T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TOPOLOJİDE BAZI GENELLEŞTİRİLMİŞ SÜREKLİ FONKSİYONLAR

M. Cengiz FİDANCI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

KONYA - 2006

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TOPOLOJİDE BAZI GENELLEŞTİRİLMİŞ SÜREKLİ FONKSİYONLAR

M.Cengiz FİDANCI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

Bu tez 24/05/2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.

imza	imza	imza
Yrd. Doç. Dr. Yusuf BECEREN	Prof. Dr. Şaziye YÜKSEL	Yrd. Doç. Dr. Ayşe NALLI
(Danışman)	(Üye)	(Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

TOPOLOJİDE BAZI GENELLEŞTİRİLMİŞ SÜREKLİ FONKSİYONLAR

M. Cengiz FİDANCI

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Yusuf BECEREN

2006, Sayfa: 31 + v

Bu Tezin ikinci bölümünde, ismi geçen lokal kapalı [7] (sırasıyla, α-açık [19], semi açık [13], preaçık [15], β-açık [1], g-kapalı [14], rg-kapalı [23]) kümeler ve lc-sürekli [9] (sırasıyla, α-sürekli [17], semi sürekli [13], presürekli [15], β-sürekli [1], αlc-sürekli [19]) fonksiyonların kavramları incelenmiştir. Ayrıca αlc-küme [19], slc-küme, plc-küme, βlc-küme, αglc-küme, sglc-küme, pglc-küme, βglc-küme, αrglc-küme, srglc-küme, prglc-küme ve βrglc-kümelerin [4] sağladığı bazı özellikler araştırılmıştır.

Üçüncü bölümünde, slc-sürekli, plc-sürekli, βlc-sürekli, αglc-sürekli, sglc-sürekli, pglc-sürekli, βglc-sürekli, αrglc-sürekli, srglc-sürekli, prglc-sürekli, βrglc-sürekli, αlc-irresolute, slc-irresolute, plc-irresolute, βlc-irresolute, αglc-irresolute, sglc-irresolute, pglc-irresolute, βglc-irresolute, αrglc-irresolute, srglc-irresolute, prglc-irresolute ve βrglc-irresolute fonksiyonları tanımladık ve sağladığı bazı özellikleri elde ettik.

Anahtar kelimeler ve deyimler : α-sürekli, αlc-sürekli, plc-sürekli, slc-sürekli ve βlc-sürekli fonksiyon.

ABSTRACT

Master Thesis

SOME GENERALIZED CONTINUOUS FUNCTIONS IN TOPOLOGY

M. Cengiz FİDANCI
Selçuk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Yusuf BECEREN
2006, Page: 31 + v

Recall the concepts of locally closed [7] (resp. α-open[19], semi open [13], preopen [15], β-open [1], g-closed [14], rg-closed [23]) sets and lc-continuous [9] (resp. α-continuous [17], semi continuous [13], precontinuous [15], β-continuous [1], αlc-continuous [19]) functions in topological spaces. Moreover, we investigate some properties the notions of classes of αlc-set [19], slc-set, plc-set, βlc-set, αglc-set, sglc-set, pglc-set, βglc-set, αrglc-set, srglc-set, prglc-set and βrglc-set [4].

In 3. section, we defined and study to notions of new classes of functions namely slc-continuous, plc-continuous, βlc-continuous, αglc-continuous, sglc-continuous, pglc-continuous, βglc-continuous, αrglc-continuous, srglc-continuous, prglc-continuous, βrglc-continuous, αlc-irresolute, slc-irresolute, plc-irresolute, βlc-irresolute, αglc-irresolute, sglc-irresolute, pglc-irresolute, βglc-irresolute, αrglc-irresolute, srglc-irresolute, prglc-irresolute and βrglc-irresolute functions, and give some properties of these functions in topological spaces.

Key words and phares : α-continuous, αlc-continuous, plc-continuous, slc-continuous and βlc-continuous function.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEŞEKKÜR

Araştırma konusunun belirlenmesinde ve çalışmalarımın yürütülmesinde yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Yusuf BECEREN'e teşekkür ederim.

M. Cengiz FİDANCI

GÖSTERİMLER

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A,B \subset X$ olsun.

A^{-}	: A kümesinin kapanışı
(A,τ_A)	: (X,τ) uzayının A alt uzayı
$(B)_A^{-}$	: B kümesinin, A alt uzayına göre kapanışı
A^{o}	: A kümesinin içi
f/A	: Kısıtlanmış fonksiyon
$\alpha(X)$	: X uzayındaki α-açık kümelerin ailesi
SO(X)	: X uzayındaki semi açık kümelerin ailesi
PO(X)	: X uzayındaki preaçık açık kümelerin ailesi
βO(X)	: X uzayındaki β-açık kümelerin ailesi
$\alpha(A)$	: (X,τ) uzayının (A,τ_A) alt uzayındaki bütün α-açık kümelerin ailesi
SO(A)	: (X,τ) uzayının (A,τ_A) alt uzayındaki bütün semi açık kümelerin ailesi
PO(A)	: (X,τ) uzayının (A,τ_A) alt uzayındaki bütün preaçık kümelerin ailesi
βO(A)	: (X,τ) uzayının (A,τ_A) alt uzayındaki bütün β-açık kümelerin ailesi

1. Giriş

Bu tezin ikinci bölümünde, topolojik uzaylarda genelleştirilmiş kapalı kümeler ve genelleştirilmiş sürekli fonksiyonlar hakkında şimdiye kadar tespit edebildiğimiz bilgiler kısaca verilmiştir:

İlk olarak 1970 yılında, N. Levine [14], genelleştirilmiş kapalı (kısaca g-kapalı) küme tanımını vermiş ve bazı özelliklerini incelemiştir. 1993 yılında Palaniappan ve ark. [24], g-kapalı kümeden daha zayıf olan regüler genelleştirilmiş kapalı (kısaca rg-kapalı) küme kavramını vermişlerdir. Ayrıca 1966 yılında, N. Bourbaki [7], lokal kapalı küme kavramını vermiştir. 1965 yılında O. Njåstad [20], α-açık küme kavramını tanımlamıştır. 1963 yılında, N. Levine [13], semi açık küme kavramını tanımlayıp incelemiştir. A. S. Mashhour ve ark. [15], 1982 yılında preaçık küme kavramını çalışmışlardır. 1983 yılında, M. E. Abd El-Monsef ve ark. [1], β-açık küme kavramını incelemişlerdir. Ayrıca lokal kapalı kümeden zayıf olan αlc-küme [19] ve bu kümeden daha zayıf olan plc-küme [4] kavramları incelenmiştir.

1989 yılında, M. Ganster ve ark. [9], lc-sürekli (lokal kapalı sürekli) fonksiyonu tanımlayıp çalıştılar. 1983'te, A. S. Mashhour ve ark. [17], α-sürekli fonksiyonu tanımlamışlardır. Ayrıca 1963 yılında N. Levine [13], semi sürekli fonksiyonu tanımladı ve bazı özelliklerini inceledi. 1982 yılında, A. S. Mashhour ve ark. [15], presürekli fonksiyonu çalıştılar. 1983 yılında M. E. Abd El-Monsef ve ark. [1], β-sürekli fonksiyonu tanımladı ve bazı özelliklerini incelediler. 2002 yılında B. Al-Nashef [19], αlc-küme ve αlc-sürekli fonksiyon tanımlarını vermiştir.

Bu tezin üçüncü bölümünde, lc-sürekli fonksiyonlardan zayıf olan αlc-sürekli fonksiyonların bazı özelliklerini elde ettik. αlc-sürekli fonksiyonlardan daha zayıf olan, plc-sürekli olarak isimlendirdiğimiz, yeni bir sürekli fonksiyonu tanımladık ve bazı özelliklerini inceledik. Ayrıca slc-sürekli, βlc-sürekli, αglc-sürekli, sglc-sürekli, pglc-sürekli, βglc-sürekli, αrglc-sürekli, srglc-sürekli, prglc-sürekli, βrglc-sürekli, αlc-irresolute, slc-irresolute, plc-irresolute, βlc-irresolute, αglc-irresolute, sglc-irresolute, pglc-irresolute, βglc-irresolute, αrglc-irresolute, srglc-irresolute, prglc-irresolute ve βrglc-irresolute olarak isimlendirdiğimiz genelleştirilmiş sürekli fonksiyonların bazı yeni çeşitlerini ve bunların gerçeklenen bazı özelliklerini elde ettik.

2. Genelleştirilmiş Sürekli Fonksiyonlar Hakkında Kısa Bilgi

2.1. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $S \subset X$ olsun. Eğer $S \subset S^{o-o}$ ise S kümesine α-açık [20] küme denir.

(X,τ) topolojik uzayındaki bütün α-açık kümelerin ailesi, genellikle α(X) ile gösterilir.

2.1. Lemma.[6],[20] Her açık küme, α-açıktır.

İspat. (X,τ) topolojik uzayı ve bir $A \subset X$ açık alt kümesi verilsin. A kümesi açık olduğundan $A^{o} = A$ dır. Buradan $A = A^{o} \subset A^{o-o}$ bulunur. O halde A kümesi, bir α-açık kümedir.

2.1. Uyarı.[6] α-açık bir kümenin açık olması gerekmez.

2.1. Örnek.[6] $X = \{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X,\emptyset,\{a\}\}$ topolojisi verilsin. Bu takdirde $\alpha(X) = \{X,\emptyset,\{a\},\{a,b\},\{a,c\}\}$ dir. $\{a,b\}$ kümesi, α-açıktır fakat açık küme değildir.

2.2. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $S \subset X$ alt kümesi verilsin. Eğer $S \subset S^{-o}$ ise S kümesine preaçık [15] küme denir.

X uzayındaki tüm preaçık kümelerin ailesi, genellikle $PO(X)$ şeklinde gösterilir.

2.2. Lemma.[6],[21] Her α-açık küme, preaçıktır.

İspat. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \in \alpha(X)$ olsun. A kümesi α-açık olduğundan, $A \subset A^{o-o}$ dir. Buradan $A \subset A^{-o}$ olur. O halde A kümesi, preaçık kümedir.

2.2. Uyarı.[6],[22] Preaçık bir kümenin α-açık olması gerekmez.

2.2. Örnek.[6],[22] $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a,b\}\}$ topolojisini alalım. Bu durumda $\alpha(X)=\{X,\varnothing,\{a,b\}\}$ ve $PO(X)=\{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}\}$ dir. $\{a\}$ kümesi preaçıktır, fakat α-açık küme değildir.

2.3. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $S\subset X$ olsun. Eğer $S\subset S^{o-}$ ise S kümesine, semi açık [13] küme denir.

(X,τ) topolojik uzayındaki bütün semi açık kümelerin ailesi, genellikle SO(X) ile gösterilir.

2.3. Lemma.[6],[20] Her α-açık küme, semi açıktır.

İspat. (X,τ) bir topolojik uzay olsun. Herhangi bir $A\in\alpha(X)$ kümesini alalım. A kümesi α-açık olduğundan, $A\subset A^{o-o}$ dir. Buradan $A\subset A^{o-}$ olur. Böylece A kümesi, bir semi açık kümedir.

2.3. Uyarı.[6] Semi açık bir kümenin, α-açık olması gerekmez.

2.3. Örnek.[6] $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$ topolojisini alalım. Bu durumda $\alpha(X)=\{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$ ve $SO(X)=\{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}\}$ dir. $\{a,c\}$ kümesi bir semi açık kümedir, fakat α-açık küme değildir.

2.4. Uyarı.[6] Semi açık kümeler ailesi, genellikle bir topolojik yapı oluşturmaz. Gerçekten, 2.3. Örnekteki X uzayında $\{a,c\},\{b,c\}\in SO(X)$ için $\{a,c\}\cap\{b,c\}=\{c\}\notin SO(X)$ dir.

2.4. Lemma.[6],[20] (X,τ) topolojik uzayı ve bir $A\subset X$ alt kümesi verilsin. $A\in\alpha(X)$ olması için gerek ve yeter şart her $B\in SO(X)$ için $A\cap B\in SO(X)$ olmasıdır.

İspat. $\Rightarrow$. $A\in\alpha(X)$ olsun. Her $B\in SO(X)$, $x\in A\cap B$ noktası ve bir $U\in\tau$ ($x\in U$) kümesi verilsin. $A\in\alpha(X)$ olduğundan, $A\subset A^{o-o}$ olur. Buradan $U\cap A^{o-o}$ kümesi açık bir kümedir ve x noktasını içerir. $B\in SO(X)$ olduğundan, $B\subset B^{o-}$ ve $x\in B^{o-}$ olur. Kapanış noktası tanımından, $(U\cap A^{o-o})\cap B^{o}\neq\varnothing$ dır. $V=(U\cap A^{o-o})\cap B^{o}$ diyelim. $V\subset A^{o-}$ olduğundan

ğundan, $\varnothing \neq V \cap A^{o} = U \cap (A^{o} \cap B^{o})$ elde edilir. Buradan $x \in (A^{o} \cap B^{o})^{-}$ olur. O halde $A \cap B \subset (A^{o} \cap B^{o})^{-} = (A \cap B)^{o-}$ olur. Böylece $A \cap B \in SO(X)$ dir.

$\Leftarrow$. Her $B \in SO(X)$ için $A \cap B \in SO(X)$ olsun. Bu takdirde $A \in SO(X)$ olur. A kümesinin α-açık küme olduğunu göstermeliyiz. Varsayalım ki A kümesi α-açık olmasın. Bu durumda bir $x \in A \cap (X - A^{o-o})$ elemanı vardır. $B = X - A^{o-}$ diyelim. Buradan $x \in B^{-}$ olur. Dolayısıyla $\{x\} \cup B \in SO(X)$ dir. Böylece $A \cap (\{x\} \cup B) \in SO(X)$ elde edilir. Diğer taraftan $A \cap (\{x\} \cup B) = \{x\}$ dir. O halde $\{x\}$ kümesi açıktır. Böylece $x \in A^{o-}$ iken $x \in A^{o-o}$ olur. Bu ise kabulümüzle çelişir. O halde $A \subset A^{o-o}$ olur. Böylece A kümesi α-açıktır.

2.5. Lemma.[6],[20] (X, τ) topolojik uzayı verilsin. α(X) ailesi, X kümesi üzerinde bir topolojik yapıdır.

İspat. $a_1]$ $X, \varnothing \in \alpha(X)$ olduğu açıktır.

$a_2]$ $\forall i \in I$ için $A_i \in \alpha(X)$ olsun. Bu durumda her $i \in I$ için $A_i \subset A_i^{o-o}$ olur. Buradan $\bigcup_{i \in I} A_i \subset \bigcup_{i \in I} A_i^{o-o} \subset (\bigcup_{i \in I} A_i^{o})^{-o} \subset (\bigcup_{i \in I} A_i)^{o-o}$ olur. O halde $\bigcup_{i \in I} A_i \in \alpha(X)$ dir.

$a_3]$ $A_1, A_2 \in \alpha(X)$ olsun. $A_1 \in \alpha(X)$ olduğundan, 2.4. Lemma gereğince, her $B \in SO(X)$ için $A_1 \cap B \in SO(X)$ olur. $A_2 \in \alpha(X)$ olduğundan, yine 2.4. Lemmadan, $A_1 \cap A_2 \cap B \in SO(X)$ elde edilir. Böylece her $B \in SO(X)$ için $(A_1 \cap A_2) \cap B \in SO(X)$ olduğundan, 2.4. Lemma gereği, $A_1 \cap A_2 \in \alpha(X)$ dir. O halde α(X) ailesi, X üzerinde bir topolojidir.

2.4. Tanım. (X, τ) topolojik uzayı ve $S \subset X$ alt kümesi verilsin. $S \subset S^{-o}$ ise S kümesine, β-açık [1] küme denir.

Bir X topolojik uzaydaki bütün β-açık kümelerin ailesi, genellikle βO(X) ile gösterilir.

2.6. Lemma.[1] Her preaçık küme, β-açıktır.

İspat. A kümesi, (X, τ) topolojik uzayının preaçık bir alt kümesi olsun. Bu durumda $A \subset A^{-o}$ dir. Buradan $A \subset A^{-o-}$ olur ki A kümesi, β-açıktır.

2.5. Uyarı. β-açık kümenin, preaçık olması gerekmez. Gerçekten 2.3. Örnekteki (X,τ) topolojik uzayında $\{b,c\}$ kümesi, β-açıktır fakat preaçık değildir.

2.7. Lemma.[1] Her semi açık küme, β-açıktır.

İspat. (X,τ) topolojik uzayı verilsin. $A \subset X$ alt kümesi, semi açık olsun. Bu durumda $A \subset A^{\circ -} \subset A^{-\circ -}$ dir. O halde A kümesi, β-açıktır.

2.6. Uyarı. β-açık kümenin, semi açık olması gerekmez. Gerçekten 2.2. Örnekteki (X,τ) topolojik uzayında $\{a\}$ kümesi, β-açıktır ama semi açık değildir.

2.5. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $S \subset X$ alt kümesi, açık ve $F \subset X$ alt kümesi, kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, lokal kapalı küme [7] denir.

2.8. Lemma.[6],[10] Her açık küme, lokal kapalı kümedir.

İspat. (X,τ) topolojik uzayında açık bir $A \subset X$ alt kümesi verilsin. X kümesi kapalı olduğundan, $A = A \cap X$ kümesi, lokal kapalıdır.

2.7. Uyarı. Lokal kapalı bir kümenin, açık küme olması gerekmez.

2.4. Örnek. $X = \{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X, \varnothing, \{a\}\}$ topolojisini alalım. $\{b,c\}$ kümesi lokal kapalıdır, fakat β-açık olmadığından açık küme değildir. Ayrıca $\{a,b\}$ kümesi α-açıktır fakat lokal kapalı değildir.

2.8. Uyarı. 2.4. Örnekten, α-açık, preaçık, semi açık ve β-açık kümeler ile lokal kapalı küme kavramları birbirinden bağımsızdır.

2.6. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. S kümesi, X de α-açık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ oluyorsa A kümesine, αlc-küme [19] denir.

2.9. Lemma.[4] Her lokal kapalı küme, αlc-kümedir.

İspat. (X,τ) topolojik uzayı verilsin. $A \subset X$ alt kümesi lokal kapalı olsun. Bu durumda S kümesi, X de açık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ dir. 2.1. Lemma gereğince S kümesi, X de α-açıktır. Böylece A kümesi, X de αlc-kümedir.

2.9. Uyarı. αlc-kümenin, lokal kapalı bir küme olması gerekmez. Gerçekten 2.4. Örnekteki (X,τ) topolojik uzayında $\{a,b\}$ kümesi, αlc-kümedir fakat lokal kapalı küme değildir.

2.10. Lemma.[4] Her α-açık küme, αlc-kümedir.

İspat. (X,τ) topolojik uzayında α-açık bir $A \subset X$ alt kümesi verilsin. X kümesi kapalı olduğundan, $A = A \cap X$ kümesi, αlc-kümedir.

2.10. Uyarı. αlc-kümenin, β-açık olması gerekmez. Gerçekten 2.4. Örnekteki (X,τ) topolojik uzayında $\{b,c\}$ kümesi, αlc-kümedir fakat β-açık olmadığından α-açık küme de değildir.

2.7. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. S kümesi, X de preaçık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ oluyorsa A kümesine, plc-küme [4] denir.

2.11. Lemma.[4] Her preaçık küme, plc-kümedir.

İspat. (X,τ) topolojik uzayında preaçık bir $A \subset X$ alt kümesini alalım. X kümesi kapalı olduğundan, $A = A \cap X$ kümesi, plc-kümedir.

2.11. Uyarı. plc-kümenin, preaçık bir küme olması gerekmez. Gerçekten 2.4. Örnekteki (X,τ) topolojik uzayında $\{b,c\}$ kümesi, αlc-küme olduğundan plc-kümedir fakat β-açık olmadığından preaçık küme de değildir.

2.12. Lemma.[4] Her αlc-küme, plc-kümedir.

İspat. (X,τ) topolojik uzayı verilsin. A kümesi, X de αlc-küme olsun. Bu durumda S kümesi, X de α-açık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere, $A = S \cap F$ dir. S kümesi, 2.2. Lemma gereğince, X de preaçıktır. Böylece A kümesi, X de plc-kümedir.

2.12. Uyarı. plc-kümenin, αlc-küme olması gerekmez.

2.5. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a\},\{b,c\}\}$ topolojisini alalım. $\{a,b\}$ kümesi, preaçık olduğundan plc-kümedir fakat αlc-küme değildir.

2.13. Uyarı. αlc-küme ile preaçık küme birbirinden bağımsızdır.

Bu tezde şimdiye kadar ismi geçen bazı küme kavramlarıyla ilgili bir çizelge aşağıda verilmiştir [4]:

$$\begin{array}{ccccc} \text{açık küme} & \Rightarrow & \alpha\text{-açık küme} & \Rightarrow & \text{preaçık küme} \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{lokal kapalı küme} & \Rightarrow & \alpha\text{lc-küme} & \Rightarrow & \text{plc-küme} \end{array}$$

2.13. Lemma.[4] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A,B\subset X$ olsun. A kümesi, X de αlc-küme ve B kümesi, X de α-açık ise $A\cap B$ kümesi, X de αlc-kümedir.

İspat. A kümesi, X de αlc-küme olduğundan, α-açık bir $S\subset X$ alt kümesi ve kapalı bir $F\subset X$ alt kümesi olmak üzere $A=S\cap F$ dir. Buradan $A\cap B=(S\cap F)\cap B=(S\cap B)\cap F$ dir. 2.5. Lemma gereğince, $S\cap B$ kümesi, X de α-açıktır. Böylece $A\cap B$ kümesi, X de αlc-kümedir.

2.14. Lemma.[17] (X,τ) bir topolojik uzay ve $B\subset A\subset X$ olsun. A kümesi, X de α-açık ve B kümesi, A alt uzayında α-açık ise B kümesi, X de α-açık kümedir.

2.15. Lemma.[4] (X,τ) bir topolojik uzay ve $B\subset A\subset X$ olsun. A kümesi, X de α-açık ve B kümesi, A da αlc-küme ise B kümesi, X de αlc-kümedir.

İspat. B kümesi, A da αlc-küme olduğundan, $B=S\cap(B)_A^-$ olacak biçimde A alt uzayında α-açık bir S kümesi vardır. $(B)_A^-=A\cap B^-$ olduğundan $B=S\cap(A\cap B^-)=(S\cap A)\cap B^-$ olur. Burada 2.14. Lemma gereği, $S\cap A$ kümesi, X de α-açıktır. Böylece B kümesi, X de αlc-kümedir.

2.16. Lemma.[17] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A,B\subset X$ olsun. A kümesi, X de preaçık ve B kümesi, X de α-açık ise $A\cap B$ kümesi, A alt uzayında α-açıktır.

2.17. Lemma.[4] (X,τ) topolojik uzayı ve $A,B\subset X$ alt kümeleri verilsin. A kümesi, X de preaçık ve B kümesi, X de αlc-küme ise $A\cap B$ kümesi, A alt uzayında αlc-kümedir.

İspat. B kümesi, X de αlc-küme olduğundan, S kümesi, X de α-açık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $B=S\cap F$ dır. Buradan $A\cap B=A\cap(S\cap F)=(A\cap S)\cap(A\cap F)=(A\cap S)\cap(F)^{-}_{A}$ olur. 2.16. Lemma gereğince, $A\cap S$ kümesi, A da α-açıktır. Böylece $A\cap B$ kümesi, A da αlc-kümedir.

2.18. Lemma.[16] (X,τ) bir topolojik uzayı ve $A,B\subset X$ alt kümeleri verilsin. A kümesi, X de semi açık ve B kümesi, X de preaçık ise $A\cap B$ kümesi, A da preaçıktır.

2.19. Lemma.[4] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A,B\subset X$ olsun. A kümesi, X de semi açık ve B kümesi, X de plc-küme ise $A\cap B$ kümesi, A da plc-kümedir.

İspat. B kümesi, X de plc-küme olduğundan, preaçık bir $S\subset X$ alt kümesi ve kapalı bir $F\subset X$ olmak üzere $B=S\cap F$ dir. Buradan $A\cap B=A\cap(S\cap F)=(A\cap S)\cap(A\cap F)=(A\cap S)\cap(F)^{-}_{A}$ olur. 2.18. Lemma gereğince, $A\cap S$ kümesi, A da preaçıktır. Böylece $A\cap B$ kümesi, A alt uzayında plc-kümedir.

2.8. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A\subset X$ olsun. S kümesi, X de semi açık küme ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $A=S\cap F$ oluyorsa A kümesine, slc-küme [4] denir.

2.20. Lemma.[16] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A,B\subset X$ olsun. A kümesi, X de preaçık ve B kümesi, X de semi açık ise $A\cap B$ kümesi, A da semi açıktır.

2.21. Lemma.[4] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A,B\subset X$ olsun. A kümesi, X de preaçık ve B kümesi, X de slc-küme ise $A\cap B$ kümesi, A da slc-kümedir.

İspat. B kümesi, X de slc-küme olduğundan, S kümesi, X de semi açık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $B=S\cap F$ dir. Buradan $A\cap B=A\cap(S\cap F)=(A\cap S)\cap(A\cap F)=(A\cap S)\cap(F)^{-}_{A}$

olur. 2.20. Lemma gereğince, $A \cap S$ kümesi, A da semi açıktır. Böylece $A \cap B$ kümesi, A da slc-kümedir.

2.9. Tanım. (X, τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ verilsin. S kümesi, X de β-açık ve F kümesi, X de kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, βlc-küme [4] denir.

2.22. Lemma.[1] (X, τ) bir topolojik uzay ve $A, B \subset X$ olsun. A kümesi, X de α-açık ve B kümesi, X de β-açık ise $A \cap B$ kümesi, A da β-açık kümedir.

2.23. Lemma.[4] (X, τ) topolojik uzayı verilsin. A kümesi, X de α-açık ve B kümesi, X de βlc-küme ise $A \cap B$ kümesi, A da βlc-kümedir.

İspat. B kümesi, X de βlc-küme olduğundan, β-açık bir $S \subset X$ alt kümesi ve kapalı bir $F \subset X$ alt kümesi için $B = S \cap F$ dir. Buradan,

$$A \cap B = A \cap (S \cap F) = (A \cap S) \cap (A \cap F) = (A \cap S) \cap (F)^{-}_{A}$$

olur. $A \cap S$ kümesi, 2.22. Lemma gereğince, A alt uzayında β-açıktır. Böylece $A \cap B$ kümesi, A da βlc-kümedir.

2.10. Tanım. (X, τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $U \in \tau$ ve $A \subset U$ iken $A^{-} \subset U$ oluyorsa A kümesine, genelleştirilmiş kapalı (generalized closed) küme veya kısaca g-kapalı küme [14] denir.

2.24. Lemma.[23] Her kapalı küme, g-kapalıdır.

İspat. (X, τ) topolojik uzayının kapalı bir $A \subset X$ alt kümesini alalım. $A \subset U$ ve $U \in \tau$ olsun. A kümesi, X de kapalı olduğundan, $A^{-} = A \subset U$ olur. Böylece A kümesi, X de g-kapalıdır.

2.14. Uyarı. g-kapalı bir kümenin, kapalı olması gerekmez.

2.6. Örnek. $X = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X, \varnothing, \{a\}\}$ topolojisi olsun. Bu durumda $\{a, b\}$ kümesi, g-kapalıdır fakat kapalı değildir.

2.25. Lemma.[14] (X,τ) bir topolojik uzay ve $B \subset A \subset X$ olsun. A kümesi, X de g-kapalı ve B kümesi, A alt uzayında g-kapalı ise B kümesi, X de g-kapalıdır.

İspat. $B \subset U \in \tau$ olsun. $B \subset A \cap U \in \tau_A$ dır. B kümesi, A da g-kapalı olduğundan, $(B)_A^- = A \cap B^- \subset A \cap U$ ve $A \subset U \cup (B^-)' \in \tau$ dır. A kümesi, X de g-kapalı olduğundan, $A^- \subset U \cup (B^-)'$ dir. Böylece $B^- \subset A^- \subset U \cup (B^-)' \in \tau$ ve $B^- \subset U$ olur.

2.26. Lemma.[14] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A, B \subset X$ olsun. A kümesi, X de g-kapalı ve B kümesi, X de kapalı ise bu durumda $A \cap B$ kümesi, X de g-kapalıdır.

İspat. $A \cap B$ kümesi, A da kapalıdır. 2.24. Lemma gereğince $A \cap B$ kümesi, A da g-kapalı olur. 2.25. Lemmadan $A \cap B$ kümesi, X de g-kapalıdır.

2.11. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ alt kümesi verilsin. S kümesi, X de α-açık ve F kümesi, X de g-kapalı küme olmak üzere $A = S \cap F$ oluyorsa A kümesine αglc-küme [4] denir.

2.27. Lemma.[4] (X,τ) bir topolojik uzay ve $A, B \subset X$ olsun. Eğer A kümesi, X de αlc-küme ve B kümesi, X de g-kapalı ise bu durumda $A \cap B$ kümesi, X de αglc-kümedir.

İspat. A kümesi, X de αlc-küme olduğundan, S kümesi, X de α-açık ve F kümesi X de kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ dir. Buradan $A \cap B = (S \cap F) \cap B = S \cap (F \cap B)$ dir. 2.26. Lemma gereğince, $F \cap B$ kümesi, X de g-kapalıdır. Böylece $A \cap B$ kümesi, X de αglc-kümedir.

2.12. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ alt kümesi verilsin. S kümesi, X de semi açık ve F kümesi, X de g-kapalı iken $A = S \cap F$ ise A kümesine, sglc-küme [4] denir.

2.13. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. S kümesi, X de preaçık ve F kümesi, g-kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ oluyorsa A kümesine, pglc-küme [4] denir.

2.14. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ alt kümesi verilsin. S kümesi, X de β-açık ve F kümesi, X de g-kapalı iken $A = S \cap F$ ise A kümesine, βglc-küme [4] denir.

2.15. Tanım. (X,τ) topolojik uzayının her g-kapalı alt kümesi, kapalı oluyorsa X u-zayına $T_{1/2}$-uzayı [14] denir.

2.28. Lemma.[4] (X,τ) $T_{1/2}$-uzayı olsun. Bu durumda aşağıdakiler vardır:

(1) αglc-küme $\Rightarrow$ αlc-küme.

(2) sglc-küme $\Rightarrow$ slc-küme.

(3) pglc-küme $\Rightarrow$ plc-küme.

(4) βglc-küme $\Rightarrow$ βlc-küme.

İspat. 2.15. Tanımdan açıktır.

2.16. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer $A^{-o} = A$ ise A kümesi-ne, regüler açık küme [8] denir.

2.29. Lemma.[12] Her regüler açık küme, açık kümedir.

İspat. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi, regüler açık olduğundan, $A^{-o} = A$ dır. Buradan $A^{o} = A^{-oo} = A^{-o} = A$ olur. Böylece A kümesi açıktır.

2.17. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset U$ ve U kümesi, X de regüler açık iken $A^{-} \subset U$ oluyorsa A kümesine, regüler genelleştirilmiş kapalı küme veya kısaca rg-kapalı küme [24] denir.

2.30. Lemma.[23] Her g-kapalı küme rg-kapalıdır.

İspat. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ alt kümesi verilsin. A kümesi, X de g-kapalı olsun. $A \subset U$ ve U kümesi, X de regüler açık olsun. 2.29. Lemmadan U kümesi, X de açıktır. A kümesi, X de g-kapalı olduğundan $A^{-} \subset U$ olur. Böylece A kümesi X de rg-kapalıdır.

2.15. Uyarı. rg-kapalı bir kümenin, g-kapalı olması gerekmez.

2.7. Örnek. $X = \{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$ topolojisini ala-lım. $\{a,b\}$ kümesi, rg-kapalıdır fakat g-kapalı değildir.

2.18. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. S kümesi, X de α-açık ve F kümesi, X de rg-kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, αrglc-küme [4] denir.

2.19. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ verilsin. S kümesi, X de semi açık ve F kümesi, X de rg-kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, srglc-küme [4] denir.

2.20. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. S kümesi, X de preaçık ve F kümesi, X de rg-kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, prglc-küme [4] denir.

2.21. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ verilsin. S kümesi, X de β-açık ve F kümesi, X de rg-kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, βrglc-küme [4] denir.

2.22. Tanım. (X,τ) topolojik uzayının her rg-kapalı alt kümesi, g-kapalı ise X uzayına T_{rg} -uzayı [3] denir.

2.31. Lemma.[4] (X,τ) T_{rg} -uzayı olsun. Bu durumda aşağıdakiler vardır:

(1) αrglc-küme $\Rightarrow$ αglc-küme.

(2) srglc-küme $\Rightarrow$ sglc-küme.

(3) prglc-küme $\Rightarrow$ pglc-küme.

(4) βrglc-küme $\Rightarrow$ βglc-küme.

İspat. 2.22. Tanımdan elde edilir.

2.23. Tanım. (X,τ) topolojik uzayı ve $A \subset X$ verilsin. S kümesi, X de açık ve F kümesi, X de g-kapalı iken $A = S \cap F$ oluyorsa A kümesine, glc**-küme [5] denir.

2.24. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. S kümesi, X de açık ve F kümesi, X de rg-kapalı olmak üzere $A = S \cap F$ ise A kümesine, rglc**-küme [2] denir.

2.25. Tanım. (X,τ) topolojik uzayının her yoğun alt kümesi, X de açık ise X uzayına, submaximal uzay [7] denir.

2.26. Tanım. (X,τ) bir topolojik uzay olsun. Eğer her $U \in \tau$ için $U^{-} \in \tau$ ise (X,τ) uzayına, extremally bağlantısız uzay [20] denir.

2.32. Lemma.[4] (X,τ) submaximal ve extremally bağlantısız uzay olsun. Bu durumda aşağıdakiler vardır:

(1) lc-küme $\Leftrightarrow$ αlc-küme $\Leftrightarrow$ slc-küme $\Leftrightarrow$ plc-küme $\Leftrightarrow$ βlc-küme.

(2) glc**-küme $\Leftrightarrow$ αglc-küme $\Leftrightarrow$ sglc-küme $\Leftrightarrow$ pglc-küme $\Leftrightarrow$ βglc-küme.

(3) rglc**-küme $\Leftrightarrow$ αrglc-küme $\Leftrightarrow$ srglc-küme $\Leftrightarrow$ prglc-küme $\Leftrightarrow$ βrglc-küme.

İspat. (X,τ) submaximal ve extremally bağlantısız uzay ise

$$\tau = \alpha(X) = SO(X) = PO(X) = \beta O(X)$$

olduğundan ([12],[18]), ispat açıktır.

2.27. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her açık kümenin ters görüntüsü, X de α-açık ise f fonksiyonuna α-sürekli [17] denir.

2.33. Lemma.[6],[17] Her sürekli fonksiyon, α-süreklidir.

İspat. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu sürekli olsun. Herhangi bir $V \subset Y$ açık alt kümesi verilsin. f fonksiyonu sürekli olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de açıktır. 2.1. Lemma gereği, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de α-açık olur. O halde f fonksiyonu α-süreklidir.

2.16. Uyarı. α-sürekli bir fonksiyonun, sürekli olması gerekmez

2.8. Örnek. $X = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X, \varnothing, \{a\}\}$ topolojisi verilsin. $f:(X,\tau)\to(X,\tau)$ fonksiyonu $f(a)=f(b)=a$, $f(c)=c$ ile tanımlansın. Bu takdirde f fonksiyonu α-süreklidir, fakat sürekli değildir.

2.28. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y deki her açık kümenin ters görüntüsü, X de preaçık küme ise f fonksiyonuna presürekli [15] denir.

2.34. Lemma.[6],[17] Her α-sürekli fonksiyon, presüreklidir.

İspat. 2.2. Lemmadan çıkar.

2.17. Uyarı. Presürekli bir fonksiyonun, α-sürekli olması gerekmez.

2.9. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a,b\}\}$ ve $\upsilon=\{X,\varnothing,\{a\}\}$ topolojilerini alalım. $f:(X,\tau)\to(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu, presüreklidir fakat α-sürekli değildir.

2.29. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu alalım. Y deki her açık kümenin ters görüntüsü, X de semi açık ise f fonksiyonuna semi sürekli [13] denir.

2.35. Lemma.[6],[17] Her α-sürekli fonksiyon, semi süreklidir.
İspat. 2.3. Lemmadan çıkar.

2.18. Uyarı. Semi sürekli bir fonksiyonun, α-sürekli olması gerekmez.

2.10. Örnek. X={a,b,c} kümesi üzerinde τ={X,∅,{a},{b},{a,b}} ve υ={X,∅,{b,c}} topolojileri verilsin. $f:(X,\tau)\to(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu semi süreklidir, fakat α-sürekli değildir.

2.30. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her açık kümenin ters görüntüsü, X de β-açık küme ise f fonksiyonuna β-sürekli [1] denir.

2.36. Lemma.[1] Her presürekli fonksiyon, β-süreklidir.
İspat. 2.6. Lemmadan açıktır.

2.19. Uyarı. β-sürekli bir fonksiyonun, presürekli olması gerekmez.

2.11. Örnek. X={a,b,c} kümesi üzerinde τ={X,∅,{a},{b},{a,b}} ve υ={X,∅,{b,c}} topolojileri verilsin. $f:(X,\tau)\to(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu β-süreklidir, fakat presürekli değildir.

2.31. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her açık kümenin ters görüntüsü, X de lokal kapalı küme ise f fonksiyonuna lc-sürekli [9] denir.

2.37. Lemma.[9] Her sürekli fonksiyon lc-süreklidir.

İspat. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Herhangi bir $V\subset Y$ açık alt kümesini alalım. f fonksiyonu sürekli olduğundan $f^{-1}(V)$ kümesi, X de açıktır. 2.8. Lemma gereğince, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de lokal kapalıdır. Böylece f fonksiyonu lc-süreklidir.

2.20. Uyarı. lc-sürekli bir fonksiyonun, sürekli olması gerekmez.

2.12. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a\}\}$ ve $\upsilon=\{X,\varnothing,\{b,c\}\}$ topolojileri verilsin. $f:(X,\tau)\rightarrow(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu lc-süreklidir fakat β-sürekli olmadığından sürekli değildir.

2.21. Uyarı. 2.8. Örnekteki f fonksiyonu α-süreklidir fakat lc-sürekli değildir. Böylece α-süreklilik, presüreklilik, semi süreklilik, β-süreklilik kavramları ile lc-süreklilik kavramı birbirinden bağımsızdır.

3. LC-Sürekli Fonksiyonların Bazı Yeni Genelleştirmeleri

3.1. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her açık kümenin ters görüntüsü, X de αlc-küme ise f fonksiyonuna αlc-sürekli [19] denir.

3.1. Lemma. Her lc-sürekli fonksiyon, αlc-süreklidir.

İspat. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu lc-sürekli olsun. Bu durumda her $V\subset Y$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de lokal kapalıdır. 2.9. Lemma gereği, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αlc-kümedir. Böylece f fonksiyonu αlc-süreklidir.

3.1. Uyarı. αlc-sürekli bir fonksiyonun, lc-sürekli olması gerekmez.

3.1. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\emptyset,\{a\}\}$ ve $\upsilon=\{X,\emptyset,\{a,b\}\}$ topolojilerini alalım. $f:(X,\tau)\to(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu αlc-süreklidir, fakat lc-sürekli değildir.

3.2. Lemma. Her α-sürekli fonksiyon, αlc-süreklidir.

İspat. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu, α-sürekli olsun. Bu durumda Y deki her V açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de α-açıktır. 2.10. Lemma gereğince, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αlc-küme olur. Böylece f fonksiyonu αlc-süreklidir.

3.2. Uyarı. αlc-sürekli bir fonksiyonun, α-sürekli olması gerekmez.

3.2. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\emptyset,\{a\}\}$ ve $\upsilon=\{X,\emptyset,\{b,c\}\}$ topolojileri verilsin. $f:(X,\tau)\to(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu αlc-süreklidir, fakat β-sürekli olmadığından α-sürekli değildir.

3.2. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y deki her V açık kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de plc-küme ise f fonksiyonuna plc-sürekli denir.

3.3. Lemma. Her αlc-sürekli fonksiyon, plc-süreklidir.

İspat. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu αlc-sürekli olsun. Bu durumda Y deki her V açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αlc-kümedir. 2.12. Lemma gereğince, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de plc-küme olur. Böylece f fonksiyonu plc-süreklidir.

3.3. Uyarı. plc-sürekli bir fonksiyonun, αlc-sürekli olması gerekmez.

3.3. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a\},\{b,c\}\}$ ve $\upsilon=\{X,\varnothing,\{a,b\}\}$ topolojilerini alalım. $f:(X,\tau)\rightarrow(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu presürekli olduğundan plc-süreklidir, fakat αlc-sürekli değildir.

3.4. Lemma. Her presürekli fonksiyon, plc-süreklidir.

İspat. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu presürekli olsun. Bu durumda her $V\subset Y$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de preaçıktır. 2.11. Lemma gereğince, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de plc-küme olur. Böylece f fonksiyonu plc-süreklidir.

3.4. Uyarı. plc-sürekli bir fonksiyonun, presürekli olması gerekmez.

3.4. Örnek. $X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\varnothing,\{a\}\}$ ve $\upsilon=\{X,\varnothing,\{b,c\}\}$ topolojileri verilsin. $f:(X,\tau)\rightarrow(X,\upsilon)$ birim fonksiyonu αlc-sürekli olduğundan plc-süreklidir, fakat β-sürekli olmadığından presürekli değildir.

3.5. Uyarı. αlc-süreklilik ile presüreklilik kavramları birbirinden bağımsızdır.

Buraya kadar adı geçen bazı sürekli fonksiyon kavramlarıyla ilgili bir çizelge verebiliriz:

$$\begin{array}{ccccc}
\text{süreklilik} & \Rightarrow & \alpha\text{-süreklilik} & \Rightarrow & \text{presüreklilik} \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\text{lc-süreklilik} & \Rightarrow & \alpha\text{lc-süreklilik} & \Rightarrow & \text{plc-süreklilik}
\end{array}$$

3.1. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu αlc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu αlc-süreklidir.

İspat. Her $\lambda \in \Lambda$ için V_λ kümesi, Y_λ uzayında herhangi bir açık alt küme olsun. P_λ izdüşüm fonksiyonu sürekli ve açık olduğundan, $P_\lambda^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, $\prod Y_\lambda$ da açıktır. f fonksiyonu αlc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(P_\lambda^{-1}(V_\lambda)) = (P_\lambda \circ f)^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, X de αlc-küme olur. Böylece her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda \circ f$ fonksiyonu, αlc-süreklidir.

3.2. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu plc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu plc-süreklidir.

İspat. Her $\lambda \in \Lambda$ için V_λ kümesi, Y_λ uzayında herhangi bir açık alt küme olsun. P_λ izdüşüm fonksiyonu sürekli ve açık olduğundan, $P_\lambda^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, $\prod Y_\lambda$ da açıktır. f fonksiyonu plc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(P_\lambda^{-1}(V_\lambda)) = (P_\lambda \circ f)^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, X de plc-küme olur. Böylece her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda \circ f$ fonksiyonu, plc-süreklidir.

3.3. Teorem. $f : (X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ αlc-sürekli fonksiyon ve A kümesi, X de preaçık olsun. Bu durumda $f / A : A \to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu, αlc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $V \subset Y$ açık alt kümesi verilsin. fonksiyonu αlc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αlc-kümedir. A kümesi preaçık olduğundan, $(f / A)^{-1}(V) = A \cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.17. Lemma gereğince, A da αlc-kümedir. Böylece f / A fonksiyonu, αlc-süreklidir.

3.3. Tanım. $f : (X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her αlc-kümenin ters görüntüsü, X de αlc-küme ise f fonksiyonuna αlc-irresolute denir.

3.4. Teorem. $f : (X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ αlc-irresolute fonksiyonu verilsin. A kümesi, X de preaçık küme olsun. Bu durumda $f / A : A \to Y$ fonksiyonu, αlc-irresolutedir.

İspat. V kümesi, Y uzayında herhangi bir αlc-küme olsun. f fonksiyonu αlc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αlc-kümedir. A kümesi, preaçık olduğundan, $(f/A)^{-1}(V) = A \cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.17. Lemma gereğince A da αlc-kümedir. Böylece f/A fonksiyonu, αlc-irresolutedir.

3.5. Teorem. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu plc-sürekli olsun. A kümesi, X de semi açık ise $f/A : A \to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu, plc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $V \subset Y$ açık alt kümesini alalım. f fonksiyonu plc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de plc-kümedir. A kümesi, X de semi açık olduğundan, $(f/A)^{-1}(V) = A \cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.19. Lemma gereğince, A da plc-kümedir. Böylece f/A fonksiyonu, plc-süreklidir.

3.4. Tanım. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her plc-kümenin ters görüntüsü, X de plc-küme ise f fonksiyonuna plc-irresolute denir.

3.6. Teorem. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu plc-irresolute olsun. A kümesi, X de semi açık ise $f/A : A \to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu, plc-irresolutedir.

İspat. V kümesi, Y de herhangi bir plc-küme olsun. f fonksiyonu plc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de plc-kümedir. A kümesi, X de semi açık olduğundan, $(f/A)^{-1}(V) = A \cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.19. Lemma gereğince, A da plc-kümedir. Böylece f/A fonksiyonu, plc-irresolutedir.

3.7. Teorem. $f: X \to Y$ fonksiyonu verilsin. $g: Y \to Z$ fonksiyonu sürekli olmak üzere f fonksiyonu αlc-sürekli ise $g \circ f : X \to Z$ fonksiyonu da αlc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $W \subset Z$ açık alt kümesini alalım. g sürekli fonksiyon olduğundan $g^{-1}(W)$ kümesi, Y de açık kümedir. f αlc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(W)) = (g \circ f)^{-1}(W)$ kümesi, X de αlc-küme olur. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu, αlc-süreklidir.

3.8. Teorem. $f:X \to Y$ fonksiyonu verilsin. $g:Y \to Z$ fonksiyonu sürekli olmak üzere f fonksiyonu plc-sürekli ise $g \circ f:X \to Z$ fonksiyonu da plc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $W \subset Z$ açık alt kümesini alalım. g sürekli olduğundan, $g^{-1}(W)$ kümesi, Y de açık kümedir. f plc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(W)) = (g \circ f)^{-1}(W)$ kümesi, X de plc-küme olur. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu plc-süreklidir.

3.9. Teorem. $f:X \to Y$ αlc-irresolute fonksiyon ve $g:Y \to Z$ αlc-sürekli fonksiyon ise $g \circ f$ fonksiyonu, αlc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $W \subset Z$ açık alt kümesini alalım. g αlc-sürekli olduğundan, $g^{-1}(W)$ kümesi, Y de αlc-kümedir. f αlc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(W)) = (g \circ f)^{-1}(W)$ kümesi, X de αlc-küme olur. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu αlc-süreklidir.

3.10. Teorem. $f:X \to Y$ plc-irresolute fonksiyonu ve $g:Y \to Z$ plc-sürekli fonksiyonu verilsin. Bu durumda $g \circ f$ fonksiyonu, plc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $W \subset Z$ açık alt kümesini alalım. g plc-sürekli olduğundan, $g^{-1}(W)$ kümesi, Y de plc-kümedir. f plc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(W)) = (g \circ f)^{-1}(W)$ kümesi, X de plc-küme olur. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu plc-süreklidir.

3.11. Teorem. $f:X \to Y$ ve $g:Y \to Z$ fonksiyonları αlc-irresolute ise $g \circ f:X \to Z$ fonksiyonu da αlc-irresolutedir.

İspat. W kümesi, Z de herhangi bir αlc-küme olsun. g αlc-irresolute olduğundan, $g^{-1}(W)$ kümesi, Y de αlc-küme olur. f αlc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(W)) = (g \circ f)^{-1}(W)$ kümesi, X de αlc-kümedir. Böylece $g \circ f:X \to Z$ fonksiyonu αlc-irresolutedir.

3.12. Teorem. plc-irresolute olan iki fonksiyonun bileşke fonksiyonu da plc-irresolutedir.

İspat. 3.11. Teoremin ispatına benzerdir.

3.5. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Her $V\subset Y$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de slc-küme ise f fonksiyonuna slc-sürekli denir.

3.13. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu slc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu slc-süreklidir.

İspat. Her $\lambda \in \Lambda$ için V_λ kümesi, Y_λ uzayında herhangi bir açık alt küme olsun. P_λ izdüşüm fonksiyonu sürekli ve açık olduğundan, $P_\lambda^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, $\prod Y_\lambda$ da açıktır. f fonksiyonu slc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(P_\lambda^{-1}(V_\lambda)) = (P_\lambda \circ f)^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, X de slc-küme olur. Böylece her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda \circ f$ fonksiyonu, slc-süreklidir.

3.14. Teorem. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ slc-sürekli fonksiyonu verilsin. A kümesi, X de preaçık küme olsun. Bu durumda $f/A : A \to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu, slc-süreklidir.

İspat. Herhangi bir $V \subset Y$ açık alt kümesini alalım. f slc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de slc-kümedir. A preaçık küme olduğundan, $(f/A)^{-1}(V) = A \cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.21. Lemma gereğince, A da slc-kümedir. Böylece f/A fonksiyonu slc-süreklidir.

3.6. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her slc-kümenin ters görüntüsü, X de slc-küme oluyorsa f fonksiyonuna slc-irresolute denir.

3.15. Teorem. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ slc-irresolute fonksiyon ve A kümesi, X de preaçık olsun. Bu takdirde $f/A : A \to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu, slc-irresolutedir.

İspat. f slc-irresolute fonksiyon olduğundan, herhangi bir $V \subset Y$ slc-kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de slc-kümedir. A kümesi, X de preaçık olduğundan, $(f/A)^{-1}(V)=A\cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.21. Lemma gereğince, A da slc-kümedir. Böylece f/A fonksiyonu slc-süreklidir.

3.16. Teorem. $f: X \to Y$ fonksiyonu ve $g: Y \to Z$ sürekli fonksiyonu verilsin. f fonksiyonu slc-sürekli ise $g \circ f$ fonksiyonu da slc-süreklidir.

İspat. g sürekli olduğundan, her $V \subset Y$ açık alt kümesi için $g^{-1}(V)$ kümesi, Y de açıktır. f slc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(V))=(g \circ f)^{-1}(V)$ kümesi, X de slc-kümedir. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu slc-süreklidir.

3.17. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. f fonksiyonu slc-irresolute ve g fonksiyonu slc-sürekli ise $g \circ f$ fonksiyonu slc-süreklidir.

İspat. g slc-sürekli olduğundan, her $V \subset Z$ açık alt kümesi için $g^{-1}(V)$ kümesi, Y de slc-kümedir. f slc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(V))=(g \circ f)^{-1}(V)$ kümesi, X de slc-küme olur. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu slc-süreklidir.

3.18. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları slc-irresolute ise $g \circ f$ fonksiyonu da slc-irresolutedir.

İspat. Herhangi bir $V \subset Z$ slc-kümesi verilsin. g slc-irresolute olduğundan, $g^{-1}(V)$ kümesi, Y de slc-kümedir. f slc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(V)) = (g \circ f)^{-1}(V)$ kümesi, X de slc-küme olur. Böylece $g \circ f$ bileşke fonksiyonu, slc-irresolutedir.

3.7. Tanım. $f: (X, \tau) \to (Y, \upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Her $V \subset Y$ açık alt kümesinin $f^{-1}(V)$ ters görüntüsü, X de βlc-küme ise f fonksiyonuna βlc-sürekli denir.

3.19. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu βlc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu βlc-süreklidir.

İspat. Her $\lambda \in \Lambda$ için V_λ kümesi, Y_λ uzayında herhangi bir açık alt küme olsun. P_λ izdüşüm fonksiyonu sürekli ve açık olduğundan, $P_\lambda^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, $\prod Y_\lambda$ da açıktır. f fonksiyonu βlc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(P_\lambda^{-1}(V_\lambda)) = (P_\lambda \circ f)^{-1}(V_\lambda)$ kümesi, X de βlc-küme olur. Böylece her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda \circ f$ fonksiyonu, βlc-süreklidir.

3.20. Teorem. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ βlc-sürekli fonksiyonu verilsin. A kümesi, X de α-açık olsun. Bu durumda $f/A:A\to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu, βlc-süreklidir.

İspat. V kümesi, Y de herhangi bir açık alt küme olsun. f βlc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de βlc-kümedir. A α-açık küme olduğundan, $(f/A)^{-1}(V)=A\cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.23. Lemma gereğince, A da βlc-küme olur. Böylece f/A fonksiyonu βlc-süreklidir.

3.8. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Y uzayındaki her βlc-kümenin ters görüntüsü X de βlc-küme ise f fonksiyonuna βlc-irresolute denir.

3.21. Teorem. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ βlc-irresolute fonksiyonu verilsin. A kümesi, X de α-açık olsun. Bu durumda $f/A:A\to Y$ kısıtlanmış fonksiyonu βlc-irresolutedir.

İspat. V kümesi, Y de herhangi bir βlc-küme olsun. f βlc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(V)$ kümesi, X de βlc-kümedir. A kümesi, α-açık olduğundan, $(f/A)^{-1}(V)=A\cap f^{-1}(V)$ kümesi, 2.23. Lemma gereğince, A da βlc-küme olur. Böylece f/A fonksiyonu βlc-irresolutedir.

3.22. Teorem. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ βlc-sürekli fonksiyon ve $g:Y\to Z$ sürekli fonksiyon ise $g\circ f$ bileşke fonksiyonu βlc-süreklidir.

İspat. W kümesi, Z de herhangi bir açık küme olsun. g sürekli olduğundan, $g^{-1}(W)$ kümesi, Y de açıktır. f βlc-sürekli olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(W))=(g\circ f)^{-1}(W)$ kümesi, X de βlc-küme olur. Böylece $g\circ f:X\to Z$ fonksiyonu βlc-süreklidir.

3.23. Teorem. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ βlc-irresolute fonksiyon ve $g:Y\to Z$ βlc-sürekli fonksiyon ise $g\circ f$ fonksiyonu βlc-süreklidir.

İspat. g βlc-sürekli olduğundan her, $V\subset Z$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, Y de βlc-kümedir. f βlc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(V))=(g\circ f)^{-1}(V)$ kümesi, X de βlc-küme olur. Böylece $g\circ f$ fonksiyonu βlc-süreklidir.

3.24. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları βlc-irresolute ise $g \circ f$ fonksiyonu da βlc-irresolutedir.

İspat. V kümesi, Z de βlc-küme olsun. g βlc-irresolute olduğundan, $g^{-1}(V)$ kümesi, Y de βlc-kümedir. f βlc-irresolute olduğundan, $f^{-1}(g^{-1}(V))$ kümesi, X de βlc-küme olur. Böylece $g \circ f$ fonksiyonu βlc-irresolutedir.

3.9. Tanım. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y deki her V açık kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αglc-küme ise f fonksiyonuna αglc-sürekli denir.

3.10. Tanım. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Her $V \subset Y$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de sglc-küme ise f fonksiyonuna sglc-sürekli denir.

3.11. Tanım. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her V açık kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de pglc-küme ise f fonksiyonuna pglc-sürekli denir.

3.12. Tanım. $f:(X,\tau) \to (Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Her $V \subset Y$ açık alt kümesi $f^{-1}(V)$ kümesi, X de βglc-küme ise f fonksiyonuna βglc-sürekli denir.

3.25. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu αglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu αglc-süreklidir.

İspat. 3.1. Teoremin ispatının benzerdir.

3.26. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu sglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu sglc-süreklidir.

İspat. 3.13. Teoremin ispatının benzerdir.

3.27. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu pglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu pglc-süreklidir.

İspat. 3.2. Teoremin ispatına benzerdir.

3.28. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu βglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu βglc-süreklidir.

İspat. 3.19. Teoremin ispatına benzerdir.

3.29. Teorem. (X,τ) $T_{1/2}$-uzayı olsun. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu için aşağıdakiler vardır.

(1) αlc-sürekli $\Leftrightarrow$ αglc-sürekli.

(2) slc-sürekli $\Leftrightarrow$ sglc-sürekli.

(3) plc-sürekli $\Leftrightarrow$ pglc-sürekli.

(4) βlc-sürekli $\Leftrightarrow$ βglc-sürekli.

İspat. 2.28. Lemmadan açıktır.

3.13. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Y uzayındaki her αglc-kümenin ters görüntüsü X de αglc-küme ise f fonksiyonuna αglc-irresolute denir.

3.14. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu verilsin. Y deki her pglc-kümenin ters görüntüsü X de pglc-küme ise f fonksiyonuna pglc-irresolute denir.

3.15. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Y uzayındaki her sglc-kümenin ters görüntüsü X de sglc-küme ise f fonksiyonuna sglc-irresolute denir.

3.16. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Y deki her βglc-kümenin ters görüntüsü X de βglc-küme ise f fonksiyonuna βglc-irresolute denir.

3.30. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. f αglc-irresolute fonksiyon ve g αglc-sürekli fonksiyonu ise $g \circ f$ bileşke fonksiyonu, αglc-süreklidir.

İspat. 3.9. Teoremin ispatına benzerdir.

3.31. Teorem. $f: X \to Y$ pglc-irresolute fonksiyonu ve $g: Y \to Z$ pglc-sürekli fonksiyonu verilsin. Bu durumda $g \circ f$ fonksiyonu pglc-süreklidir.

İspat. 3.10. Teoremin ispatına benzerdir.

3.32. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. f sglc-irresolute fonksiyon ve g sglc-sürekli fonksiyonu ise $g \circ f$ bileşke fonksiyonu, sglc-süreklidir.

İspat. 3.17. Teoremin ispatına benzerdir.

3.33. Teorem. $f: X \to Y$ βglc-irresolute fonksiyonu ve $g: Y \to Z$ βglc-sürekli fonksiyonu verilsin. Bu durumda $g \circ f$ fonksiyonu βglc-süreklidir.

İspat. 3.23. Teoremin ispatına benzerdir.

3.34. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları αglc-irresolute ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu da αglc-irresolutedir.

İspat. 3.11. Teoremin ispatına benzerdir.

3.35. Teorem. pglc-irresolute olan iki fonksiyonun bileşke fonksiyonu da pglc-irresolutedir.

İspat. 3.11. Teoremin ispatına benzerdir.

3.36. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonlar olsun. Eğer f ve g fonksiyonları sglc-irresolute ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu da sglc-irresolutedir.

İspat. 3.18. Teoremin ispatına benzerdir.

3.37. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları βglc-irresolute olsun. Bu durumda ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu da βglc-irresolutedir.

İspat. 3.24. Teoremin ispatına benzerdir.

3.17. Tanım. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu verilsin. Her $V\subset Y$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de αrglc-küme ise f fonksiyonuna αrglc-sürekli denir.

3.18. Tanım. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Y uzayındaki her açık kümenin ters görüntüsü, X de prglc-küme ise f fonksiyonuna prglc-sürekli denir.

3.19. Tanım. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Her $V\subset Y$ açık alt kümesi için $f^{-1}(V)$ kümesi, X de srglc-küme ise f fonksiyonuna srglc-sürekli denir.

3.20. Tanım. $f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonunu alalım. Y deki her açık kümenin ters görüntüsü, X de βrglc-küme ise f fonksiyonuna βrglc-sürekli denir.

3.38. Teorem. Her $\lambda\in\Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \rightarrow Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \rightarrow \prod Y_\lambda$ fonksiyonu αrglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \rightarrow Y_\lambda$ fonksiyonu αrglc-süreklidir.

İspat. 3.1. Teoremin ispatına benzerdir.

3.39. Teorem. Her $\lambda\in\Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \rightarrow Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \rightarrow \prod Y_\lambda$ fonksiyonu prglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \rightarrow Y_\lambda$ fonksiyonu prglc-süreklidir.

İspat. 3.2. Teoremin ispatına benzerdir.

3.40. Teorem. Her $\lambda\in\Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \rightarrow Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \rightarrow \prod Y_\lambda$ fonksiyonu srglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \rightarrow Y_\lambda$ fonksiyonu srglc-süreklidir.

İspat. 3.13. Teoremin ispatına benzerdir.

3.41. Teorem. Her $\lambda \in \Lambda$ için $P_\lambda : \prod Y_\lambda \to Y_\lambda$ izdüşüm fonksiyonu olmak üzere $f : X \to \prod Y_\lambda$ fonksiyonu βrglc-sürekli ise bu durumda $P_\lambda \circ f : X \to Y_\lambda$ fonksiyonu βrglc-süreklidir.

İspat. 3.19. Teoreme benzerdir.

3.42. Teorem. (X,τ) T_{rg}-uzayı olsun. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Bu durumda aşağıdakiler vardır:

(1) αglc-sürekli $\Leftrightarrow$ αrglc-sürekli.

(2) sglc-sürekli $\Leftrightarrow$ srglc-sürekli.

(3) pglc-sürekli $\Leftrightarrow$ prglc-sürekli.

(4) βglc-sürekli $\Leftrightarrow$ βrglc-sürekli.

İspat. 2.31. Lemmadan açıktır.

3.43. Teorem. (X,τ) submaximal ve extremally bağlantısız topolojik uzay olsun. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Bu durumda aşağıdakiler vardır:

(1) lc-sürekli $\Leftrightarrow$ αlc-sürekli $\Leftrightarrow$ slc-sürekli $\Leftrightarrow$ plc-sürekli $\Leftrightarrow$ βlc-sürekli.

(2) αglc-sürekli $\Leftrightarrow$ sglc-sürekli $\Leftrightarrow$ pglc-sürekli $\Leftrightarrow$ βglc-sürekli.

(3) αrglc-sürekli $\Leftrightarrow$ srglc-sürekli $\Leftrightarrow$ prglc-sürekli $\Leftrightarrow$ βrglc-sürekli.

İspat. 2.32. Lemmadan elde edilir.

3.21. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki her αrglc-kümenin ters görüntüsü, X de αrglc-küme ise f fonksiyonuna αrglc-irresolute denir.

3.22. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y deki her prglc-kümenin ters görüntüsü, X de prglc-küme ise f fonksiyonuna prglc-irresolute denir.

3.23. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y uzayındaki srglc-kümenin ters görüntüsü, X de srglc-küme ise f fonksiyonuna srglc-irresolute denir.

3.24. Tanım. $f:(X,\tau)\to(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y deki her βrglc-kümenin ters görüntüsü, X de βrglc-küme ise f fonksiyonuna βrglc-irresolute denir.

3.44. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonlarını alalım. Eğer f αrglc-irresolute fonksiyon ve g αrglc-sürekli fonksiyon ise $g \circ f$ fonksiyonu αrglc-süreklidir.

İspat. 3.9. Teoremin ispatına benzerdir.

3.45. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonlarını alalım. f fonksiyonu prglc-irresolute ve g fonksiyonu prglc-sürekli ise $g \circ f$ fonksiyonu prglc-süreklidir.

İspat. 3.10. Teoremin ispatına benzerdir.

3.46. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. f fonksiyonu srglc-irresolute ve g fonksiyonu srglc-sürekli ise $g \circ f$ fonksiyonu srglc-süreklidir.

İspat. 3.17. Teoremin ispatına benzerdir.

3.47. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonlar olsun. Eğer f βrglc-irresolute fonksiyon ve g βrglc-sürekli fonksiyon ise $g \circ f$ fonksiyonu βrglc-süreklidir.

İspat. 3.23. Teoremin ispatına benzerdir.

3.48. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. f ve g fonksiyonları αrglc-irresolute ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu αrglc-irresolutedir.

İspat. 3.11. Teoremin ispatına benzerdir.

3.49. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. Eğer f ve g fonksiyonları prglc-irresolute ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu prglc-irresolutedir.

İspat. 3.11. Teoremin ispatına benzerdir.

3.50. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları srglc-irresolute ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu srglc-irresolutedir.

İspat. 3.18. Teoremin ispatına benzerdir.

3.51. Teorem. $f: X \to Y$ ve $g: Y \to Z$ fonksiyonları verilsin. Eğer f ve g fonksiyonları βrglc-irresolute ise $g \circ f: X \to Z$ fonksiyonu βrglc-irresolutedir.

İspat. 3.24. Teoremin ispatına benzerdir.

KAYNAKLAR

[1] ABD EL-MONSEF, M. E., EL-DEEB, S. N., MAHMOUD, R. A., 1983, β-open sets and β-continuous mappings, Bull. Fac. Sci. Assiut Univ. A, 12, 77-90.

[2] AROCKIARANI, I., BALACHANDRAN, K., GANSTER, M., 1997, Regular generalized locally closed sets and rgl-continuous functions, Indian J. Pure Appl. Math., 28, 661-669.

[3] AROCKIA RANI, I., BALACHANDRAN, K., 1997, On regular generalized continuous maps in topogical spaces, Kyungpook Math. J., 37, 305-314.

[4] ARSLAN, K., 2006, Topolojide bazı genelleştirilmiş kapalı kümeler, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

[5] BALACHANDRAN, K., SUNDARAM, P., MAKI, H., 1996, Generalized locally closed sets and glc-continuous functions, Indian J. Pure Appl. Math., 27, 235-244.

[6] BECEREN, Y., 1995, Topolojik uzaylarda sürekliliğin ayrışımı, Doktora Tezi, Selçuk Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

[7] BOURBAKI, N., 1966, Elements of Mathematics, General Topolgy, Part 1, Hermann, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., Paris.

[8] DUGUNDJI, J., 1966, Topology, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

[9] GANSTER, M., REILLY, I. L., 1989, Locally closed sets and LC-continuous functions, Internat. J. Math. Math. Sci., 12, 417-424.

[10] GANSTER, M., REILLY, I. L., 1990, A decomposition of continuity, Acta Math. Hungar. 56, 299-301.

[11] HATIR, E., NOIRI, T., YÜKSEL, Ş., 1996, A decomposition of continuity, Acta Math. Hungar. 70, 145-150.

[12] JANKOVIC, D. S., 1983, On locally irreducible spaces, Ann. Soc. Sci. Bruxelles Sér. I, 97, 59-72.

[13] LEVINE, N., 1963, Semi open sets and semi continuity in topogical spaces, Amer. Math. Monthly, 70, 36-41.

[14] LEVINE, N., 1970, Generalized closed sets in topology, Rend. Circ. Mat. Palermo(2), 19, 89-96.

[15] MASHHOUR, A. S., ABD EL-MONSEF, M. E., EL-DEEB, S. N., 1982, On precontinuous and weak precontinuous mappings, Proc. Math. Phys. Soc. Egypt, 53, 47-53.

[16] MASHHOUR, A. S., HASENEIN, I. A., EL-DEEB, S. N., 1982, A note on semi-continuity and precontinuity, Indian J. Pure Appl. Math., 13, 1119-1123.

[17] MASHHOUR, A. S., HASENEIN, I. A., EL-DEEB, S. N., 1983, α-continuous and α-open mappings, Acta Math. Hungar., 41, 213-218.

[18] NASEF, A. A., NOIRI , T., 1998, Strong forms of faint continuity, Mem. Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A Math., 19, 21-28.

[19] Al-NASHEF, B., 2002, A decomposition of α-continuity and semi-continuity, Acta Math. Hungar. 97, 115-120.

[20] NJÅSTAD, O., 1965, On some classes of nearly open sets, Pacific J. Math., 15, 961-970.

[21] NOIRI, T., 1984, On α-continuous functions, Casopis Pest. Mat., 109, 118-126.

[22] NOIRI, T., 1988, Characterizations of extremally disconnected spaces, Indian T. Pure Appl. Math., 19, 325-329.

[23] NOIRI , T., 1996, Mildly normal spaces and some functions, Kyungpook Math. J., 36, 183-190.

[24] PALANIAPPAN, N., RAO, K. C., 1993, Regular generalized closed sets, Kyungpook Math. J., 33, 211-219.