve esnekliği az olan halatlarda daha hızlı olarak gelişir.

Genellikle, daha küçük çaplı ve daha çok telden meydana gelen halatlar daha esnekler. Dolayısıyla yorulma sonucu meydana gelen hasarlar, daha ince telli halatlar, daha büyük çaplı makara ve tamburlar kullanılarak azaltılabilir.

Aşınma ilk olarak halatın dış kısımlarında, makara ile olan sürtünmeler, toz ve kirin makara ile halat arasında aşındırıcı bir etki yaratması sonucu oluşur. Bir başka oluşum şekli de halatın sert veya keskin yüzeylerle temas etmesi durumudur. Birden fazla halatın, makara veya tambur etrafında aynı anda kullanılması sonucu ortaya çıkan aşınma ise hiç şüphesiz en tehlikelidir.

Aşınmanın en az düzeyde oluşması için, bir halat şu özelliklere sahip olmalıdır:

- a) Dış tellerin maksimum temas yüzeyine sahip olması,
- b) Dış tellerin daha kalın olması,
- c) Yüksek karbon ve manganez içeriği,
- d) Tel çekirdeğinin gerekli ısıtılmalardan geçmiş olması.

Aşınmanın en çok olacağı ortamlarda, düz sarımlı halatlar tercih edilmelidir. Zira bu tipte, tellerin ve demetlerin aynı yönde sarılmış olmaları, dıştaki tellerin daha geniş temas yüzeyine sahip olmalarını sağlamıştır.

Bir halatın bozulma ve ezilmesine karşı da, daha büyük çaplı dış tellere sahip olması gerekmektedir.

Kaldırma makinelerinde kullanılacak olan bir halat seçilirken, yukarıdaki bütün özelliklerin iyi bir kombinasyonu gerekmektedir. Kararsız kalınan durumlarda, bir halatın en kolay şekilde kullanıma hazır hale gelmesini sağlayacak özellikler diğerlerine göre tercih edilmelidir.

2) Emniyet faktörleri: İşletmede kullanılan bir halatın ani olarak tahrip olmaması için, halatın taşıyacağı ortalama yükün, taşıyabileceği maksimum yükün bir kesri olması gerekir. Buradan yola çıkarak bir halatın yeterli emniyet faktörü'ne sahip olması gerektiği anlaşılır. En basit haliyle emniyet faktörü şu şekildedir:

$$EmniyetFaktörü = \frac{Halatin\ Min\ Kopma\ Gerilmesi}{Halatin\ Emniyetli\ Olarak\ Tasiyacagi\ Maksimum\ Yük} \quad (3.1)$$

Kaldırma makinelerinde kabul edilebilir en küçük emniyet faktörü değeri, mal taşıyanlarda 6, insan taşıyanlarda ise 12'dir [15].

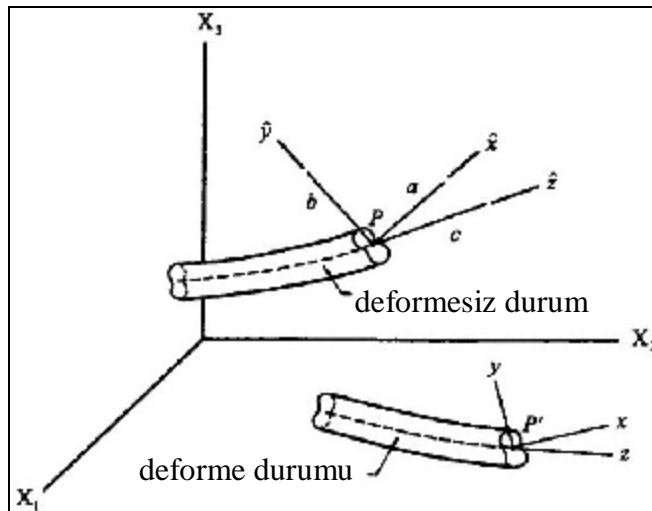
4. İNCE BİR TELİN DENGESİ

İnce çubukların eğilme ve burulması ile ilgili genel bir teori ilk olarak A.E.H. Love [8] tarafından geliştirilmiş ve yine kendisi tarafından helisel yay durumu için uygulanmıştır. Bu bölümde Love'ın geliştirdiği teoriye dayanarak bir tel için denge denklemleri elde edilecek ve iç yükler ile deformasyon arasındaki ilişkiler ele alınacaktır.

4.1 İnce Bir Telin Kinematığı

İnce bir tel, kesitinin maksimum karakteristik uzunluğunda, çapının boyuna ve eğrilik yarıçapına kıyasla küçük olması şeklinde ifade edilebilir.

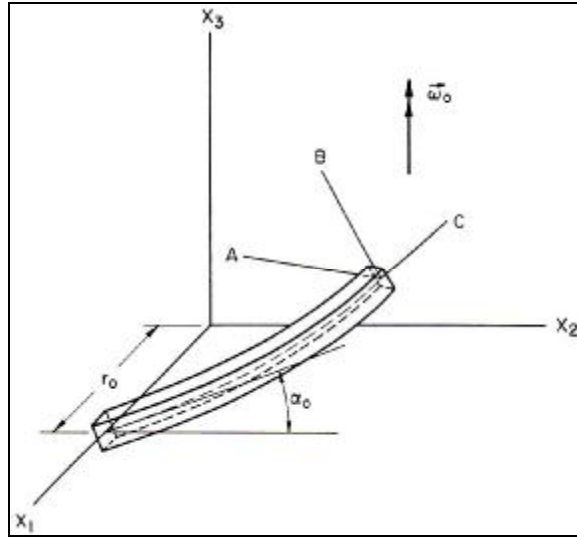
Üniform kesitli, ön gerilimi olmayan bükülmüş bir tel göz önüne alalım. Bu telin deformsiz ve deformed halleri Şekil 4.1'de gösterilmektedir. Deformsiz durumda şekilde görüldüğü gibi telin iki tane simetri eksenini olsun. Simetri eksenleri kesitimizin ana eksenleri olacaktır. \hat{x} , \hat{y} ve \hat{z} eksen sistemini göz önüne alalım ve burada \hat{z} eksenini eğri telin eğrilik merkez çizgisinin P noktasından itibaren teğet uzantısı, \hat{x} ve \hat{y} eksenleri de bu \hat{z} eksenine dik eksenler olsun. a, b ve c; P noktasından başlayan \hat{x} , \hat{y} ve \hat{z} doğrultularında telin üç sonsuz küçük çizgi elemanı olsun [16].



Şekil 4.1 Telin Deformsiz ve Deformed Halleri [14]

Şimdi telin deformeli durumunu inceleyelim: Telin üç çizgi elemanı a, b ve c genelde birbirlerine dik kalmazlar. Bununla birlikte, a ve c elemanları deforme durumunda bir düzlem oluşturur. z eksenini, deforme c elemanı doğrultusunda, x eksenini de z eksenine dik ve a-c düzleminde olsun. y eksenini ise x-z eksenlerine dik bir eksen olsun. Bu durumda; x, y, z eksen sistemi sağ el ortogonal eksen sistemi haline gelir. Sonuç olarak, deforme telin merkez eksenini boyunca bir x-y-z eksen sistemi mevcuttur. Deforme eksen üzerindeki herhangi bir nokta için bu kurduğumuz eksen sistemine "*principal torsion-flexure axes*" yani ana burulma, eğrilme eksenleri adı verilir [8].

x-y-z eksen sisteminin orijin noktası P', deforme ince telin merkez eksenini üzerinde birim hızla hareket etsin. Bu dönen eksen sistemi bir $\dot{\vec{w}}$ açısal hızı meydana getirir. Bu vektörün x, y ve z eksenlerindeki izdüşümleri eğrilik k , k' ve birim boyda burulma t bileşenleri ile ifade edilecektir. Deformesiz durumdaki açısal hız vektörü $\dot{\vec{w}}_o$ (aynı şekilde birim hız ile eksen takımının deforme olmamış eğrilik eksenini boyunca hareket etmesi ile oluşur), ve bu vektörün \hat{x} , \hat{y} ve \hat{z} eksenlerindeki izdüşümleri eğrilik k_o , k'_o ve birim boyda burulma t_o bileşenleridir.



Şekil 4.2 Dikdörtgen Kesitli Yüksüz Helisel Yay [16]

Şekil 4.2'deki gibi yük altında olmayan kare kesitli bir yay göz önünde bulunduralım. Yayın helis eksen çizgisinin teğeti ile X_1, X_2 düzlemi arasındaki açı α_o ve yayın helis yarıçapı da r_o olsun. Helis eksen çizgisindeki herhangi bir noktada A eksenini şekilde görüldüğü gibi X_3 ekseninden geçmektedir. Eğer A, B ve C eksen takımını helis eksen çizgisi boyunca birim hız ile hareket ederse A, B ve C takımının çevresel dönme hızı [16];

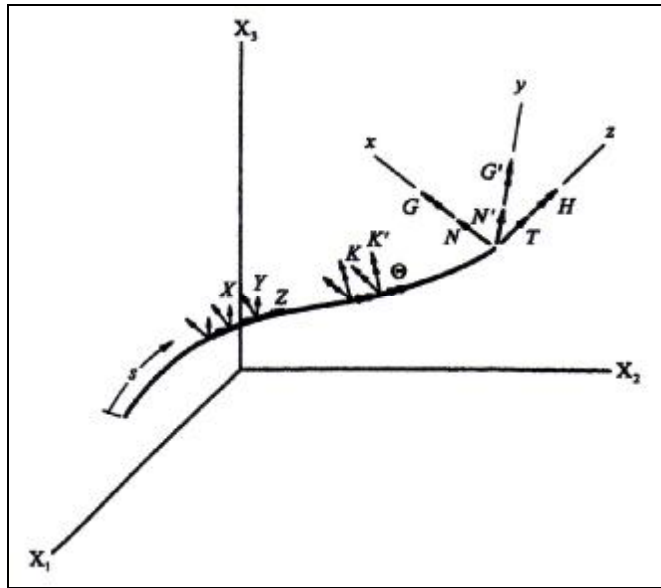
$$\frac{\mathbf{r}}{w_o} = \frac{2p}{2p r_o / \cos a_o} \mathbf{k} = \frac{\cos a_o}{r_o} \mathbf{k} \quad (4.1)$$

Bu formüldeki \mathbf{k} , X_3 eksenini doğrultusundaki birim vektördür ve sonuçta,

$$k_o = 0; k'_o = \frac{\cos^2 a_o}{r_o} \text{ ve } t_o = \frac{\sin a_o \cos a_o}{r_o} \quad (4.2)$$

4.2 Denge Denklemleri

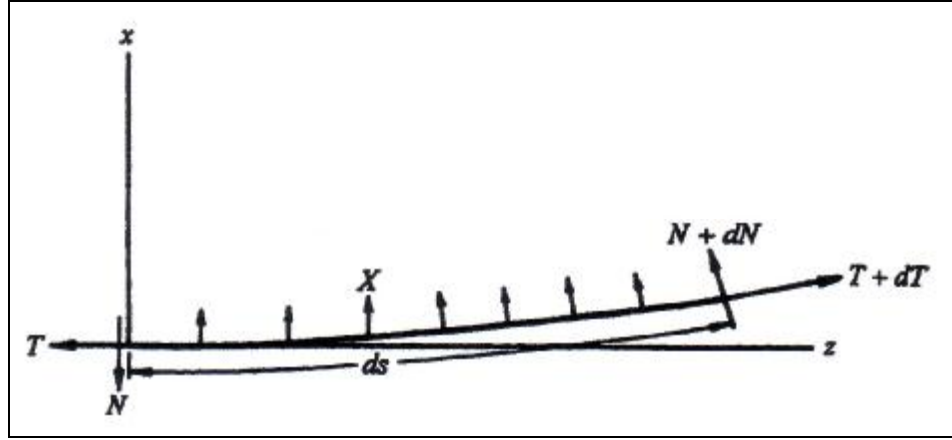
Şekil 4.3'de yük altındaki ince teli göz önünde bulunduralım. S, bu tel boyunca sahip olunan yay uzunluğu olsun. N, kesitte x eksenini doğrultusundaki, N' de y eksenini doğrultusundaki kesme kuvvetleridir. T teldeki aksel gerilim; G tel kesitinde x eksenini doğrultusundaki, G' de y eksenini doğrultusundaki eğilme momentleri; H teldeki burulma momentini; X, Y ve Z sırasıyla x, y ve z eksenleri doğrultusundaki telin kesit merkez aksel çizgisi üzerinde birim boydaki harici çizgisel yükler; K, K' ve Θ x, y ve z doğrultularında birim boydaki harici momentler; κ ve κ' , x ve y doğrultularındaki eğrilik bileşenleri ve τ telin birim boyundaki burulmadır [16].



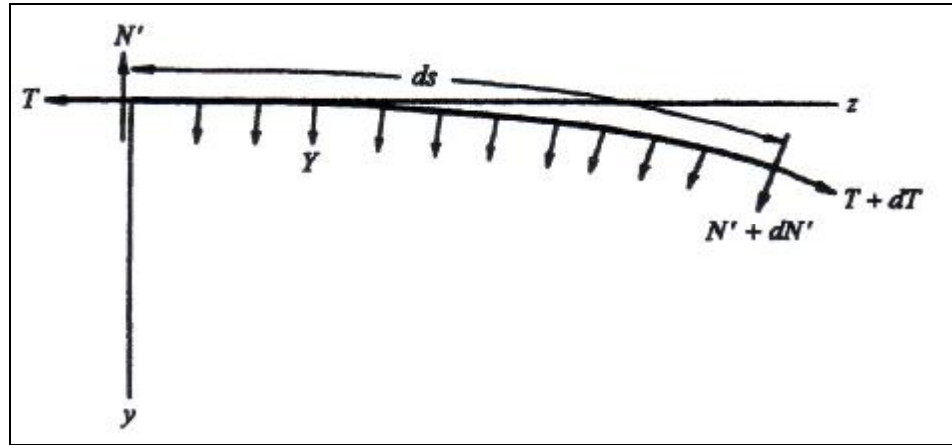
Şekil 4.3 İnce Tele Etki Eden Yükler [14]

Şekil 4.4 ince telin, kesit merkez eksen çizgisinin ds yay boyundaki yükleri y eksenini aşağı bakar durumdaki görüntüsünü, Şekil 4.5'de benzer şekilde x ekseninin aşağı bakar durumdaki görüntüsünü göstermektedir [16].

Tablo 4.1 $N+dN$, $N'+dN'$ ve $T+dT$ kuvvetlerinin x,y ve z eksen sistemine göre doğru kosinüslerini listelemektedir.



Şekil 4.4 İnce Telin Kesit Merkez Eksen Çizgisi ve Kuvvetler (xz düzleminde)



Şekil 4.5 İnce Telin Kesit Merkez Eksen Çizgisi ve Kuvvetler (yz düzleminde)

Tablo 4.1 xyz Eksenlerine Göre Kuvvetlerin Doğrultu Kosinüsleri

	x	y	z
$N+dN$	1	τds	$-\kappa' ds$
$N'+dN'$	$-\tau ds$	1	κds
$T+dT$	$\kappa' ds$	$-\kappa ds$	1

x doğrultusundaki kuvvetlerin birbirine eklenmesiyle;

$$Xds + dN + Tk'ds - N't ds = 0 \quad (4.3)$$

Her bir denklem elemanın ds ile bölünmesiyle;

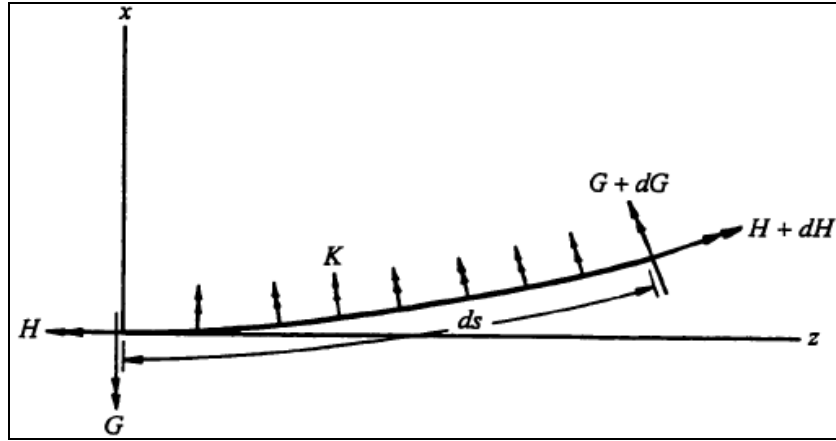
$$\frac{dN}{ds} - N't + Tk' + X = 0 \quad (4.4)$$

Benzer şekilde y ve z doğrultularındaki kuvvetlerin birbirlerine eklenmesiyle;

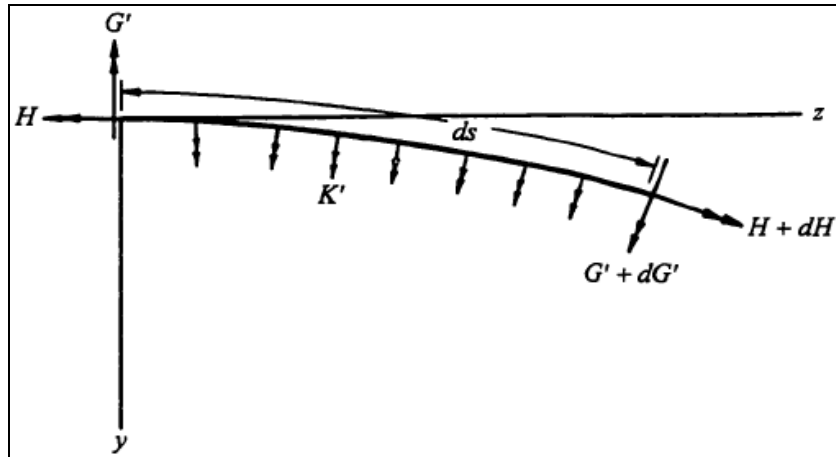
$$\frac{dN'}{ds} - Tk + Nt + Y = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{dT}{ds} - Nk' + N'k + Z = 0 \quad (4.6)$$

Şekil 4.6 ve 4.7 aynı ds elemanın üzerine etki eden sadece kuvvet çiftlerini göstermektedir. $G+dG$, $G'+dG'$ ve $H+dH$ çiftlerinin x, y ve z eksenleri ile yaptıkları açısı; $N+dN$, $N'+dN'$ ve $T+dT$ yüklerinin yaptıkları açı ile aynıdır. Sonuç olarak Tablo 4.1 tekrar kullanılabilir.



Şekil 4.6 İnce Telin Kesit Merkez Eksen Çizgisi ve Kuvvet Çiftleri (xz düzleminde)



Şekil 4.7 İnce Telin Kesit Merkez Eksen Çizgisi ve Kuvvet Çiftleri (yz düzleminde)

x eksenini üzerindeki momentlerin birbirine eklenmesiyle;

$$dG - G't ds + Hk'ds - N'ds + Kds = 0 \quad (4.7)$$

Her bir denklem elemanın ds ile bölünmesiyle;

$$\frac{dG}{ds} - G't + Hk' - N' + K = 0 \quad (4.8)$$

Benzer şekilde y ve z doğrultularındaki momentlerin birbirine eklenmesiyle;

$$\frac{dG'}{ds} - Hk + Gt + N + K' = 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{dH}{ds} - Gk' + G'k + \Theta = 0 \quad (4.10)$$

Denklem (4.4)'den (4.6)'ya ve denklem (4.8)'den (4.10)'a kadar olanlar Şekil 4.3'de gösterilen tele ait 6 tane denge diferansiyel denklemleridir [16].

4.3 Yükler ve Deformasyonlar Arasındaki Bağlılıklar

Şimdi bu ince telin x ve y doğrultularında I_x ve I_y atalet momentine sahip ve elastik olduğunu düşünelim. Burada C burulma rijitliğini ifade edecektir. Eğrilikteki değişme ve birim boyda burulma değerinin dahili yüklerle ilişkileri şu denklemlerle ifade edilir [16].

$$G = EI_x(k - k_o); G' = EI_y(k' - k'_o) \text{ ve } H = C(t - t_o) \quad (4.11)$$

E tel malzemesinin elastisite modülüdür. Kesitin daire şeklinde olduğu durumda R tel kesit yarıçapı olmaktadır. Bu durumda denklem (4.11) şu şekli alır;

$$G = \frac{pR^4}{4} E(k - k_o); G' = \frac{pR^4}{4} E(k' - k'_o) \text{ ve } H = \frac{pR^4 E}{4(1+n)} (t - t_o) \quad (4.12)$$

v tel malzemesinin poisson katsayısıdır. Teldeki T gerilmesi şu denklem ile verilmektedir;

$$T = AEx \quad (4.13)$$

A telin kesit alanı, ξ telin aksenal uzamasıdır. Dairesel kesit için denklem (4.13) şu hali alır;

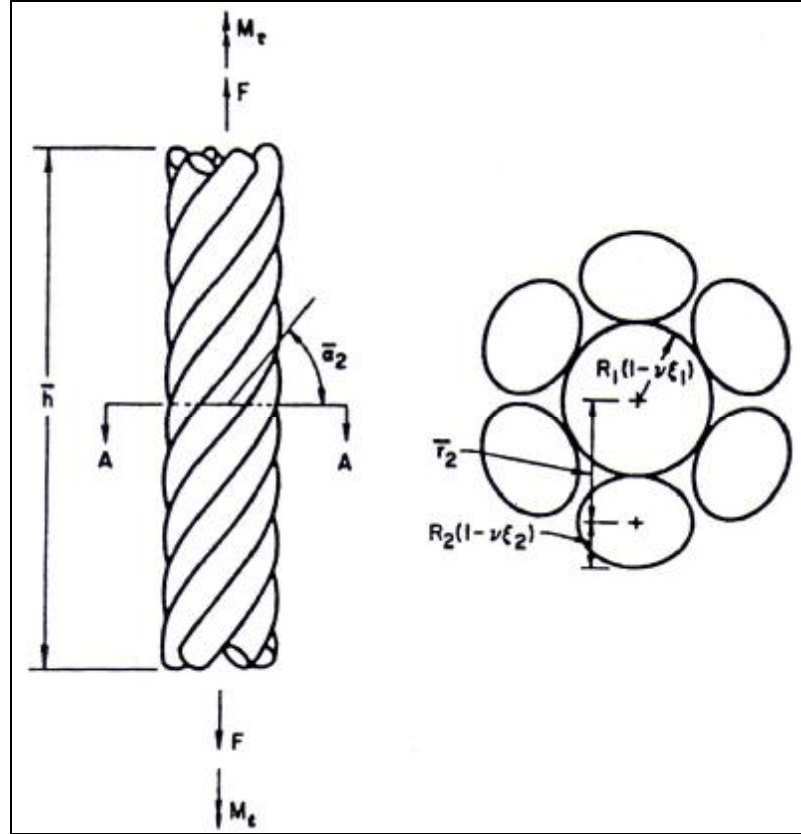
$$T = pR^2 Ex \quad (4.14)$$

Yukarıdaki denklemler, F aksenal kuvveti ve M_t aksenal burulma momenti tesiri altında kalan basit düz demetin aksenal davranış denklemlerinin oluşturulmasında kullanılacaktır. Basit düz bir demet, merkezde R_1 yarıçaplı m_2 sayıdaki R_2 yarıçaplı telin sarılması şeklinde tarif edilebilir [16].

5. TEL DEMETİN STATİK DAVRANIŞI

Costello'nun aksenal yüklü tel demetinin davranışına yönelik oluşturduğu ifadeler Love'ın, eğilen ve burulan ince çubuklar için gerçekleştirdiği genel teoriye dayanmaktadır. Bu bölümde sunulan ifadeler Costello'nun çalışmasından [16] alınmıştır.

5.1 Tel Demet Geometrisi



Şekil 5.1 Yük Altındaki Basit Düz Demet

Şekil 5.1 yük altındaki bir demetin konfigürasyonunu ve kesitini göstermektedir. Başlangıç için bu demet R_2 yarıçaplı m_2 tane telin, R_1 yarıçaplı düz bir merkez tele sarılmasından ibarettir. Başlangıç için, merkez telin dış tellerinin birbirlerine temas etmemeleri için uygun ölçüye sahip olduğu kabul edilir. Bu şekilde eğilmadaki

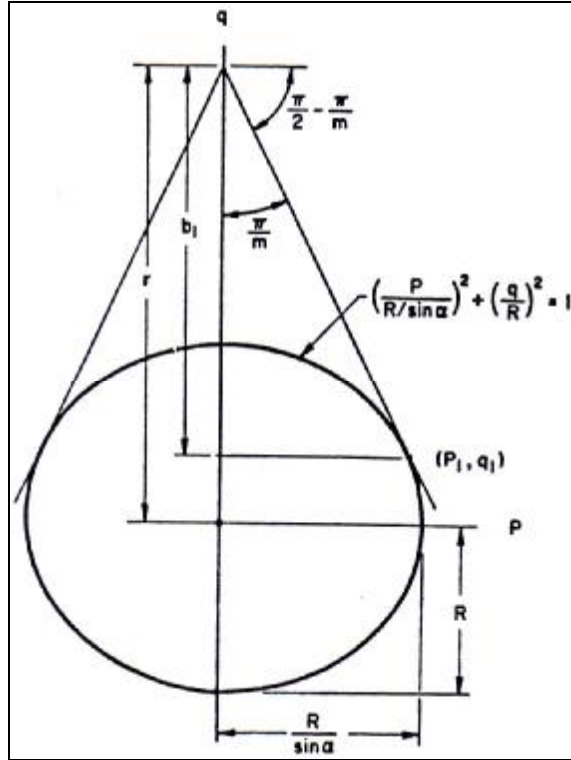
sürtünme faktörleri en aza indirilmiş olacaktır. Sonuç olarak verilen demet için helis yarıçapının başlangıç değeri (yüksüz haldeki) şu ifade ile bulunur [16];

$$r_2 = R_1 + R_2 \quad (5.1)$$

Şimdi dış tellerin birbirleri ile temasta olmamaları için gereken R_1 değerinin tespiti için bir ifade oluşturulacaktır.

Demette m tane helisel telin birbirlerine noktasal temas ettiklerini düşünelim. r helis yarıçapı, R tel yarıçapı ve α helis açısı olsun. Şekil 5.2 demet eksen çizgisine dik düzlemdeki bir telin kesitini göstermektedir. Tel inceyken, kesitin denklemi elips olarak kabul edilir ve sonuç olarak;

$$\left(\frac{p}{R/\sin \alpha} \right)^2 + \left(\frac{q}{R} \right)^2 = 1 \quad (5.2)$$



Şekil 5.2 Demet Eksenine Dik Tel Kesiti

(p, q) elips üzerindeki herhangi bir noktadır.

$$\frac{dp}{dq} = \pm \frac{p \sin^2 \alpha}{R \sqrt{1 - \left(\frac{p \sin \alpha}{R} \right)^2}} \quad (5.3)$$

Aynı zamanda (p_1, p_2) noktasındaki teğet çizgisinin eğimi de $-\tan\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right)$ dir.

Sonuç olarak;

$$\tan\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right) = \frac{p_1 \sin^2 a}{R \sqrt{1 - \left(p_1 \frac{\sin a}{R}\right)^2}} \quad (5.4)$$

p_1 'in çözümü;

$$p_1 = \frac{R}{\sin a} \tan\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right) \frac{1}{\sqrt{\sin^2 a + \tan^2\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right)}} \quad (5.5)$$

Denklem (5.2)'de bu sonuç ile q_1 ;

$$q_1 = \frac{R \sin a}{\sqrt{\sin^2 a + \tan^2\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right)}} \quad (5.6)$$

Şekil 5.2 şunu göstermektedir;

$$b_1 = p_1 \tan\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right) \quad (5.7)$$

ve sonuçta $r = b_1 + q_1$ iken;

$$r = R \sqrt{1 + \frac{\tan^2\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right)}{\sin^2 a}} \quad (5.8)$$

Denklem (5.8) ile dış teller birbirlerine noktasal temas ettiğinde olması gereken helis açısını vermektedir. Sonuç olarak dış tellerin birbirine temas etmemesi için şu şart geçerli olmalıdır [16];

$$R_2 \sqrt{1 + \frac{\tan^2\left(\frac{p}{2} - \frac{p}{m}\right)}{\sin^2 a}} < R_1 + R_2 \quad (5.9)$$

5.2 Basit Düz Demetin Eksenel Davranışı

Şekil 5.1'deki konfigürasyonu yük altında düşünelim. α_2 dış tellerin yüksüz haldeki helis açısı ve şu ifade ile bu açı bulunmaktadır;

$$\tan a_2 = \frac{p_2}{2p r_2} \quad (5.10)$$

p_2 başlangıç durumunda (yani yüksüz halde) dış tellerin sahip olduğu hatve değeridir. Eğrilik ve birim boyda burulma gerçek değerleri [Bkz. Denklem (4.2)];

$$k_2 = 0; k'_2 = \frac{\cos^2 a_2}{r_2} \text{ ve } t_2 = \frac{\sin a_2 \cos a_2}{r_2} \quad (5.11)$$

Şimdi bu demet F ve M_t eksenel yükleri ile deforme olsun. F toplam eksenel kuvvet, M_t toplam eksenel burulma momentidir. Dış teller bu yükleme altında farklı bir helis açısına ulaşır. Bu durumda şu ifade yazılabilir;

$$\bar{k}_2 = 0; \bar{k}'_2 = \frac{\cos^2 \bar{a}_2}{\bar{r}_2} \text{ ve } \bar{t}_2 = \frac{\sin \bar{a}_2 \cos \bar{a}_2}{\bar{r}_2} \quad (5.12)$$

Üstü çizgili semboller daha önce ifade edilen değerlerin deformasyon sonrası aldıkları yeni değerleri göstermektedir.

Şimdi dış tellerin birim boyda herhangi bir harici eğilme momenti etkisi altında kalmadıklarını ($K_2=K'_2=0$) ve eksenel tel geriliminin (T_2) tel boyunca sabit olduğunu kabul edelim. Denklem (4.12), (5.11) ve (5.12) sayesinde denge denklemleri [Denk. (4.4)'den (4.6)'ya ve (4.8)'den (4.10)'a kadar] şu hali alır [16];

$$-N'_2 \bar{t}_2 + T_2 \bar{k}'_2 + X_2 = 0 \quad (5.13)$$

$$Y_2 = 0 \quad (5.14)$$

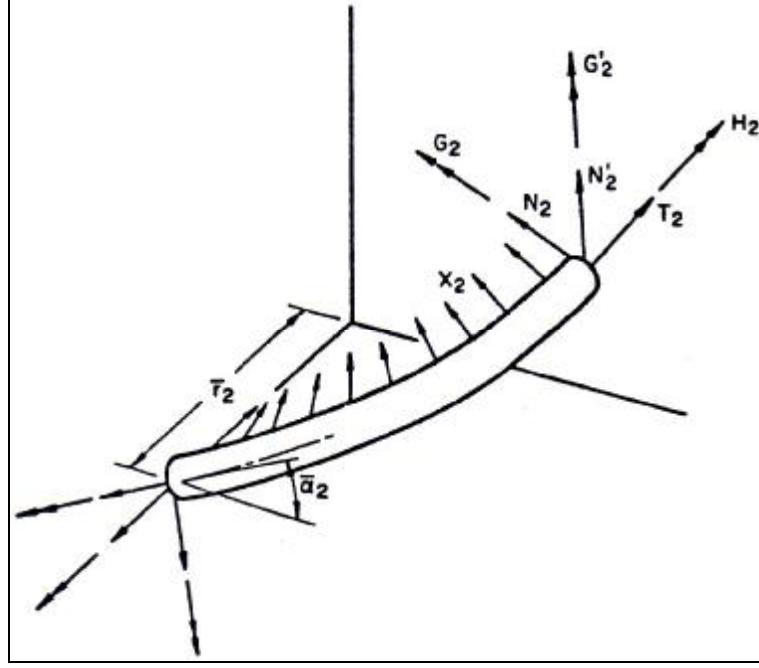
$$Z_2 = 0 \quad (5.15)$$

$$-G'_2 \bar{t}_2 + H_2 \bar{k}'_2 - N'_2 = 0 \quad (5.16)$$

$$N_2 = 0 \quad (5.17)$$

$$\Theta_2 = 0 \quad (5.18)$$

$_2$ indisi dış teller için kullanılmaktadır. Şekil 5.3'de helisel tele etkileyen yükler ve bu yüklerin pozitif yönleri gösterilmektedir.

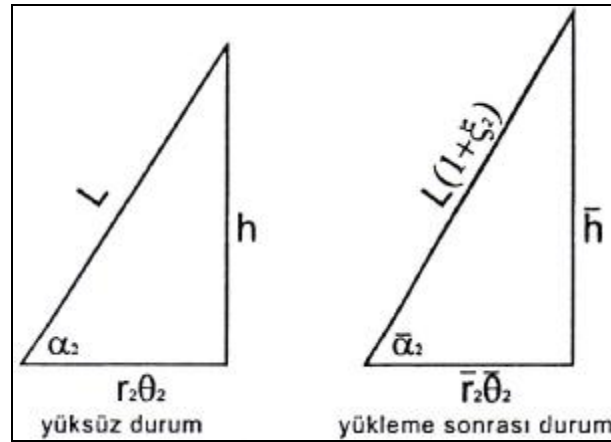


Şekil 5.3 Helisel Tele Etki Eden Yükler

Denklem (5.13) ve (5.16), dış helisel tellerin verilen \bar{a}_2 , \bar{r}_2 ve T_2 değerleri ile dengede kalabilmesi için gereken X_2 ve N'_2 değerlerinin belirlenmesinde dikkate alınabilir.

Şuna dikkat edilmelidir ki; denge denklemleri ve denklem (4.12), büyük sapmalar için geçerli olan lineer olmayan denklem sistemi meydana getirir. Büyük sapmalar, örneğin helisel ince telin α_2 değerinin küçük olması durumlarında meydana gelebilir. Halat durumunda α_2 genellikle büyüktür ve α_2 deki değişim $\Delta\alpha_2$ küçüktür [16].

$$\Delta a_2 = \bar{a}_2 - a_2 \quad (5.19)$$



Şekil 5.4 Dış Tellerin Merkez Eksenlerinin Geliştirilmiş Görüntüsü

Denklem (5.19) ileride çözümün kolaylaştırılmasını sağlayacaktır.

Diğer taraftan ε aksel uzama şu şekilde ifade edilmektedir [16];

$$e = \frac{\bar{h} - h}{h} \quad (5.20)$$

Burada h demetin gerçek boyu, \bar{h} ise yükleme sonrasındaki boyudur. Şekil 5.4 dış tellerin merkez ekseninin geliştirilmiş görüntüsüdür. Dış telin dönme değeri β_2 şu şekilde belirlenecektir;

$$b_2 = r_2 \frac{(\bar{q}_2 - q_2)}{h} \quad (5.21)$$

Burada q_2 ve \bar{q}_2 , başlangıçtaki ve sonuç durumundaki açılardır. Yük altında dış teller merkez telin dışında açılmakta ve demet eksenine dik bir düzlemde bu açığı oluşturmaktadır. Demetin birim boydaki burulma açısı Γ aşağıdaki ifadeyle belirlenmektedir;

$$\Gamma = \frac{(\bar{q}_2 - q_2)}{h} \quad (5.22)$$

Şekil 5.4'ün analiz edilmesiyle;

$$e = \frac{\bar{h} - h}{h} = x_1 = (1 + x_2) \frac{\sin \bar{a}_2}{\sin a_2} - 1 \quad (5.23)$$

ve

$$b_2 = r_2 \Gamma = \frac{r_2 (1 + x_1)}{r_2 \tan a_2} - \frac{1}{\tan a_2} \quad (5.24)$$

elde edilir. Burada ξ_1 merkez telin aksel uzamasıdır ($\varepsilon = \xi_1$) ve ξ_2 dış telin aksel uzamasıdır.

$$|\Delta a_2| = |\bar{a}_2 - a_2| \ll 1 \quad (5.25)$$

olsun. Bu durum metelsel demetler için geçerlidir. Sonuç olarak $\sin \bar{a}_2$ şu şekilde ifade edilebilir;

$$\sin \bar{a}_2 = \sin(a_2 + \Delta a_2) = \sin a_2 + \Delta a_2 \cos a_2 \quad (5.26)$$

Bu durumda denklem (5.23) şu şekilde yazılabilir;

$$x_1 = x_2 + \frac{\Delta a_2}{\tan a_2} = e \quad (5.27)$$

ξ_1 ve ξ_2 burada küçük olduğu varsayılır. Benzer bir işlemle denklem (5.24) şu şekli alır;

$$b_2 = \frac{r_2}{r_2} \left(\frac{1+x_2}{\tan a_2} - \Delta a_2 \right) - \frac{1}{\tan a_2} \quad (5.28)$$

Poisson katsayısı etkisi ile son helis yarıçapı \bar{r}_2 şu hali alır;

$$\bar{r}_2 = R_1(1-nx_1) + R_2(1-nx_2) \quad (5.29)$$

Burada merkez tel ile dış teller arasındaki temastan dolayı oluşan deformasyonlar ihmal edilmiştir. $\frac{r_2}{r_2}$ oranı, ξ_1 , ξ_2 küçük iken şu şekilde ifade edilir;

$$\frac{r_2}{r_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 - n(R_1x_1 + R_2x_2)} = 1 + n \frac{(R_1x_1 + R_2x_2)}{r_2} \quad (5.30)$$

Sonuç olarak denklem (5.28) şu şekli alır;

$$b_2 = r_2 \Gamma = \frac{x_2}{\tan a_2} - \Delta a_2 + n \frac{(R_1x_1 + R_2x_2)}{r_2 \tan a_2} \quad (5.31)$$

Aynı zamanda, eğrideki değişim $\Delta k'_2$ ve birim boyda burulma değişimi Δt_2 lineer hale getirilebilir. Bu durumda;

$$\begin{aligned} R_2 \Delta k'_2 &= \frac{\cos^2 \bar{a}_2}{r_2 / R_2} - \frac{\cos^2 a_2}{r_2 / R_2} \\ &= - \frac{2 \sin a_2 \cos a_2}{r_2 / R_2} \Delta a_2 + n \frac{(R_1x_1 + R_2x_2) \cos^2 a_2}{r_2 \frac{r_2}{R_2}} \end{aligned} \quad (5.32)$$

ve

$$\begin{aligned} R_2 \Delta t_2 &= \frac{\sin \bar{a}_2 \cos \bar{a}_2}{r_2 / R_2} - \frac{\sin a_2 \cos a_2}{r_2 / R_2} \\ &= \frac{(1 - 2 \sin^2 a_2)}{r_2 / R_2} \Delta a_2 + n \frac{(R_1x_1 + R_2x_2) \sin a_2 \cos a_2}{r_2 \frac{r_2}{R_2}} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Dış tel için aşağıdaki ifadeler yazılabilir;

$$\frac{G'_2}{ER_2^3} = \frac{p}{4} R_2 \Delta k'_2 \quad (5.34)$$

$$\frac{H_2}{ER_2^3} = \frac{p}{4(1+n)} R_2 \Delta t_2 \quad (5.35)$$

$$\frac{N'_2}{ER_2^2} = \frac{H_2}{ER_2^3} \frac{\cos^2 a_2}{r_2/R_2} - \frac{G'_2}{ER_2^3} \frac{\sin a_2 \cos a_2}{r_2/R_2} \quad (5.36)$$

$$\frac{T_2}{ER_2^2} = p x_2 \quad (5.37)$$

$$\frac{X_2}{ER_2} = \frac{N'_2}{ER_2^2} \frac{\sin a_2 \cos a_2}{r_2/R_2} - \frac{T_2}{ER_2^2} \frac{\cos^2 a_2}{r_2/R_2} \quad (5.38)$$

Denklem (5.36) ve (5.38) deplasmanların küçük olarak kabul edilmesiyle denklem (5.16) ve (5.13)'den elde edilmiştir.

Demet eksenî yönünde dış tellere etki eden kuvvetlerin izdüşümü ile;

$$\frac{F_2}{ER_2^2} = m_2 \left(\frac{T_2}{ER_2^2} \sin a_2 + \frac{N'_2}{ER_2^2} \cos a_2 \right) \quad (5.39)$$

F_2 , demette m_2 tane dış tele etki eden toplam eksenel kuvvettir. Dış tellere etki eden toplam eksenel burulma momenti M_2 ise;

$$\frac{M_2}{ER_2^3} = m_2 \left(\frac{H_2}{ER_2^3} \sin a_2 + \frac{G'_2}{ER_2^3} \cos a_2 + \frac{T_2}{ER_2^2} \frac{r_2}{R_2} \cos a_2 - \frac{N'_2}{ER_2^3} \frac{r_2}{R_2} \sin a_2 \right) \quad (5.40)$$

Merkez tele etki eden eksenel kuvvet F_1 ve eksenel burulma momenti M_1 şu ifadelerle verilmektedir;

$$\frac{F_1}{ER_1^2} = p x_1 \quad (5.41)$$

$$\frac{M_1}{ER_1^3} = \frac{p}{4(1+n)} R_1 \Gamma \quad (5.42)$$

Şimdi demete etki eden toplam eksenel kuvveti F ve toplam burulma momenti M_t yi şu şekilde bulabiliriz;

$$F = F_1 + F_2 \quad (5.43)$$

$$M_t = M_1 + M_2 \quad (5.44)$$

Birim boydaki temas kuvveti X_2 demet göz önüne alındığında iç kuvvet halini alır. Bu kuvvet bilindiği takdirde temas gerilimleri hesabı yapılabilir [17].

5.3 Basit Demetin Gerilim Değerleri

Bir önceki bölümde, aksenal yükleme sonucunda bireysel tellere etki eden yüklerin tespiti yapıldı. Bu bölümde, bu yüklerden dolayı oluşan tel gerilimleri bulunacaktır. Tellerin ön gerilimsiz oldukları varsayılarak hesaplamalar yapılacaktır.

Merkez teldeki aksenal tel gerilimi;

$${}_F S_1 = \frac{F_1}{pR_1^2} \quad (5.45)$$

kesitteki maksimum kesme gerilimi;

$${}_M S_1 = \frac{2M_1}{pR_1^3} \quad (5.46)$$

Dış teller N'_2 kesme yükünün yanı sıra aksenal, eğme ve burulma yüklerine maruz kalırlar. N'_2 kesme yükünden kaynaklanan gerilmeler diğer gerilmelerin yanında çok küçüktür ve ihmal edilecektir. T_2 yükünden kaynaklanan aksenal gerilme;

$${}_T S_2 = \frac{T_2}{pR_2^2} \quad (5.47)$$

G'_2 eğme momenti ile oluşan normal gerilim;

$${}_{G'} S_2 = \frac{4G'_2}{pR_2^3} \quad (5.48)$$

Dış tellerden birindeki H_2 burulma momentinden kaynaklanan maksimum kesme gerilmesi;

$${}_H S_2 = \frac{2H_2}{pR_2^3} \quad (5.49)$$

şeklinde ifade edilmektedir [16].

5.4 Basit Demet İçin Yük – Deformasyon İlişkisi

Genel olarak demete etki eden toplam eksenel kuvvet F ve toplam burulma momenti M_t şu şekilde ifade edilmektedir;

$$\frac{F}{AE} = C_1 e + C_2 b \quad (5.50)$$

$$\frac{M_t}{ER^3} = C_3 e + C_4 b \quad (5.51)$$

Burada;

$$A = \sum p R_i^2 \quad (5.52)$$

A , demetin sahip olduğu toplam metalik alandır. R_i bireysel tel yarıçapı, C_1, \dots, C_4 sabit katsayılarıdır ve bunlar analitik olarak bulunabilirler. R demetin yarıçap değeri, ε eksenel uzama ve β 'da demetin dönme değeridir. Γ demetin birim boyda burulma açısı olmak üzere aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$b = R.\Gamma \quad (5.53)$$

Daha önce bahsettiğimiz üzere denklem (5.50) ve (5.51)'deki C sabitleri analitik olarak verilen demet için bulunabilmektedir. Bunların belirlenmesinde şu prosedür takip edilmektedir [16];

Örneğin $\beta = R.\Gamma = 0$ ve $\varepsilon = \xi_1$ olsun. Denklem (5.43) ve (5.44), F ve M_t 'nin belirlenmesinde kullanılır. Sonuç olarak bu denklemlerle F , M_t , ε ve β 'nın bilinmesiyle, denklem (5.50) ve (5.51) ile C_1 ve C_3 bulunabilir. Daha sonra $\varepsilon = 0$ kabul edilir ve β için bir değer atanır. Benzer şekilde F ve M_t hesaplanır ve yukarıdaki denklemler ile C_2 ve C_4 bulunur.

Demete ait efektif elastik modül şu bağıntı ile bulunur;

$$E_e = C_1 E \quad (5.54)$$

$\beta = R.\Gamma = 0$ iken bu demete ait bir elastik modüldür ve şu şekilde yazılabilir;

$$\frac{F}{A} = C_1 E e = E_e e \quad (5.55)$$

5.5 Çok Katmanlı Demetler

Daha önceki bölümlerde sunulan analizler çok katlı demetler için genişletilebilir. Şekil 5.1 üzerinde 3. bir katmanı göz önüne alalım. Bu katman 2. katmanın aksi yönünde sarılsın. ($\alpha_3 > 90^\circ$) Bu durum burulma momentini demette azaltmak için yapılır.

Bir önceki analizlerin geliştirilmesiyle [18];

$$r_3 = R_1 + 2R_2 + R_3 \quad (5.56)$$

$$\frac{r_3}{r_3} = 1 + n \frac{(R_1 x_1 + 2R_2 x_2 + R_3 x_3)}{r_3} \quad (5.57)$$

$$x_1 = x_3 + \frac{\Delta a_3}{\tan a_3} \quad (5.58)$$

$$b_3 = r_3 \Gamma = \frac{x_3}{\tan a_3} - \Delta a_3 + n \frac{(R_1 x_1 + 2R_2 x_2 + R_3 x_3)}{r_3 \tan a_3} \quad (5.59)$$

$$R_3 \Delta k'_3 = -\frac{2 \sin a_3 \cos a_3}{r_3 / R_3} \Delta a_3 + n \frac{(R_1 x_1 + 2R_2 x_2 + R_3 x_3) \cos^2 a_3}{r_3 r_3 / R_3} \quad (5.60)$$

$$R_3 \Delta t_3 = \frac{(1 - 2 \sin^2 a_3)}{r_3 / R_3} \Delta a_3 + n \frac{(R_1 x_1 + 2R_2 x_2 + R_3 x_3) \sin a_3 \cos a_3}{r_3 r_3 / R_3} \quad (5.61)$$

$$\frac{G'_3}{ER_3^3} = \frac{p}{4} R_3 \Delta k'_3 \quad (5.62)$$

$$\frac{H_3}{ER_3^3} = \frac{p}{4(1+n)} R_3 \Delta t_3 \quad (5.63)$$

$$\frac{N'_3}{ER_3^2} = \frac{H_3}{ER_3^3} \frac{\cos^2 a_3}{r_3 / R_3} - \frac{G'_3}{ER_3^3} \frac{\sin a_3 \cos a_3}{r_3 / R_3} \quad (5.64)$$

$$\frac{T_3}{ER_3^2} = p x_3 \quad (5.65)$$

$$\frac{X_3}{ER_3} = \frac{N'_3}{ER_3^2} \frac{\sin a_3 \cos a_3}{r_3 / R_3} - \frac{T_3}{ER_3^2} \frac{\cos^2 a_3}{r_3 / R_3} \quad (5.66)$$

$$\frac{F_3}{ER_3^2} = m_3 \left(\frac{T_3}{ER_3^2} \sin a_3 + \frac{N'_3}{ER_3^2} \cos a_3 \right) \quad (5.67)$$

$$\frac{M_3}{ER_3^3} = m_3 \left(\frac{H_3}{ER_3^3} \sin a_3 + \frac{G'_3}{ER_3^3} \cos a_3 + \frac{T_3}{ER_3^2} \frac{r_3}{R_3} \cos a_3 - \frac{N'_3}{ER_3^3} \frac{r_3}{R_3} \sin a_3 \right) \quad (5.68)$$

a_3 indisi parametrelerin üçüncü tabakaya ait olduklarını göstermektedir.

Demete etki eden toplam aksenal kuvvet;

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \quad (5.69)$$

ve toplam aksenal burulma momenti;

$$M_t = M_1 + M_2 + M_3 \quad (5.70)$$

5.6 Temas Gerilimleri

Dış tel ile merkez tel arasındaki temas çizgisi R_1 yarıçaplı bir helistir. Eğer birim boydaki temas kuvveti bilinirse, temas gerilimi hesaplanabilir. Şu bilinmelidir ki; birim boyda ortaya çıkan kuvvet X_2 dış telin merkez eksen boyunca birim boy için hesaplanabilir ve sonuç olarak temas çizgisi birim uzunluğunda hesaplanmalıdır. Yaklaşık olarak elde edilen denklem;

$$X_c \sqrt{p_2^2 + (2pR_1)^2} = -X_2 \sqrt{p_2^2 + (2p(R_1 + R_2))^2} \quad (5.71)$$

X_c temas çizgisi üzerinde rol oynayan birim boydaki temas kuvvetidir.

Şekil 5.5 temas çizgisi üzerindeki temas noktasını göstermektedir ve dış tel dairesel olarak gösterilmiştir. Şekilde merkez telin kesiti elips olarak görülmekte ve sonuç olarak merkez telin yüzeyinin eğrilik yarıçapı temas noktasında ρ_1 'dir.

$$r_1 = \frac{R_1}{\sin^2 a_2} \quad (5.72)$$

Şimdi temas gerilimlerinin, çizgi temasındaki iki silindirik cisim arasında meydana gelen gerilim ile aynı olduğu varsayılacaktır [17]. Sonuç olarak maksimum temas gerilimi σ_c şu formülle verilmektedir;

$$s_{c_{\max}} = -\frac{b}{\Delta} \quad (5.73)$$

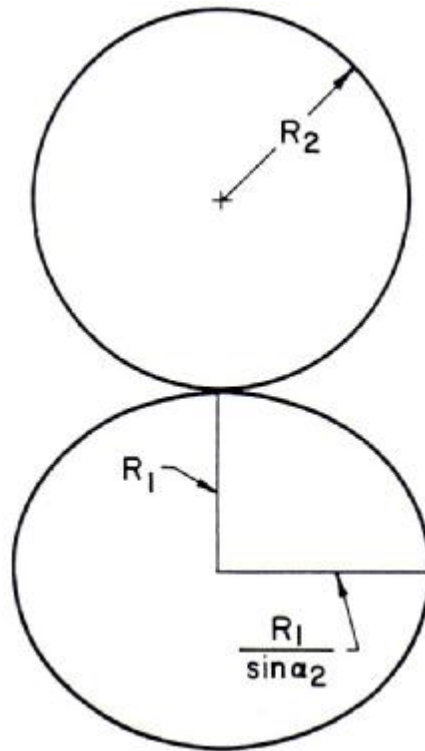
$$\Delta = \frac{4(1-n^2)}{\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} \right] E} \quad (5.74)$$

$$b = \sqrt{\frac{2X_c \Delta}{p}} \quad (5.75)$$

Jiang, Yao ve Walton kendi çalışmalarında [19] Hertz elastik temas teorisini kullanarak maksimum temas gerilimini şu şekilde ifade etmektedir;

$$s_{c_{\max}} = -\sqrt{\frac{X_c E}{2p(1-n^2)} \left(\frac{\sin^2 a_c}{R_1} + \frac{\cos^2(a_c - a)}{R_2} \right)} \quad (5.74)$$

$$a_c = \arctan \frac{p}{2pR_1} \quad (5.75)$$



Şekil 5.5 Dış Tel İle Merkez Tel Arasındaki Temas Durumu

6. SONLU ELEMANLAR METODU

Sonlu elemanlar metodu (SEM), mühendislerin karşılaştığı karmaşık ve zor fiziksel problemleri kabul edilebilir bir yaklaşımla çözebilen sayısal bir yöntemdir.

Genelde mühendislik problemleri, fiziksel durumların matematiksel modelleridir. Matematiksel modeller ise, başlangıç ve sınır koşullarına bağlı diferansiyel denklemlerdir. Mümkün olduğunda, kesin sonuçlar sistemin belirlenen koşullar altındaki davranışını ayrıntılı olarak ortaya koyar. Bu, analitik yaklaşımdır. Diğer taraftan, kesin sonuçlara ulaşılamayan birçok mühendislik problemi vardır. Kesin sonuca ulaşılamamasının nedeni, problemin yapısındaki diferansiyel denklemlerin karmaşıklığı ya da önceden belirlenemeyen başlangıç ve sınır koşulları olabilir. Bu tür problemlerin üstesinden gelebilmek için sayısal yaklaşımlara başvurulur.

Mekanikte sayısal yaklaşımlar, ana sistemin, davranışı doğru bir şekilde belirlenebilen diferansiyel parçalara ayrılması prensibine dayanır. Yapıyı küçük parçalara ayırıp, bu parçaları uygun bir biçimde birleştirilerek, makul ölçülerde doğruluğa sahip sonuçlar elde edilmesi mümkündür.

Sonlu elemanlar metodu (SEM), gerilme analizi, ısı geçişi, elektromanyetizma ve akış analizini içeren büyük çaplı mühendislik problemlerinin çözümünde kullanılan bir sayısal yaklaşımdır [20].

Sonlu elemanlar kavramı yeni değildir. Karmaşık alan ve hacimlerin, geometrik özellikleri belli temel figürlerle (elemanlarla) hesaplanması yöntemi yüzyıllardır kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar metodunun bugün ifade ettiği, sınır ve başlangıç koşulları belli bir sistemin, iyi tanımlanmış alt-bölgelere (elemanlara) ayrıldığını kabul edip, bilinmeyen fonksiyon durum değişkeninin hesaplanmasıdır. Durum değişkeni her eleman için yaklaşık olarak tanımlandıktan sonra, elemanların düğüm noktaları vasıtasıyla birleştirilerek tüm sistem için belirlenir. Bu, kaçınılmaz olarak denklemlerin eşzamanlı çözümünü gerektirmektedir. Bu nedenle sonlu elemanlar metodu, bilgisayarların gelişmiş bir hesaplama cihazı olarak kullanılmasına kadar yaygın olarak kullanılmamıştır.

Sonlu elemanlar metodu, hesaplamalı metotlar alanında son yüzyılın en büyük gelişmelerinden biridir. 20. yüzyılın ikinci yarısında, yapısal mühendislik alanlarına

özelleşmiş birikiminden geliştirilerek, bütün mühendislik kategorilerine hitap etmeye başlamıştır. Günümüzde biyomekanikten nükleer teknolojiye farklı disiplinlerdeki problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

6.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Adımları

SEM, geometriden, malzemeden, sınır koşullarından ve problemin tipinden bağımsız olarak genel ve adım adım tanımlanmış bir prosedürü takip eder.

6.1.1 Problemin Tanımı

Başlangıçta problemin ne tür bir problem olduğuna (katı cisimler mekaniği, akışkanlar mekaniği, ısı transferi, manyetizma vb.) ve buna bağlı olarak alan değişkeninin (yer değiştirme, sıcaklık vb.) ne olacağına karar verilir.

6.1.2 İdealleştirme

Fiziksel sistemler, doğada buldukları halleri idealleştirmeden hesaplamalı yöntemlerle analiz edilemezler. Mesela doğadaki hiçbir disk tam yuvarlak değildir. Birçok problemde idealden sapma göz ardı edilebilir. Böyle durumlarda fiziksel sistemler hesaplanması kolay ideal şekiller ya da koşullarla ifade edilir. Sistemin geometrisinin yanı sıra, malzeme özellikleri ve sınır koşulları da idealleştirilmelidir. İdealleştirme her zaman için problemin boyutunu küçültür.

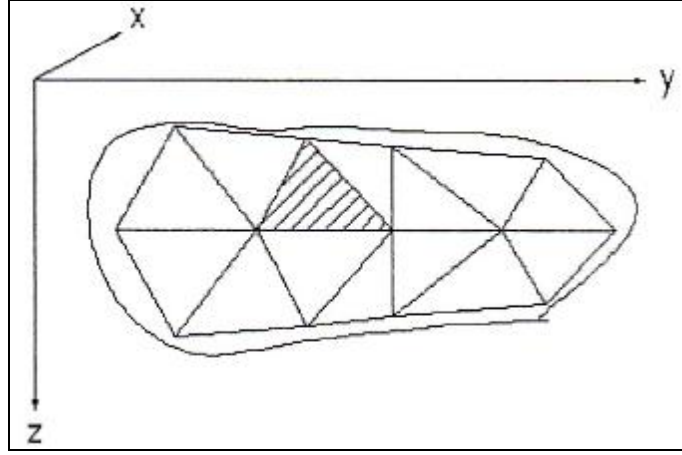
Bu adım tam bir mühendislik muhakemesidir. Hangi sistemin ne şekilde idealleştirileceğinin belirlenmesi gerekir. Bu aşamada yapılacak ufak hatalar analizin sonucunda büyük değişikliklere sebep olabilir. Bu nedenle sonlu elemanlar metoduyla analiz, çoğunlukla tecrübe ve mühendislik birikimi gerektiren bir iştir.

6.1.3 Problem Geometrisinin Elemanlara Ayrılması

Elemanlara ayrılma, SEM'in en önemli adımlarından biridir. Doğal bir sistem sonsuz sayıda bileşenden meydana gelir. Böyle bir sistem üzerinden hesaplama yapılamayacağı için sistem sonlu sayıda elemandan oluşan bir yapıya ayrıştırılır. Bu işlem, problem çözümünün gerçeğe yaklaşıklığı açısından oldukça önemlidir. Örneğin, Şekil 6.1'de çözüm bölgesi üçgen elemanlara ayrılmıştır.

Elemanların geometrik şekli, düğüm noktalarının koordinatları cinsinden interpolasyon fonksiyonu ile ifade edilir. Buradaki interpolasyon eğrileri, genellikle düşük dereceli polinomlardır (lineer, kuadratik vb.).

Elemanlar, çözüm bölgesinin geometrik yapısına ve problemin tipine göre farklılıklar gösterir. Örneğin, bir kafes sistemin incelenmesinde genelde tek boyutlu elemanlar kullanılırken, bazı durumlarda istenilen çözüme ulaşmak için 3 boyutlu eleman kullanımı gerekebilir.



Şekil 6.1 Çözüm Bölgesinin Elemanlara Ayrılması

Analiz yapılacak alanın elemanlara ayrıştırılması esnasında, iki kritere dikkat edilmesi gerekir.

- a) Şekli uygun biçimde, uygun elemanlar kullanarak bölmek.
- b) Elemanlar üzerindeki düğüm noktalarını en uygun şekilde numaralandırmak.

Probleme uygun elemanın seçimi çok önemlidir. Bazı eleman tipleri, elde edilmek istenen çözümle ilgili özellikleri taşımayabilir. Mesela kiriş elemanları moment iletirken bağlantı elemanları iletmez.

Metodun bu aşamasında elemanlar için kullanılacak interpolasyon fonksiyonlarının seçilmesi gerekir. Alan değişkeninin, dolayısıyla buna bağlı diğer büyüklüklerin eleman içerisinde nasıl değişeceği bu fonksiyon ile tanımlanır. İnterpolasyon fonksiyonu, değişkenlerin çözüm bölgesi içerisindeki yaklaşık değişimini verir. Fonksiyon gerçeğe ne kadar yakın seçilirse çözümdeki yaklaşıklık da o kadar fazla olur. Polinomlar, türev alma ve integrasyon işlemlerinin kolaylığından dolayı sıklıkla interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılır. İnterpolasyon fonksiyonunun çıkartılmasında Pascal Üçgeni kullanılır.

Elemanlara ayrıştırma işlemi yapıldıktan sonra elemanların görünüşlerinin kontrol edilmesi gerekir. Elemanlar ideal şekillerine ne kadar yakınsalar o kadar gerçekçi sonuç verirler. Üçgen elemanların eşkenar üçgene, dörtgen elemanların kareye, 3 boyutlu elemanların da düzgün dörtyüzlü ve küp gibi şekillere benzetilmesi uygundur. Örneğin dörtgen elemanların görünüm oranının (aspect ratio) 1/3'ü geçmemesi tavsiye edilir. Ayrıca elemandaki açısız çarpımlara da dikkat edilmelidir.

Düğüm noktalarını uygun bir biçimde numaralandırmak katsayı matrisinde yayılmaları azaltacağından çözüm süresini kısıltacaktır.

Sistemi elemanlara ayırma işi genelde zahmetli ve zaman alıcı bir iştir. Bu yüzden birçok paket program bünyesinde otomatik eleman ayırıcı (mesher) barındırır. Bu özelliği kullanarak birtakım seçenekler vasıtasıyla da uygun elemana bölme işlemi yapılabilir.

6.1.4 Eleman Davranış Matrisinin Belirlenmesi

Sistem elemanlara ayrıştırıldıktan sonra, başta tanımı yapılan problemin cinsine göre, alan değişkenleri ve dış etkenler arasındaki ilişkinin formüle edilmesi gerekir. Bu ilişki, elemanın fiziksel davranışını tanımlayan katsayı matrisi ile kurulur. Katı cisimler mekaniği üzerinden bakıldığında şu eşitlik yazılabilir;

$$\{f\} = [k]\{u\} \quad (6.1)$$

Burada [k] elemanın rijitlik matrisini göstermektedir. Rijitlik matrisini türetmek için mevcut 3 yöntem kullanılır;

- a) Doğrudan türetme; sezgisel bir yöntem olmakla birlikte kullanım alanı basit elemanlarla sınırlıdır.
- b) Varyasyonel metod; varyasyonel ifadeler içeren herhangi bir tip problemin çözümünde etkilidir.
- c) Ağırlıklandırılmış artanlar metodu; herhangi bir tip diferansiyel probleme uygulanabilir.

6.1.5 Eleman Matrislerinin Birleştirilmesi

Bu aşamada her eleman için bulunan denklem sistemleri birleştirilerek tüm çözüm bölgesinin özelliklerini ifade eden, sistemin toplam serbestlik derecesi sayısınca

denklem takımı elde edilir. Dügüm noktaları üzerinde alan değişkininin değeri, bu noktayı paylaşan her elemanda aynıdır. Eleman özelliklerinin birleştirilmesi sırasında farklı elemanlardaki ortak düğüm noktalarına ait denklemler toplanarak birleştirme yapılır.

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (6.2)$$

Düğüm noktalarının doğru biçimde numaralandırılması bu aşamada büyük önem taşımaktadır. Genel denklem takımını ifade eden matris birçok sıfır içerir. Doğru numaralandırma, sıfırdan farklı sayıların köşegen üzerinde toplanmasını sağlar. Sadece köşegen üzerinde belli bant genişliğindeki sayıları hafızada saklamak, zamandan ve maliyetten tasarruf anlamına gelir. Daha matematiksel bir dille anlatmak gerekirse, B bant genişliği olmak üzere;

$$B = (R + 1)NDOF \quad (6.3)$$

olarak gösterilebilir. R aynı elemandaki düğüm noktası numaraları arasındaki en büyük fark ve NDOF elemanın serbestlik derecesini göstermektedir. Burada, bant genişliğini küçültmek için düğüm noktalarını uygun şekilde numaralandırarak R'yi küçültmek gerekir.

6.1.6 Başlangıç ve Sınır Koşullarının Eklenmesi

Birleştirme işlemindeki eşitlikler hiçbir başlangıç ve sınır koşulu içermediği için elde edilen genel rijitlik matrisi tekildir. Yani rijit cisim hareketi mevcuttur. Başlangıç ve sınır koşullarının eklenmesiyle denklem (6.2), denklem (6.4)'e indirgenir.

$$[K']\{U'\} = \{F'\} \quad (6.4)$$

Burada $\{F'\}$ bilinen kuvvetleri, $\{U'\}$ ise bilinmeyen yer değiştirmeleri gösterir.

6.1.7 Sistem Denklemlerinin Çözümü

Elde edilen denklem takımı sınır ve başlangıç koşullarının eklenmesiyle çözülebilecek duruma gelmiştir. Bu aşamada denklem takımı eşzamanlı olarak çözülür. Sonuçta istenen alan değişkenlerinin değerleri bulunur.

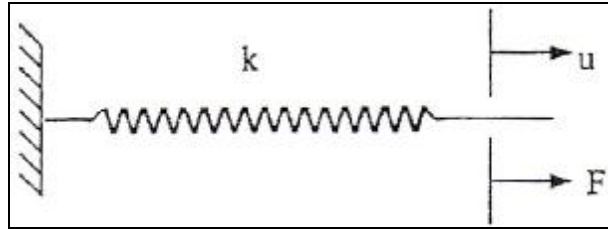
$$\{U'\} = [K']^{-1}\{F'\} \quad (6.5)$$

6.1.8 Bağımlı Değişkenlerin Hesaplanması

Denklemler sisteminin çözülmesinden sonra istenirse bulunan alan değişkenleri kullanılarak buna bağımlı diğer değişkenler hesaplanabilir. Mesela, bir gerilme analizinde alan değişkenleri yer değiştirmelerdir. Elastisite teorisi kullanılarak birim şekil değişimleri ve buradan Hooke kanunu kullanılarak gerilmeler hesaplanabilir.

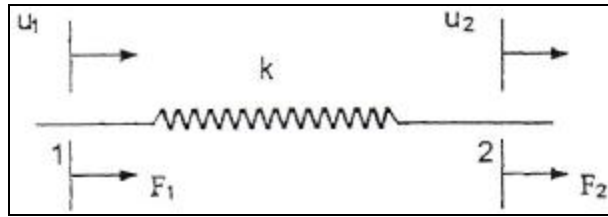
6.2 Sonlu Elemanlar Metodunun Teorisi

Sonlu elemanlar metodunun teorisinin daha anlaşılır olması için şu aşamada bir boyutlu yay elemanı esas alınarak başlanabilir.



Şekil 6.2 Bir Boyutlu Yay Elemanı

Şekil 2.1’de gösterilen yay elemanının yay katsayısı k, sisteme etkiyen kuvvet F, ve bu durum için yayda meydana gelen şekil değişimi u ile gösterilmiştir. O halde bu sistem, $F = ku$ denkleminle ifade edilebilir.



Şekil 6.3 Yay Elemanı Üzerindeki Kuvvetler ve Yer Değiştirmeler

Şekil 6.3’de verilen yay elemanı için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir;

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 &= 0 & F_2 &= k(u_2 - u_1) = ku_2 - ku_1 \\ F_1 &= -F_2 & F_1 &= k(-u_2 + u_1) = -ku_2 + ku_1 \end{aligned} \quad (6.6)$$
$$\{F\} = [k]\{u\} \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad [k] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Buradan yay elemanının matris eşitliğine geçilirse;

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (6.7)$$

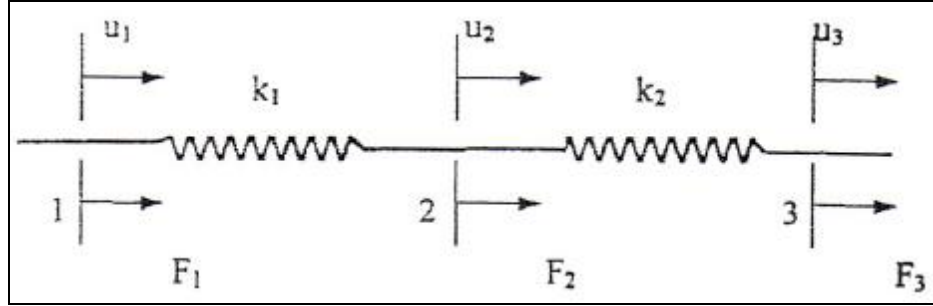
$$\{F\} = \{f^e\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Eleman kuvvet vektörü}$$

$$[k] = [k^e] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad \text{Eleman katılık matrisi}$$

$$\{u\} = \{u^e\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Eleman yer değiştirme vektörü}$$

$$\{f^e\} = [k^e] \{u^e\} \quad (6.8)$$

İki adet yay elemanı seri bağlayarak Şekil 6.4'de görülen sistem elde edilir. Burada, her bir yay elemanının iki bağ noktasına (1 ve 2 nolu noktalar) ve bu bağ noktalarının da birer tane bilinmeyene sahip olduğu görülmektedir. Bu durumda her yay elemanının iki bilinmeyeni (u_1 ve u_2) yani iki serbestlik derecesi bulunmaktadır. Sistemin toplam serbestlik derecesi ise cttr.



Şekil 6.4 İki Yaydan Oluşan Sistem

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0$$

$$F_2 = -F_1 - F_3 = ku_1 - (k_1 + k_2)u_2 + k_2u_3$$

$$F_1 = k_1(u_1 - u_2) = k_1u_1 - k_2u_2 \quad (6.9)$$

$$F_3 = k_2(u_3 - u_2) = k_2u_3 - k_2u_2$$

$$\{F\} = [K] \{u\}$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (6.10)$$

[K] sistemin toplam katılık matrisi olup, eleman katılık matrislerinin birleştirilmesiyle elde edilir.

$$[K] = [k_1] + [k_2]$$

$$[k_1] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \quad [k_2] = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

6.2.1 Katılık Matrisinin Belirlenmesinde Virtüel İşler Prensibi

Eleman rijitlik matrisini elde etmek için virtüel işler prensibinden faydalanılabilir. Bu prensibe göre tatbik edilen kuvvetler ile dengede olan bir yapının virtüel yer değiştirmesi halinde dış kuvvetlerin virtüel işi, yapıdaki iç gerilmelerin virtüel şekil değiştirme enerjisine eşittir.

$$dU_e = dW_e \quad (6.12)$$

δU_e : iç gerilmelerin virtüel şekil değiştirmesi

δW_e : dış kuvvetlerin virtüel işi

Yapıdaki gerilme ve birim şekil değiştirme dağılımlarını hesaplamak için öncelikle birim şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntıyı belirlemek gerekmektedir. Eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi o noktanın koordinatlarının bir fonksiyonudur. Bu fonksiyon düğüm noktalarının koordinatları cinsinden ifade edilebilir. Bu polinom ifadesi ile düğüm noktalarındaki değerlerden elemanın içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi tayin edilebilmektedir. Bu fonksiyon interpolasyon fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$\{u\} = [N]\{u\}^e \quad (6.13)$$

{u} yer değiştirme bileşenleri u(x,y) ve v(x,y)

[N] interpolasyon fonksiyonu

$\{u\}^e$ düğüm noktalarındaki yer değiştirme bileşenleri

Birim şekil değiştirme – yer değiştirme bağıntısı bu durumda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\{e\} = [\partial]\{u\} = [\partial] [N]\{u\}^e = [B]\{u\}^e \quad (6.14)$$

[B] gradyen matrisi

{e} birim şekil değiştirme sütun matrisi

[∂] diferansiyel operatör matrisi

Gradyen matrisi birim şekil değiştirme bileşenleri ile düğüm noktası yer değiştirme bileşenlerini birbirine bağlamaktadır.

Gerilme matrisi şu şekilde yazılabilir;

$$\{s\} = [E][B]\{u\}^e \quad (6.15)$$

Virtüel düğüm noktası yer değiştirmeleri $\{\delta u^e\}$ için virtüel birim şekil değiştirme enerjisi;

$$dU_e = \int_V \{de\}^T \{s\} dV \quad (6.16)$$

Dış kuvvetlerin virtüel işi;

$$dW_e = \{d u^e\}^T \{f\} \quad (6.17)$$

Virtüel işler prensibinden aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\int_V \{de\}^T \{s\} dV = \{d u^e\}^T \{f\} \quad (6.18)$$

Gerilme ve birim şekil değiştirme ifadeleri yerine konursa;

$$\int_V \{d u^e\}^T [B]^T [E] [B]\{u^e\} dV = \{d u^e\}^T \{f\} \quad (6.19)$$

Virtüel ve gerçek yer değiştirmeler hacimsel integrallerden bağımsız olduğundan şu eşitlik elde edilir;

$$\{d u^e\}^T \left(\int_V [B]^T [E] [B] dV \right) \{u^e\} = \{d u^e\}^T \{f\} \quad (6.20)$$

Eşitliğin her iki tarafından $\{\delta u^e\}^T$ silinirse, düğüm noktalarındaki yer değiştirmeleri tatbik edilen kuvvetlere bağlayan aşağıdaki ifade elde edilir;

$$[k]\{u\}^e = \{f\} \quad (6.21)$$

Bu ifadenin eleman katılık matrisi;

$$[k] = \int_V [B]^T [E] [B] dV \quad (6.22)$$

İki boyutlu problemlerde ise t kalınlığı ve A eleman alanı olmak üzere şu ifade kullanılır;

$$[k] = \int_V [B]^T [E] [B] t dA \quad (6.23)$$

Bu şekilde kabul edilen yer değiştirme fonksiyonunu esas alan herhangi bir elemanın genel matematik ifadesi elde edilmiş olur. Elemanın katılık matrisi interpolasyon fonksiyonlarının formuna ve gradyen matrisini oluşturan türevlerine bağlıdır.

6.2.2 İnterpolasyon Fonksiyonları

Sonlu elemanlar metodunda, düğüm noktalarında elde edilen sonuçlardan hareketle alan değişkenlerinin çözüm bölgesi içinde nasıl değiştiği bir fonksiyon yardımıyla tanımlanır. Bu fonksiyon alan değişkenlerinin çözüm bölgesi içindeki yaklaşık değerini verir. İnterpolasyon fonksiyonu gerçeğe ne kadar yakın seçilirse çözümdeki yaklaşıklık da o derece artar. Türev alma ve integrasyon işlemlerindeki kolaylıktan dolayı en çok tercih edilen fonksiyonlar polinomlardır [20].

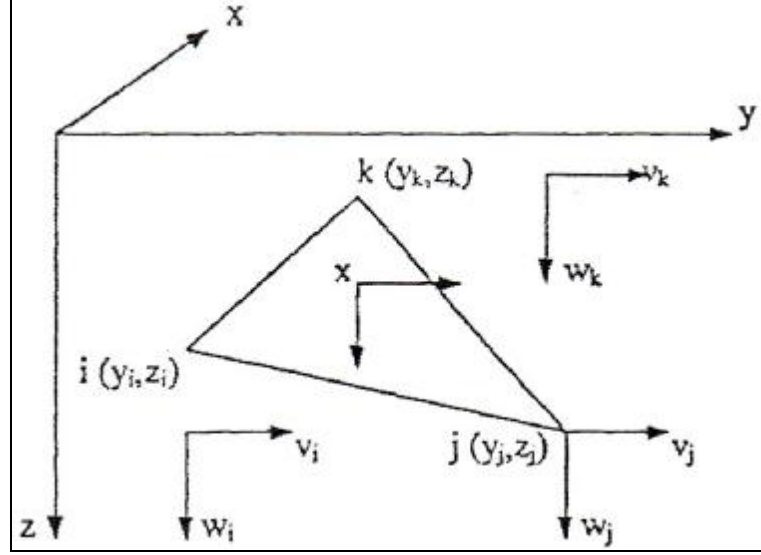
Örnek olarak Şekil 6.5'te gösterilen üçgen eleman kullanılabilir. Bu eleman iki boyutlu düzlem deformasyon hali için kullanılmaktadır.

Düzlem deformasyon halinde üçgen eleman için yer değiştirmeler genelde doğrusal kabul edilir.

$$\{u^e\}^T = [v_i w_i \quad v_j w_j \quad v_k w_k] \quad (6.24)$$

$$\left. \begin{aligned} v &= a_1 + a_2 y + a_3 z \\ w &= a_4 + a_5 y + a_6 z \end{aligned} \right\} \text{Eleman fonksiyonları} \quad (6.25)$$

$$\left. \begin{aligned} v_i &= a_1 + a_2 y_i + a_3 z_i \\ v_j &= a_1 + a_2 y_j + a_3 z_j \\ v_k &= a_1 + a_2 y_k + a_3 z_k \end{aligned} \right\} \text{Üç bilinmeyenli üç denklem} \quad (6.26)$$



Şekil 6.5 Üçgen Eleman ve Düğüm Noktaları

Diğer bir deyişle;

$$\begin{Bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad (6.27)$$

yazılabilir. Bu denklem sistemi aşağıdaki gibi çözülebilir. Δ , üçgenin alanı olmak üzere;

$$\begin{aligned} a_1 &= 1/2\Delta(a_i v_i + a_j v_j + a_k v_k) \\ a_2 &= 1/2\Delta(b_i v_i + b_j v_j + b_k v_k) \\ a_3 &= 1/2\Delta(c_i v_i + c_j v_j + c_k v_k) \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \end{vmatrix} \quad (6.29)$$

$$\begin{pmatrix} a_i & b_i & c_i \\ a_j & b_j & c_j \\ a_k & b_k & c_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \det \begin{vmatrix} y_j & z_j \\ y_k & z_k \end{vmatrix} & -\det \begin{vmatrix} 1 & z_j \\ 1 & z_k \end{vmatrix} & \det \begin{vmatrix} 1 & y_j \\ 1 & y_k \end{vmatrix} \\ -\det \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_k & z_k \end{vmatrix} & \det \begin{vmatrix} 1 & z_i \\ 1 & z_k \end{vmatrix} & -\det \begin{vmatrix} 1 & y_i \\ 1 & y_k \end{vmatrix} \\ \det \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_j & z_j \end{vmatrix} & -\det \begin{vmatrix} 1 & z_i \\ 1 & z_j \end{vmatrix} & \det \begin{vmatrix} 1 & y_i \\ 1 & y_j \end{vmatrix} \end{pmatrix} \quad (6.30)$$

$$V = 1/2\Delta[(a_i + b_i y + c_i z)v_i + (a_j + b_j y + c_j z)v_j + (a_k + b_k y + c_k z)v_k] \quad (6.31)$$

$$W = 1/2\Delta[(a_i + b_i y + c_i z)w_i + (a_j + b_j y + c_j z)w_j + (a_k + b_k y + c_k z)w_k] \quad (6.32)$$

elde edilir. Burada;

$$\begin{aligned} N_i &= 1/2\Delta(a_i + b_i y + c_i z) \\ N_j &= 1/2\Delta(a_j + b_j y + c_j z) \\ N_k &= 1/2\Delta(a_k + b_k y + c_k z) \end{aligned} \quad (6.33)$$

fonksiyonlarına şekil fonksiyonları denir. Şekil fonksiyonu düğüm noktaları dışındaki bir noktada bilinmeyen değerleri bulmak için interpolasyon işleminde kullanılmaktadır.

Yukarıdaki ifadeler şu şekilde düzenlenebilir;

$$\begin{aligned} V &= N_i V_i + N_j V_j + N_k V_k \\ W &= N_i W_i + N_j W_j + N_k W_k \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$\begin{Bmatrix} V \\ W \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_i \\ W_i \\ V_j \\ W_j \\ V_k \\ W_k \end{Bmatrix} \quad (6.35)$$

Şekil fonksiyonlarının önemli bir özelliği, bazı noktalarda 1, bazı noktalarda 0 değerini almasıdır. Burada N_i , i noktasında 1 diğer j ve k noktasında ise 0 değerini alır. N_j ve N_k için de aynı durum geçerlidir.

Düzlem zorlama durumunda birim şekil değiştirme bileşenleri ϵ_y , ϵ_z , γ_{yz} noktasal yer değiştirmeler kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\begin{aligned}
e_y &= \partial v / \partial y = (\partial N_i / \partial y)v_i + (\partial N_j / \partial y)v_j + (\partial N_k / \partial y)v_k \\
e_z &= \partial w / \partial z = (\partial N_i / \partial z)w_i + (\partial N_j / \partial z)w_j + (\partial N_k / \partial z)w_k \\
g_{yz} &= \partial v / \partial z + \partial w / \partial y \\
&= (\partial N_i / \partial z)v_i + (\partial N_j / \partial z)v_j + (\partial N_k / \partial z)v_k + (\partial N_i / \partial y)w_i + (\partial N_j / \partial y)w_j \\
&\quad + (\partial N_k / \partial y)w_k
\end{aligned} \tag{6.36}$$

6.2.3 Sonlu Elemanlar Metodunda Bant Genişliği Kavramı

Sonlu elemanlar analizinde her bir elemana ait katılık matrislerinin birleştirilmesiyle elde edilen toplam katılık matrisinde bant genişliği kavramı oldukça önemlidir.

Toplam katılık matrisinin köşegeni üzerindeki terimler de dahil olmak üzere, sağa doğru bir satır üzerinde yer alan sıfırdan farklı elemanların sayısının en büyüğüne yarım bant genişliği denir. Bant genişliği, $B = (R+1)NDOF$ şeklinde ifade edilir. Burada;

B : Bant genişliği,

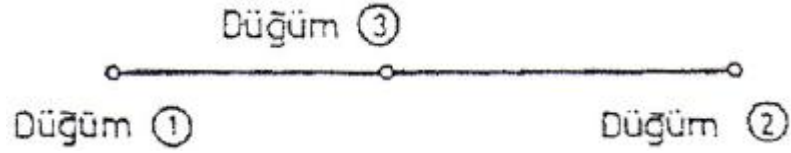
R : Bütün elemanlar dikkate alınarak, bir elemanda iki düğüm numarası arasındaki en büyük fark,

NDOF : Düğüm noktalarındaki serbestlik derecesidir.

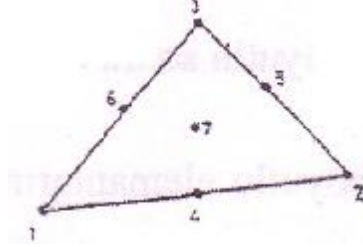
6.3 Sonlu Elemanlar Yönteminde Eleman Çeşitleri

Bir sürekli ortamın en uygun şekilde sonlu elemanlara bölünmesi problemi çözene bağlıdır. Önce sonlu elemanın şekli seçilmelidir. Bu seçim, sürekli ortamın boyutuna, yapının veya cismin geometrisine uygun olmalıdır. Sonlu elemanlar bir, iki veya üç boyutlu olabilir. Sonlu elemanın sınırları genellikle doğrudur; ancak bazı problemlerde eğri sınırlı sonlu elemanlar da kullanmak mümkündür ve faydalıdır.

Sürekli ortamın geometrisi, malzeme özellikleri, yükleri ve yer değişimleri bir bağımsız uzay koordinatı cinsinden ifade edilebiliyorsa bir boyutlu sonlu elemanlar tercih edilir. Söz konusu koordinat elemanın ekseni boyunca ölçülür. Şekil 6.6'da bir boyutlu bir sonlu eleman gösterilmiştir. Bu sonlu elemanı, komşu sonlu elemanı komşu sonlu elemanlara bağlayan 1 ve 2 noktalarına "dış düğüm noktaları", 3 noktasına "iç nokta" denir.



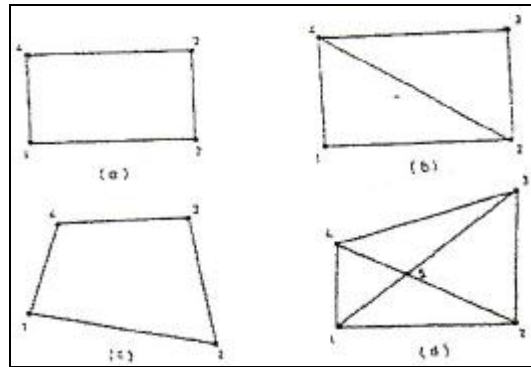
Şekil 6.6 Bir Boyutlu Bir Sonlu Eleman



Şekil 6.7 Üçgen Sonlu Eleman

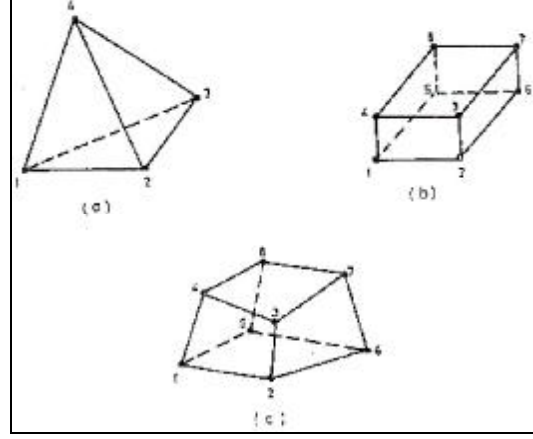
Bir boyutlu elemanlar yapısal ve ısı transferi problemlerinde kullanılabilirler. Herhangi bir noktadaki yer değişiminin veya sıcaklığın tespit edilebilmesi için bir boyutlu elemanlarda lineer, ikinci mertebeden veya üçüncü mertebeden interpolasyon fonksiyonu seçmek mümkündür. Burada dikkat edilmesi gereken, lineer eleman için iki, interpolasyon fonksiyonu ikinci mertebeden olan eleman için üç, üçüncü mertebeden bir boyutlu eleman için dört adet düğüm noktasının olması gerektiğidir. Doğruluk derecesi interpolasyon fonksiyonunun mertebesi arttıkça artacaktır [20].

Katı mekaniğinde birçok problemler, yaklaşık olarak, iki boyutlu sonlu elemanlarla çözülebilir. Bunların en basiti üçgen elemandır. Şekil 6.7’de gösterilen üçgen elemanda 1,2,3 noktaları bu üçgen elemanı komşu sonlu elemanlara bağlayan dış düğüm noktaları; 4,5,6 kenar noktaları; 7 iç nokta olarak bilinir. Şekil 6.8 diğer iki boyutlu sonlu elemanları; (a) dikdörtgen elemanı; (b) iki üçgenli dik dörtgen elemanı; (c) dörtgen elemanı; (d) dört üçgenli dörtgen elemanı göstermektedir.



Şekil 6.8 İki Boyutlu Sonlu Elemanlar

Eksenel simetrik cisimlerde kesiti üçgen veya dörtgen olabilen troid veya halka sonlu elemanlar kullanılır. Şekil 6.9’da üç boyutlu sonlu elemanlar gösterilmiştir. (a) dörtyüzlü, (b) dikdörtgenler prizması, (c) keyfi bir altı yüzlü sonlu elemandır.



Şekil 6.9 Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar

Katı cisimlerin mekaniğinde üç boyutlu elemanların rolü büyüktür. Şekil 6.9a’daki dört düğüm noktalı dörtyüzlü eleman en basit üç boyutlu eleman tiplerindedir. Bu tip elemanlarda her düğüm noktasında x,y ve z koordinatlarında olmak üzere üç adet serbestlik derecesi vardır. Burada düğüm noktası bazında yer değişimlerinin hesaplanabilmesi için öncelikle şekil fonksiyonlarının tespit edilmesi gerekmektedir.

Şekil fonksiyonlarının tespit edilmesinden sonra bir elemanın herhangi bir koordinatındaki yer değiştirmeler kolaylıkla hesaplanabilir. Bunun yanında eğri yüzeye sahip sınırlarda ve daha fazla kesinlik, doğruluk istendiği katı cisimlerin modellenmesinde kullanılan üç boyutlu on düğüm noktalı dörtyüzlü elemanlarda kullanılmaktadır [20].

7. SONLU ELEMAN ANALİZİNDE HELİSEL SİMETRİK SINIR ŞARTLARI

Helisel yaylar, makine vidaları ve tel halat demetleri gibi helisel simetrikliğe sahip elemanlar oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu elemanlar aksel yüklerle (çekme ve burulma) maruz kaldığında yükleme sonrasında da helisel simetrik özelliği sergiler. Dolayısıyla sayısal simülasyonlarda bu tür elemanların analizini kolaylaştırmak için sahip oldukları bu özellikten yararlanılabilir. Helisel simetrik ilişki, modelin uygun yapay sınırlarında ki benzer düğüm noktalarının (node) yer değiştirmeleri arasında ifade edilen kısıtlama denklemlerinin (constraint equations) kullanılmasıyla belirtilir. Bu helisel simetrik denklemlerin uygulanması kullanılacak sonlu eleman modelinin büyüklüğünü azalttığı gibi sonuçların doğruluğunu da arttıracaktır [21].

Eksenel bir yönde geometrik periyodikliğe sahip bir yapı tekrarlı simetrik yapı olarak adlandırılır. Çevresel yönde geometrik periyodikliğe sahip bir yapı halka simetrik yapıdır. Eğer bir yapı geometrik periyodikliği helisel yönde sergilerse helisel simetrik bir yapı olarak ifade edilir. Helisel yaylar, makine vidaları ve tel halat demetleri bu tanıma uygun makine elemanlarıdır. Bu tür elemanlar için analitik modeller mevcuttur. Ancak bunlar tahmini yaklaşımlar ile elde edilmişlerdir ve gerçek gerilim değerlerinin detaylı olarak belirlenmesinde yetersiz kalırlar. Bu elemanların sayısal çözümleri yapıyı temsil eden bir kısmın modellenmesi ile daha kolay hale gelir. Bu kısım temel sektör (basic sector) olarak adlandırılır. Yapay olarak ayrılmış sınırlarda matematiksel sınır şartlarını belirleyen helisel simetrik özellik kullanılarak ve uygun olarak seçilmiş bir temel sektörün analizi ile tüm yapının tepkisi elde edilebilir. Ayrıca deformasyon süresince helisel simetriklik sağlanmış olur. Yapıya ait temel sektörün yapay sınırlarında yer alan benzer düğüm noktalarının yer değiştirmeleri ile ilgili kısıtlama denklemleri kullanılarak kesin sınır şartları korunur. Helisel simetrik elemanlar genellikle ince ve uzundur. Dolayısıyla helisel simetrinin kullanımı model büyüklüğünü kayda değer bir biçimde düşürebilir.

7.1 Kısıtlama Denklemlerinin (Constraint Equations) Formülasyonu

Helisel simetriyi kullanmak için helisel uyumlu kenarlara sahip bir temel sektörün seçilmesi gerekir. Helisel uyumlu kenarların her birinde karşılıklı olarak benzer

(eşdeğer) düğüm noktaları mevcuttur. Bu noktalar geometrik olarak biri diğerinden bir sektör açısı (θ_s) kadar döndürülmek ve bir sektör uzunluğu (z_s) kadar ilerletilmek suretiyle elde edilir (Şekil 7.1). Eğer sektör açısında $\delta\theta_s$ kadar bir artış ve sektör uzunluğunda da δz_s kadar bir artış söz konusu olursa helisel simetrik özelliği korumak için helisel uyumlu kenarların deformasyon sonrası helisel olarak kalması gerekir. Genel olarak helisel simetri için benzer düğüm noktaları $n(r,\theta,z)$ ve $n'(r,\theta+\theta_s,z+z_s)$ arasında yer değiştirme ilişkisi şu şekilde yazılabilir:

$$\Delta r' = \Delta r \quad (7.1)$$

$$\Delta \theta' = \Delta \theta + \delta \theta_s \quad (7.2)$$

$$u_z' = u_z + \delta z_s \quad (7.3)$$

Burada Δr , $\Delta \theta$, u_z ve $\Delta r'$, $\Delta \theta'$, u_z' sırasıyla n ve onun benzeri n' düğüm noktalarının silindirik koordinat sisteminde yer değiştirme bileşenleridir.

Silindirik koordinat sisteminden (r,θ,z) kartezyen koordinat sistemine (x,y,z) dönüşüm yapılarak, benzer düğüm noktaları arasında yer değiştirme ilişkileri ile ilgili kısıtlama denklemlerini şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{R}\mathbf{u} + \mathbf{u}_\Gamma + \mathbf{u}_\varepsilon \quad (7.4)$$

Burada,

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T \quad (7.5)$$

düğüm noktası n nin yer değiştirme vektörü,

$$\mathbf{u}' = (u_x', u_y', u_z')^T \quad (7.6)$$

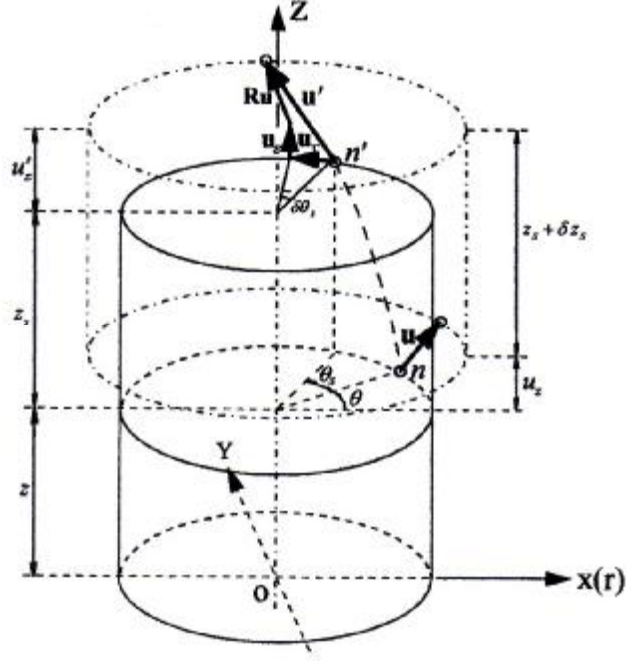
benzer düğüm noktası n' nün yer değiştirme vektörü,

$$\mathbf{u}_\Gamma = (-2r\sin(\delta\theta_s/2)\sin(\theta + \theta_s + (\delta\theta_s/2)), 2r\sin(\delta\theta_s/2)\cos(\theta + \theta_s + (\delta\theta_s/2)), 0)^T \quad (7.7)$$

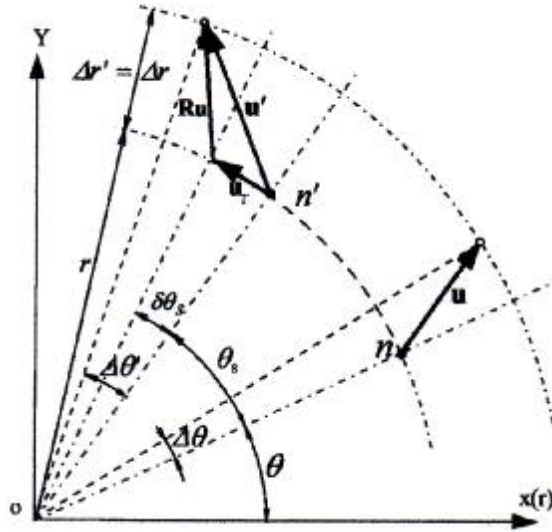
izafi dönme vektörü,

$$\mathbf{u}_\varepsilon = (0, 0, \delta z_s)^T \quad (7.8)$$

izafi uzama vektörü ve



(a)



(b)

Şekil 7.1 Helisel Simetrik Kısıtlama İlişkisi: (a) 3D görünüş; (b) üst görünüş [21]

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(q_s + dq_s) & -\sin(q_s + dq_s) & 0 \\ \sin(q_s + dq_s) & \cos(q_s + dq_s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

döndürme matrisidir.

δz_s ve $\delta \theta_s$ sırasıyla eksenel birim uzama ε ve birim boyda burulma açısı Γ ile ifade edilebilir.

$$\delta z_s = \varepsilon \cdot z_s \quad (7.10)$$

$$\delta \theta_s = \Gamma \cdot z_s \quad (7.11)$$

Eksenel uzama ε ve birim boyda burulma açısı Γ verildiği zaman kısıtlama denklemleri, düğüm noktalarının yer değiştirmeleri arasında lineer bir ilişki oluşturur ve böylece sistem matrisi içerisine rahatlıkla dahil edilebilir. Denklem (7.4)'e göre eşitliğin sol tarafındaki serbestlik dereceleri sağ taraftaki serbestlik dereceleri ile ifade edilebilir ve bu durumda denklemlerin çözümü boyunca elenebilir. Sonuç olarak çözülecek denklem sayısı azalmış olur.

7.2 Oluşturulan Denklemler İçin Uygulamalar

Yukarıda formülasyonu yaptığımız kısıtlama denklemlerinin (sınır şartlarının) kullanımına yönelik iki elastostatik problem analizi sayısal örnek olarak verilecektir. Her iki analizde ticari bir sonlu eleman analiz programı olan ANSYS kullanılmıştır. Analizlerde kullanılan sonlu elemanlar; altı yüzlü, sekiz düğüm noktalı kutu tipi (brick) elemanlardır (SOLID185). Düğüm noktaları; x, y, z doğrultularında 3 serbestlik derecesine (u_x, u_y, u_z) sahiptir.

7.2.1 Dairesel Kesitli Çubuk

Helisel simetrik algoritmayı doğrulamak için ilk olarak eksenel uzama ve burulmaya maruz dairesel kesitli çubuk problemi üzerinde duracağız. Bunun için Şekil 7.2'de görüldüğü gibi, bir çubuk dilimi üzerinde helisel sektör seçilir. Burada F ve M, uygulanan eksenel uzama ve burulma değerlerine neden olan kuvvet ve momenttir. Çubuk yarıçapı $R = 1$ mm, $\alpha_c = 60^\circ$ ve sektör kalınlığı $z_s = 0,1.R$ olarak seçilmiş; 45° , 60° ve 75° olmak üzere üç farklı helisel açıya sahip modelin analizi gerçekleştirilmiştir. Elastik modül $E = 188$ GPa, Poisson oranı $\nu = 0,3$ dür. Şekil 7.3'te alınan sektörün sonlu eleman modelini (12 elemanlı) göstermektedir. Bu modelde eksenel yön boyunca helisel etkiyi sağlamak için bir elemanlı bölünme yapılmıştır.

Şekil 7.2(b)'de helisel uyumlu A ve A' kesitlerindeki eşdeğer düğüm noktaları görülmektedir. Bu düğüm noktaları arasında genel helisel simetrik ilişki şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \\ u'_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(q_s + dq_s) & -\sin(q_s + dq_s) & 0 \\ \sin(q_s + dq_s) & \cos(q_s + dq_s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2r \sin(dq_s / 2) \sin(q + q_s + (dq_s / 2)) \\ 2r \sin(dq_s / 2) \cos(q + q_s + (dq_s / 2)) \\ d z_s \end{pmatrix} \quad (7.12)$$

Model üzerindeki dört radyal kenar çizgisi L_1 , L'_1 , L_2 ve L'_2 başlangıçta düz ve simetrik eksene diktir. Deformasyon sonrası bu kenar çizgilerinin düz ve dik kalması gerekir. Aynı zamanda helisel uyumlu (L_1, L'_1) ve (L_2, L'_2) kenar çizgileri üzerindeki eşdeğer düğüm noktaları aynı radyal deformasyona sahip olmalıdır. α_c açısı deformasyon sonrası üst ve alt kesitte değişmemelidir. Tüm bu kısıtlamaları şu şekilde formülize edebiliriz;

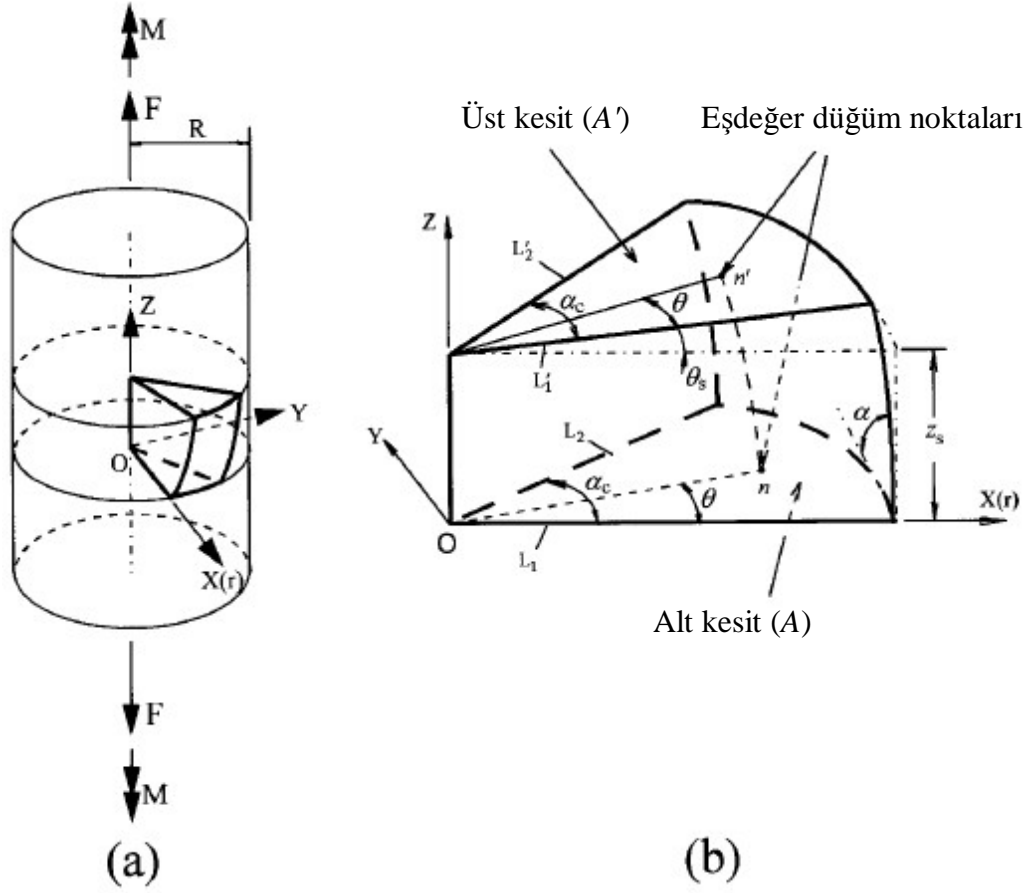
(L_1, L'_1) için:

$$\begin{aligned} u_y &= 0, \quad u_z = 0 \\ u'_x &= \cos(q_s + dq_s) u_x - 2r \sin(dq_s / 2) \sin(q_s + (dq_s / 2)) \\ u'_y &= \sin(q_s + dq_s) u_x + 2r \sin(dq_s / 2) \cos(q_s + (dq_s / 2)) \\ u'_z &= d z_s \end{aligned} \quad (7.13)$$

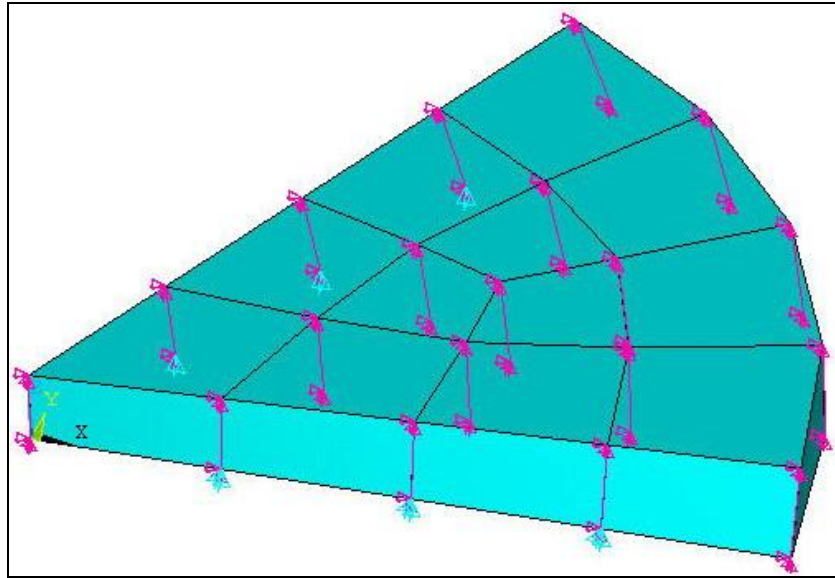
(L_2, L'_2) için:

$$\begin{aligned} u_y &= \tan \alpha_c \cdot u_x, \quad u_z = 0 \\ \begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(q_s + dq_s) & -\sin(q_s + dq_s) \\ \sin(q_s + dq_s) & \cos(q_s + dq_s) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ \tan \alpha_c \cdot u_x \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} -2r \sin(dq_s / 2) \sin(\alpha_c + q_s + (dq_s / 2)) \\ 2r \sin(dq_s / 2) \cos(\alpha_c + q_s + (dq_s / 2)) \end{pmatrix} \\ u'_z &= d z_s \end{aligned} \quad (7.14)$$

Tüm bu denklemlerin uygulanması ve modelleme için analiz programında makrolar yazılmıştır. Şekil 7.3'de sınır şartları ile birlikte temel sektörün sonlu eleman modeli görülmektedir. Analizde saf uzama ($\Gamma = 0$) veya saf burulma ($\varepsilon = 0$) olmak üzere iki yükleme durumu göz önünde bulundurulmuştur. Tablo 7.1'de görüldüğü gibi SEA sonuçları analitik sonuçlar ile uyumludur. $\alpha = 45^\circ$ için kayma ($\gamma_{\theta z}$) değerindeki fark zayıf biçimli elemanlardan kaynaklanmaktadır. Çünkü ANSYS programında bu tip eleman (SOLID185) için önerilen minimum açı 45° dir.



Şekil 7.2 Dairesel Çubuk Problemi İçin Geometrik Model [21]



Şekil 7.3 Temel Sektör Sonlu Elemanlar Modeli ve Sınır Şartları

Tablo 7.1 Çubuk İçin SEM ile Analitik Sonuçların Karşılaştırılması

Yöntem	Helisel açı (α)	$\varepsilon = 0.001, \Gamma = 0$			$\varepsilon = 0, \Gamma = 0,001 \text{ rad/mm}$	
		ε_z	ε_r ve ε_θ	F[N]	mak $\gamma_{\theta z}$	M[N/mm]
SEA	45°	1,000 x 10 ⁻³	-0,003 x 10 ⁻³	582,9	0,996 x 10 ⁻³	111,0
	60°	1,000 x 10 ⁻³	-0,003 x 10 ⁻³	583,6	0,999 x 10 ⁻³	111,0
	75°	1,000 x 10 ⁻³	-0,003 x 10 ⁻³	583,8	1,000 x 10 ⁻³	111,0
Analitik	-	1 x 10 ⁻³	-0,3 x 10 ⁻³	590,6	1 x 10 ⁻³	113,6

7.2.3 Dairesel Kesitli Helisel Yay

Helis açısı $\alpha = 10^\circ$, tel yarıçapı $R_m = 1 \text{ mm}$ olan bir yay göz önüne alalım. Yay yarıçapı R ile tel yarıçapı R_m arasında $R/R_m = 0,15$ olsun. Bu helisel yayın simetri eksenini boyunca F kuvveti ve/veya M momentine maruz kaldığını düşünelim. Yay teli merkez çizgisine dik kesiti göz önüne aldığımızda; bu kesitin daireSEL olduğu, bu kesit üzerindeki tepkisel kuvvet, momentlerin ve gerilim dağılımının diğer kesitlerle aynı olduğu söylenebilir. Diğer bir deyişle, problemimiz bir temel dilimin analizi durumuna indirgenebilir. Şekil 7.4'de görüldüğü gibi şekil ve yükleme simetrikliğinden dolayı temel dilimin sadece yarısı üzerindeki sektör üzerinde inceleme yapılmıştır.

Helisel uyumlu A ve A' kesitleri üzerindeki eşdeğer düğüm noktaları arasında denklem (7.12) de gösterilen genel helisel simetrik ilişki vardır. Sektör açısı θ_s ile sektör uzunluğu z_s arasındaki şu ilişki yazılabilir;

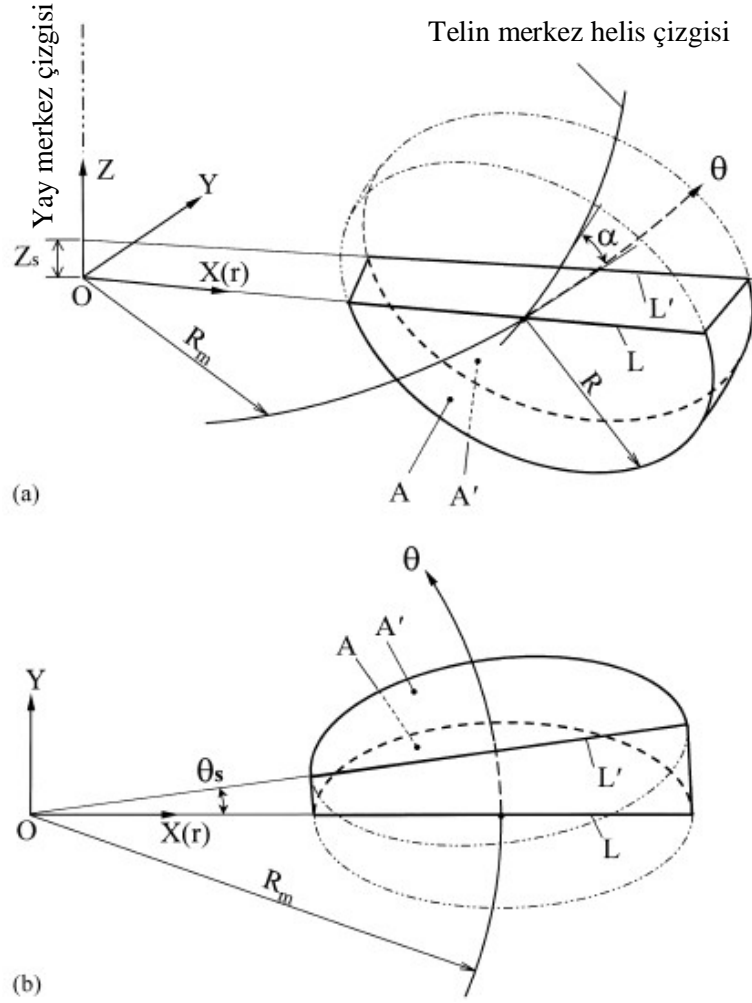
$$z_s = R_m q_s \tan a \quad (7.15)$$

$\delta\theta_s$ ve δz_s ; yay dönme açısı $\Delta\Phi$, yay uzaması ΔL , yay sarım sayısı n ile şu şekilde ifade edilebilir;

$$dq_s = \frac{\Delta\Phi}{n} \frac{q_s}{2p} \quad (7.16)$$

$$d z_s = \frac{\Delta L}{n} \frac{q_s}{2p} \quad (7.17)$$

Model üzerindeki radyal kenar çizgileri L ve L' arasında bir önceki bölümde olduğu gibi (7.13) denklemi yazılabilir. Buna göre yay dönme açısı $\Delta\Phi$ ve yay uzaması ΔL verildiği takdirde yer değiştirmeler arasında lineer ilişki sağlanmış olur.



Şekil 7.4 Helisel Yay Sektörün Geometrik Modeli [22]

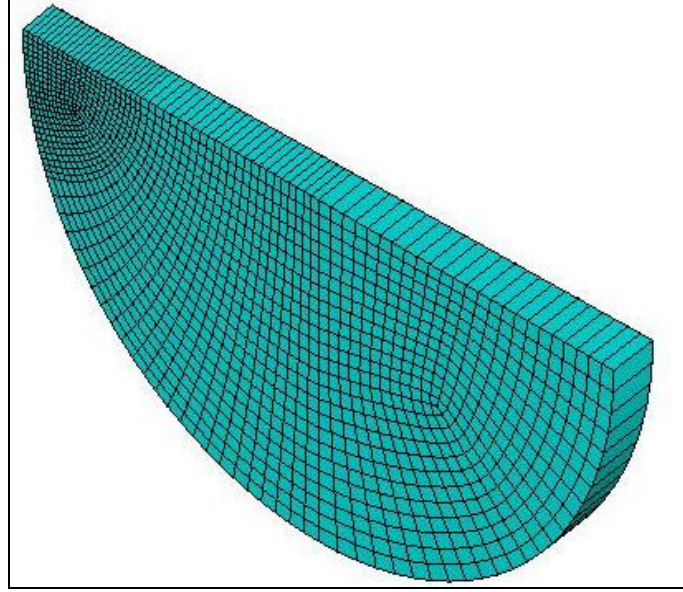
Elastik modül $E = 210$ GPa, Poisson oranı $\nu = 0,3$ olmak üzere analiz 1440 adet eleman ve 3026 adet düğüm noktası ile gerçekleştirilmiştir. Gerilmenin yüksek olması beklenen iç bölgede eleman yoğunluğu arttırılmıştır. Şekil 7.5 sonlu eleman modelini göstermektedir. Modelleme ve sınır şartları makrolar ile uygulanmıştır.

Serbest dönmeli uzama ($M = 0$) ve serbest uzamalı dönme ($F = 0$) olmak üzere iki farklı yükleme durumu uygulanmıştır. Her bir yükleme durumu 3 adım ile gerçekleştirilmiştir. Buna göre serbest dönmeli uzama ($M = 0$) için;

Adım 1 : $\Delta L/nR_m = 0,01$ ve $\Delta\Phi/nR_m = 0$ alınarak analiz gerçekleştirilir ve tepki momenti $M = M_1$ hesaplanır.

Adım 2 : $\Delta L/nR_m = 0,01$ ve $\Delta\Phi/nR_m = 0,0001$ alınarak analiz gerçekleştirilir ve tepki momenti $M = M_2$ hesaplanır.

Adım 3 : $\Delta L/nR_m = 0,01$ ve tahmini serbest dönme $\Delta\Phi/nR_m = 0,0001M_1/(M_1-M_2)$ alınarak analiz gerçekleştirilir ve sonuçlar alınır.



Şekil 7.5 Helisel Yay Sektörün Sonlu Eleman Modeli

Aynı şekilde serbest uzamalı dönme ($F = 0$) için;

Adım 1 : $\Delta\Phi/nR_m = 0,01$ ve $\Delta L/nR_m = 0$ alınarak analiz gerçekleştirilir ve tepki kuvveti $F = F_1$ hesaplanır.

Adım 2 : $\Delta\Phi/nR_m = 0,01$ ve $\Delta L/nR_m = 0,0001$ alınarak analiz gerçekleştirilir ve tepki kuvveti $F = F_2$ hesaplanır.

Adım 3 : $\Delta\Phi/nR_m = 0,01$ ve tahmini serbest uzama $\Delta L/nR_m = 0,0001F_1/(F_1-F_2)$ alınarak analiz gerçekleştirilir ve sonuçlar alınır.

Daha doğru sonuçlar elde etmek için analizlerde sektör açısı küçük seçilmelidir. Buna göre, $\theta_s = 1^0$ alınmıştır. SEA ile elde edilen sonuçlar Ancher ve Goodier'in analitik çalışmaları [23] ile Tablo 7.2 ve Tablo 7.3'de karşılaştırılmıştır.

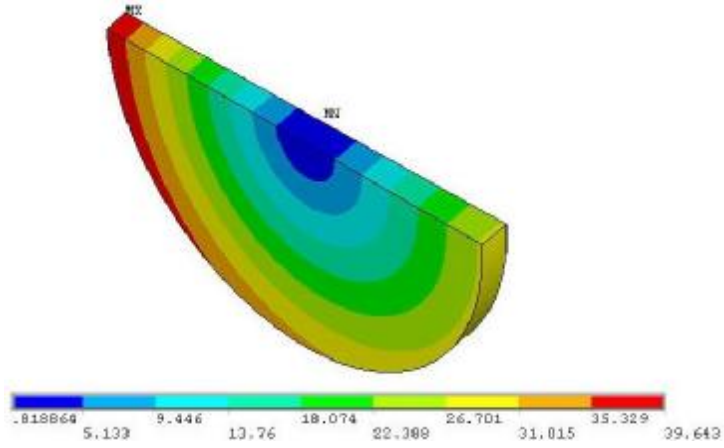
Tablo 7.2 Yay İçin SEM ve Analitik Sonuçlar (Serbest Dönmeli Uzama Durumu)

M = 0	SEA	Analitik
$\Delta LGR^4/(4nFR_m^3)$	1,03650	1,03524
$\Delta\Phi GR^4/(2nFR_m^2)$	0,08614	0,08138
$\tau_{\theta_z}\pi R^3/(2FR_m)$	1,20361	1,19164
$\sigma_z\pi R^3/(2FR_m)$	0,43595	0,42691

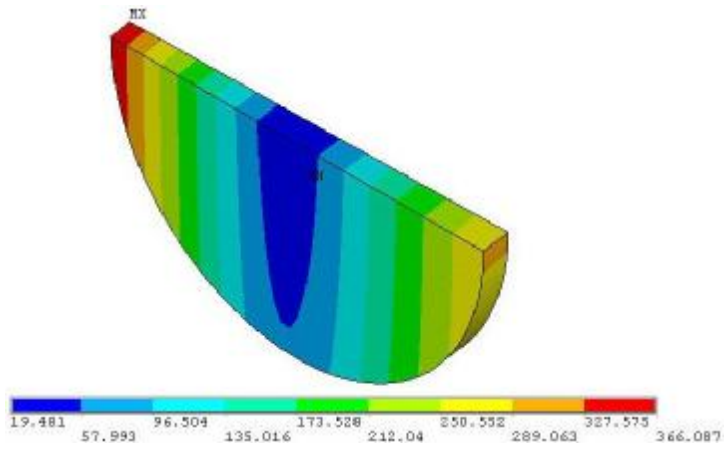
Tablo 7.3 Yay İçin SEM ve Analitik Sonuçlar (Serbest Uzamalı Dönme Durumu)

F = 0	SEA	Analitik
$\Delta\Phi ER^4/(8nMR_m)$	1,04006	1,03774
$\Delta LER^4/(8nMR_m^2)$	0,05449	0,05290
$\tau_{\theta z}\pi R^3/(4M)$	-0,10033	-0,09874
$\sigma_{\theta}\pi R^3/(4M)$	-1,13654	-1,14511

Tablolarda G kayma modülünü; σ_z , σ_{θ} , $\tau_{\theta z}$ ise yayın iç tarafında meydana gelen en yüksek gerilme değerleridir. Her iki yükleme durumu için eşdeğer gerilme dağılımı (σ_{esd}) Şekil 7.6'da gösterilmiştir.



(a) Serbest Dönmeli Uzama Durumu



(b) Serbest Uzamalı Dönme Durumu

Şekil 7.6 Helisel Yay Sektörün Eşdeğer Gerilme Dağılımı

8. TEL HALAT DEMETİNİN SONLU ELEMANLAR İLE ANALİZİ

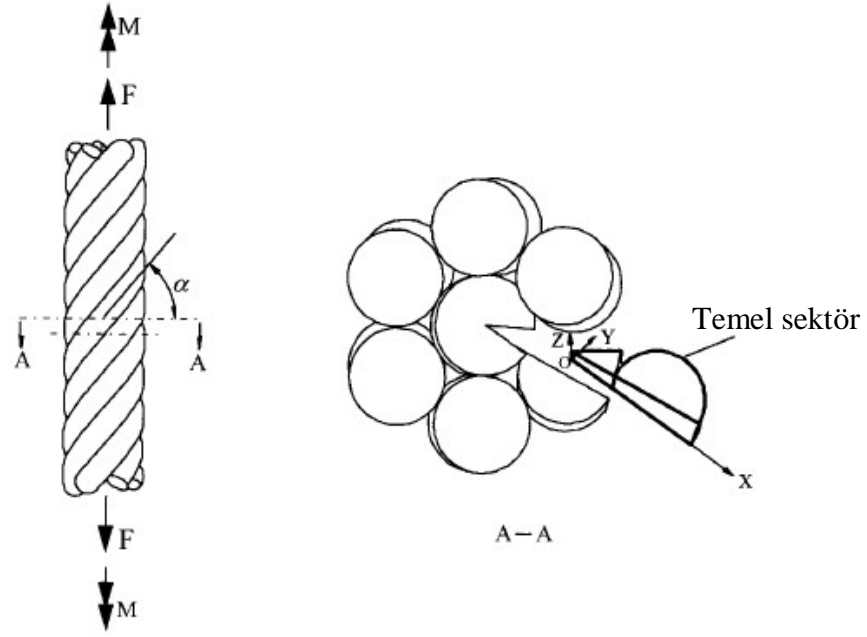
Son yıllarda tel halatların ve demetlerin mekanik karakteristiklerini belirlemeye yönelik model ve teorilerin gelişiminde önemli ilerlemeler gerçekleşmiştir. Tel halat demetinin, yapısında değişkenlik gösteren birçok parametrenin olmasından dolayı demet performansında bu parametrelerin olası etkilerini belirleyecek genel ve kesin modellerin oluşturulması büyük önem taşımaktadır. Bugüne kadar yayınlanmış literatür incelendiğinde analitik modellerin çoğunun basit haller için uygulandığı görülür. Tel halat davranışında plastisite, temas gerilimi, sürtünme vb. komplike faktörlerin etkisini analitik olarak incelemek çok zordur. Halbuki bu faktörler halat yıpranma mekanizmasında önemli etkiye sahiptir [24]. Bu nedenle tüm bu faktörleri dikkate alan genel ve kesin tel halat demet modeli bir ihtiyaçtır.

Sonlu elemanlar metodu ve bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile oldukça kompleks tel davranışlarını analiz etmek artık mümkün olmaktadır [19]. Bu bölümde yerel temas, sürtünme ve malzemenin plastik özelliğini göz önüne alan halat demeti için sonlu eleman modeli ve sonuçları incelenecektir.

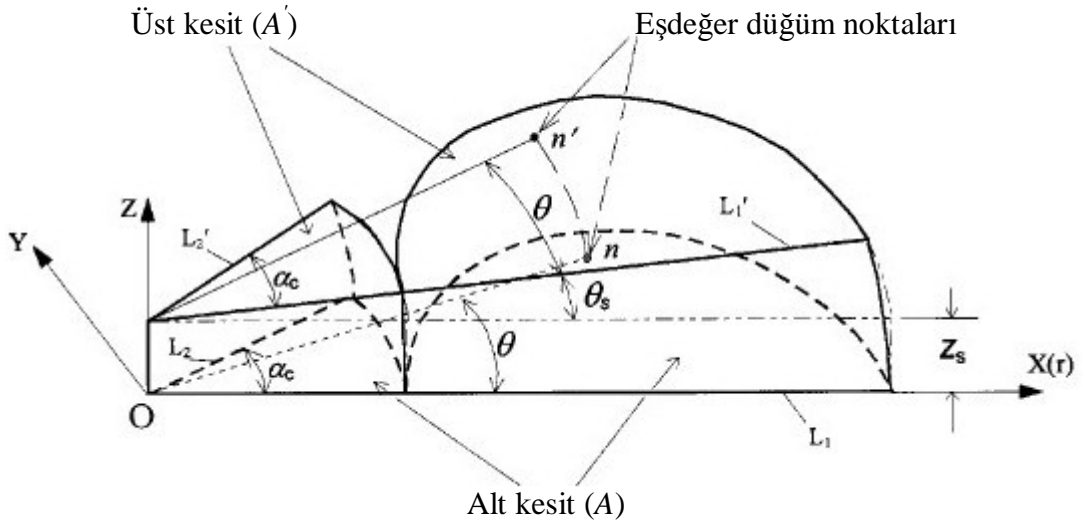
8.1 Basit Demetin Sonlu Eleman Modelinin Kurulması

Bu bölümde analizi gerçekleştirilecek basit demet konfigürasyonu Şekil 8.1’de görülmektedir. Ele alınan demet, düz bir dairesel merkez tel ile 6 tane ($m_2 = 6$) helisel telden oluşmaktadır. Demet aksenal yüklemeye maruz kaldığında uzama, kesme, eğilme ve burulma deformasyonları yerel temas deformasyonu ile birlikte eş zamanlı olarak gelişir.

Ele alınan halat demeti ve uygulanan yükler simetrik ve tekrarlı bir formda olduğundan bütün halatı temsil eden bir temel sektör üzerinde modelimiz kurulacaktır. Bu temel sektörde, aralarında geometrik olarak bir sektör açısı kadar dönme ve tekrarlı bir uzunluk mesafesi bulunan eşdeğer düğüm noktalarına sahip helisel uyumlu kenarlar olmalıdır. Modellenen temel sektörün doğru bir şekilde analizi ile tüm yapının davranışı elde edilebilir. Demetin helisel simetrik avantajından yararlanarak 7 – telli demetin 1/12 lik kısmı ($\alpha_c = 30^\circ$) Şekil 8.2’de görüldüğü gibi temel sektör olarak seçilebilir.



Şekil 8.1 Tel Halat Demet Konfigürasyonu [13]

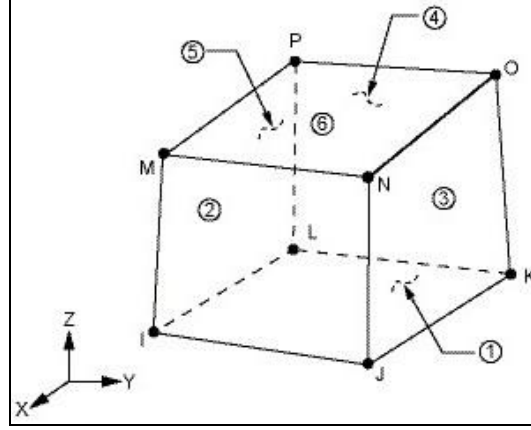


Şekil 8.2 Tel Halat Demetin Temel Sektörü [13]

8.2 Temel Sektörün Elemanlara Ayrılması

Temel sektörün analizinde ticari sonlu eleman analiz programı ANSYS kullanılmıştır. Sonlu eleman modeli oluşturulurken öncelikle temel sektörün alt kesiti A (Şekil 8.2) modellenir ve elemanlara ayrılır. Bunun için MESH200 eleman tipi seçilmiştir. MESH200 sadece alanı elemanlara ayırmak için kullanılır. Üç boyutlu modelleme için bir ara elemandır ve çözümde herhangi bir etkisi yoktur. Elemanlara ayrılmış alan modeli, sektör açısı (θ_s) kadar döndürülmek ve sektör uzunluğu (z_s)

kadar ötelenmek suretiyle üç boyutlu sonlu eleman modeli elde edilir. Bunun için Şekil 8.3'de gösterilen SOLID185 eleman tipinden yararlanılmıştır. Bu eleman tipi katıların üç boyutlu modellenmesinde kullanılır. Her birinde 3 serbestlik derecesi olan 8 düğüm noktası ile ifade edilir. Bu serbestlikler sırasıyla x, y ve z doğrultularında ötelenme hareketleridir. SOLID185 plastisite, hiperelastisite, büzülme, yüksek deformasyon ve uzama kapasitelerine sahiptir [25].

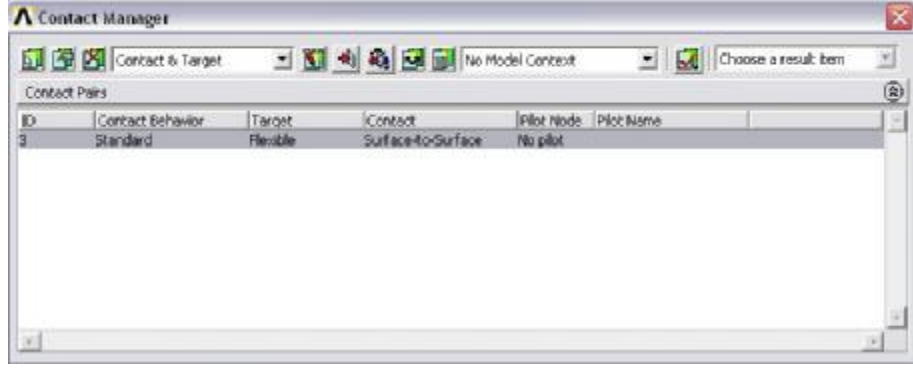


Şekil 8.3 SOLID185 Eleman Tipi

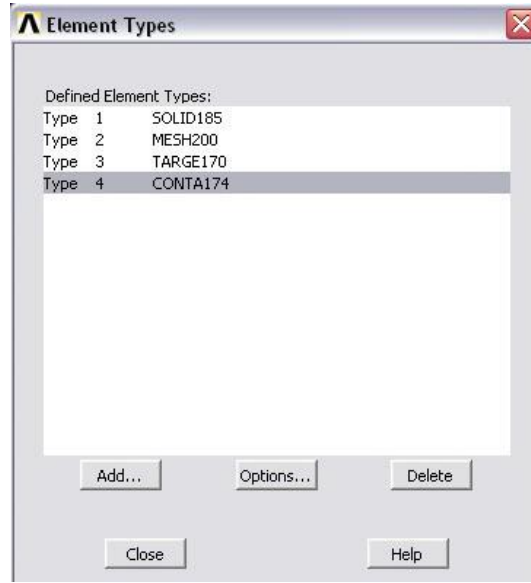
Halat demetinde teller arasında temas söz konusudur. Temas problemi yüksek derecede non-linear'dir ve çözümü için iyi bilgisayar kapasitesine ihtiyaç duyar. Problemin fiziğini anlamak bu tür problemlerde oldukça önemlidir.

Temas problemlerinde iki zorluk söz konusudur: Birincisi, temas bölgesi tam olarak bilinemez. Yüklere, malzemeye, sınır şartlarına bağlı olarak yüzeyler birbirleri ile tahmin edilemeyen davranışlar nedeniyle temas edebilir ya da etmeyebilir. İkincisi, çoğu temas probleminde sürtünme söz konusudur. Bilindiği gibi seçilebilecek birkaç sürtünme modeli vardır ve hepsi non-linear'dir.

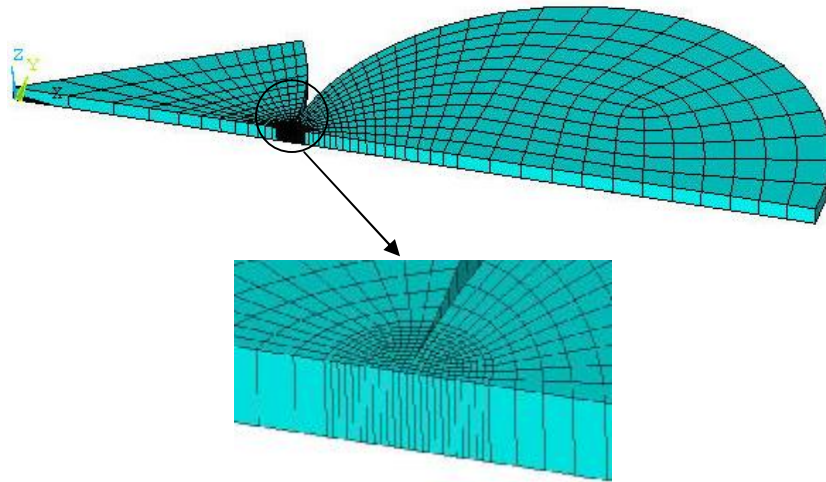
Basit demetin, Tablo 8.1'de verilen ölçüler ile dış tellerin birbirine temas etmemesi için gerekli olan şartı (Denklem 5.9) sağladığı görülebilir. Dolayısıyla temasın, merkez ve helisel teller arasında gerçekleştiği kabul edilmiştir. Bunun için merkez ve helisel tel yüzeyleri arasında, Şekil 8.4'de görüldüğü gibi ANSYS programının temas yöneticisinden (contact manager) faydalanarak Coulomb kayma sürtünmeli yüzey – yüzey (surface-to-surface) temas şartları oluşturulmuştur. Modellemede kullanılan eleman tipleri Şekil 8.5'de verilmiştir. Sonuç olarak oluşturulan sonlu eleman modeli Şekil 8.6'da görülmektedir. Bu modelde merkez ve helisel tel arasındaki yerel temas bölgesinde gerilmenin yüksek olacağı göz önüne alınarak eleman yoğunluğu artırılmış ve daha düzgün bir eleman ayırma işlemi gerçekleştirilmiştir.



Şekil 8.4 ANSYS Temas Yöneticisi (Contact Manager)



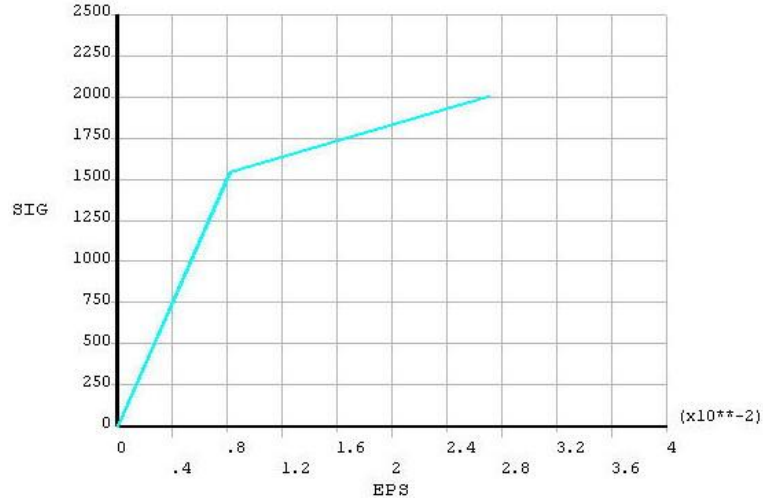
Şekil 8.5 ANSYS Eleman Tipi Seçimi



Şekil 8.6 Tel Halat Demet Sektörünün Sonlu Eleman Modeli

8.3 Malzeme Seçimi

Analizlerde Bilinear İzotropik Sertleşen (Bilinear Isotropic Hardening) malzeme modeli (BISO) seçilmiştir. Bu model von Mises akma kriterini kullanmaktadır. Malzeme davranışı bilinear gerilme – uzama eğrisi ile ifade edilir. Eğrinin ilk eğimi malzemenin elastik modülüdür (E). Belli bir akma değerinde eğri, plastik modül ile ifade edilen ikinci bir eğim izler. Böylelikle non-lineer malzeme özelliği analize dahil edilir. Aynı zamanda geometrik non – linear etkiler göz önüne alınmıştır. Malzeme davranışı Şekil 8.7’de görülmektedir. Tablo 8.2 malzeme ile ilgili değerleri göstermektedir. Elastik (E) ve plastik modül değerlerinin belirlenmesinde Utting [26] ve Walton [27] tarafından gerçekleştirilen deneysel sonuçlar dikkate alınmıştır.



Şekil 8.7 BISO Malzeme Davranışı

Tablo 8.1 Basit Demet Modelinin Geometrik Verileri

Demet çapı $2r$	11,4 mm
Merkez tel çapı $2R_1$	3,94 mm
Helisel tel çapı $2R_2$	3,73 mm
Adım uzunluğu p	115 mm
Demet helis açısı α	78,2°
Sektör kalınlığı z_s	%5 R_1

8.4 Sınır Şartları

Uygulanan aksenal birim uzama (ϵ) ve birim boyda burulma (Γ) ile demet uzaması (δz_s) ve dönmesi ($\delta \theta_s$) arasında denklem (7.10) ve (7.11) ifadeleri söz konusudur.

Aynı zamanda Şekil 8.2’de alt ve üst kesitteki eşdeğer düğüm noktaları arasında denklem (7.12) ile ifade edilen genel helisel simetrik ilişki vardır.

L_1 , L'_1 , L_2 ve L'_2 ile gösterilen radyal kenar çizgileri düz ve demet eksenine diktir. Deformasyon sonrası bu çizgilerin aynı şekilde düz ve dik kalması gerekir. Aynı zamanda α_c ($180^\circ/m_2$) açısı alt ve üst kesitlerde değişikliğe uğramamalıdır. Sonuç olarak, (7.13) ve (7.14) ifadeleri bu analizde de geçerlidir. Böylece aksenal uzama ε ve birim boyda burulma açısı Γ verildiği zaman kısıtlama denklemleri (sınır şartları), düğüm noktalarının yer değiştirmeleri arasında lineer bir ilişki oluşturur ve sistem içerisinde çözülecek denklem sayısı yaklaşık olarak yarı yarıya azalır.

Tüm bu modelleme ve sınır şartları hazırlanan makrolar kullanılarak uygulanmıştır. Sınır şartları için hazırlanan makro Ekler bölümünde yer almaktadır.

Tablo 8.2 Basit Demet Modeli Parametreleri

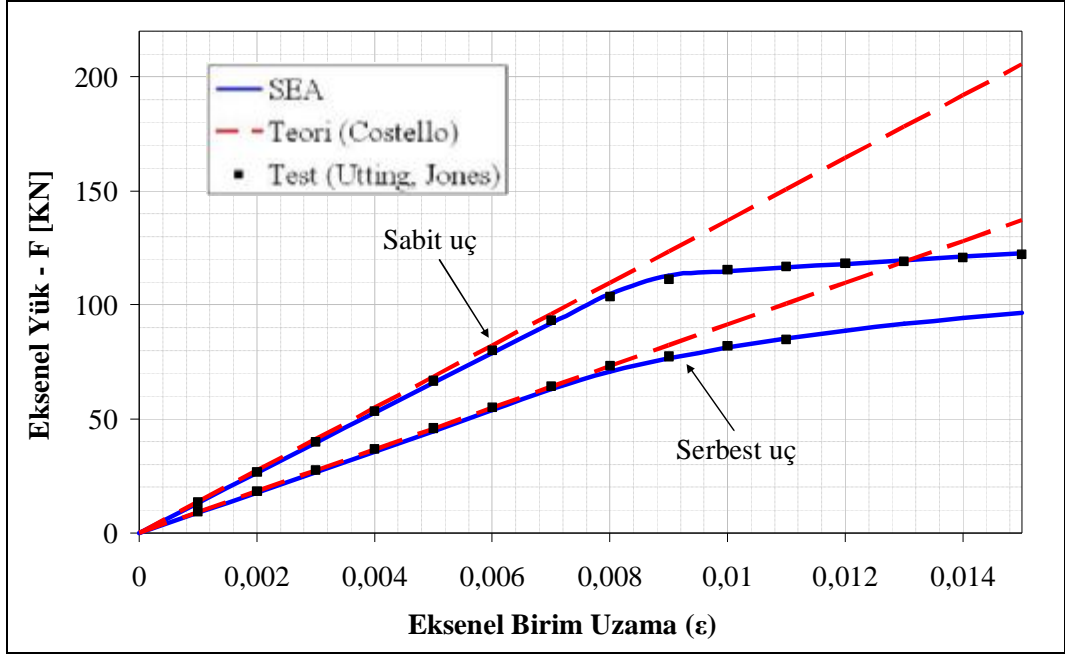
Düğüm nokta sayısı	1516
Kullanılan eleman sayısı	684
Elastik Modül E	188 GPa
Plastik modül	24,6 GPa
Akma gerilmesi	1,54 GPa
Kopma gerilmesi	1,80 GPa
Poisson oranı	0,3
Sürtünme katsayısı μ	0,115

8.5 Sonlu Eleman Analizi ve Sonuçlar

SEA sonuçlarının deneysel sonuçlar ile karşılaştırılabilmesi için Utting ve Jones [9] tarafından gerçekleştirilen çalışmalarda tel halat ölçüleri dikkate alınmıştır. Aynı zamanda Costello’nun Bölüm 6’da anlatılan tel halat teorisindeki analitik sonuçlarda kıyaslamaya dahil edilmiştir.

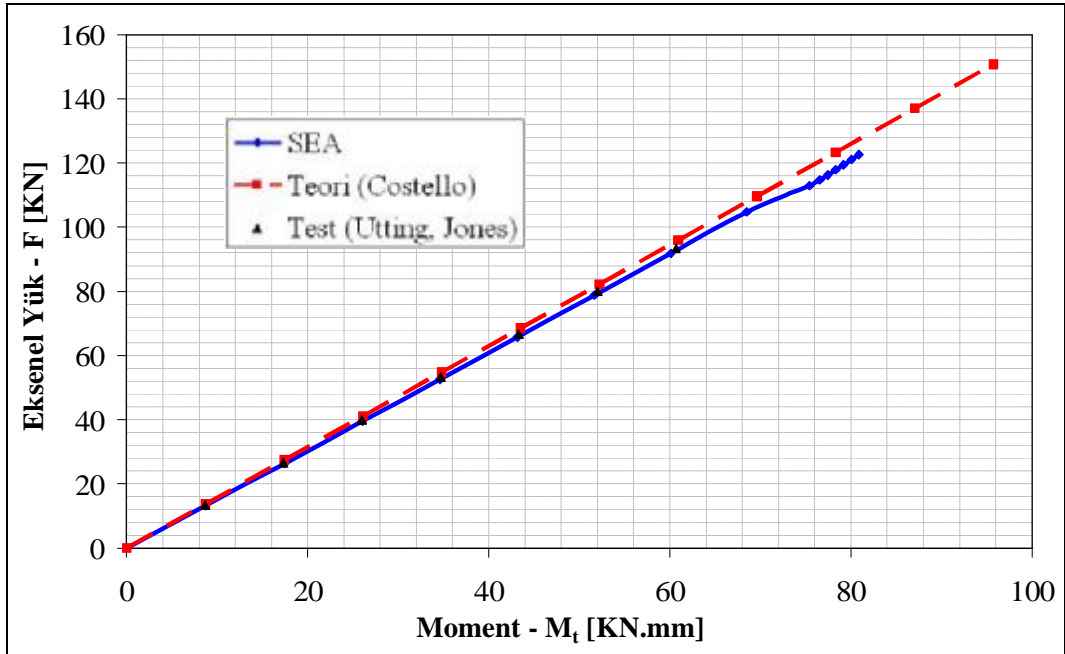
İki farklı yükleme durumu için analizler gerçekleştirilmiştir. Bunlar tel halat teorisinde oldukça yaygın olarak kullanılan sabit uç ($\Gamma = 0$) ve serbest uç ($M = 0$) durumlarıdır. Her bir yükleme durumu için aksenal demet birim uzaması (ε); 0,015 değerine kadar 0,001 lik artışlarla uygulanmıştır. Her yükleme durumunda farklı gerilme değerlerinde yapılan analizlerin her biri ortalama 2,5 dk.’da tamamlanmıştır.

Şekil 8.8 aksenal demet kuvvetini (F) hem sabit hem de serbest yükleme durumu için aksenal uzama (ε) fonksiyonu olarak göstermektedir.

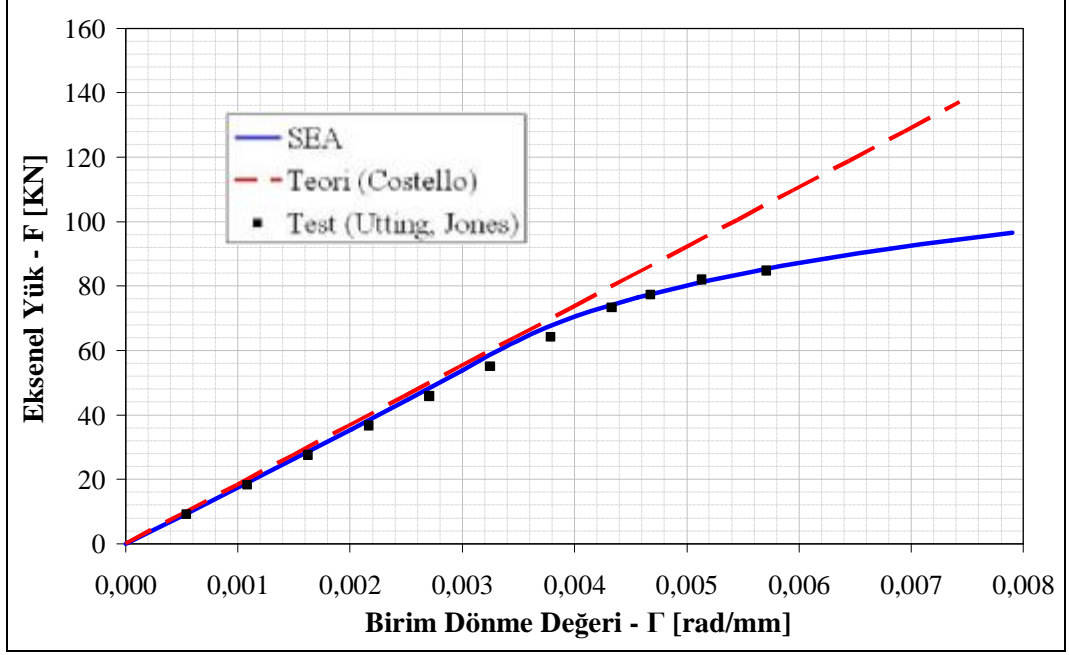


Şekil 8.8 Eksenel Yükün (F) Eksenel Uzama (ϵ) İle Değişimi

Şekil 8.9’da sabit uç durumu için momentin (M_t) eksenel kuvvet (F) ile değişimi, Şekil 8.10’da ise serbest uç durumu için birim dönme değerinin (Γ) eksenel kuvvetle ilişkisi görülmektedir.

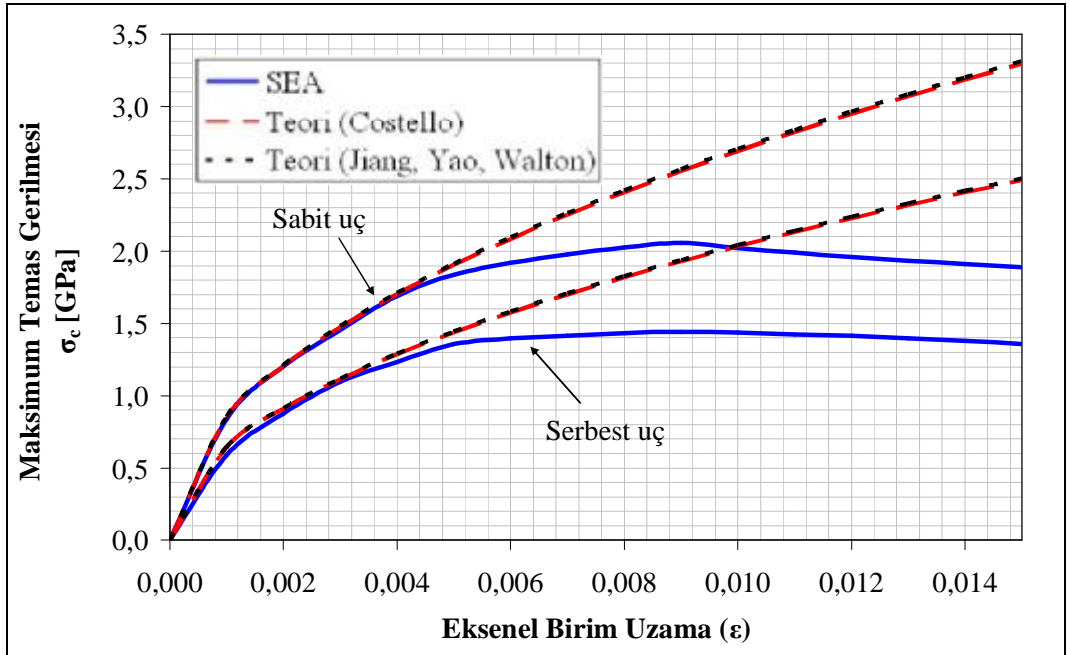


Şekil 8.9 Sabit Uç Kuvvet (F) – Moment (M_t) İlişkisi



Şekil 8.10 Serbest Uç Eksenel Kuvvet (F) – Birim Dönme Değeri (Γ) İlişkisi

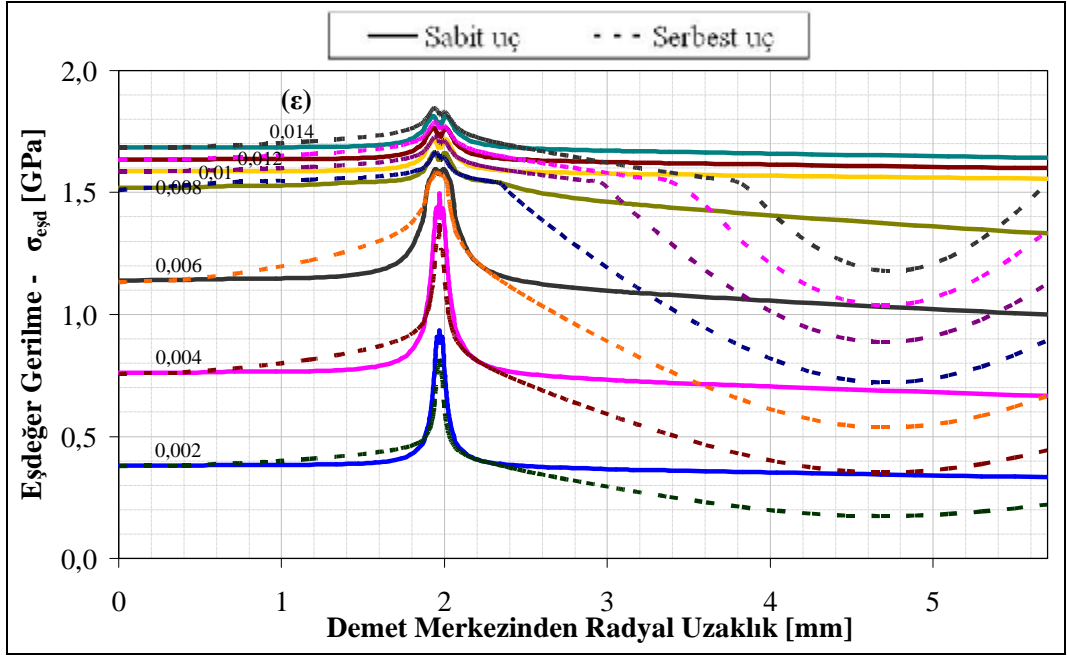
Eksenel birim uzamaya (ϵ) bağlı olarak maksimum temas gerilimi değişimi (σ_c) Şekil 8.11’de verilmiştir.



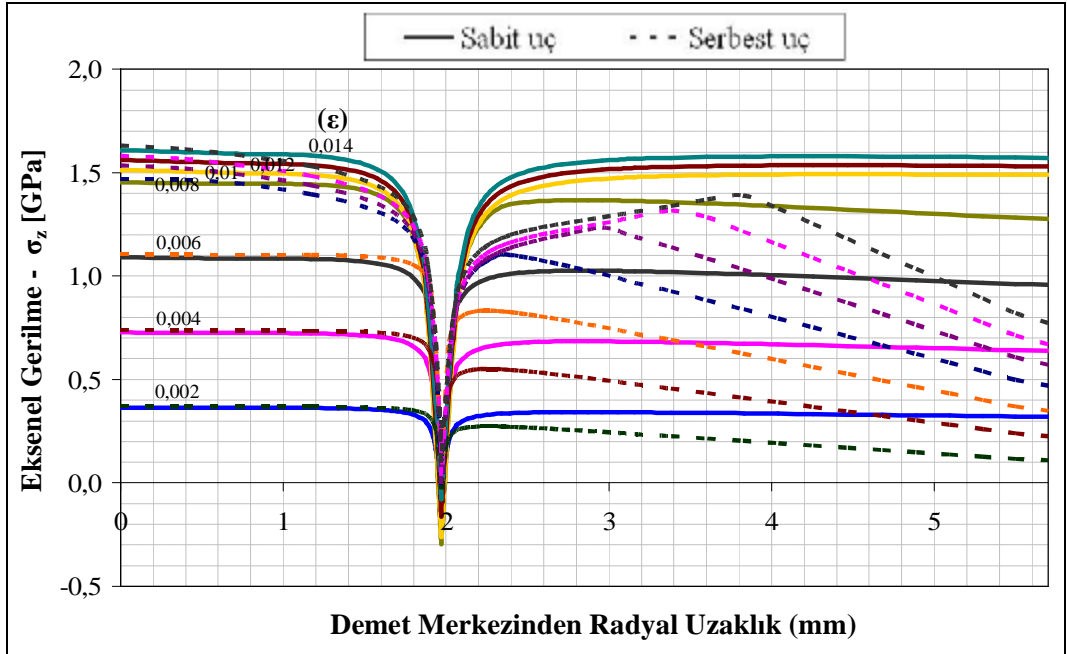
Şekil 8.11 Maksimum Temas Gerilme (σ_c) Değişimi

Şekil 8.12 Demet merkezinden helisel telin dış yüzeyine kadar ve temas noktasından geçen radyal çizgi üzerindeki (örneğin L_1) eşdeğer gerilme (vonMises) değişimini,

farklı aksenal uzama (ϵ) değerleri ve yükleme durumları için; aynı şekilde Şekil 8.13 aksenal gerilme (σ_z) değişimini göstermektedir.

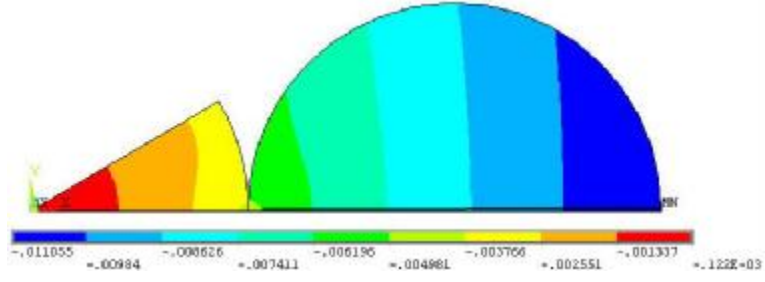


Şekil 8.12 Eşdeğer Gerilme (vonMises) Değişimi

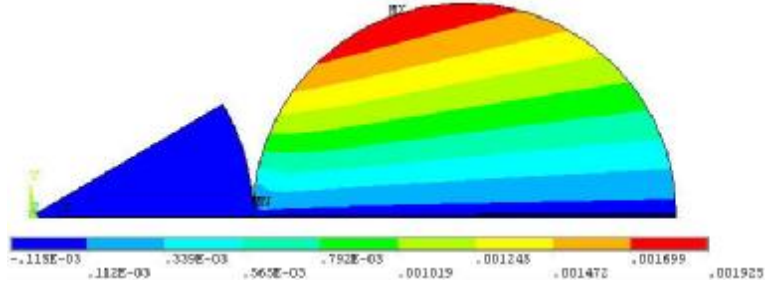


Şekil 8.13 Aksenal Gerilme (σ_z) Değişimi

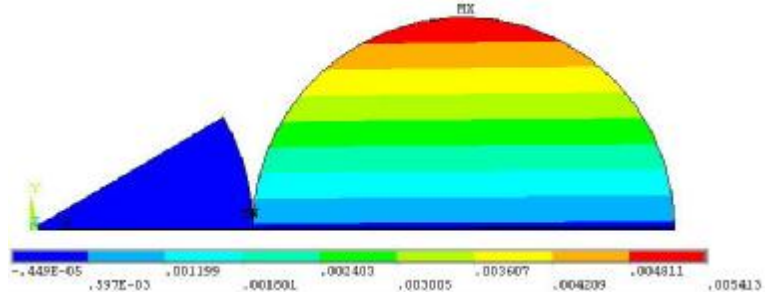
Eksenal birim uzamanın (ϵ) 0,005 olduğu durum için modelin üst kesitindeki yer değiştirmelerin dağılımı Şekil 8.14'de, gerilmelerin temas bölgesindeki dağılımı ise Şekil 8.15'de verilmiştir.



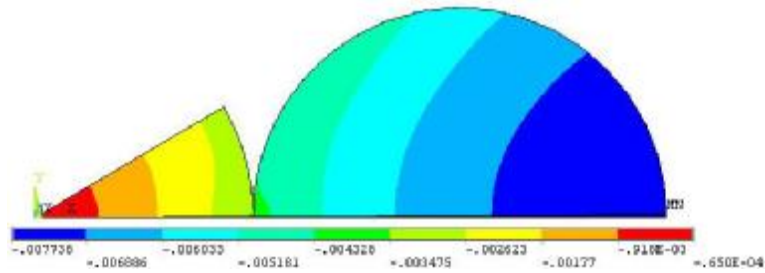
(a) u_r (sabit uç)



(b) u_θ (sabit uç)

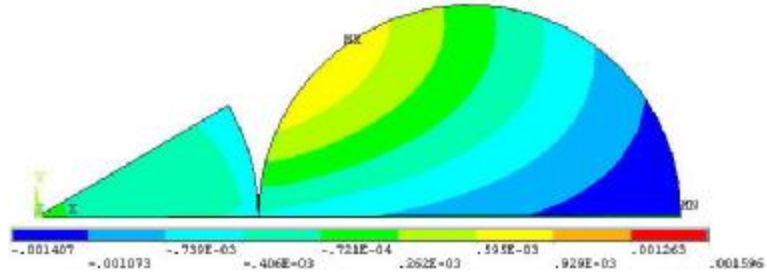


(c) u_z (sabit uç)

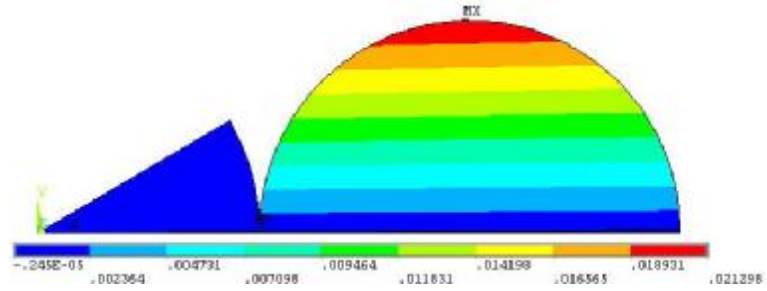


(d) u_r (serbest uç)

Şekil 8.14 Yer Değiştirme Dağılımı (mm) ($\varepsilon = 0,05$)

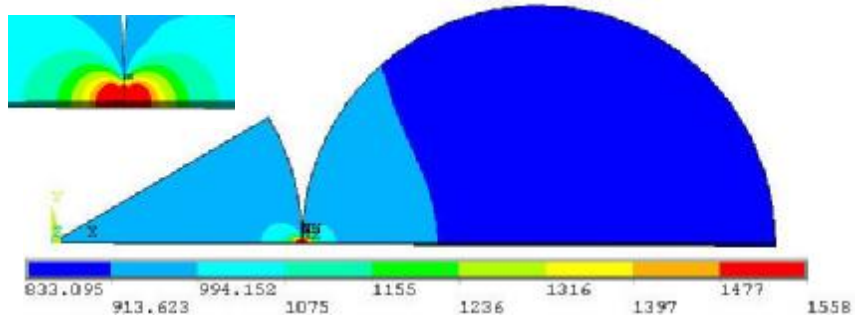


(e) u_θ (serbest uç)

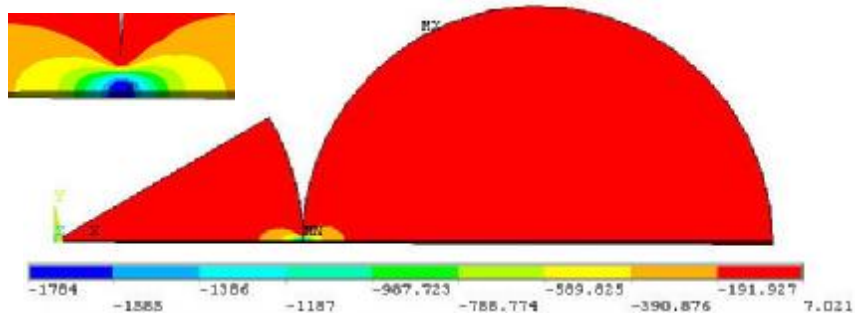


(f) u_z (serbest uç)

Şekil 8.14 Yer Değiştirme Dağılımı (mm) ($\epsilon = 0,05$) (devamı)

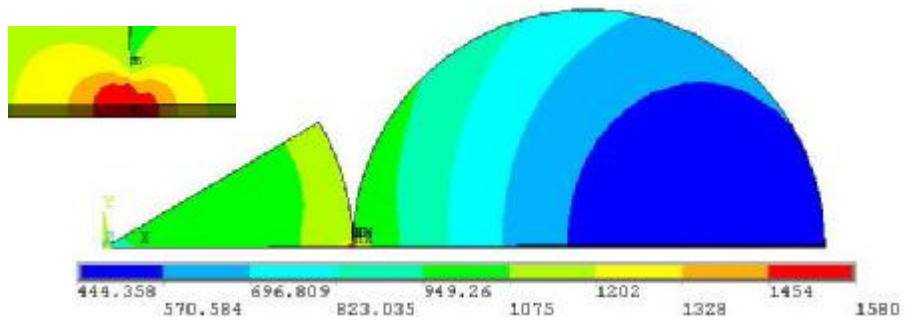
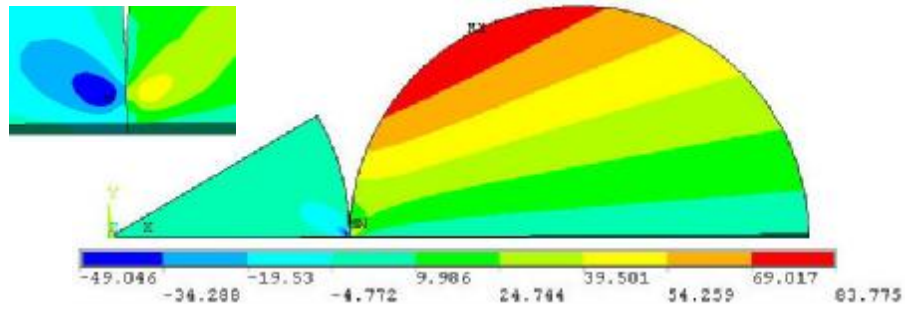
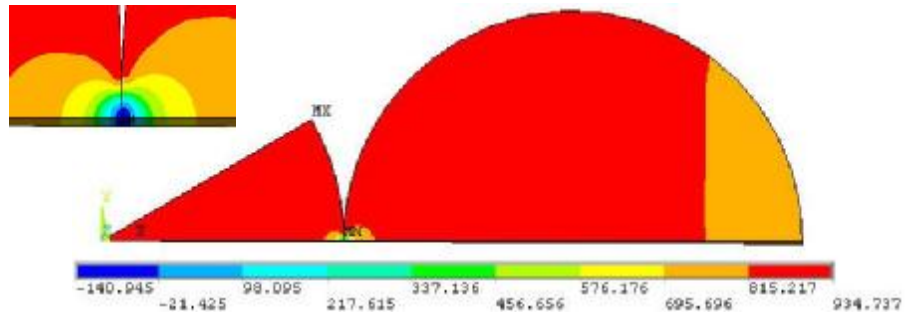
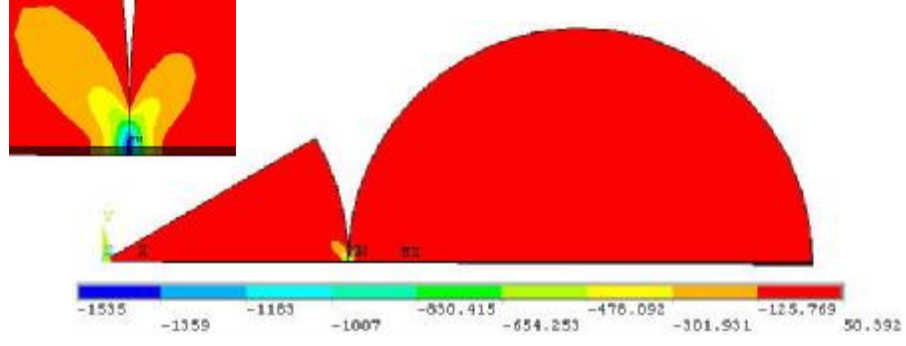


(a) σ_{Θ} (sabit uç)

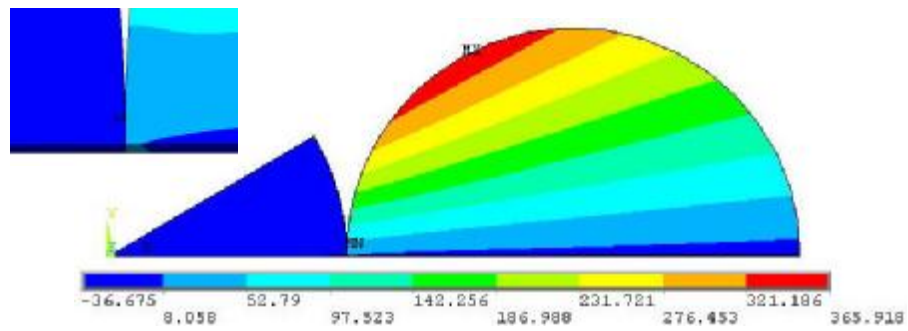
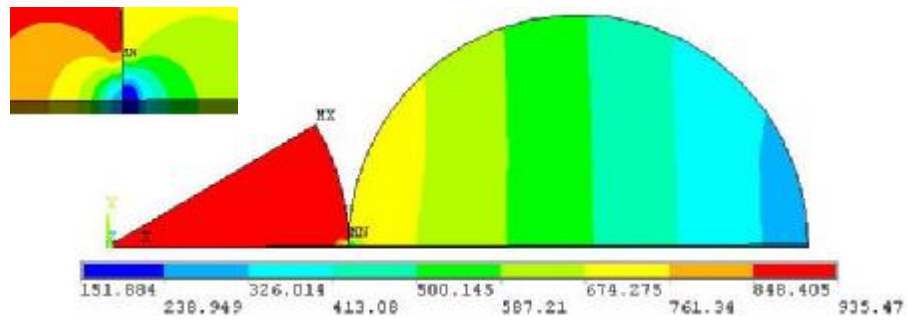
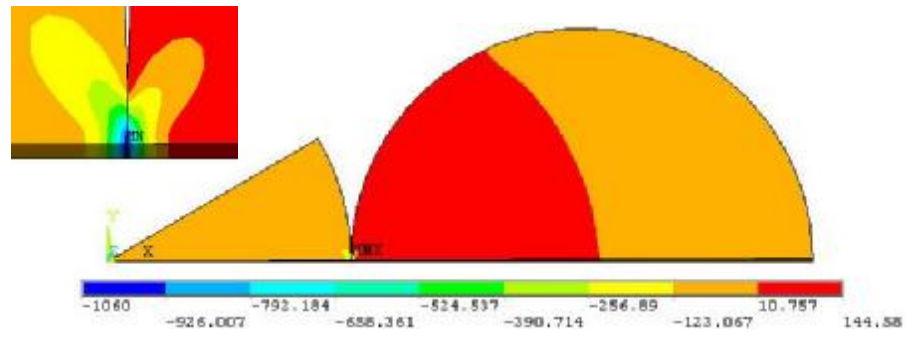
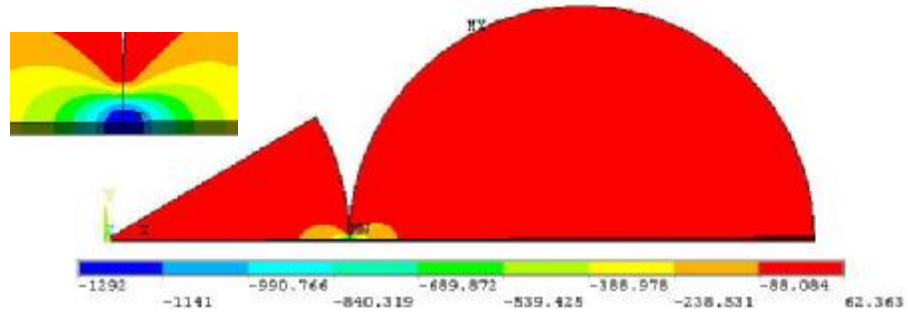


(b) σ_r (sabit uç)

Şekil 8.15 Gerilmelerin Dağılımı (MPa) ($\epsilon = 0,05$)



Şekil 8.15 Gerilmelerin Dağılımı (MPa) ($\epsilon = 0,05$) (devamı)



Şekil 8.15 Gerilmelerin Dağılımı (MPa) ($\epsilon = 0,05$) (devamı)

Lineer bölgede (akma öncesi) SEA, teorik ve deneysel sonuçların karşılaştırılması Tablo 8.3’de verilmiştir.

Tablo 8.3 Lineer Bölgede Karşılaştırma

Uç Durumu	ε / F (microstrain/kN)			M / F (Nm/kN)			Γ / F (microradian/mm/kN)		
	SEA	Analitik	Test	FEM	Analitik	Test	SEA	Analitik	Test
Sabit	75,97	72,98	75	0,658	0,635	0,650	0	0	0
Serbest	112,41	109,38	109	0	0	0	56,59	54,20	59

Sürtünmenin etkisini incelemek için 0,006’lık aksenal birim uzamada (ε) sürtünme katsayısı $\mu=0$ alınarak analiz gerçekleştirilmiş ve sonuçlar Tablo 8.4’de gösterilmiştir.

Tablo 8.4 Sürtünme Etkisinin İncelenmesi

$\varepsilon = 0,006$	Sabit uç durumu		Serbest uç durumu	
	$\mu = 0$	$\mu = 0,115$	$\mu = 0$	$\mu = 0,115$
F [N]	78834,24	78834,78	53815	53816,1
M_t [N.mm]	51679,08	51676,57	0	0
$\tau_{rz \text{ temas}}$ [N/mm ²]	8,8532	12,150	14,049	21,034
$\tau_{rz \text{ max}}$ [N/mm ²]	67,126	100,363	293,554	437,818
İzafi Hareket (mm)	0,51592.e-02	0,51589.e-02	0,30425.e-02	0,30421.e-02

9. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ İLE TEL HALAT DEMETİNİN UÇ BAĞLANTILARININ İNCELENMESİ

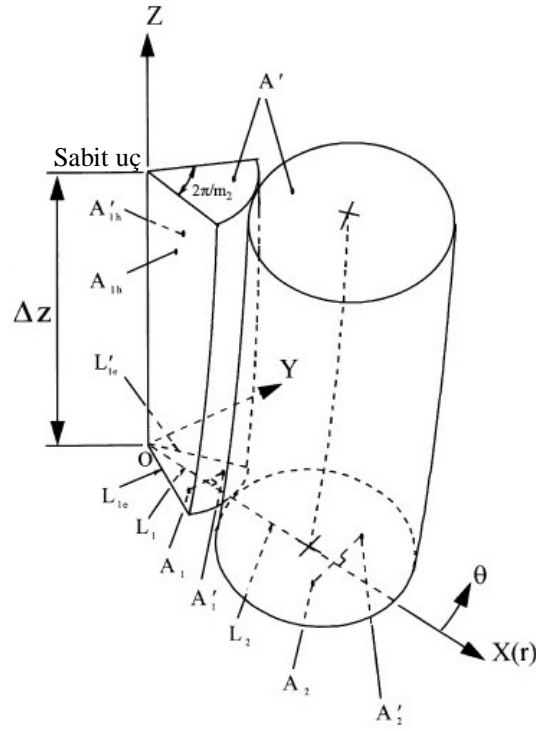
Demet modellerin çoğu halat uçlarının bağlantı etkilerini ihmal etmek için halatın yeterince uzun olduğu hipotezi üzerine kurulur. Ancak, efektif demet dayanımının belirlenmesinde uç bağlantı bölgesi kritik olabilir. Diğer makine elemanlarından tel halatlara güvenli ve yeterli yük aktarımı bir tasarım gereksinimidir. Geometri ve yüklemenin oldukça kompleks olmasından dolayı analitik olarak bu bölgedeki demet davranışını belirlemek çok zordur. Bu durumda sayısal çözümleri kullanmak uygun olabilir. Böylece pahalı ekipmanlı deneyler azaltılmış olur.

Prensip olarak, tüm tel halat yapısını üç boyutlu modeller kullanarak analiz edebiliriz. Fakat bu durum bilgisayar kaynaklarının çok fazla kullanımını gerektirir. Günümüzde yüksek performanslı bilgisayar ve iş istasyonlarının varlığı, sayısal algoritmaların ve hesaplamalı stratejilerin gelişimi karmaşık üç boyutlu sonlu eleman analizlerinin uygulanmasını arttırmıştır. Tüm bu gelişmelere rağmen kompleks yapılar için non-lineer üç boyutlu sonlu eleman analizleri oldukça pahalıdır. Ayrıca böyle bir analiz için arzu edilen gerçeğe yakınlık derecesi bilgisayar limitleri arasında olmayabilir. Dolayısıyla, tekrarlı geometriye sahip yapıların bu özelliğinden yararlanmak gerekli hesaplama zamanını düşürecektir.

9.1 Sonlu Eleman Modeli

Genel olarak analizi gerçekleştirilecek halat demeti R_1 yarıçaplı düz bir merkez tel ile etrafına helisel olarak sarılmış m_2 tane R_2 yarıçaplı helisel telden (Şekil 8.1) oluşur. Merkez tel çapı etrafındaki helisel tel çaplarından büyüktür. Böylece temasın sadece merkez tel ile etrafındaki helisel teller arasında meydana geldiği söylenebilir.

Ele alınan halat demeti aksenal yüklemeye (kuvvet ve moment) maruz kalmaktadır. Ayrıca sahip olduğu simetrik özellikten yararlanarak dış tellerden sadece birini içine alan ve merkez telin $1/m_2$ sini kullanan temsili bir kısım üzerinde tüm halatın davranışı incelenecektir. Şekil 9.1'de bu durum görülmektedir. Modelleneyecek temsili demet kısmının uzunluğu Δz , bağlantı bölgesinin davranışını yeterince ifade edebilecek büyüklüğe sahip olmalıdır.



Şekil 9.1 Temsili Demet Kısmı [28]

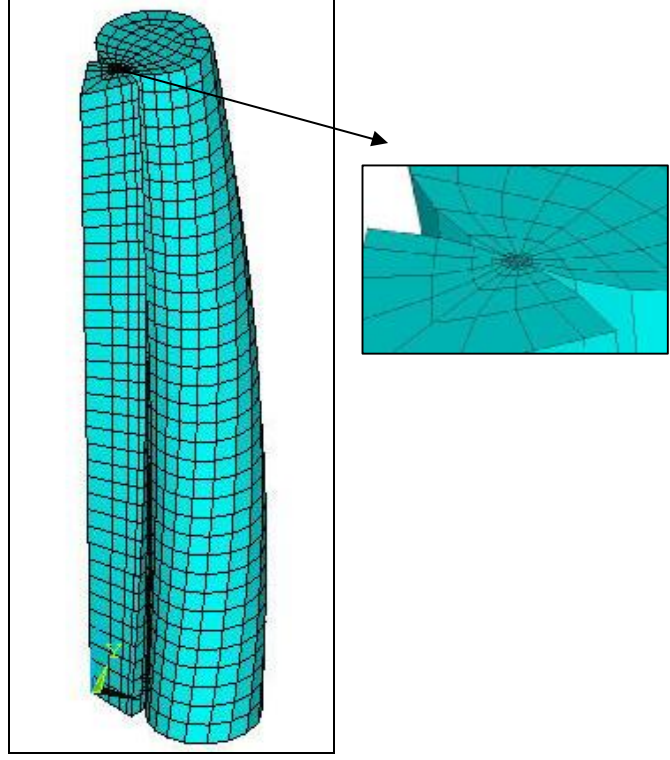
Sonlu eleman modelinin oluşturulmasında iki boyutlu MESH200 ve üç boyutlu SOLID185 eleman tipleri kullanılmıştır. İki boyutlu MESH200 elemanı ilk olarak temsili kısmın alt kesitini modellemede kullanılmıştır. Daha sonra modellenen bu alan, ANSYS programında döngü komutları kullanılıp helisel olarak 36 kere ötelenmiş ve nihai üç boyutlu model elde edilmiştir.

Bir önceki bölümde olduğu gibi merkez tel ile helisel tel arasındaki yüzey – yüzey (surface-to-surface) temas durumu temas elemanları kullanılarak simüle edilmiştir. Ayrıca bilineer izotropik sertleşen malzeme modeli (BISO) kullanılmış ve geometrik non – linear etkiler göz önüne alınmıştır. Modellemede kullanılan geometrik veriler ve parametreler Tablo 9.1 ve Tablo 9.2’de gösterilmektedir.

Tablo 9.1 Modelin Geometrik Verileri

Demet çapı $2r$	11,4 mm
Merkez tel çapı $2R_1$	3,94 mm
Helisel tel çapı $2R_2$	3,73 mm
Adım uzunluğu p	115 mm
Demet helis açısı α	$78,2^\circ$
Temsili kısım uzunluğu Δz	$0,2.p$
Helisel tel sayısı m_2	6

Oluşturulan sonlu eleman modeli Şekil 9.2’de verilmiştir. Bu modelin oluşturulması ve sınır şartlarının uygulanması hazırlanan makrolar tarafından sağlanmıştır. Sınır şartları için hazırlanan makro Ekler bölümünde yer almaktadır. Şekilde görüleceği gibi temas bölgesinde gerilim değişimi çok hızlı gerçekleşeceğinden bu bölgedeki eleman yoğunluğu ve düzgünlüğü artırılmıştır.



Şekil 9.2 Temsili Kısımın Sonlu Eleman Modeli

Tablo 9.2 Model Parametreleri

Düğüm nokta sayısı	6660
Kullanılan eleman sayısı	5472
Elastik Modül E	188 GPa
Plastik modül	24,6 GPa
Akma gerilmesi	1,54 GPa
Kopma gerilmesi	1,80 GPa
Poisson oranı	0,3
Sürtünme katsayısı μ	0,115

9.2 Sınır Şartları

Temsili kısım açısının ($2\pi/m_2$) deformasyon sonrası değişikliğe uğramaması gerekir. Bunun için merkez telin iki helisel sınırındaki eşdeğer düğüm noktaları r , θ ve z doğrultularında aynı yer değiştirmeye sahip olmalıdır. Dolayısıyla (A_{1h}' , A_{1h}) sınırları arasındaki eşdeğer düğüm noktaları arasında aşağıdaki eşitlik söz konusudur;

$$\begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2p/m_2) & -\sin(2p/m_2) \\ \sin(2p/m_2) & \cos(2p/m_2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} \quad (9.1)$$

Bu çalışmada uç bağlantısının rijit olduğu kabul edilmiştir ve böylece A' bölgesi için;

$$u_x = 0, \quad u_y = 0, \quad u_z = e \Delta z \quad (9.2)$$

yazılabilir. Ayrıca diğer uçta, (A'_1 , A_1) ve (A'_2 , A_2) alanlarındaki eşdeğer düğüm noktaları arasında aşağıda verilen anti-simetrik sınır ilişkisi uygulanabilir. Böylece model büyüklüğü azaltılmış olur [28].

$$u'_x = u_x, \quad u'_y = -u_y, \quad u'_z = -u_z \quad (9.3)$$

Radyal simetrik eksen çizgileri L_1 , L_2 ve kenar çizgileri L_{1e} , L_{1e}' başlangıçta düz ve demet eksenine diktir. Bu çizgilerin deformasyon sonrası yine düz ve dik kalması gerekir. Bu durumda:

L_1 ve L_2 için;

$$u_y = 0, \quad u_z = 0 \quad (9.4)$$

L_{1e} için;

$$u_y = -u_x \tan(p/m_2), \quad u_z = 0 \quad (9.5)$$

(L_{1e}' , L_{1e}) için;

$$u'_y = u_x \tan(p/m_2), \quad u'_z = 0 \quad (9.6)$$

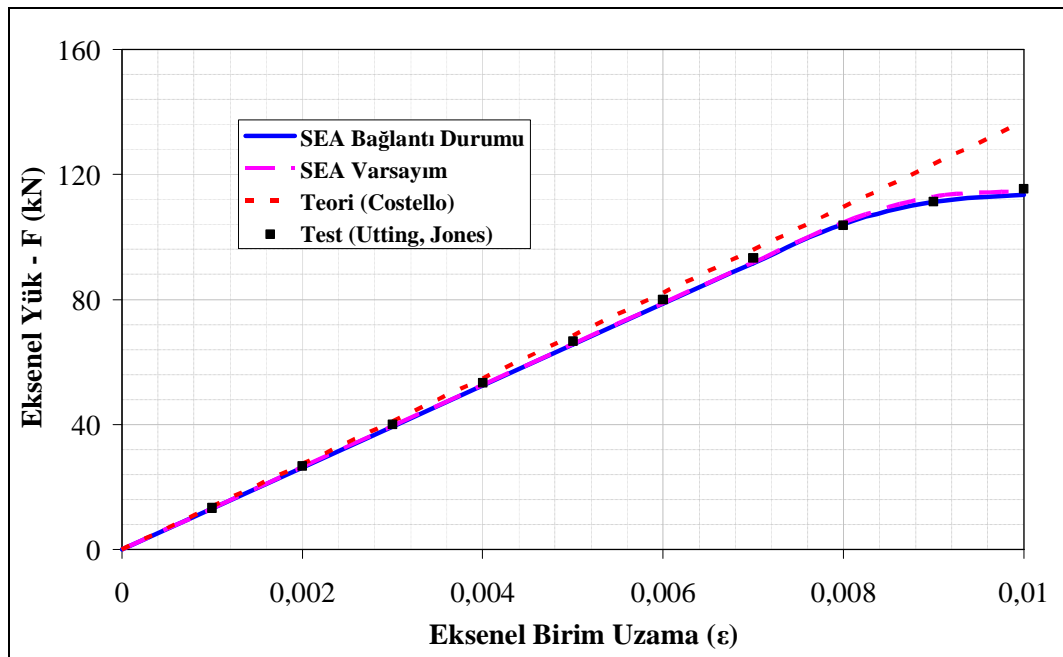
olur. Ayrıca demet eksenini Z üzerinde yer alan düğüm noktaları deformasyon sonrası aynı eksen üzerinde kalmalıdır. Bu durum şu şekilde ifade edilebilir;

$$u_x = 0, \quad u_y = 0 \quad (9.7)$$

9.3 Analiz Sonuçları

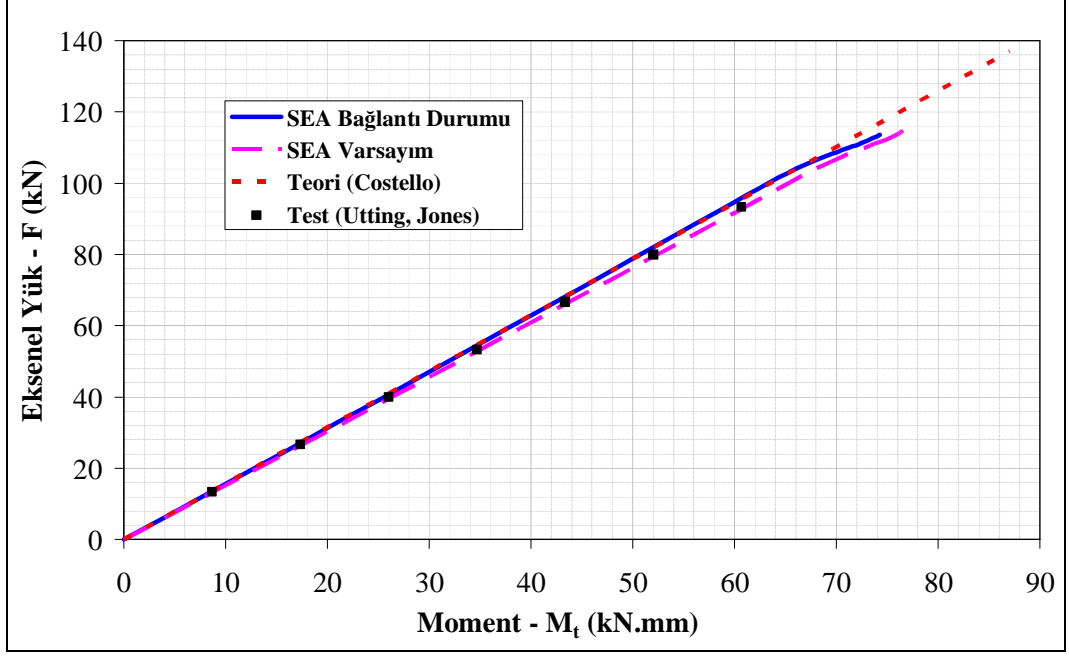
Hazırlanan sonlu eleman modeli 0,001 değerindeki artımlarla 0,010 eksenel birim uzamaya (ϵ) kadar analiz edilerek gerek teorik [16] gerekse deneysel sonuçlar [9] ile karşılaştırılmıştır. Analizlerin her biri ortalama 15 dk'da tamamlanmıştır.

Şekil 9.3 eksenel birim uzamaya (ϵ) bağlı olarak demetin reaksiyon kuvvetini (F) göstermektedir.

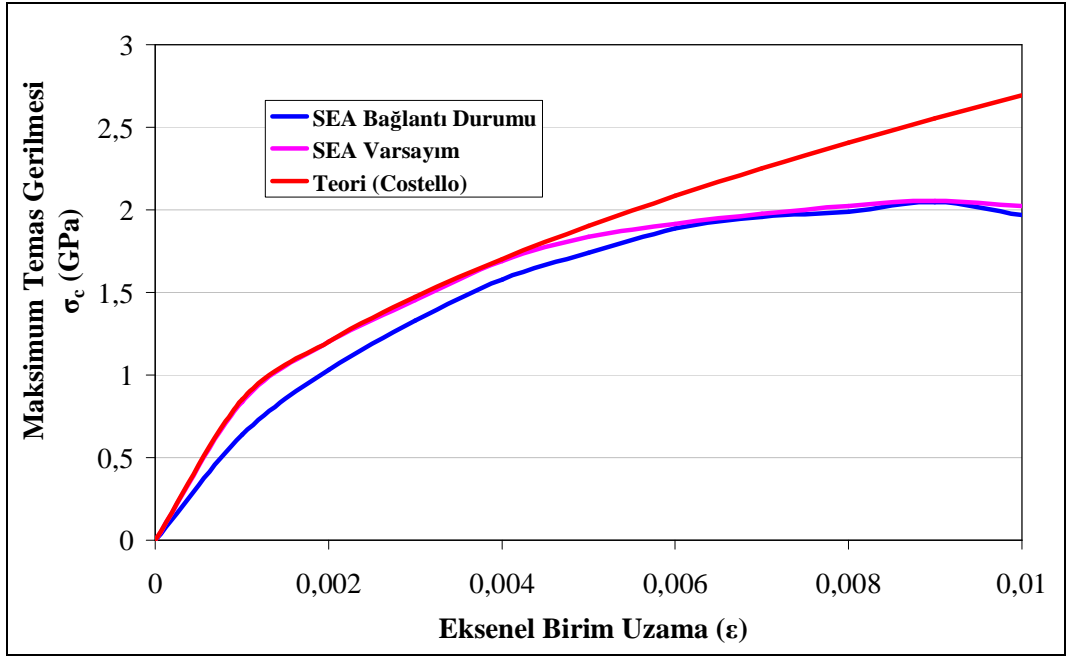


Şekil 9.3 Yük (F) ve Eksenel Birim Uzama (ϵ) İlişkisi

Burada “SEA Varsayım” olarak belirtilen ifade halatın çok uzun olduğu varsayımına dayanarak bir önceki bölümde elde edilen sonuçlardır. Reaksiyon momentinin (M_t) eksenel kuvvet (F) ile değişimi Şekil 9.4, maksimum temas gerilmesinin (σ_c) eksenel birim uzamaya (ϵ) göre değişimi Şekil 9.5’de verilmiştir.

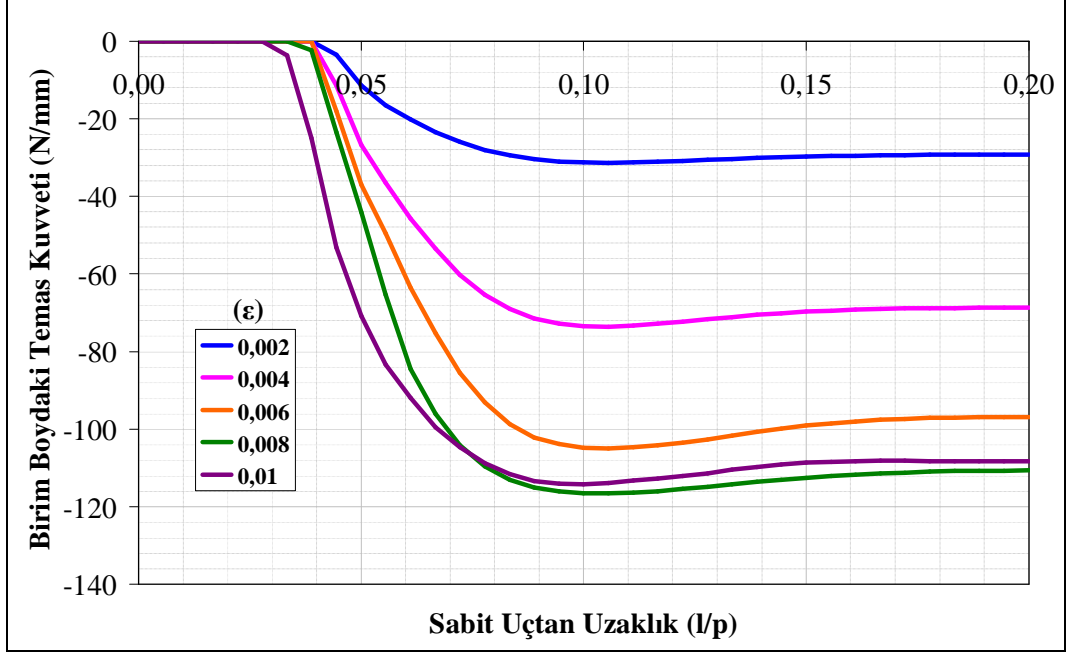


Şekil 9.4 Moment (M_t) – Kuvvet (F) İlişkisi



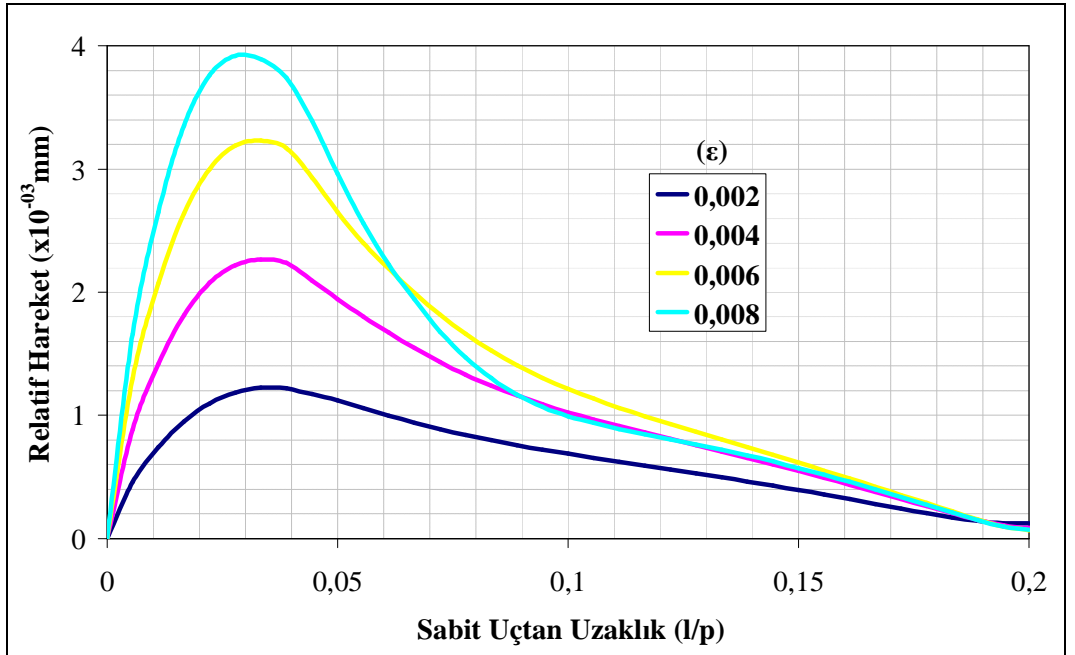
Şekil 9.5 Temas Yüğü – Eksenel Birim Uzama İlişkisi

Temas çizgisi boyunca birim boydaki temas kuvvetinin farklı eksenel uzamalar için sabit uçtan uzaklığa bağlı olarak değişimi Şekil 9.6 ile gösterilebilir.



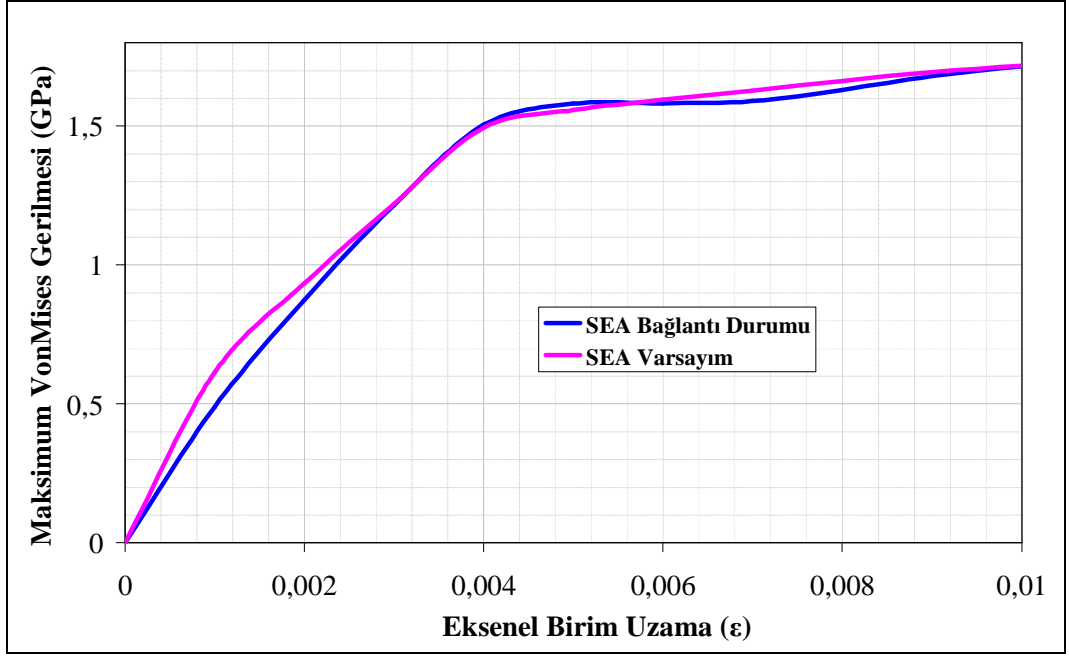
Şekil 9.6 Birim Boydaki Temas Kuvveti Değişimi

Şekil 9.7 temas çizgisi boyunca merkez tel ile helisel tel arasındaki izafi hareket değişimini farklı aksenal birim uzamalar (ϵ) için göstermektedir.



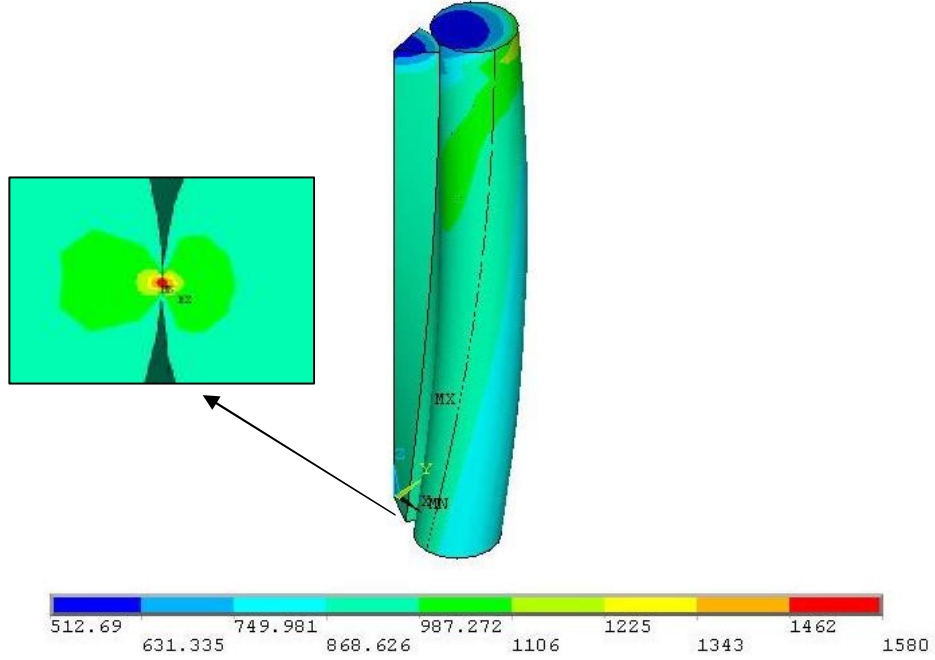
Şekil 9.7 Temas Çizgisi Boyunca İzafi Hareket (mm)

Temas bölgesinde maksimum eşdeğer gerilmenin (σ_{esd}) aksenal birim uzamaya (ϵ) bağlı olarak değişimi Şekil 9.8'de görülmektedir.



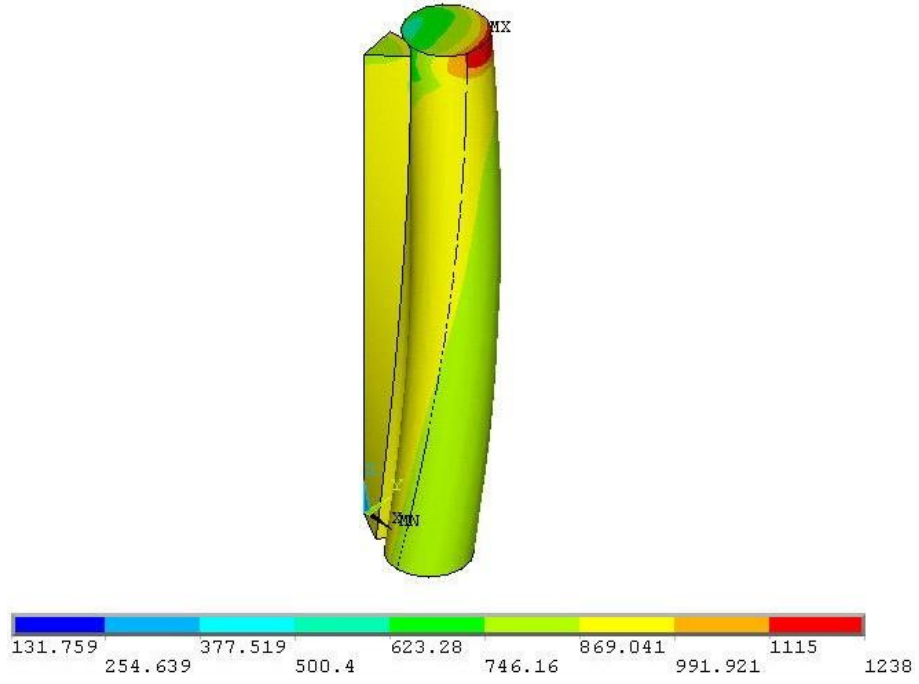
Şekil 9.8 Maksimum Eşdeğer Gerilme Değişimi (GPa)

Eksenel birim uzamanın (ϵ) 0,005 olduğu durum için model üzerindeki gerilme dağılımları Şekil 9.9'de verilmiştir.



(a) Eşdeğer Gerilme (σ_{esd}) Dağılımı (MPa)

Şekil 9.9 Model Üzerindeki Gerilme Dağılımları ($\epsilon = 0,005$)



(b) Eksenel Gerilme (σ_z) Dağılımı (MPa)

Şekil 9.9 Model Üzerindeki Gerilme Dağılımları ($\epsilon = 0,005$) (devamı)

Gerilme dağılımları incelendiğinde; eksenel gerilmenin (σ_z) sabit uca yakın temassız bölgede merkez tel için umulduğu gibi sabit bir değerde olduğu, helisel tel için 950 ± 200 MPa 'lık bir değişme gösterdiği söylenebilir. Temassız bölge ile tamamen temaslı bölge arasındaki geçiş bölgesinde de aynı şekilde gerilme dağılımı söz konusudur. Bağlantı etkilerinin görülmediği yeteri kadar uzaklıkta ise helisel teldeki eğilme derecesi azalmakta ve temas gerilmeleri önemli derecede artmaktadır.

10. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Yapılan bu çalışma ile helisel simetrik sınır şartlarından sonlu eleman analizinde nasıl yararlanılacağı gösterilmiştir. Böylece, sonlu elemanlar yönteminin mühendislik problemlerinin çözümünde ne kadar önemli olduğu görülmüştür. Nitekim analiz sonuçları da bunu doğrulamaktadır.

Bölüm 7’de formülasyonu gerçekleştirilen helisel simetrik sınır şartları, Bölüm 8’de basit tel halat demetinin sabit ve serbest uç durumları için sonlu eleman analizinde kullanılmıştır. Şekil 8.8, 8.9 ve 8.10’daki sonuçlar incelendiğinde oluşturulan modelin lineer bölgede Costello teorisi ve deneysel sonuçlar ile uyumlu olduğu söylenebilir. Bu durum Tablo 8.4’de daha iyi görülmektedir. Non–lineer bölgede ise sonlu eleman modeli test sonuçlarını doğrulamaktadır. Bu durum modelin gerçek sisteme ne kadar yakın olduğunu göstermektedir. Her iki durum için 0,009’luk aksenal uzamadan sonra malzemenin akmaya başladığı söylenebilir.

Maksimum temas basıncının karşılaştırıldığı Şekil 8.11’de, aksenal birim uzama değerinin yaklaşık olarak 0,0045 mertebesine ulaşması ile birlikte malzemenin yerel temas bölgesinde akmaya başladığı görülebilir. Akma öncesi, sonlu eleman metodu ile bulunan maksimum temas gerilmesi teorik sonuçlarla uyumludur. Akma sonrası elastik teorisinin, malzemenin plastik davranışını dikkate almamasından dolayı farklar oluşmaya başlamıştır.

Şekil 8.12’de görüldüğü gibi eşdeğer gerilme yerel temas noktasında sıçrama yapmaktadır. Bu doğal bir sonuçtur, ama dikkat edilmesi gereken yerel akma başlangıcı ile beraber sıçrama oranı düşmektedir.

Şekil 8.13 incelendiğinde; aynı aksenal uzamada helisel tel, serbest uç durumunda sabit uç durumuna göre daha az aksenal yük taşımaktadır. Bunun nedeni serbest durumda aksenal (uzama) rijitlik sabit duruma göre daha küçüktür.

Tablo 8.4 incelendiğinde, basit demetin analizinde sürtünme, temas yüzeyleri arasında izafi hareketi azaltmaya ve ekstra kesme gerilmesine (τ_{rz}) neden olmaktadır.

Bağlantı durumunun incelendiği Bölüm 9’da aksenal birim uzamanın yaklaşık olarak 0,008 mertebesine ulaşmasıyla birlikte demet hacmi akma davranışı göstermeye

başlar. Bu bölümde kaba bir elemanlara ayırma işlemi gerçekleştirilmesine rağmen Şekil 9.3, Şekil 9.4 ve Şekil 9.5, analiz sonuçlarının teori ve deneysel sonuçlar ile uyumlu olduğunu göstermektedir. Şekillerden görüleceği gibi 0,008 lik aksenal birim uzamanın üstünde kayda değer plastik deformasyonun meydana geldiği söylenebilir.

Temas çizgisi boyunca birim uzunluktaki temas kuvvet değişiminin incelendiği Şekil 9.6 da sabit uçtan belirli bir mesafede merkez tel ile helisel telin temas halinde olmadığı görülebilir. Bunun nedeni sabit ucun radyal yön boyunca hareket etmeye karşı sınırlandırılmış olmasındandır. Bu mesafeden sonra teller arası temas artmaya başlar ve belli bir mesafede üniform hale gelir. Temas kuvvetinin üniform hale gelmesi yapının uç bağlantı etkilerinden kurtulduğunu göstermektedir. Böylece üniform hale gelinceye kadarki bölgeye geçiş bölgesi diyebiliriz. Bu durum, demet modellerinin kurulmasında halatın niçin çok uzun kabul edildiğinin göstergesidir.

İzafi hareket dağılımının gösterildiği Şekil 9.7’de sabit uçtan itibaren helisel tel ile merkez tel arasında izafi hareketin arttığı, belli bir mesafeden sonra azalmaya başladığı söylenebilir. Özellikle dikkat edilmesi gereken husus izafi hareketin azaldığı, temas kuvvetinin artmaya başladığı bölgede temas ve kaymanın birlikte mevcut olduğudur. Dolayısıyla aksenal yüklemenin değişken olduğu durumlarda bu bölgenin halat yıpranmasında kritik bir öneme sahip olduğu sonucuna ulaşılır.

Şekil 9.8’de temas bölgesinin maksimum eşdeğer gerilme değişimine baktığımızda, temas bölgesindeki yerel plastik davranış aksenal uzamanın 0,005 mertebesinde görülmektedir.

Sonuç olarak; tüm yapının modellenip, analizinin gerçekleştirilmesi oldukça zaman alan ve bazen mümkün olmayan tel halat demetleri için helisel simetrik sınır şartlarının kullanılması önemli bir avantaj sağlamıştır. Böylece yapı, kendisini temsil edebilen ve analizi mümkün olan daha küçük ve basit bir yapıya dönüşebilir. Elde edilen sonuçların tutarlılığı bu yöntemin çok katlı demetler ile tel halatlara uygulanması yolunda önemli bir adım olacağını göstermektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Demirsoy, M.**, 1999. *Transport Tekniği – Kaldırma Makineleri Cilt 1*, Birsen Yayınevi, İstanbul, Bölüm 2.
- [2] **Eğilmez, Sarp**, Tel Halatlar, *Lisans Bitirme Tezi*, İ.T.Ü. Makine Fak., İstanbul.
- [3] **Cardou, A. and Jolicoeur, C.**, 1997. Mechanical Models of Helical Strands, *Applied Mechanics Reviews*, **50**(1), 1-14.
- [4] **Hruska, A. H., C.**, 1951. Calculation of Stresses in Wire Ropes, *Wire and Wire Products*, **26**(8), 766-767, 799-801.
- [5] **Hobbs, R. E. and Raof, M.**, 1982. Interwire Slippage and Fatigue Prediction in Stranded Cables for TLP Tethers, *Proceedings 3rd Int. Conf. On Behaviour of Offshore Structures*, **2**, 77-99.
- [6] **Blouin, F. and Cardou, A.**, 1989. A Study of Helically Reinforced Cylinders Under Symmetric Loads and Application to Strand Mathematical Modelling, *Int. Journal of Solids Structures*, **25**(2), 189-200.
- [7] **Phillips, J. W. and Costello, G. A.**, 1973. Contact Stresses in Twisted Wire Cables, *Proceedings ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, **99**(2), 331-341.
- [8] **Love, A.E.H.**, 1944. *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, New York: Dover Publications, Chaps 18-19.
- [9] **Utting, W. S. and Jones, N.**, 1987. Response of Wire Rope to Axial Tensile Loads, *Int. Journal of Mech. Sciences*, **29**(9), 605-619, 621-636.
- [10] **Carlson, A. D. and Kasper, R. G.**, 1973. A Structural Analysis of Multi-Conductor Cable, *Naval Underwater Systems Center*, 767 963.
- [11] **Cutchins, M. A.**, 1987. An Investigation of the Damping Phenomena in Wire Rope Isolators, *Proceedings of the ASME Design Tech. Conference*, **5**, 197-204.
- [12] **Chiang, Y. J.**, 1996. Characterizing Simple Stranded Wire Cables Under Axial Loading, *Finite Elements in Analysis and Design*, **24**, 49-66.

- [13] **Jiang, W. G., Yao, M. S. and Walton, J. M.**, 1999. A Concise Finite Element Model for Simple Wire Rope Strand, *Int. J. Mech. Sci.*, 1999, **41**(2), 143-161.
- [14] **Hardin, John-Michael.**, 1998. On Path Independence of Axially Loaded Wire Rope Strands, *PhD Thesis*, University of Illinois, Urbana-Champaign.
- [15] **Yardibi, Erkan**, 2000. Eksenel Yüklü Eğilmeye Maruz Tel Halatlarda Oluşan Tel Gerilmelerinin İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul.
- [16] **Costello, George A.**, 1997. Theory of Wire Rope, Springer-Verlag New York Inc., ISBN 0-387-98202-7 Mechanical Engineering Series.
- [17] **Boresi, A.P. and Sidebottom, O.M.**, 1985. Advanced Mechanics of Materials, New York John Wiley and Sons, Chap 14.
- [18] **Costello, G. A.**, 1983. Stresses in Multilayered Cables, *Journal of Energy Resources Technology, Trans. The ASME*, **105**, 337-340.
- [19] **Jiang, W. G., Yao, M. S. and Walton, J. M.**, 1997. Modelling of Rope Strand Under Axial and Torsional Loads by Finite Element Method, In Proceedings of the OIPEEC Conference on *the Application of Endurance Prediction for Wire Ropes*, Reading University, pp. 17-35.
- [20] **Moaveni, S.**, 2003. Finite Element Analysis - *Theory and Application with ANSYS*, Pearson Education Inc. – New Jersey.
- [21] **Jiang, W. G. and Henshall, J. L.**, 1999. The Development and Applications of The Helically Symmetric Boundary Conditions in Finite Element Analysis , *Commun. Numer. Meth. Engng.*, **15**, 435-443.
- [22] **Jiang, W. G. and Henshall, J. L.**, 2000. A Novel Finite Element Model For Helical Springs, *Finite Elements in Analysis and Design*, **35**, 363-377.
- [23] **Ancher, G. J. and Goodier, J. N.**, 1958. Pitch and Curvature Corrections for Helical Spring, *J. Appl. Mech.*, **25**, 466-470.
- [24] **Chaplin, C. R.**, 1995. Failure Mechanisms in Wire Ropes, *Engineering Failure Analysis*, **2**(1), 45-57.
- [25] ANSYS v10 Help Files

- [26] **Utting, W. S.**, 1984. Experimental and Theoretical Studies on Stresses in and Deformation of Wire Ropes Under Axial Tensile Loads, *PhD Thesis*, University of Liverpool.
- [27] **Walton, J. M.**, 1987. Contact Stresses in Wire Rope, *MPhil Thesis*, University of Leeds.
- [28] **Jiang, W. G. and Henshall, J. L.**, 1999. The Analysis of Termination Effects in Wire Strand Using The Finite Element Method, *Journal of Strain Analysis*, **34**, 31-38.
- [29] **Yoo, Jeong Wahn.**, 1988. Axial and Torsional Analysis of Wire Ropes, *MSc Thesis*, The Ohio State University.
- [30] **Velinsky, S.A.**, 1981. Analysis of Wire Ropes with Complex Cross-Sections, *PhD Thesis*, University of Illinois, Urbana-Champaign.
- [31] **Jiang, W. G., Henshall, J. L. and Walton, J. M.**, 2000. A Concise Finite Element Model for 3-Layered Straight Wire Rope Strand, *Int. J. Mech. Sci.*, 2000, **42**, 63-86.
- [32] **Utting, W. S. and Jones, N.**, 1985. Tensile Testing of A Wire Rope Strand, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, **20**(3), 151-164.
- [33] **Nawrocki, A. and Labrosse, M.**, 2000. A Finite Element Model for Simple Straight Wire Rope Strands, *Computers and Structures*, **77**, 345-359.
- [34] **Hobbs, R. E. and Raouf, M.**, 1994. Mechanism of Fretting Fatigue in Steel Cable, *Int. J. Fatigue.*, **16**, 273-280.
- [35] **Raouf, M. and Kraincanic, I.**, 1994. Critical Examination of Various Approaches Used for Analysing Helical Cables, *Journal of Strain Analysis*, **29**(1), 43-55.

EKLER

Basit demetin sınır şartları için hazırlanan makro:

```
*ask,e,Birim Uzama Degerini Giriniz,0.004
*ask,t,Birim Dönme Degerini Giriniz,0
*set,d_z,e*z_s
*set,d_theta,(t*z_s*180)/pi
*set,cn,0
*do,i,1,283,1
csys,1
*set,rn,nx(i)
*set,theta,ny(i)
csys,0
*afun,deg
*set,cn,cn+1
ce,cn,-2*rn*sin(d_theta/2)*sin(theta+theta_s+(d_theta/2)),i+283,ux,1,i,ux,-
cos(theta_s+d_theta),i,uy,sin(theta_s+d_theta)
*set,cn,cn+1
ce,cn,2*rn*sin(d_theta/2)*cos(theta+theta_s+(d_theta/2)),i+283,uy,1,i,ux,-
sin(theta_s+d_theta),i,uy,-cos(theta_s+d_theta)
*set,cn,cn+1
ce,cn,d_z,i+283,uz,1,i,uz,-1
*afun,rad
*enddo
*do,i,1,283,1
csys,1
*set,theta,ny(i)
csys,0
*if,theta,eq,d_angle,then
*set,cn,cn+1
*afun,deg
ce,cn,0,i,uy,1,i,ux,-tan(theta)
*afun,rad
*endif
*enddo
*do,i,567,1041,1
csys,1
*set,rn,nx(i)
*set,theta,ny(i)
csys,0
*afun,deg
*set,cn,cn+1
ce,cn,-2*rn*sin(d_theta/2)*sin(theta+theta_s+(d_theta/2)),i+475,ux,1,i,ux,-
cos(theta_s+d_theta),i,uy,sin(theta_s+d_theta)
*set,cn,cn+1
ce,cn,2*rn*sin(d_theta/2)*cos(theta+theta_s+(d_theta/2)),i+475,uy,1,i,ux,-
sin(theta_s+d_theta),i,uy,-cos(theta_s+d_theta)
*set,cn,cn+1
ce,cn,d_z,i+475,uz,1,i,uz,-1
```

```
*afun,rad
*enddo
```

Uç bağlantısının sınır şartları için hazırlanan makro:

```
*set,cn,0
*do,w,1,35,1
*do,i,1,69,1
  csys,1
  *set,rn_i,nx(i)
  *set,theta_i,ny(i)
  csys,0
  *if,theta_i,eq,-30,then
  *do,j,1,69,1
    csys,1
    *set,rn_j,nx(j)
    *set,theta_j,ny(j)
    csys,0
    *if,theta_j,eq,30,and,abs(rn_i-rn_j),le,0.000001,then
    *afun,deg
    *set,cn,cn+1
    ce,cn,0,(w*69)+j,ux,1,(w*69)+i,ux,-cos(360/m),(w*69)+i,uy,sin(360/m)
    *set,cn,cn+1
    ce,cn,0,(w*69)+j,uy,1,(w*69)+i,ux,-sin(360/m),(w*69)+i,uy,-cos(360/m)
    *set,cn,cn+1
    ce,cn,0,(w*69)+j,uz,1,(w*69)+i,uz,-1
    *afun,rad
  *endif
*enddo
*endif
*enddo
*enddo
*do,k,1,69,1
  csys,1
  *set,rn_k,nx(k)
  *set,theta_k,ny(k)
  csys,0
  *if,theta_k,lt,0,then
  *do,l,1,69,1
    csys,1
    *set,rn_l,nx(l)
    *set,theta_l,ny(l)
    csys,0
    *if,abs(rn_k-rn_l),le,0.000001,and,abs(theta_k+theta_l),le,0.000001,then
    *set,cn,cn+1
    ce,cn,0,l,ux,1,k,ux,-1
    *set,cn,cn+1
    ce,cn,0,l,uy,1,k,uy,1
    *set,cn,cn+1
    ce,cn,0,l,uz,1,k,uz,1
  *endif
```

```

*enddo
*endif
*enddo
*do,i,2554,2664,1
csys,1
*set,rn_i,nx(i)
*set,theta_i,ny(i)
csys,0
*if,theta_i,lt,0,then
*do,j,2554,2664,1
csys,1
*set,rn_j,nx(j)
*set,theta_j,ny(j)
csys,0
*if,abs(rn_i-rn_j),le,0.000001,and,abs(theta_i+theta_j),le,0.000001,then
*set,cn,cn+1
ce,cn,0,j,ux,1,i,ux,-1
*set,cn,cn+1
ce,cn,0,j,uy,1,i,uy,1
*set,cn,cn+1
ce,cn,0,j,uz,1,i,uz,1
*endif
*enddo
*endif
*enddo
*do,i,1,69,1
csys,1
*set,rn_i,nx(i)
*set,theta_i,ny(i)
csys,0
*if,theta_i,eq,-30,then
*afun,deg
*set,cn,cn+1
ce,cn,0,i,uy,1,i,ux,tan(180/m)
*afun,rad
*endif
*enddo

```

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Bursa'da doğan Özgür ŞENTÜRK, 1998'de Bursa Hürriyet Anadolu Teknik Lisesi Makine Bölümü'nü bitirdi. 2002 yılında Uludağ Üniversitesi Mühendislik – Mim. Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nden derece ile mezun oldu. 2004 yılında girdiği İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Konstrüksiyon Yüksek Lisans Programı'ndaki yüksek lisans eğitimine halen devam etmektedir. 2006 yılından beri Oyak – Renault Otomobil Fab. A.Ş.'inde Proses Tasarım Sorumlusu olarak görev yapmaktadır.