CEBİR PAKET PROGRAMLARI VASITASIYLA İZOMORFİZM KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Muzaffer OKUR

Doktora Tezi

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ

2006

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

CEBİR PAKET PROGRAMLARI VASITASIYLA İZOMORFİZM KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Muzaffer OKUR

MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ERZURUM
2006

Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ danışmalığında, Muzaffer OKUR tarafından hazırlanan bu çalışma 02/11/2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Rahim OCAK *İmza:*

Üye : Prof. Dr. Ziya ARGÜN *İmza:*

Üye : Prof. Dr. Hüseyin AYDIN *İmza:*

Üye : Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ *İmza:* R Dikici

Üye : Yrd. Doç. Dr. Abdullah KAPLAN *İmza:*

Yukarıdaki sonucu onaylarım

(İmza)

....
Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

CEBİR PAKET PROGRAMLARI VASITASIYLA İZOMORFİZM KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Muzaffer OKUR

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ

Bu çalışmada, izomorfizm kavramının öğretiminde üç farklı öğretim yönteminin öğrenci başarısına olan etkileri karşılaştırılmıştır. Bu amaçla izomorfizm kavramı, öğrencilere ISETL ve GAP bilgisayar yazılımlarının kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemleri ve geleneksel öğretim yöntemi kullanılarak aktarılmıştır.

Çalışmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda, aynı öğretim üyesinin ders verdiği iki farklı şubedeki 79 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu iki şube rasgele bir şekilde deney ve kontrol gruplarına ayrılmıştır. Deney grubunu oluşturan şubelerdeki öğrenciler tekrar rasgele bir şekilde iki farklı gruba ayrılarak bu gruplar deney grubu-1 ve deney grubu-2 olarak belirlenmiştir. 2005-2006 öğretim yılının birinci döneminde beş hafta süreyle gerçekleştirilen çalışmada, araştırma eşit olmayan kontrol deseni kullanılarak yapılmıştır. Araştırmanın verileri izomorfizm bilgi testi ölçeğinden elde edilmiştir.

Araştırma hipotezlerinin test edilmesine yönelik olarak, "One-Way ANOVA" ve "bağımsız grup t- testi" kullanılmıştır. Sonuçlar, ISETL ve GAP programlama dillerinin kullanıldığı iki farklı bilgisayar destekli öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılık bulunmadığını göstermiştir. Aynı zamanda çalışmada elde edilen sonuçlardan, izomorfizm kavramının öğretiminde hem ISETL ve hem de GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu görülmüştür.

2006, 100 sayfa

Anahtar Kelimeler: İzomorfizm kavramı, soyut cebir, bilgisayar destekli öğretim, ISETL, GAP

ABSTRACT

Ph. D. Thesis

TEACHING ISOMORPHISM CONCEPT THROUGH ALGEBRA SOFTWARE PACKAGES

Muzaffer OKUR

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics Education

Supervisor: Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ

In this study, the effects of three different teaching methods to the student's success in teaching isomorphism concept have been compared. By this aim the isomorphism concept has been taught to the students by using computer assisted instruction methods including ISETL and GAP programming language and traditional method.

The sample of study consist of total 79 third year undergraduate students who are in two different classes and are taught by the same lecturer at the Department of Primary Mathematics Education of Kazım Karabekir Education Faculty of Atatürk University. These two classes were randomly separated into experimental and control groups. The students in the experimental group class randomly grouped into two again and these groups were named as experimental group-1 and experimental group-2. Nonequitional control group design was used in this study which has been carried out for five weeks in the first semester of 2005-2006 academic year. The data of this study was obtained from isomorphism knowledge test.

In order to test research hypothesis proposed "One-way ANOVA" and "independent group t-test" were used. The results showed that there is no meaningful difference between the two different computer assisted instruction methods using ISETL and GAP programming languages. In addition, the results of this study demonstrated that in teaching isomorphism concept computer assisted instruction methods using both ISETL and GAP programming languages were more effective than traditional teaching method.

2006, 100 pages

Keywords: Isomorphism concept, abstract algebra, computer assisted instruction, ISETL, GAP

TEŞEKKÜR

Bu araştırmaya beni yönlendiren ve çalışmalarım boyunca her türlü desteği sağlayan çok değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ'ye en içten şükranlarımı sunarım.

Çalışmanın her aşamasında değerli görüş ve katkılarını esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Hüseyin AYDIN'a ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Abdullah KAPLAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Muzaffer OKUR

Ekim 2006

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Tarihin her döneminde önemli bir yere sahip olan matematik bilimi, özellikle 17. yüzyılın sonlarına doğru daha fazla önem kazanmış ve yaşamın hemen hemen her alanına girmiştir. Bu tarihten sonra fen bilimleri ve teknolojinin bir lokomotifi haline gelmiştir. Çağdaş toplumlar matematiğin önemini fark etmiş ve artan ihtiyaçlar karşısında matematikten daha etkili olarak nasıl yararlanabileceklerini tartışmaya başlamışlardır (Sztajn 1995). Bu tartışmalara bağlı olarak ülkemizde 1960 ve 1980'li yıllar matematik programının içeriğinde, modern matematik adıyla bilinen önemli program değişikliklerinin yapıldığı ve uygulamaya konulduğu yıllar olmuştur. 1980'in ikinci yarısı ise matematik eğitiminde bir yeniliğe ihtiyaç olduğunun farkına varıldığı dönemdir (Savaş 1999). 1990'lı yıllarda program geliştirme çalışmalarında ilgi, içerikten çok metodolojiye yönelmiştir. Matematikten faydalanmanın yolunun, onun öğreniliş biçiminden geçeceği düşüncesi ortaya çıkmış, bu amaçla yurt içinde ve dünyada matematik öğretimi ile ilgili bir çok yeni proje başlatılmıştır (Altun 2001).

Matematik olmadan bilim ve teknolojiden, sosyo-ekonomik kalkınmadan, nitelikli ürün ve hizmetten söz etmek yanıltıcıdır. Bu nedenle, tüm gelişmiş ülkelerde olduğu gibi ülkemizde de herkes matematikle güçlenmeli, düşünce kültürü edinmeli ve ortak değerleri paylaşmalı, iletişim dilini etkin ve yaygın biçimde kullanmalıdır (Ersoy 2003). Özellikle matematik dersi gibi soyut kavramları içeren derslerin öğrenci tarafından zor veya korkutucu olarak algılanması, kullanılan klasik yöntemlerin bu soyut kavramların öğrencinin zihninde gerçek anlamını bulmasını sağlayamamasından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla matematik öğretim ortamları öğrencilerin bütün duyu organlarını kullanarak somut deneyimler kazanabileceği, öğrenmeyi öğrenebileceği yöntemlerle donatılmalıdır (Altun 2001).

Günümüzde matematik eğitiminin geliştirilmesine yönelik her öğretim düzeyine ait çalışmalar artarak devam etmektedir. Ancak üniversite seviyesinde matematik eğitimine yönelik çalışmalar istenilen boyutlara ulaşamamıştır (Selden and Selden 1993;

Thompson 1993; Dreyfus 1990, 1995). Üniversite seviyesindeki çalışmaların çoğu analiz, lineer cebir, discrete matematik ile ilgilidir (Hazzan 1999). Ancak son zamanlarda soyut cebir öğrenimi ve öğretimi ile ilgili ciddi çalışmalar yapılmıştır. Gallian (1990), matematik eğitimi alan bir kişi için soyut cebir öğrenmenin çok önemli olduğunu vurgulamaktadır. Soyut cebir konuları bilgisayar bilimlerinde, fizikte, kimyada, bilgi iletiminde ve ileri matematikte hala merkezi role sahip olan cebirin kendisi içinde de yaygın bir şekilde kullanılır. Zaman zaman soyut cebir öğretiminde "öğrencilerin tümü kavramları daha anlamlı öğrenebilirler mi?, öğretim için kullanılabilecek en iyi yöntem hangisidir?" gibi eğitimcilerin zihnini meşgul eden bir çok soru ortaya çıkmıştır. Bu ve benzeri sorular eğitimcileri soyut cebir öğrenimi üzerine araştırmaya sevk etmiştir (Krishnamani and Kimmins 2001).

Soyut cebir öğrenimi üzerine yapılan çalışmalar kabaca iki bölüme ayrılabilir: Birincisi; soyut cebir öğretim metotları (Pedersen 1972; Lesh 1976; Macdonald 1976, Buchthal 1977; Quadling 1978; Lichtenberg 1981; Simmonds 1982; Freedmann 1983; Petricig 1988, Thras and Walls 1991; Leron and Dubinsky 1995), ikincisi soyut cebirde öğrenme, anlama ve kavramların gelişimi (Selden and Selden 1987; Hart 1994; Dubinsky *et al.* 1994; Leron *et al.* 1994, 1995; Hazan and Leron 1996; Brown *et al.* 1997; Asiala *et al.* 1997; Asiala *et al.* 1998) dir (Hazzan 1999).

Yapılan çalışmalarda, soyut cebirin öğrenimi ve öğretiminde birçok problemle karşı karşıya kalındığı belirtilmektedir (Nicholson 1993; Burn 1996; Clark *et al.* 1997; Cnop and Grandsard 1998; Almeida 1999; Hazzan 1999; Jaworski 2002; Hazzan and Zazkis 2005). Çalışmalarda, soyut cebire kavramları ile ilgili öğrenciler tarafından yapılan hataların ve kavram yanılgılarının çoğunun yalnızca konuların karmaşıklığından değil aynı zamanda öğrencilerin matematiksel altyapılarının yetersizliğinden kaynaklandığı ifade edilmiştir (Selden and Selden 1987; Dubinsky *et al.* 1994). Özellikle soyut cebirdeki grup teorisi ile ilgili kavramlar hem içerik hem de soyut matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme yönünden öğrencilere çok zor gelmektedir (Selden and Selden 1987; Hart 1994).

Halbuki grup teorisi soyut cebirin en eski ve en zengin dallarından biridir. Ayrıca grup teorisi matematikte analiz, geometri ve sayılar teorisi gibi alanlardan biri olan soyut cebirin şimdilerde en kabul gören bölümleri arasında yer alır. Fakat her zaman bu durum böyle olmamıştır. Matematik alanındaki hak ettiği yeri alması çok uzun yıllar almıştır. Esas fikri, denklemler teorisinde sonlu cümlelerin permütasyonlarının incelenmesi ile ortaya çıkmış ve günümüzde bu teorik konu matematik eğitiminin ayrılmaz bir parçası olarak kabul görmektedir (Loss 2003).

Grup teorisinin önemli konulardan biri izomorfizm kavramı olup bu kavram cebirsel yapıların daha iyi anlaşılmasına olanak sağlamaktadır. Cayley, izomorfizm vasıtasıyla herhangi bir soyut grubun, bir simetri grubunun alt grubu olarak düşünülebileceğini göstererek simetri ve permütasyon gruplarının bilinmesi halinde grup teorisinin bilineceğini ifade etmiştir (Bayraktar 1988). İzomorfizm kavramı ayrı bir kavram olarak çalışılamaz. Grup ve izomorfizm kavramları hem tarihi hem de ayrı ayrı gelişimleri açısından (tavuk-yumurta meselesine benzer) birbirinden ayrılmaz. Öte yandan grup izomorfizmi bir grup kavramı üzerine inşa edilir ve izomorfizm kavramı soyut grup kavramının anlaşılmasına temel teşkil eder (Dubinsky *et al.* 1994; Leron and Dubinsky 1995; Hazzan and Leron 1996).

Uzman bir matematikçi için izomorfizmi tek bir kavram olarak düşünmek mümkündür. Bununla birlikte öğrenciler soyut cebir derslerinde izomorfizmin tek bir kavram oluşunu nadiren algılayabilirler. Onlar için izomorfizm kavramı kendilerinin kısmen anlayabildikleri birçok kavramdan oluşmuş ve çoğu kavramla ilişkili olan birleşik ve karmaşık bir kavramdır. Örneğin grup izomorfizmini anlamak grup, fonksiyon ve niceleyicilerin anlaşılmasını gerektirir. Bunun tersi olarak ta izomorfizm konusunda bir şeyler öğrenme onunla ilişkili kavramların anlaşılmasını sağlamlaştırabilir. Sezgisel olarak eğer iki grup, notasyonları hariç aynı ise izomorfiktir. Böylece herhangi bir grup alınır elemanları ve işlemi yeniden isimlendirilirse bu grubun aynısının izomorfik bir kopyası elde edilir. Bu doğal izomorfizm olarak da adlandırılır. Ancak formal tanım bu sezgisel notasyondan oldukça uzaktır. (G,o) den (G',o') grubuna bir izomorfizm her

$a,b \in G$ için $f(aob) = f(a)o'f(b)$ şeklinde tanımlanan, G den $G^{'}$ ne üzerine ve 1-1 bir f fonksiyonudur (Leron et.al. 1995).

Diğer bir ifadeyle (G,o) ve (G',o') gruplarının izomorf olması için iki şart gereklidir. Birinci şart G ve $G^{'}$ arasında birebir bir tekabül varsa, G deki her a elemanını $G^{'}$ deki belli bir a' elemanının adıyla adlandırmak suretiyle $G^{'}$ nün G den elde edilebileceği anlamına gelir. Bu adlandırma $f: G \rightarrow G'$ birebir ve üzerine dönüşümden başka bir şey değildir. İkinci şart grup işleminin korunmasıdır. Çünkü, ancak bu taktirde grup yapısı korunacak ve $f: G \rightarrow G'$ fonksiyonu vasıtasıyla bir anlamda G nin fotoğrafı (resmi) elde edilecektir (Bayraktar 1988).

İzomorfizmin formal tanımı sezgisel olarak hem G ve $G^{'}$ gruplarının temelde aynı olduğu hem de bunların birer soyut grup örnekleri olduğu fikrini anlaşılmaz hale getirmektedir. Öğrencilere izomorfizm konusu öğretilirken üzerinde durulması gereken önemli noktalardan biride aynı grubun farklı gösterimlerinin olabileceği olgusudur. Bu yaklaşım grupların yapısının çok iyi bir şekilde anlaşılmasına olanak verir. Örneğin; 3 elemanlı bir grubun sayısız gösterimi olmasına rağmen onların her biri diğerine izomorftur. Diğer bir deyişle gösterimlerin tümü aynı soyut grubu temsil eder. Bu yaklaşım vasıtasıyla 3 elemanlı soyut bir grubun gösterimi olarak Z_3 hakkında veya daha basit olarak 3. mertebeden bir grup hakkında mantıklı bir şeyler söylemek çok daha kolay olmaktadır (Findell 2001).

Öğrenciler izomorfizm kavramını açık, anlaşılır bir şekilde düşünmekte güçlük çekerler. Hiç şüphesiz bu durum kavramların veriliş tarzından kaynaklanmaktadır (önce informal sonra formal). Fakat bazı yapıların oluşma şekillerini anlamaksızın formal tanımı vermek yararlı olmayacaktır. Bu yüzden en büyük pedagojik problem öğrenciye formal versiyonla informal versiyon arasındaki bağlantıyı kurmada yardım etmek için yapılacak şeyin ne olduğudur. Bu açıdan, izomorfizm kavramı formal ve informal kavramları ilişkilendirme probleminin en çarpıcı örneğini oluşturmaktadır (Findell 2001).

Bazı eğitimciler; İzomorfizm kavramının öğretimi sürecinde, izomorfizmi isimleri değişik aynı gruplar olarak tanımlanmasının iyi bir başlangıç olduğunu, fakat daha sonra izomorfizmin formal olarak iki farklı grup ve karmaşık bir fonksiyon ile tanımlanması gerektiğini vurgulamaktadırlar. Aksi taktirde öğrenciler, iki grup arasında izomorfizm verildiğinde genelde zihinlerinde isimleri değiştirilmiş aynı grup ifadesini canlandırdıklarından farklı bir durum karşısında izomorfizmi oluştururken zorluk çekmektedirler (Leron *et al.* 1995).

Öğrenciler açısından izomorfizm konusu çok karmaşık bir yapı olarak görülmektedir. Halbuki öğrencilerin soyut grupları anlamaları için izomorfizm kavramı bir köprü niteliğindedir. Grup izomorfizmi kavramını zor anlayan öğrencilere yardım etmek için kullanılabilecek en iyi yöntemlerden biri grup tabloları (işlem tabloları) nın oluşturulmasına dayalı bir öğretim stratejisi izlemektir (Trash and Walls 1991). İzomorfizm kavramının öğretimine yönelik yapılan çalışmalarda; İki grubun işlem tablosu verilip öğrencilere bu grupların izomorfik olup olmadıkları sorulduğunda, bazı öğrencilerin bir grubun işlem tablosundaki elemanları yeniden isimlendirme ve yeniden düzenleme yoluyla diğer grubun tablosuna benzetilebileceğini fark ettikleri ifade edilmiştir (Findell 2001). Elbette bu yaklaşım sadece yapıları aynı olan gruplarda mümkündür. Eleman sayıları farklı olan iki grubun izomorfik olup olmadığını belirleme normalde çok kolay olmasına rağmen bu yaklaşımı kullanan öğrenciler için oldukça zordur. Ancak yinede işlem tabloları ile verilen iki grubun izomorfik olabileceğine sezgisel olarak inanıldığı durumlarda, bir grubun elemanlarını yeniden adlandırma ve işlem tablosu diğer grubun işlem tablosuyla aynı oluncaya kadar yeniden düzenleme işi iyi bir yaklaşım olabilir.

Öğrenciler işlem tablolarının yeniden adlandırılması ve düzenlenmesi sürecine dayalı olarak izomorfizmin zengin ve büyük ölçüde informal kavram düşüncesini geliştirirler. Öğrenciler iki grubun izomorfik olduğunu düşündüklerinde, izomorfizmi oluşturmak için işlem tablolarını kullanmaktadırlar. Bu süreçler işlem tablolarında listelenen elemanların sırası ve elemanların isimlerinden bağımsız olarak soyut grup kavramının oluşmasını desteklemektedir. Bu deneyimler vasıtasıyla öğrenciler 2. mertebeden 1 grup, 3. mertebeden 1 grup ve 4. mertebeden 2 grup olduğunu görme olanağını elde etmektedirler. Bu sonuçlar işlem tablolarının izomorfizm kavramı için uygulanabilir deneyimsel bir kaynak sağladığına işaret eder (Findell 2001).

Üniversite düzeyinde matematik öğrenimi gören öğrenciler matematiksel soyutlamada ve özel olarak ta izomorfizm ile ilgili teoremleri ispatlarken çok güçlük yaşamaktadırlar. Öğrencilerin izomorfizm teoremleri ile ilgili kavramsal güçlükleri, genellikle bir dönüşümle ilgili özellikleri (homomorfik özellikler, üzerine, 1-1 ve dönüşümün iyi tanımlılığı gibi) kavrayamamış olmalarından kaynaklanmaktadır (Nardi 2000).

Öte yandan bazı eğitimciler öğrencilerin ispatları yapabilmelerinde enstrümental ve ilişkisel anlamanın önemine işaret etmektedirler. Yapılan çalışmalarda, enstrümental anlamayı kullanarak ispat yapabilmenin sınırlı olduğu, etkili bir ispat için ilişkisel anlamanın kullanılması gerektiği ifade edilmektedir. Eğitimciler eğer öğrencilere özenle seçilmiş izomorfik olan ve olmayan grup örnekleri sunabilirlerse, grup izomorfizmi kavramı ile ilgili ilişkisel anlamayı çok iyi bir şekilde oluşturulabilirler. Bu kavramın varlığını anladıktan sonra öğrencilere formal tanımın verilmesi gerektiğine işaret eden eğitimciler, bu süreçten sonra öğrencilerin bazen kendi başlarına bile formal tanıma ulaşabildiklerini belirtmektedirler (Weber 2002).

Öğrencilerin izomorfizmi anlamalarında görselleştirme yaklaşımı da önemli bir yere sahiptir. Öğretmenler yeni öğretilecek kavramlarla öğrencilerin daha önceden öğrenmiş oldukları kavramlar arasındaki benzerlikleri belirtmek ve bu sayede öğrencileri yeni kavramları ve fikirleri öğrenmeye motive etmek için (Elektriği öğretmek için kavramsal bir model olarak su akışının gösterilmesinde olduğu gibi) izomorfizmi kullanabilirler (Greer and Harel 1997).

İzomorfizm kavramı cebirsel yapıların anlaşılmasında köprü niteliği taşıyan önemli bir kavramdır. Literatürde izomorfizm kavramının öğretimi ile ilgili yapılan ve oldukça sınırlı sayıda olan çalışmalarda, öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu kavramı karmaşık bir yapı olarak görmekte ve öğrenmede bir takım zorluklar yaşamakta oldukları ifade edilmektedir. Soyut cebir öğretiminde, “izomorfizm kavramı daha etkili bir şekilde nasıl öğretilebilir?” sorusuna yönelik ciddi çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada izomorfizm kavramının öğretiminde farklı öğretim yöntemleri kullanılarak hangi yöntemin daha etkili olduğu sorusuna cevap aranmıştır.

Eğitimciler genel olarak matematik öğretimi ve öğreniminde öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin giderilmesi yönünde farklı bir takım yöntemler araştırmışlardır (Hazan 1999). Diğer bilim dallarında olduğu gibi matematikteki çoğu eğitimci hem ileri düzeyde hesaplamalar için hem de konuların daha etkili bir şekilde öğretimi için birçok olanaklar sunan teknolojik gelişmelerden yararlanma yolunu seçmişlerdir.

Bilginin işlenmesi, üretilmesi, saklanması, kullanılması, paylaşılması ve yaygınlaştırılması sürecine bilişim denmektedir. Bu sürecin gerçekleştirilmesi için bahsedilen tüm basamaklarda kullanılan teknolojilere ise bilişim teknolojisi adı verilmektedir. Bilişim çağı olarak adlandırılan bu yüzyılda gelişen iletişim ve bilgisayar teknolojileri hayatımızın her alanında karşımıza çıkmakta ve hayatımızı kolaylaştırmaktadır. Hem toplum bireylerine çağın gereklerine uygun üst düzey bir eğitim verebilmek hem de bu sayede yeni bir takım gelişmelere ulaşabilmek için teknolojik gelişmelerin eğitim programlarına tam uyumu gerekmektedir. Çağımızın en etkili teknolojik gelişmelerden biri şüphesiz bilgisayardır.

Bilgisayar, diğer öğretim araçlarından farklı olarak öğretme ve öğrenme açısından benzersiz imkanlar sunan çok yönlü bir araçtır (Yalın 2004). Öğretimsel içerik ve faaliyetlerin bilgisayar yoluyla aktarılması Bilgisayar Destekli Eğitim olarak tanımlanmaktadır (Şahin ve Yıldırım 1999).

Bilgisayar Destekli Eğitimin öğrenciler için hedeflenen genel amaçları;

- Öğrencinin motivasyonunu (öğrenme güdüsünü) artırmak,
- Öğrencinin bilimsel düşünme yeteneğini geliştirmek ,

- Grup çalışmalarını desteklemek,
- Öğretme yöntemlerini genişletmek,
- Öğrencinin kendi kendine öğrenme yeteneklerini geliştirmek,
- Öğrencide ileri düzeyde düşünme becerisinin geliştirilmesini desteklemek,
- Mantık yolu ile problemlere çözüm bulmayı desteklemek,
- Hipotez kurmaya cesaretlendirmek vb. şeklinde sıralanabilir.

Bilgisayar Destekli Öğretim ise bilgisayarla yapılan öğretme sürecidir. Bilgisayar Destekli Öğretim, bir alanın (matematik, fizik, kimya vb.) öğretiminde bilgisayarın öğretmen ve öğrenciye yardımcı bir araç olarak kullanılmasını ifade etmektedir. Başka bir deyişle, Bilgisayar Destekli Öğretim, öğretimde bilgisayarın, öğrencinin daha etkin öğrenmesini sağlamak amacıyla kullanılması demektir. Bilgisayar Destekli Öğretim; etkileşimli ve bireysel öğrenme sunması, öğrencilere tekrar olanağı sağlaması, sınıf ortamında güç olan öğretim yöntemlerinin kullanılabilmesi, bilgisayarların renk, ses, grafik olanaklarından yararlanılması, öğrencileri düşünmeye ve araştırmaya yönlendirmesi ve bireyde özgüven duygusunu artırması bakımından faydalıdır (Demirel vd. 2004).

Bilgisayar, matematik eğitiminde gün geçtikçe daha yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak insanların ürettiği tüm araçlar gibi bilgisayarın matematik eğitiminde sahip olduğu potansiyel, kullanıcının amaçları doğrultusunda şekillenmektedir. Hepsinden önemlisi bilgisayar, matematikle uğraşanlar tarafından problem çözen ve bilgi üreten bir araç olarak kullanılabilmelidir. Oysaki ülkemizde, bilgisayar ilk defa öğretmenler tarafından tepegöz, slayt ve televizyon gibi, anlatılan dersi destekleyen bir araç olarak düşünülmüştür. Hazırlanan bilgisayar destekli uygulamalar, öğrencinin bilgisini kurmasına olanak vermeden çok, ona hazır bilgileri daha farklı formlarda süslü elektronik sayfalarda renkli grafiklerle sunmuştur. Bu ise geleneksel öğrenme ve öğretme deneyimlerimize köklü değişimler sunamamıştır (Güven ve Karataş 2002). Hatta bu ve benzeri uygulamaların, öğrenmede bir takım olumsuz sonuçları beraberinde getirebileceği ifade edilmiştir. Norcliffe (1996), bütün hesaplamalarını bilgisayarla yapan öğrencilerin matematik için son derece gerekli olan cebirsel hesap yapma becerilerini kaybedecekleri görüşünü öne sürmüştür. Etchelles (1993), öğrencilerin bir bilgisayar yazılım programında, bazı gerekli anahtar işlem sözcüklerini yerine yazarak, yaptıkları şeyin anlamını anlamadan sonuca gittiklerini belirtmiştir (Mackie 2002).

Bilginin nasıl oluştuğuna dair iki farklı bilgi kuramından söz edilmektedir. Bu kuramlardan birincisi, bilginin bireyden bağımsız olduğu görüşünü savunan Eflatuncu yaklaşımdır. Bu kurama göre, bilgi zaten bir yerlerde vardır. Bireyin görevi bu bilgiye ulaşmaktır. Bunu başarmak için hazır bilgiyi birey ya kendi bulacak ya da bir başkasından doğrudan alacaktır. Burada birey üretici değildir; var olanı bir şekilde elde etmekle sorumludur. Genellikle öğretmen merkezli öğretim yöntemleri bu epistomolojik (bilgi kuramı) yaklaşıma dayandırılır. Çünkü bilgi bireyden bağımsız görüldüğü için öğrencinin üretebileceği bir şey yoktur. Sadece otoritenin elinde olan bilgiyi almakla sorumludur, yani öğrenci pasif kalır (Baki 2002). Yukarıda bahsedilen bilgisayar uygulamaları bu kurama dayanmaktadır.

İkinci kuram ise bilginin bizzat, aktif olarak birey tarafından üretildiğini savunur. Yapısalcı (constructivist) felsefeye dayanan bu kurama göre, bilgi bireyden bağımsız değildir ve birinden bir başkasına doğrudan aktarılmaz. Birey çevresiyle yaptığı aktif etkileşim sonucu kendi bilgisini kurar. Bunu Piaget uyma ve özümseme adını verdiği iki ardışık süreç ile açıklamaktadır. İlkinde birey karşılaştığı yeni durumu fark eder, mevcut bilgi ve deneyimleri yardımıyla tanımaya ve anlamlaştırmaya çalışır. İkinci basamakta ise bu tanıma sürecinin arkasından da yeni durumu özümser. Bu süreçler tamamlandığında birey, yeni durumla ilgili bilgisini kurmuş olur. Eğer yeni durumu açıklamada mevcut bilgi yetersiz kalıyorsa, çelişkiler doğuyorsa, birey yeni durumun varlığını kabul ederek uzlaşma noktaları aramaya başlar. Bu süreç aynı zamanda bir problem çözme sürecidir. Mevcut bilgi ve deneyimleri değiştirme ve düzeltme sonucunda birey yeni sorunu çözebilmiş ise özümseme sürecini tamamlamış olur.

Böylece birey, yeni durumla ilgili bilişsel adaptasyonu tamamlayarak yeni bilgiler kurar (Baki 2002).

Genel olarak soyut kavramların kazanılması zordur. Matematiğin yapısı gereği soyut oluşu öğrencilerin kavramları öğrenmelerini güçleştirmektedir. Ancak bu zorluk, matematik kavramlarının öğretimi sırasında somutlaştırılarak veya somut araçlar kullanılarak giderilebilir veya en azından azaltılabilir. Daha somut ve daha az soyut olan kavramların daha kolay öğrenilebileceği herkesin katıldığı bir gerçektir (Ersoy 1997; Baki 2002).

Matematiğin somutlaştırılması, problem çözme ve kavramların öğrencilerin zihninde anlamlı bir şekilde oluşması yönünden son yıllarda literatürde oldukça rağbet gören bir olgudur (Presmeg 1986; Janvier 1987; Vinner 1989; Zimmermann and Cunningham 1990; Eisenberg and Dreyfus 1991; Glasenferd 1991; Steinbring 1991; Seassa 1994; Dubinsky 1994; Kaput 1994; Duval 1995) (Hitt 2001).

Somutlaştırma ile öğretim yaklaşımı üç temel yolla gerçekleştirilebilir. Bunlar, şekiller, manipulasyonlar (grafikler), animasyon ve bilgisayar yazılım programlarıdır. Burada şekiller ya da grafikler; cebirsel ifadelerin geometrik modeller yardımıyla sunulması durumu ile ilgilidir. Animasyon; cebirsel ifadelerin geometrik modellerinin hareket ya da aksiyon olarak dinamik bir şekilde sunumudur. Bilgisayar programları ise; bilgisayar ortamında matematiksel konuların cebirsel ifadelerinin kullanıldığı ve öğrencilere herhangi bir konunun cebirsel örnekler ve gerektiğinde geometrik modeller kullanılarak sunulması için gerekli araç rolündedir.

Öğrencilerin büyük çoğunluğunun en önemli problemlerinden biri, genel olarak cebirde özel olarak ta soyut cebirde karşılaştıkları soyut kavramlardır. Halbuki cebir, yalnız notasyonların yüklendiği anlamlarla değil, matematikçiler için, düşünceyi sistematik biçimde ifade edip kolay sonuç çıkarmada, genelleştirme ve sembolik yaklaşımla mantıksal argümanlara ulaşmada önemli rol oynamaktadır (Hacısalihoğlu vd. 2003). Bu kavramların çoğunu bilgisayar teknolojisi ile ifade etmek, canlandırmak mümkündür.

Bu yolla çoğu soyut kavramlar somutlaştırılabilmekte ve öğrenci için kavranılması daha kolay hale gelmektedir (Güven ve Karataş 2002).

Zihinleri yormak ve anlamsız bir yığın bilgiyi ezberlemek, bireyi yorucu işlemlerle uğraştırmak yerine matematiksel düşünme, problem çözme ve yaratıcılık becerilerini geliştirme; işlemleri yapmada araç kullanmayı yeğleme yönünde bir dizi öneriler bulunmaktadır. Buna bağlı olarak bilişim teknolojisinin okul matematiğinin öğretiminde etkin olarak kullanılması, son yıllarda yoğun olarak tartışılan, politikası, stratejisi, öğretim yöntemleri ve kurguları geliştirilen çok yönlü araştırma konularından biridir (Cockcroft 1982; Howson and Kahane 1986; NCTM 1989; Graf *et al.* 1994; Ersoy 1994; Ersoy 1997) (Ersoy 2003).

İçinde yaşadığımız yeni yüz yıl, soyut düşünmeyi ve buna bağlı olarak yaratıcı zihinsel yeteneklerin geliştirilmesini öne çıkarmıştır. Matematikte, öğrencilerin soyut düşünmeye dayalı yetenekleri kazanabilmeleri, matematiğin dayandığı kavram ve kavramların arkasındaki işlemler arasındaki mantıksal ilişkileri algılamalarına bağlıdır. Bilgisayar destekli öğretim sürecinde matematiksel kavramların dayandığı bilişsel araçların geliştirilmesi kullanılacak yazılımlara bağlı olarak problem çözme ve düşünme becerisinin kazanılmasına katkı sağlayacaktır. Bu süreçte, sınıfta işbirliği içinde olacak öğrenci grupları oluşturularak; kavramlar arkasındaki işlemlerin mantıksal ilişkilerinin keşfi, analizi ve bunlara dayalı algoritmaların yapısalcı bir yaklaşımla kurulması öğrenilmeli ve öğretilmelidir (Hacısalihoğlu vd. 2003).

Son yıllarda bilgisayar destekli öğretim yönteminin etkinliğinin belirlenmesine yönelik birçok çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda, araştırıcılar bilgisayar destekli öğretim yönteminde geleneksel öğretim yöntemine nazaran öğrenci başarılarının daha yüksek olduğunu ve bu yaklaşımla öğretilen kavramları öğrencilerin daha etkin bir şekilde öğrendiklerini ifade etmişlerdir (Ayers *et al.* 1988; Ravaglia *et al.* 1995; Leron and Dubinsky 1995; Yalçınalp vd. 1995; McCoy 1996; Hacker and Sova 1998; Krishnamani and Kimmins 2001; Rainbolt 2002; Van and Dempsey 2002; Chang 2002).

Buna ilaveten bir kısım araştırmacı da, bilgisayar destekli eğitimin başarıyı artırmanın yanı sıra öğrencilerde üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesini sağladığını ve buna bağlı olarak öğrencilerin ezberden çok kavrayarak öğrendiklerini belirtmişlerdir (Renshaw and Taylor 2000).

Bilgisayarlar, anında geri bildirim vererek, görüntülerle ilgi çekerek, oyuna benzer ortamlar sağlayarak öğrencileri öğrenme için motive edebilir (Ataman 2004). Aynı zamanda bilgisayar teknolojisi, bireyin oluşturacağı bilgileri belleğinde hem grafiksel hem de sembolik temsil biçimleri dahilinde depolamasına olanak sağlayarak bilgiyi yönlü ve çift boyutlu olarak depolatarak hem öğrenmeyi daha anlamlı hem de bilgi depolamasını uzun vadeli kılabilir (Çekbaş vd. 2003).

Ayrıca daha önce bahsedildiği gibi, yapısalcı bir felsefeye dayanan bilgi kuramından hareketle bilişim teknolojisinin kullanımı çok daha verimli ve işlevsel öğrenme ortamları oluşturulmasına olanak sağlayabilir. Böyle bir ortamda öğrenci araştırma türünden karmaşık problemleri çözebilir, çözüm yolları geliştirebilir, analiz yapabilir, varsayımda bulunarak genelleme yapabilir. Öğrenci kendi kullanımına sunulan yazılımları kullanarak kendi matematiksel çalışmalarını tasarlayabildiği gibi öğretmenin hazırladığı senaryoların içinde dolaşarak öğrenilmesi istenilen bilgi, kavram veya olguyu keşfedebilir. Öğrencinin bütün bu etkinlikleri yapması kendi öğrenmesini kontrol altına alması anlamına gelir. Derive ve Mathematica gibi yazılımlar öğrencilere bu tür öğrenme ortamı sunan birçok bilgisayar yazılımlarından ikisidir.

Yazılımlar hatasız çalışan ve kullanılması kolay paket programlardır. Yazılımlar, kullanıcılara kendileri için uygun temel formülleri, yapılan şekilleri tanımlayarak hesaplamanın, oluşturmanın tam olarak nasıl yapıldığını görme fırsatı sağlarlar. Çoğu yazılımlarda herhangi bir matematiksel yapı veya model için program yazmaya, algoritma geliştirmeye ihtiyaç yoktur. Örneğin, Excel, kâğıt, kalem ve hesap makinesinin bilgisayarlaştırıldığı bir yazılımdır. İstenilen formül elektronik tabloya kolayca girilerek değişim tablosu ve grafiği elde edilir (Baki 2001).

Günümüzde matematik öğretimi ve öğrenimi için kullanılmakta olan birçok bilgisayar yazılımı mevcuttur (Leron and Dubinsky 1995; Cannon and Playoust 1997; Krishnamani and Kimmins 2001; Baki 2001; Rainbolt 2002; Wavrik 2003; Bardzell and Shannon 2004; Çınar ve Ardahan 2003; Gülcü 2004). Axiom, Derive, Magma, Maple, Mathematica gibi bilgisayar cebir sistemleri olarak adlandırılan bilgisayar yazılımları ileri düzeydeki hesaplamalarda, diferansiyel denklemler ve diğer uygulamalı alanlarda yenilikler getirmiştir (Kulich 2000).

Bu tür bilgisayar yazılımlarından biri olan Axiom ilk kez 1973 de IBM tarafından geliştirilen Scratchpad (Karalama Defteri)in bir temsilcisidir. Axiom, 23 ü IBM olmak üzere 70 araştırmacı tarafından, matematiksel olarak doğruluk hiyerarşisi üzerine kurulmuş ve geniş bir kod sistemine dayalı olarak geliştirilen 30 yıllık deneyime sahip bir programdır. Genel bir bilgisayar cebir sistemi olan Axiom matematiksel algoritmaları geliştirmek ve araştırmak için kullanışlı bir programdır. Bunun yanında bu program paket hesaplama aracı olarak (sayıları içeren ifadelerle temel işlemler ve daha ileri hesaplamalar; örneğin sin, cos değerleri gibi) ve cebirsel ifadelerdeki (kompleks sayılar, sayı gösterimleri, modüler aritmetik gibi) hesaplamalar için kullanışlıdır(Axiom 2005).

Bir diğer bilgisayar cebir sistemi DERİVE'dir. Carl Leinbach (1994) tarafından geliştirilen DERİVE'nin grafik yetenekleri reel analizde fonksiyonların özellikleri ve limit çalışmalarında kullanılmıştır. Çoğu eğitimci bilgisayar yazılımlarını veya hesaplama araçlarını DERİVE'nin kulanım amacına benzer olarak temel matris işlemlerini gerçekleştirmek ve bunun sonucunda lineer cebir çalışmalarında daha geniş teorik özellikleri elde etmek için kullanmaktadırlar. Ayrıca DERİVE'nin grafiklerin, kompleks düzlemin görselleştirilmesine, nümerik hesaplamaların olasılık teorisini kolaylaştırabilmesine ve Fourier serilerinde yakınsaklığın anlamının görselleştirilmesine yardımcı olabileceği ifade edilmektedir (Kulich 2000).

Günümüzde, özellikle soyut cebir öğretimi ve öğreniminde kullanılmakta olan birçok yazılım mevcuttur. En yaygın olarak kullanılan yazılımlardan biri Magma bilgisayar yazılımıdır. Magma direkt olarak temel cebirsel notasyonlara dayalı bir dile ve anlama sahiptir. Ayrıca Magma, Maple ve Mathematica gibi sistemlerin aksine bir kişinin cebir çalışması için uygun bir yazılımdır (Kulich 2000).

Magma programı Avustralya araştırma birliği tarafından desteklenen Sdney üniversitesindeki bilgisayar cebir grubu tarafından geliştirilmiştir. Bu grup 1975 ve 1985 yılları arasında grup teorisi ve bu teorinin ilişkili olduğu alanlarda kullanabilmek için Cayley programını geliştirmişlerdir. 18 yıllık bir deneyime sahip olan Cayley yazılımı Magmanın tasarımı için bir başlangıç noktasıdır. Cayley programının yapabildiği şeyler daha sınırlı iken Magma genel bir cebir sistemi olarak geliştirilmiştir. Özellikle Magma cebir, sayılar teorisi ve geometri için yeni bilgisayar yazılımlarından biridir. Magma programının uygulanabildiği başlıca temel kategoriler; Sonlu grup ve yarı gruplar, halkalar, cisimler, geometrik yapılar; eliptik eğriler gibi grafik çizimleridir (Magma 2005). Bunun yanında Magma programı Sdney'de ileri düzeydeki bilgisayar cebir dersleri, grup teorisine giriş dersleri ve vektör uzaylarının öğretilmesi için de kullanılmıştır (Cannon and Playoust 1997). Bu avantajlarına rağmen Magmanın ticari amaçla dağıtımının yapılması bu programa ulaşımı zorlaştırmaktadır.

Bir diğer yazılım 1980 yılında Kanada'nın Waterloo üniversitesinde yazılmış Maple bilgisayar cebir sistemidir. Başlıca uygulama alanları üç kısımda toplanabilir. Birinci kısım, yalnızca sayısal hesaplamalar yapabilen FORTRAN ve Pascal programları gibi diğer bilgisayar cebir sistemlerinin de sahip olduğu cebirsel hesaplamalardır. İkinci uygulama alanı analizdir. Maple bilgisayar yazılımı ile çoğu matematiksel ifade diferansiyellenebilir, integre edilebilir ve belirli integraller sayısal ve cebirsel olarak hesaplanabilir. Üçüncü uygulama alanı ise cebirsel denklem çözümleri üzerinedir. Bu yazılım yardımıyla 4. dereceden denklem çözümüne kadar çoğu cebirsel denklem çözülebilir. Ayrıca Mathematica programında olduğu gibi üç boyutlu şekiller resmedilebilir (Harper 2005).

Mathematica programı da matematiğin hemen hemen tüm alanlarında kullanılabilen yine ticari olarak dağıtımı yapılan diğer bir bilgisayar yazılımıdır. Bu programı yazan bilim adamları Mathematica'nın sadece problemlerin çözülmesi, grafiklerin çizilmesi ve matris işlemleri için değil bir programlama dili olarak ele alındığında bütün istenilen işlemlerin yapılabileceğini ifade etmektedirler (Gülcü 2004).

Bazı bilgisayar yazılımları da (ESG, FGB, GAP, ISETL gibi) yalnızca soyut cebir öğretimine yönelik geliştirilmiştir. Ladnor Geissinger, elementer grup hesaplamaları için DOS ortamında bir menü sistemi sağlayan ESG'yi (Exploring Small Groups) soyut cebire giriş dersinin ilk konularının öğretimine hizmet etmek için geliştirmiştir. Daha ileri düzeydeki konuların öğretimine göre yapılandırılmış değildir. ESG yazılımının Windows ortamı için güncellemesi olarak bilinen FGB (Finite Group Behavior) ise Edward Keppelmann tarafından yazılmıştır. Bu yazılım da ESG programı ile benzer özellikleri taşımaktadır. FGB yazılımı, elemanları verilen veya oluşturulan cebirsel bir yapının işlem tabloları yardımıyla grup özelliklerinin sağlanıp sağlanamadığının kontrolünü yapan, elemanların ve grubun mertebesinin bulunması gibi grup teorisindeki temel özelliklerin öğrenilmesinde kullanılabilecek bir yazılım türüdür.

Soyut cebir konularının öğrenimi ve öğretimi için yararlanılabilecek bir diğer bilgisayar yazılımı GAP (Groups, Algorithms and Programming) tır. GAP bilgisayar yazılımı, bir çok işletim sistemi ve yapılandırma donanımı için kullanışlı bir hesaplama aracıdır (Kulich 2000).

GAP matematik araştırmacıları tarafından kullanılan gelişmiş bir programdır. Rainbolt (2002), az bir zaman harcayarak komutları öğrenen öğrencilerin GAP yazılımı sayesinde soyut cebir kavramlarını daha iyi anlayabileceklerini savunmuştur. Bunun yanında Rainbolt bu bilgisayar yazılımının öğrencilerin birey veya grup olarak öğrendiklerini test etmelerine ve cebirsel kavramları keşfetmelerine imkân sağladığını ifade etmektedir.

Rainbolt, bilgisayar aktivitelerini iki kategoriye ayırmaktadır. Birinci kategorideki bilgisayar aktiviteleri bir bağıntıyı formülleştirmede öğrencilere yol göstermek için yapılır. Çoğu durumda öğrenciler bu formülleştirmelerle iyi bilinen sonuçlara ulaşabilmektedirler. Öğrenciler bazı durumlarda yapıları dışarıdan başka bir etmen olmaksızın kendileri oluşturabilecek bazen de iyi bilemedikleri veya yanlış bildikleri yapıları doğru bir şekilde yeniden oluşturabileceklerdir. Diğer kategoride yer alan bilgisayar aktiviteleri zengin örnek sunulmasıyla bir kavramın daha net bir şekilde anlaşılmasını sağlamak için tasarlanmıştır. Öğrenciler gruplar ve buna benzer karmaşık cebirsel yapıları genel olarak GAP sayesinde inceleme olanağı bulabileceklerdir. Ayrıca, GAP bilgisayar yazılımının öğrencilerde ilgi ve merak uyandırdığı ve bu sebeple programın öğrencileri derse karşı motive etmek için yararlanılabilecek alternatif bir yol olarak kullanılabileceği de ifade edilmektedir (Rainbolt 2002).

Bir diğer bilgisayar yazılımı birçok enstitüde öğrenci araştırmaları için mevcut olan ISETL dir (Schwartz 1997). Çoğu araştırmacı soyut cebir konularının öğretiminde ISETL programını kullanmıştır (Dubinsky and Leron 1994; Leron *et al.* 1995; Brown *et al.* 1997; Asiala *et al.* 1997, 1998) ISETL yazılımı yardımıyla öğrenciler, bir grubu oluşturmak için elemanları mantık yürüterek yerleştirdikten sonra mertebe, yan küme, bölüm ve homomorfizm gibi cebirsel özellikleri araştırabilirler. ISETL programı da GAP yazılımında olduğu gibi öğrencilere aktif bir öğrenme ortamı sağlamaktadır (Kulich 2000).

Dubinsky ve Leron (1994) tarafından yazılmış olan "Learning Abstract Algebra with ISETL" adlı kitaptaki bilgiler yapısalcı bir felsefeye dayanır. ISETL de gerçekleştirilen bilgisayar aktivitelerinin temel kaynağını ISETL programlama dilinde yazılmış küçük programlar oluşturur. ISETL programı ile çalışırken kritik noktalardan biride 2 ile 4 arasında öğrenciden oluşturulmuş, aktivitelerin incelendiği ve tartışıldığı grup çalışmalarıdır. ISETL programına dayalı öğretim yönteminde her bir konunun öğretimi ilk önce bilgisayar aktiviteleri ile başlar. Bunu kavramların standart tanımlarının verilişi takip eder. En son basamakta ise konularla ilgili alıştırmalar yer almaktadır.

ISETL programına dayalı öğretim yönteminde ACE (activities, class discussion material, exercises) adı verilen bir öğretim döngüsü önerilmektedir. Bu öğretim döngüsünde, ders her biri yaklaşık bir hafta çalışılacak bölümlere ayrılır. Hafta boyunca öğrenciler, bazı günler bilgisayar laboratuvarında diğer günler ise bilgisayarın olmadığı düzenli bir sınıfta bir araya gelir.

Aktiviteler :

Bunlar, öğrencilerin problemleri çözmede kullanılabilecek matematiksel yapıları gösteren ve ISETL'deki bilgisayar kodlarını yazmalarını gerektiren problemlerin sunulduğu bölümü oluşturur.

Aktiviteler, araştırmaların öngördüğü özel zihinsel yapıların oluşumu için tasarlanmıştır. Genelde bir aktivite, derste henüz açık bir şekilde verilmemiş matematiksel yapının kullanımını gerektirmektedir. Öğrencilerden dersin başındaki ipuçları veya açıklamaları kullanarak matematiksel yapıyı keşfetmeleri, hatta tam doğru olarak tahmin etmeleri beklenir.

Sınıf Tartışma Materyali:

Bu bölüm öğrencilerin önemli derecede zaman harcadıkları ve aynı konuyla ilişkili aktivitelerde çaba sarf ettiği tüm durumları içine alan bazı ifadeleri, bir kısım tamamlanmamış matematiksel yapıları ve birçok soruyu içermektedir.

Öğrenciler, laboratuvarda bilgisayar aktivitelerine dayalı işleri sınıf ortamında kağıt ve kalemle yapmaları için tekrar bir araya gelirler. Öğretmen, öğrencilerin üzerinde çalıştıkları hesaplamaları sunmalarına imkan sağlamak için grup içi tartışmaları başlatır. Bu esnada öğretmen öğrencilerin konu hakkındaki düşüncelerini ortak bir paydada birleştirmek için tanımları, açıklamaları ve konu ile ilgili bakış açısını verir.

Bu aktiviteler sayesinde öğrenciler, formal tanımları ve teoremleri daha anlamlı bir şekilde ilişkilendirebilmektedirler.

Alıştırmalar :

Geleneksel alıştırmalar öğrencilerin nispeten grup halinde çalışmalarına imkan sağlamak amacı ile verilir. Bunların ders ve laboratuvar dışında tamamlanması beklenir ve alıştırmalar laboratuvar ödevlerine ilaveten ev ödevi şeklinde verilir.

Alıştırmaların amacı öğrencilerin oluşturduğu fikirleri desteklemek, sağlamlaştırmak öğrendikleri matematiksel yapıları kullanmalarını ve bu esnada daha sonra çalışılacak durumlar hakkında düşünmeye başlamalarını sağlamaktır (Dubinsky and Leron 1994).

2. KAYNAK ÖZETLERİ

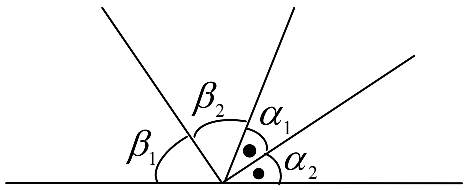
Bu bölümde sırasıyla izomorfizm kavramının öğretimine ve matematik öğretiminde bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının etkinliğinin belirlenmesine yönelik olarak yapılmış olan bazı çalışmalar ve bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar kısaca özetlenmektedir.

Leron vd (1995), lisans öğrencilerinin soyut cebire giriş derslerinde grup izomorfizmi kavramını nasıl öğrendiklerini incelemişlerdir. Araştırmada, öğrencilere grup izomorfizmi konusu anlatılırken, geleneksel olmayan bilgisayar aktivitelerine ve grup çalışmalarına dayalı ISETL bilgisayar yazılımı kullanılmıştır. Araştırmanın verilerini dönem sonunda yapılan final sınavı ile bu sınavdan sonra öğrencilerin bir kısmı ile 7 haftalık bir sürede gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış mülakatlar oluşturmaktadır. Yapılan analiz sonucunda izomorfizm kavramı ile ilişkili öğrenme güçlüklerinin bir kısmının aslında işlem yapabilme ile ilgili olduğu savunulmuştur. Araştırmacılar öğretimde doğal izomorfizm (isimleri değiştirilmiş aynı grup) tanımı ile başlanmasının iyi bir başlangıç olduğunu fakat genelde izomorfizm kavramının direkt olarak farklı rollere sahip olan iki grupla tanımlandığını ve karmaşık bir fonksiyon kavramını gerektirdiğini belirtmektedirler. Araştırmacılar yapılan değerlendirme sonucunda, öğrencilerin iki grup arasında bir izomorfizmi oluşturmaya çalıştıklarında, bir izomorfizm kuralı umduklarını ve bu kural için bir seçim yapmaları gerektiğinde ise zorlandıklarını tespit etmişlerdir.

Greer ve Harel (1997), yaptıkları çalışmada izomorfizmin kelime anlamı olan "eş yapılılık" üzerinde durmuşlardır. Bu araştırıcılar, öğrencilerin izomorfizmi kavramalarında görselleştirmenin önemli olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada, öğrencilere sekiz adet soru yöneltilerek öğrencilerden bunlardan hangisinin diğerine izomorf olduğunu bulmaları istenmiştir. Bu sorulardan ikisi aşağıda verilmiştir.

Problem 1 :

$\beta_1 = \beta_2$ ve $\alpha_1 = \alpha_2$ ise $\beta_2 + \alpha_1$ ifadesinin değeri nedir?



Problem 2:

Senin ve kız kardeşinin toplam 180 doları olsun. Kız kardeşin ve sen ayrı ayrı paralarınızın yarısını bana verirseniz, sizdeki paranın ne kadarı eksilmiştir?

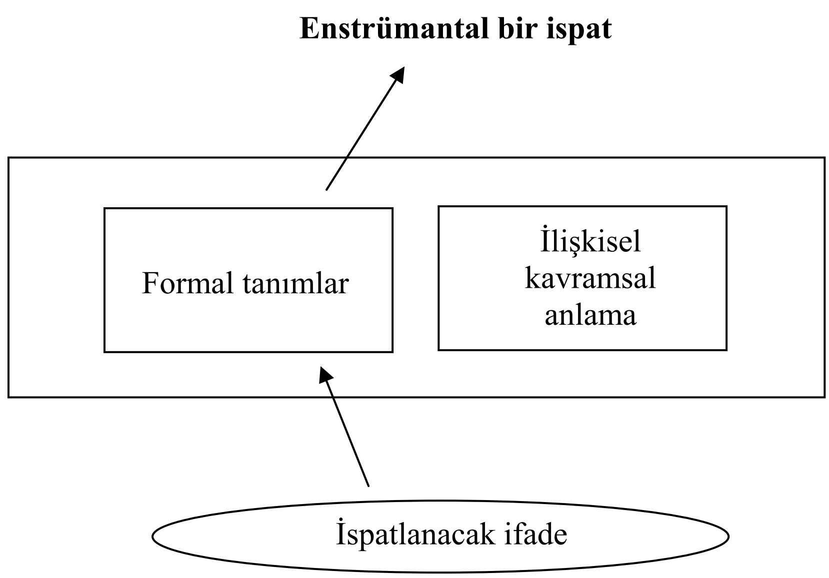
Araştırıcılar öğrencilerin Problem 2'yi çok kolay çözmelerine rağmen iki problem arasında ilişki kuramadıklarını belirtmişlerdir. Öğrenciler ancak Problem 1'i çözdükten sonra iki problemin aynı yapıda olduklarını fark etmişlerdir. Greer ve Harel (1997); izomorfizm kavramını anlayan öğrencilerin, yeni öğretilecek kavramlarla daha önceden öğrenmiş oldukları kavramlar arasındaki benzerlikleri kurmada ve yeni kavramları anlamada daha başarılı olacaklarını ifade etmişlerdir.

Nardi (2000), öğrencilerin matematiksel soyutlamada karşılaştıkları güçlükleri tespit etmeye çalışmıştır. Bu amaçla matematik öğrencilerinin tutumları ilk iki yarıyıl boyunca gözlemlenmiştir. Çalışmadaki veriler mülakatlar ve bireylerin almış oldukları alan notları ile oluşturulmuştur. Bu çalışmada grup teorisi ile ilgili 3 durum incelenmiştir: (I) Bir elemanın mertebesi, geren <g> ve grup işlemi konularındaki kavramsal ve kullanılan dilden kaynaklanan güçlükler, (II) Geometrik şekillerin kullanımı vasıtasıyla yan küme kavramında ortaya çıkan anlam, (III) Gruplar için birinci izomorfizm teoremi ile ilgili kavramsal güçlükler. Araştırma sonucunda birinci sınıf matematik öğrencilerinin grup teorisi ile ilişkili bazı temel kavramlarda öğrenme güçlüğü çektikleri tespit edilmiştir.

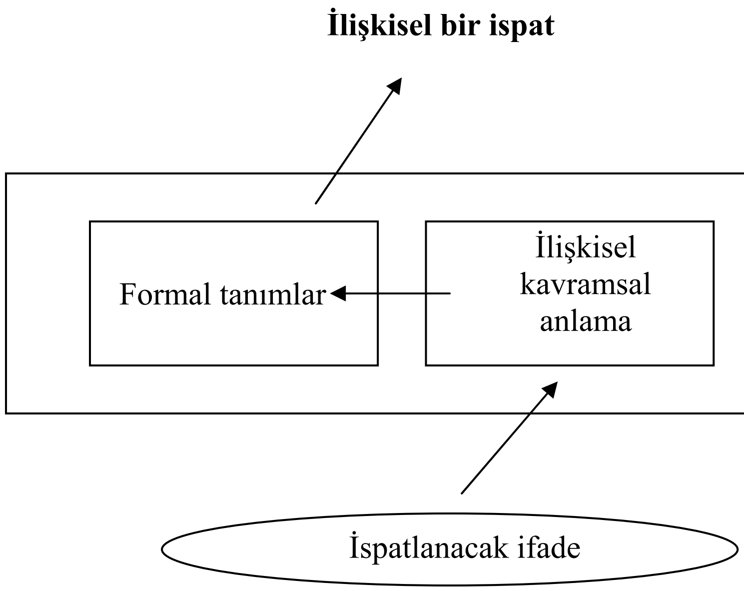
Weber (2001), grup homomorfizmi konusundaki ispatları yapabilmede stratejik bilginin gerekliliğini incelemiştir. Çalışmadaki veriler, 4 lisans ve 4 doktora olmak üzere toplam 8 öğrencinin grup homomorfizmi konusunda 7 soruya verdiği cevaplardan elde edilmiştir. Weber, doktora öğrencilerinin lisans öğrencilerine göre daha başarılı olduğunu ifade etmektedir. Bunun nedenini, lisans öğrencilerinin stratejik bilgilerinin eksikliği olarak açıklamıştır. Daha çok problemle yüz yüze kalmış ve problemlerin çözümüyle uğraşmış doktora öğrencilerinin stratejik bilgilerinin daha fazla olduğunu savunmuştur.

Findell (2001), "Soyut Cebirde Öğrenme ve Anlama" başlıklı tez çalışmasında gruplar, altgruplar, izomorfizm, homomorfizm, yan kümeler ve bölüm gruplarının öğrenimini incelemiştir. Çalışmaya 29 öğrenci dahil edilmiştir. Analiz ve sonuçlar final sınav kağıtları ve 5 katılımcı ile yapılan mülakatlara dayanmaktadır. Çalışmada, grup izomorfizmi kavramıyla ilgili olarak öğrencilerden ilk basamakta $\{e,a,b,c\}$ kümesinin elemanları ile bir grup teşkil edecek şekilde mümkün olan bütün işlem tablolarını oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler bu şekilde dört işlem tablosu bulmuşlardır. İkinci olarak, öğrencilerden yeniden düzenleme ve yeniden adlandırma vasıtasıyla bu tablolardan hangilerinin diğer tablolara benzetilebileceğini bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden bir kısmı üçünün birbirine benzetilebileceğini birinin hiç birine benzemediğini keşfetmişlerdir. Bu, üç grubun birbirine izomorf olduğunu ve aynı yapıda olduklarını göstermektedir. Aynı zamanda, bir diğeri üçüne izomorfik olmayan dört işlem tablosu farklı bir soyut grup yapısını ortaya çıkarmaktadır. Bu sayede öğrencilerin dördüncü mertebeden iki soyut grup gösteriminin olduğunu kavrayabildikleri ifade edilmektedir. Findell'e göre öğrenciler, işlem tablolarının yeniden adlandırılması ve düzenlenmesi sürecine dayalı olarak izomorfizmin zengin ve büyük ölçüde informal kavram düşüncesini geliştirirler. Bu süreç işlem tablolarında listelenen elemanların sırası ve elemanların isimlerinden bağımsız olarak soyut grup kavramının oluşmasını desteklemektedir. Bu deneyimler vasıtasıyla öğrenciler 2. mertebeden 1 grup, 3. mertebeden 1 grup ve 4. mertebeden 2 grup olduğunu görme olanağını elde etmektedirler. Araştırmadan elde edilen sonuçlar işlem tablolarının izomorfizm kavramı için uygulanabilir, deneyimsel bir kaynak sağladığına işaret etmektedir.

Weber (2002), grup izomorfizmi konusundaki ispatları yapabilmede enstrümantal ile ilişkisel anlamanın rolünü araştırmıştır. Weber, öğrenci bir kavramın tanımını ifade edebiliyor, o kavramla ilişkili teoremlerin farkında olabiliyor ve bazı özel durumlarda teoremleri uygulayabiliyor ise kavramla ilgili enstrümantal anlamaya; şayet kavramı daha açık ve anlaşılır hale getirmek için oluşturulan informal tanımını anlıyor ve bu kavramla ilişkili olan teoremlerin niçin doğru olduğunu biliyor ise öğrencinin ilişkisel anlamaya sahip olduğunu ifade etmektedir. Weber, Enstrümantal bir ispatla ilişkisel ispatı şematik olarak aşağıdaki şekilde sunmuştur.



Şekil 2.1. Enstrümantal bir ispat



Şekil 2.2. İlişkisel bir ispat

Bu çalışma, Weber'in 2001 de yapmış olduğu çalışmanın bir benzeridir. Çalışmada öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri araştırmak amacıyla onların grup izomorfizmi konusundaki ispatları yapabilme yetenekleri gözlemlenmiştir. Bir önceki çalışmada olduğu gibi araştırma verilerini, 4 lisans ve 4 doktora öğrencisinden elde edilen bulgular oluşturmaktadır. Araştırma sonuçları doktora öğrencilerinin lisans öğrencilerine göre daha başarılı olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni olarak doktora öğrencilerinin ispatları yaparken düzenli bir şekilde ilişkisel anlamayı kullanmaları gösterilmektedir. Lisans öğrencileri bu olguyu nadiren kullanmışlardır. Sonuç olarak enstrümantal anlamayı kullanarak ispat yapabilmenin sınırlı olduğu, etkili bir ispat için ilişkisel anlamanın kullanılması gerektiği ifade edilmektedir. Weber'e göre, eğer öğrencilere özenle seçilmiş izomorfik olan ve olmayan grup örnekleri sunulursa, öğrenciler grup izomorfizmi kavramı ile ilgili ilişkisel anlamayı çok iyi bir şekilde oluşturulabilirler. Bu kavramın varlığını anladıktan sonra öğrencilere formal tanım verilebilir. Hatta bu süreçten sonra, öğrencilerin bazen kendi başlarına bile formal tanımı bulabileceği belirtilmektedir (Weber 2002).

Dubinsky ve Tall (1991), bilgisayarın ileri düzeyde matematiksel düşünceyi tamamlamak için bir araç olarak kullanılabileceğini ifade etmektedirler. Yeni bilgisayar yazılımları öğrencilerin kavramları direk ve anlamlı bir şekilde açıklamalarını sağlamak ve öğrenciler için daha uygun yeni matematiksel yaklaşımlar sunmak için geliştirilmektedir. LISP, APL, PROLOG, BASIC, LOGO, FORTRAN, PASCAL ve ISETL gibi birçok bilgisayar yazılımının avantajları ve dezavantajlarının incelendiği çalışmada ileri düzeyde matematiksel düşünmeyi geliştirme amacına en iyi hizmet edebilecek yazılımlardan birinin ISETL olduğu vurgulanmaktadır. Yazarlar ISETL'de belli yapıları öğrencilere yaptırma yoluyla onların zihinlerinde paralel matematiksel yapılar oluşmasının sağlanabildiğini ve böylece çeşitli matematiksel kavramların daha anlaşılabilir hale geldiğini ifade etmektedirler.

Cnop (1997), geleneksel olarak önerilen yöntemlerin ötesinde bilgisayar cebir paket programlarının matematiksel kavramların incelenmesine imkan sağladığını ve bunun matematik eğitimi açısından çok önemli olduğunu belirtmektedir. Çünkü limit, eşitsizlikler, süreklilik gibi matematiksel kavramlar öğrenciler tarafından zor algılanmaktadır. Bilgisayar cebir paket programları sayesinde matematik eğitimi için ek kaynaklar oluşturulabilir. Cnop çalışmasında, bilgisayar cebir paket programlarından biri olan Mathematica'yı kullanmayı önermiştir. Bu programla oluşturulabilecek grafik ve animasyonlar vasıtasıyla matematik öğrenenlere görsel bir ortam sunulabileceğini belirtmiştir. Cnop, sonuç olarak bu tekniklerin kullanımı sayesinde:

- Matematiğe karşı ilginin arttırılabileceğini,
- Kalıcı ve hızlı öğrenmenin gerçekleşeceğini ve
- Öğretmenlerin işinin kolaylaşacağını

savunmuştur.

Zazkis ve Gunn (1997), öğrencilerin kümeler teorisine girişte; küme, küme elemanları, altküme ve boş küme gibi temel kavramları nasıl anladıklarını araştırmışlardır. Çalışmaya 46 sınıf öğretmenliği öğrencisi katılmıştır. Bunların 28'i ISETL bilgisayar projesine katılmıştır. Çalışmanın verilerini, 46 öğrencinin yazılı kağıtları ve ISETL projesine katılan öğrencilerden 15'i ile yapılan yarı-yapılandırılmış mülakatlar oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda öğrencilerin genelde boş kümenin özelliklerini anlamaya çalışırken "her küme aynı zamanda bir alt kümedir", "her küme kendisinin bir alt kümesidir" gibi bir takım özellikleri anlamada zorlandıkları tespit edilmiştir. Araştırmacılar, ISETL deneyimlerinin küme elemanlarını ve alt küme fikrini kazanmalarında öğrencilere yardımcı olduğunu ifade etmektedirler.

Brown vd (1997), lisans öğrencilerinin soyut cebire giriş derslerinde ikili işlem, grup ve alt grup kavramlarını nasıl öğrendiklerini incelemişlerdir. Çalışmaya, 31'i deney grubu ve 20'si de kontrol grubu olmak üzere toplam 51 öğrenci dahil edilmiştir. Deney grubunda kavramların öğretimi, "Learning Abstract Algebra with ISETL" kitabında belirtilen ACE öğretim döngüsüne uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri yapılan yazılı sınavlar ile bu sınavlardan sonra öğrencilerin bir kısmı ile gerçekleştirilen mülakatlardan elde edilmiştir. Yapılan analiz sonucunda, ikili işlem, grup ve alt grup kavramlarını öğrenmede deney grubu öğrencilerinin geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları ifade edilmiş ve bazı önerilerde bulunulmuştur.

Ubuz (2002), lisans düzeyindeki analiz derslerinde ISETL ve DERİVE yazılımlarının kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile öğrencilerin türev kavramını öğrenmelerini incelemiştir. Çalışmada, matematiksel kavramları bilgisayar ortamında oluşturmalarında öğrencilere yardım etmek için ISETL programı, hesaplamalar ve grafik çizimleri için ise DERİVE programı kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemi, Orta Doğu Üniversitesindeki 59 matematik ve matematik eğitimi öğrencisinden oluşmaktadır. Öğrencilerin limit ve türev konularını anlamalarını ölçmek için bir test geliştirilmiş ve ön-test, son-test olarak uygulanmıştır. Uygulama sonrasında öğrenciler arasından rasgele seçilen 11 öğrenci ile mülakat yapılmıştır. Testte yer alan sorulara verilen yazılı ve sözel cevaplar türev kavramının iyi bir şekilde anlaşıldığını ortaya çıkarmaktadır. Ubuz, sonuçların aynı zamanda öğrencilerin ISETL programı vasıtasıyla bilgiyi ezberleyerek değil kavramsal olarak öğrendiklerini ifade etmiştir.

Kulich (2000), soyut cebirde kullanılan bilgisayar cebir sistemlerini incelediği çalışmasında, ESG, FGB, GAP, ISETL gibi bazı bilgisayar yazılımları ve bu yazılımların kullanımları hakkında bilgi vermiştir. Kulich, ESG'nin Ladnor Geissinger tarafından soyut cebire giriş derslerini alan öğrencilerin başlangıçta yer alan konuların öğretimine hizmet etmek için geliştirildiğini, ancak bu yazılımın daha ileri düzeydeki konuların öğretimine uygun olmadığını belirtmiştir. FGB yazılımının ise elemanları verilen veya oluşturulan cebirsel bir yapının işlem tabloları yardımıyla grup özelliklerinin sağlanıp sağlanmadığının kontrolü, elemanların ve grubun mertebesinin bulunması gibi grup teorisindeki temel özelliklerin öğretilmesinde kullanılabilecek bir yazılım türü olduğunu ifade etmiştir. Kulich, soyut cebir konularının öğrenimi ve öğretimi için yararlanılabilecek bir diğer bilgisayar yazılımı GAP'ın, işletim sistemleri ve çoğu yapılandırma donanımı için kullanışlı olan güçlü bir hesaplama aracı olduğunu ifade etmiştir. ISETL yazılımıyla da öğrencilerin bir grubu oluşturmak için elemanlar arasındaki mantıksal ilişkileri kurabileceklerini sonrasında mertebe, yan küme, bölüm grubu ve homomorfizm gibi cebirsel özellikleri araştırabileceklerini belirtmiştir. Ayrıca bu çalışmada, bahsedilen teknolojik araçların öğrencilerin motivasyonunu artırmada, öğretim ortamını zenginleştirmede önemli avantajlar sağlayacağı ifade edilmiştir.

Pesonen ve Malvela (2000) çalışmalarında, öğrencilerin matematik ve fen bilimleri alanlarında yeterli derin bir bilgiye sahip olmalarını sağlamak ve öğretmen olarak mesleklerinde kullanabilecekleri güncel bilgilerden haberdar etmek amacıyla Joensuu üniversitesinin matematik bölümündeki öğretmenlik konu alanlarında yapılabilecek değişiklikleri araştırmışlardır. Bu amaçla; soyut cebir dersi alan 45 kişilik öğrenci grubuna, ISETL programlama dilinin esas alındığı bilgisayar aktiviteleri ile desteklenmiş işbirlikçi öğretim yöntemi kullanılarak soyut cebir dersinin bazı kavramları öğretilmeye çalışılmıştır. Kavramların öğretiminde, Dubinsky'nin öğretim metodunda belirtilen grup çalışmaları ve ACE öğretim döngüsü kullanılmıştır. Çalışmadaki veriler; gruplar için öğretim sürecinin ortasında yapılan sınav (%20), öğretim sürecinin sonunda yapılan bireysel sınav (%35), ev ödevleri (%20) ve dersler esnasında yapılan birçok quiz sınav notlarından (%25) oluşturulmuştur. Elde edilen veriler ışığında araştırıcılar, öğretim süreci sonunda öğrencilerin genel olarak başarılı olduklarını ve özellikle de grup çalışmalarının bu başarıda önemli bir etken olduğunu ifade etmektedirler.

Khrishnamani ve Kimmins (2001), soyut cebir ve analiz derslerinin öğretiminde bir araç olarak teknolojinin kullanımını incelemişlerdir. Her iki dersin öğretiminde de ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada, öğrencilerin soyut cebir ve analiz derslerindeki bazı kavramları öğrenmeleri bir önceki sömestr başarıları ile karşılaştırılmıştır. Khrishnamani soyut cebir dersini alan 22 öğrenci üzerinde yürüttüğü çalışma sonucunda, ISETL'in öğrencilerin mantıksal düşünmelerine yardımcı olduğunu, alt grup olma şartlarını kullanma ve bazı sonlu grupları anlamada bir önceki sömestrdeki öğrencilerden daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Kimmins ise analiz dersini alan 13 öğrenci ile yürüttüğü çalışma sonucunda, bilgisayar kullanımı vasıtasıyla öğrencilerin derse karşı ilgilerinin arttığını ve analizin temel kavramlarını daha başarılı bir şekilde öğrendiklerini ifade etmiştir.

Rainbolt (2002), üniversite düzeyindeki soyut cebir derslerinde bir araç olarak GAP (Groups, Algorithms and Programming) bilgisayar yazılımının kullanımını araştırmıştır. Çalışmada yazarın kendi sınıflarında kullanmış olduğu özel alıştırmalar ifade edilmiş ve incelenmiştir. GAP bilgisayar yazılımı, öğrencilere çeşitli cebirsel konuların örneklerini sunmak ve bu cebirsel yapıların şekillerini ve yapısını göstermek için kullanılmıştır. Rainbolt, GAP yazılımı sayesinde az bir zaman harcayarak komutları öğrenen öğrencilerin soyut cebiri anlamalarına yardım edecek güçlü bir kaynak elde edebileceklerini savunmuştur. Bunun yanında bu bilgisayar yazılımının öğrencilerin birey veya grup olarak öğrendiklerini test etmelerine ve cebirsel kavramları keşfetmelerine imkân sağladığını ifade etmektedir. Rainbolt çalışmasında, bilgisayar aktivitelerini iki kategoriye ayırmaktadır. Birinci kategorideki bilgisayar aktiviteleri bir bağıntıyı formülleştirmede öğrencilere yol göstermek için yapılır. Çoğu durumda öğrenciler bu formülleştirmelerle iyi bilinen sonuçlara ulaşabilmektedirler. Öğrenciler bazı durumlarda yapıları dışarıdan başka bir etmen olmaksızın kendileri oluşturabilecek bazen de iyi bilemedikleri veya yanlış bildikleri yapıları doğru bir şekilde yeniden oluşturabileceklerdir. Diğer kategoride yer alan bilgisayar aktiviteleri zengin örnek sunulmasıyla bir kavramın daha net bir şekilde anlaşılmasını sağlamak için tasarlanmıştır. Öğrenciler gruplar ve buna benzer karmaşık cebirsel yapıları genel olarak GAP sayesinde inceleme olanağı bulabilmektedirler. Ayrıca Rainbolt, GAP bilgisayar yazılımının öğrencilerde ilgi ve merak uyandırdığını ve bu sebeple programın öğrencileri derse karşı motive etmek için alternatif bir yol olarak kullanılabileceğini ifade etmektedir.

Berger (2002), ISETL'in standart matematiksel notasyonlara benzer yapılarla oluşturulan matematiksel bir programlama dili olduğunu ifade etmektedir. Çalışmasında üniversite seviyesindeki soyut cebir derslerinde ISETL'in nasıl kullanılabileceğini tanımlamıştır. Berger, ISETL kodlarını içeren bir çok örnek sunmuştur. Berger, vermiş olduğu örnekler yardımıyla bu programlama dili ile ilgilenen eğitimcilerin kendi derslerinde ISETL'in kullanışlı olup olamayacağına kolaylıkla karar verebileceklerini belirtmiştir.

Keppelmann ve Webb (2002), Ladnor Geissinger tarafından yazılan ESG (Exploring Small Groups) bilgisayar yazılımının eğitimsel gücünün ve yeteneklerinin geliştirildiği FGB (Finite Group Behavior) programını tanımlamışlardır. Bu çalışmada yazarlar FGB nin özelliklerini ve felsefesini incelemişler ve bu yazılımı kullanacaklar için bazı öneriler sunmuşlardır. Ayrıca bu çalışmada, FGB yazılımının soyut cebire yeni başlayan öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları bertaraf etmede iyi bir araç olabileceği ifade edilmiştir.

Mackiv (2002), soyut cebir derslerinde MATLAP bilgisayar yazılımının kullanımını incelemiştir. Mackiv, matris gruplarının, soyut cebirin görselleştirilmesi ve çözülebilen problemler için mükemmel bir kaynak olduğunu belirtmiştir. Çalışmada, MATLAP gibi paket programların grup bağıntılarını tanımlamak, elemanların mertebelerini hesaplamak ve alt grupların elemanlarını göstermek için kullanışlı olduğu, ayrıca bu tür yazılımlar sayesinde öğrencilerin nadiren karşılaştıkları değişmeli olmayan grup tiplerini incelemek için imkan bulabildikleri ifade edilmiştir.

Charlwood (2002), çalışmasında soyut cebire giriş derslerinde simetrik gruplar, matris gruplar ve kompleks sayı grupları konularında MAPLE bilgisayar yazılımının nasıl kullanılacağını araştırmıştır. Çalışmada her üç konunun öğretimine yönelik MAPLE çalışma yaprakları hazırlanmış ve konuların öğretiminde bu materyallerden yararlanılmıştır. Öğretim süreci sonunda, öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişkileri kurmada ve iddialarını ispatlamada daha cesaretli olduklarını gözlemleyen Charlwood, elde edilen veriler ışığında, MAPLE bilgisayar çalışma yaprakları ile zenginleştirilen öğretim yaklaşımının öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin gelişmesine önemli bir derecede katkı yaptığını ifade etmektedir.

Smith (2002), çalışmasında soyut cebir dersinin öğretimi için işbirlikçi öğrenme ve bilgisayar aktivitelerini içeren yeni bir öğretim modeli tanımlamıştır. Bu öğretim modelinde öğrenciler matematiksel ifadeleri özümsemek ve oluşturmak için bilgisayar laboratuvarlarında ISETL'i kullanmışlardır. Smith yaptığı çalışmada, dönem sonunda geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı öğrenci grubunun %30'unun ispatları yapabildiklerini belirtirken yeni öğretim yönteminin kullanıldığı öğrenci grubunda ise bu oranın %56 olduğunu ifade etmektedir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin soyut cebir kavramlarını anlamada ve ispatları yapmaları açısından yeni öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Konyalıoğlu ve Dikici (2004), bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının, öğrencilerin normal altgrup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarılarına etkisini incelemişlerdir. Çalışmanın örneklemini Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nde öğrenim gören 10'u deney grubu ve 10'u da kontrol grubu öğrencileri olmak üzere toplam 20 öğrenci oluşturmaktadır. Normal alt grup ve bölüm grubu kavramları, deney grubu öğrencilerine ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi kullanılarak anlatılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını anlamaları açısından deney grubunda uygulanan bilgisayar destekli öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca araştırmacılar, bilgisayarın ileri düzeydeki matematik derslerinde kullanılmasının öğrencinin teknolojiye bakışını olumlu yönde değiştirmekte olduğunu ve kavramlar, yapılar ve bağıntıları daha anlamlı öğrendiklerini ifade etmişlerdir.

Nwabueze (2004), çalışmasında soyut cebire giriş derslerinde alt gruplar, yan küme, normal alt gruplar ve bölüm grubu konularının öğretiminde yapısalcı felsefeye dayalı işbirlikçi öğretim yöntemi ile Excel bilgisayar yazılımının kullanımını incelemiştir. Çalışmada konuların öğretimine yönelik hazırlanan Excel çalışma yaprakları kullanılmıştır. Haftada iki saat olan soyut cebir dersinin bir saatlik kısmı konuların bilgisayar aktiviteleri ile sunumuna, bir ders saati de konularla ilgili alıştırmalara ayrılmıştır. Konuların öğretimi dersin müfredatı için belirlenen ders saatinden 6 saat daha fazla zaman almıştır. Yapılan değerlendirmede öğrencilerin %70'inin sömestr sonunda ispatları yapmada başarılı olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin soyut cebir dersinde yer alan kavramları daha derin bir şekilde anladıkları ve bu çalışmada takip edilen yaklaşımla ispatları daha ustaca yapmayı öğrendikleri ifade edilmiştir. Nwabueze, soyut cebir derslerinde öğrencilerin kavramları anlayıp ispat yapabilmelerini sağlamak amaç olarak belirlenmişse yapısalcı yaklaşım, işbirlikçi öğrenme ve bilgisayar destekli öğretimin kullanılmasının etkin bir yöntem olabileceğini belirtmiştir.

Konyalıoğlu (2005), ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarılarına ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini incelemiş ve bu kavramların öğretimine katkı sağlamak amacıyla geometrik modeller geliştirmiştir. Çalışma, Atatürk Üniversitesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda öğrenim gören 36 öğrenci üzerinde uygulanmıştır. Çalışma sonucunda, bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu öğrencilerinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı bir şekilde öğrendikleri ve ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını olumlu yönde etkilediği belirtilmiştir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Problem ve Hipotezler

3.1.1. Çalışmanın amacı

Çalışmanın amacı; izomorfizm kavramının öğretiminde ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin ve geleneksel öğretim yönteminin öğrenci başarısına olan etkilerini karşılaştırmaktır.

3.1.2. Alt problemler

1- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

2- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

3- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

4- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, GAP-ISETL programlama dillerinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

3.1.3. Hipotezler

Araştırmanın hipotezleri aşağıdaki gibidir;

H_o1- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

H_o2- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

H_o3- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

H_o4- İzomorfizm kavramı ile ilgili, öğrenci başarıları açısından, GAP-ISETL programlama dillerinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

3.2. Deneysel Yöntem

Çalışmada, üç farklı öğretim yönteminin; ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin etkinliğinin belirlenmesi amacıyla deneysel araştırma modellerinden "eşit olmayan kontrol grubu deseni (nonequational control group design)" esas alınmıştır (Karasar 1998; McMillan and Schumacher 2001). Çalışmanın deneysel yöntemi aşağıdaki Çizelgede özetlenmektedir:

Çizelge 3.1. Deneysel yöntem

Gruplar	Ön testler	Uygulama	Son testler
Deney grubu-1	S_1	GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi	S_2
Deney grubu-2	S_1	ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi	S_2
Kontrol grubu	S_1	Geleneksel öğretim yöntemi	S_2

Burada; S_1 ve S_2 izomorfizm bilgi testini temsil etmektedir.

Çalışmada izomorfizm bilgi testi, öğrencilerin izomorfizm kavramı konusundaki bilgi düzeylerini ortaya çıkarabilmek amacıyla uygulamadan önce ön test olarak; uygulama yapıldıktan sonra son test olarak, çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına uygulanmıştır. Ayrıca oluşturulan öğrenci gruplarının homojen olup olmadıklarını belirlemek amacıyla öğrencilerin ağırlıklı genel ortalamaları (AGNO) ve ön testten almış oldukları notlar da göz önüne alınmıştır.

3.3. Çalışmanın Örneklemi

Çalışmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalında, aynı öğretim üyesinin ders verdiği iki farklı şubedeki 79 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Uygulama, 2005-2006 öğretim yılının birinci döneminde gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışma 3. sınıftaki 2 farklı şubeye uygulanmıştır. Bu iki şube rasgele bir şekilde deney grubu ve kontrol grubuna ayrılmıştır. Deney grubunu oluşturan şubelerdeki öğrenciler tekrar rasgele bir şekilde iki farklı gruba ayrılmıştır. Bu gruplardan biri

ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı Deney grubu-1; diğeri GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı Deney grubu-2 olarak belirlenmiştir.

3.4. Değişkenler

3.4.1. Bağımsız değişkenler

Uygulamada kullanılan öğretim yöntemleri; ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yöntemi çalışmanın bağımsız değişkenlerini teşkil etmektedir.

3.4.2. Bağımlı değişkenler

Öğrencilerin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları çalışmanın bağımlı değişkenidir.

3.5. Çalışmada Kullanılan Araçlar

3.5.1. İzomorfizm bilgi testi

İzomorfizm bilgi testi oluşturulmadan önce, izomorfizm kavramının öğretimi ile ilgili literatür çalışması yapılmıştır. Aynı zamanda, bu alanda uzman olan kişilerin görüşlerine başvurulmuştur. Testte yer alan soruların bir kısmı araştırmacı tarafından geliştirilirken bir kısmı da literatürden yararlanılarak belirlenmiştir. Soruların tamamı izomorfizm kavramı ile ilgilidir ve bu soruların her biri, konu ile ilgili tek bir kavramı ölçmeye yönelik olarak hazırlanmıştır.

İzomorfizm bilgi testi, birinci ve üçüncü soru iki şıktan oluşmak üzere, klasik işleme dayanan toplam 7 soru tipinden oluşmaktadır. Testin güvenirliğini belirlemek için güvenirlik hesaplama yöntemlerinden tek uygulamaya dayalı yöntemler içerisinde yer alan Cronbach alfa (α) kullanılmıştır. α katsayısı, maddelere ait puanların toplam test puanlarıyla tutarlılığının bir ölçüsüdür (Doğanay ve Karip 2006). Bu çalışmadaki veriler SPSS paket programında analiz edilmiş ve izomorfizm bilgi testi için Cronbach alfa (α) katsayısı 0,77 olarak bulunmuştur.

Testin geçerliliği için bu alandaki uzman kişilerin görüşleri alınmıştır. Görüşlerine başvurulan uzmanlar, bilgi testinin izomorfizm kavramını ölçebilecek seviyede olduğunu ifade etmişlerdir.

3.6. Uygulama

Bu çalışma, 2005-2006 öğretim yılının birinci yarıyılında, ilk üç haftası deney gruplarına ISETL ve GAP programlama dillerinin öğretildiği dönem olmak üzere, toplam 5 hafta süreyle Atatürk Üniversitesi Kâzım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı üçüncü sınıfında okuyan toplam 79 öğrenciye uygulanmıştır. Çalışmada üç farklı öğretim yönteminin izomorfizm kavramının öğrenilmesindeki etkinliği araştırılmıştır. Bu amaçla, deney ve kontrol grupları oluşturularak, izomorfizm kavramı deney gruplarında ISETL programla dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim ve GAP programla dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemleri ile kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi ile işlenmiştir.

Gruplar arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek amacıyla, uygulamanın başlangıcında, izomorfizm bilgi testi hem deney gruplarına hem de kontrol grubuna ön test olarak uygulanmıştır. Ön testten sonra deney gruplarının her ikisinde de uygulamaya başlanmıştır.

Uygulamaya başlamadan önce araştırmacı tarafından fiziki şartları uygun 35 kişilik bir bilgisayar laboratuvarı belirlenmiş ve laboratuvardaki her bir bilgisayara ISETL ve GAP paket programları yüklenerek bilgisayarlar öğrencilerin kullanımı için hazır hale getirilmiştir. Ayrıca ilk üç haftalık kısmı için uygulamaya başlamadan önce belirlenen deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencileri ile ayrı ayrı görüşülerek öğrencilerin mevcut ders saatleri dışında öğrenciler için de uygun olan ve haftada 4 ders saatini kapsayacak şekilde iki ayrı uygulama ders programı hazırlanarak öğrencilere ilan edilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin uygulama ders programlarına eksiksiz devam etmelerini sağlamak amacıyla araştırmacı tarafından araştırmanın ve bu sürecin uygulama için öneminden bahsedilerek öğrenciler devam konusunda motive edilmeye çalışılmıştır.

Uygulamanın ilk üç haftasında deney grubu-1 öğrencilerine ISETL programlama dili, deney grubu-2 öğrencilerine ise GAP programlama dili bilgisayar laboratuvarında öğretilmiştir. Aynı zamanda bu üç haftalık periyot boyunca deney gruplarındaki öğrenciler, kontrol grubundaki öğrenciler gibi normal eğitimlerine devam etmişlerdir. Bilgisayar aktivitelerinde deney grupları öğrencilerine çalışma yaprakları dağıtılmıştır (Ek-2 ve Ek-3). ISETL programlama dilinde çalışma yaprakları, "Learning Abstract Algebra with ISETL" kitabında belirtilen dokümanlara uygun olarak hazırlanmıştır. GAP programlama dilindeki çalışma yaprakları ise ISETL programlama dilindekine paralel olarak ilgili kaynaklardan araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Çalışma yaprakları, öğrencilerin, problemleri çözmede kullanılabilecek matematiksel yapıları gösteren ISETL ve GAP programlama dillerindeki bilgisayar kodlarını yazmalarını gerektiren problemlerin sunulduğu bölümü oluşturur. Aktiviteler, araştırmaların öngördüğü özel zihinsel yapıların oluşumu için tasarlanmıştır. Genelde bir aktivite, derste henüz açık bir şekilde verilmemiş matematiksel yapının kullanımını gerektirir. Öğrencilerden dersin başındaki ipuçları veya açıklamaları kullanarak matematiksel yapıyı keşfetmeleri, hatta tam, doğru olarak tahmin etmeleri beklenmektedir.

Cebire giriş dersinde homomorfizm ve izomorfizm kavramlarına gelindiğinde, deney gruplarında bulunan öğrenciler klasik sınıf ortamından bilgisayar ortamına alınmış ve bu kavramlar ISETL ve GAP programla dilleriyle öğretilmiştir. Uygulama haftada üç ders saatini kapsayacak şekilde, her üç grupta da, araştırmacı tarafından yürütülmüştür.

İzomorfizm kavramı ile ilgili konular, Cebire Giriş dersinin müfredatına uygun olarak işlenmiştir.

İzomorfizm konusunun işlenmesinde, bilgisayar destekli yaklaşımın esas alındığı ve bu amaca yönelik olarak da çalışma yapraklarının kullanıldığı deney gruplarında uygulanan program aşağıda verilen Çizelge 3.2'de kısaca özetlenmiştir. Deney grubunda konuların anlatımı esnasında derse katılımı sağlamak amacıyla, öğrenciler mümkün olduğunca aktif kılınmaya çalışılmıştır. Bu amaçla konuların işlenişi sırasında sık sık öğrencilere sorular sorularak konularla ilgili düşüncelerinin ortaya çıkarılması arzulanmış ve böylece bir tartışma ortamı oluşturulmuştur. Kullanılan çalışma yaprakları sınıf içerisindeki tüm öğrencilere dağıtılmış, dikkatlice okumaları sağlandıktan sonra öğrencilerin anlayamadığı noktalar üzerinde açıklamalar yapılmış ve kavramlarla ilgili tartışmalar yapılarak kavramların öğrenci zihninde daha anlamlı ve kalıcı olması amaçlanmıştır. Deney gruplarında izomorfizm kavramı işlenirken haftada 1 ders saati bilgisayar laboratuar ortamında, 2 ders saati ise kontrol grubundaki öğrencilerden farklı bir sınıf ortamında işlenmiştir.

Uygulama boyunca her ders saati için araştırmacı tarafından öğrenci devam çizelgesi tutulmuştur. Uygulama derslerinin % 80'nine devam etmeyen deney grubu-1'de bir deney grubu-2'de ise iki öğrenci değerlendirme dışı bırakılmıştır.

Çizelge 3.2. Deney gruplarında uygulanan program

		Deney grubu-1	Deney grubu-2
1. Hafta	1	Öğrencilere, I. çalışma yaprağının dağıtılarak temel bilgisayar işlemleri ve ISETL programının genel çalışma sistemi hakkında bilgiler verilmesi.	Öğrencilere, I. çalışma yaprağının dağıtılarak temel bilgisayar işlemleri ve GAP programının genel çalışma sistemi hakkında bilgiler verilmesi.
	2	ISETL'de temel aritmetik işlem ve modüler işlemlerin yapılması, İf (şartlı) kısa algoritmaların tanıtılması ve II. çalışma yapraklarının dağıtılması.	GAP'ta temel aritmetik işlem ve modüler işlemlerin yapılması ve II. çalışma yapraklarının dağıtılması.
	3	ISETL'de küme ve sıralı n-li kavramların tanıtılması, kümelerle ilgili işlemlerin (kümelerin eşitliği, eleman sayısının bulunması vb.) yapılması.	İf (şartlı) kısa algoritmaların ve küme kavramının tanıtılması, kümelerle ilgili işlemlerin (kümelerin eşitliği, eleman sayısının bulunması vb.) yapılması.
2. Hafta	1	III. çalışma yapraklarının dağıtılması, ISETL' de fonksiyon kavramının tanıtılması.	III. çalışma yapraklarının dağıtılması, GAP'ta fonksiyon kavramının tanıtılması.
	2	İkili işlem kavramının ISETL'de tanıtılması.	GAP'ta bazı özel fonksiyonların oluşturulması.
	3	Grup aksiyomlarının ISETL'de yazılması.	GAP'ta bazı özel fonksiyonların oluşturulması.
3. Hafta	1	IV. çalışma yapraklarının dağıtılması, verilmiş olan küme ve ikili işlemlerin ISETL'de yazılması.	IV. çalışma yapraklarının dağıtılması, GAP'ta grup yapılarının nasıl ifade edileceğinin verilmesi.

Çizelge 3.2. (devamı)

3. Hafta	2	ISETL'de, grup yapısının oluşturulması.	Bazı özel grup yapılarının GAP'ta nasıl yazılabileceğinin gösterilmesi (simetrik, devirli gruplar vb.)
	3	ISETL'de birebir ve üzerine fonksiyonların tanıtılması.	Verilen grupların elemanlarının ve mertebelerinin bulunması.
4. Hafta	1	V. çalışma yaprağının dağıtılması, homomorfizm kavramının ISETL'de programlanması.	V. çalışma yaprağının dağıtılması, homomorfizm kavramının GAP'ta programlanması.
	2	Homomorfizm kavramının formal tanımının ve ilgili teoremlerin verilmesi.	Homomorfizm kavramının formal tanımının ve ilgili teoremlerin verilmesi.
	3	Homomorfizm konusu ile ilgili örnek sorular ve çözümlerinin yapılması.	Homomorfizm konusu ile ilgili örnek sorular ve çözümlerinin yapılması.
5.Hafta	1	VI. çalışma yaprağının dağıtılması, İzomorfizm kavramının ISETL'de programlanması.	VI. çalışma yaprağının dağıtılması, İzomorfizm kavramının GAP'ta programlanması.
	2	İzomorfizm kavramının formal tanımının ve ilgili teoremlerin verilmesi.	İzomorfizm kavramının formal tanımının ve ilgili teoremlerin verilmesi.
	3	İzomorfizm konusu ile ilgili örnek sorular ve çözümlerinin yapılması.	İzomorfizm konusu ile ilgili örnek sorular ve çözümlerinin yapılması.

Kontrol grubunda ise, izomorfizm konusu deney gruplarında olduğu gibi iki hafta süreyle fakat geleneksel öğretim yöntemleri kullanılarak işlenmiştir. Bu grupta da konular işlenirken Çizelge 2'deki konu sırası dikkate alınmıştır. Ancak, araştırmacı kontrol grubunda konuları anlatırken öğretmenin aktif öğrencinin pasif olduğu geleneksel öğretim yöntemini uygulamıştır. Yani konular araştırmacı tarafından düz anlatım tekniği ile öğrencilere aktarılmıştır. Deney grubunda olduğu gibi kontrol grubunda da bazı durumlarda tartışma ortamı yaratılmış ve konularla ilgili olarak bol sayıda örnek problemler çözülmüştür.

3.7. Verilerin Analizi

Çalışmada, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin, öğrencilerin izomorfizm kavramını anlamaları üzerine etkilerinin karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaçla uygulamaya başlamadan önce ve sonra, belirlenen deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını tespit etmek amacıyla izomorfizm bilgi testi çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Bu testlerden elde edilen veriler "One-Way ANOVA" ve "bağımsız grup t- testi" kullanılarak analiz edilmiştir.

İzomorfizm bilgi testinde yer alan sorulara öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar araştırmacı tarafından oluşturulan cevap anahtarına göre 100 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Soruların puanlaması Çizelge 3.3'de verilmiştir.

Çizelge 3.3. İzomorfizm bilgi testindeki her bir sorunun puanları

Soru No	1-a	1-b	2	3-a	3-b	4	5
Puan	10	10	20	10	10	20	20

Testte yer alan sorulardan bir kısmı kendi içinde puan kategorilerine ayrılmıştır. Buna göre, 2. soruda homomorfizm şartının gösterimi 10, birebirlik şartının gösterimi ve üzerinelik şartının gösterimi 5'er puandır. 3. sorudaki aynı hedef davranışı ölçmeye yönelik olarak hazırlanan a ve b şıklarında, homomorfizm şartının gösterimi 4, birebirlik ve üzerinelik şartlarının gösterimi 3'er puandır. 4. soruda homomorfizm şartının gösterimi 8, birebirlik ve üzerinelik şartlarının gösterimi 6'şar puandır. 5.

soruda yapının alt grup olduğunu gösterme ve normal altgrup olduğunu gösterme 10’ar puan olarak belirlenmiştir.

Ayrıca öğrencilerin sorulara vermiş oldukları kısmen doğru cevaplar ise şu şekilde puanlanmıştır.

1. soruda grup homomorfizmi ve izomorfizmi tanımları yapılırken grup işlemlerinin tam olarak ifade edilmediği cevaplar 5 puan üzerinden değerlendirilmiştir.

2. soruda homomorfizm şartının gösterimi 14 basamak içermekte olup, her bir doğru basamak 0,7 puan üzerinden değerlendirilmiştir.

4. soruda birebirlik ve üzerinelik şartlarını gösterirken elemanlar arasındaki sadeleştirme işlemlerinin nasıl olduğunun ifade edilmediği cevaplar 3’er puan üzerinden değerlendirilmiştir.

5. soruda alt grup ve normal alt grup şartlarının gösteriminde bulunan elemanların istenen kümenin elemanı olup olmadığının tam olarak ifade edilmediği cevaplar 5’er puan üzerinden değerlendirilmiştir.

3.8. Araştırmanın Kabulleri ve Sınırlılıkları

Bu çalışmadaki kabuller ve sınırlılıklar aşağıdaki gibidir;

3.8.1. Kabuller

1- Araştırmacı, uygulama aşamasında kontrol ve deney gruplarına karşı yansız davranmıştır.

2- Uygulama aşamasında, kontrol ve deney gruplarındaki öğrenciler arasında herhangi bir etkileşim olmamıştır.

3.8.2. Sınırlılıklar

1- Çalışmanın örneklemi, Atatürk Üniversitesi K.K. Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı üçüncü sınıfında öğrenim gören toplam 79 öğrenciden oluşmaktadır.

2- Araştırma, izomorfizm kavramı ile sınırlı tutulmuştur.

3- Uygulama süresi, ilk üç haftası deney grupları öğrencilerine ISETL ve GAP programlama dillerinin öğretimi olmak üzere, beş hafta ile sınırlı tutulmuştur.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu bölümde, deney ve kontrol grupları için kurulan hipotezlerin test edilmesinden elde edilen bulgular sunulmuştur. Çalışmada istatistiksel analizler SPSS/ PC (Statistical Package for Social Sciences for Personal Computers) paket programı kullanılarak yapılmıştır. Hipotezlerin test edilmesinde "İlişkisiz (bağımsız) örneklemler için tek faktörlü varyans analizi (One-Way ANOVA) ve bağımsız grup t- testi kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen veriler 0,05'lik önem seviyesinde test edilmiştir.

İzomorfizm bilgi testi, uygulamaya başlanmadan önce deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin izomorfizm kavramı hakkındaki bilgi düzeylerini ortaya çıkarabilmek amacıyla çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmıştır. Ayrıca çalışmada öğrencilerin AGNO puanları da göz önüne alınmıştır. Elde edilen veriler analiz edilerek aşağıdaki bulgulara ulaşılmıştır.

Çizelge 4.1. Ön test puanlarının gruplara göre dağılımları

Gruplar	N	$\overline{X}$	S
Deney Grubu-1	22	0,82	2,65
Deney Grubu-2	20	1,20	3,14
Kontrol Grubu	37	1,30	2,30

Çizelge 4.2. Ön test puanlarının gruplar arası karşılaştırma sonuçları (ANOVA)

Varyansın Kaynağı	Kareler toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	3,266	2	1,633	0,237	0,790
Gruplar içi	524,202	76	6,897		
Toplam	527,468	78			

Çizelge 4.3. AGNO puanlarının gruplara göre dağılımları

Gruplar	N	$\overline{X}$	S
Deney Grubu-1	22	2,54	0,48
Deney Grubu-2	20	2,68	0,46
Kontrol Grubu	37	2,58	0,48

Çizelge 4.4. AGNO puanlarının gruplar arası karşılaştırma sonuçları (ANOVA)

Varyansın Kaynağı	Kareler toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	0,219	2	0,109	0,463	0,631
Gruplar içi	17,974	76	0,236		
Toplam	18,193	78			

Ön test verilerinin ve AGNO değerlerinin analiz edilmesi sonucunda elde edilen bulgular, deney ve kontrol grupları arasında izomorfizm kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri (p=0,790) ve ağırlıklı genel not ortalamaları (p=0,631) açısından önemli bir farklılığın olmadığını göstermiştir.

Çalışmada, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-1, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-2 ve geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için veriler One-Way ANOVA kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar Çizelge 4.5 de verilmiştir.

Çizelge 4.5. Son test puanlarının gruplar arası karşılaştırma sonuçları (ANOVA)

Varyansın Kaynağı	Kareler toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	6926,940	2	3463,224	5,652	0,005
Gruplar içi	46570,437	76	612,769		
Toplam	53496,886	78			

Bu analiz sonuçlarına göre, son test puanları açısından gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur (F=5,652, p=0,005). Başka bir deyişle son test puanları gruplara bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. Gruplar arası farkların hangi gruplar arasında olduğunu tespit etmek amacıyla LSD testi uygulanmış ve araştırmanın hipotezlerine ait sonuçlar sırasıyla aşağıda sunulmuştur.

1. Hipotez

ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-1 öğrencileri ile GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-2 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için veriler One-Way ANOVA kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar Çizelge 4.6'da verilmiştir.

Çizelge 4.6. Deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin ortalama puanlarının karşılaştırıldığı LSD testi sonuçları

Gruplar	N	$\overline{X}$	S	p
Deney Grubu-1	22	56,41	26,37	0,282
Deney Grubu-2	20	64,70	22,25	

Çizelge 4.6'daki verilere göre, GAP programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalaması, ISETL programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinin başarı ortalamasından daha yüksektir ($\overline{X}_{D-2}$=64,7; $\overline{X}_{D-1}$=56,41). Ancak, deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin son test ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olmadığı görülmektedir (p=0,282). Başka bir ifadeyle, izomorfizm kavramının öğretiminde, deney gruplarında kullanılan iki farklı programlama dilinin esas alındığı bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinden birinin diğeri üzerine genel anlamda istatistiksel olarak önemli bir üstünlüğü bulunmamaktadır.

Deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerin izomorfizm bilgi testindeki her bir sorudan almış oldukları puanların, gruplara göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla puanlar One-Way ANOVA ile analiz edilerek; sonuçlar Çizelge 4.7 de verilmiştir.

Çizelge 4.7. Deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerin sorulara göre LSD testi sonuçları

Soru No	Gruplar	N	$\overline{X}$	S	p
1	Deney grubu-1	22	13,41	8,64	0,026
	Deney grubu-2	20	19,00	4,47	
2	Deney grubu-1	22	10,41	7,33	0,872
	Deney grubu-2	20	10,10	7,20	
3	Deney grubu-1	22	15,86	4,83	0,367
	Deney grubu-2	20	17,35	5,14	
4	Deney grubu-1	22	8,50	9,05	0,969
	Deney grubu-2	20	8,60	8,26	
5	Deney grubu-1	22	8,45	8,27	0,621
	Deney grubu-2	20	9,65	8,13	

Deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin t-testi sonuçlarına göre sadece grup homomorfizmi ve izomorfizmi tanımlarını bilmeyi gerektiren 1. soruda anlamlılık değeri p=0,026 olup, gruplar arasında deney grubu-2 öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Diğer sorularda istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin son test puanları arasında ortaya çıkan farklılığı daha detaylı bir şekilde analiz edebilmek için öğrencilerin izomorfizm bilgi testinden almış olduğu puanların sorulara göre yüzde değerleri hesaplanmış ve elde edilen değerler Çizelge 4.8'de sunulmuştur.

Çizelge 4.8. Deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin izomorfizm bilgi testi son-test puan oranları

Soru No	Son test puanları, %	
	Deney Grubu-1	Deney Grubu-2
1	67,4	95
2	52	50,5
3	79,3	86,7
4	42,5	43
5	42,3	48,2

Çizelge 4.8'de 1. soruda, deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin başarı oranları sırasıyla %67,4 ve %95 olarak bulunmuştur. Diğer sorularda başarı oranlarının birbirine yakın olduğu görülmektedir. Çizelge 4.7 ve Çizelge 4.8'deki veriler, GAP programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinin ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerine göre tanımları yapmada daha başarılı olduklarını ortaya koymaktadır.

2. Hipotez

ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-1 öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için veriler One-Way ANOVA kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar Çizelge 4.9'da verilmiştir.

Çizelge 4.9. Deney grubu-1 ve kontrol gruplarının ortalama puanlarının karşılaştırıldığı LSD testi sonuçları

Gruplar	N	$\overline{X}$	S	p
Deney Grubu-1	22	56,41	26,37	0,042
Kontrol Grubu	37	42,59	25,03	

Bu Çizelgedeki verilere göre deney grubu-1 öğrencileri ile kontrol grubu öğrencileri arasında izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmaktadır (p=0,042). ISETL programa dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-1 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalaması, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerin başarı ortalamasından daha yüksektir ($\overline{X}_{D-1}$=56,41; $\overline{X}_{K}$=42,59).

Deney grubu-1 ve kontrol grubu öğrencilerin izomorfizm bilgi testindeki her bir sorudan almış oldukları puanların, gruplara göre istatistiksel olarak anlamlı farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla yine puanlar One-Way ANOVA ile analiz edilerek; sonuçlar Çizelge 4.10'da verilmiştir.

Çizelge 4.10. Deney grubu-1 ve kontrol grubu öğrencilerin sorulara göre LSD testi sonuçları

Soru No	Gruplar	N	$\overline{X}$	S	p
1	Deney grubu-1	22	13,41	8,64	0,938
	Kontrol grubu	37	13,24	8,91	
2	Deney grubu-1	22	10,41	7,33	0,000
	Kontrol grubu	37	2,62	4,64	
3	Deney grubu-1	22	15,86	4,83	0,047
	Kontrol grubu	37	12,97	5,64	
4	Deney grubu-1	22	8,50	9,05	0,639
	Kontrol grubu	37	9,57	8,10	
5	Deney grubu-1	22	8,45	8,27	0,046
	Kontrol grubu	37	4,19	7,31	

Çizelge 4.10'daki t-testi sonuçlarına göre, 2., 3. ve 5. sorularda anlamlılık değerleri sırasıyla p=0,000, p=0,047 ve p=0,046 olup gruplar arasında deney grubu-1 öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Diğer sorularda istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Deney grubu-1 ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında ortaya çıkan farklılığı daha detaylı bir şekilde analiz edebilmek için öğrencilerin izomorfizm bilgi testinden almış olduğu puanların sorulara göre yüzde değerleri bulunmuş ve bu değerler Çizelge 4.11'de sunulmuştur.

Çizelge 4.11. Deney grubu-1 ve kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm bilgi testi son-test puan oranları

Soru No	Son test puanları, %	
	Deney Grubu-1	Kontrol Grubu
1	67,4	66,2
2	52	13,1
3	79,3	64,9
4	42,5	47,8
5	42,3	20,9

Çizelge 4.11'de deney grubu-1 ve kontrol grubu öğrencilerinin başarı oranları sırasıyla 2. soruda %52 ve %13,1, 3. soruda ise %79,3 ve %64,9 olarak bulunmuştur. 5. sorudaki başarı oranları ise sırasıyla %42,3 ve %20,9 olarak tespit edilmiştir. Çizelge 4.10 ve Çizelge 4.11'deki verilerden elde edilen sonuçlar, 2. ve 3. sorularda olduğu gibi öğrencilerin işleme dayalı problemleri çözümlemelerinde ve teoremleri ispatlayabilmelerinde, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinin geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduklarını göstermektedir.

3. Hipotez

GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretimi yönteminin uygulandığı deney grubu-1 öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için veriler analiz edilmiş ve analiz sonuçları Çizelge 4.12'de verilmiştir.

Çizelge 4.12. Deney grubu-2 ve kontrol gruplarının ortalama puanlarının karşılaştırıldığı LSD testi sonuçları

Gruplar	N	$\overline{X}$	S	p
Deney Grubu-2	20	64,70	22,25	0,02
Kontrol Grubu	37	42,59	25,03	

Çizelge 4.12'deki verilere göre, deney grubu-2 öğrencileri ile kontrol grubu öğrencileri arasında izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmaktadır (p=0,02). GAP programa dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalaması, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerin başarı ortalamasından daha yüksektir ($\overline{X}_{D-2}$=64,7; $\overline{X}_{K}$=42,59).

Deney grubu-2 ve kontrol grubu öğrencilerin izomorfizm bilgi testindeki her bir sorudan almış oldukları puanların, gruplara göre istatistiksel olarak anlamlı değişiklik gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla yine puanlar One-Way ANOVA ile analiz edilerek; sonuçlar Çizelge 4.13'de verilmiştir.

Çizelge 4.13. Deney grubu-2 ve kontrol grubu öğrencilerin sorulara göre LSD testi sonuçları

Soru No	Gruplar	N	$\overline{X}$	S	p
1	Deney grubu-2	20	19,00	4,47	0,011
	Kontrol grubu	37	13,24	8,91	
2	Deney grubu-2	20	10,10	7,20	0,000
	Kontrol grubu	37	2,62	4,64	
3	Deney grubu-2	20	17,35	5,14	0,004
	Kontrol grubu	37	12,97	5,64	
4	Deney grubu-2	20	8,60	8,26	0,680
	Kontrol grubu	37	9,57	8,10	
5	Deney grubu-2	20	9,65	8,13	0,014
	Kontrol grubu	37	4,19	7,31	

Çizelge 4.13'deki t-testi sonuçlarına göre, grup homomorfizmi ve izomorfizmi tanımlarını bilmeyi gerektiren 1. soruda anlamlılık değeri p=0,011, izomorfizm ile ilgili işleme dayalı problemlerin çözümlenmesini gerektiren 2. ve 3. sorularda anlamlılık değerleri sırasıyla p=0,000 ve p=0,004, izomorfizm kavramı ile ilgili bir teoremin ispatlanmasını içeren 5. soruda p=0,014 olup bu sorularda deney grubu-2 öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı faklılıklar bulunmuştur. Sadece 4. soruda her iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemektedir.

Deney grubu-2 ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında ortaya çıkan farklılığı daha detaylı bir şekilde analiz edebilmek için öğrencilerin izomorfizm bilgi testinden almış olduğu puanların sorulara göre yüzde değerleri bulunmuş ve bu değerler Çizelge 4.14'de sunulmuştur.

Çizelge 4.14. Deney grubu-2 ve kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm bilgi testi son-test puan oranları

Soru No	Son test puanları, %	
	Deney Grubu-2	Kontrol Grubu
1	95	66,2
2	50,5	13,1
3	86,7	64,9
4	43	47,8
5	48,2	20,9

Çizelge 4.14'de görüldüğü gibi, deney grubu-2 ve kontrol grubu öğrencilerinin son testteki sorulardan almış oldukları puan oranları 4. soru dışında deney grubu öğrencileri lehine yüksek çıkmıştır. Sadece 4. soruda gruplar arasında başarı oranı %4,8'lik bir farkla kontrol grubu öğrencileri lehinedir.

Çizelge 4.13. ve Çizelge 4.14. deki veriler; GAP programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerinin geleneksel öğretim yöntemin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerine göre tanımları yapabilmede, işleme dayalı problemleri çözebilmede ve teoremleri ispatlayabilmede daha başarılı olduklarını göstermektedir.

4. Hipotez

ISETL ve GAP programlama dillerinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı öğrenciler tek bir grup altında toplanmış ve bu gruba deney grubu adı verilmiştir. Bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili öğrenci başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için, bağımsız grup t-testi kullanılmış ve elde edilen analiz sonuçları Çizelge 4.15. de verilmiştir.

Çizelge 4.15. Deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerin son test puanlarına göre t-testi sonuçları

Gruplar	N	$\overline{X}$	S	t	p
Deney Grubu	42	60,36	24,56	3,175	0,002
Kontrol Grubu	37	42,59	25,03		

Yapılan değerlendirme sonucunda izomorfizm bilgi testi açısından, deney grubundaki öğrencilerle kontrol grubu öğrencilerinin son test ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmektedir (t=3,175; p=0,002). Deney grubu öğrencilerinin son test ortalamaları kontrol grubu öğrencilerinin ortalamalarından daha yüksektir ($\overline{X}_D$=60,36; $\overline{X}_K$=42,59).

Deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerin izomorfizm bilgi testindeki her bir sorudan almış oldukları puanların, gruplara göre istatistiksel olarak anlamlı değişiklik gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla yine puanlar bağımsız t-testine göre analiz edilerek; sonuçlar Çizelge 4.16'da verilmiştir.

Çizelge 4.16. Deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerin sorulara göre t-testi sonuçları

Soru No	Gruplar	N	$\overline{X}$	S	t	p
1	Deney Grubu	42	16,07	7,45	1,518	0,133
	Kontrol grubu	37	13,24	8,91		
2	Deney Grubu	42	10,26	7,18	5,680	0,000
	Kontrol grubu	37	2,62	4,64		
3	Deney Grubu	42	16,57	4,98	2,987	0,004
	Kontrol grubu	37	12,97	5,64		
4	Deney Grubu	42	8,55	8,58	-0,543	0,589
	Kontrol grubu	37	9,57	8,10		
5	Deney Grubu	42	9,02	8,13	2,783	0,007
	Kontrol grubu	37	4,19	7,31		

Çizelge 4.16'daki t-testi sonuçlarına göre, izomorfizm ile ilgili işleme dayalı problemlerin çözümlenmesini gerektiren 2. ve 3. sorularda anlamlılık değerleri sırasıyla p=0,000 ve p=0,004, izomorfizm kavramı ile ilgili bir teoremin ispatlanmasını içeren 5. soruda anlamlılık değeri p=0,007 olup, 2., 3. ve 5. sorularda deney grubu öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı faklılıklar bulunmaktadır. 1. ve 4. soruda gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemektedir.

Deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında ortaya çıkan farklılığı daha detaylı bir şekilde analiz edebilmek için öğrencilerin izomorfizm bilgi testinden almış olduğu puanların sorulara göre yüzde değerleri bulunmuş ve bu değerler Çizelge 4.17'de sunulmuştur.

Çizelge 4.17. Deney ve kontrol gruplarının izomorfizm bilgi testi son-test puan oranları

Soru No	Son test puanları, %	
	Deney Grubu(1-2)	Kontrol Grubu
1	80,4	66,2
2	51,3	13,1
3	82,8	64,9
4	42,7	47,8
5	45,1	20,9

Çizelge 4.17'deki veriler göre, izomorfizm bilgi testindeki 1. ve 3. soruya verilen doğru cevap oranları hem deney hem de kontrol grubunda %50 nin üzerinde iken 4. ve 5. soruda her iki grubun başarı oranları %50 nin altında çıkmıştır. Bununla birlikte İzomorfizm tanımını bilme, gruplardan elemanları seçebilme, seçilen elemanlarla doğru işlem yapabilme ve sonuçta elde edilenleri doğru yorumlayabilmeyi gerektiren 2., 3. ve 5. sorulara verilen doğru cevap oranları açısından, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı oldukları görülmüştür. Başarı oranları arasında en belirgin farklılığı oluşturan 2. soruda ise deney grubu öğrencileri %51,3'lük başarı oranına sahipken kontrol grubunda başarı oranı %13,1 olmuştur.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu bölümde, bulgular kısmında verilen araştırma sonuçlarının yorumu ve tartışması yapılmıştır. Bunun yanında konu ile ilgili olarak daha sonra yapılacak çalışmalara ışık tutabileceği düşünülen bazı önerilerde bulunulmuştur.

Daha önce de ifade edildiği gibi, çalışmanın amacı; izomorfizm kavramının öğretiminde ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin ve geleneksel öğretim yönteminin öğrencilerin başarılarına olan etkilerini karşılaştırmaktır. Bu amaca yönelik olarak, öğrencilerin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı düzeylerini tespit etmek amacıyla geliştirilen izomorfizm bilgi testi, uygulama öncesinde hem deney grubu -1 ve deney grubu-2 ve hem de kontrol grubundaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmıştır. Ayrıca çalışmaya katılan öğrencilerin uygulama öncesi başarı durumlarını yansıtan ağırlıklı genel not ortalamaları (AGNO) da dikkate alınarak elde edilen veriler ANOVA ile analiz edilmiştir. Analiz sonuçları, her üç grubun izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalamaları ve AGNO'ları arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılığın ($p=0,790$ ve $p=0,631$) olmadığını göstermiştir. Başka bir deyişle, çalışmada yer alan her üç grubun homojen, yani özdeş olduğu söylenebilir.

İzomorfizm kavramının öğretimi sürecini takiben, öğrencilerin bu konu ile ilgili başarıları üzerine farklı üç öğretim yönteminin etkilerinin karşılaştırılması amacı ile, İzomorfizm bilgi testi her üç gruba da son test olarak uygulanmıştır. Öğrencilerin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için elde edilen veriler One-Way ANOVA testi kullanılarak analiz edilmiştir. Bu analiz sonuçlarına göre, son test puanları açısından gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur ($F=5,652$, $p=0,005$). Sonuçlar, son test puanlarının gruplara bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmekte olduğunu göstermiştir. Gruplar arası farklılığın hangi gruplar arasında olduğunu tespit etmek amacıyla LSD testi uygulanmış, araştırmanın hipotezlerine ait sonuçlar ve tartışmalar sırasıyla aşağıda sunulmuştur.

5.1. Birinci Araştırma Hipotezine Ait Sonuçlar ve Tartışma

Yapılan istatistiksel değerlendirme sonucunda, GAP programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalaması, ISETL programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinin başarı ortalamasından daha yüksek çıkmıştır ($\overline{X}_{D-2}$ =64,7; $\overline{X}_{D-1}$ =56,41). Ancak, deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin son test ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır (p=0,282).

Bu sonuçlardan, izomorfizm kavramının öğretiminde, deney gruplarında kullanılan iki farklı programlama dilinin esas alındığı bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinden birinin diğeri üzerine genel anlamda önemli bir üstünlüğü bulunmadığı görülmektedir.

Çalışmada deney grubu-1 ve deney grubu-2 öğrencilerinin son test puan ortalamaları, One-Way ANOVA kullanılarak her bir parametre için ayrı ayrı değerlendirilmiştir (Çizelge 4.7). Yapılan analiz sonucunda, her iki grup arasında GAP programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencileri lehine sadece grup izomorfizmi ve grup homomorfizmi tanımlarının bilinmesini gerektiren 1. soruda istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın (p=0,026) olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca deney grubu-2 öğrencilerinin 1.soru için başarı yüzdesi %95 iken deney grubu-1 öğrencilerinin başarı yüzdesi %67,4 olarak hesaplanmıştır. Her bir parametre için yapılan LSD testi sonuçları, GAP programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinin ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerine göre tanımları ifade etmede daha başarılı olduklarını göstermektedir.

Deney grubu-2 öğrencileri lehine oluşan farklılığın sebebi, uygulama sırasında deney grubu-1 öğrencileri ile yapılan görüşmelerde çoğunun dile getirdiği ve aşağıda da sunulan homomorfizm ve izomorfizm tanımlarında ISETL programlama dilinin yapısı gereği kullanılan “forall, exists, impl” gibi İngilizce deyimlerin fazla oluşu, öğrencilerin bu kodları kullanmada yaşadıkları zorluklar nedeniyle başarılarının kısmen olumsuz etkilenmesi ile açıklanabilir.

ISETL’de grup homomorfizmi tanımı;

```
>       homomorfizm:= func(F,D,o1,R,o2);
>>      return
>>      forall x,y in D | F(x .o1 y) = F(x) .o2 F(y);
```

ISETL’de grup izomorfizmi tanımı;

```
>       isomorfizm:= func(F,D,o1,R,o2);
>>      return
>>      (forall x,y in D | F(x .o1 y) = F(x) .o2 F(y)) and (forall x,y in D | (F(x)=F(y))
impl x=y) and (forall y in R | exists x in D | F(x)=y);
>>      end;
```

Sonuç olarak, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yaklaşımına nazaran öğrencilerin tanımları kavramaları üzerinde daha pozitif bir etkiye sahip olduğu söylenebilir.

5.2. İkinci Araştırma Hipotezine Ait Sonuçlar ve Tartışma

Yapılan LSD testi sonuçlarına göre, deney grubu-1 öğrencileri ile kontrol grubu öğrencileri arasında izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur (p=0,042). ISETL programa dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-1 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalaması, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerin başarı ortalamasından daha yüksek çıkmıştır($\overline{X}_{D-1}$ =56,41; $\overline{X}_{K}$ =42,59).

Elde edilen bu verilerden, izomorfizm kavramının öğretiminde, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu anlaşılmaktadır.

Çalışmada, iki grubun son test ortalamaları arasında ortaya çıkan istatistiksel olarak anlamlı farklılığın hangi değişkenlere bağlı olduğunu daha detaylı olarak görebilmek için yine her bir parametre ayrı ayrı değerlendirilmiştir (Çizelge 4.10). Yapılan değerlendirme sonucunda, izomorfizm tanımını bilme, gruplardan elemanları seçebilme, seçilen elemanlarla doğru işlem yapabilme ve elde edilen sonuçları doğru yorumlayabilmeyi gerektiren 2. soruda anlamlılık değeri p=0,000, 3. soruda anlamlılık değeri p=0,047 ve 5.soruda anlamlılık değeri p=0,046 olup, gruplar arasında deney grubu-1 öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Bu sorularda deney grubu-1 ve kontrol grubu öğrencilerinin başarı oranları ise 2. soruda sırasıyla %52 ve %13,1, 3. soruda %79,3 ve %64,9 ve 5.soruda ise %42,3 ve %20,9 olarak bulunmuştur. Elde edilen bu sonuçlardan, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre öğrencilerin izomorfizm kavramı ile ilgili işleme dayalı problemleri çözebilme ve ispat yapabilme becerilerine olumlu yönde katkı yaptığı söylenebilir.

Özellikle sonlu gruplar üzerinde işlemlerin yapılmasını ve yorumlanmasını gerektiren 2. soruda gruplar arasındaki %38,9'luk farkın en temel sebeplerinden biri, deney grubu-1'de kullanılan ISETL programlama dilinin yapısı gereği uygulamaların sonlu gruplar üzerinde inşa edilmesi ve bunun bir sonucu olarak öğrencilerin bu tür problemleri daha iyi algılamaları ve yorumlamaları olabilir. Bunun yanında bilgisayar destekli öğretim yaklaşımına uygun olarak izomorfizm konusuyla ilgili kavramların açıklanması sürecinde, ISETL programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinin aktif bir şekilde öğrenme sürecine katılmaları, kavramlarla ilgili kendi başlarına tekrar etme ve egzersiz yapma olanağı bulmaları ve bu sayede öğrendikleri kavramlar arasındaki ilişkileri daha iyi analiz ederek verilen problemlere uygulayabilmeleri, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilere oranla daha başarılı olmalarının bir başka önemli sebebi olarak gösterilebilir.

5.3. Üçüncü Araştırma Hipotezine Ait Sonuçlar ve Tartışma

Verilerin analiz edilmesi sonucunda, deney grubu-2 öğrencileri ile kontrol grubu öğrencileri arasında izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur (p=0,02). GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu-2 öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarı ortalaması, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerin başarı ortalamasından daha yüksek çıkmıştır ($\overline{X}_{D-2}$=64,7; $\overline{X}_{K}$=42,59).

Bu verilerden, izomorfizm kavramının öğretiminde, GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu anlaşılmaktadır.

Çalışmada deney grubu-2 ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puan ortalamaları, her bir parametre için ayrı ayrı değerlendirilmiştir (Çizelge 4.13). Yapılan analiz sonucunda, anlamlılık değerleri; 1.soruda p=0,011, 2.soruda p=0,000, 3.soruda p=0,004 ve 5. soruda p=0,014 olup bu sorularda deney grubu-2 öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı faklılıklar bulunmuştur. Gruplar arasında sadece 4. soruda anlamlılık değeri p=0,680 olup bu değer istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık oluşturmamaktadır. Bu sonuçlardan GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, geleneksel öğretim yöntemine göre öğrencilerin izomorfizm kavramı ile ilgili tanımları anlamalarına, işleme dayalı problemleri çözme becerilerine ve ispat yapabilme yeteneklerine olumlu yönde katkı yaptığı söylenebilir.

2. ve 3. hipotezlere ait sonuçlar göz önüne alındığında; GAP programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencileri, ISETL programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-1 öğrencilerinden farklı olarak sadece grup homomorfizmi ve izomorfizmi tanımlarını içeren 1. soruda kontrol grubu öğrencilerine nazaran istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde daha başarılı olmuşlardır. 1. soruda deney grubu-2 öğrencileri ile kontrol grubu öğrencilerinin almış oldukları puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark oluşmuş iken, deney grubu-1 öğrencileri ile kontrol grubu öğrencileri arasında anlamlı bir farkın çıkmayışı, 1. hipotezin sonuç ve tartışma kısmında da bahsedildiği üzere, GAP programlama diline göre ISETL programlama dilinin yapısı gereği ingilizce olarak kullanılan deyimlerin fazla oluşu ve öğrencilerin bu kodları kullanırken yaşadıkları zorlukların öğrencilerin başarılarına kısmen de olsa negatif yönde yapmış olduğu etki ile açıklanabilir.

Bilgisayar destekli öğretim yaklaşımına uygun olarak izomorfizm konusuyla ilgili kavramların açıklanması sürecinde, ISETL programlama dilinin kullanımında olduğu gibi GAP programlama dilinin kullanıldığı deney grubu-2 öğrencilerinin de aktif bir şekilde öğrenme sürecine katılmaları, kavramlarla ilgili kendi başlarına tekrar etme ve egzersiz yapma olanağı bulmaları, bu sayede öğrendikleri kavramlar arasındaki ilişkileri daha iyi analiz ederek verilen problemlere ve ispatlara uygulayabilmeleri, geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilere oranla daha başarılı olmalarının temel nedenleri olarak gösterilebilir. Bunların yanında, deney grubu-2 öğrencilerinin daha başarılı olmalarının altında yatan diğer bir önemli faktör ise tanımları iyi bir şekilde anlayan öğrencilerin kavramları ve kavramlar arasındaki ilişkileri anlamada ve yorumlamada daha başarılı olmaları, bu başarılarını işleme dayalı problemlerin çözümünde ve teoremleri ispatlamada daha verimli bir şekilde kullanmaları olabilir.

5.4. Dördüncü Araştırma Hipotezine Ait Sonuçlar ve Tartışma

ISETL ve GAP programlama dillerinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin uygulandığı öğrenciler tek bir grup altında toplanmış ve bu gruba deney grubu adı verilmiştir. Bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerinin izomorfizm kavramı ile ilgili başarıları açısından, son test puanları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için, veriler bağımsız grup t-testine göre analiz edilmiştir. Elde edilen analiz sonuçları, izomorfizm bilgi testi açısından, deney grubundaki öğrencilerle kontrol grubu öğrencilerinin son test ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olduğunu göstermektedir (p=0,002). Deney grubu öğrencilerinin son test ortalamaları, kontrol grubu öğrencilerinin ortalamalarından daha yüksek çıkmıştır ($\overline{X}_D$=60,36; $\overline{X}_K$=42,59).

Bu sonuçlardan, izomorfizm kavramının öğretiminde, ISETL ve GAP programlama dillerinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu anlaşılmaktadır.

Çalışmada deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puan ortalamaları, bağımsız t-testi kullanılarak her bir parametre için yine ayrı ayrı değerlendirilmiştir (Çizelge 4.16). Yapılan t-testi sonuçlarına göre, izomorfizm kavramı ile ilgili işleme dayalı problemlerin çözümlenmesini gerektiren 2. ve 3. sorularda anlamlılık değerleri sırasıyla p=0,000 ve p=0,004, izomorfizm kavramı ile ilgili bir teoremin ispatlanmasını içeren 5. soruda anlamlılık değeri p=0,007 olup, 2., 3. ve 5. sorularda deney grubu öğrencileri lehine istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar bulunmuştur. 1. ve 4. soruda gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farka rastlanmamıştır. Her bir parametre için yapılan t-testi sonuçlarından, bilgisayar destekli öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre öğrencilerin izomorfizm kavramı ile ilgili işleme dayalı problemleri çözme becerilerine ve ispat yapabilme yeteneklerine olumlu yönde katkı yaptığı söylenebilir.

Ayrıca, bilgisayar destekli öğretim yaklaşımının amaçlarına uygun olarak, deney grubu öğrencileri için kullanılan bilgisayar programlama dillerinin, öğrenci motivasyonunu (öğrenme güdüsünü) artırması, öğrencilere konuyla ilgili tekrar olanağı sağlaması, etkileşimli ve bireysel öğrenme ortamı sunması ve öğrencilerin ileri düzeyde düşünme becerilerinin ve problem çözme yeteneklerinin olumlu yönde gelişmesine katkıda bulunması, deney grubu öğrencilerinin geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilere oranla daha başarılı olmalarının temel nedeni olarak gösterilebilir.

İzomorfizm kavramının öğretiminde farklı öğretim yöntemlerinin etkinliklerinin karşılaştırılması amacıyla yapılan bu çalışmada, ISETL ve GAP programlama dillerinin kullanıldığı iki farklı bilgisayar destekli öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Bunun yanında hem ISETL ve hem de GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak çalışmada elde edilen veriler, ISETL ve GAP programlama dillerini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin öğrencilerin kavramları anlamalarına kavramsal ilişkileri kurabilmelerine, yorumlayabilmelerine ve problemleri daha etkin çözebilmelerine geleneksel yöntemden daha fazla katkı sağladığını göstermektedir. Bu bağlamda adı geçen bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin izomorfizm ve benzeri soyut kavramların öğretiminde kullanılmasının daha faydalı olacağı söylenebilir.

ISETL ve GAP programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin soyut cebir dersinin diğer konularına, hatta farklı dersler ve farklı seviyelerdeki öğrencilere uygulanması, bu programların öğretimdeki etkinliğinin ve kullanılabilirliğinin araştırılmasına ve yapılan bu çalışmanın bulgularının pekiştirilmesine katkı sağlayacaktır. Öte yandan izomorfizm kavramının öğretimine yönelik benzer bir çalışma yapılarak bu çalışmada kullanılan yöntemlerin etkinliği ile farklı yöntemlerin etkinlikleri de karşılaştırılabilir.

Bu çalışmadan elde edilen bulguların, öğretmenlerin kendi bilgilerini ve anlayışlarını gözden geçirmelerine, geliştirmelerine ve yapacakları etkinliklere yardımcı olacağı da düşünülebilir. Ayrıca sonuçların, öğrencilerde kavramsal düzeyde öğrenmenin gerçekleştirilebilmesi amacına yönelik olarak yapılan diğer çalışmalara katkıda bulunabileceği söylenebilir.

İzomorfizm kavramının öğretiminde bilgisayar destekli öğretim yöntemini daha etkin kılmak için bu çalışmada kullanılan bilgisayar yazılımlarının tanıtımına yönelik öngörülen 3 haftalık zaman diliminin artırılması, uygulama sürecinde kullanılan programların öğrenciler tarafından daha iyi öğrenilmesine ve böylece öğrencilerin daha başarılı olmalarına katkı sağlayabilir. Ayrıca, uygulama esnasında öğrencilerin öğrenmelerini olumsuz yönde etkileyen İngilizce deyimlerin olmadığı veya çok az olduğu Türkçe dilinde yazılmış yeni programlama dillerinin geliştirilmesi de, izomorfizm kavramının öğretiminde bilgisayar destekli öğretim yönteminin daha verimli olmasını sağlayabilir.

Son olarak çalışmada elde edilen sonuçların ışığında, öğrencilerde kavramsal öğrenmenin oluşturulması sürecinde, kavramları anlamalarına ve kavramlar arasındaki ilişkileri kurabilmelerine yardımcı olabilecek bu ve buna benzer yöntemlerin eğitimciler tarafından benimsenmesi ve matematik eğitiminin her düzeyinde kullanılması önerilebilir.

KAYNAKLAR

Almeida, D. F., 1999. Visual aspects of understanding group theory, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 30(2), 159-166.

Altun M., 2001. Matematik Öğretimi, (9. Baskı), Alfa Yayınları, Bursa.

Asiala, M., Brown, A., Kleiman, J. and Mathews, D., 1998. The development of student’s understanding of permutations and symmetries, International Journal of Computers for Mathematical Learning, 3(1), 13-43.

Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D.M., Morics, S. and Oktac, A., 1997. Development of student’s understanding of cosets, normality and quotient groups, Journal of Mathematical Behavior, 16(3), 241-309.

Ataman, A., 2004. Gelişim ve Öğrenme, (2.Baskı), Gündüz Eğitim ve Yayıncılık, Ankara.

Axiom, 2005. The computer algebra system, http://axiom.axiom-developer.org/axiom-website/download.html.

Ayers, T., Davis, G., Dubinsky, E., and Lewin, P., 1988. Computer experiences in learning composition of functions. Journal for Research in Mathematics Education, 19 (3), 246-259.

Baki, A., 2001. Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi, Milli Eğitim Dergisi, 149, 26-31.

Baki, A., 2002, Öğrenen ve Öğretenler İçin Bilgisayar Destekli Matematik, Ceren Yayın Dağıtım, İstanbul.

Bardzell, M.J. and Shannon, K.M., 2004. The PascGalois Project: Visualizing Abstract Algebra/Mathematics, Joint Meetings of the American Mathematical Society and the Mathematical Association of America.

Bayraktar, M., 1988. Soyut cebir ve sayılar teorisi, Atatürk Üniversitesi Basımevi, Erzurum.

Berger, R. I., 2002. Discovering abstract algebra with ISETL, Innovations in Teaching Abstract Algebra, Mathematical Association of America, 55–62.

Brown, A., DeVries, D.J., Dubinsky, E. and Thomas, K., 1997. learning binary operations, groups and subgroups, Journal of Mathematical Behavior, 16(3), 187-239.

Burn, B., 1996. What are fundamental concepts of group theory?, Educational Studies in Mathematics, 31, 371-377.

Cannon, J. and Playoust, C., 1997. Using the MAGMA computer algebra system in abstract algebra courses, Journal Symbolic Computation, 23, 459-484.

Çekbaş, Y.; Yakar, H.; Yıldırım, B. ve Savran, A., 2003. Bilgisayar destekli eğitimin öğrenciler üzerine etkisi, The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(4), Article 11.

Chang, C.Y., 2002. Does- computer-assisted instruction + problem solving = improved science outcomes? A pioneer study. The Journal of Educational Research, 95(3), 143-150.

Charlwood, K., 2002. Some uses of Maple in the teaching modern algebra, Innovations in Teaching Abstract Algebra, Mathematical Association of America, 91-96.

Çınar, C. ve Ardahan, H., 2003. Excel ile matematik (Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi), Dizgi Ofset Matbaacılık, Konya.

Clark, J. M., DeVries, D.J., Hemenway, C., John, D., Tolias, G. and Vakil, R., 1997. An investigation of students' understanding of abstract algebra (binary operations, groups and subgroups) and the use of abstract structures to build other structures (through cosets, normality and quotient groups), Journal of Mathematical Behavior, 16(3), 181-185.

Cnop, I. and Grandsard, F., 1998. Teaching abstract algebra concepts using small group instruction, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 29(6), 843-850.

Cnop, I., 1997. Implementing abstract mathematical concepts using computer algebra packages, International Conference on Technology in Mathematics Teaching, ICTMT-3.

Demirel, Ö., Seferoğlu, S. S. ve Yağcı, E., 2004. Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme, Pegem A Yayıncılık, Ankara.

Doğanay, A. ve Karip, E., 2006. Öğretimde planlama ve değerlendirme, Pegem yayıncılık, Ankara.

Dubinsky, E. and Leron, U. 1994. Learning abstract algebra with ISETL, Springer-Verlag.

Dubinsky, E. and Tall, D., 1991. Advanced mathematical thinking and the computer. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking, 231-248, Kluwer Academic Publisher, Netherlands.

Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U. and Zazkis, R., 1994. On learning fundamental concepts of group theory, Educational Studies in Mathematics, 27, 267–305.

Ersoy, Y., 1997. Bilgisayarın matematik eğitiminde kullanılması, Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Cilt 2, YÖK-Dünya Bankası MEGP, Ankara.

Ersoy, Y., 2003. Teknoloji destekli matematik eğitimi-1: gelişmeler, politikalar ve stratejiler, 2(1), 18-27.

Findell, B.R., 2001. Learning and understanding in abstract algebra, doctoral dissertation, University of New Hampshire, 188-217, Durham.

Gallian, J. A., 1990. Contemporary abstract algebra, second edition, D. C. Heath and Company.

Greer, B and Harel, G., 1997. The role of isomorphisms in mathematical cognition, Journal of Mathematical Behavior, 17(1), 5-24.

Gülcü, A., 2004. Mathematica 5 bilgisayar destekli matematik, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Güven, B. ve Karataş, İ., 2002. Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik, İlköğretim-Online Dergisi, 2(1), 52–53.

Hacısalihoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A., 2003. Matematik öğretimi, Asil Yayın Dağıtım, Ankara.

Hacker, R. G, and Sova, B., 1998. Initial teacher education: a study of the efficacy of computer mediated courseware delivery in a partnership concept. British Journal of Education Technology, 29 (4), 333-341.

Harper, D., 2005. The Maple Computer Algebra System http://www.bham.ac.uk /ctimath/reviews/nov90/maple.pdf

Hart, E., 1994. 'A conceptual analysis of the proof-writing performance of expert and novice students in elementary group theory', in J. Kaput and E. Dubinsky (eds.), Research Issues in Mathematics Learning: Preliminary Analyses and Results, MAA notes, No. 33.

Hazzan, O. and Leron, U., 1996. Students' use and misuse of mathematical theorems: 'The Case of Lagrange's Theorem, For the Learning of Mathematics 16, 23–26.

Hazzan, O. and Zazkis, R., 2005. Reducing abstraction: The case of school mathematics, Educational Studies in Mathematics, 58, 101-119.

Hazzan, O., 1999. Reducing Abstraction Level When Learning Abstract Algebra Concepts, Educational Studies in Mathematics 40. 71–90.

Hitt, F., 2001. Working group on representations and mathematics visualization, Representation and Mathematics Visualization (1998-2001), Panelists: Kaput, J., Radford, L., Presmeg, N. and Santos, M.

Jaworski, B., 2002. Sensitivity and challenge in university mathematics tutorial teaching, Educational Studies in Mathematics, 51, 71-94.

Karasar, N., 1998. Bilimsel araştırma yöntemi, 8.Baskı, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Keppelman, E. and Webb, B., 2002. Learning beginning group theory with Finite Group Behavior, Innovations in Teaching Abstract Algebra, Mathematical Association of America, 45-54.

Konyalıoğlu, S. ve Dikici, R., 2004. Normal altgrup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde ISETL programlama dilinin rolü, Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16-17-18, 249-254.

Konyalıoğlu, S., 2005. Bazı sonlu doğrulmuş grupların öğretimine geometrik ve bilgisayar destekli yaklaşım, (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Krishnamani, V. and Kimmins, D., 2001. Using Technology as A Tool in Abstract Algebra and Calculus: The MTSU Experience, http://archives. math.utk.edu/ICTCM.

Kulich, L.T., 2000. Ideas for teaching and learning: Computer algebra in abstract algebra, The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, vol 7, No 3, 213–219.

Leron,U. and Dubinsky, E., 1995. An abstract algebra story, The American Mathematical Monthly, 102(3), 227–242.

Leron,U. and Hazzan, O. And Zazkis, R., 1995. Learning group isomorphism: A crossroads of many concepts, Educational Studies in Mathematics, 29, 153-174.

Loss, J. E., 2003. The history of group theory, http://www.mathsci.appstate.edu/~sjg /class/3010/final/jon5.pdf

Mackie, D., 2002. Using computer algebra to encourage a deep learning approach to calculus, 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics, at the Undergraduate Level, July 1-6, Hersonissos, Crete , Greece.

Mackiw, G., 2002. Experiments with finite linear groups using MATLAB, Innovations in Teaching Abstract Algebra, Mathematical Association of America, 85–90.

Magma, 2005. Magma-Computational Algebra, http://www.bham.ac.uk/ctimath /reviews /feb94/magma.pdf.

McCoy, L. P., 1996. Computer-based in mathematics learning, Journal of Research on Computing in Education, 28(4), 38-60.

Mcmillan, J. H. and Schumacher, S., 2001. Research in education, fifth edition, Addison Wesley Longman, US.

Nardi, E., 2000. Mathematics undergraduates' responses to semantic abbreviations, 'geometric' images and multi-level abstractions in group theory, Educational Studies in Mathematics, 43, 169–179.

Nicholson, J., 1993. The development and understanding of the concept of quotient group, Historica Mathematica, 20(1), 68-88.

Norcliffe, A., 1996. The revolution in mathematics due to computing', TALUM newsletter (4), Mathematical Association, www.bham.ac.uk/ctimath/talum /newsletter/talum4.htm.

Nwabueze, K. K., 2004. Computers in abstract algebra, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35(1), 39-49.

Pesonen, M. and Malvela, T., 2000. A reform in undergraduate mathematics curriculum: more emphasis on social and pedagogical skills, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31(1), 113-124.

Rainbolt, J. G., 2002. Using GAP in an abstract algebra class, Innovations in Teaching Abstract Algebra, Mathematical Association of America, 77–83.

Rainbolt, J., G., 2005. Teaching Abstract Algebra with GAP, to appear in Proceedings of the 16th Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics , Pearson Education, Inc.

Ravaglia, R., Suppes, P., Stillinger, C. and Alper, T. M., 1995. Computer-based mathematics and physics for gifted students, Gifted Child Quarterly, 39(1), 7–13.

Renshaw, C.E. and Taylor, H.A., 2000. The educational effectiveness of computer-based instruction, Computers and Geosciences, 26(6), 667-682.

Şahin, T.Y. ve Yıldırım, S., 1999. Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme, Anı Yayıncılık, Ankara.

Savaş, E., 1999. Matematik öğretimi, Kozan Ofset, (2. baskı), Ankara.

Selden, A. and Selden, J., 1987. Errors and misconceptions in college level theorem proving, Proceedings of the Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics, Cornell University, 3, 456–471.

Selden, A. and Selden, J., 1993. Collegiate mathematics education research: What would that be like?, The College Mathematics Journal, 24(5), 431–445.

Smith, R. S., 2002. Using ISETL and cooperative learning to teach abstract algebra: an instructor's view, Innovations in Teaching Abstract Algebra, Mathematical Association of America, 71-76.

Sztajn, P., 1995. Mathematics reform: looking for insights from nineteenth century events, School Science and Mathematics, Vol. 95(7), p.377-384.

Ubuz, B., 2002. Development of calculus concepts through a computer based learning environment, Proceedings of the 2th International Conference on Teaching of Mathematics, 1, 1-10.

Van, E. and Dempsey, J., 2002. The effect of competition and contextualized advisement on the transfer of mathematics skills in a computer-based instructional simulation game, Educational Technology Research and Development, 50(3), 23-41.

Wavrik, J. J., 2003. Evolution of a Computer Application, Journal of Online Mathematics and its Applications, 3, 1-13.

Weber, K., 2001. Student difficulty in constructing proofs: the need for strategic knowledge, Educational Studies in Mathematics, 48, 101-119.

Weber, K., 2002. The role of instrumental and relational understanding in proofs about group isomorphism, Proceedings of the Second International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level). New York: John Wiley and Sons.

Yalçınalp, S., Geban, Ö., ve Özkan, Ö., 1995. Effectiveness of using computer-assisted supplementary instruction for teaching the mole concept. Journal of Research in Science Teaching, 32, 1083-1095.

Yalın, H. İ., 2004. Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Zazkis, R. and Gunn, C., 1997. Sets, subsets and the empty set: Students' constructions and mathematical conventions, Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 16(1), 133-169.

EKLER

EK 1. GRUP İZOMORFİZM BİLGİ TESTİ

1. **a)** Grup homomorfizmi nedir? Açıklayınız.

b) Grup izomorfizmi nedir? Açıklayınız.

2. $\Phi:(Z_5,+)\to(Z_5,+)$ dönüşümü $\Phi(x)=3x(\mathrm{mod}\,5)$ olarak tarif ediliyor. $\Phi(x)$ dönüşümünün izomorfizm olup olmadığını araştırınız.

3. Aşağıda tanımlanan h ve f dönüşümlerinin birer izomorfizm olup olmadıklarını araştırınız.

a) $h:(Z,+)\to(kZ,+)$, $h(n)=kn$ ($k\in Z$ ve $k\neq 0$)

b) $R^*=R-\{0\}$ olmak üzere $f:(R^*,.)\to(R^*,.)$, $f(x)=x^3$

4. G bir grup ve $g\in G$ sabit bir eleman olsun. $\Phi:G\to G$, $\Phi(x)=gxg^{-1}$ olarak tarif edilen Φ dönüşümünün bir izomorfizm olduğunu gösteriniz.

5. $\Phi:G\to G'$ üzerine bir homomorfizm ve N,Φ nin çekirdeği olsun. Bu taktirde N nin G nin normal alt grubu olduğunu gösteriniz.

EK 2. ISETL ÇALIŞMA YAPRAKLARI

ÇALIŞMA YAPRAĞI 1

1. Aşağıdaki soruları cevaplayabileceğinizden emin olmak için bilgisayarınızdaki dokümanları kullanın.

a) Bilgisayarı nasıl açarsınız?
b) Bilgisayarı nasıl kapatırsınız?
c) Bilgiyi nasıl girersiniz? Klavyeden? Fareden? Diskten?
d) Ekranda nasıl hareket edersiniz? Tuşlarla? Fareyle?
e) Dosyaları nasıl oluşturur ve onları nasıl düzenlersiniz?
f) Dosyaları nasıl kaydeder ve kaydettiklerinizi nasıl silersiniz?

2. Aşağıdaki soruları cevaplayabileceğinizden emin olabilmek için **ISETL** için verilmiş olan dokümanları kullanın.

(a) Bir ISETL ortamını nasıl başlatırsınız?
(b) Bir ISETL ortamını nasıl sonlandırırsınız?
(c) Klavyeden direk olarak bilgileri nasıl girersiniz?
(d) Sisteme, çalıştığınız bir dosyadan bilgiyi nasıl transfer edersiniz?
(e) Değişiklikleri nasıl yaparsınız? Materyalleri silerek, ekleyerek veya hataları düzelterek mi?
(f) Bir oturumda yapmış olduğunuz çalışmayı nasıl kaydedersiniz?
(g) Windows veya dosyadan nasıl yazdırırsınız?

3. ISETL'de çalışırken ekranda belirecek bilgiler aşağıdadır. ">" veya ">>" ile başlayan satıra (prompta) karşılık sizin kendi cevabınızı girmelisiniz. Böyle bir satırın son bulduğunu belirlemek için de return ya da enter tuşuna basmalısınız. Diğer satırlar **ISETL** tarafından ekranda yer alır. **ISETL**'i başlatarak, uygun satırlara bilgileri işleyiniz ve cevapları elde ediniz.

```
>   7+18;
25;

>   13*(-233.8);
-3039.400;

>   6=2*3;
true;
>   5 >= 2*3;
false;
>   170
>> +237-460
>> *2
>> ;
-513;

>   n:=37 mod 23;
>   n;
14;
>   N;
OM;
>   p:=-4 mod 23;
>   p;
19;
>   (n+p) mod 23=10;
true;

>   is_number(3.7);          is_number(3<4);
true;
false;

>   A:= "Abstract Algebra";
```

```
>   A(1);
"A";
>   A(4); A(9);
"t";
" ";
>   A(11); A(6); A(10);
"l";
"a";
"A";
>   A=A(10);
false;
>   B:= "ABSTRACT"; C:= "AB" + "STRACT";
>   B=C;
>   B:= "ABSTRACT"; C:= "AB" + "STRACT";
>   B=C;
true;
>   "B" in "ABS"; "b" in "ABS";
true;
false;
```

4. Aşağıda **ISETL**’e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**’in vereceği cevabın ne olacağını önceden tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
>   b:=10;
>   b;
>   b+20;
>   b:=b-4; b; B;
>   is_defined (b); is_defined(B);

>   (3<=3) impl (3=2+1);
```

```
>   7 mod 4; 11 mod 4; -1 mod 4;
>   (23 +17) mod 3;

>   is_integer(5); is_integer(-13);
>   is_integer(6/4); is_integer(6/3);
>   is_integer(3.6); is_integer(6 - 3);
>   is_integer(a); is_integer(a mod c);
>   is_boolean (true); is_boolean (“true”);
>   is_boolean (false); is_boolean (“false”);
>   is_boolean (2<3);
```

5. ISETL kodlarının bazıları aşağıdadır. Her bir grubu okuyun, kodun yapacağı şey nedir? İfadesini yazın ve sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
>   x :=4; y :=2;
>   if (x+y) mod 6 = 0 then
>> cevap := "toplamaya gore ters";
>> end;
>   cevap;
```

b)

```
>   if (x+y) mod 6=0 then
>> cevap:= "toplamaya gore";
>> cevap:= cevap + "ters";
>> end;
>   cevap;
```

c)

```
>   if (x*y) mod 7=1 then
>> cevap:= "carpmaya gore ters";
```

```
>> else cevap:= "carpmaya göre ters değil";
>> end;
>  cevap;
```

d)

```
>  if (x*y) mod 7=0 then
>> ans:= "carpmaya gore ters degil";
>> elseif (x*y) mod 7 =1 then
>> cevap:= "ters";
>> end;
>  cevap;
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 2

1. Aşağıda **ISETL**’e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**’in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
T1:= [0..19]; T1;
T2:= [0,2..19]; T2;
T3:= [0,6..19]; T3;
T1(5); T2(5); T3(5);
#T1; #T2; #T3;
T4:= [1,2,"abstract", "algebra",T2,3<2,["cebir", "ISETL", "kitap"]]; #T4;
T4(7) ; T4(7)(2);
2 in T4; false in T4; "ISETL" in T4;
%+[1..10]; %*[1..6]; %or[2=1,2=2,2=3,2=4];
Z12:= {0..11}; Z12;
threeZ12:={0,3..11}; threeZ12;
```

2. Aşağıda verilen **ISETL** satırlarındaki giriş bilgilerinin ne sonuç vereceğini sözel olarak ifade edin.

```
Z20:= { a mod 20 : a in [-30..50]};
H:= {g : g in Z20 | even(g) };
K:= {(5*g) mod 20 : g in Z20};
L:= {g*h : g,h in Z20 | even(g) and h<10};
HK:= {(h*k) mod 20 : h in H, k in K};
#(Z20); #(H); #(K); #(HK);
H union K; H union HK; K union HK;
K inter H; H inter HK;
H subset K; HK subset H; K subset HK;
```

Z20-{0}; 0 in Z20; 0 in Z20-{0};

3. Aşağıda verilen **ISETL** satırlarındaki giriş bilgilerinin ne sonuç vereceğini sözel olarak ifade edin.

```
Z20:= {0..19};
forall x in Z20 | (x+0) mod 20 = x;
forall x in Z20 | (x+3) mod 20 = x;
exists e in Z20 | (forall g in Z20 | (e+g) mod 20 = g);
forall g in Z20 | (exists g' in Z20 | (g+g') mod 20 =0);
choose e in Z20 | (forall g in Z20 | (e+g) mod 20 = g);
e:= choose x in Z20 | (forall g in Z20 | (x+g) mod 20 = g);
e;
```

4. Aşağıda **ISETL**’e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**’in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
S1:= {2,"a",[1,2]}; S2:= { "a",2,[1,2]};
S2':= {"a", [1,2], 2, "a"}; # S2';
S1=S2; S1=S2'; S2=S2';
T1:=[2,"a",[1,2]]; T2:= [ "a",2,[1,2]];
T2':= ["a", [1,2], 2, "a"];
T1=T2; T1=T2'; T2=T2';
S:= {0,1,{0,1}};T= [0,1,{0,1}];
S=T;
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 3

1. Aşağıda **ISETL**'e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
f := func(x);
return
(x + 3) mod 6;
end;
f(5);    f(0);    f(37);

h := | x - > ( x+ 3) mod 6|;
h(5);  h(0);  h(37);
h=f;
```

b)

```
Z9:= {0..8};
ters:= func(x);
return
choose g in Z9 | (x*g) mod 9 = 1;
end;
ters (2); ters (5); ters (6) ; ters (11); ters (0);
2* ters (2); 5* ters (5);
```

c)

```
Z20:= {0..19};
kapalı := func(H);
return
forall x,y in H | (x+y) mod 20 in H;
end;
kapalı({0,4..19}); kapalı({3,5,9}); kapalı(Z20);
```

2. Aşağıda **ISETL**’e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**’in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)
```
Z20 := {0..19};
op := func(x,y);
return (x+y) mod 20;
end;
op(3,5); 3 .op 5;
```

b)
```
G := {1..12};
o := func(x,y);
return ( x*y) mod 13;
end;

forall g1 , g2 in G |  g1 .o g2 in G ;
exists e in G | ( forall g in G | e .o g = g);
choose e in G | ( forall g in G | e .o g = g);
e :=  choose e in G | ( forall g in G | e .o g = g);
e;
forall g in G |  (exists g' in G | g' .o g = e);
```

c)
```
S3 := {[a,b,c] : a,b,c in [1..3] | #{a,b,c}=3};
os:= | p,q ->[p(q(i)) : i in [1..3]] | ;
p:=[1,3,2]; q:= [3,1,2];
os(p,q); p .os q;
```

3. Aşağıda isimleri ile verilen her durum için bir **ISETL** func tanımlayın:

a) “kapalı” fonksiyonu iki girdi parametresine sahiptir: G kümesi ve Aktivite 2 deki gibi G nin iki değişkeni üzerinde tanımlanan bir “o” ikili işlemi. Kapalı fonksiyonun görevi, G nin iki elemanına “o” işlemi uygulandığında sonucunun daima G nin elemanı olup olmadığını belirlemektir. Bu durum true (doğru) ya da false (yanlış) değerleri ile belirlenecektir.

b) “degisme**”** fonksiyonu iki girdi parametresine sahiptir: G kümesi ve Aktivite 2 deki gibi G nin iki değişkeni üzerinde tanımlanan bir “o” ikili işlemi. Degisme fonksiyonunun görevi sonucun elemanların yazılış sırasına bağlı olup olmadığını belirlemektir. Bu durum true (doğru) ya da false (yanlış) değerleri ile belirlenecektir.

c) “birim” fonksiyonu iki girdi parametresine sahiptir: G kümesi ve Aktivite 2 deki gibi G nin iki değişkeni üzerinde tanımlanan bir “o” ikili işlemi. Birim fonksiyonun görevi, G nin herhangi bir g elemanı ile işleme tabi tutulduğunda yine g’yi veren G’nin bir e elemanının varlığını araştırmaktır. Bu fonksiyon böyle bir e elemanın olduğu durumlarda e yanıtı olmadığı durumlarda ise om yanıtı (yok) ile sonuçlanacaktır.

d) “ters” fonksiyonu üç girdi parametresine sahiptir: G kümesi, G üzerinde tanımlı “o” ikili işlemi ve G’nin bir g elemanı. Kabul edelim ki (G,o) de “e” birim eleman tanımlı olsun. Ters fonksiyonunun görevi ilk olarak (G,o) de bir e değişkeni atamak, sonra g elemanı ile işleme tabi tutulduğunda e yi veren G’de bir g' elemanının varlığını araştırmaktır. Bu fonksiyon böyle bir g' elemanın olduğu durumlarda g', yanıtın olmadığı durumlarda ise om yanıtı (yok) ile sonuçlanacaktır.

e) “birleşme” fonksiyonu iki girdi parametresine sahiptir: G kümesi ve Aktivite 2 deki gibi G nin iki değişkeni üzerinde tanımlanan bir “o” ikili işlemi. Birleşme fonksiyonun görevi, üzerinde tanımlanan “o” ikili işlemine göre G kümesinin birleşmeli olup olmadığını belirlemektir. Bu durum true (doğru) ya da false (yanlış) değerleri ile belirlenecektir.

ÇALIŞMA YAPRAĞI 4

1. Geçen ders çalıştığınız bazı fonksiyonların listesi aşağıda sıralanmıştır.

Kapalılık – Birleşme- Birim eleman – Ters eleman

Her bir fonksiyonun ne tür objeler içerdiğini ve bu objelerle yapılan işlemlerin neler olduğunu açıklayın.

2) Aşağıdaki her bir seçenek için **ISETL**'de G ve op (işlem)çiftleri oluşturunuz.

a) G kümesi Z_{12} (12 nin kalan sınıflarının kümesi) ve op işlemi a12 (mod 12 de toplama).

b) G kümesi Z_5 (5 in kalan sınıflarının kümesi) ve op işlemi m5 (mod 5 te çarpma).

c) G kümesi S_3 ({1,2,3} kümesinin tüm permütasyonlarının kümesi) ve o işlemi permütasyonların bileşke işlemi.

3. 1. aktivitedeki fonksiyonları 2. aktivitedeki her bir çift için uygulayın ve çiftlerin sağladığı özellikleri listeleyin.

4. Aşağıda **ISETL**'e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
>   G:={0..19};
>   o:= func(x,y);
>> return (x+y) mod 20;
>> end;
>   H:= {1..20};
>   o':= func(x,y);
>> return (x*y) mod 21;
```

```
>> end;

>   f:= func(x);
>> return (3*x) mod 21;
>> end;

>   birebir := func(F,D,R);
>> return forall x,y in D | (F(x) = F(y)) impl x = y;
>> end;
>   birebir(f,G,H);

>   uzerine:= func(F,D,R);
>> return forall y in R | exists x in D | F(x) =y;
>> end;
>   uzerine(f,G,H);

>   name_group := proc(set,operation);
>> G := set; o := operation;
>> e := identity (G,o);
>> i := | g -> inverse (G,o,e) | ;
>> writeln "Group object defined: G, o, e, i.";
>> end;
>   name_group(G, o);
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 5

1. Bu bölümde bir gruptan diğerine fonksiyonlarla çalışacaksınız. Bu nedenle iki grupla ilişkili bir notasyona ihtiyaç duyacaksınız. Grubun standart notasyonları olan G, o, e, i'yi yeniden adlandırın. Notasyonları G', o', e', i' olan yeni bir grup yazın.

2. Bu kısımda ana gaye bir grubun elemanları arasındaki bağıntının diğer grubun işlemine nasıl bir eşleme ile uygulanacağının bulunması işidir. Özellikle f, G den G' ne bir fonksiyon ve a,b G nin herhangi iki elemanı ise a .ob (G de) çarpımı ve görüntülerinin çarpımı f(a) .o'f(b) (G' de) arasında basit bir ilişki arayabiliriz. Siz bazen böyle bir ilişkinin varolduğunu bazen de olmadığını göreceksiniz.

Bu aktivitede siz aşağıda verilen fonksiyonları inceleyip basit ilişkileri bulmayı deneyiniz. Çalışmayı daha ilginç hale getirmek için bu ilişkilerin olduğu bazen de olmadığı örnekleri çalışmanıza dahil edebilirsiniz. Elbetteki bu işi **ISETL**'de (mümkün olduğu durumlarda) uygulamalısınız.

İlk olarak bağıntıya karar verin ve listedeki her bir fonksiyonun niçin böyle bir ilişki belirtip belirtmediğini açıklayın.

a) $f : Z_{12} \to Z_{12}$, $f(x) = 3x \bmod 12$

b) $g : Z_{12} \to Z_{12}$, $g(x) = x +_{12} 3$

c) $h : Z_{20} \to Z_5$, $h(x) = x \bmod 5$

d) $u : Z_{20} \to Z_7$, $u(x) = x \bmod 7$

e) $h : S_3 \to S_3$, $h(p) = (12)$,($\forall p \in S_3$ için)

3. Aşağıda **ISETL**'e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
>   hom:= func(F,D,o1,R,o2);
>> return
>> forall x,y in D | F(x .o1 y) = F(x) .o2 F(y);
>> end;
```

hom fonksiyonu, önceki aktivitedeki elde ettiğiniz ilişkiyi f in belirtip belirtmediğine bağlı olarak doğru ya da yanlış sonucuna götüren bir fonksiyondur.

4. 2. aktivitedeki örnekler üzerinde hom fonksiyonu kontrol ediniz.

ÇALIŞMA YAPRAĞI 6

1. Bir önceki derste tanımladığınız hom fonksiyonunu kullanarak Z_{12} den Z_4 e hom doğru olacak şekilde 2 farklı fonksiyon bulunuz.

2. Aşağıda **ISETL**'e girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'in cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
>   iso:= func(F,D,o1,R,o2);
>> return
>> (forall x,y in D | F(x .o1 y) = F(x) .o2 F(y)) and (forall x,y in D | (F(x)=F(y))
impl x=y) and (forall y in R | exists x in D | F(x)=y);
>> end;
```

3. Aşağıda listesi verilen her bir fonksiyonun birebir ve örtenliğini ISETL'de kontrol ediniz.

a) $f : Z_{12} \rightarrow Z_{12}$, $f(x) = 3x \bmod 12$

b) $g : Z_{13} \rightarrow Z_{13}$, $g(x) = x +_{13} 5$

c) $h : Z_{20} \rightarrow Z_5$, $h(x) = x \bmod 5$

d) $u : Z_{10} \rightarrow Z_7$, $u(x) = x \bmod 7$

e) $h : S_3 \rightarrow S_3$, $h(p) = (12)$,($\forall p \in S_3$ için)

4. Bir önceki aktivitedeki örnekler üzerinde iso fonksiyonunu kontrol ediniz.

EK 3. GAP ÇALIŞMA YAPRAKLARI

ÇALIŞMA YAPRAĞI 1

1. Aşağıdaki soruları cevaplayabileceğinizden emin olmak için bilgisayarınızdaki dokümanları kullanın.

- **a)** Bilgisayarı nasıl açarsınız?
- **b)** Bilgisayarı nasıl kapatırsınız?
- **c)** Bilgiyi nasıl girersiniz? Klavyeden? Fareden? Diskten?
- **d)** Ekranda nasıl hareket edersiniz? Tuşlarla? Fareyle?
- **e)** Dosyaları nasıl oluşturur ve onları nasıl düzenlersiniz?
- **f)** Dosyaları nasıl kaydeder ve kaydettiklerinizi nasıl silersiniz?

2. Aşağıdaki soruları cevaplayabileceğinizden emin olabilmek için **GAP** için verilmiş olan dokümanları kullanın.

- **a)** Bir GAP ortamını nasıl başlatırsınız?
- **b)** Bir GAP ortamını nasıl sonlandırırsınız?
- **c)** Klavyeden direk olarak bilgileri nasıl girersiniz?
- **d)** Sisteme, çalıştığınız bir dosyadan bilgiyi nasıl transfer edersiniz?
- **e)** Değişiklikleri nasıl yaparsınız? Materyalleri silerek, ekleyerek veya hataları düzelterek mi?
- **f)** Bir oturumda yapmış olduğunuz çalışmayı nasıl kaydedersiniz?
- **g)** Windows veya dosyadan nasıl yazdırırsınız?

3. GAP'ta çalışırken ekranda belirecek bilgiler aşağıdadır. “gap>” veya “>” ile başlayan satıra (prompta) karşılık sizin kendi cevabınızı girmelisiniz. Böyle bir satırın son bulduğunu belirlemek için de enter tuşuna basmalısınız. Diğer satırlar **GAP** tarafından ekranda yer alır. **GAP**'ı başlatarak, uygun satırlara bilgileri işleyiniz ve cevapları elde ediniz.

```
gap>        9 + 16;
25

gap>        10 * (-99);
-990

gap>        120
>   + 240 – 400
> * 3;
-840
gap>         2 + 2; 3 +
4
>   2;
5
gap>        9 +
>   3;
12
gap>        9 / 3;
3
gap>        9 / 4;
9/4

gap>         9 ^ 2;
81
gap>         3 ^ 2 + 3 - 2;
10

gap>        n:= 27 mod 13;
1
gap>         n;
1
gap>        N;
```

```
Variable: 'N' must have a value
gap>        p:= -9 mod 18;
9
gap>        p;
9

gap>        12345 / 25;
2469/5

gap>        10 > 0 and 10 < 100;
true
gap>        15 > 20;
false
gap>        (9 - 7) * 5 = 9 -7 * 5;
false
```

4. Aşağıda **GAP'**a girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **GAP'**ın vereceği cevabın ne olacağını önceden tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
gap>b := 10;
gap> b;
gap> b +20;
gap> b := b-4;
gap> b; B;

gap> a := 0; b := 1; c := 2; d := 3;
gap> a := d ; b:= c; c := b ; d := a;
gap> a;b;c;d;
gap> c := a;

gap> 9 mod 3; 19 mod 3; -29 mod 3;
```

```
gap> (99 - 11) mod 6;

gap> IsInt (2); IsInt (-3);
gap> IsInt (-9); IsInt (-3/2);
gap> IsInt (2/2); IsInt (-5/4);
gap> 12 in Integers;
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 2

1. GAP kodlarının bazıları aşağıdadır. Her bir grubu okuyun, kodun yapacağı şey nedir? ifadesini yazın ve sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
gap> x:=2; y:=4;
gap> if  ( x +y ) mod 6 = 0 then
> cevap := "toplamaya gore ters";
> fi;
gap> cevap;
```

b)

```
gap> if (x + y) mod 6 = 0 then
> cevap:= "toplamaya gore ters";
> else cevap := " toplamaya gore ters degil";
> fi;
gap> cevap;
```

c)

```
gap> if  ( x * y) mod 6 = 1 then
> cevap := "carpmaya gore ters";
> else cevap := " carpmaya gore ters degil";
> fi;
gap> cevap;
```

d)

```
gap> if  ( x * y) mod 6 = 0 then
> cevap := "carpmaya gore ters degil";
> else if  ( x * y) mod 7 = 1 then
> cevap:= “ters”;
```

```
> fi;
> fi;
gap> cevap;
```

2. Aşağıda **GAP'a** girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **GAP'ın** cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
gap> T1 := [0..29];  T1;
gap> T2 := [2..29];   T2;
gap> T3 := [4..29];   T3;
gap> T1[9]; T2[9]; T3[9];
gap> Length (T1); Length (T2); Length (T3);   Size (T1);
gap> T4 := [1,2,"soyut", "cebir",T2,3<2,[ "cebir", "GAP"]]; Length (T4);
gap> T4[7]; T4[7][2];
gap> 2 in T4; 5 in T4; "GAP" in T4;
gap> K := [2,1>2 , [1,2]] ; K1 := [ 1>2, 2, [1,2]];
gap> K2 := [2,1>2 ,[1,2],2];
gap> K = K1; K = K2 ; K1= K2;
gap> N := [3,1,[0,1]]; R :=  [0,1,[0,1]];
gap> N = R;
```

3. 2. Aktivite ile ilgili düşüncelerinizi birkaç paragraf halinde yazınız. Ne tahmin etmiştiniz? Sonuç ne oldu?

ÇALIŞMA YAPRAĞI 3

GAP kodlarının bazıları aşağıdadır. Her bir grubu okuyun, kodun yapacağı şey nedir? ifadesini yazın ve sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
gap> f := function(x);
> return
> (x + 3) mod 6;
> end;
gap> f(12);
```

b)

```
gap> f := function(n);
> return[1..n];
> end;
gap> f(10);
```

c)

```
gap> h:= x -> x^2;
function (x) … end
gap> h (5); h (12); h (-3);
```

d)

```
gap> Z20:=[1..6];
[ 1 .. 6 ]
gap> t:=function(x,y);
> if (x in Z20 and y in Z20) then;
> return (x*y) mod 10;
> fi;
> end;
```

```
function( x, y ) ... end
gap> t (3,5);
```

e)

```
gap> s := 0;;
gap> for i in [1..100] do
> s := s + i;
> od;
gap> s;
```

f)

```
gap> fib := function ( n )
> local f1, f2, f3, i;
> f1 := 1; f2 := 1;
> for i in [3..n] do
> f3 := f1 + f2;
> f1 := f2;
> f2 := f3;
> od;
> return f2;
> end;;
gap> List( [1..10], fib );
[ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ]
```

g)

```
gap> fib := function ( n )
> if n < 3 then
> return 1;
> else
> return fib(n-1) + fib(n-2);
> fi;
> end;;
```

```
gap> List( [1..10], fib );
[ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ]
```

h)

```
gap> sum := function ( arg )
> local total, x;
> total := 0;
> for x in arg do
> total := total + x;
> od;
> return total;
> end;
function( arg ) ... end
gap> sum(1, 2, 3); sum(1, 2, 3, 4);
gap> sum();
```

ı)

```
gap> 1; 2; 3;
1
2
3
gap> last3 + last2 * last;
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 4

1. GAP kodlarının bazıları aşağıdadır. Her bir grubu okuyun, kodun yapacağı şey nedir? ifadesini yazın ve sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
gap> Z10:=Integers mod 10;
(Integers mod 10)
gap> IsAdditiveGroup(Z10);
gap>One (Z10);
gap>x:=Random(Z10);
gap>y:=Random(Z10);
```

b)

```
gap> a:= (1,2,3);;b:=(2,3,4);;
gap> One (a);
gap> Inverse (b);
gap> a*b;
gap> Order(a*b);
```

2. GAP kodlarının bazıları aşağıdadır. Her bir grubu okuyun, kodun yapacağı şey nedir? ifadesini yazın ve sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
gap> g:=Group ((1,2,3,4),(1,2));
Group ([ (1,2,3,4), (1,2) ])
```

b)

```
gap> k:=Group((2,3,4,5),(2,5));
Group([ (2,3,4,5), (2,5) ])
```

c)

gap> j:=DihedralGroup(IsPermGroup,4);

Group([(1,2), (3,4)])

gap>_

d)

gap> d:=SymmetricGroup(4);

Sym([1 .. 4])

e)

gap> s:=CyclicGroup(IsPermGroup,6);

Group([(1,2,3,4,5,6)])

f)

gap> n:=AlternatingGroup(4); ✔

Alt([1 .. 4])

g)

$g=\langle a,b \mid a^5,b^2, a^ba\rangle$

gap> f := FreeGroup("a", "b");;

gap> g := f / [f.1^5, f.2^2, f.1^f.2*f.1];

<fp group on the generators [a, b]>

h)

$l=\langle x,y \mid x^4=y^4=e, yx=x^2y^2\rangle$

gap> f := FreeGroup("a", "b");

<free group on the generators [a, b]>

gap> l := f / [f.1^4, f.2^4, f.2*f.1*f.1^-2*f.2^-2];

<fp group on the generators [a, b]>

3. Aşağıda verilen serbest grupları **GAP'ta** ifade ediniz.

a) $\langle x,y \mid x^2y=y^2x, x^8\rangle$

b) $<x,y \mid x^3=y^2, x^3, y^{-1}xy=x^2>$

c) $<a,b \mid abab^2=e=baba^2>$

d) $<x,y \mid x^4=e, x^2=y^2, y^{-1}xy=x^{-1}>$

e) $<x,y \mid xyx=y, yxy=x>$

4. GAP'ta 2. ve 3. aktivitede verilen ifadelerin eleman sayılarını, grup olup olmadıklarını ve mertebelerini araştırınız.

ÇALIŞMA YAPRAĞI 5

GAP kodlarının bazıları aşağıdadır. Her bir grubu okuyun, kodun yapacağı şey nedir? ifadesini yazın ve sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a)

```
gap> K:=Integers mod 5;
gap> IsAdditiveGroup(K);
gap> S:=Integers mod 5;
gap> h:=MappingByFunction(K,S,x->2*x);
MappingByFunction( (Integers mod 5), (Integers mod
5), function( x ) ... end )
gap> IsAdditiveGroupHomomorphism(h);
gap> IsInjective(h);
gap> IsSurjective(h);
```

b)

```
gap> Z10:=Integers mod 10;;
gap> IsAdditiveGroup(Z10);
gap> Z20:=Integers mod 20;;
gap> f:=MappingByFunction(Z10,Z20,x->2*Int(x)*One(Z20));
MappingByFunction( (Integers mod 10), (Integers mod
20), function( x ) ... end )
gap> IsAdditiveGroupHomomorphism(f);
gap> IsInjective(f);
gap> IsSurjective(f);
```

c)

```
gap> d:=SymmetricGroup(4);
gap> Size(d);
```

```
gap> f := FreeGroup( "a", "b" );;
gap> k:=f / [ f.1^4,f.2^3,(f.1*f.2)^2];
<fp group on the generators [ a, b ]>
gap>map:=GroupGeneralMappingByImages(d,k,GeneratorsOfGroup(d),Generators
Of Group(k));
gap> IsGroupHomomorphism(map);
gap> IsSurjective(map);
gap> IsInjective(map);
```

d)

```
gap> f := FreeGroup( "a", "b" );;
gap> L := f / [ f.1^3* f.2^-2,f.1^3,f.2^-1*f.1*f.2*f.1^-2];
<fp group on the generators [ a, b ]>
gap> S3:=SymmetricGroup(3);
Sym( [ 1 .. 3 ] )
gap>map:=GroupGeneralMappingByImages(L,S3,GeneratorsOfGroup(L),Generato
rs
OfGroup(S3));
gap> IsGroupHomomorphism(map);
gap> IsInjective(map);
gap> IsSurjective(map);
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 6

1. Aşağıda listesi verilen her bir fonksiyonu **GAP'**ta ifade ederek fonksiyonların 1-1 ve örten olup olmadığını kontrol ediniz.

a) $f: Z_{10} \to Z_{10}$, $f(x) = 2x$

b) $g: Z_{13} \to Z_{13}$, $g(x) = x + 5$

c) $h: Z_{20} \to Z_5$, $h(x) = x^5$

d) $u: Z_{10} \to Z_7$, $u(x) = x^2 + 1$

2. 1. aktivitedeki fonksiyonların izomorf olup olmadıklarını araştırınız.

3. Aşağıda **GAP'a** girmeniz için grup çiftleri verilmiştir. Bu grupların birbirine izomorf olup olmadıklarını araştırınız.

a) $G=\langle x,y \mid xyx=y, yxy=y\rangle$ ve $K=\langle a,b \mid a^2=b^2, a^{-1}ba=b^{-1}\rangle$

b) D3 , S3

c) $k=\langle x,y \mid x^4, y^3, (xy)^2\rangle$ ve S4

d) D4 ve $Q_4=\langle x,y \mid x^4=e, x^2=y^2, y^{-1}xy=x^{-1}\rangle$

ÖZGEÇMİŞ

1974 yılında Erzincan'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Erzincan'da tamamladı. 1993 yılında kazanmış olduğu Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Matematik Bölümü'nden 1997 yılında mezun oldu. Aynı yıl Ardahan iline matematik öğretmeni olarak atandı. 2000 yılına kadar Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde matematik öğretmeni olarak çalıştı. 1998-2002 yılları arasında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimini tamamladı.

2000 yılından beri Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalında araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.