



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**YANAL BURKULMA PROBLEMİNİN UZAY ÇERÇEVE
SİSTEMİ ANALOJİSİ İLE ÇÖZÜMÜ**

**İnş.Müh. Barış GÜNEŞ
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yapı Programı**

**Danışman
Prof.Dr. Tuncer ÇELİK**

Haziran, 2004

İSTANBUL



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**YANAL BURKULMA PROBLEMİNİN UZAY ÇERÇEVE
SİSTEMİ ANALOJİSİ İLE ÇÖZÜMÜ**

**İnş.Müh. Barış GÜNEŞ
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yapı Programı**

**Danışman
Prof.Dr. Tuncer ÇELİK**

Haziran, 2004

İSTANBUL

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında, sınır şartları ve yükleme durumları belirli I kesitli bir kiriş üç boyutlu çerçeve sistem elemanları ile modellenmiş ve yanal burkulma davranışı incelenmiştir.

Tez çalışması süresince çok değerli bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Prof. Dr. Tuncer ÇELİK başta olmak üzere Doç. Dr. Namık Kemal ÖZTORUN'a ayrıca İnşaat Mühendisliği Bölümünün diğer öğretim üyelerine en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarımnda yardım ve desteklerini esirgemeyen Araş. Gör. Dr. Turgay ÇOŞGUN ve Araş. Gör. Erdem DAMCI'ya teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca, bana her türlü maddi ve manevi desteği sağlayan ve akademik çalışmalar yapmam konusunda beni yönlendiren aileme minnet ve şükranlarımı sunarım.

Haziran, 2004

Barış GÜNEŞ

İÇİNDEKİLER

| | |
|---|-------------|
| ÖNSÖZ | i |
| İÇİNDEKİLER | ii |
| ŞEKİL LİSTESİ | iv |
| TABLO LİSTESİ | v |
| SEMBOL LİSTESİ | vi |
| ÖZET | viii |
| SUMMARY | ix |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 1.1. Konu | 1 |
| 1.2. Konu İle İlgili Yapılan Çalışmalar | 2 |
| 1.3. Çalışmanı Amacı ve Kapsamı | 4 |
| 2. GENEL KISIMLAR | 7 |
| 2.1. Yanal Burkulma Davranışının İncelenmesi | 7 |
| 2.1.1. Basit Eğilme Hali İçin Yanal Burkulma | 11 |
| 2.1.1.1. İnce Dikdörtgen Kesitli Kirişler | 14 |
| 2.1.2. Konsol Kirişlerde Yanal Burkulma | 15 |
| 2.1.2.1. İnce Dikdörtgen Kesitli Konsol Kirişler | 18 |
| 2.1.3. Basit Mesnetli, Tekil P Yüğü Maruz I Kirişlerde Yanal Burkulma | 21 |
| 3. MALZEME VE YÖNTEM | 24 |
| 3.1. Kiriş Özelliklerinin Belirlenmesi | 24 |
| 3.1.1. Kiriş Kesitinin, Uzunluğunun ve Sınır Şartlarının Belirlenmesi | 24 |
| 3.1.1.1. Basit Kiriş İçin Sınır Şartlarının Belirlenmesi | 24 |
| 3.1.1.2. Konsol Kiriş İçin Sınır Şartlarının Belirlenmesi | 25 |
| 3.1.2. Kirişin Kesit ve Malzeme Özelliklerinin Belirlenmesi | 25 |
| 3.2. Kirişin Yanal Burkulma Kritik Yüğüünün Hesabı | 27 |

| | |
|---|-----------|
| 3.2.1. Basit Kirişin Yanal Burkulma Kritik Yükünün Hesabı | 28 |
| 3.2.2. Konsol Kirişin Yanal Burkulma Kritik Yükünün Hesabı | 29 |
| 3.3. Çerçeve Sistemin Geometrisinin, Kesit ve Malzeme Özelliklerinin Belirlenmesi | 30 |
| 3.3.1. Çerçeve Sistemin Geometrisinin Belirlenmesi | 31 |
| 3.3.2. Çerçeve Sistem Elemanlarının Kesit Özelliklerinin Belirlenmesi | 34 |
| 3.3.2.1. I Profilin Gövdesinin x-z Düzleminde Çerçeve Sistemle modellenmesi | 38 |
| 3.3.2.2. I Profilin Başlığının x-y Düzleminde Çerçeve Sistemle modellenmesi | 50 |
| 3.4. Çerçeve Sistemde Kirişin Uç Noktalarına Kritik Yük Uygulanması | 64 |
| 3.4.1. Basit Kirişte M_0 Momentinin Uygulanması | 64 |
| 3.4.2. Konsol Kirişte Düşey P Kuvvetinin Uygulanması | 65 |
| 3.5. Uzak Çerçeve Sistemin Analizinde kullanılacak Olan Bilgisayar Programı | 66 |
| 3.5.1. Bilgisayar Programının Algoritması | 69 |
| 3.5.2. Kullanılan Bilgisayar Programı | 72 |
| 3.5.2.1. Alt Programların Kapsamı | 72 |
| 3.5.2.2. Programa Giriş Bilgileri | 73 |
| 3.5.2.3. Program Çıkış Bilgileri | 74 |
| 4. BULGULAR | 75 |
| 5. TARTIŞMA VE SONUÇ | 80 |
| KAYNAKLAR | 82 |
| ÖZGEÇMİŞ | 85 |

ŞEKİL LİSTESİ

| | | |
|------------|---|----|
| Şekil 1.1 | : Simetrik I profili ve kiriş doğrultuları | 5 |
| Şekil 1.2 | : I kesitli kirişin kabuk ve çerçeve sistem modeli | 6 |
| Şekil 2.1 | : I kesitli bir kirişin yanal burkulma davranışı | 7 |
| Şekil 2.2 | : Yanal burkulma davranışı incelenecek olan kirişin eksenleri..... | 8 |
| Şekil 2.3 | : Kirişe farklı düzlemlerde uygulanan momentler | 9 |
| Şekil 2.4 | : Kirişe uygulanan kritik M_0 momentinin uygulama noktaları..... | 10 |
| Şekil 2.5 | : Konsol kirişte yanal burkulma davranışı | 11 |
| Şekil 2.6 | : $l/2$ de tekil yük uygulanması halinde yanal burkulma davranışı..... | 21 |
| Şekil 3.1 | : Profilinin ölçüleri | 26 |
| Şekil 3.2 | : Basit eğilme momenti uygulanan kiriş..... | 28 |
| Şekil 3.3 | : Düşey P kuvveti uygulanan konsol kiriş..... | 29 |
| Şekil 3.4 | : y-z düzlemindeki profil ve çerçeve sistem elemanları | 32 |
| Şekil 3.5 | : x-z düzlemindeki gövde çerçeve elemanların geometrisi..... | 33 |
| Şekil 3.6 | : x-y düzlemindeki başlık çerçeve elemanların geometrisi..... | 33 |
| Şekil 3.7 | : Çerçeve sistem elemanlarının kirişin i ucunda genel görünümü | 34 |
| Şekil 3.8 | : y ekseninde simetrik kesitin yarısı | 35 |
| Şekil 3.9 | : Profil yarısının alanlara bölünmesi | 35 |
| Şekil 3.10 | : Simetrik sistemde çerçeve sistem elemanları..... | 36 |
| Şekil 3.11 | : Simetrik çerçeve sistemin elemanlarının eksenleri..... | 37 |
| Şekil 3.12 | : Gövdenin i ucunda çerçeve sistem elemanları ve kesitler | 38 |
| Şekil 3.13 | : Gövdedeki m-m kesitinde simetrik profil ve çerçeve sistem elemanları..... | 38 |
| Şekil 3.14 | : Burulma hesabı için örnek kesit..... | 44 |
| Şekil 3.15 | : Gövdedeki n-n kesitinde profil ve çerçeve sistem elemanları | 47 |
| Şekil 3.16 | : Başlığın i ucunda çerçeve sistem elemanları ve kesitler..... | 50 |
| Şekil 3.17 | : Başlıktaki s-s kesitinde profil ve çerçeve sistem elemanları..... | 51 |
| Şekil 3.18 | : Başlığın t-t kesitinde profil ve çerçeve sistem elemanları | 56 |
| Şekil 3.19 | : Çerçeve sistem elemanlarının kendi eksenleri..... | 60 |
| Şekil 3.20 | : Çerçeve sistem elemanlarına ait nihai kesitler..... | 64 |
| Şekil 3.21 | : Çerçeve sistemde M_0 momentinin basit kirişe uygulanması | 64 |
| Şekil 3.22 | : Çerçeve sistemde P kuvvetinin konsol kirişe uygulanması | 65 |
| Şekil 3.23 | : Kullanılan bilgisayar programının algoritmasının akış şeması..... | 71 |
| Şekil 4.1 | : Basit kirişte kuvvet-yerdeğiştirme diyagramı | 75 |
| Şekil 4.2 | : Çerçeve sistem basit kirişin deforme olmuş hali. | 76 |
| Şekil 4.3 | : Basit kirişte y-z düzlemindeki kesitin deformasyonu | 77 |
| Şekil 4.4 | : Basit kirişin i ucundaki deformasyon şekli | 77 |
| Şekil 4.5 | : Konsol kirişte kuvvet-yerdeğiştirme diyagramı..... | 78 |
| Şekil 4.6 | : Çerçeve sistem konsol kirişin deforme olmuş hali. | 79 |

TABLO LİSTESİ

| | | |
|------------------|--|-----------|
| Tablo 2.1 | : Doğrultman kosinüsleri | 9 |
| Tablo 2.2 | : I kirişte basit eğilme hali için γ_1 katsayısının değerleri..... | 13 |
| Tablo 2.3 | : I kesitli konsol bir kirişte γ_1 katsayısının değerleri | 17 |
| Tablo 2.4 | : I kesitli, tekil P yükü uygulanan kirişte γ_1 katsayısının değerleri | 23 |
| Tablo 3.1 | : Uzak Çerçeve Eleman İçin Rijitlik Matrisi | 68 |

SEMBOL LİSTESİ

| | |
|--|--|
| a | : Kuvvetin uygulama noktasının kesit merkezine uzaklığı |
| b | : Kirişin başlık uzunluğu |
| A | : Alan |
| A_{C1, D1, D2, E1} | : C1, D1, D2, E1 kesitlerinin alanları |
| A_{F1, F2, G1, H1, H2} | : F1, F2, G1, H1, H2 kesitlerinin alanları |
| A_{1, A2, A3, A4} | : İntegral sabitleri |
| A_{BFn} | : Başlık kesitindeki n nolu çubuğun alanı |
| A_{GFn} | : Gövde kesitindeki n nolu çubuğun alanı |
| A_{Kn} | : K _n kesit özelliklerini taşıyan çubukların alanı |
| A_{PGY} | : Profil gövde kesitinin yarısının alanı |
| A_{PBY} | : Profil başlık kesitinin yarısının alanı |
| <u>A</u> | : Deplasman dönüşüm matrisi |
| E | : Elastisite modülü |
| C | : Burulma rijitliği |
| C_w | : Çarpılma atalet momenti |
| C₁ | : Çarpılma rijitliği |
| h | : Kirişin yüksekliği |
| h_{ba}, h_{bb} | : Sırasıyla şekil3.8 deki A ve B kesitlerinin yüksekliği |
| h_{by}, h_{bx} | : Sırasıyla başlıktaki y ve x doğrultusundaki çubukların uzunlukları |
| h_e | : Kirişin başlık eksenleri arasındaki uzaklık |
| h_{gd}, h_{gc} | : Sırasıyla şekil3.8 deki D ve C kesitlerinin yüksekliği |
| h_{gz}, h_{gx} | : Sırasıyla gövdedeki z ve x doğrultusundaki çubukların uzunlukları |
| G | : Kayma modülü |
| I_x, I_y, I_z | : x, y, z eksenlerine göre atalet momenti |
| I_ξ, I_η, I_ζ | : ξ, η, ζ eksenlerine göre atalet momenti |
| I_{XE1,G1,F1,F2,H1,H2} | : E1, G1, F1, F2, H1, H2 kesitlerinin x eksenine göre atalet momenti |
| I_{XBFn} | : Başlıktaki n nolu çubuğun x eksenine göre atalet momenti |
| I_{XGFn} | : Gövdedeki n nolu çubuğun x eksenine göre atalet momenti |
| I_{yD3} | : D3 kesitinin y eksenine göre atalet momenti |
| I_{yFGY} | : Gövdedeki çubukların yarısının y eksenine göre atalet momenti |
| I_{yGFn} | : Gövdedeki n nolu çubuğun y eksenine göre atalet momenti |
| I_{yPGY} | : Profil gövde kesitinin yarısının y eksenine göre atalet momenti |
| I_{ym-A1,A2,B1,B2,C1} | : A1, A2, B1, B2, C1 kesitinin y _m eksenine göre atalet momenti |
| I_{ym-BFn} | : Başlıktaki n nolu çubuğun y _m eksenine göre atalet momenti |
| I_{ym-GFn} | : Gövdedeki n nolu çubuğun y _m eksenine göre atalet momenti |
| I_{ym-D1, D2, E1, F1, F2} | : D1, D2, E1, F1, F2 kesitinin y _m eksenine göre atalet momenti |
| I_{ZBFn} | : Başlıktaki n nolu çubuğun z eksenine göre atalet momenti |
| I_{ZB1, B2} | : Başlıktaki B1 ve B2 kesitlerinin z eksenine göre atalet momenti |
| I_{ZC1, D1, D2, D3} | : C1, D1, D2, D3 kesitlerinin z eksenine göre atalet momenti |
| I_{ZFBY} | : Başlıktaki çubukların yarısının z eksenine göre atalet momenti |
| I_{ZGFn} | : Gövdedeki n nolu çubuğun z eksenine göre atalet momenti |

| | |
|------------------------------|--|
| $I_{Z_{PBY}}$ | : Profil başlık kesitinin yarısının z eksenine göre atalet momenti |
| $I_{Z_{PGY}}$ | : Profil gövde kesitinin yarısının z eksenine göre atalet momenti |
| $I_{Z_m-A1, A2, G1, H1, H2}$ | : A1, A2, G1, H1, H2 kesitlerinin z_m eksenine göre atalet momenti |
| I_{Z_m-BFn} | : Başlıktaki n nolu çubuğun z_m eksenine göre atalet momenti |
| I_{2-K_n} | : K_n kesitinin Şekil 3.18 deki 2 eksenine göre atalet momenti |
| I_{3-K_n} | : K_n kesitinin Şekil 3.18 deki 3 eksenine göre atalet momenti |
| i ve j | : Kirişin başlangıç ve bitiş noktaları |
| J | : Burulma atalet momenti |
| $J_{A1, A2, B1, B2}$ | : A1, A2, B1, B2, kesitlerinin burulma sabiti |
| J_{BFn} | : Başlıktaki n nolu çubuğun burulma sabiti |
| $J_{C1, D1, D2, D3}$ | : C1, D1, D2 ve D3 kesitlerinin burulma sabiti |
| $J_{E1, F1, F2, G1, H1, H2}$ | : E1, F1, F2, G1, H1, H2 kesitlerinin burulma sabiti |
| J_{GFn} | : Gövdedeki n nolu çubuğun burulma sabiti |
| J_{K_n} | : K_n kesit özelliklerini taşıyan çubukların burulma sabitleri |
| \underline{k} | : Eleman rijitlik matrisi |
| \underline{K} | : Sistem rijitlik matrisi |
| KA | : Kesme alanı |
| KA_{BFn} | : Başlıktaki n nolu çubuğun kesme alanı |
| KA_{K_n} | : K_n kesitinin kesme alanı |
| KA_{GFn} | : Gövdedeki n nolu çubuğun kesme alanı |
| \underline{L} | : Yük vektörü |
| m, n | : Nümerik çarpanlar |
| M_ξ, M_η | : ξ, η eksenlerindeki eğilme momentleri |
| M_ζ | : ζ eksenindeki burulma momenti |
| M | : Kirişe uç noktalardan x-z düzleminde uygulanan moment |
| M_{cr}, Mo_{cr} | : Yanal burkulma kritik momenti |
| P | : Düşey kuvvet |
| \underline{P} | : Uç kuvvetleri vektörü |
| s | : Nümerik çarpan |
| u_1 | : Kiriş doğrultu ekseninin deplasmanı |
| u, v | : Sırasıyla yatay ve düşey deplasmanlar |
| t_f | : Başlık kalınlığı |
| t_w | : Gövde kalınlığı |
| q | : Yayılı yük |
| x, y, z | : Şekil değiştirmemiş kesitin kordinat eksenleri |
| y_1, y_2, y_3 ve y_4 | : Yardımcı eksenler |
| z_1, z_2, z_3 ve z_4 | : Yardımcı eksenler |
| \underline{Z} | : Uç yer değiştirmeler vektörü |
| α, β | : Nümerik çarpanlar |
| ξ, η, ζ | : Şekil değiştirmiş kesitin kordinat eksenleri |
| λ | : Yük faktörü |
| ρ | : Eğrilik |
| σ | : Gerilme |
| ϕ | : Burulma açısı |
| ϕ | : Stabilite fonksiyonları |
| γ | : Nümerik çarpan |
| ν | : Poisson oranı |

ÖZET

YANAL BURKULMA PROBLEMİNİN UZAY ÇERÇEVE SİSTEMİ ANALOJİSİ İLE ÇÖZÜMÜ

Bu çalışmada kirişlerdeki yanal burkulma davranışı incelenmiştir. Bu çalışma iki bölüme ayrılmıştır. İlk bölümde yanal burkulma probleminden genel olarak bahsedilmiş, ikinci bölümde ise yanal burkulma problemi uzay çerçeve sistem elemanları ile incelenmiştir.

Bu çalışmada, farklı yüklemeler altında I kesitli bir kirişin yanal burkulma kritik yükü için uygulanabilir bir model geliştirilmiştir. I kesitli bir kirişte yanal burkulma yükü sınır şartları göz önünde tutularak üç boyutlu çerçeve sistem elemanları ile modellenerek incelenmiştir. I kesitli kirişin toplam kesit özellikleri ile, çerçeve elemanlarla modellenmiş sistemin nihai kesit özellikleri aynı olmak zorundadır. Çerçeve elemanlarla modellenmiş sistem artan yükler altında ikinci mertebe etkileride göz önüne alan bilgisayar programları ile analiz edilmiş ve kritik göçme yükü bulunmuştur.

Bu çalışmanın sonunda yanal burkulma kritik yükü için bir fikir sahibi olunmuştur. Elde edilen sonuçlar nümerik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Eğer bir kiriş, toplam kesit özellikleri aynı olacak şekilde üç boyutlu çerçeve sistem elemanları ile modellenirse aynı davranışı sergilemekte ve kirişin göçme yükü, I kesitli kirişin göçme yüküne yakın bir değer almaktadır.

SUMMARY

A SOLUTION FOR LATERAL BUCKLING PROBLEM BY 3D FRAME ANALYSIS

In this study, the lateral buckling behaviour of the beams are presented. The study is separated in two parts. In the first part lateral buckling problem are discussed generally. In the second part the lateral buckling problem is investigated by 3D frame analysis.

In this study, a general model applicable to the lateral buckling of an I-section beam subjected to various types of loadings is developed. The lateral buckling load of the I-section beams considering boundary conditions is determined using a system modelled by 3D frame elements. The total cross-section properties of the system modelled by 3D frame elements and I-section beam have to get the same value. The system modelled by 3D frame elements is analysed with a computer program and calculated the failure load by considering effect of the second-order under increasing loads.

The results obtained from the analysis have an idea about the general solution for the lateral buckling problem. The results of the solution are compared with numerical results. If a beam is modelled by considering total cross-section properties having the same value by 3D frame elements, the beam have the same behaviour and the obtained failure load have approximate value I section beam failure load.

1. GİRİŞ

1.1 Konu

Stabilite, yapıların tasarımında mutlaka gözönüne alınması gereken önemli bir faktördür. Bu tez çalışması içerisinde kirişlerdeki yanal stabilite problemi incelenerek, bu problemi oluşturacak olan kritik yük hesabı için uygulanabilir bir yöntem önerilmektedir.

Yanal burkulma davranışı, narin çelik kirişlerde meydana gelir ve özellikle yanal desteklerden yoksun kirişlerin tasarımında gözönüne alınmalıdır. Yanal burkulma, yükün uygulanmasında oluşabilecek olan eksantirisite, malzemenin ideal olmaması ve kirişteki geometrik hatalar gibi nedenlerden meydana gelir. Çelik bir kirişe düşey düzlemde yükleme yapıldığı zaman, yük kritik değerin altında kaldığı sürece, kirişte sadece düşey deplasman meydana gelecektir, fakat yük, kritik değere ulaştığı zaman, yukarıda belirttiğimiz nedenlerden dolayı yanal yönde bir ötelenme ve kendi ekseninde dönme meydana gelecektir. Bu durumda kirişin stabilitesi bozulmuş olmaktadır. Stabilitenin bozulmasına sebep olan yük, yanal burkulma kritik yükü olarak adlandırılmaktadır.

Yanal burkulma davranışının teorik esasları geçen yüzyılın başlarında ortaya konulmuştur. Bugün gelinen noktada ise, gelişmiş bilgisayar teknolojisi ile yanal burkulma davranışı ve nedenleri daha sağlıklı bir şekilde incelenebilmektedir. Yanal burkulma davranışı, kirişin farklı düzlemlerinde meydana gelecek eğilme, burulma ve çarpılma etkisinin bileşkesinden meydana gelen bir davranıştır. Kirişin sınır şartları, yanal mesnetler ve yükün uygulama şekli yanal burkulma davranışını belirler. Çelik bir kirişte, yük uygulanan noktalardaki düşey kesitte, profilin ağırlık merkezinin yükün uygulama noktasına olan düşey uzaklığı yanal burkulma kritik yükünün değerini etkilemektedir. Yükün, profilin üst başlığı yada alt başlığından uygulanması kritik

yükün değerini değiştirmektedir. Yanal burkulma özellikle yüksek gövdeli ve ince dikdörtgen kesitli çelik kirişlerde meydana gelebilecek bir davranıştır.

Yapı elemanlarının artan yükler altında davranışlarının doğrusal olmadığı bilinmektedir. Doğrusal davranışı esas alan elastik teori ve emniyet gerilmeleri esaslı hesaplamalardaki kolaylıklar nedeni ile yakın bir zamana kadar kullanılmıştır. Gerçekte davranışın doğrusal olmamasından dolayı oluşacak hatalar, daha büyük emniyet katsayıları kullanılarak ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır. Günümüzde gelişen bilgisayar teknolojisi, doğrusal olmayan hesaplama yöntemlerinin geliştirilmesine ve pratikte kullanılmasına olanak sağlamıştır. Bu ise daha düşük ve güvenilir emniyet katsayıları kullanılması, dolayısıyla daha ekonomik bir tasarım anlamına gelmektedir.

Yanal burkulma davranışı, ikinci mertebeye etkiler altında, doğrusal olmayan bir davranıştır. Çelik kirişler de yanal burkulma probleminin meydana gelmemesi için büyük emniyet katsayıları kullanılmaktadır. Yanal burkulma kritik yükünün daha sağlıklı şekilde elde edilmesi ile, düşük emniyet katsayıları kullanılarak daha ekonomik bir tasarım yapılabilir.

1.2 Konu İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Yanal burkulma davranışı, nedenleri, farklı sınır şartları ve yükleme durumları için yapılan bazı çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Timoshenko ve Gere [1], yanal burkulma davranışının teorik esasları, yapılan kabuller ve sınır şartları ve yükleme durumları için yanal burkulma kritik yükünün hesap yöntemi hakkında bilgiler vermiştir. Timoshenko [2], I kesitli kirişlerin yanal burkulması konusunda çeşitli çalışmalar yapmıştır.

Reissner [3], yatay ve düşey düzlemlerdeki rijitlik değerlerinin birbirine yakın olması halinde düşey düzlemdeki deplasman ve rijitliğin yanal burkulma kritik yüküne olan etkisini incelemiştir.

Prandtl [4], ince dikdörtgen kesitli kirişlerde çarpılma rijitliğinin ihmal edilmesi durumunda yanal burkulma kritik yükünün hesaplanmasını incelemiştir.

Timoshenko [5], farklı yükleme durumları için konsol kirişlerde yanal burkulma kritik yükünün hesabını ve yükün uygulama noktasının kesit merkezine olan uzaklığının kritik yüke etkisini incelemiştir. Dinnik [6] ve Federhofer [7] b/h oranına bağlı olarak yanal burkulma kritik yükünün hesap edilmesini incelemişlerdir.

Elastik bölgeyi aşan yanal burkulma davranışı hakkında birçok çalışmalar yapılmıştır. Galambos [8], Lay ve Galambos [9], [10], Massey ve Pittman [11], Barsa [12], Hartmann [13] ve Yura [14] bu konuda çalışmalar yapmıştır.

Jontston [15] yanal burkulma davranışı sergilemiş kirişlerde oluşacak kritik gerilme hesabı hakkında çalışmalar yapmıştır. Nethercot ve Rockey [16] kirişlerin çok çeşitli yükleme durumları altında kritik moment ve gerilme değerlerinin hesap edilmesini incelemişlerdir.

Kirişlerde yanal burkulma kritik yükünün hesaplama yöntemlerinden birinin de, sınır şartlarına bağlı olarak çözülen karmaşık diferansiyel denklemler olduğundan daha önce bahsetmiştik. Bu karmaşık diferansiyel eşitlikleri çözmek için farklı yöntemler kullanılmaktadır. Sonlu farklar yöntemi de bunlardan biridir. Bleich [17], Chajes [18], Assadi ve Roeder [19] bu yöntemle, kritik yanal burkulma yükünü incelemişlerdir. Trahair [20] çalışmalarında sonlu farklar yöntemi yerine sonlu integral yöntemi kullanmıştır. Bu yöntem daha sonra Trahair ve Kitipornchai [21], Anderson ve Trahair [22], Kitipornchai ve Trahair [23] tarafından kullanılmıştır.

Kirişteki yanal burkulma problemini çözmek için Barsoum ve Gallagher [24], Powell ve Klinger [25] sonlu elemanlar yönteminin kullanılmasına ön ayak olmuşlardır. Bundan sonra yapılan birçok çalışmada (Nethercot ve Rockey [26], Nethercot [27], [28], [29], Hancock ve Trahair [30], Bradford ve Cuk [31]) sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.

Wang ve Kitipornchai [32], [33] çalışmalarında yanal burkulma kritik yükünü hesaplayabilmek için farklı bir yöntem olan Ragleigh-Ritz enerji yöntemini kullanmışlardır.

Basit kirişte yanal stabilite ve II. mertebe gerilme problemi üzerinde çalışmaların pek çok olmasına karşılık, sürekli kirişlerde şimdiye kadar az sayıda çalışma yapılmıştır. Bunların başlıcaları şunlardır.

Petterson [34] tarafından orta açıklığında tekil yükün bulunduğu üç eşit açıklıklı kiriş, aksenal normal kuvvet tesiri göz önüne alınmaksızın incelenmiş ve kritik yükler bulunmuştur.

Nylander [35] ise sonsuz sayıda mesnet üzerine oturmuş sürekli kirişte sınır şartlarını dikkate alarak bir çözüm bulmaya çalışmış ve genel yük halleri için geçerli yaklaşık bir formül vermiştir.

Emrem [36] ise üst başlığı elastik tutulmuş farklı açıklıklardaki kirişlerde yanal burkulma problemini enerji metodu ile çözmüştür.

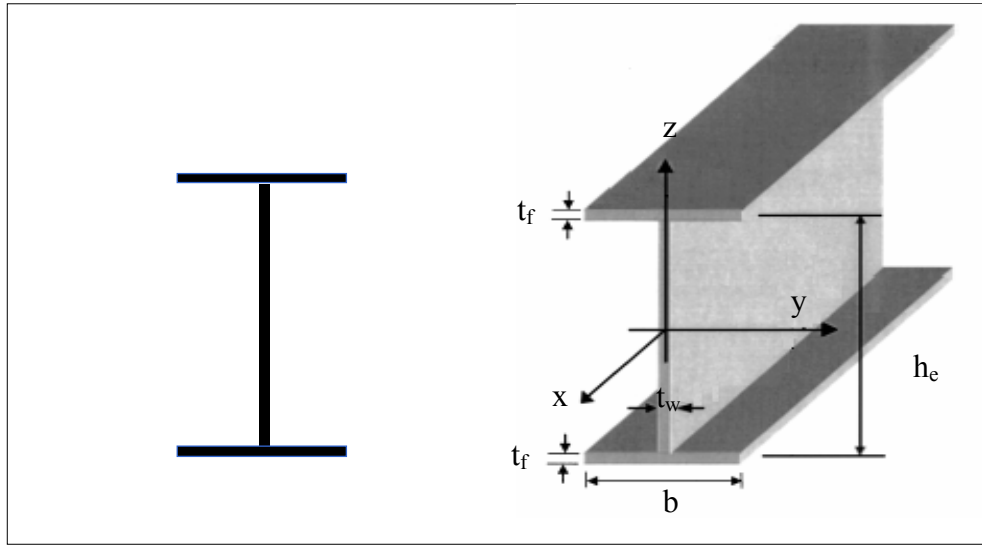
1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Yapıların daha güvenli ve ekonomik bir şekilde tasarlanabilmesi için doğru ve kesin hesaplama yöntemleri gerekmektedir. Bunun için ise yapının davranışının ve nedenlerinin daha iyi bir şekilde anlaşılabilmesi gerekmektedir. Böylece düşük emniyet katsayıları kullanılarak ekonomik bir tasarım yapılabilir.

Bu tez çalışması içerisinde, çelik kirişlerin tasarımında ciddi bir problem olan yanal burkulma kritik yükünün hesabı için uygulanabilir bir yöntem önerilmektedir.

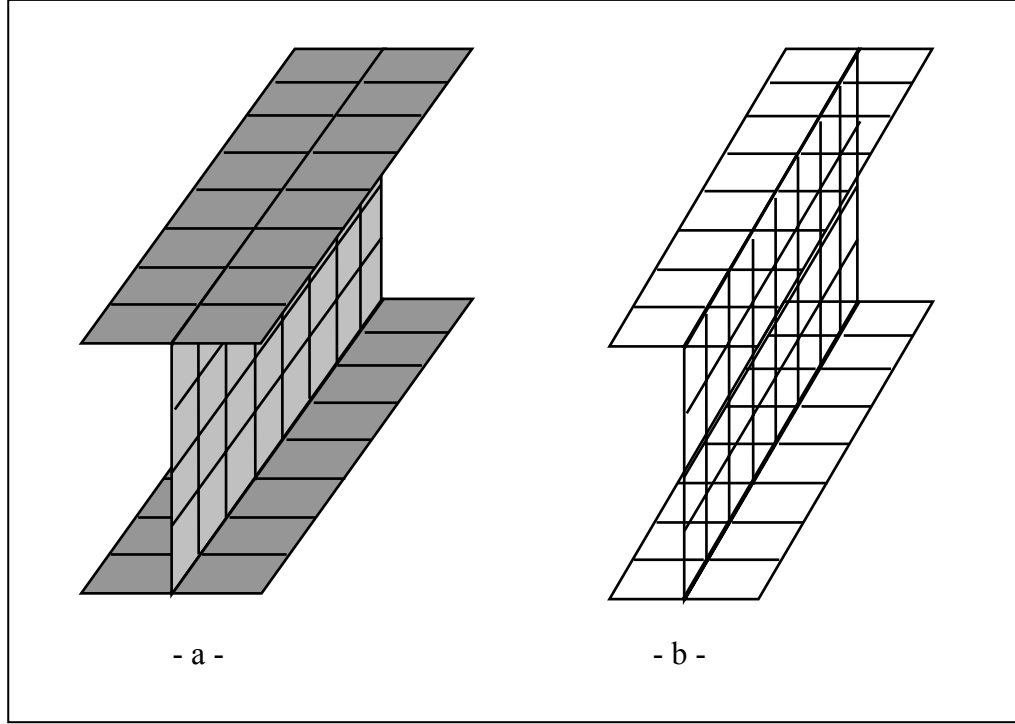
Çelik kirişlerde yanal burkulma kritik yükü, sınır şartlarına bağlı olarak çözülebilen karmaşık diferansiyel eşitlikler kullanılarak hesaplanabilir. Bunun dışında, yine sınır şartlarına bağlı olarak, enerji denklemleri kullanılarak yanal burkulma kritik yükünün

hesaplanabilmesi mümkündür. Yukarıda belirtilen yöntemler, tek açıklıklı çelik kirişler için geçerli olmaktadır fakat açıklık sayısı arttığında veya karmaşık çerçeve sistemler düşünüldüğünde, yapının göçme yükünün (yanal burkulma kritik yükünün) belirlenmesinde yetersiz kalmaktadır. Bu tez çalışmasında kullanılan temel prensiplerle, kesit türüne (I, L, U vb.) bakılmaksızın, açıklık sayısı birden fazla kirişlerin veya çerçeve sistemlerin yanal burkulma kritik yükü yaklaşık olarak hesaplanabilmektedir.



Şekil 1.1 : Simetrik I profili ve kiriş doğrultuları

Bu tez çalışmasındaki temel prensib, bir kabuk elemanın, nihai kesit ve malzeme özellikleri değişmeyecek şekilde, birden fazla çubuk eleman ile, üç boyutlu olarak modellenebilmesidir. Çelik bir kiriş (I, U, L vb. kesitli), ızgara şeklinde, çerçeve sistem olarak modellenebilmektedir. Örneğin I kesitli bir kiriş, başlıklar ve gövde olmak üzere ayrı ayrı kabuk elemanlar olarak düşünülür. Daha sonra her bir kabuk eleman toplam kesit ve malzeme özellikleri değişmeyecek şekilde, çubuk elemanlar kullanılarak çerçeve sistem olarak modellenir. Başlıkları ve gövdeyi oluşturan çerçeve sistemler, I şeklinde kesit oluşturacak şekilde süperpoze edilir. Başlık ve gövde çerçeve sistemlerinin birleştiği bölgelerde, hem başlık hem de gövdeye ait çubuk elemanlar mevcuttur. Bu nedenle bu çubukların kesit özellikleri süperpoze edilir. Böylece I kesitli bir kiriş çerçeve sistem olarak modellenmiş olmaktadır.



Şekil 1.2 : I kesitli kirişin kabuk ve çerçeve sistem modeli

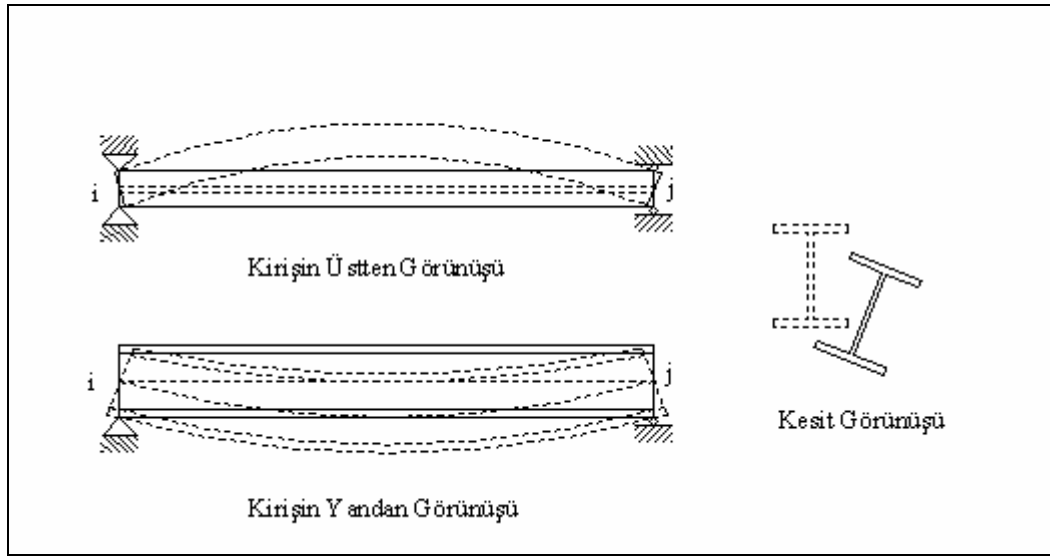
Çubuk elemanlar kullanılarak, üç boyutlu olarak modellenen çerçeve sistem, farklı sınır şartları ve yükleme durumlarında, ikinci mertebe etkiler altında, doğrusal olmayan analiz yapan bir bilgisayar programı ile analiz edilerek, sistemin göçme yükü bulunacaktır. Yükün elde edilecek bu kritik değeri, I kesitli kirişin yanal burkulma kritik yükü ile karşılaştırılacaktır. İkinci mertebe etkiler altında çerçeve sistemin yanal ötelenmesinin başlatılabilmesi için $l / 2$ noktasında 1 mm'lik yanal deplasman tanımlanmıştır.

Bu tez çalışmasında, farklı kesitlere ve açıklıklara sahip çelik kirişlerin yanal burkulma kritik yükünün; kabuk elemanların çubuklar kullanılarak üç boyutlu çerçeve sistem olarak modellenebilmesi ilkesine dayanarak, hesaplanması amaçlanmıştır. Bu amaca uygun olarak, tek açıklıklı I kesitli bir kirişin göçme yükü, farklı sınır şartları ve yükleme durumları için, çerçeve sistem olarak modelleme yöntemine göre hesaplanacaktır. Çelik kiriş ile çerçeve sistemin aynı davranışı sergileyebilmesi için, nihai kesit ve malzeme özelliklerinin aynı olması gerekmektedir. Birden çok açıklığa sahip kirişlerin yada çerçeve sistemlerin yanal burkulma kritik yükünün hesaplanabilmesi için uygulanabilir bir yöntem önerilmektedir.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. YANAL BURKULMA DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

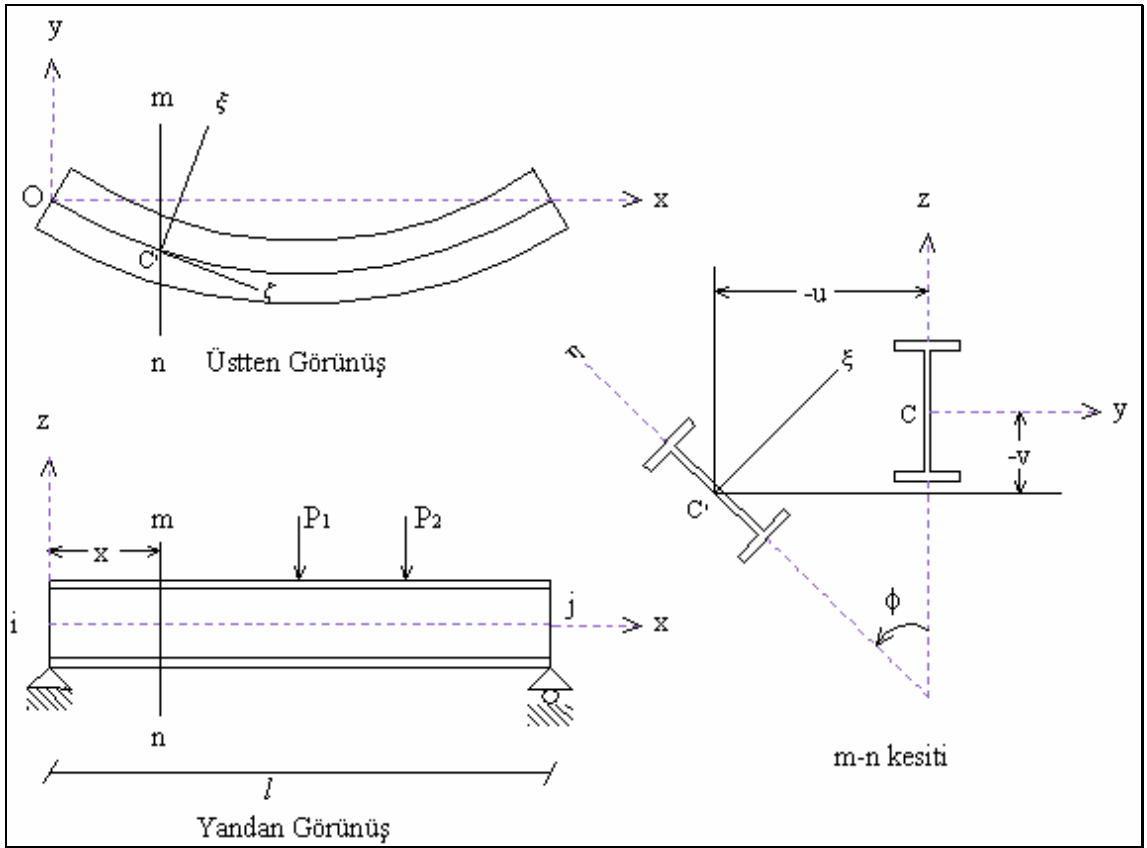
Yanal burkulma, özellikle yanal desteklerden yoksun çelik kirişlerde çok önemli bir problemdir. Bu tür kirişlerin tasarımında yanal burkulma probleminin mutlaka gözönüne alınması gerekmektedir. Bir kiriş, kritik yükün altındaki bir yüke maruz kaldığı sürece stabil haldedir. Ancak yük arttırımı sırasında, denge şeklinde çok az yanal deplasman ve burulma meydana gelebileceği durumlar olması mümkündür. Bu durumda, kirişin stabilitesi bozulmuştur. Bu kritik durumu meydana getirecek olan en küçük yük, yanal burkulma kritik yükü olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 2.1 : I kesitli bir kirişin yanal burkulma davranışı

İlk olarak Şekil 2.2 de gösterilen, iki düzlemde de simetrik olan kiriş ele alınacaktır. Bu kirişe x-z düzleminde herhangi keyfi bir kuvvet uygulandığı farzedilir. x-z düzlemi (düşey düzlem) kirişin rijitliğinin maksimum olduğu düzlemdir. Kirişte, uygulanan bu yükler altında küçük bir yanal deplasman olduğu farzedilir. Daha sonra kirişin deplasman yapmış hali göz önüne alınarak, sınır şartları ve yükleme durumuna bağlı

olarak ve diferansiyel denklemler kullanılarak, yükün bu kritik değeri elde edilebilir. Bu denklemleri elde ederken Şekil 2.2’de gösterilen y , z , x , sabit koordinat eksenleri kullanılacaktır. ξ , η , ζ , koordinat eksenleri ise, Şekil 2.2’deki mn kesitinin merkezinin eksenlerine tekabül eder. ξ ve η eksenleri simetri eksenleridir ve bundan nedenle kesitteki asal eksenler olarak adlandırılırlar. ζ dorultusu ise burkulmadan sonraki deplasman eğrisine teğettir. Kirişin yapacağı bu deplasman, kesitin u ve v deplasmanları ve ϕ dönme açısının bileşkesinden oluşan bir deplasmandır. Bu deplasmanlardan u kesitin y doğrultusunda yapacağı yanal deplasman, v ise kesitin z doğrultusunda yapacağı düşey deplasmandır. Dönme açısı ϕ ’nin yönü, sağ el işaret kuralına bağlı olarak, x eksenini etrafındaki dönme pozitif olacak şekilde kabul edilir. Diğer deplasmanlar u ve v nin doğrultuları ise bağlı oldukları eksenlerin doğrultuları ile aynı yöndedir. Şekil 2.2 de C noktasının yaptığı deplasmanların yönü gösterilmektedir [1].



Şekil 2.2 :Yanal burkulma davranışı incelenecek olan kirişin eksenleri

y , z , x , koordinat eksenleri ve ξ , η , ζ , koordinat eksenleri arasındaki açıların kosünüs değerleri Tablo 2.1 de gösterilmektedir. u , v , ϕ , deplasmanlarının miktarının çok küçük

olduğu göz önüne alındığı zaman, pozitif eksenler arasındaki açının kosinüsü Tablo 2.1 de verilen değerleri alır.

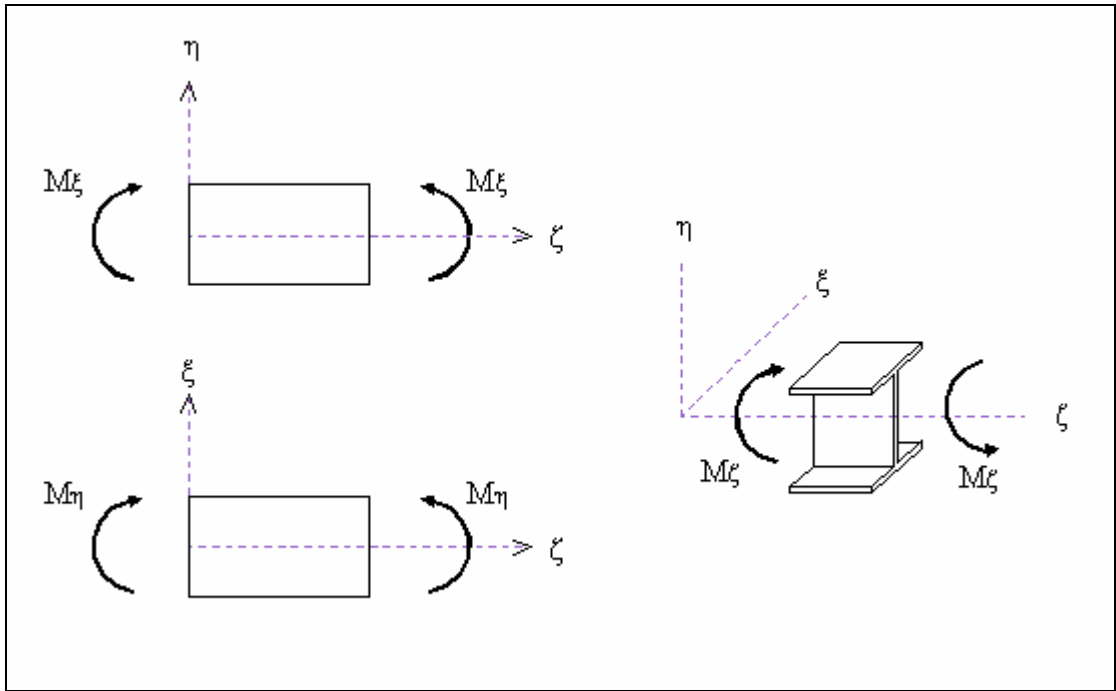
Tablo 2.1 : Doğrultman kosinüsleri

| Eksen | y | z | x |
|---------|-----------------|-----------------|------------------|
| ξ | 1 | ϕ | $-\frac{du}{dx}$ |
| η | $-\phi$ | 1 | $-\frac{dv}{dx}$ |
| ζ | $\frac{du}{dx}$ | $\frac{dv}{dx}$ | 1 |

Küçük deplasman değerleri için;

Kirişin xy düzlemlerindeki deformasyon eğrisi $\frac{d^2u}{dx^2}$

Kirişin xz düzlemlerindeki deformasyon eğrisi $\frac{d^2v}{dx^2}$ olarak ifade edilebilir.



Şekil 2.3 : Kirişe farklı düzlemlerde uygulanan momentler

Küçük burulma açıları ϕ için $\xi\zeta$ ve $\eta\zeta$ düzlemlerindeki eğriliklerin aynı değerleri aldıkları kabul edilebilir. Böylece bu kirişin eğilme diferansiyel denklemleri aşağıdaki şekli alır [1].

$$EI_{\xi} \frac{d^2 v}{dx^2} = M_{\xi} \quad (2.1)$$

$$EI_{\eta} \frac{d^2 u}{dx^2} = M_{\eta} \quad (2.2)$$

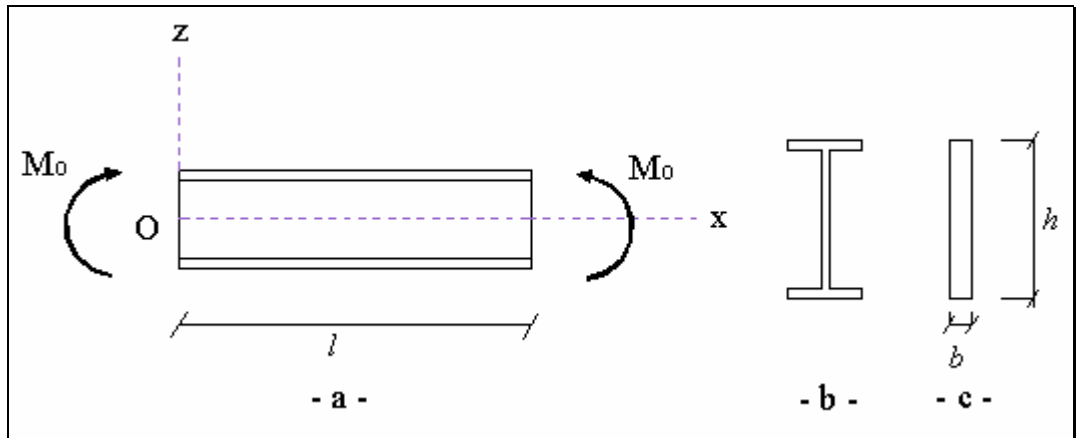
Bu denklemlerde I_{ξ} ve I_{η} kesitin sırasıyla ξ ve η eksenlerindeki atalet momentleridir. M_{ξ} ve M_{η} eğilme momentleridir ve bu momentlerin kabul ettiğimiz pozitif doğrultuları Şekil 2.3 de gösterilmiştir.

Yanal burkulma davranışını sergilemiş olan çubuğun burulma denklemi aşağıda gösterilmektedir [1].

$$C \frac{d\phi}{dx} - C_1 \frac{d^3 \phi}{dx^3} = M_{\zeta} \quad (2.3)$$

Bu denklemde $C = G \cdot J$ burulma rijitliği, $C_1 = E \cdot C_w$ çarpılma rijitliğidir. Şekil 2.3'de burulma momenti M_{ζ} nin pozitif yönü,, çubuğun başlangıç ve bitiş noktalarına göre gösterilmiştir.

Yukarıda gösterilen üç denklem (2.1, 2.2, 2.3) yanal burkulmaya davranışını sergileyen bir kirişin denge durumunu temsil eder. Bu üç denklem kullanılarak yanal burkulma yükünün kritik değeri elde edilebilir. Bu aşamadan sonra çeşitli yükleme durumları için yanal burkulma kritik yükünün hesabı incelenecektir.



Şekil 2.4 : Kirişe uygulanan kritik M_0 momentinin uygulama noktaları

2.1.1. Basit Eğilme Hali İçin Yanal Burkulma

Şekil 2.4 de gösterildiği gibi, eğer I kesitli bir kirişin, başlangıç ve bitiş noktalarına aynı M_0 momenti uygulanırsa, ξ , η , ζ , eksenlerindeki eğilme ve burulma momentleri M_0 'a bağlı olarak ifade edilebilir. Bunun sonucunda, momentlerin pozitif yönleri göz önüne alınarak ve Tablo 2.1 deki birinci kolon kullanılarak aşağıdaki ifadeler elde edilir [1].

$$M_\xi = M_0 \quad M_\eta = \phi M_0 \quad M_\zeta = -\frac{du}{dx} M_0 \quad (2.4)$$

Bu ifadeler denklem (2.1, 2.2, ve 2.3) de yerine konulursa u , v , ve ϕ için aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$EI_\xi \frac{d^2v}{dx^2} - M_0 = 0 \quad (2.5)$$

$$EI_\eta \frac{d^2u}{dx^2} - \phi M_0 = 0 \quad (2.6)$$

$$C \frac{d\phi}{dx} - C_1 \frac{d^3\phi}{dx^3} + \frac{du}{dx} M_0 = 0 \quad (2.7)$$

Denklem (2.7) nin x' e göre kısmi türevi alınıp, denklem 2.6 dan d^2u / dx^2 ifadesi çekilirse, burulma açısı ϕ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$C_1 \frac{d^4\phi}{dx^4} - C \frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{M_0^2}{EI_\eta} \phi = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{d^4\phi}{dx^4} - 2\alpha \frac{d^2\phi}{dx^2} - \beta \phi = 0 \quad (2.9)$$

$$\alpha = \frac{C}{2C_1} \quad \beta = \frac{M_0^2}{EI_\eta C_1} \quad (2.10)$$

Denklem (2.9) un genel çözümü

$$\phi = A_1 \sin mx + A_2 \cos mx + A_3 e^{nx} + A_4 e^{-nx} \quad (2.11)$$

Bu ifadedeki m ve n değerleri pozitif olduğu zaman aşağıdaki şekilde tanımlanırlar.

$$m = \sqrt{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}} \quad n = \sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta}} \quad (2.12)$$

Denklem (2.11) deki integral sabitleri $A_1, A_2, A_3,$ ve A_4 kirişin sınır şartlarına bağlı olarak elde edilebilir. Kirişin başlangıç ve bitiş noktalarında, x eksenine etrafında dönme olmadığını ve bu noktaların çarpılmaya karşı serbest olduğu kabul edilmektedir. Bu kabule göre aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\phi = \frac{d^2 \phi}{dx^2} = 0 \quad x = 0 \quad \text{ve} \quad x = l \quad \text{de} \quad (2.13)$$

$x = 0$ olduğu durumda aşağıdaki ifadeleri elde edilir.

$$A_2 = 0 \quad A_3 = -A_4 \quad (2.14)$$

Bu işlemler sonunda burulma açısı ϕ aşağıdaki şekli almıştır.

$$\phi = A_1 \sin mx - 2 A_4 \sinh nx \quad (2.15)$$

$x = l$ olduğu durumda aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$\begin{aligned} A_1 \sin ml - 2 A_4 \sinh nl &= 0 \\ A_1 m^2 \sin ml - 2 A_4 n^2 \sinh nl &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Denklem (2.16), determinantı sıfır olacak şekilde düzenlenirse

$$(\sin ml)(n^2 \sinh nl + m^2 \sinh nl) = 0 \quad (2.17)$$

m ve n değerleri pozitif olmak zorundadır. Böylece aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\sin ml = 0 \quad (2.18)$$

Denklem (2.16)' ya göre $A_4 = 0$ olarak bulunmuştur. Bunun sonucunda ise burkulma ifadesi nihai olarak aşağıdaki şekli almıştır.

$$\phi = A_1 \sin mx \quad (2.19)$$

Denklem (2.19)' u sağlayacak olan en küçük m değeri

$$m = \frac{\pi}{l} \quad (2.20)$$

Denklem (2.12) kullanılarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta} = \frac{\pi^2}{l^2} \quad (2.21)$$

Son denklemde, (2.10) daki ifadeler yerine konularak M_0 momenti için kritik değer elde edilir [1].

$$(M_0)_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{E I_{\eta} C \left(1 + \frac{C_1 \pi^2}{C l^2} \right)} \quad (2.22)$$

Bu kritik yük ifadesi aşağıdaki şekle dönüştürülebilir.

$$(M_0)_{cr} = \gamma_1 \frac{\sqrt{E I_{\eta} C}}{l} \quad (2.23)$$

Burada γ_1 boyutsuz bir çarpandır ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\gamma_1 = \pi \sqrt{1 + \frac{C_1 \pi^2}{C l^2}} \quad (2.24)$$

γ_1 değerleri Tablo 2.2' de verilmiştir.

Tablo 2.2 : I kesitli kirişte basit eğilme hali için γ_1 katsayısının değerleri

| | | | | | | | | | |
|-------------|----------|------|-------|------|------|------|------|------|----------|
| $l^2 C/C_1$ | 0 | 0.1 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| γ_1 | ∞ | 31.4 | 10.36 | 7.66 | 5.85 | 5.11 | 4.70 | 4.43 | 4.24 |
| $l^2 C/C_1$ | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 100 | ∞ |
| γ_1 | 4.00 | 3.83 | 3.73 | 3.66 | 3.59 | 3.55 | 3.51 | 3.29 | π |

Denklem (2.22) de elde edilen bu kritik momentin değeri kirişin düşey düzlemdeki eğilme rijitliğine bağlı değildir. Bu yargı, düşey düzlemdeki deplasmanın çok küçük

olduğu varsayımının bir sonucu olarak kabul edilmiştir. EI_ξ eğilme rijitliğinin EI_η rijitliğinden çok daha büyük oluşu, bu durumun doğruluğunu kanıtlar. Eğer her iki düzlemdeki rijitlik değerleri birbirine yakın değerler alıyorsa, bu durumda xz düzlemindeki rijitliklerde göz önünde bulundurulabilir. Yanal burkulma kritik yüküne, her iki doğrultudaki atalet momentlerinin etkisi [3] nolu çalışmada incelenmiştir.

Momentin kritik değeri denklem (2.23) deki şekilde tanımlandıktan sonra, bu değer ve eğilme formülü kullanarak, kritik gerilme bulunabilir.

$$\sigma_{cr} = \frac{(M_0)_{cr}}{Z_\xi} \quad (2.25)$$

Buradaki Z_ξ kirişin ξ ekseninde bir kesitteki mukavemet momentidir. Yukarıdaki denklem sadece gerilme orantılılık sınırı altında olduğu zaman kritik gerilmeyi ifade eder.

2.1.1.1 İnce Dikdörtgen Kesitli Kirişler

Şekil 2.4 de gösterildiği gibi ince dikdörtgen kesite sahip kirişler için çarpılma rijitliği, C_1 sıfır olarak alınabilir. Bu konu ile ilgili olarak yapılmış çalışmalar [4] nolu kaynakta mevcuttur. C_1 ' in sıfır olması durumunda denklem (2.8) aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{M_0^2}{CEI_\eta}\phi = 0 \quad (2.26)$$

Bu denklem ϕ ye göre kolaylıkla çözülür. Kirişin başlangıç ve bitiş noktasında burulma açısı ϕ ' nin sıfır olması şartına göre, bu kirişin kritik yükü için aşağıdaki denklem elde edilir [1].

$$\sin l \sqrt{\frac{M_0^2}{EI_\eta C}} = 0 \quad (2.27)$$

Bu denklemin en küçük kökü bize kritik yükün değerini verir.

$$(M_0)_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EI_\eta C} \quad (2.28)$$

$$M_y = -P(l-x) \quad M_z = 0 \quad M_x = P(-u_l + u) \quad (2.30)$$

Yukarıdaki denklemde u_l kirişin serbest ucunun deplasman miktarını göstermektedir. Şekil 2.5 de görüleceği gibi y eksenini pozitif yön olarak kabul edilmiştir. Yukarıdaki moment ifadeleri eksenler arasındaki açının kosünüsüne bağlı olarak Tablo 2.1 kullanılarak ξ , η ve ζ eksenlerine çevrilir. Böylece aşağıdaki denklemler elde edilir [1].

$$M_\xi = -P(l-x) \quad M_\eta = -P\phi(-u_l + u) \quad (2.31)$$

$$M_\zeta = P(l-x)\frac{du}{dx} - P(u_l - u)$$

Bu denklemler, (2.1, 2.2 ve 2.3) de yerine konulursa aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir [1].

$$EI_\xi \frac{d^2 v}{dx^2} + P(l-x) = 0 \quad (2.32)$$

$$EI_\eta \frac{d^2 u}{dx^2} + P\phi(l-x) = 0 \quad (2.33)$$

$$C_1 \frac{d^3 \phi}{dx^3} - C \frac{d\phi}{dx} + P(l-x)\frac{du}{dx} - P(u_l - u) = 0 \quad (2.34)$$

Denklem (2.34) ün x ' e göre kısmi türevi alınır ve d^2u/dx^2 ifadesi çekilirse, burulma açısı ϕ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$C_1 \frac{d^4 \phi}{dx^4} - C \frac{d\phi}{dx} - \frac{P^2}{EI_\eta} (l-x)^2 \phi = 0 \quad (2.35)$$

Yukarıdaki denklemde $(l-x)$ yerine s değişkeni kullanılırsa denklem aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{ds^2} - \frac{P^2}{EI_\eta C_1} s^2 \phi = 0 \quad (2.36)$$

Bu eşitlik kirişin uç noktalarındaki sınır şartlarına bağlı olarak çözülürse P yükünün kritik değeri elde edilir. Bu kritik değerin nasıl elde edildiği [5] numaralı kaynakta anlatılmaktadır. P yükünün kritik değeri aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

$$P_{cr} = \gamma_2 \frac{\sqrt{EI_\eta C}}{l^2} \quad (2.37)$$

Bu ifadedeki γ_2 , $l^2 C/C_1$ ' in oranına bağlı olan boyutsuz bir katsayıdır. Tablo 2.3 de γ_2 için farklı değerler verilmiştir. $l^2 C/C_1$ oranı arttıkça γ_2 katsayısı 4.013 limit değerine yaklaşır. Bu bir sonraki kısımda incelenecek olan ince dikdörtgen kesitli kirişlerin kritik yüküne tekabül eder. $l^2 C/C_1$ in daha büyük değerleri için γ_2 nin yaklaşık değeri aşağıdaki denklemde gösterilmiştir.

$$\gamma_2 = \frac{4.013}{\left(1 - \sqrt{\frac{C_1}{l^2 C}}\right)^2} \quad (2.38)$$

Örnek olarak $l^2 C/C_1 = 40$ değeri için γ_2 değeri, denklem (2.38) den 5.66 olarak elde edilir.

Tablo 2.3 : I kesitli konsol bir kirişte γ_1 katsayısının değerleri

| | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|
| $l^2 C/C_1$ | 0.1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 |
| γ_2 | 44.3 | 15.7 | 12.2 | 10.7 | 9.76 | 8.69 | 8.03 |
| $l^2 C/C_1$ | 10 | 12 | 14 | 16 | 24 | 32 | 40 |
| γ_2 | 7.58 | 7.20 | 6.96 | 6.73 | 6.19 | 5.87 | 5.64 |

Denklem (2.37) ile kritik yük belirlendikten sonra bu değer kullanılarak kritik gerilme elde edilebilir.

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr} l}{Z_\xi} \quad (2.39)$$

Denklem (2.39) un geçerli olabilmesi için gerilmenin orantılılık sınırının altında olması gerekir.

2.1.2.1 İnce Dikdörtgen Kesitli Konsol Kirişler

Şekil 2.5 de gösterilen kiriş ince dikdörtgen kesite sahip ise ϕ dönme açısı için denklem (2.35) yerine aşağıdaki denklem kullanılır.

$$C \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{P^2}{EI_\eta} (l-x)^2 \phi = 0 \quad (2.40)$$

Tekrar $s = l - x$ eşitliği ve aşağıda gösterilen nümerik değişken kullanılırsa ;

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{P^2}{EI_\eta C}} \quad (2.41)$$

denklem (2.40) aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{d^2 \phi}{ds^2} + \beta_1^2 s^2 \phi = 0 \quad (2.42)$$

Bu denklem için genel çözüm ;

$$\phi = \sqrt{s} \left[A_1 J_{1/4} \left(\frac{\beta_1}{2} s^2 \right) + A_2 J_{-1/4} \left(\frac{\beta_1}{2} s^2 \right) \right] \quad (2.43)$$

Bu ifadede $J_{1/4}$ ve $J_{-1/4}$ Bessel fonksiyonlarıdır. A_1 ve A_2 sabitleri ise kirişin uç noktalarındaki sınır şartlarına bağlı olarak elde edilir. Kirişin ankastre ucundaki burulma açısı sıfırdır.

$$s = l \quad \text{için} \quad \phi = 0 \quad (2.44)$$

Kirişin serbest ucunda burulma momenti $M_\zeta = 0$ dır. Bunun sonucu olarak aşağıdaki ikinci durum ortaya çıkar.

$$s = 0 \quad \text{için} \quad \frac{d\phi}{ds} = 0 \quad (2.45)$$

Kirişin serbest ucundaki burulma momentinin sıfır olması şartına göre denklem (2.43) deki A_1 sabiti sıfır olur. Kirişin ankastre ucundaki ϕ dönme açısının sıfır olması şartına göre ise ;

$$J_{-1/4} \left(\frac{\beta_l}{2} s^2 \right) = 0 \quad (2.46)$$

Bu denklemin en küçük değeri ise;

$$\frac{\beta_l}{2} l^2 = 2.0063 \text{ 'dür.} \quad (2.47)$$

Bu denklemlerden sonra ince dikdörtgen kesitli konsol kirişler için P_{cr} yükü [4] nolu çalışmada da gösterildiği gibi nihai olarak aşağıdaki şekli alır.

$$P_{cr} = \frac{4.0013}{l^2} \sqrt{E I_\eta C} \quad (2.48)$$

Şekil 2.5 de gösterilen yanal burkulma için gerekli olan P yükü yukarıdaki denklemde gösterilmiştir.

Denklem (2.48) deki P kritik yükü ifadesi sadece elastik bölge sınırları içinde geçerlidir. Konsol kirişlerin boyutlarını tesbit etmek için (2.48) deki P kritik yük ifadesi kullanılabilir. Bu P kritik yükü kullanılarak da konsol kirişteki maksimum eğilme gerilmesi hesaplanabilir. Maksimum eğilme momenti $P_{cr} l$ dir. Mukavemet momenti ise $2I_\xi/h$ dir. Nihai olarak ince dikdörtgen kesitli konsol kirişler için gerilme denklemi aşağıdaki şekli alır.

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr} l h}{2I_\xi} = 2.006 \frac{h}{l I_\xi} \sqrt{E I_\eta C} \quad (2.49)$$

$I_\eta = hb^3/12$, $I_\xi = bh^3/12$ ve Poisson oranı 0.3 alınır, denklem (2.46) kullanılarak, gerilme denklemi aşağıdaki şekle dönüştürülebilir.

$$\sigma_{cr} = 2.487 \frac{b^2}{hl} E \quad (2.50)$$

Bu sonuçlar, çelik malzeme kullanıldığı ve burkulmanın elastik bölge içinde olduğu zaman geçerlidir ve sadece b^2/hl oranı çok küçük olduğu zaman meydana gelebilir.

Yanal burkulma davranışını b/h oranının çok küçük olduğu ve çok ince dikdörtgen kesite sahip olan kirişlerde göz önüne almak gerekir. Kiriş uzunluğu l çok büyük olduğu zaman b/h oranı büyük olsa bile yanal burkulma meydana gelebilir. Bu durumda yanal burkulma olmadan önce gövde düzleminde büyük deplasmanlar meydana gelecektir. Bu düşey deplasman denge diferansiyel denklemleri elde edilirken göz önüne alınmalıdır. Kiriş kesitindeki b/h oranına bağlı olarak P kritik denklemindeki katsayılar farklı değerler almaktadır. Konu ile ilgili olarak [6] ve [7] nolu çalışmalarda farklı b/h oranına bağlı olarak farklı katsayılar elde edilmiştir. Örnek olarak b/h oranı sırasıyla 1/10, 1/5, 1/3 değerleri için 4.085, 4.324, 5.030 katsayıları elde edilmiştir.

Daha önce elde edilen sonuçlar ve önceki paragrafta sözü edilen sonuçlarda, P kritik yükü kesitin merkezinden uygulanmıştır. Kesitin ağırlık merkezinin aşağısından yada yukarısından uygulanışına göre P kritik yükü farklı değerler alır. Eğer yükün uygulama noktası ve kesitin ağırlık merkezi arasındaki düşey uzaklık a olarak tanımlanırsa, P yükünün kritik değeri yaklaşık olarak aşağıdaki formülle hesaplanabilir [5].

$$P_{cr} = \frac{4.013\sqrt{EI_{\eta}C}}{l^2} \left(1 - \frac{a}{l} \sqrt{\frac{EI_{\eta}}{C}} \right) \quad (2.51)$$

Görüleceği gibi yük kesitin ağırlık merkezinin yukarısından uygulandığı zaman P kritik yük değeri azalmaktadır. Denklem (2.51) aynı zamanda P yükü merkezin aşağısından uygulandığı zamanda kullanılabilir. Sadece a mesafesinin işaretini değiştirmek gerekir.

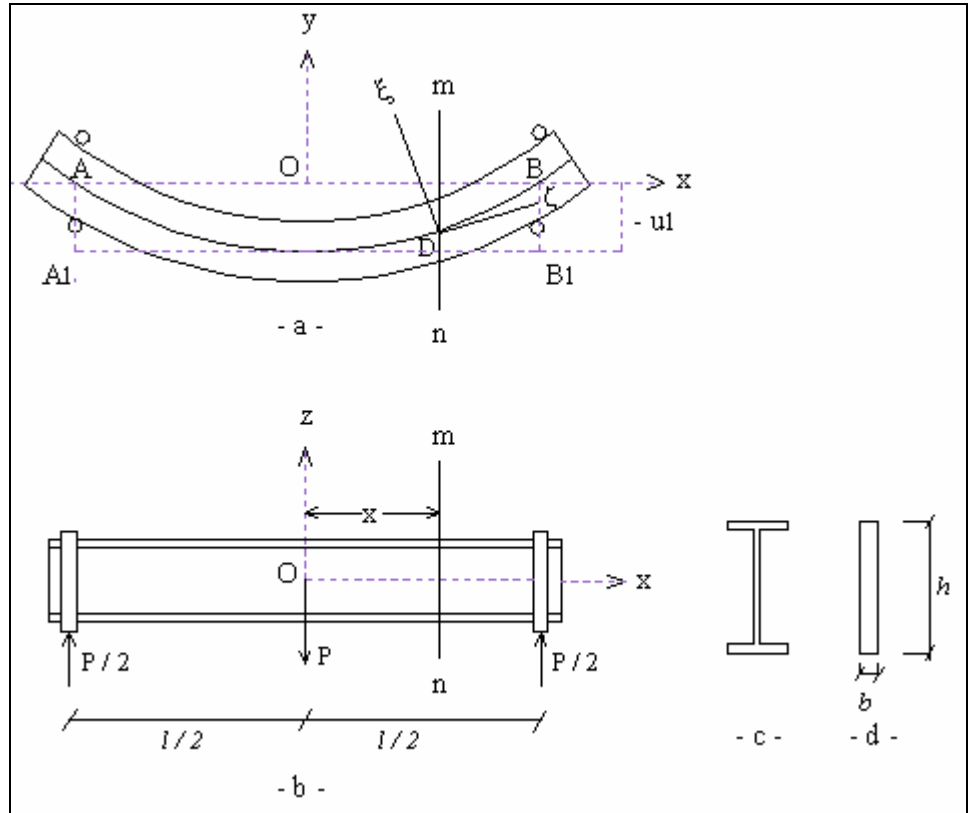
Bir konsol kirişe yayılı yük uygulandığı zaman da yanal burkulma meydana gelecektir. Bu yayılı yükün şiddetini q olarak kabul edip yükü kesitin merkezi boyunca uygulayacağız. q yükü uygulandığı zaman, denge diferansiyel denklemleri tekrar elde edilir ve sınır şartlarına göre çözülürse, q yükünün kritik değeri elde edilir. Bu kritik değer aşağıdaki denklemde gösterilmiştir [4].

$$(ql)_{cr} = \frac{12.85\sqrt{EI_{\eta}C}}{l^2} \quad (2.52)$$

Elde edilen bu sonucu, denklem (2.48) deki değerle karşılaştırdığımız zaman toplam yayılı yükün kritik değerinin, kirişin uç noktasına uygulanacak olan tekil P yüküne oranla üç kat daha büyük olduğu sonucuna ulaşılır.

2.1.3. Basit Mesnetli, Tekil P Yüküne Maruz I Kirişlerde Yanal Burkulma

Eğer basit mesnetli bir kiriş, Şekil 2.6 da gösterildiği gibi kesitin merkezinden uygulanan bir P kuvvetinin etkisiyle zx düzleminde eğilirse, bu P kuvveti kritik bir değere ulaştığı zaman yanal burkulma meydana gelir. Şekil 2.6 da gösterildiği gibi deformasyon boyunca kirişin uç noktalarının y ve z eksenleri etrafında serbestce dönebileceği fakat x eksenini etrafında dönmesinin engellendiği kabulü yapılmıştır. Bunun sonucunda kirişte burulma ile beraber yanal burkulma meydana gelir. P yükünün kritik değeri hesaplanırken çok küçük bir yanal burkulmanın olduğu farzedilir, bu denge durumu diferansiyel denklemlerle tanımlanır ve bu diferansiyel denklemler çözülerek P yükünün kritik değeri elde edilir.



Şekil 2.6 : $l/2$ de tekil yük uygulanması halinde yanal burkulma davranışı

Kirişin mn kesitinin sağ tarafında herhangi bir parça düşünülür. Bu parçada y, z ve x eksenlerinde P kuvvetinden dolayı oluşacak olan moment aşağıda gösterilmiştir.

$$M_y = \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad M_z = 0 \quad M_x = -\frac{P}{2} (-u_1 + u) \quad (2.53)$$

M_x ifadesinde, u_1 Şekil 2.6 da görüleceği üzere kirişin orta noktasının yaptığı yanal deplasmandır. Aynı şekilde u kirişin herhangi bir mn kesitinin yaptığı yanal deplasmandır. Her iki deplasmanda (u ve u_1) y ekseninin pozitif yönünü pozitif olarak kabul eder.

Denklem (2.53) deki moment ifadeleri ξ , η ve ζ eksenlerine dönüştürülürse aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$M_\xi = \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad M_\eta = \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \phi \quad (2.54)$$

$$M_\zeta = -\frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \frac{du}{dx} + \frac{P}{2} (u_1 - u) \quad (2.55)$$

Bu ifadeler denklem (2.1, 2.2 ve 2.3) de yerine konularak aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$EI_\xi \frac{d^2 v}{dx^2} - \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) = 0 \quad (2.56)$$

$$EI_\eta \frac{d^2 u}{dx^2} - \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \phi = 0 \quad (2.57)$$

$$C \frac{d\phi}{dx} - C_1 \frac{d^3 \phi}{dx^3} + \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \frac{du}{dx} - \frac{P}{2} (u_1 - u) \phi = 0 \quad (2.58)$$

Denklem (2.58) in x 'e göre kısmi türevi alınır ve u çekilirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$C_1 \frac{d^4 \phi}{dx^4} - C \frac{d\phi}{dx} - \frac{P^2}{4EI_\eta} \left(\frac{l}{2} - x \right)^2 \phi = 0 \quad (2.59)$$

Yukarıdaki denklem kirişin uç noktalarındaki sınır şartlarına göre çözülürse P yükünün kritik değeri için denklem (2.37) tekrar elde edilir. Tablo 2.4 de, denklem (2.37) deki γ_2 katsayısı için farklı değerler verilmiştir.

Tablo 2.4 : I kesitli, tekil P yükü uygulanan kirişte γ_1 katsayısının değerleri

| Yükün uygulama noktası | $I^2 C/C_1$ | | | | | | |
|------------------------|-------------|------|------|------|------|------|------|
| | 0.4 | 4 | 8 | 16 | 24 | 32 | 48 |
| Üst başlık | 51.5 | 20.1 | 16.9 | 15.4 | 15.0 | 14.9 | 14.8 |
| Merkez | 86.4 | 31.9 | 25.6 | 21.8 | 20.3 | 19.6 | 18.8 |
| Alt başlık | 147 | 50.0 | 38.2 | 30.3 | 27.2 | 25.4 | 23.5 |
| Yükün uygulama noktası | $I^2 C/C_1$ | | | | | | |
| | 64 | 80 | 96 | 160 | 240 | 320 | 400 |
| Üst başlık | 15.0 | 15.0 | 15.1 | 15.3 | 15.5 | 15.6 | 15.8 |
| Merkez | 18.3 | 18.1 | 17.9 | 17.5 | 17.4 | 17.2 | 17.2 |
| Alt başlık | 22.4 | 21.7 | 21.1 | 20.0 | 19.3 | 19.0 | 18.7 |

3. MALZEME VE YÖNTEM

Bu bölümde yanal burkulma davranışı incelenecek olan kiriş seçilecek, bu kirişe ait malzeme ve kesit özellikleri belirlenecek ve kirişin kritik yükü hesaplanacaktır. Daha sonra ise yanal stabilite davranışını, çerçeve sistem analogisi ile incelemek için, çubukların gerekli kesit ve malzeme özellikleri belirlenecektir.

3.1 KİRİŞ ÖZELLİKLERİNİN BELİRLENMESİ

3.1.1 Kirişin Kesitinin, Uzunluğunun ve Sınır Şartlarının Belirlenmesi

İlk olarak yanal stabilite davranışı incelenecek kirişin uzunluğunun, sınır şartlarının ve kesit özelliklerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu özellikleri seçerken dikkat edilmesi gereken bazı hususlar vardır. Seçilen kesitin ve kirişin boyunun, yanal burkulma davranışının özelliklerini iyi şekilde sergilemesi gerekmektedir. Bu çalışmada, I kesitli bir kirişte oluşacak yanal burkulma davranışı incelenecektir. Kirişin sekiz metre açıklığında ve I kesitli olduğu kabul edilecektir.

3.1.1.1 Basit Kirişin Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Yanal burkulma kritik yükü hesaplanacak olan kiriş, basit kiriş ise sınır şartları aşağıdaki gibidir.

Kirişin i ucunda ;

x yönünde ötelenmesi tutulu

y yönünde ötelenmesi tutulu

z yönünde ötelenmesi tutulu

x ekseninde etrafında dönmesi tutulu

y ekseninde etrafında dönmesi serbest

z ekseninde etrafında dönmesi serbest

Kirişin j ucunda ;

| | |
|------------------------------|--------------------------------------|
| x yönünde ötelenmesi serbest | x eksenini etrafında dönmesi tutulu |
| y yönünde ötelenmesi tutulu | y eksenini etrafında dönmesi serbest |
| z yönünde ötelenmesi tutulu | z eksenini etrafında dönmesi serbest |

3.1.1.2 Konsol Kirişin Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Yanal burkulma kritik yükü hesaplanacak olan kiriş, konsol kiriş ise sınır şartları aşağıdaki gibidir.

Kirişin i ucunda ;

| | |
|------------------------------|--------------------------------------|
| x yönünde ötelenmesi serbest | x eksenini etrafında dönmesi serbest |
| y yönünde ötelenmesi serbest | y eksenini etrafında dönmesi serbest |
| z yönünde ötelenmesi serbest | z eksenini etrafında dönmesi serbest |

Kirişin j ucunda ;

| | |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| x yönünde ötelenmesi tutulu | x eksenini etrafında dönmesi tutulu |
| y yönünde ötelenmesi tutulu | y eksenini etrafında dönmesi tutulu |
| z yönünde ötelenmesi tutulu | z eksenini etrafında dönmesi tutulu |

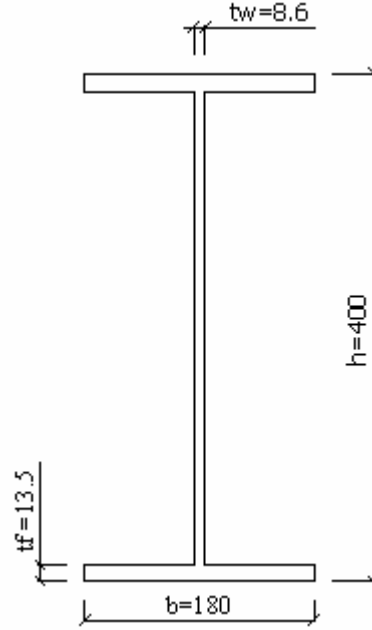
3.1.2 Kirişin Kesit ve Malzeme Özelliklerinin Belirlenmesi

Kirişin I kesitli olduğu kabul edilmişti. Bu aşamada bu profile ait kesit ve malzeme özellikleri hesaplanacaktır.

Malzeme olarak çelik malzeme değerleri kullanılacaktır. Poisson oranını $\nu=0.3$, elastisite modülünü ise $E=2100000 \text{ kg/cm}^2$ olarak alınacaktır. Malzemenin kayma modülü G aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{2100000}{2 \cdot (1+0.3)} = 807692.3077 \text{ kg/cm}^2 \quad (3.1)$$

Bu aşamadan sonra ise kirişin kesit özellikleri belirlenecektir. Kirişin I kesitli olduğundan daha önce bahsedilmiştir. Şekil 3.1 de profilin ölçüleri gösterilmiştir.



Şekil 3.1 : Profilinin ölçüleri (mm)

Kesitin Alanı ;

$$Alan (A) = 2 \cdot b \cdot t_w + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) \quad (3.2)$$

$$Alan (A) = 2 \cdot 18 \cdot 0.86 + 0.86 \cdot (40 - 2 \cdot 1.35) = 80.678 \text{ cm}^2$$

Kesitin y eksenine göre atalet momenti ;

$$I_y = \frac{I}{12} \cdot [b \cdot h^3 - (b - t_w) \cdot (h - 2 \cdot t_f)^3] \quad (3.3)$$

$$I_y = \frac{I}{12} \cdot [18 \cdot 40^3 - (18 - 0.86) \cdot (40 - 2 \cdot 1.35)^3] = 21876.47455 \text{ cm}^4$$

Kesitin z eksenine göre atalet momenti ;

$$I_z = \frac{I}{6} \cdot t_f \cdot b^3 + \frac{I}{12} \cdot t_w^3 (h - 2 \cdot t_f) \quad (3.4)$$

$$I_z = \frac{I}{6} \cdot 1.35 \cdot 18^3 + \frac{I}{12} \cdot 0.86^3 (40 - 2 \cdot 1.35) = 1314.177074 \text{ cm}^4$$

Kesitin burulma sabiti [37] ;

$$J = \frac{2}{3} \cdot b \cdot t_f^3 \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t_f}{b} \cdot \left(1 - \frac{t_f^4}{12 \cdot b^4} \right) \right] + \frac{I}{3} \cdot t_w^3 \cdot (h - 2 \cdot t_f)$$

$$J = \frac{2}{3} \cdot 18 \cdot 1.35^3 \left[1 - 0.63 \cdot \frac{1.35}{18} \cdot \left(1 - \frac{1.35^4}{12 \cdot 18^4} \right) \right] + \frac{I}{3} \cdot 0.86^3 \cdot (40 - 2 \cdot 1.35) \quad (3.5)$$

$$J = 36.0377673 \text{ cm}^4$$

Kesitin çarpılma sabiti [37] ;

$$C_w = \frac{I}{4} \cdot I_z \cdot (h - t_f)^2 \quad (3.6)$$

$$C_w = \frac{I}{4} \cdot 1314.177074 \cdot (40 - 1.35)^2 = 490786.8206 \text{ cm}^6$$

3.2 KİRİŞİN YANAL BURKULMA KRİTİK YÜKÜNÜN HESABI

Bu bölümde, yukarıda kesit özellikleri ve uzunluğu belirlenmiş kirişin, farklı sınır şartları ve yükleme durumlarında, yanal burkulma kritik yükünün değeri hesaplanacaktır. Hesaplamalarda kullanılacak olan değişkenler ise aşağıda hesaplanmıştır. Kirişin uzunluğu $l = 800 \text{ cm}$ dir.

I_z kirişin zayıf eksene göre atalet momenti, $C = G \cdot J$ burulma rijitliği, $C_1 = E \cdot C_w$ ise çarpılma rijitliğidir.

Kayma modülü denklem (3.1) den $G = 807692.3077 \text{ kg/cm}^2$ olarak hesaplanmıştır.

Kirişin zayıf eksendeki atalet momenti denklem (3.4) den $I_z = 1314.177074 \text{ cm}^4$ olarak hesaplanmıştır.

Kirişin burulma sabiti denklem (3.5) den $J = 36.03777 \text{ cm}^4$ olarak hesaplanmıştır.

Burulma rijitliği:

$$C = G \cdot J = 807692.3077 \cdot 36.03777 = 29107453.85 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 \quad (3.7)$$

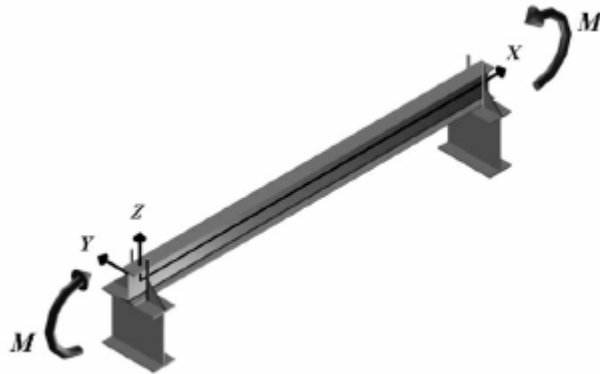
Kesitin çarpılma sabiti, denklem (3.6) dan $C_w = 490786.8206 \text{ cm}^6$ olarak hesaplanmıştır. Elastisite modülü $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ dir.

Çarpılma rijitliği :

$$C_1 = E \cdot C_w = 2100000 \cdot 490786.8206 = 1.0307 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{cm}^4 \quad (3.8)$$

3.2.1. Basit Kirişin Yanal Burkulma Kritik Yükünün Hesaplanması

Şekil 3.2 de görülen kirişin uç noktalarından M_0 momenti uygulanmaktadır. Basit eğilme momenti altındaki I kesitli kirişin, yanal burkulma kritik yükü hesaplanacaktır.



Şekil 3.2 : Basit eğilme momenti uygulanan kiriş

Yanal burkulma kritik yükünün değerini hesaplamak için denklem (2.22) deki kritik moment ifadesi kullanılacaktır.

$$(M_0)_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{E I_z C \left(1 + \frac{C_1 \pi^2}{C l^2} \right)} \quad (3.9)$$

Bulunan kesit değerleri, denklem (3.9) da yerine konulursa kirişin uç noktalarından uygulanacak olan M_0 momentinin kritik değeri elde edilir.

$$(M_0)_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{E I_z C \left(1 + \frac{C_1 \pi^2}{C l^2} \right)}$$

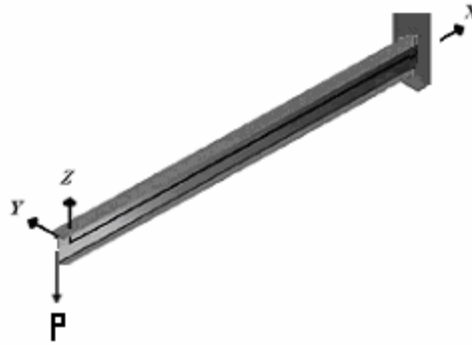
$$(M_0)_{cr} = \frac{\pi}{800} \sqrt{2100000 \cdot 1314.177074 \cdot 29107453.85 \left(1 + \frac{1.0307 \cdot 10^{12}}{29107453.85 \cdot 800^2} \right)}$$

$$(M_0)_{cr} = 1383915.354 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 1383.915354 \text{ t} \cdot \text{cm} \quad (3.10)$$

Denklem (3.10) da, Şekil 3.2 de görülen, uç noktalarından M_0 momenti uygulanmış, kesit ve malzeme özellikleri belirlenmiş kirişin, yanal burkulma kritik yükü hesaplanmıştır.

3.2.2. Konsol Kirişin Yanal Burkulma Kritik Yükünün Hesaplanması

Şekil 3.3 de görülen kirişin serbest ucundan, kesitin ağırlık merkezinden düşey P kuvveti uygulanmaktadır. Düşey kuvvet altındaki I kesitli konsol kirişin, yanal burkulma kritik yükü hesaplanacaktır.



Şekil 3.3 : Düşey P kuvveti uygulanan konsol kiriş

Yanal burkulma kritik yükünün değerini hesaplamak için denklem (2.37) deki kritik yük ifadesi kullanılacaktır. γ_2 katsayısı ise Tablo 2.3 kullanılarak bulunacaktır. Öncelikle l^2C/C_1 ifadesinin hesaplanması gerekmektedir.

$$\frac{l^2C}{C_1} = \frac{800^2 \cdot 29107453.85}{1.0307 \cdot 10^{12}} = 18.0747227 \quad (3.11)$$

Tablo 2.3 kullanılarak, denklem (3.11) deki l^2C/C_1 değerine karşılık gelen γ_2 katsayısı 6.63 olarak bulunur.

$$P_{cr} = \gamma_2 \frac{\sqrt{EI_\eta C}}{l^2} \quad (3.12)$$

$$P_{cr} = 6.63 \cdot \frac{\sqrt{2100000 \cdot 1314.177074 \cdot 29107453.85}}{800^2} = 2935.763 \text{ kg}$$

Denklem (3.12) de, Şekil 3.3 de görülen, serbest ucundan düşey P kuvveti uygulanmış, kesit ve malzeme özellikleri belirlenmiş konsol kirişin, yanal burkulma kritik yükü hesaplanmıştır. Düşey P kuvveti, kesitin ağırlık merkezinden uygulanmaktadır.

3.3 ÇERÇEVE SİSTEMİN GEOMETRİSİNİN, KESİT VE MALZEME ÖZELLİKLERİNİN BELİRLENMESİ

I kesitli bir kirişin çerçeve sistem analojisi ile incelenebilmesi için öncelikle bu kirişin davranışına eşdeğer çerçeve sistem oluşturulmak zorundadır.

İlk olarak I kesitli kiriş, çubuk elemanlar kullanılarak üç boyutlu çerçeve sistem olarak modellenecektir. Çerçeve sistemin geometrisinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için çubukların yerleşim aralıkları ve doğrultuları belirlenmelidir. Daha sonra ise çerçeve sistemi oluşturacak her çubuk elemanın kesit ve malzeme özellikleri hesaplanacaktır.

I kesitli bir kirişin çerçeve sistemi analogisi ile incelenebilmesi ve aynı davranışı sergileyebilmesi için nihai kesit ve malzeme özellikleri değişmeyecek şekilde, üç boyutlu çerçeve sistem olarak modellenmesi gerekmektedir.

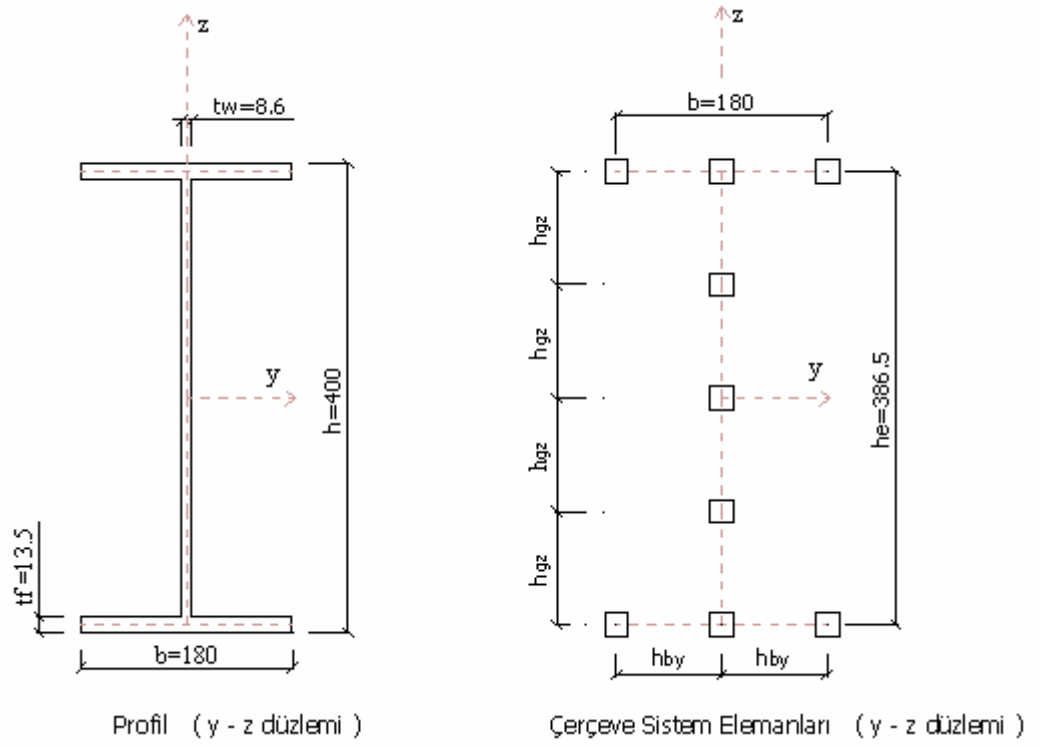
3.3.1 Çerçeve Sistemin Geometrisinin Belirlenmesi

Önceki bölümlerde kesit ve malzeme özellikleri belirlenen Şekil 3.2 deki gibi bir kirişin, çerçeve sistemle modellenebilmesi için, öncelikle çerçeve sistemin geometrisinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için ise profilin başlık ve gövdesini oluşturan kabuk elemanlar, yaklaşık olarak kare şeklindeki daha küçük kabuk elemanlara bölünür. Daha sonra ise bu küçük kare şeklindeki kabuk elemanların özelliklerini sergileyen ve yine yaklaşık olarak kare şeklindeki çerçeve sistem elde edilir.

Bu çerçeve sistemin geometrisi ve profilin hangi aralıklarda bölündüğü, farklı düzlemler için aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir. Profilin gövdesi x doğrultusunda 10 cm aralıklı 80 eşit parçaya, z doğrultusunda ise 9.6625 cm aralıklı eşit 4 parçaya bölünmüştür. Profilin başlığı ise yine x doğrultusunda 10 cm aralıklı 80 eşit parçaya ve y doğrultusunda 9 cm aralıklı 2 parçaya bölünmüştür.

Çerçeve sistemin, ikinci merteye etkiler altında doğrusal olmayan analizinin başlatılabilmesi için, kirişin ortasında ($l/2$ noktasında) ağırlık merkezinde 1 mm'lik yatay deplasman tanımlanmıştır.

Şekil 3.4 de çerçeve sistem elemanlarının y-z düzlemindeki geometrisi görülmektedir.



Şekil 3.4 : y-z düzlemindeki profil ve çerçeve sistem elemanları (mm)

h_e başlık eksenleri arasındaki mesafedir.

$$h_e = h - t_f = 40 - 1.35 = 38.65 \text{ cm} \quad (3.13)$$

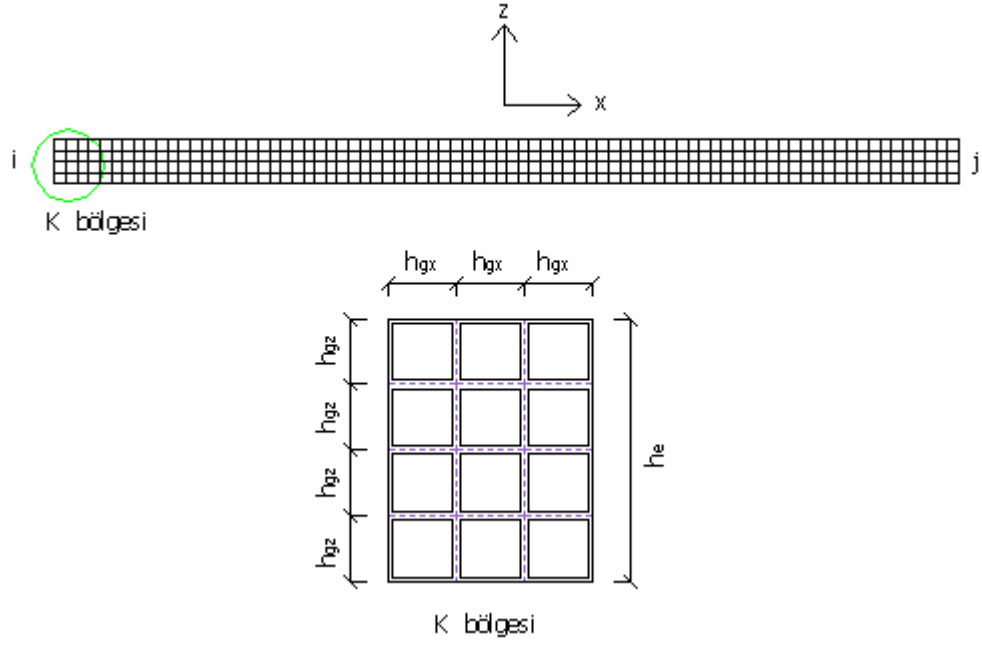
h_{gz} çerçeve sistemde gövde elemanları arasındaki z doğrultusundaki uzaklıktır.

$$h_{gz} = \frac{h_e}{4} = \frac{38.65}{4} = 9.6625 \text{ cm} \quad (3.14)$$

h_{by} çerçeve sistemde başlık elemanları arasındaki y doğrultusundaki uzaklıktır.

$$h_{by} = \frac{b}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm} \quad (3.15)$$

Şekil 3.5 de çerçeve sistem elemanlarının x-z düzlemindeki geometrisi görülmektedir

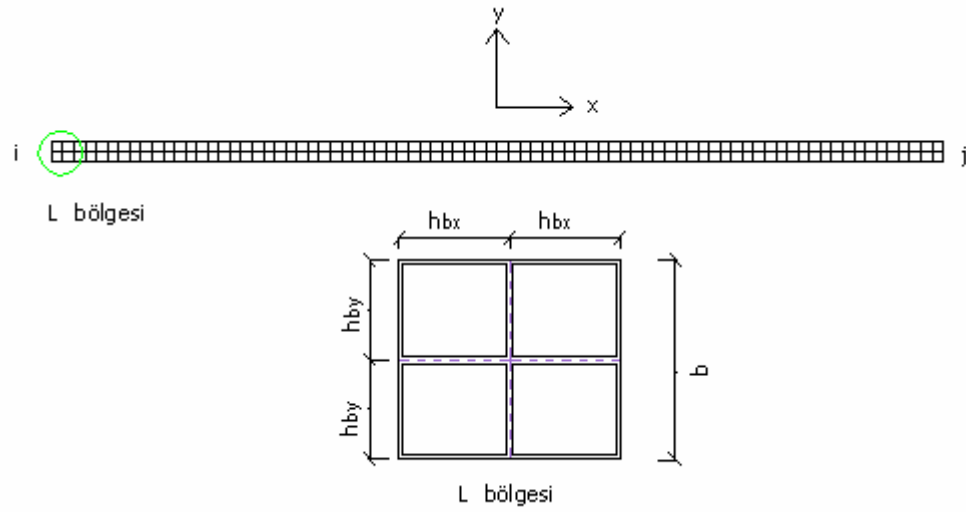


Şekil 3.5 : x-z düzlemindeki gövde çerçeve elemanların geometrisi

h_{gx} çerçeve sistemde gövde elemanları arasındaki x doğrultusundaki uzaklıktır.

$$h_{gx} = \frac{1}{80} = \frac{800}{80} = 10 \text{ cm} \quad (3.16)$$

Şekil 3.6 da çerçeve sistem elemanlarının x-y düzlemindeki geometrisi görülmektedir



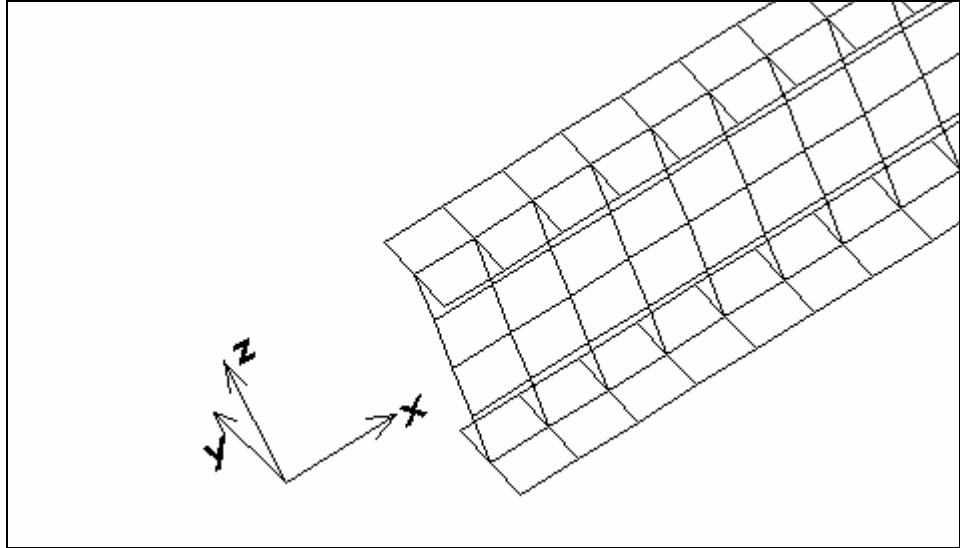
Şekil 3.6 : x-y düzlemindeki başlık çerçeve elemanların geometrisi

h_{by} çerçeve sistemde başlık elemanları arasındaki y doğrultusundaki uzaklıktır.

$$h_{by} = \frac{b}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm} \quad (3.17)$$

h_{bx} çerçeve sistemde başlık elemanları arasındaki x doğrultusundaki uzaklıktır.

$$h_{bx} = \frac{l}{80} = \frac{800}{80} = 10 \text{ cm} \quad (3.18)$$

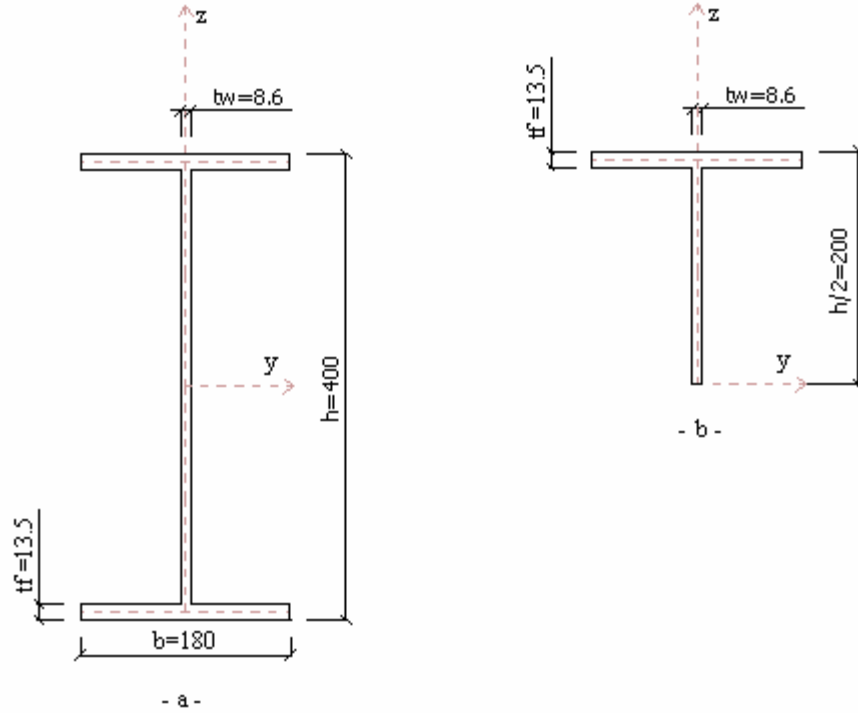


Şekil 3.7 : Çerçeve sistem elemanlarının kirişin i ucunda genel görünümü

3.3.2 Çerçeve Sistem Elemanlarının Kesit Özelliklerinin Belirlenmesi

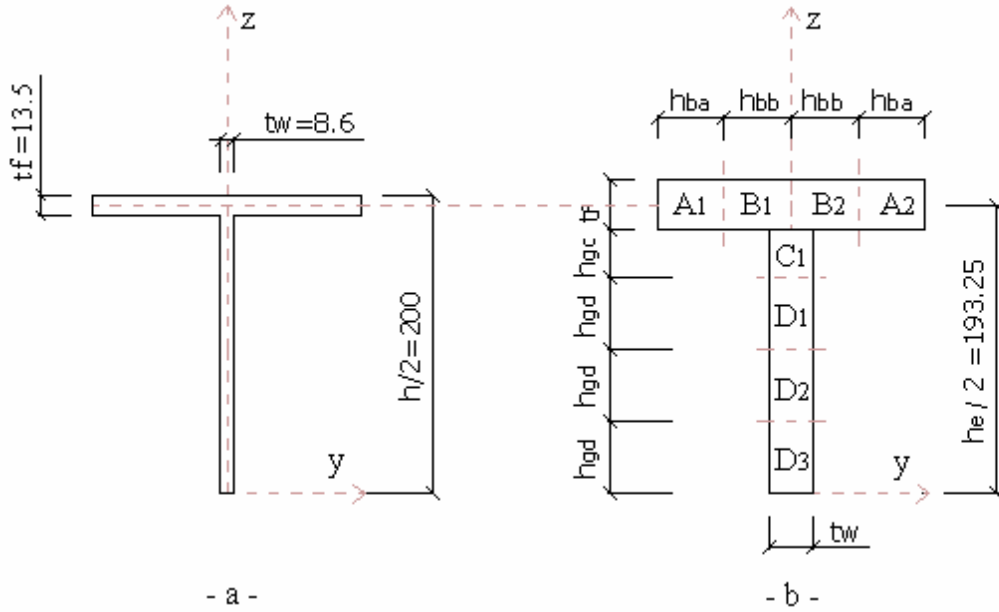
I kesitli bir kirişin, üç boyutlu çerçeve sistemi analojisi ile incelenebilmesi için çerçeve sistemi oluşturacak olan her bir elemanın kesit özelliklerinin tayin edilmesi gerekmektedir. Bunu tayin ederken dikkat edilmesi gereken husus, daha önce belirtildiği gibi kabuk elemanlardan oluşan sistemle, çerçeve elemanlardan oluşan sistemin nihai kesit özelliklerinin aynı olmasıdır.

Şekil 3.8 de görüleceği gibi, sistem y ekseninde simetrik olduğu için sadece y ekseninin üzerinde kalan bölge incelenecektir.



Şekil 3.8 : y ekseninde simetrik kesitin yarısı

Bu aşamadan sonra ise Şekil 3.8.b deki profilin başlık ve gövde elemanları eşit alanlara bölünmüştür. Bu alanlar ise Şekil 3.9 de görüldüğü gibi A, B, C ve D olarak ifade edilmiştir.



Şekil 3.9 : Profil yarısının alanlara bölünmesi (mm)

D alanı için gövdenin z doğrultusundaki uzunluğu

$$h_{gd} = \frac{h_e}{8} = 4.83125 \text{ cm} \quad (3.19)$$

C alanı için gövdenin z doğrultusundaki uzunluğu

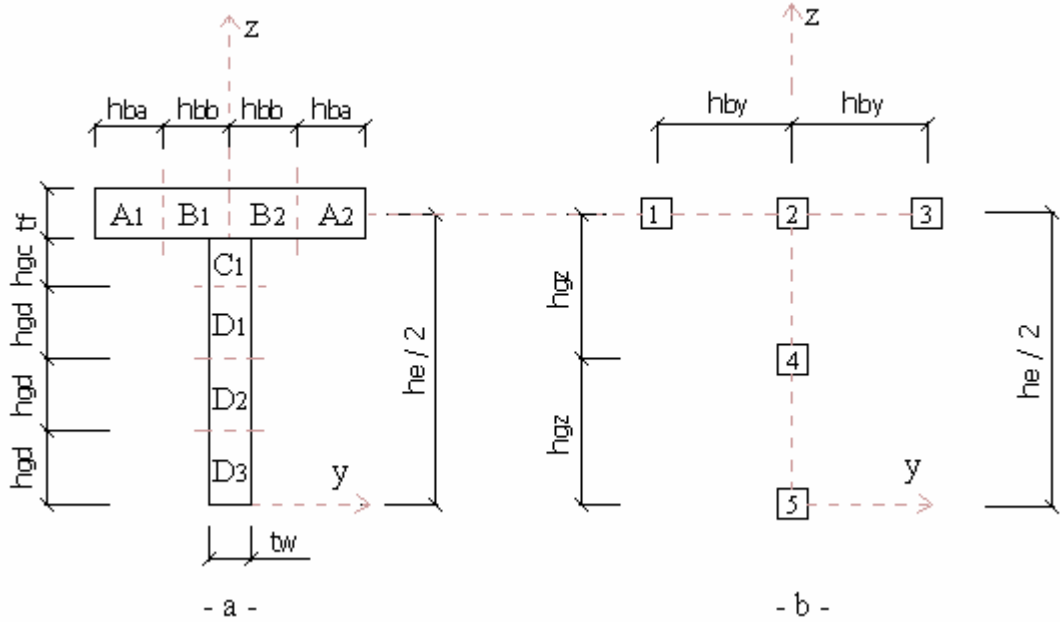
$$h_{gc} = h_{gd} - \frac{t_f}{2} = 4.83125 - \frac{1.35}{2} = 4.15625 \text{ cm} \quad (3.20)$$

A alanı için başlığın y doğrultusundaki uzunluğu

$$h_{ba} = \frac{b}{4} = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ cm} \quad (3.21)$$

B alanı için başlığın y doğrultusundaki uzunluğu

$$h_{bb} = \frac{b}{4} = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ cm} \quad (3.22)$$



Şekil 3.10 : Simetrik sistemde çerçeve sistem elemanları

Şekil 3.10.a daki A, B, C ve D ile ifade edilen bölgelere ait kesit özellikleri Şekil 3.10.b deki 1, 2, 3, 4 ve 5 numaralı çerçeve sistem elemanlarından, kendisine en yakın olan elemana aktarılacaktır.

Örnek olarak Şekil 3.10.a daki A1 alanına ait kesit özellikleri Şekil 3.10.b deki çerçeve sistemin 1 nolu elemanında tanımlanacaktır. Aynı şekilde A2 alanına ait kesit özellikleri ise 3 nolu elemanda tanımlanacaktır.

Şekil 3.10 da ki

A1 bölgesinin kesit özellikleri 1 nolu çerçeve elemanına aktarılacak.

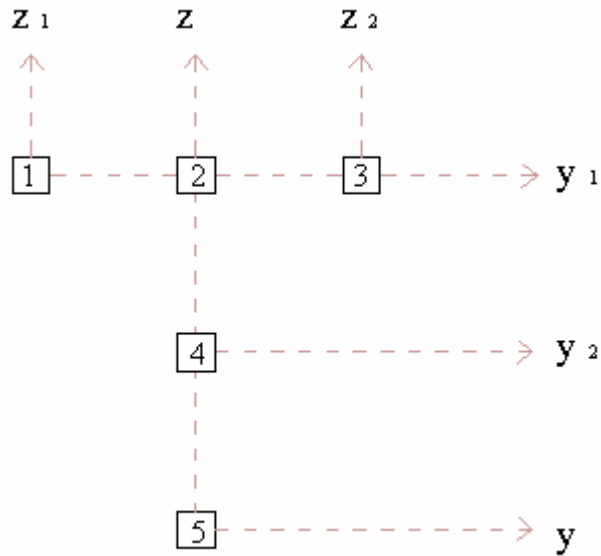
A2 bölgesinin kesit özellikleri 3 nolu çerçeve elemanına aktarılacak.

B1 ve B2 bölgesinin kesit özellikleri 2 nolu çerçeve elemanına aktarılacak.

C1 bölgesinin kesit özellikleri 2 nolu çerçeve elemanına aktarılacak.

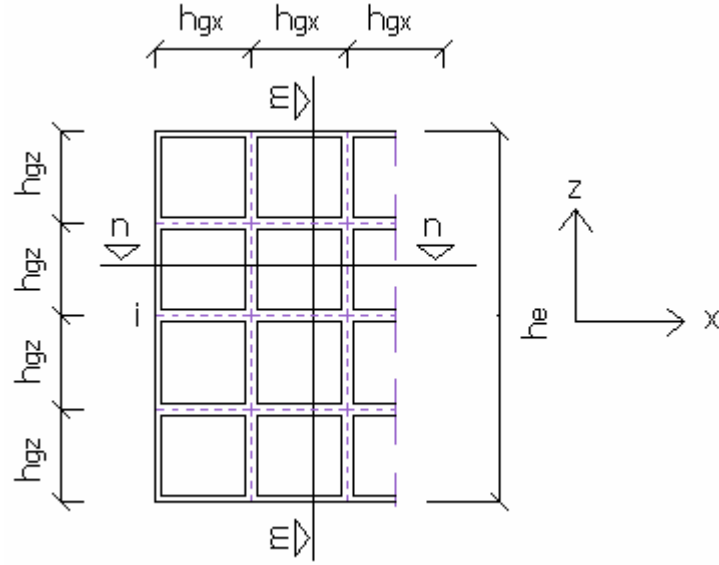
D1 ve D2 bölgesinin kesit özellikleri 4 nolu çerçeve elemanına aktarılacak.

D3 bölgesinin kesit özellikleri 5 nolu çerçeve elemanına aktarılacak



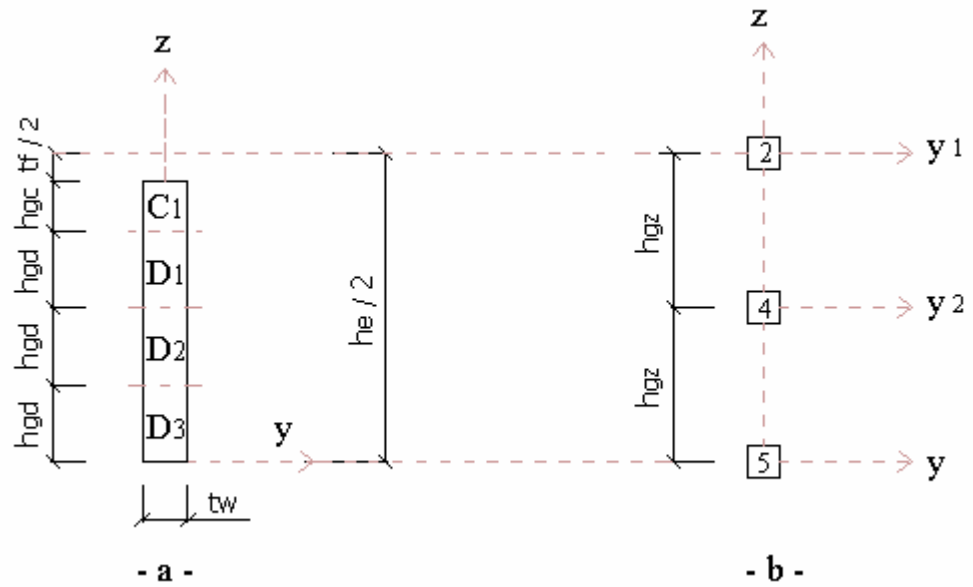
Şekil 3.11 : Simetrik çerçeve sistemin elemanlarının eksenleri

3.3.2.1 I Profilinin Gövdesinin x - z Düzleminde Çerçeve Sistemle Modellenmesi



Şekil 3.12 : Gövdenin i ucunda çerçeve sistem elemanları ve kesitler

I profilinin gövdesinin modellenmesinde Şekil 3.9 da görülen ve y ekseninde simetrik olan kesit kullanılacaktır. Öncelikle m - m kesitindeki çerçeve sistem elemanlarına ait kesit özellikleri belirlenilecektir.



Şekil 3.13 : Gövdedeki m - m kesitinde simetrik profil ve çerçeve sistem elemanları

Şekil 3.13.b deki çerçeve sistem gövde elemanlarının y ve z eksenlerindeki toplam atalet momentlerinin ve toplam alanın, Şekil 3.13.a daki profil gövde elemanının kesit özelliklerine eşit olması gerekmektedir.

Profil gövdesinin yarısının y eksene göre atalet momenti

$$I_{y_{PGY}} = \frac{t_w (3h_{gd} + h_{gc})^3}{12} + t_w (3h_{gd} + h_{gc}) \left(\frac{3h_{gd} + h_{gc}}{2} \right)^2$$

$$I_{y_{PGY}} = \frac{0.86 \cdot (3 \cdot 4.83125 + 4.15625)^3}{12} + \frac{0.86 \cdot (3 \cdot 4.83125 + 4.15625)^3}{4} \quad (3.23)$$

$$I_{y_{PGY}} = 1859.5750 \text{ cm}^4$$

Profil gövdesinin yarısının z eksenine göre atalet momenti

$$I_{z_{PGY}} = \frac{(3h_{gd} + h_{gc})t_w^3}{12}$$

$$I_{z_{PGY}} = \frac{(3 \cdot 4.83125 + 4.15625) \cdot 0.86^3}{12} = 0.9885 \text{ cm}^4 \quad (3.24)$$

Profil gövdesinin yarısının alanı

$$A_{PGY} = t_w (3h_{gd} + h_{gc}) = 0.86 \cdot (3 \cdot 4.83125 + 4.15625) = 16.039 \text{ cm}^2 \quad (3.25)$$

Şekil 3.13.b de gösterilen çerçeve elemanlarla modellenmiş sistemin y eksenine göre atalet momenti Şekil 3.13.a da gösterilen kesitin atalet momentine eşit olmak zorundadır. Bunun için öncelikle her bir kesitin modelleneceği çubuk eksenine göre atalet momentinin hesaplanması gerekmektedir.

Şekil 3.13 deki C1 kesitinin y_1 eksenine göre, D1 ve D2 kesitinin y_2 eksenine göre ve D3 kesitinin ise y eksenine göre atalet momentinin hesaplanması gerekmektedir.

C1 kesitinin ve 2 nolu çubuğun y_1 eksenine göre atalet momenti

$$I_{y_{1-C1}} = \frac{t_w h_{gc}^3}{12} + h_{gc} t_w \left(\frac{h_{gc} + t_f}{2} \right)^2$$

$$I_{y_{1-C1}} = \frac{0.86 \cdot 4.15625^3}{12} + 4.15625 \cdot 0.86 \left(\frac{4.15625 + 0.86}{2} \right)^2$$
(3.26)

$$I_{y_{1-C1}} = 32.2381 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_{1-GF2}} = I_{y_{1-C1}} = 32.2381 \text{ cm}^4$$

D1 ve D2 kesitinin ve 4 nolu çubuğun y_2 eksenine göre atalet momenti

$$I_{y_{2-D1}} = I_{y_{2-D2}} = \frac{t_w h_{gd}^3}{12} + h_{gd} t_w \left(\frac{h_{gd}}{2} \right)^2$$

$$I_{y_{2-D1}} = I_{y_{2-D2}} = \frac{0.86 \cdot 4.83125^3}{12} + 4.83125 \cdot 0.86 \left(\frac{4.83125}{2} \right)^2$$
(3.27)

$$I_{y_{2-D1}} = I_{y_{2-D2}} = 32.3263 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_{2-GF4}} = I_{y_{2-D1}} + I_{y_{2-D2}} = 64.6526 \text{ cm}^4$$

D3 kesitinin ve 5 nolu çubuğun y eksenine göre atalet momenti

$$I_{y_{D3}} = \frac{t_w h_{gd}^3}{12} + h_{gd} t_w \left(\frac{h_{gd}}{2} \right)^2$$

$$I_{y_{D3}} = \frac{0.86 \cdot 4.83125^3}{12} + 4.83125 \cdot 0.86 \left(\frac{4.83125}{2} \right)^2$$
(3.28)

$$I_{y_{D3}} = 32.3263 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_{GF5}} = I_{y_{D3}} = 32.3263 \text{ cm}^4$$

Böylece Şekil 3.13.a daki C1, D1, D2 ve D3 kesitleri kendisine en yakın noktadaki çerçeve sistem elemanı olarak tanımlanmıştır. Bu aşamadan sonra ise C1, D1, D2 ve D3 kesitlerinin özelliklerini taşıyan 2, 4 ve 5 numaralı çubukların alanları arasındaki ilişki incelenecektir.

Şekil 3.13.a da C1 kesitinin alanı görülmektedir.

$$A_{C1} = A_C \quad (3.29)$$

Şekil 3.13.a dan D1 ve D2 nin alanlarının aynı olduğu görülmektedir.

$$A_{D1} = A_{D2} = A_D \quad (3.30)$$

Şekil 3.13.a da C1 kesitinin alanı ile D1 ve D2 kesitlerinin alanları arasındaki ilişki görülmektedir.

$$\frac{A_C}{A_D} = \frac{h_{gc}}{h_{gd}} = \frac{4.15625}{4.83125} = \frac{1}{1.1624} \quad (3.31)$$

$$A_D = 1.1624 \cdot A_C$$

2 numaralı çubuğun alanı ile 4 numaralı çubuğun alanı arasında aşağıdaki gibi bir oran vardır.

$$\frac{A_{GF2}}{A_{GF4}} = \frac{A_C}{A_D + A_D} = \frac{A_C}{2 \cdot 1.1624 A_C} = \frac{1}{2.3248} \quad (3.32)$$

$$A_{GF4} = 2.3248 \cdot A_{GF2}$$

Bu aşamadan sonra ise Şekil 3.13.b de görülen çerçeve sistem elemanlarının tümünün y eksenine göre atalet momenti hesaplanacaktır.

2 numaralı çubuğun y eksenine göre atalet momenti

$$I_{y_{GF2}} = I_{y_{1-C1}} + A_{GF2} \cdot \left(\frac{h_e}{2}\right)^2$$

$$I_{y_{GF2}} = 32.2381 + A_{GF2} \left(\frac{38.65}{2}\right)^2 \quad (3.33)$$

$$I_{y_{GF2}} = 32.2381 + 373.4556 \cdot A_{GF2}$$

4 numaralı çubuğun y eksenine göre atalet momenti

$$I_{y_{GF4}} = I_{y_{2-D1}} + I_{y_{2-D2}} + A_{GF4} (2 h_{gd})^2$$

$$I_{y_{GF4}} = 2 \cdot 32.3263 + 2.3248 \cdot A_{GF2} \cdot (2 \cdot 4.83125)^2 \quad (3.34)$$

$$I_{y_{GF4}} = 64.6526 + 217.0524 A_{GF2}$$

5 numaralı çubuğun y eksenine göre atalet momenti

$$I_{y_{GF5}} = I_{y_{D3}} \quad (3.35)$$

$$I_{y_{GF5}} = 32.3263 \text{ cm}^4$$

Şekil 3.13.b deki çerçeve sistemin y eksenine göre toplam atalet momenti

$$I_{y_{FGY}} = I_{y_{GF2}} + I_{y_{GF4}} + I_{y_{GF5}} \quad (3.36)$$

$$I_{y_{FGY}} = 129.217 + 590.508 \cdot A_{GF2}$$

Bu aşamadan sonra Şekil 3.13 a ve b de görülen iki sistemin y eksenine göre atalet momentleri birbirine eşitlenecektir.

$$I_{y_{PGY}} = I_{y_{FGY}} \quad (3.37)$$

$$1859.5750 = 129.217 + 590.508 \cdot A_{GF2}$$

Denklem (3.37) den

$$A_{GF2} = 2.9302 \text{ cm}^2 \quad (3.38)$$

Denklem (3.32) den

$$A_{GF4} = 2.3248 \cdot A_{GF2} \quad (3.39)$$

$$A_{GF4} = 2.3248 \cdot 2.9302 = 6.8120 \text{ cm}^2$$

Şekil 3.13 a ve b deki sistemlerin toplam alanların aynı olması gerekmektedir.

Toplam alanlar eşitlenirse

$$A_{PGY} = A_{GF2} + A_{GF4} + A_{GF5} \quad (3.40)$$

$$16.039 = 2.9302 + 6.8120 + A_{GF5}$$

Denklem (3.40) den

$$A_{GF5} = 6.2968 \text{ cm}^2 \quad (3.41)$$

Şekil 3.13.b de gösterilen çerçeve elemanlarla modellenmiş sistemin z eksenine göre atalet momenti Şekil 3.13.a da gösterilen kesitin atalet momentine eşit olmak zorundadır. Bunun için öncelikle her bir kesitin modelleneceği çubuk eksenine göre atalet momentinin hesaplanması gerekmektedir.

C1 kesitinin ve 2 nolu çubuğun z eksenine göre atalet momenti

$$I_{z_{C1}} = \frac{h_{gc} \cdot t_w^3}{12} = \frac{4.15625 \cdot 0.86 \cdot^3}{12} = 0.2203 \text{ cm}^4 \quad (3.42)$$

$$I_{z_{GF2}} = I_{z_{C1}} = 0.2203 \text{ cm}^4$$

D1, D2 kesitinin ve 4 nolu çubuğun z eksenine göre atalet momenti

$$I_{z_{D1}} = I_{z_{D2}} = \frac{h_{gd} t_w^3}{12} = \frac{4.83125 \cdot 0.86^3}{12} = 0.2560 \text{ cm}^4 \quad (3.43)$$

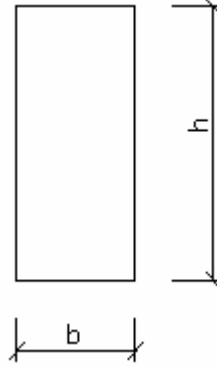
$$I_{z_{GF4}} = I_{z_{D1}} + I_{z_{D2}} = 0.5120 \text{ cm}^4$$

D3 kesitinin ve 5 nolu çubuğun z eksenine göre atalet momenti

$$I_{z_{D3}} = \frac{h_{gd} t_w^3}{12} = \frac{4.83125 \cdot 0.86^3}{12} = 0.2560 \text{ cm}^4 \quad (3.44)$$

$$I_{z_{GF5}} = I_{z_{D1}} = 0.2560 \text{ cm}^4$$

Bu aşamadan sonra ise çerçeve sistemi oluşturacak çubuk elemanların burulma sabitleri elde edilecektir.



Şekil 3.14 : Burulma hesabı için örnek kesit

Şekil 3.14 deki gibi dikdörtgen bir kesitin burulma sabiti [37].

$$J = \frac{1}{3} h b^3 \left[1 - 0.63 \frac{b}{h} \left(1 - \frac{b^4}{12 h^4} \right) \right] \quad (3.45)$$

Şekil 3.13.a daki kesitlerin burulma sabiti

$$J_{C1} = \frac{1}{3} h_{gc} t_w^3 \left[1 - 0.63 \frac{t_w}{h_{gc}} \left(1 - \frac{t_w^4}{12 h_{gc}^4} \right) \right]$$

$$J_{C1} = \frac{1}{3} \cdot 4.15625 \cdot 0.86^3 \cdot \left[1 - 0.63 \cdot \frac{0.86}{4.15625} \left(1 - \frac{0.86^4}{12 \cdot 4.15625^4} \right) \right] \quad (3.46)$$

$$J_{C1} = 0.7663 \text{ cm}^4$$

$$J_{D1} = J_{D2} = J_{D3} = J_D = \frac{1}{3} h_{gd} t_w^3 \left[1 - 0.63 \frac{t_w}{h_{gd}} \left(1 - \frac{t_w^4}{12 h_{gd}^4} \right) \right]$$

$$J_D = \frac{1}{3} \cdot 4.83125 \cdot 0.86^3 \cdot \left[1 - 0.63 \cdot \frac{0.86}{4.83125} \left(1 - \frac{0.86^4}{12 \cdot 4.83125^4} \right) \right] \quad (3.47)$$

$$J_{D1} = J_{D2} = J_{D3} = J_D = 0.9094 \text{ cm}^4$$

C1, D1, D2 ve D3 kesitleri burulma sabitlerini kendisine en yakın çubuğa aktaracaktır.

$$J_{GF2} = J_{C1} = 0.7663 \text{ cm}^4$$

$$J_{GF4} = J_{D1} + J_{D2} = 1.8188 \text{ cm}^4 \quad (3.48)$$

$$J_{GF5} = J_{D3} = 0.9094 \text{ cm}^4$$

Bu aşamadan sonra, çerçeve sistemi oluşturacak çubuk elemanların kesme alanları elde edilecektir.

Şekil 3.14 de gösterilen bir dikdörtgen kesitin kesme alanı

$$KA = A \cdot \frac{5}{6} \quad (3.49)$$

Şekil 3.13.b deki çerçeve elemanların kesme alanlarının hesaplanması

2 numaralı çubuğun kesme alanının hesaplanması

$$KA_{GF2} = A_{GF2} \cdot \frac{5}{6} = 2.9302 \cdot \frac{5}{6} = 2.4418 \text{ cm}^2 \quad (3.50)$$

4 numaralı çubuğun kesme alanının hesaplanması

$$KA_{GF4} = A_{GF4} \cdot \frac{5}{6} = 6.8120 \cdot \frac{5}{6} = 5.6766 \text{ cm}^2 \quad (3.51)$$

5 numaralı çubuğun kesme alanının hesaplanması

$$KA_{GF5} = A_{GF5} \cdot \frac{5}{6} = 6.2968 \cdot \frac{5}{6} = 5.2473 \text{ cm}^2 \quad (3.52)$$

Şekil 3.13.b deki x-z düzleminde m-m kesitindeki çerçeve sistem çubuk elemanlarına Şekil 3.13.a daki gövde kesitlerinden dolayı aktarılacak kesit özellikleri belirlendi. x-z düzleminde m-m kesitindeki 2, 4 ve 5 nolu çubukta sadece gövdeden dolayı oluşacak olan etkiler nihai olarak aşağıda gösterilmiştir.

2 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

Alan denklem (3.38) den

$$A_{GF2} = 2.9302 \text{ cm}^2$$

Burulma sabiti denklem (3.48) den

$$J_{GF2} = 0.7663 \text{ cm}^4$$

y_1 eksenindeki atalet momenti denklem (3.26) dan

$$I_{y_{1-GF2}} = 32.2381 \text{ cm}^4 \quad (3.53)$$

z eksenindeki atalet momenti denklem (3.42) den

$$I_{z_{GF2}} = 0.2203 \text{ cm}^4$$

Kesme alanı denklem (3.50) den

$$KA_{GF2} = 2.4418 \text{ cm}^2$$

4 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

Alan denklem (3.39) dan

$$A_{GF4} = 6.8120 \text{ cm}^2$$

Burulma sabiti denklem (3.48) den

$$J_{GF4} = 1.8188 \text{ cm}^4$$

y_2 eksenindeki atalet momenti denklem (3.27) den

$$I_{y_{2-GF4}} = 64.6526 \text{ cm}^4 \quad (3.54)$$

z eksenindeki atalet momenti denklem (3.43) den

$$I_{z_{GF4}} = 0.5120 \text{ cm}^4$$

Kesme alanı denklem (3.51) den

$$KA_{GF4} = 5.6766 \text{ cm}^2$$

5 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

Alan denklem (3.41) den

$$A_{GF5} = 6.2968 \text{ cm}^2$$

Burulma sabiti denklem (3.48) den

$$J_{GF5} = 0.9094 \text{ cm}^4$$

y eksenindeki atalet momenti denklem (3.28) den

$$I_{y_{GF5}} = 32.3263 \text{ cm}^4 \quad (3.55)$$

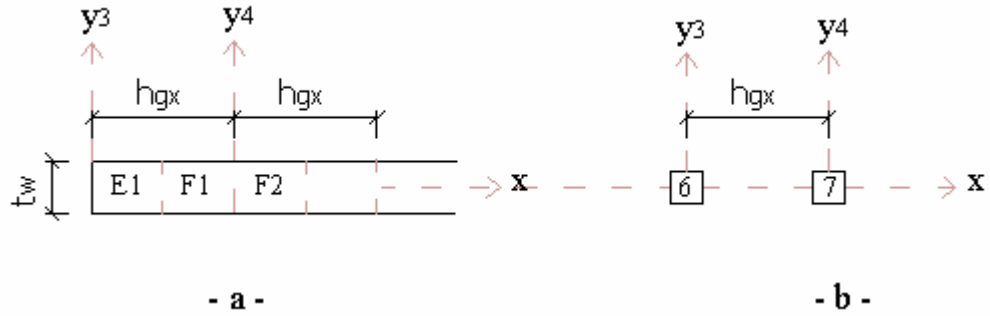
z eksenindeki atalet momenti denklem (3.44) den

$$I_{z_{GF5}} = 0.2560 \text{ cm}^4$$

Kesme alanı denklem (3.52) den

$$KA_{GF5} = 5.2473 \text{ cm}^2$$

Bu aşamadan sonra Şekil 3.12 de görülen gövdenin n-n kesitindeki çerçeve sistem elemanlarının özellikleri hesaplanacaktır.



Şekil 3.15 : Gövdedeki n-n kesitinde profil ve çerçeve sistem elemanları

Şekil 3.15.a da profil gövdesinin x - z düzleminde m - m kesitinde alanlara bölünmüş hali görülmektedir. Bu alanların kesit özelliklerinin taşıyan çerçeve sistem elemanlarının geometrisi ve numarası ise b de görülmektedir. Gövdedeki kesitlere ait özellikler kendisine en yakın çubuk elemana aktarılacaktır. Öncelikle her kesitin kendisine en yakın eksene göre atalet momentleri hesaplanır. E1 kesitinin y_3 ve x eksenine göre, F1 ve F2 kesitinin ise y_4 ve x eksenine göre atalet momentleri hesaplanacaktır.

E1 kesitininve 6 nolu çubuğun x eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{x_{E1}} = I_{x_{GF6}} = \frac{\frac{h_{gx}}{2} t_w^3}{12} = \frac{\frac{10}{2} 0.86^3}{12} = 0.265 \text{ cm}^4 \quad (3.56)$$

F1, F2 kesitinin ve 7 nolu çubuğun x eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{x_{F1}} = I_{x_{F2}} = \frac{\frac{h_{gx}}{2} t_w^3}{12} = \frac{\frac{10}{2} 0.86^3}{12} = 0.265 \text{ cm}^4 \quad (3.57)$$

$$I_{x_{GF7}} = I_{x_{F1}} + I_{x_{F2}} = 0.530 \text{ cm}^4$$

E1 kesitinin ve 6 nolu çubuğun y_3 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{y_{3-E1}} = \frac{t_w \left(\frac{h_{gx}}{2} \right)^3}{12} + t_w \left(\frac{h_{gx}}{2} \right) \left(\frac{h_{gx}}{4} \right)^2$$

$$I_{y_{3-E1}} = \frac{0.86 \cdot \left(\frac{10}{2} \right)^3}{12} + 0.86 \cdot \left(\frac{10}{2} \right) \left(\frac{10}{4} \right)^2 = 35.8333 \text{ cm}^4 \quad (3.58)$$

$$I_{y_{3-GF6}} = I_{y_{3-E1}} = 35.8333 \text{ cm}^4$$

F1, F2 kesitlerinin ve 7 nolu çubuğun y_4 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{y_{4-F1}} = I_{y_{4-F2}} = \frac{t_w \left(\frac{h_{gx}}{2} \right)^3}{12} + t_w \left(\frac{h_{gx}}{2} \right) \left(\frac{h_{gx}}{4} \right)^2$$

$$I_{y_{4-F1}} = I_{y_{4-F2}} = \frac{0.86 \cdot \left(\frac{10}{2} \right)^3}{12} + 0.86 \cdot \left(\frac{10}{2} \right) \left(\frac{10}{4} \right)^2 = 35.8333 \text{ cm}^4 \quad (3.59)$$

$$I_{y_{4-GF7}} = I_{y_{4-F1}} + I_{y_{4-F2}} = 71.6666 \text{ cm}^4$$

E1 kesitinin ve 6 nolu çubuğun alanı ;

$$A_{E1} = t_w \frac{h_{gx}}{2} = 0.86 \cdot \frac{10}{2} = 4.3 \text{ cm}^2 \quad (3.60)$$

$$A_{GF6} = A_{E1} = 4.3 \text{ cm}^2$$

F1, F2 kesitlerinin ve 7 nolu çubuğun alanları ;

$$A_{F1} = A_{F2} = t_w \frac{h_{gx}}{2} = 0.86 \cdot \frac{10}{2} = 4.3 \text{ cm}^2 \quad (3.61)$$

$$A_{GF7} = A_{F1} + A_{F2} = 8.6 \text{ cm}^2$$

Denklem 3.45 den kesitlerin ve çubukların burulma sabitleri ;

$$J_{E1} = J_{F1} = J_{F2} = J_E = \frac{1}{3} \left(\frac{h_{gx}}{2} \right) t_w^3 \left[1 - 0.63 \frac{t_w}{\left(\frac{h_{gx}}{2} \right)} \left(1 - \frac{t_w^4}{12 \left(\frac{h_{gx}}{2} \right)^4} \right) \right]$$

$$J_E = \frac{1}{3} \left(\frac{10}{2} \right) 0.86^3 \cdot \left[1 - 0.63 \frac{0.86}{\left(\frac{10}{2} \right)} \left(1 - \frac{0.86^4}{12 \left(\frac{10}{2} \right)^4} \right) \right] = 0.9452 \text{ cm}^4$$

(3.62)

$$J_{GF6} = J_{E1} = 0.9452 \text{ cm}^4$$

$$J_{GF7} = J_{F1} + J_{F2} = 1.8904 \text{ cm}^4$$

Bu aşamadan sonra ise çerçeve sistem elemanlarının kesme alanları hesaplanacaktır.

$$KA_{GF6} = A_{GF6} \frac{5}{6} = 4.3 \cdot \frac{5}{6} = 3.5833 \text{ cm}^2$$

(3.63)

$$KA_{GF7} = A_{GF7} \frac{5}{6} = 8.6 \cdot \frac{5}{6} = 7.1666 \text{ cm}^2$$

Böylece Şekil 3.15.b deki x-z düzleminde n-n kesitindeki çerçeve sistem çubuk elemanlarına Şekil 3.15.a daki gövde kesitlerinden dolayı aktarılacak kesit özellikleri belirlendi. x-z düzleminde n-n kesitindeki 6 ve 7 nolu çubukta sadece gövdeden dolayı oluşacak olan etkiler nihai olarak aşağıda gösterilmiştir.

6 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

Alan denklem (3.60) dan

$$A_{GF6} = 4.3 \text{ cm}^2$$

Burulma sabiti denklem (3.62) den

$$J_{GF6} = 0.9452 \text{ cm}^4$$

y_3 eksenindeki atalet momenti denklem (3.58) den

$$I_{y_{3-GF6}} = 35.8333 \text{ cm}^4 \quad (3.64)$$

x eksenindeki atalet momenti denklem (3.56) dan

$$I_{x_{GF6}} = 0.2650 \text{ cm}^4$$

Kesme alanı denklem (3.63) den

$$KA_{GF6} = 3.5833 \text{ cm}^2$$

7 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

Alan denklem (3.61) den

$$A_{GF7} = 8.6 \text{ cm}^2$$

Burulma sabiti denklem (3.62) dan

$$J_{GF7} = 1.8904 \text{ cm}^4$$

y_4 eksenindeki atalet momenti denklem (3.59) den

$$I_{y_{4-GF7}} = 71.6666 \text{ cm}^4 \quad (3.65)$$

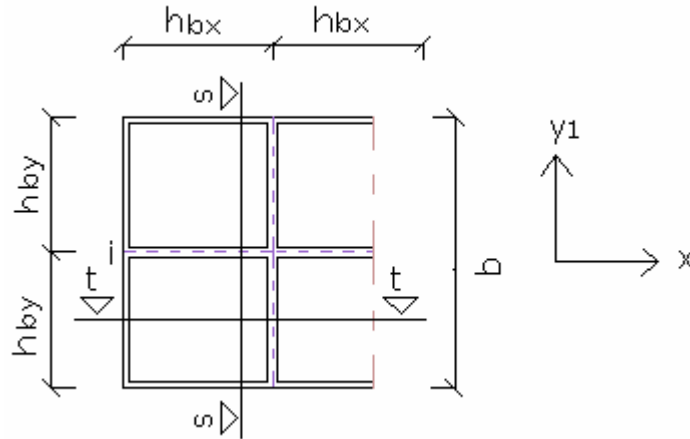
x eksenindeki atalet momenti denklem (3.57) den

$$I_{x_{GF7}} = 0.53 \text{ cm}^4$$

Kesme alanı denklem (3.63) den

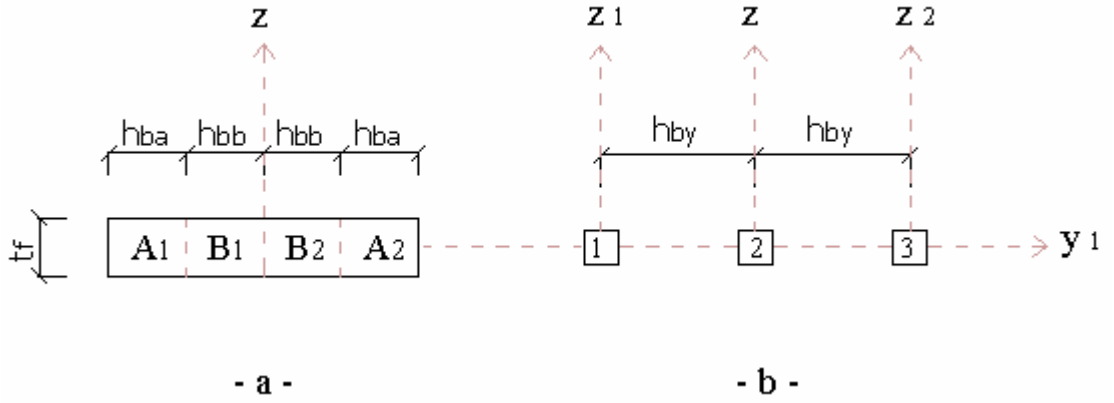
$$KA_{GF7} = 7.1666 \text{ cm}^2$$

3.3.2.2 I Profilinin Başlığının x-y Düzleminde Çerçeve Sistemle Modellenmesi



Şekil 3.16 : Başlığın i ucunda çerçeve sistem elemanları ve kesitler

I profilinin başlığının modellenmesinde Şekil 3.9 de görülen ve y ekseninde simetrik olan kesit kullanılacaktır. Öncelikle s-s kesitindeki çerçeve sistem elemanlarına ait kesit özellikleri belirlenecektir.



Şekil 3.17 : Başlıktaki s-s kesitinde profil ve çerçeve sistem elemanları

Şekil 3.17.b deki çerçeve sistem başlık elemanlarının y_1 ve z eksenlerindeki toplam atalet momentleri ve toplam alanın, Şekil 3.17.a daki profil başlık elemanının kesit özelliklerine eşit olması gerekmektedir.

Profil başlığının y_1 eksene göre atalet momentini ;

$$I_{y_{1-PBY}} = \frac{b t_f^3}{12} = \frac{18 \cdot 1.35^3}{12} = 3.6905 \text{ cm}^4 \quad (3.66)$$

Profil başlığının z eksene göre atalet momentini ;

$$I_{z_{PBY}} = \frac{t_f b^3}{12} = \frac{1.35 \cdot 18^3}{12} = 656.1 \text{ cm}^4 \quad (3.67)$$

Profil başlığının alanı ;

$$A_{PBY} = t_f b = 1.35 \cdot 18 = 24.3 \text{ cm}^2 \quad (3.68)$$

Şekil 3.17.b de gösterilen çubukların z eksenine göre atalet momentini Şekil 3.17.a da gösterilen kesitin atalet momentine eşit olmak zorundadır. A1 kesitin z_1 eksenine göre, B1 ve B2 kesitin z eksenine göre ve A2 kesitin ise z_2 eksenine göre atalet momentinin hesaplanması gerekmektedir.

A1 kesitinin ve 1 nolu çubuğun z_1 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{1-A1}} = \frac{t_f h_{ba}^3}{12} + h_{ba} t_f \left(\frac{h_{ba}}{2} \right)^2$$

$$I_{z_{1-A1}} = \frac{1.35 \cdot 4.5^3}{12} + 4.5 \cdot 1.35 \cdot \left(\frac{4.5}{2} \right)^2 = 41.0062 \text{ cm}^4 \quad (3.69)$$

$$I_{z_{1-BF1}} = I_{z_{1-A1}} = 41.0062 \text{ cm}^4$$

B1 ve B2 kesitinin ve 2 nolu çubuğun z eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{B1}} = I_{z_{B2}} = \frac{t_f h_{bb}^3}{12} + h_{bb} t_f \left(\frac{h_{bb}}{2} \right)^2$$

$$I_{z_{B1}} = I_{z_{B2}} = \frac{1.35 \cdot 4.5^3}{12} + 4.5 \cdot 1.35 \cdot \left(\frac{4.5}{2} \right)^2 = 41.0062 \text{ cm}^4 \quad (3.70)$$

$$I_{z_{BF2}} = I_{z_{B1}} + I_{z_{B2}} = 82.0124 \text{ cm}^4$$

A2 kesitinin ve 3 nolu çubuğun z_2 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{2-A2}} = \frac{t_f h_{ba}^3}{12} + h_{ba} t_f \left(\frac{h_f}{2} \right)^2$$

$$I_{z_{2-A2}} = \frac{1.35 \cdot 4.5^3}{12} + 4.5 \cdot 1.35 \cdot \left(\frac{4.5}{2} \right)^2 = 41.0062 \text{ cm}^2 \quad (3.71)$$

$$I_{z_{2-BF3}} = I_{z_{2-A2}} = 41.0062 \text{ cm}^4$$

Bu aşamadan sonra ise A1, B1, B2 ve A2 kesitlerinin özelliklerini taşıyan 1, 2 ve 3 numaralı çubukların alanları arasındaki ilişki incelenecektir.

Şekil 3.17.b de 1 numaralı çubuğun alanına A_{BF1} denilirse

$$A_{BF1} = A_{BF3} \quad (3.72)$$

Bu aşamadan sonra ise Şekil 3.17.b de görülen çerçeve sistem elemanlarının tümünün z eksenine göre atalet momenti hesaplanır.

1 numaralı çubuğun z eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{BF1}} = I_{z_{1-BF1}} + A_{BF1} \cdot h_{by}^2 \quad (3.73)$$

$$I_{z_{BF1}} = 41.0062 + A_{BF1} \cdot 9^2 = 41.0062 + 81 \cdot A_{BF1}$$

2 numaralı çubuğun z eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{BF2}} = I_{z_{B1}} + I_{z_{B2}} = 82.0124 \text{ cm}^4 \quad (3.74)$$

3 numaralı çubuğun z eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{BF3}} = I_{z_{2-BF3}} + A_{BF3} \cdot h_{by}^2 \quad (3.75)$$

$$I_{z_{BF3}} = 41.0062 + A_{BF3} \cdot 9^2 = 41.0062 + 81 \cdot A_{BF3}$$

Şekil 3.17.b deki çerçeve sistemin z eksenine göre toplam atalet momenti ;

$$I_{z_{FBY}} = I_{z_{BF1}} + I_{z_{BF2}} + I_{z_{BF3}}$$

$$I_{z_{PBY}} = I_{z_{FBY}} \quad (3.76)$$

$$656.1 = 164.0248 + 81 \cdot A_{BF1} + 81 \cdot A_{BF3}$$

Denklem (3.72) deki eşitliği denklem (3.76) da yerine koyarsak

$$A_{BF1} = A_{BF3} = 3.0375 \text{ cm}^2 \quad (3.77)$$

Şekil 3.17 a ve b deki sistemlerin toplam alanların aynı olması gerekmektedir.

Denklem (3.68) den

$$A_{PBY} = 24.3 \text{ cm}^2$$

Toplam alanlar eşitlenirse

$$A_{PBY} = A_{BF1} + A_{BF2} + A_{BF3}$$

$$24.3 = 3.0375 + 3.0375 + A_{BF2} \quad (3.78)$$

$$A_{BF2} = 18.225 \text{ cm}^2$$

Şekil 3.17.a da gösterilen profil kesitinin y_1 eksenine göre atalet momenti hesaplanacak ve bu değer, Şekil 3.17.b de gösterilen çerçeve sistem elemanlarından kendisine en yakın olan çubuğa aktarılacaktır.

A1, A2 kesitinin ve 1 ve 3 çubuklarının y_1 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{y_{1-A1}} = I_{y_{1-A2}} = \frac{h_{ba} t_f^3}{12} = \frac{4.5 \cdot 1.35^3}{12} = 0.9226 \text{ cm}^4 \quad (3.79)$$

$$I_{y_{1-BF1}} = I_{y_{1-BF3}} = I_{y_{1-A1}} = I_{y_{1-A2}} = 0.9226 \text{ cm}^4$$

B1 ve B2 kesitinin ve 2 nolu çubuğun y_1 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{y_{1-B1}} = I_{y_{1-B2}} = \frac{h_{bb} t_f^3}{12} = \frac{4.5 \cdot 1.35^3}{12} = 0.9226 \text{ cm}^4 \quad (3.80)$$

$$I_{y_{1-BF2}} = I_{y_{1-B1}} + I_{y_{1-B2}} = 0.9226 + 0.9226 = 1.8452 \text{ cm}^4$$

Şekil 3.17.a daki kesitlerin burulma sabitleri ;

$$J_{A1} = J_{A2} = \frac{1}{3} h_{ba} t_f^3 \left[1 - 0.63 \frac{t_f}{h_{ba}} \left(1 - \frac{t_f^4}{12 h_{ba}^4} \right) \right] \quad (3.81)$$

$$J_{A1} = J_{A2} = \frac{1}{3} \cdot 4.5 \cdot 1.35^3 \cdot \left[1 - 0.63 \cdot \frac{1.35}{4.5} \left(1 - \frac{1.35^4}{12 \cdot 4.5^4} \right) \right] = 2.9935 \text{ cm}^4$$

$$J_{B1} = J_{B2} = \frac{1}{3} h_{bb} t_f^3 \left[1 - 0.63 \frac{t_f}{h_{bb}} \left(1 - \frac{t_f^4}{12 h_{bb}^4} \right) \right] \quad (3.82)$$

$$J_{B1} = J_{B2} = \frac{1}{3} \cdot 4.5 \cdot 1.35^3 \cdot \left[1 - 0.63 \cdot \frac{1.35}{4.5} \left(1 - \frac{1.35^4}{12 \cdot 4.5^4} \right) \right] = 2.9935 \text{ cm}^4$$

Şekil 3.17 deki A1, B1, B2 ve A2 kesitlerinin burulma sabitleri kendisine en yakın çubuğa aktarılacaktır.

$$J_{BF1} = J_{BF3} = J_{A1} = J_{A2} = 2.9935 \text{ cm}^4 \quad (3.83)$$

$$J_{BF2} = J_{B1} + J_{B2} = 5.987 \text{ cm}^4$$

Bu aşamadan sonra ise çerçeve sistemi oluşturacak olan çubuk elemanların kesme alanları elde edilecektir.

Şekil 3.17.b deki çerçeve elemanların kesme alanları ;

$$KA_{BF1} = KA_{BF3} = A_{BF1} \cdot \frac{5}{6} = 3.0375 \cdot \frac{5}{6} = 2.5312 \text{ cm}^2 \quad (3.84)$$

$$KA_{BF2} = A_{BF2} \cdot \frac{5}{6} = 18.225 \cdot \frac{5}{6} = 15.1875 \text{ cm}^2$$

Şekil 3.17.b deki çerçeve sistem çubuk elemanlarına Şekil 3.17.a daki başlık kesitlerinden dolayı aktarılacak kesit özellikleri belirlendi. 1, 2 ve 3 nolu çerçeve sistem elemanlarına sadece başlıktaki A1, B1, B2 ve B3 kesitlerinden aktarılan özellikler nihai olarak aşağıda gösterilmiştir.

1 numaralı çerçeve elemanında başlık kesiti için

$$\text{Alan denklem (3.77) den} \quad A_{BF1} = 3.0375 \text{ cm}^2$$

$$\text{Burulma sabiti denklem (3.83) den} \quad J_{BF1} = 2.9935 \text{ cm}^4$$

$$y_1 \text{ eksenindeki atalet momenti denklem (3.79) dan} \quad I_{y1-BF1} = 0.9226 \text{ cm}^4 \quad (3.85)$$

z_1 eksenindeki atalet momenti denklem (3.69) dan $I_{z_{1-BF1}} = 41.0062 \text{ cm}^4$

Kesme alanı denklem (3.84) den $KA_{BF1} = 2.5312 \text{ cm}^2$

2 numaralı çerçeve elemanında başlık kesiti için

Alan denklem (3.78) den $A_{BF2} = 18.225 \text{ cm}^2$

Burulma sabiti denklem (3.83) den $J_{BF2} = 5.987 \text{ cm}^4$

y_1 eksenindeki atalet momenti denklem (3.80) den $I_{y_{1-BF2}} = 1.8452 \text{ cm}^4$ (3.86)

z eksenindeki atalet momenti denklem (3.70) den $I_{z_{BF2}} = 82.0124 \text{ cm}^4$

Kesme alanı denklem (3.84) den $KA_{BF2} = 15.1875 \text{ cm}^2$

3 numaralı çerçeve elemanında başlık kesiti için

Alan denklem (3.77) den $A_{BF3} = 3.0375 \text{ cm}^2$

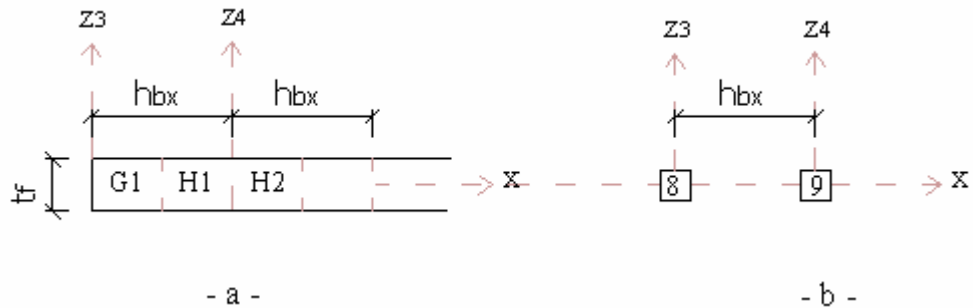
Burulma sabiti denklem (3.83) den $J_{BF3} = 2.9935 \text{ cm}^4$

y_1 eksenindeki atalet momenti denklem (3.79) dan $I_{y_{1-BF2}} = 0.9226 \text{ cm}^4$ (3.87)

z_2 eksenindeki atalet momenti denklem (3.71) den $I_{z_{2-BF3}} = 41.0062 \text{ cm}^4$

Kesme alanı denklem (3.84) den $KA_{BF3} = 2.5312 \text{ cm}^2$

Bu aşamadan sonra Şekil 3.16 da görülen gövdenin t-t kesitindeki çerçeve sistem elemanlarının özellikleri hesaplanılacaktır.



Şekil 3.18 : Başlığın t-t kesitinde profil ve çerçeve sistem elemanları

Şekil 3.18.a da profil başlığının x-z düzleminde t-t kesitinde alanlara bölünmüş hali görülmektedir. Bu alanların kesit özelliklerinin taşıyan çerçeve sistem elemanlarının geometrisi ve numarası ise b de görülmektedir. Başlıktaki kesitlere ait özellikler kendisine en yakın çubuk elemana aktarılacaktır. Öncelikle her kesitin kendisine en yakın eksene göre atalet momentleri hesaplanır. G1 kesitinin z_3 ve x eksenine göre, H1 ve H2 kesitinin ise z_4 ve x eksenine göre atalet momentleri hesaplanacaktır.

G1 kesitinin ve 8 nolu çubuğun x eksenine göre atalet momentini ;

$$I_{x_{G1}} = I_{x_{BF8}} = \frac{h_{bx}}{2} t_f^3 = \frac{10}{2} \cdot 1.35^3 = 1.0251 \text{ cm}^4 \quad (3.88)$$

H1, H2 kesitinin ve 9 nolu çubuğun x eksenine göre atalet momentini ;

$$I_{x_{H1}} = I_{x_{H2}} = \frac{h_{bx}}{2} t_f^3 = \frac{10}{2} \cdot 1.35^3 = 1.0251 \text{ cm}^4 \quad (3.89)$$

$$I_{x_{BF9}} = I_{x_{H1}} + I_{x_{H2}} = 2.0502 \text{ cm}^4$$

Kesitlerin ve çubukların z_3 ve z_4 eksenlerine göre atalet momentleri

G1 kesitinin ve 8 nolu çubuğun z_3 eksenine göre atalet momentini ;

$$I_{z_{3-G1}} = \frac{t_f \left(\frac{h_{bx}}{2} \right)^3}{12} + t_f \left(\frac{h_{bx}}{2} \right) \left(\frac{h_{bx}}{4} \right)^2$$

$$I_{z_{3-G1}} = \frac{1.35 \cdot \left(\frac{10}{2} \right)^3}{12} + 1.35 \cdot \left(\frac{10}{2} \right) \left(\frac{10}{4} \right)^2 = 56.25 \text{ cm}^4 \quad (3.90)$$

$$I_{z_{3-BF8}} = I_{z_{3-G1}} = 56.25 \text{ cm}^4$$

H1, H2 kesitlerinin ve 9 nolu çubuğun z_4 eksenine göre atalet momenti ;

$$I_{z_{4-H1}} = I_{z_{4-H2}} = \frac{t_f \left(\frac{h_{bx}}{2}\right)^3}{12} + t_f \left(\frac{h_{bx}}{2}\right) \left(\frac{h_{bx}}{4}\right)^2$$

$$I_{z_{4-H1}} = I_{z_{4-H2}} = \frac{1.35 \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^3}{12} + 1.35 \cdot \left(\frac{10}{2}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^2 = 56.25 \text{ cm}^4 \quad (3.91)$$

$$I_{z_{4-BF9}} = I_{z_{4-H1}} + I_{z_{4-H2}} = 112.5 \text{ cm}^4$$

G1 kesitinin ve 8 nolu çubuğun alanı ;

$$A_{G1} = t_f \frac{h_{bx}}{2} = 1.35 \cdot \frac{10}{2} = 6.75 \text{ cm}^2 \quad (3.92)$$

$$A_{BF8} = A_{G1} = 6.75 \text{ cm}^2$$

H1, H2 kesitlerinin ve 9 nolu çubuğun alanları ;

$$A_{H1} = A_{H2} = t_f \frac{h_{bx}}{2} = 1.35 \cdot \frac{10}{2} = 6.75 \text{ cm}^2 \quad (3.93)$$

$$A_{BF9} = A_{H1} + A_{H2} = 13.5 \text{ cm}^2$$

Denklem 3.45 den kesitlerin ve çubukların burulma sabitleri ;

$$J_{G1} = J_{H1} = J_{H2} = J_G = \frac{1}{3} \left(\frac{h_{bx}}{2}\right) t_f^3 \left[1 - 0.63 \frac{t_f}{\left(\frac{h_{bx}}{2}\right)} \left(1 - \frac{t_f^4}{12 \left(\frac{h_{bx}}{2}\right)^4} \right) \right]$$

$$J_G = \frac{1}{3} \left(\frac{10}{2}\right) \cdot 1.35^3 \cdot \left[1 - 0.63 \frac{1.35}{\left(\frac{10}{2}\right)} \cdot \left(1 - \frac{1.35^4}{12 \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^4} \right) \right] = 3.4034 \text{ cm}^4 \quad (3.94)$$

$$J_{BF8} = J_{G1} = 3.4034 \text{ cm}^4 \quad J_{BF9} = J_{H1} + J_{H2} = 6.8068 \text{ cm}^4$$

Bu aşamadan sonra ise çerçeve sistem elemanlarının kesme alanları hesaplanacaktır.

$$KA_{BF8} = A_{BF8} \frac{5}{6} = 6.75 \cdot \frac{5}{6} = 5.625 \text{ cm}^2 \quad (3.95)$$

$$KA_{BF9} = A_{BF9} \frac{5}{6} = 13.5 \cdot \frac{5}{6} = 11.25 \text{ cm}^2$$

Böylece Şekil 3.18.b deki x-y₁ düzleminde t-t kesitindeki çerçeve sistem çubuk elemanlarına Şekil 3.18.a daki başlık kesitlerinden dolayı aktarılabacak kesit özellikleri belirlendi. x-y₁ düzleminde t-t kesitindeki 8 ve 9 nolu çubukta sadece başlıktan dolayı oluşacak olan etkiler nihai olarak aşağıda gösterilmiştir.

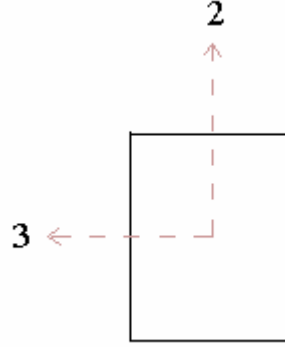
8 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

| | | |
|--|--------------------------------------|--------|
| Alan denklem (3.92) den | $A_{BF8} = 6.75 \text{ cm}^2$ | |
| Burulma sabiti denklem (3.94) den | $J_{BF8} = 3.4034 \text{ cm}^4$ | |
| x eksenindeki atalet momenti denklem (3.88) den | $I_{x_{BF8}} = 1.0251 \text{ cm}^4$ | (3.96) |
| z ₃ eksenindeki atalet momenti denklem (3.90) dan | $I_{z_{3-BF8}} = 56.25 \text{ cm}^4$ | |
| Kesme alanı denklem (3.95) den | $KA_{BF8} = 5.625 \text{ cm}^2$ | |

9 numaralı çerçeve elemanında gövde kesiti için

| | | |
|--|--------------------------------------|--------|
| Alan denklem (3.93) den | $A_{BF9} = 13.5 \text{ cm}^2$ | |
| Burulma sabiti denklem (3.94) den | $J_{BF9} = 6.8068 \text{ cm}^4$ | |
| x eksenindeki atalet momenti denklem (3.89) dan | $I_{x_{BF9}} = 2.0502 \text{ cm}^4$ | (3.97) |
| z ₄ eksenindeki atalet momenti denklem (3.91) den | $I_{z_{4-BF9}} = 112.5 \text{ cm}^4$ | |
| Kesme alanı denklem (3.95) den | $KA_{BF9} = 11.25 \text{ cm}^2$ | |

Bu aşamadan sonra başlık ve gövde için ayrı ayrı bulduğumuz çerçeve sistem elemanlarına ait kesit özellikleri süperpoze edilir.



Şekil 3.19 : Çerçeve sistem elemanlarının kendi eksenleri

Şekil 3.10.b de görüldüğü gibi 1 numaralı çubuk sadece başlıkta mevcuttur. 1 numaralı çubuk ve 3 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri simetriden dolayı birbirinin aynısıdır. Şekil 3.19 de her çubuğun kendi eksenleri gösterilmiştir. 3 ve 2 olarak ifade edilmiştir. 1 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K1 olarak tanımlanır. Bu durumda 3 numaralı çubuğa ait kesit özelliği de K1 olacaktır. K1 kesitine ait özellikler ise aşağıda gösterilmiştir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir.

K1 kesitine ait özellikleri denklem (3.85) den

| | | |
|----------------------------|---|--------|
| Alan | $A_{K1} = A_{BF1} = 3.0375 \text{ cm}^2$ | |
| Burulma sabiti | $J_{K1} = J_{BF1} = 2.9935 \text{ cm}^4$ | |
| 3 ekseninde atalet momenti | $I_{3-K1} = I_{y_{1-BF1}} = 0.9226 \text{ cm}^4$ | (3.98) |
| 2 ekseninde atalet momenti | $I_{2-K1} = I_{z_{1-BF1}} = 41.0062 \text{ cm}^4$ | |
| Kesme alanı | $KA_{K1} = KA_{BF1} = 2.5312 \text{ cm}^2$ | |

Şekil 3.10.b deki 2 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K2 olarak tanımlanır. Bu çubuğa hem başlık hem de gövdeden kesit özellikleri aktarılmaktadır. Başlık ve gövdedeki bu farklı kesit özellikleri süperpoze edilerek nihai K2 değerleri elde edilir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir. K2 kesitine ait özellikler denklem (3.53) ve denklem (3.86) nın süperpoze edilmesiyle elde edilir.

| | |
|----------------------------|--|
| Alan | $A_{K2} = A_{GF2} + A_{BF2} = 21.1552 \text{ cm}^2$ |
| Burulma sabiti | $J_{K2} = J_{GF2} + J_{BF2} = 6.7533 \text{ cm}^4$ |
| 3 ekseninde atalet momenti | $I_{3-K1} = I_{y_{1-GF2}} + I_{y_{1-BF2}} = 34.0833 \text{ cm}^4$ (3.99) |
| 2 ekseninde atalet momenti | $I_{2-K1} = I_{z_{GF2}} + I_{z_{BF2}} = 82.2327 \text{ cm}^4$ |
| Kesme alanı | $KA_{K1} = KA_{GF2} + KA_{BF2} = 17.6293 \text{ cm}^2$ |

Şekil 3.10.b deki 4 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K3 olarak tanımlanır. K3 kesitine sadece gövde elemanlarından kesit özellikleri aktarılır. Bu özellikler ise aşağıda gösterilmiştir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir.

K3 kesitine ait özellikler denklem (3.54) den

| | |
|----------------------------|---|
| Alan | $A_{K3} = A_{GF4} = 6.8120 \text{ cm}^2$ |
| Burulma sabiti | $J_{K3} = J_{GF4} = 1.8188 \text{ cm}^4$ |
| 3 ekseninde atalet momenti | $I_{3-K3} = I_{y_{2-GF4}} = 64.6526 \text{ cm}^4$ (3.100) |
| 2 ekseninde atalet momenti | $I_{2-K3} = I_{z_{GF4}} = 0.5120 \text{ cm}^4$ |
| Kesme alanı | $KA_{K1} = KA_{GF4} = 5.6766 \text{ cm}^2$ |

Şekil 3.10.b deki 5 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K4 olarak tanımlanır. Bu çubuğa gövdeden kesit özellikleri aktarılmaktadır. Şekil 3.12 deki kesitler ve çubuklar y ekseninde simetrik olduğu için 5 numaralı çubuğa gövdenin her iki simetrik kestinden özellikler aktarılmaktadır. Bu nedenle bu farklı kesit özellikleri süperpoze edilerek nihai K4 değerleri elde edilir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir.

K4 kesitine ait özellikler denklem (3.55) den

| | |
|----------------------------|---|
| Alan | $A_{K4} = A_{GF5} + A_{GF5} = 12.5936 \text{ cm}^2$ |
| Burulma sabiti | $J_{K4} = J_{GF5} + J_{GF5} = 1.8188 \text{ cm}^4$ |
| 3 ekseninde atalet momenti | $I_{3-K4} = I_{y_{GF5}} + I_{y_{GF5}} = 64.6526 \text{ cm}^4$ (3.101) |

$$\begin{aligned}
 \text{2 ekseninde atalet momenti} \quad I_{2-K4} &= I_{z_{GF5}} + I_{z_{GF5}} = 0.5120 \text{ cm}^4 \\
 \text{Kesme alanı} \quad KA_{K4} &= KA_{GF5} + KA_{GF5} = 10.4946 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Şekil 3.15.b deki 6 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K5 olarak tanımlanır. K5 kesitine sadece gövde elemanlarından kesit özellikleri aktarılır. Bu özellikler ise aşağıda gösterilmiştir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir. Çerçeve sistemin i ve j ucundaki düşey yöndeki gövde elemanları K5 kesit özelliklerini taşır.

K5 kesitine ait özellikler denklem (3.64) den

$$\begin{aligned}
 \text{Alan} \quad A_{K5} &= A_{GF6} = 4.3 \text{ cm}^2 \\
 \text{Burulma sabiti} \quad J_{K5} &= J_{GF5} = 0.9452 \text{ cm}^4 \\
 \text{3 ekseninde atalet momenti} \quad I_{3-K5} &= I_{y_{3-GF6}} = 35.8333 \text{ cm}^4 \\
 \text{2 ekseninde atalet momenti} \quad I_{2-K5} &= I_{x_{GF6}} = 0.265 \text{ cm}^4 \\
 \text{Kesme alanı} \quad KA_{K5} &= KA_{GF6} = 3.5833 \text{ cm}^2
 \end{aligned} \tag{3.102}$$

Şekil 3.15.b deki 7 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K6 olarak tanımlanır. K6 kesitine sadece gövde elemanlarından kesit özellikleri aktarılır. Bu özellikler ise aşağıda gösterilmiştir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir. Çerçeve sistemin i ve j ucundaki düşey yöndeki gövde elemanları haricindeki bütün düşey yöndeki gövde elemanları K6 kesit özelliklerini taşır.

K6 kesitine ait özellikler denklem (3.65) den

$$\begin{aligned}
 \text{Alan} \quad A_{K6} &= A_{GF7} = 8.6 \text{ cm}^2 \\
 \text{Burulma sabiti} \quad J_{K6} &= J_{GF7} = 1.8904 \text{ cm}^4 \\
 \text{3 ekseninde atalet momenti} \quad I_{3-K6} &= I_{y_{3-GF7}} = 71.6666 \text{ cm}^4 \\
 \text{2 ekseninde atalet momenti} \quad I_{2-K6} &= I_{x_{GF7}} = 0.53 \text{ cm}^4 \\
 \text{Kesme alanı} \quad KA_{K6} &= KA_{GF7} = 7.1666 \text{ cm}^2
 \end{aligned} \tag{3.103}$$

Şekil 3.18.b deki 8 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K7 olarak tanımlanır. K7 kesitine sadece başlık elemanlarından kesit özellikleri aktarılır. Bu özellikler ise aşağıda gösterilmiştir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir. Çerçeve sistemin y doğrultusundaki başlık elemanlarından, i ve j ucundaki başlık elemanları K7 kesit özelliklerini taşır.

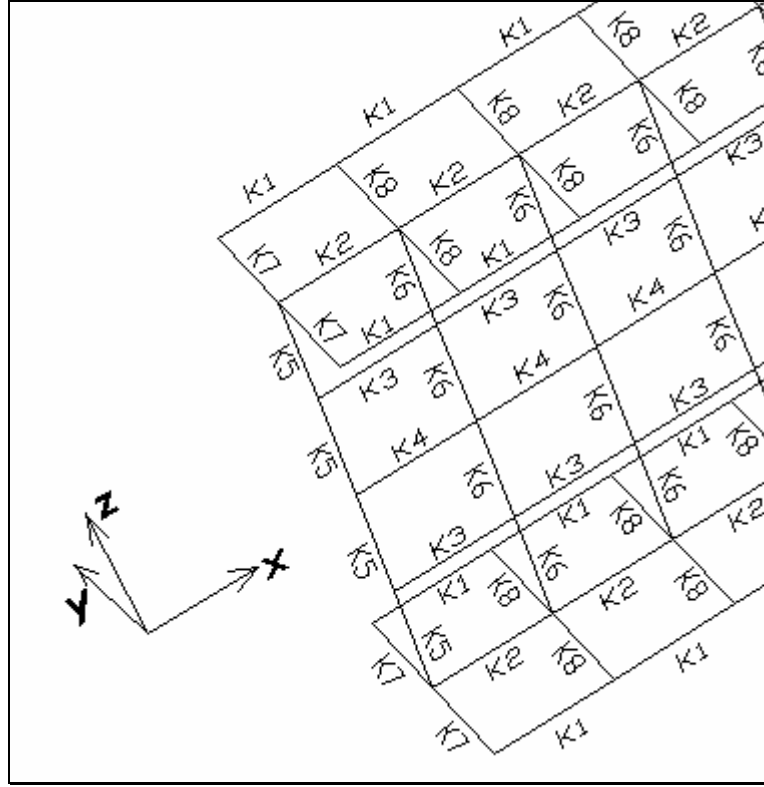
K7 kesitine ait özellikler denklem (3.96) dan

$$\begin{array}{ll}
 \text{Alan} & A_{K7} = A_{BF8} = 6.75 \text{ cm}^2 \\
 \text{Burulma sabiti} & J_{K7} = J_{BF8} = 3.4034 \text{ cm}^4 \\
 \text{3 ekseninde atalet momenti} & I_{3-K7} = I_{x_{BF8}} = 1.0251 \text{ cm}^4 \\
 \text{2 ekseninde atalet momenti} & I_{2-K7} = I_{z_{3-BF8}} = 56.25 \text{ cm}^4 \\
 \text{Kesme alanı} & KA_{K7} = KA_{BF8} = 5.625 \text{ cm}^2
 \end{array} \quad (3.104)$$

Şekil 3.18.b deki 9 numaralı çubuğa ait kesit özellikleri K8 olarak tanımlanır. K8 kesitine sadece başlık elemanlarından kesit özellikleri aktarılır. Bu özellikler ise aşağıda gösterilmiştir. 3 ve 2 çubuğun kendi eksenleridir. Çerçeve sistemin y doğrultusundaki başlık elemanlarından, i ve j ucundakiler haricindeki bütün ara başlık elemanları K8 kesit özelliklerini taşır.

K8 kesitine ait özellikler denklem (3.97) den

$$\begin{array}{ll}
 \text{Alan} & A_{K8} = A_{BF9} = 13.5 \text{ cm}^2 \\
 \text{Burulma sabiti} & J_{K8} = J_{BF9} = 6.8068 \text{ cm}^4 \\
 \text{3 ekseninde atalet momenti} & I_{3-K8} = I_{x_{BF9}} = 2.0502 \text{ cm}^4 \\
 \text{2 ekseninde atalet momenti} & I_{2-K8} = I_{z_{4-BF9}} = 112.5 \text{ cm}^4 \\
 \text{Kesme alanı} & KA_{K8} = KA_{BF9} = 11.25 \text{ cm}^2
 \end{array} \quad (3.105)$$



Şekil 3.20 : Çerçeve sistem elemanlarına ait nihai kesitler

3.4 ÇERÇEVE SİSTEMDE, KİRİŞİN UÇ NOKTALARINA KRİTİK YÜK UYGULANMASI

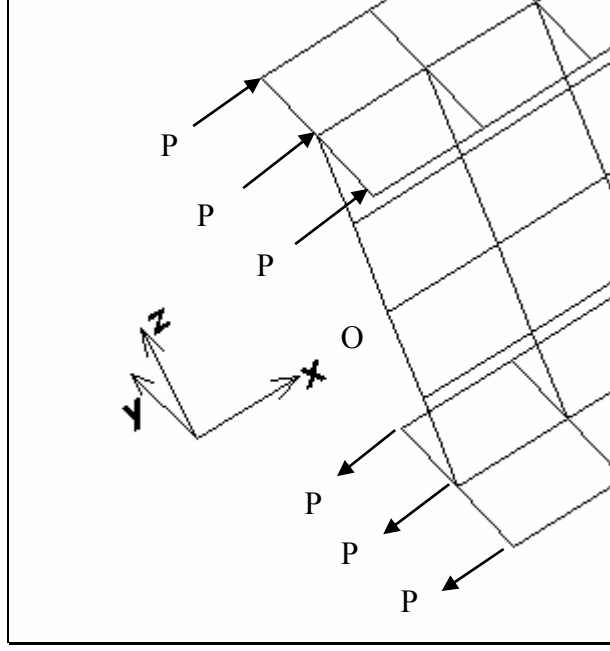
3.4.1. Basit Kirişte M_0 Momentinin Uygulanması

Çerçeve sistem elemanlarının kesit ve malzeme özellikleri belirlendikten sonra kirişin uç noktalarına, denklem (3.10) da hesaplanmış olan yanal burkulma kritik momenti M_0 uygulanacaktır. M_0 kritik momenti, Şekil 3.21 de görülen O noktasından yani kesitin ağırlık merkezinden uygulanmaktadır.

M_0 momenti kuvvet çiftine çevrilecek ve Şekil 3.21 de görüldüğü gibi çubuk elemanlardan oluşmuş olan üç boyutlu sistemde, kirişin her iki ucunda düğüm noktalarına uygulanacaktır.

Buradaki P kuvveti

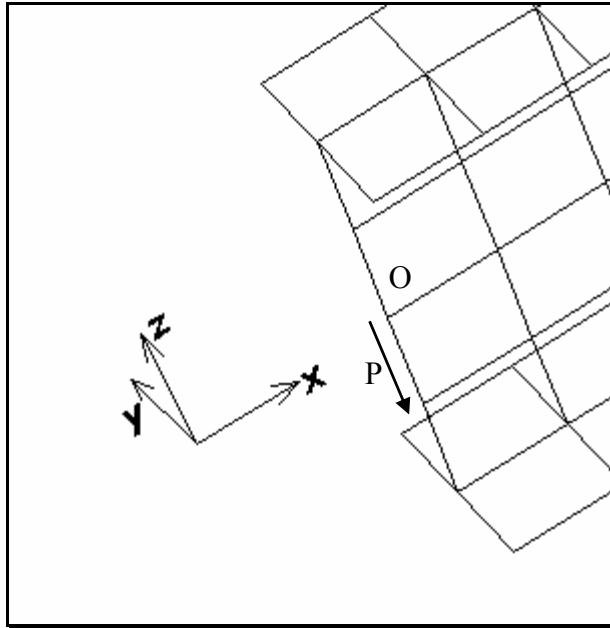
$$P = \frac{1}{2} \frac{M_0}{3(h_e/2)} = \frac{1}{2} \frac{1383.915354}{3(38.65/2)} = 11.9355 t \quad (3.106)$$



Şekil 3.21 : Çerçeve sistemde M_0 momentinin basit kirişe uygulanması

3.4.2. Konsol Kirişte Düşey P Kuvvetinin Uygulanması

Çerçeve sistem elemanlarının kesit ve malzeme özellikleri belirlendikten sonra konsol kirişin serbest ucuna, denklem (3.12) de hesaplanmış olan yanal burkulma kritik yükü P uygulanacaktır. P kuvveti, Şekil 3.22 de görülen O noktasından yani kesitin ağırlık merkezinden uygulanmaktadır.



Şekil 3.22 : Çerçeve sistemde P kuvvetinin konsol kirişe uygulanması

3.5 UZAY ÇERÇEVE SİSTEMİN ANALİZİNDE KULLANILACAK OLAN BİLGİSAYAR PROGRAMI

Yapı sistemleri dış yüklerin etkisi altında şekil değiştirmekte ve başlangıçta sahip olduğu şeklini kaybetmektedir. Bu şekil değiştirmeler doğal olarak yüklerin konumunu da değiştirmektedir. Bu durumda şekil değiştirmeler orantılı olarak artmamaktadır. Ancak şekil değiştirmelerin çok küçük olması halinde ve gerilme- şekil değiştirme bağıntılarının ve moment- eğrilik bağıntılarının doğrusal olması şartlarının sağlanması halinde yeteri yaklaşıklıkla yükler, şekil değiştirmeler ve gerilmeler arasında doğrusal bir bağıntının olduğunu varsayabiliriz. Bu varsayımlar üzerine kurulmuş teoriye I. Mertebe teorisi adı verilmektedir. Bu teoremler yapıların doğrusal çözümlenmesi sağlanmaktadır. Bu çözümlemede yapı elemanlarının rijitliklerinin sabit olduğu kabul edilmektedir. Ancak bu kabul yalnızca çubuklar üzerinde eksenel kuvvet olmaması halinde geçerlidir. Oysa stabilite teorisinden bilindiği üzere, yapı elemanı üzerine etkiyen normal kuvvet, elemanın rijitlik matrisini değiştirmektedir. Bu olay ikinci mertebe etkilerinin, yani denge denklemlerinin şekil değiştirmemiş sistem üzerinde değil, şekil değiştirmiş sistem üzerinde yazılması gereğini ortaya çıkarmaktadır.

Ancak başlangıçta da ifade edildiği üzere, çoğu hallerde yer değiştirmeler yapının boyutları yanında çok küçük oldukları için (Düşük yükleme kademelerinde) denge denklemlerinin şekil değiştirmemiş sistem üzerinde yazılması büyük hatalara neden olmamaktadır. Ancak ileri yükleme aşamalarında yapı elemanlarının üzerine etkiyen normal kuvvet, burkulma yüküne yaklaştığında, eleman zaten belirli şekil değiştirmelere maruz kaldığı için yer değiştirmeler çok artmakta ve başlangıçta yapılan kabullerin hata yüzdesi ihmal edilemez düzeylere çıkmaktadır. Şekil değiştirmelerin büyük olması nedeni ile denge denklemlerinin şekil değiştirmiş sistem üzerinde yazmak gerekmektedir. Bu işlemin yapıldığı teoriye II. Mertebe teorisi adı verilmektedir [38].

Elemanların rijitliğinin; üzerine etkiyen normal kuvvetin değerine bağlı olarak değişimi stabilite fonksiyonları adı verilen boyutsuz fonksiyonlar ile verilmektedir [39]. α cinsinden ifade edilen bu fonksiyonlar;

$$\rho = \frac{P}{P_E} = \frac{P.L^2}{\pi^2 EI} \quad \alpha = \frac{\pi.\sqrt{\rho}}{2} \quad (3.107)$$

alınması ile,

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \alpha \cot \alpha \\ \phi_2 &= \frac{\alpha^2}{3(1-\phi_1)} \\ \phi_3 &= \frac{3\phi_2 + \phi_1}{4} \\ \phi_4 &= \frac{3\phi_2 + \phi_1}{2} \\ \phi_5 &= \phi_1 \phi_2 \end{aligned} \quad (3.108)$$

şeklinde elde edilebilir. Dış yüklerin artımıyla P normal kuvvet artacak, buna bağımlı olarak ϕ fonksiyonları değişecektir. Yapı sistemlerinin; artan yükler altında ikinci mertebe etkilerini göz önüne alarak hesaplanmasında kullanmak üzere uzay çerçeve elemanı için stabilite fonksiyonlarını da kapsayacak şekilde elde edilen rijitlik matrisi Tablo 3.1 de verilmiştir [38].

Tablo 3.1 Uzay Çerçeve Eleman İçin Rijitlik Matrisi

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $\frac{EA}{L}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{EA}{L}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | $\frac{12EI_3}{L^3}\phi_{53}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ | 0 | $-\frac{12EI_3}{L^3}\phi_{53}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ |
| 0 | 0 | $\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$ | 0 | $-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 | 0 | 0 | $-\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$ | 0 | $-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | $\frac{GJ}{L}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{GJ}{L}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | $-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 | $\frac{4EI_2}{L}\phi_{32}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 | $\frac{2EI_2}{L}\phi_{42}$ | 0 |
| 0 | $\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{4EI_3}{L}\phi_{33}$ | 0 | $-\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{2EI_3}{L}\phi_{43}$ |
| $-\frac{EA}{L}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{EA}{L}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | $-\frac{12EI_3}{L^3}\phi_{53}$ | 0 | 0 | 0 | $-\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ | 0 | $\frac{12EI_3}{L^3}\phi_{53}$ | 0 | 0 | 0 | $-\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ |
| 0 | 0 | $-\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$ | 0 | $\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$ | 0 | $\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | $-\frac{GJ}{L}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{GJ}{L}$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | $-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 | $\frac{2EI_2}{L}\phi_{42}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$ | 0 | $\frac{4EI_2}{L}\phi_{32}$ | 0 |
| 0 | $\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{2EI_3}{L}\phi_{43}$ | 0 | $-\frac{6EI_3}{L^2}\phi_{23}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{4EI_3}{L}\phi_{33}$ |

Yapı sistemlerinin analizinde başlangıçta çubuklara etkiyen aksenal kuvvetler bilinmemektedir. Bu nedenle $\rho = \frac{P}{P_e}$ oranına bağlı olarak değişen $\underline{\phi}$ fonksiyonları belirlenmemektedir. Bu problemi ortadan kaldırmak için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiştir [38]. Buna göre

1. Yapı sistemini oluşturan çubuk elemanların aksenal kuvvetleri sıfır kabul edilir ($\rho = 0$ olduğundan $\underline{\phi}$ fonksiyonları bire eşit olmakta ve rijitlik matrisi 1. Mertebe rijitlik matrisi haline gelmektedir). Yapı lineer elastik olarak çözülür.
2. Elde edilen aksenal kuvvetler kullanılarak çubuk rijitlik matrisleri $\underline{\phi}$ fonksiyonları yardımıyla yeniden oluşturulur ve sistem tekrar çözülerek çubuk uç kuvvetleri hesaplanır.
3. Hesaplanan bu aksenal kuvvetlerin, bir önceki adımdaki aksenal kuvvetler ile arasındaki fark bulunur. Bu fark öngörülen hata sınırları dahilinde ise hesap durdurulur. Değilse iterasyona devam edilerek çözüm aranır.

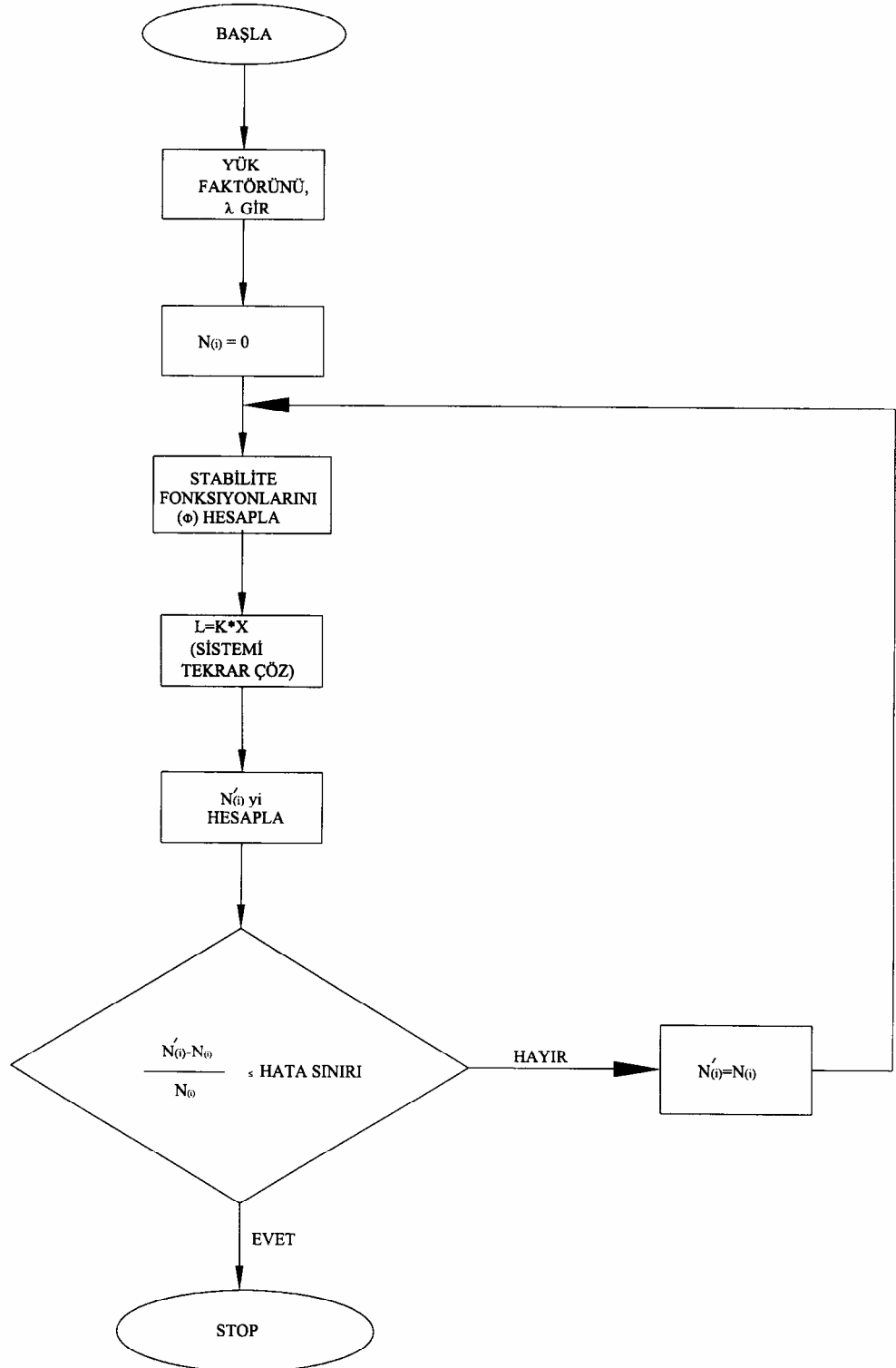
3.5.1 Bilgisayar Programının Algoritması

Yukarıda verilen ardışık yaklaşım yöntemi ile aksenal kuvvetin ikinci mertebe etkileri; yapı sistemlerinin doğrusal olmayan analizinde aşağıda önerilen algoritma çerçevesinde hesaba katılabilmektedir [38].

1. Dış yükler için bir λ yük faktörü seçilir. Yapı sistemini oluşturan çubuk elemanların aksenal kuvvetleri başlangıçta sıfır kabul edilir.
2. $\underline{A}^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{A}$ üçlü çarpımını yaparak veya doğrudan sistem rijitlik matrisi \underline{K} oluşturulur.

3. Dügüm noktası denge denklemleri $\underline{L} = \underline{K} \underline{X}$ çözülerek \underline{X} düğüm noktası yer değiştirmeleri bulunur.
4. $\underline{P} = \underline{k} \underline{A} \underline{X}$ denklemi kullanılarak çubuk uç kuvvetleri bulunur.
5. Eksenel kuvvetler kullanılarak $\underline{\phi}$ stabilite fonksiyonları hesaplanır.
6. Bu işlem 2. adımdan itibaren, ardışık adımlar arasındaki eksenel kuvvet farkı belirlenen hata sınırından küçük oluncaya kadar tekrar edilir.
7. Yeni bir yük faktörü için işlem 1. adımdan itibaren tekrar edilir.

Yukarıda verilen işlemler Şekil 3.23 deki akış diyagramında özetlenmiştir.



Şekil 3.23 Kullanılan bilgisayar programının algoritmasının akış şeması

3.5.2 Kullanılan Bilgisayar Programı

Öztorun [40] tarafından geliştirilmiş olan TUNAL adlı sonlu elemanlar programı, Damcı [41] tarafından ilave opsiyonlar ve alt programlar eklenerek, doğrusal olmayan analiz yapacak şekilde geliştirilmiştir. Çerçeve sistem elemanlarıyla modellenmiş sistem ise bu program kullanılarak, doğrusal olmayan (non-lineer) analiz edilmiştir.

Geliştirilen bilgisayar programını oluşturan alt programların amaçları ve kapsamı aşağıda sunulmuştur.

3.5.2.1 Alt Programların Kapsamı

DIMENS: Giriş verilerinin okunması ve veri çıktı dosyalarının açılması için gerekli boyutları ayarlar.

BODY: Hesaplama işlemlerinin yapılması kapsamında bilgisayar ünitelerinin optimum kullanımı için gerekli uyarlamaları yapar.

FIFONK: Normal kuvvetin çubuk rijitliğine etkisini göz önüne alan stabilite fonksiyonlarının hesaplanması

SB6G: Üç boyutlu kiriş ve çerçeve elemanlarının global koordinatlarda rijitlik matrisinin oluşturulması işlemi yapılmaktadır. Terimler analitik olarak elde edilmiştir. Nümerik integrasyona ve matris çarpım işlemlerine gerek yoktur. Program $K = A^T \cdot k \cdot A$ matrislerinin üçlü çarpımı işlemi doğrudan yapmaktadır.

RB6: Bu alt program global yer değiştirmeleri yerel yer değiştirmelere çevirme işlemi yaparak kesit tesirlerinin bulunmasını sağlamaktadır. A dönüşüm (transformasyon) matrisi gerçekte 12x12 boyutundadır. Ancak terimler birbirinin tekrarı olduğu için yalnızca 3 x 3' lük kısmı kullanılıp bilgisayar hafızası gereksiz işgal edilmemiştir.

SB6L: İki ve üç boyutlu kiriş ve çerçeve elemanlarının yerel koordinatlarda rijitlik matrisinin hesaplanması yapılmaktadır.

ADSTIF: Her bir çubuk elemanın global rijitlik matrisinin sistem rijitlik matrisine yerleştirilmesi işlemi yapılmaktadır. Sistem rijitlik matrisi, band genişliği hesaplandıktan sonra bir vektöre yerleştirilmektedir.

DETERMİNAT: Sistem rijitlik matrisinin determinantı hesaplanmaktadır.

CHOLESKY: Sistem rijitlik matrisinin tersi (K^{-1}) hesaplanmaktadır.

CARPIM: $L = K X$ denklemi çözülerek global koordinatlarda X düğüm noktası yer değiştirmeleri bulunmaktadır.

CARP: Çubuk elemanlarının matris çarpım işlemlerini sıfırlı terimleri hesaba katmadan gerçekleştirmektedir.

Sistemi oluşturan her bir çubuk elemanın uç kuvvetleri P ($P = k . Z$) hesaplanmaktadır.

3.5.2.2 Programa Giriş Bilgileri

Programın giriş bilgileri olarak ;

- a- **BB.DAT:** Programın genel bilgileri (NF6: Çubuk eleman sayısı, NT3: Kafes eleman sayısı, NP6: Plak eleman sayısı, NFNTNP: Toplam eleman sayısı, MF6: Çerçeve eleman malzeme özelliği sayısı, MT3: Kafes elemanı malzeme özelliği sayısı, MPL: Plak elemanı malzeme özelliği sayısı, MFMTMP: Toplam malzeme özelliği sayısı, NVFIX: Sınır şartları verilen toplam nokta sayısı, NLPTS: Yük etkileyen düğüm noktası sayısı, NPOIN: Düğüm noktası sayısı,)

- b- **POINT.DAT:** Dügüm noktası sayısı ve düğüm noktalarının global eksenlerdeki (X,Y,Z) koordinatları,
- c- **RESTRAIN.DAT:** Her bir düğüm noktasının 6 adet serbestlik derecesi (1: tutulu, 0: serbest),
- d- **LOADS.DAT:** Dügüm noktaları ve etkiyen dış yükler,
- e- **FRAME.DAT :** Çubuk eleman sayısı ve bağlı olduğu düğüm noktaları ile malzeme özelliği numarası,
- f- **MATERIAL.DAT:** Çubuk elemanı kesit özellikleri (E: Elastisite modülü, POI: Poisson oranı, A: Kesit Alanı, AI1: 2. eksende atalet momenti, AI2: 3. eksende atalet momenti, AJJ: Burulma rijitliği)

değerleri girilmektedir.

3.5.2.3 Program Çıkış Bilgileri

Programın çıkış bilgileri ;

- a- **BB.OUT:** Yük artımının her adımına ait yük faktörü, düğüm noktası yer değiştirmeleri, çubuk uç kuvvetleri,
- b- **LOKAL:** Lokal (yerel) rijitlik matrisleri ve yer değiştirme vektörünün yazdırılması,
- c- **SİSTEM:** Sistem rijitlik matrisinin ve yük vektörünün yazdırılması,

şeklinde düzenlenmiştir.

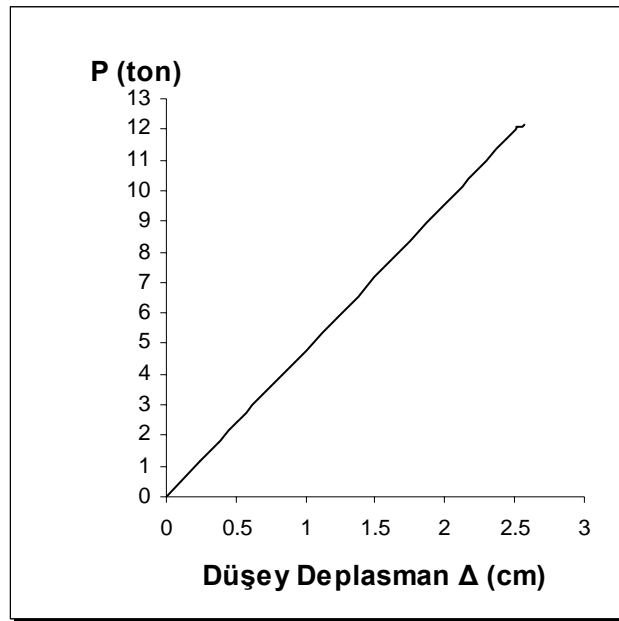
4. BULGULAR

Farklı sınır şartları ve yükleme durumlarındaki I kesitli bir kiriş, üç boyutlu olarak çubuk elemanlar kullanılarak çerçeve sistem şeklinde modellenmiş ve artan yük faktörü λ ya bağlı olarak, ikinci mertebeye analiz yapan TUNAL [41] programı ile analiz edilmiştir.

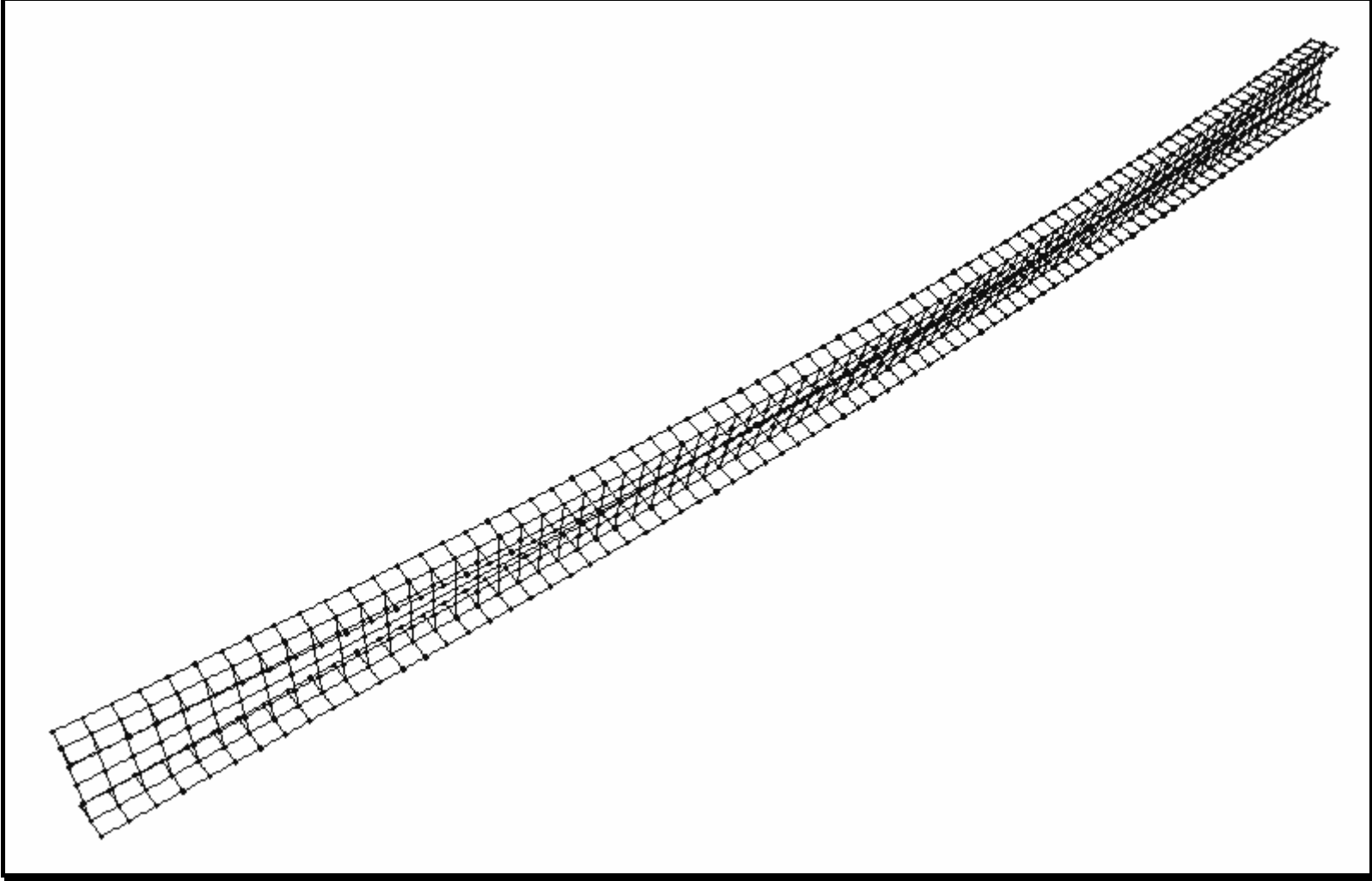
Çerçeve sistem olarak modellenen ve uç noktalarına M_0 momenti uygulanan basit kirişte, λ 1.017 değerine ulaştığında kirişin rijitlik matrisinin negatif değer aldığı görülmüştür. Bu kirişin göçme yükü $1.017 \cdot M_0$ olarak elde edilmiştir.

$x = 400 \text{ cm}$, $y = 9 \text{ cm}$ ve $z = 19.325 \text{ cm}$ kordinatlarındaki noktaya T noktası diyeceğiz. T noktası $x = l/2$ deki y-z düzlemindeki kesitin ağırlık merkezine tekabül eder.

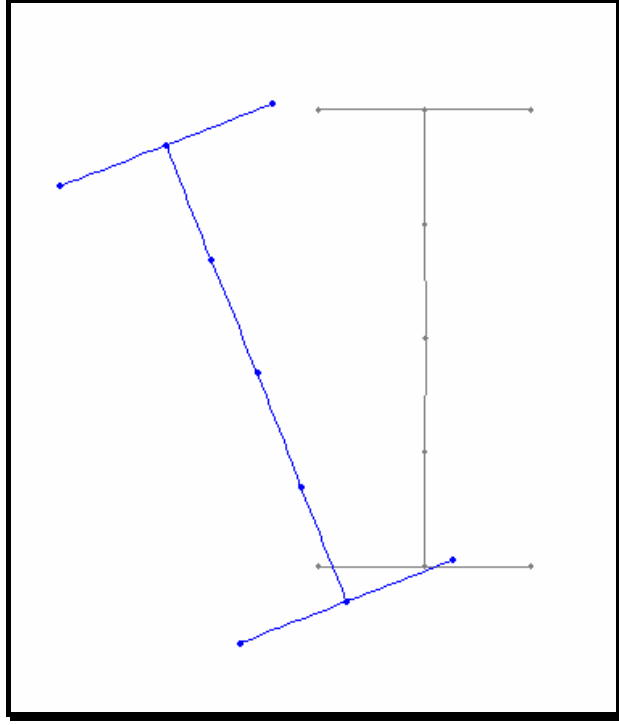
P kuvveti ve T noktasının düşey deplasmanı arasındaki ilişki Şekil 4.1 de görülmektedir.



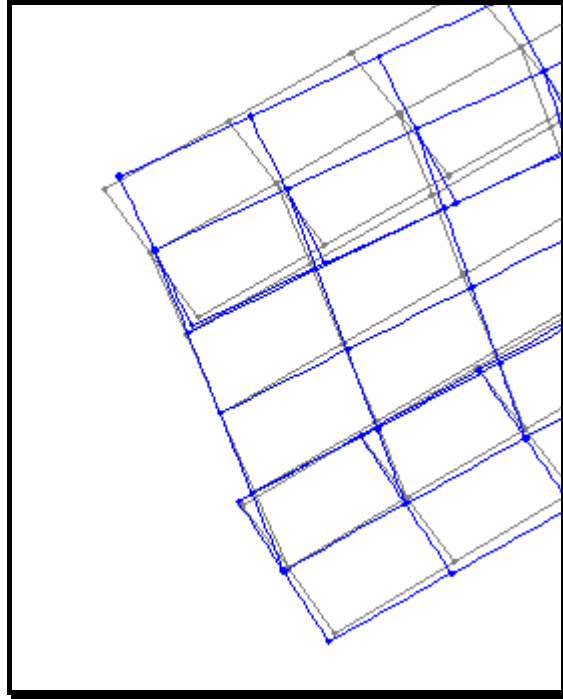
Şekil 4.1: Basit kirişte kuvvet-yerdeğiştirme diyagramı



Şekil 4.2 : Çerçeve sistem basit kirişin deforme olmuş hali



Şekil 4.3 : Basit kirişte y-z düzlemindeki kesitin deformasyonu

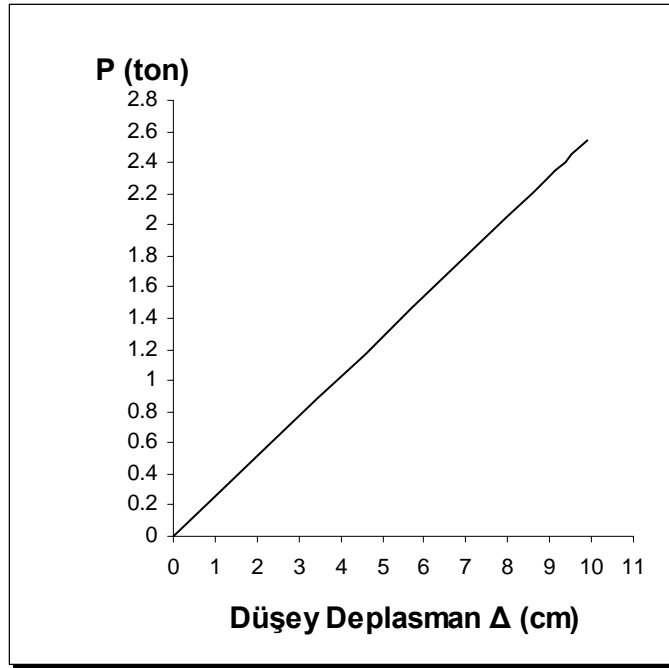


Şekil 4.4 : Basit kirişin i ucundaki deformasyon şekli

Çerçeve sistem olarak modellenen ve serbest ucundan düşey P kuvveti uygulanan konsol kirişte, λ 0.966 değerine ulaştığında kirişin rijitlik matrisinin negatif değer aldığı görülmüştür. Bu kirişin göçme yükü $0.966 \cdot P$ olarak elde edilmiştir.

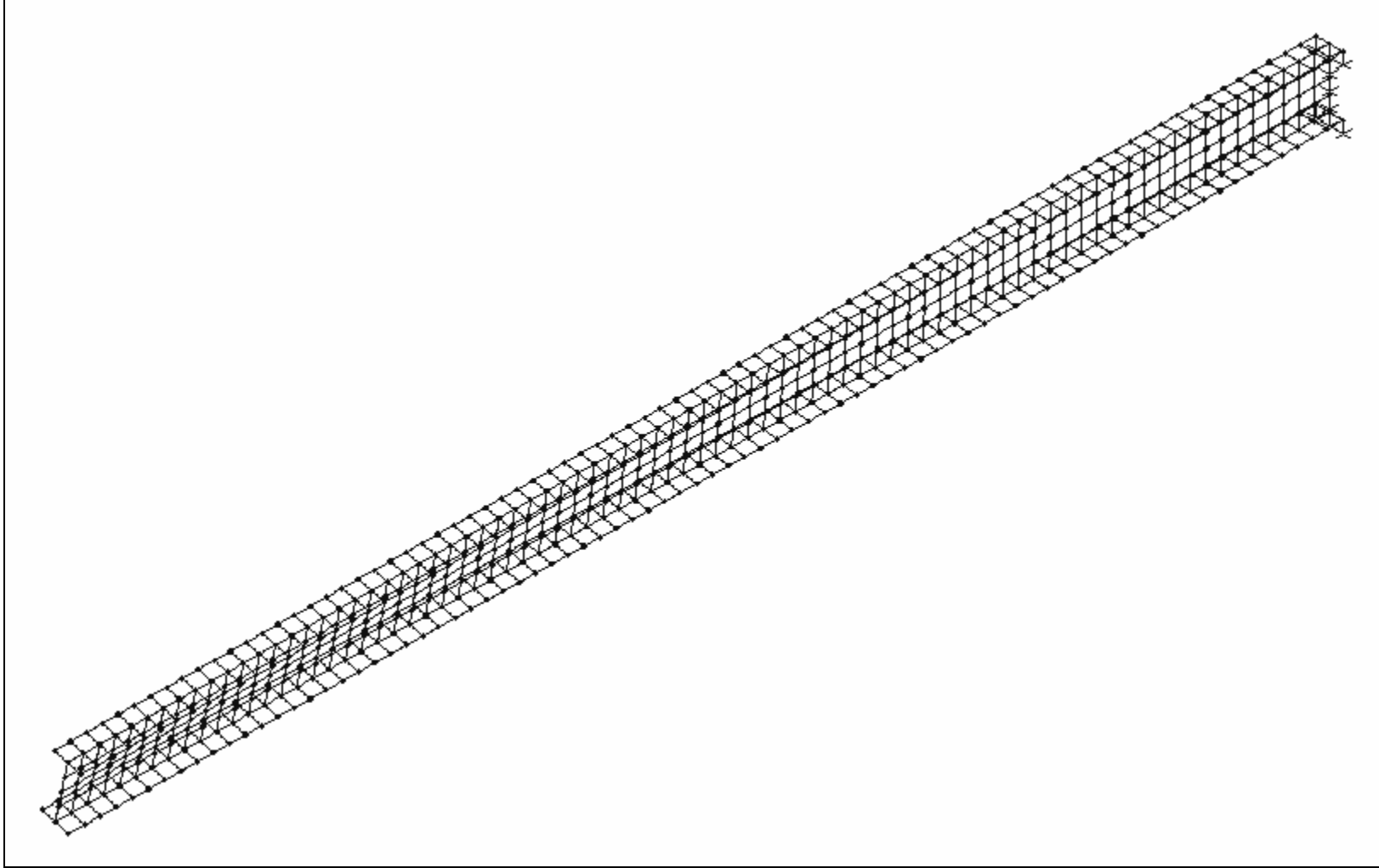
$x = 0 \text{ cm}$, $y = 9 \text{ cm}$ ve $z = 19.325 \text{ cm}$ kordinatlarındaki noktaya R noktası diyeceğiz. R noktası $x = 0$ daki y - z düzlemindeki kesitin ağırlık merkezine tekabül eder.

P kuvveti ve R noktasının düşey deplasmanı arasındaki ilişki Şekil 4.5 de görülmektedir.



Şekil 4.5: Konsol kirişte kuvvet-yerdeğiştirme diyagramı

Aşağıdaki şekilde çubuk elemanlar kullanılarak çerçeve sistem şeklinde modellenmiş konsol kirişin deplasman yapmış hali görülmektedir.



Şekil 4.6 : Çerçeve sistem konsol kirişin deforme olmuş hali

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Yanal burkulma davranışının nedenlerinin, geometrisinin ve kritik yükünün uzay çerçeve sistemi analogisi ile incelenip çözülmesi amacıyla yapılan bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

1. Yanal burkulma davranışı, çelik kirişlerin göçme yükünü etkileyen önemli bir faktördür ve kiriş tasarımında mutlaka göz önüne alınmalıdır.
2. Yanal burkulma davranışı, malzemenin ideal olmaması, yük uygulanmasında oluşacak eksantrisite ve kiriş geometrisindeki hatalar nedeniyle meydana gelebilir. Yanal burkulma davranışı tüm çelik yapı elemanlarında teorik olarak meydana gelmiş olsada pratikte daha çok ince gövde kesitine sahip narin kirişlerde meydana gelir. Yükün uygulama noktasının kesit ağırlık merkezine olan uzaklığına ve kesitin en boy oranına bağlı olarak yanal burkulma kritik yükü farklı değerler alır.
3. Tek açıklıklı kirişlerin yanal burkulma kritik yükünün hesap edilmesi için bugüne kadar birçok çalışma yapılmış ve bu çalışmalarda farklı hesap yöntemleri kullanılmıştır. Fakat açıklık sayısı birden fazla olan kirişlerin veya çerçeve sistemlerin yanal burkulma kritik yükü ile ilgili az sayıda çalışma mevcuttur. Tek açıklıklı kirişlerin yanal burkulma kritik yükünü hesaplamak için kullanılan yöntemler, açıklık sayısı fazla veya çerçeve sistem olduğu zaman yetersiz kalmaktadır. Yapılan bazı çalışmalarda, açıklık sayısı fazla olan kirişlerin kritik yükünü hesaplamak için, bazı kabuller yapılarak, sistem basitleştirilip tek açıklıklı hale dönüştürülerek çözüm yapılmaktadır. Fakat yapılan bu kabuller, sistemin gerçek davranışının elde edilememesine sebep olmaktadır.

4. Bu tez çalışmasında kullanılan temel prensiblerle, kesit türüne (I, L, U vb.) bakılmaksızın, açıklık sayısı birden fazla olan kirişlerin veya çerçeve sistemlerin yanal burkulma kritik yükü yaklaşık olarak hesaplanabilmektedir. Bu düşüncüyü ispatlamak için, I kesitli bir kiriş, çubuk elemanlar kullanılarak, üç boyutlu çerçeve sistem olarak modellenmiş ve yanal burkulma kritik yükü hesaplanmıştır. Elde edilen bulgulardan anlaşılacağı üzere aynı sınır şartları ve yükleme durumundaki I kesitli bir kiriş ile, üç boyutlu çerçeve sistemin göçme yükü arasındaki fark çok azdır. Bu sonuç, çalışmadaki temel prensibin, açıklık sayısı fazla kirişler yada çerçeve sistemler için uygulanabilir olduğunu göstermektedir.
5. Bu tez çalışmasındaki temel prensib; kabuk elemanların, çubuklar kullanılarak üç boyutlu çerçeve sistem olarak modellenebilmesidir. Böylece farklı kesitlere sahip, açıklık sayısı fazla kirişlerin veya çerçeve sistemlerin yanal burkulma kritik yükü yaklaşık olarak hesaplanabilmektedir. Farklı kesitli (I, L, U vb.) kirişler ile aynı kirişlerin çerçeve sistem olarak modellenmiş halinin, benzer davranış sergileyebilmesi için, nihai kesit ve malzeme özelliklerinin aynı olması gerekmektedir.
6. Günümüzde gelişen bilgisayar teknolojisi sayesinde yapı sistemleri bilgisayar programları ile modellenip analiz edilebilmektedir. Modelleme ve analiz işlemlerinde yapılan kabuller sonuçları çok etkilemektedir. Sistemdeki kabuk elemanların tek bir çubuk eleman olarak kabul edilmesi sistemin gerçek davranışının elde edilememesine sebep olur. Fakat aynı kabuk elemanların nihai kesit ve malzeme özellikleri değişmeyecek şekilde birden çok çubuk elemanla modellenmesi ve analiz edilmesiyle daha yaklaşık bir davranış ve daha sağlıklı bir çözüm elde edilebilmektedir.

KAYNAKLAR

1. TIMOSHENKO, S. P. and GERE, J. M., 1961, *Theory of elastic stability*. 3rd Ed., McGraw-Hill, New York, N.Y.
2. TIMOSHENKO, S. P., 1905, *Various cases of lateral buckling of I beams*, Bull. Polytech. Inst., St. Petersburg,
3. REISSNER, H., 1904, *Sitzber. Berlin Math. Ges.*, p.53.
4. PRANDTL, L., 1899, "*Kipperscheinungen*," *Diertation*, München
5. TIMOSHENKO, S. P., 1954, *Z. Math. U. Physik*, volume 58, pp337, McGraw-Hill, New York, N.Y
6. DINNIK, A. N., 1931, *Bull. Don. Polytech. Inst.*, Novotcherkassk, vol.2
7. FEDERHOFER, K., 1930, *Repts. Intern. Congr. Appl. Mech.*, Stockholm
8. GALAMBOS, T. V., 1963, *Inelastik lateral buckling of beams*, Journal of Structural Division, ASCE, 89, p 217-242
9. LAY, M. G. and GALAMBOS, T. V., 1965, *Inelastic bteel beams under uniform moment*, Journal of Structural Division, ASCE, 91, p 67-93.
10. LAY, M. G. and GALAMBOS, T. V., 1967, *Inelastic beams under moment gradient*, Journal of Structural Division, ASCE, 93, p 381-399.
11. MASSEY, C. and PITMAN, F. S., 1966, *Inelastic lateral stability under a moment gradient*. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 92, p101-111.
12. BANSAL, J., 1971, *The lateral instability of continuous beams*, AISI Report No.3, American Iron and steel Institue, New York
13. HARTMANN, A. J., 1971, *Inelastic flexural-torsional buckling*, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 97, p1103-1119
14. YURA, J. A., 1978, *The bending resistance of steel beams*, Journal of Structural Division, ASCE, 104, p1355-1370.
15. JONSTON, B. G., 1976, *Structural stability research council*, Guide to Satbility Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed. New York

16. NETHERCOT, D. A. and ROCKEY, K. C., 1972, *A Unified approach to the elastic lateral buckling of beams*, Engineering Journal, AISC, p 96-107.
17. BLEICH, F., 1952, *Buckling strength of metal structures*, McGraw-Hill, New York, N. Y., p87-91.
18. HAJES, A., 1974, *Principles of structural stability theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., p228-233.
19. ASSADI, M., and ROEDER, C. W., 1985, *Stability of continuously restrained cantilever*, J. Engrg. Mech., ASCE, 111(12), p1140-1456.
20. TRAHAIR, N. S., 1968, *Elastic stability of propped cantilevers*, Aust., Civ. Engrg. Trans., CE(1), p94-100.
21. TRAHAIR, N. S. and KITIPORNCHAI, S., 1971, *Elastic lateral buckling of stepped I-beams*, J. Struct. Div., ASCE, 97(10), p2535-2548.
22. ANDERSON, J. M. and TRAHAIR, N. S., 1972, *Stability of monosymmetric beams and cantilevers*, J. Struct. Div., ASCE, 98(1), p269-285.
23. KITIPORNCHAI, S. and TRAHAIR, N. S., 1975, *Elastic behavior of tapered monosymmetric I-beams*, J. Struct. Div., ASCE, 101(8), p1661-1678.
24. BARSOUM, R. S. and GALLAGHER, R. H., 1970, *Finite element analysis of torsional and torsional-flexural stability problems*, Int. J. Numer. Meth. Engrg., 2(3), p335-352.
25. POWELL, G. and KLINGER, R., 1970, *Elastic lateral buckling of steel beams*, J. Struct. Div., ASCE, 96(9), p1919-1932.
26. NETHERCOT, D. A. and ROCKEY, K. C., 1971, *Finite element solutions for the buckling of columns and beams*, Int. J. Mech. Sci., 13, p945-949.
27. NETHERCOT, D. A., 1972, *The effect of load position on the lateral stability of beams*, Proc. Conf. On Finite Element Method in Civ. Engrg., McGill University, p347.
28. NETHERCOT, D. A., 1972, *Influence of end support conditions on the stability of transversely loaded beams*, Bldg. Sci., 7(2), p87-94.
29. NETHERCOT, D. A., 1973, *The effective lengths of cantilever as governed by lateral buckling*. The Struct. Engr., London, England, 51(6), p161-169.
30. HANCOCK, G. J. and TRAHAIR, N. S., 1978, *Finite element analysis of lateral buckling of continuously restrained beam-columns*, Inst. Of Engrs., Aust., Civ. Engrg. Trans., CE20(2), p120-127.
31. BEDFORD, M. A. and CUK, P. E., 1988, *Elastic buckling of tapered monosymmetric I-beams*, J. Struct. Engrg., ASCE, 114(5), p996-997.

32. WANG, C. M., and KITIPORNCHAI, S., 1986, *Buckling capacities of monosymmetric I-beams*, J. Struct. Engrg., ASCE, 112(11), p2373-2391.
33. WANG, C. M., and KITIPORNCHAI, S., 1986, *On stability of monosymmetric cantilevers*, Engrg. Struct., 8(3), p169-180.
34. PETERSON, O., 1956, *Combined bending and torsional of I-beams of monosymmetrical cross section*, Bull.10, Div. Build Stat. Struct. Eng. Royal Inst. of Techn. Stockholm.
35. NYLANDER, H., 1956, *Torsional, bending and lateral buckling of I-beams*, Bull.10, Div. Build Stat. Struct. Eng. Royal Inst. of Techn. Stockholm.
36. EMREM, T., 1977, *Üst başlığı elastik tutulmuş mütemadi kirişlerde yanal burkulma probleminin enerji metodu ile çözümü*, Doktora tezi, İ.T.Ü. İnş. Fak.
37. ARCELOR, 2003, *Notations and formulas*, [online], Arcelor Sections Commercial S.A., http://www.asc.arcelor.com/Download/PDF/NOTATIONS_AND_FORMULAS.pdf, [Ziyaret Tarihi: 08 Aralık 2003].
38. ÇOŞGUN, T. 2001, *Plak, perde çerçeve ve çekirdekten oluşan komple yapı sistemlerinin nonlineer çözülmesi*, Doktora tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul Üniversitesi
39. LIVESLEY, R. K., 1956, *The application of electron digital computer to some problems of structural analysis*, Struct. Engr. 34, 1-12, London
40. ÖZTORUN, N. K., 1994, *Computer analysis of multi-storey building structures*, Ph.D. Thesis in Civil Engineering M.E.T.U., Turkey.
41. DAMCI, E., 2002, *Uzay çerçeve sistemlerin elastik-plastik analizi*, Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul Üniversitesi

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında İstanbul'da doğdu. İlk öğrenimini İstanbul Gürsel İlkokulu'nda 1991 yılında tamamladı. Orta öğrenimini 1994 yılında Kahramanmaraş Cumhuriyet Ortaokulunda ve 1997 yılında Hatay Antakya Lisesi'nde tamamladı. İstanbul Üniversitesi, Mühendislik Fakültesinden 2001 yılında İnşaat Mühendisi olarak mezun oldu. 2001 yılında İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans eğitime başladı. 2001 yılında İstanbul Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Yapı Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak atandığı görevine devam etmektedir.