

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**GEOMETRİK VE GRAVİMETRİK METODLARLA
LOKAL JEOİD BELİRLEME VE MODELLEME:
TRABZON İLİ ÖRNEĞİ**

DOKTORA TEZİ

Harita Yük. Müh. Kemal YURT

**EYLÜL 2006
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**GEOMETRİK VE GRAVİMETRİK METODLARLA
LOKAL JEÖİD BELİRLEME VE MODELLEME:
TRABZON İLİ ÖRNEĞİ**

Harita Yük. Müh. Kemal YURT

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Doktor”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04.09.2006
Tezin Savunma Tarihi : 29.09.2006**

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ertan GÖKALP

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Kemal ŞEN

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Cüneyt ŞEN

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Celalettin KARAALİ

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Muhammed ŞAHİN

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Emin Zeki BAŞKENT

Trabzon 2006

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalı Doktora Programında yapılmıştır.

Uydu teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte önemi bir kat daha artan ve jeodezi, jeofizik gibi çalışma konusu yerküre olan disiplinlerde jeoid belirleme çalışmaları bilim adamlarının ilgi odağı haline gelmiştir. Jeoid belirleme çalışmalarından lokal jeoid belirleme konusunu bana öneren, çalışmanın her aşamasında bilgi ve tecrübelerini esirgemeyen saygıdeğer hocam Doç. Dr. Ertan GÖKALP'e minnet ve şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

Doktora tez çalışmasının yürütülmesinde tez izleme komitesinde yer alan, bilgi ve tecrübeleri ile beni yönlendiren ve her türlü desteği veren değerli Prof. Dr. Kemal ŞEN ve Doç. Dr. Cüneyt ŞEN hocalarıma da ayrıca teşekkürü bir borç biliyorum. Çalışmanın başından sonuna kadar emeğini ve desteğini esirgemeyen kıymetli meslektaşım Arş. Gör. Yüksel BOZ ve çalışma konularında fikir alışverişi yaptığım, yıllarca aynı ortamda birlikte çalıştığım sevgili kardeşim Arş. Gör. Kamil KARATAŞ'a da teşekkürlerimi sunuyorum. Beni kendilerine kardeş gören, hoşgörü, güler yüz ve sevgilerini esirgemeyen KTÜ Müh. Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü akademik ve idari kadrolarına da teşekkür ediyorum. Bu çalışma, KTÜ araştırma fonunca desteklenmiş olup desteğinden dolayı bu güzide üniversitemize teşekkürlerimi sunuyorum.

Çalışmalarım süresince göstermiş oldukları sabır ve desteklerinden dolayı eşim Aynur Hanım, oğlum Ayberk Göktuğ ve kızım Ayyüce Gökçe'ye sevgiler sunuyorum. Bu çalışmanın ülkemize, şehrimize ve bilimsel çalışmalara faydalı olmasını temenni ediyorum.

Kemal YURT

Trabzon 2006

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	VII
SUMMARY.....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	XII
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XV
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.1.1. Problemin Tanımı.....	1
1.1.2. Çalışmanın Amacı.....	2
1.1.3. Metodoloji.....	4
1.2. Koordinat Sistemleri.....	5
1.2.1. Ülke Koordinat Sistemi.....	8
1.2.2. WGS84 Koordinat Sistemi.....	9
1.2.3. ITRF Koordinat Sistemi.....	11
1.3. GPS.....	12
1.3.1. Statik Ölçü Yöntemi.....	14
1.4. Gravite ve Gravite Alanı.....	15
1.4.1. Gravite Ölçmeleri.....	18
1.4.1.1. Mutlak Gravite Ölçmeleri.....	18
1.4.1.2. Rölatif Gravite Ölçmeleri.....	21
1.5. Yükseklikler.....	23
1.5.1. Jeopotansiyel Sayı.....	24
1.5.2. Dinamik Yükseklik.....	24
1.5.3. Normal Yükseklik.....	25
1.5.4. Elipsoidal Yükseklik.....	27
1.5.5. Ortometrik Yükseklik.....	28

1.5.5.1.	Geometrik Nivelman ve Ortometrik Yükseklik Hesabı.....	28
1.6.	Jeoid Belirleme Yöntemleri.....	35
1.6.1.	Geometrik Jeoid Belirleme.....	35
1.6.2.	Gravimetrik Jeoid Belirleme.....	37
1.6.2.1.	WGS84 EGM96 Jeoid Ondülasyonu.....	37
1.6.2.1.1.	Sıfır Değer Terimi (N_0) Belirleme.....	39
1.6.2.2.	Kaldır-Koy Tekniği ile Jeoid Belirleme.....	40
1.6.2.2.1.	Global Jeopotansiyel Model.....	41
1.6.2.2.2.	İndirgenmiş Gravite Anomalilerinin Belirlenmesi.....	42
1.6.2.2.3.	Küresel Yaklaşımlı Jeoid Ondülasyonu ve Stokes Kernel Fonksiyonu.....	45
1.6.2.2.4.	Düzlemsel Yaklaşımlı Jeoid Ondülasyonu ve FFT.....	46
1.6.2.2.5.	Topografyanın Dolaylı Etkisi.....	49
1.7.	Jeoid Yüzeyi Modelleri.....	50
1.7.1.	Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Jeoid Yüzeyi Belirleme.....	51
1.7.2.	Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Belirleme.....	54
1.7.2.1.	Ortogonal Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Belirleme.....	54
1.7.2.2.	Ortogonal Olmayan Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Belirleme.....	57
1.7.2.3.	En Uygun Polinomun Belirlenmesi.....	58
1.7.2.3.1.	Model Testi.....	59
1.7.2.3.2.	Uyuşumsuz Ölçüler Testi.....	60
1.7.2.3.3.	Parametrelerin Anlamlılık Testi.....	60
1.7.3.	Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Belirleme.....	61
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	65
2.1.	Çalışma Alanının Tanıtılması.....	65
2.2.	Lokal Jeoid Belirleme Ağının Oluşturulması.....	66
2.3.	GPS Ölçüleri.....	67
2.3.1.	GPS Ölçü Verilerinin Toplanması.....	67
2.3.2.	GPS Ölçü Verilerinin Değerlendirilmesi.....	68
2.3.3.	Lokal Jeoid Belirleme Ağının TUTGA'ya Bağlanması.....	71
2.3.4.	Noktaların ITRF96 Koordinatlarının Hesaplanması.....	74
2.4.	Gravite Ölçüleri.....	76
2.5.	Nivelman Ölçüleri.....	78

2.6.	Jeoid Ondülasyonlarının Hesabı.....	82
2.6.1.	Geometrik Yöntem.....	82
2.6.2.	Gravimetrik Yöntem.....	84
2.6.2.1.	WGS84 EGM96 (Gel-Gitten Bağımsız Sistem) Jeoid Ondülasyonu.....	84
2.6.2.2.	Kaldır-Koy Tekniği.....	86
2.6.2.2.1.	Jeopotansiyel Model ile Jeoid Ondülasyonu.....	87
2.6.2.2.2.	İndirgenmiş Gravite Anomalileri ile Jeoid Ondülasyonu.....	88
2.6.2.2.2.1.	Küresel Yaklaşımlı Stokes Kernel Fonksiyonu ile Jeoid Ondülasyonu.....	89
2.6.2.2.2.2.	Düzlemsel Yaklaşımlı FFT ile Jeoid Ondülasyonu.....	90
2.6.2.2.3.	Topografyanın Dolaylı Etkisi.....	91
2.7.	Jeoid Yüzeyi Modelinin Oluşturulması.....	92
2.7.1.	Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modelinin Oluşturulması.....	92
2.7.2.	Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Modelinin Oluşturulması.....	98
2.8.	GPS/Nivelman Jeoid Modelinin Arazi Ölçüleriyle Test Edilmesi.....	102
3.	BULGULAR VE İRDELEMELER.....	105
3.1.	Jeoid Ondülasyonları Belirleme Modelleri Bulguları ve İrdelemesi.....	105
3.1.1.	Geometrik Yöntem ile Jeoid Belirleme (GPS/Nivelman Jeoidi).....	106
3.1.2.	Gravimetrik Yöntem ile Jeoid Belirleme ve İrdeleme.....	111
3.1.2.1.	WGS84 EGM96 (Gel-Gitten Bağımsız Sistem) Jeoid Ondülasyonu İrdelemesi.....	111
3.1.2.2.	Kaldır-Koy Tekniği ile Jeoid Ondülasyonu ve İrdelemesi.....	113
3.1.2.2.1.	Küresel Yaklaşımlı Stokes Kernel Fonksiyonu ile Jeoid Ondülasyonu.....	113
3.1.2.2.2.	Düzlemsel Yaklaşımlı FFT ile Jeoid Ondülasyonu.....	116
3.1.2.2.3.	Küresel ve Düzlemsel Yaklaşımlı Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması.....	119
3.1.2.2.3.1.	EGM96 Global Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda.....	119
3.1.2.2.3.2.	OSU91A Global Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda.....	122
3.1.3.	Geometrik ve Gravimetrik Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması.....	125
3.1.3.1.	GPS/Nivelman ve WGS84 EGM96 Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması...	126
3.1.3.2.	GPS/Nivelman ve Kaldır-Koy Tekniği Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması.....	128
3.1.3.2.1.	GPS/Nivelman ve Küresel Yaklaşımlı Modellerin Karşılaştırılması.....	128
3.1.3.2.1.1.	EGM96 Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda.....	128
3.1.3.2.1.2.	OSU91A Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda.....	131

3.1.3.2.2.	GPS/Nivelman ve Düzlemsel Yaklaşımlı Modellerin Karşılaştırılması.....	133
3.1.3.2.2.1.	EGM96 Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda.....	133
3.1.3.2.2.2.	OSU91A Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda.....	135
3.2.	Jeoid Yüzeyi Belirleme Modelleri Bulguları ve İrdelemesi.....	137
3.2.1.	Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modeli Oluşturulması ve İrdelemesi.....	137
3.2.1.1.	Ortogonal Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modeli Oluşturulması.....	137
3.2.1.2.	Ortogonal Olmayan Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modeli Oluşturulması.....	139
3.2.2.	Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Modelleri Sonuçlarının İrdelenmesi.....	141
3.2.3.	GPS/Nivelman Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Modelinin Test Ölçüleriyle İrdelenmesi.....	145
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	147
5.	KAYNAKLAR.....	151
6.	EKLER.....	155
	ÖZGEÇMİŞ.....	174

ÖZET

GPS teknolojisinin gelişmesi ile birlikte yatay ve düşeyde konum duyarlılığı fazla olan noktaların belirlenmesinde hızlı gelişmeler sağlanmıştır. GPS ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerden pratikte kullanılan ortometrik yüksekliklere geçişte sadece GPS ölçüleriyle daha duyarlı sonuçlar elde etme çalışmaları artmıştır. Bu çalışmada da, küçük bir bölgenin (yaklaşık 30 km²) geometrik ve gravimetrik lokal jeoid modelleri belirlenmesi amaçlanmıştır. Böylece daha sonra yapılabilecek GPS ölçüleri sonrasında nivelman gibi ilave çalışmalara gerek kalmadan ortometrik yüksekliklere geçişin duyarlı bir şekilde sağlanması hedeflenmiştir. Ayrıca belirlenen jeoid modellerinin karşılaştırmaları yapılarak en uygun modelin hangisi olabileceği irdelenmiştir.

Bu işlemler için Trabzon şehir merkezini kapsayacak şekilde çalışma alanı seçilmiştir. Çalışma alanında uygun dağılımda 39 nokta tesis edilmiştir. Bu noktalara, TUTGA noktalarından bağlantı yapılarak koordinat verilmiştir. Yükseklikler ± 5.03 mm'lik bir karesel ortalama hata ile geometrik nivelmanla taşınmıştır. GPS/Nivelman jeoid modelinin karesel ortalama hatası ± 8.5 mm çıkmıştır. Gravimetrik jeoid belirlemede ise WGS84 EGM96 ve Kaldı-Koy tekniği jeoid belirleme yöntemleri uygulanmıştır. EGM96 ve OSU91A jeopotansiyel modellerin kullanıldığı yöntemlerde gravitenin jeoide olan katkısı küresel yaklaşımlı Stokes Kernel fonksiyonu ve düzlemsel yaklaşımlı FFT ile bulunmuştur. Bu modeller arasında en duyarlı sonucu ± 7.4 cm'lik bir standart sapmayla EGM96 jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel yaklaşımlı jeoid modeli vermiştir.

Noktaların jeoid ondülasyon değerlerinin belirlenmesinden sonra bölge için multikuadratik jeoid yüzey modelleri oluşturulmuştur. Parametrelerinde anlamlılık testini geçen ve birim ölçülerindeki karesel ortalama hatası ± 22.8 cm çıkan 2. derece ortogonal polinom yüzeyi multikuadratik yüzey için trend yüzeyi olarak alınmıştır. GPS/Nivelman multikuadratik jeoid yüzey modelinin arazi ölçüleriyle test edilmesi sonucu ± 1.4 cm'lik bir standart sapmayla maksimum 1.7 cm'lik bir fark oluşmuştur. Bulunan GPS/Nivelman jeoid yüzey modeli ile 2 cm'nin altında bir doğrulukla noktaların jeoid ondülasyon değerlerine ulaşılabilir.

Anahtar Kelimeler: Lokal Jeoid Belirleme, GPS/Nivelman, Kaldır-Koy Tekniği, Küresel Yaklaşım, Düzlemsel Yaklaşım, Multikuadratik Jeoid Yüzeyi

SUMMARY

Local Geoid Determination and Modeling by Geometric and Gravimetric Methods: Case Study for Trabzon Municipality

Thanks to great advances in GPS technology, the positioning precision in horizontal and vertical directions has also improved. The studies to obtain orthometric heights from only GPS measurements have increased. In this study, it is aimed to determine the geometric and gravimetric local geoids of a small area (approximately 30 km²). To obtain the orthometric heights from GPS measurements, without any need to leveling measurements, is the main purpose of this study. It is also examined that which model is the most convenient by comparing the determined geoid models.

In order to achieve these purposes, a region including the city center of Trabzon has been chosen as study area. 39 points have been established in this area and they have been connected with TUTGA points to assign coordinates to them. The heights of these points have been derived from geometric leveling that has a root mean square error (RMSE) ± 5.03 mm. The RMSE of GPS/Leveling geoid model is obtained as ± 8.5 mm. In determining the gravimetric geoid, WGS84 EGM96 and Remove-Restore techniques have been used. In the methods in which the geopotential models EGM96 and OSU91A have been used, the contribution of gravity to geoid has been obtained by Stokes-Kernel function and FFT methods which has spherical approach and planar approach, respectively. The most precise result has been achieved as ± 7.4 cm by spherical approach in which EGM96 geopotential model has been used.

After determining the geoid undulations, multiquadratic geoid surface models have been constituted for the study area. The second order orthogonal polynomial surface has been chosen as trend surface for the multiquadratic surface, since it has passed the significance test and the RMSE of unit weight of it is ± 22.8 cm. At the end of testing the GPS/Leveling multiquadratic geoid surface model with field measurements, the difference has been obtained as 1.7 cm with a RMSE ± 1.4 cm. As a consequence, it is possible to obtain the geoid undulations of the points with an accuracy of 2 cm by means of the product GPS/Leveling geoid surface model.

Key Words: Local Geoid Determination, GPS/Leveling, Remove-Restore Technique, Spherical Approach, Planar Approach, Multiquadratic Geoid Surface

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Elipsoidal koordinatlar (ϕ, λ, h).....	6
Şekil 2. Üç boyutlu kartezyen koordinat sistemi (X,Y,Z).....	7
Şekil 3. WGS84 Koordinat Sistemi.....	10
Şekil 4. GPS ile konum belirleme yöntemleri.....	13
Şekil 5. Merkezkaç kuvvet.....	16
Şekil 6. a) Serbest düşme, b) Düşey atış.....	19
Şekil 7. a) Matematiksel sarkaç, b) Tersinir sarkaç.....	20
Şekil 8. Yaylı Gravimetreler, a) Düşey yaylı terazi, b) Burulma yaylı terazi, c) Eğik düzeltme yaylı yatay kaldırıcı.....	22
Şekil 9. Jeopotansiyel sayı ve dinamik yükseklik.....	24
Şekil 10. Normal yükseklik.....	26
Şekil 11. Pizetti ve Helmert izdüşümü.....	28
Şekil 12. Nivelman.....	29
Şekil 13. Nivelman ve ortometrik yükseklik.....	29
Şekil 14. Elipsoidal yükseklik farkı, ortometrik yükseklik farkı ve jeoid yükseklik farkı arasındaki ilişki.....	36
Şekil 15. Kaldır-Koy tekniği ile gravimetrik jeoid ondülasyonu.....	41
Şekil 16. İki farklı topografik tasvir.....	44
Şekil 17. Ters ağırlık fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi.....	52
Şekil 18. Gauss fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi.....	53
Şekil 19. a) Ağırlıklı ortalama enterpolasyon ve dayanak noktaları, b) Kritik daire, c) Kritik dörtgen.....	53
Şekil 20. Trabzon lokal jeoid belirleme ağı ve çalışma alanı.....	65
Şekil 21. Lokal jeoid belirleme ağı noktası.....	66
Şekil 22. GPS alıcısı ile ölçü yapılırken.....	68
Şekil 23. G_01 ve G_02 noktalarında eş zamanlı uydu verilerinin temizlenmesi.....	69
Şekil 24. WGS84 datumunda GPS ölçülerinin değerlendirilmesi.....	70
Şekil 25. WGS84 datumunda GPS ölçülerinin dengelenmesi.....	71
Şekil 26. Pilye olarak inşa edilmiş bir TUTGA noktası (KLKY Çarşıbaşı).....	72

Şekil 27.	Ağın TUTGA'ya bağlanması.....	73
Şekil 28.	G_28 nolu noktada gravite ölçüsü yapılırken.....	76
Şekil 29.	Nivelman güzergâhı.....	79
Şekil 30.	GPS/Nivelman jeoidi lineer yüzeyi.....	94
Şekil 31.	GPS/Nivelman jeoidi kuadratik yüzeyi.....	95
Şekil 32.	GPS/Nivelman jeoidi kübik yüzeyi.....	95
Şekil 33.	GPS/Nivelman jeoidi bi-lineer yüzeyi.....	96
Şekil 34.	GPS/Nivelman jeoidi bi-kuadratik yüzeyi.....	96
Şekil 35.	GPS/Nivelman jeoidi bi-kübik yüzeyi.....	97
Şekil 36.	GPS/Nivelman jeoidi multikuadratik yüzeyi.....	99
Şekil 37.	WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoid yüzeyi.....	99
Şekil 38.	Küresel yaklaşımli Stokes Kernel jeoid yüzeyi (EGM96).....	100
Şekil 39.	Küresel yaklaşımli Stokes Kernel jeoid yüzeyi (OSU91A).....	100
Şekil 40.	Düzlemsel yaklaşımli FFT jeoid yüzeyi (EGM96).....	101
Şekil 41.	Düzlemsel yaklaşımli FFT jeoid yüzeyi (OSU91A).....	101
Şekil 42.	Test noktaları GPS ölçülerinin değerlendirilmesi.....	102
Şekil 43.	Lokal jeoid belirleme çalışmasında kullanılan jeoid belirleme modellerinin şematik gösterimi.....	105
Şekil 44.	1. boykesit güzergâh noktalarının GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği.....	107
Şekil 45.	2. boykesit güzergâh noktalarının GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği.....	108
Şekil 46.	3. boykesit güzergâh noktalarının GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği.....	108
Şekil 47.	GPS/Nivelman jeoidinin 1. boykesit güzergâhı için oluşturulmuş boykesit grafiği.....	109
Şekil 48.	GPS/Nivelman jeoidinin 2. boykesit güzergâhı için oluşturulmuş boykesit grafiği.....	109
Şekil 49.	GPS/Nivelman jeoidinin 3. boykesit güzergâhı için oluşturulmuş boykesit grafiği.....	110
Şekil 50.	Karadeniz kıyı şeridinde dik olacak şekilde seçilmiş 4 noktadan oluşan bir güzergâhta alınmış, a) GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği, b) GPS/Nivelman jeoidi grafiği.....	111
Şekil 51.	WGS84 EGM96 jeoidinin (gel-gitten bağımsız sistemde) Karadeniz kıyısına paralel şekilde çıkarılmış boykesit grafiği.....	112

Şekil 52.	Kaldır-Koy tekniği ile jeoid belirlemede lokal gravite verisinin katkısının belirlendiği yaklaşımlar.....	113
Şekil 53.	EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanıldığı küresel yaklaşımlı Stokes Kernel çözüm grafiği.....	116
Şekil 54.	EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanıldığı düzlemsel yaklaşımlı FFT çözüm grafiği.....	118
Şekil 55.	Küresel ve Düzlemsel yaklaşımlı jeoid modellerinin karşılaştırılmasının şematik gösterimi.....	119
Şekil 56.	EGM96 global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşımın karşılaştırılması.....	121
Şekil 57.	OSU91A global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşımın karşılaştırılması.....	124
Şekil 58.	Geometrik ve Gravimetrik jeoid ondülasyonlarının karşılaştırılmasının şematik gösterimi.....	125
Şekil 59.	GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoidi karşılaştırmasının grafik gösterimi.....	127
Şekil 60.	GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımlı jeoid grafiği.....	130
Şekil 61.	GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımlı jeoid grafiği.....	132
Şekil 62.	GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoidin birlikte grafik gösterimi.....	134
Şekil 63.	GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoidin birlikte grafik gösterimi.....	136
Ek Şekil 1.	Üç boyutlu kartezyen koordinatlar arasında Helmert benzerlik dönüşümü matlab programı akış şeması.....	155
Ek Şekil 2.	Üç boyutlu kartezyen koordinatlardan coğrafi koordinatlara dönüşüm için matlab programı akış şeması.....	159
Ek Şekil 3.	Coğrafi koordinatlardan 2 boyutlu kartezyen (grid) koordinatlara dönüşüm için matlab programı akış şeması.....	160
Ek Şekil 4.	WGS84 EGM96 jeoid modeli için matlab programı akış şeması.....	161
Ek Şekil 5.	Küresel yaklaşımlı Stokes Kernel çözümlü Kaldır-Koy tekniği matlab programı akış şeması.....	163
Ek Şekil 6.	Düzlemsel yaklaşımlı FFT çözümlü Kaldır-Koy tekniği matlab programı akış şeması.....	166
Ek Şekil 7.	Multiküadratik enterpolasyonla jeoid yüzeyi modeli oluşturma matlab programı akış şeması.....	169

TABLOLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. Ülkemizde kullanılan jeodezik ağlar ve elipsoid parametreleri.....	12
Tablo 2. $\bar{C}_{n,0}$ geometrik katsayılar.....	38
Tablo 3. Ortogonal polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı.....	55
Tablo 4. Ortogonal olmayan polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı.....	58
Tablo 5. GPS ölçüleri oturum planı.....	67
Tablo 6. TUTGA noktalarının ITRF96 koordinatları (1998.0).....	72
Tablo 7. Ortak noktaların WGS84 ve ITRF96 koordinatları.....	74
Tablo 8. Ağ noktalarının 1998.0 epoğundaki ITRF96 koordinatları.....	75
Tablo 9. Sistemler arasındaki Helmert benzerlik dönüşüm parametreleri.....	76
Tablo 10. Noktaların ölçülen, ortalama ve normal gravite değerleri.....	78
Tablo 11. Dinamik indirgeme, ortometrik indirgeme ve indirgenmiş yükseklik farkları.....	81
Tablo 12. Uyuşumsuz ölçüler testi ve ölçü duyarlık analizi.....	82
Tablo 13. Noktaların elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri ile jeoid ondülasyonları...	83
Tablo 14. Bouguer anomalisi ve WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoid ondülasyonu.....	86
Tablo 15. Noktaların global modellerden hesaplanan N_{GM} ve Δg_{GM} değerleri.....	88
Tablo 16. Noktaların küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları.....	90
Tablo 17. Noktaların düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonları.....	91
Tablo 18. Topografyanın dolaylı etkisi.....	92
Tablo 19. Polinomlarla oluşturulan modellerde birim ölçünün karesel ortalama hatası ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması.....	97
Tablo 20. Test noktalarının ITRF96 kartezyen koordinatları.....	103
Tablo 21. Arazide nivelman sonucu bulunan noktalar arası değerler.....	103
Tablo 22. Test noktalarının GPS ve geometrik nivelman ölçüleriyle bulunan jeoid ondülasyonları.....	104
Tablo 23. Boykesit güzergâhları ve güzergâhları oluşturan noktalar.....	106
Tablo 24. Jeoid ondülasyonları minimum ve maksimum olan noktalar.....	107
Tablo 25. Topografik yükseklikleri minimum ve maksimum olan noktalar.....	107

Tablo 26.	Küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonlarının minimum, maksimum ve ortalama değerleri ile standart sapmaları.....	114
Tablo 27.	EGM96 ve OSU91A global model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları ve farkları.....	114
Tablo 28.	Düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonlarının minimum, maksimum ve ortalama değerleri ile standart sapmaları.....	117
Tablo 29.	EGM96 ve OSU91A global model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonları ve farkları.....	117
Tablo 30.	Noktaların, EGM96 global jeopotansiyel model kullanılarak bulunan gravite etkileri ve jeoid ondülasyonlarının küresel ve düzlemsel yaklaşımli çözümü sonuçları.....	120
Tablo 31.	EGM96 global jeopotansiyel modelle bulunan jeoid ondülasyonlarının maksimum, minimum değerleri ve standart sapması.....	120
Tablo 32.	Noktaların, OSU91A global jeopotansiyel model kullanılarak bulunan gravite etkileri ve jeoid ondülasyonlarının küresel ve düzlemsel yaklaşımli çözümü sonuçları.....	122
Tablo 33.	OSU91A global jeopotansiyel modelle bulunan jeoid ondülasyonlarının maksimum, minimum değerleri ve standart sapması.....	123
Tablo 34.	GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 jeoid ondülasyonları arasındaki fark.....	126
Tablo 35.	GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları arasındaki fark.....	129
Tablo 36.	GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları arasındaki fark.....	131
Tablo 37.	GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonları arasındaki fark.....	133
Tablo 38.	GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonları arasındaki fark.....	135
Tablo 39.	Lineer yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları.....	138
Tablo 40.	Kuadratik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları.....	138
Tablo 41.	Kübik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları.....	138
Tablo 42.	Bi-lineer yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları.....	139
Tablo 43.	Bi-kuadratik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları.....	140
Tablo 44.	Bi-kübik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları.....	140
Tablo 45.	WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları.....	141
Tablo 46.	Küresel yaklaşımli Stokes Kernel EGM96 jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları.....	142

Tablo 47.	Küresel yaklaşımı Stokes Kernel OSU91A jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları.....	142
Tablo 48.	Düzlemsel yaklaşımı FFT EGM96 jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları.....	142
Tablo 49.	Düzlemsel yaklaşımı FFT OSU91A jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları.....	143
Tablo 50.	Jeoid modelleri trend yüzeylerindeki birim ölçünün karesel ortalama hataları.....	143
Tablo 51.	Multiküadratik yüzey modellemede K_i katsayıları.....	144
Tablo 52.	Test noktalarının jeoid ondülasyonları ve farkları.....	145

SEMBOLLER DİZİNİ

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$	: Tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayıları
C_p	: P noktasının jeopotansiyel sayısı
DC_{AB}	: A ve B noktaları yükseklik farkına getirilen dinamik düzeltme
F	: Çekim kuvveti
$\vec{F}$	: Kuvvet vektörü
FA	: Gravitedeki serbest hava etkisi
G	: Newton'un çekim sabiti
GM	: Jeodezik çekim sabiti
H	: Ortometrik yükseklik
H^*	: Normal yükseklik
H_p^{din}	: P noktasının dinamik yüksekliği
J	: Atalet momenti
$M \times N$	: x ve y yönlerinde ya da enlem ve boylamlardaki grid sayısı
N	: Jeoid ondülasyonu
N_0	: Jeoid ondülasyonu sıfır değer terimi
N_{GM}	: Jeopotansiyel modelden oluşan jeoid ondülasyonu
N_{Ag}	: İndirgenmiş gravite anomalilerinin jeoide olan etkisi
N_T	: Topografyanın jeoide olan dolaylı etkisi
OC_{AB}	: A ve B noktaları yükseklik farkına getirilen ortometrik düzeltme
P_i	: Dayanak noktaları ağırlık değeri
$\bar{P}_{nm}$	: Tam normalleştirilmiş birinci tür Legendre fonksiyonu
R	: Meridyenin eğrilik yarıçapı
$S(\psi)$	: Stokes Kernel fonksiyonu
T_1, T_2	: Salınım (titreşim) periyotları
V	: Çekim (gravitasyonel) potansiyeli
W	: Gravite potansiyeli
X, Y, Z	: 3 boyutlu kartezyen koordinatlar
a	: Elipsoid büyük yarı eksen
b	: Elipsoid küçük yarı eksen

c	: Klasik arazi düzeltmesi
dm	: Kitle elemanı
dv	: Hacim elemanı
f	: Merkezkaç kuvvet
g	: Gravite
$\bar{g}$	: Ortalama gravite
h	: Elipsoidal yükseklik
n,m	: Küresel harmoniklerin değer ve sırası
x,y	: 2 boyutlu kartezyen (grid) koordinatlar
$1/f$	: Basıklık
ΔH	: İki nokta arasındaki ortometrik yükseklik farkı
ΔN	: İki nokta arasındaki jeoid ondülasyonu farkı
Δg	: Gravite anomalisi
Δg_B	: Bouguer anomalisi
Δg_{FA}	: Serbest hava gravite anomalisi
Δg_{GM}	: Jeopotansiyel modelden elde edilen gravite anomalisi
Δh	: İki nokta arasındaki elipsoidal yükseklik farkı
$\Delta x, \Delta y$	: Arazide x ve y yönlerindeki grid aralığı
$\Delta \phi, \Delta \lambda$	: Enlem ve boylamlardaki grid aralığı
Φ	: Merkezkaç potansiyeli
ψ	: Veri noktası ile ölçü noktası arasındaki fark
β	: Burulma açısı
γ	: Normal gravite
$\bar{\gamma}$	: Ortalama normal gravite
λ	: Jeodezik (elipsoidal) boylam
ϕ	: Jeosentrik enlem
φ	: Jeodezik (elipsoidal) enlem
ρ	: Yoğunluk
ω	: Yeryuvarının açısal hızı
ζ	: Yükseklik anomalisi
σ	: Entegrasyon küresi

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Klasik yersel sistemlerde noktaların yatay konumları farklı, yükseklik bilgileri farklı yöntemlerle belirlenmektedir. Noktaların yatay konumları belirlenirken yüksekliklerine, yükseklikleri belirlenirken yatay konumlarına bakılmayabilir. Bu durumda noktaların hem yatay konumları hem de yükseklik bilgilerine ulaşmada işlem sayısı artmaktadır. Yüksekliklerinin belirlenmesinde doğruluk, ölçme süresi, uygulanabilirlik ve ekonomik bakımdan farklılık gösteren geometrik, trigonometrik, hidrostatik ve barometrik nivelman gibi çeşitli ölçme yöntemleri kullanılmaktadır.

Yapay uyduların devreye girmesiyle birlikte üç boyutlu konum belirleme ve uydu jeodezisi oldukça önem kazanmıştır. Yapay uyduların son derece yararlı olduğu uygulamalardan birisi 1984'ten beri GPS (Global Konum Belirleme) uyduları ile navigasyon ve jeodezik duyarlıkta konum belirlenmesidir. Üç boyutlu konum belirlemede günümüzün en pratik ve hızlı tekniğidir. GPS tekniği, klasik yöntemlerin çoğundan daha duyarlı, daha hızlı ve daha ekonomiktir. Ayrıca daha geniş alanlara uzanan kontrol noktaları tesis etmek mümkündür. GPS'in her türlü hava şartlarında kullanılması ve noktaların birbirlerini görme zorunluluğunun olmaması bu sistemin jeodezik ölçülerde kullanılması nedenlerini artırmıştır.

1.1.1. Problemin Tanımı

GPS ile yatayda birkaç mm düzeyinde doğruluk elde etmek mümkünken, düşeyde aynı durum söz konusu değildir. GPS tekniği, başlangıçta tamamen navigasyon amaçlı geliştirilmiş olup yüksek doğrulukta konum ve yükseklik belirlemede etkin bir teknik olarak düşünülmemiştir (Park, 1998).

GPS ile belirlenen yükseklik doğruluğunu kısıtlayan üç önemli etken vardır. Bunlar;

- Uydu konfigürasyonu ve geometrisi gibi sistem kaynaklı etkenler,
- GPS sinyallerinin atmosfer tabakalarından geçerken özellikle troposferde gecikmeye uğraması ve bunun modellenemesinin güçlüğü (Blewitt, 1993; Dodson, 1995; Featherstone vd., 1998),

- GPS ölçmeleri ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin pratikte kullanılmasının mümkün olmaması, hassas bir jeoid belirleme gerekliliği ve ortometrik yüksekliğe geçişteki hassasiyet kaybı olarak sıralanabilir.

Pratikte kullanılan yükseklik, başlangıç yüzeyi olarak kabul edilen jeoid yüzeyinden olan uzaklıktır. Karaların altında da devam ettiği düşünülerek belirlenen ve ortalama deniz yüzeyine yakın ve potansiyeli W_0 olan jeopotansiyel yüzey, yeryüzü noktaları için başlangıç yüzeyi olup bu yüzey jeoid olarak adlandırılmaktadır (Moritz,1980; Torge,1980). Bu tanımlamaya göre, yeryüzündeki herhangi bir noktadan başlangıç olarak kabul edilen sıfır yükseltili jeoid yüzeyine çekül doğrultusunda inilen dikin boyu o noktanın ortometrik yüksekliği olarak anlaşılmaktadır.

Elipsoidal yükseklikler geometrik yükseklikler olup, pratik ölçme, mühendislik ve jeofizik uygulamalarında fiziksel bir anlamı yoktur (Featherstone, 1998). Pratikte kullanılan ortometrik yüksekliklerin başlangıç yüzeyi olan jeoidi ise matematiksel olarak ifade etmek mümkün olmamaktadır. Bu durumda pratikte kullanılamayan geometrik yüksekliklerden kullanılabilen fiziksel yüksekliklere geçişin sağlanabilmesi gerekmektedir. Bu da ancak ortometrik yüksekliklerin başlangıç yüzeyi olan jeoid yüzeyinin üç boyutlu kartezyen sistemlerle ilişkilendirilebilen ve parametreleri belli olan bir referans elipsoidinden olan elipsoidal yüksekliklerinin belirlenmesiyle mümkündür (Soycan, 2002).

Geometrik yüksekliklerden fiziksel yüksekliklere geçişte işlem adımlarının kısılması ve pratik uygulamaların hız kazanması jeoid yüzeyinin modellenmesi ile mümkün olabilir. Bölgelerde jeoid ondülasyonları bilinen noktalardan hareketle oluşturulacak bir jeoid yüzey modelinin matematiksel ifadesi ara noktaların jeoid ondülasyonlarının elde edilmesinde oldukça kolaylık sağlayacaktır.

1.1.2. Çalışmanın Amacı

Yüksekliklerin bulunmasında nivelman işlemi hem zaman alıcı hem de yorucudur. Bu sorunu GPS gözlemleri ile çözebilmek için ve bulunan ortometrik yüksekliklerin hassasiyetinden emin olabilmek için jeoid ondülasyonlarının hassas olarak belirlenmesi gerekir.

Elipsoid ile jeoid normal olarak çakışmamaktadır. Bunun nedeni, elipsoidin matematiksel olarak tanımlanmasına karşılık jeoidin fiziksel bir yüzey olmasıdır. Jeoid ile elipsoid arasındaki farklılıklar, yeryuvarının gravite alanındaki değişimleri yansıtmaktadır.

Okyanus sularının, homojen ve serbest olarak hareket ettiği ve sadece yeryuvarının gravite alanının etkisinde olduğu dikkate alındığı takdirde, yüzeyin karaların altında da devam ettiği varsayılarak jeoid yüzeyi tanımlanabilir. Jeoid analitik bir yüzey olmadığından matematiksel ifadesi oldukça güçtür (Soycan, 2002).

GPS ile ortometrik yükseklik belirleme ancak jeoid yüksekliğinin bilinmesiyle mümkün olmaktadır. Dolayısıyla GPS'e dayalı ortometrik yükseklik doğruluğu, elipsoidal yüksekliğin ve jeoid yüksekliğinin doğruluğuna bağlıdır. Özellikle, 1990'lı yıllardan sonra GPS'in gelişimine paralel olarak "cm" doğruluklu jeoid elde etmeye yönelik girişim ve araştırmalarda artış göze çarpmaktadır (Park, 1998; Kotsakis ve Sideris, 1999; Zhan ve Yong, 1999; Deniz vd., 2001; Yanalak vd., 2001).

Jeoid yüksekliklerinin belirlenebilmesi; yöntem, kullanılan veri, uygulanabilirlik ve doğruluk bakımından farklılık göstermektedir.

Çok sık kullanılan yöntemler;

- Astro-jeodezik ölçmelerle elde edilen çekül sapması bileşenlerinin kullanımı,
- Yeryuvarı potansiyel katsayıları ile oluşturulan global modeller,
- Gravimetrik ölçmeler,
- Kombine yöntemler,
- GPS destekli ölçmeler,

şeklinde sıralanabilir.

Astro-Jeodezik ölçmelerin yapılması güç ve ekonomik olmayan bir seçenektir. Global yöntemler uzun dalga boylu jeoid değişimlerini göstermekte ve mutlak doğrulukları düşük olup yerel etkileri içermemektedirler. Bu yöntemlerin gravimetrik ölçmelerle desteklenmesi gerekmektedir. Pratikte, jeoiddeki yerel değişimlerin belirlenmesinde kullanılabilecek en etkin ve ekonomik yöntem olarak GPS ile Nivelman ölçmelerinin kombinasyonu kabul edilebilir (Zhan ve Yong, 1999). Rölatif GPS tekniği kullanıldığında elipsoidal yükseklikler yeterli doğrulukta belirlenebilir (Leick, 1990; Hoffmann-Wellenhof vd.,1997). Ortometrik yüksekliklerin ise geometrik nivelman ile belirlenmesi yaygındır.

Bu çalışmada lokal bir bölge seçilerek, seçilen bölgenin geometrik ve gravimetrik jeoid modelleri oluşturulmuştur. Daha sonra oluşturulan bu modellerden farklı enterpolasyon yöntemleri ile jeoid yüzey modelleri belirlenmeye çalışılmış ve bölge için en uygun jeoid yüzey modeli oluşturulması amaçlanmıştır. Bu sayede kullanıcıların bölge içerisinde yapacağı GPS ölçümleri sonrasında nivelman gibi ikinci bir işleme gerek kalmadan yeterli duyarlılıkta ortometrik yüksekliklere ulaşabilmeleri hedefler arasındadır.

Böylece zaman, emek ve ekonomik açıdan ülke ve bölge ekonomisine katkı sağlanmış olacaktır.

1.1.3. Metodoloji

Doktora tezi için çalışma alanı olarak Trabzon merkez ve Pelitli Beldesi yerleşim alanını kapsayan, Giresun yönünde Trabzon şehir girişinden başlayarak Pelitli Beldesi'ni içine alacak şekilde Karadeniz kıyısı sahil şeridi boyunca yaklaşık 13 km, sahilten itibaren sahil şeridine dik 2 km'lik bir alan seçilmiştir. Çalışma alanı içerisinde birbirine yaklaşık 1'er km uzaklıkta ve homojen dağılımda 39 nokta tesis edilmiştir. Nokta koordinatları, L1-L2 frekansına sahip 2 adet Z-Xtreme ve 3 adet Z-Surveyor GPS ölçü aletleriyle Statik GPS ölçü yöntemi kullanılarak ve bölgeye en yakın 4 adet Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı (TUTGA) noktasına bağlantı yapılarak belirlenmiştir.

Noktaların gravite değerleri Worden gravimetre aleti ile rölatif olarak yapılmıştır. Gravite ölçmelerinde, Trabzon Limanı içerisinde bulunan ve gravite değerleri bilinen BG-4087 ve BG-4088 noktaları referans alınmıştır.

Noktalara ortometrik yükseklikler, Topcon-DL101C dijital nivo ölçme aleti kullanılarak geometrik nivelman yöntemi ile taşınmıştır. Nivelmanın 1 km'lik nivelmandaki ölçme hassasiyeti invar miralarla elektronik ölçmelerde 0.4 mm, optik okumalarda 1 mm'dir. Nivelmanda çıkış noktası olarak ortometrik yükseklikleri bilinen DN2 ve DN3 noktaları alınmıştır.

Bu çalışmada noktaların jeoid ondülasyonları geometrik ve gravimetrik olarak belirlenmiştir. Ülkemizde günümüze kadar ED50 datumunda Uluslararası Hayford elipsoidi kullanılmaktaydı. TUTGA'nın oluşturulmasıyla birlikte ITRF96 datumunda GRS80 elipsoidi kullanılmaya başlanmıştır. Bunun içindir ki jeoid ondülasyonları ITRF96 datumuna göre belirlenmiştir.

WGS84 EGM96 jeoid ondülasyonu gel-gitten bağımsız sistemde hesaplanmıştır. EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanıldığı çalışmada kaldır-koy tekniği kullanılarak kombine sistemde jeoid ondülasyonları ayrı ayrı oluşturulmuştur. Kombine sistemde jeoid ondülasyonları belirlenirken indirgenmiş gravitenin jeoidde olan etkisi hem küresel yaklaşımli Stokes-Kernel fonksiyonuyla hem de düzlemsel yaklaşımli FFT ile bulunmuştur. Elde edilen jeoid ondülasyonları arasında karşılaştırmalar yapılarak irdelenmiştir.

Bulunan jeoid ondölasyonlarından yararlanarak jeoid yüzeyi modelleri oluşturulmuştur. Jeoid yüzey modelleri hem polinomlarla hem de multiküadratik yöntemle oluşturulmuş ve birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Daha sonra arazide test noktaları oluşturulmuştur. Test noktalarının jeoid ondölasyonları hem geometrik nivelmanla bulunmuş hem de GPS/Nivelman jeoidi multiküadratik yüzey modelinden hesaplanmış ve multiküadratik yüzey modelinin duyarlılığı test edilmiştir.

1.2. Koordinat Sistemleri

n boyutlu uzayların analitik olarak tanımlanmasında ve incelenmesinde baz olarak alınan analitik ve geometrik kavramlar topluluğu diye ifade edilen koordinat sistemleri, kuramsal matematiğin temel kavramlarından biridir. Gözlemlere dayalı birçok fen bilimleri ile uygulamalı mühendislik disiplinlerinde yaygın kullanım alanı bulan koordinat sistemleri, genelde bu disiplinlerden her birinin böyle n boyutlu yüksek dereceden uzaylarla ilgili sorunlarla uğraşmaması nedeniyle konunun mühendislik veya uygulamalı faaliyetler daha basit seviyelerde; iki ya da üç boyutlu metrik uzaylarda ele alınabilmesine olanak sağlar.

“Yersel ve uydu gözlemlerinden faydalanarak yeryuvarının şeklinin, büyüklüğünün yanında onun bazı gök cisimleri ile olan ilişkilerini ve bunların dış gravite alanlarını belirlemek” şeklinde konu itibarıyla tanımlanabilen jeodezi disiplini üzerinde uğraşılan başlıca faaliyet alanlarından biri jeodezik konum belirlemektir (Dilaver, 1997).

Ölçü, konu ve maksada göre koordinat sistemleri de farklı özellikler gösterirler. Jeodezi biliminde kullanılan başlıca koordinat çeşitleri şunlardır:

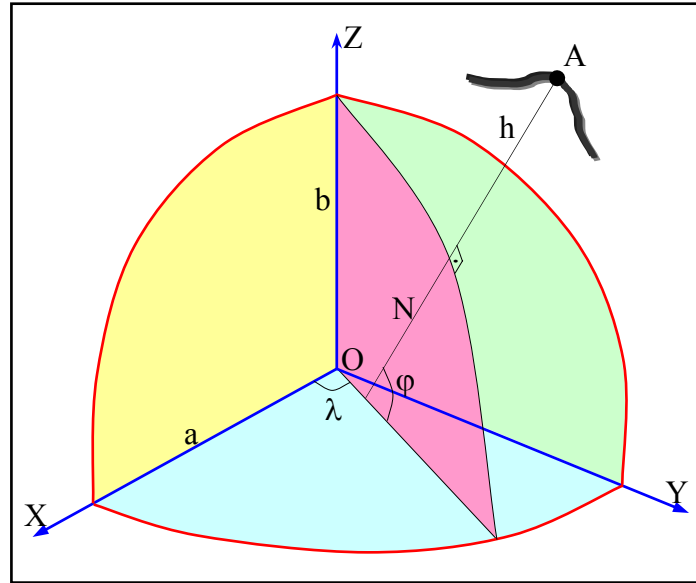
- Coğrafi Koordinatlar (ϕ, λ, h)
- 3 Boyutlu Kartezyen Koordinatlar (X, Y, Z)
- 2 Boyutlu Kartezyen (Grid) Koordinatlar (x, y)

Coğrafi Koordinatlar (ϕ, λ, h): Yeryüzü üzerindeki bir noktanın konumunun enlem ve boylam büyüklükleri ile referans elipsoidine olan uzaklığının tanımlandığı sistemdir.

Sistemin orijini elipsoidin merkezidir. Yersel sistemlerde genellikle elipsoid merkezi ile dünyanın ağırlık merkezi ve elipsoidin küçük yarı eksenini ile dünyanın ortalama dönme eksenini çakışıkır. Elipsoidin küçük yarı ekseninin elipsoidi deldiğı noktalar kutup noktaları olarak adlandırılır. Kutup noktalarını birleştiren daire yayları meridyenleri, meridyenlere dik oluşturulmuş daireler de paralelleri oluşturmaktadır. Paraleller arasından en büyük

paralel (ekvator) başlangıç paraleli, keyfi seçilen bir noktadan geçen meridyen (Londra Greenwich Gözlemevi'nde bulunan gök dürbünün ekseninden geçtiği varsayılan meridyen) ise başlangıç meridyeni alınır. Başlangıç paralelinin kuzeyindeki paraleller kuzey paralelleri, güneyindekiler güney paralelleridir. Başlangıç meridyeninin doğusundakiler doğu meridyenleri, batısındakiler batı meridyenleridir.

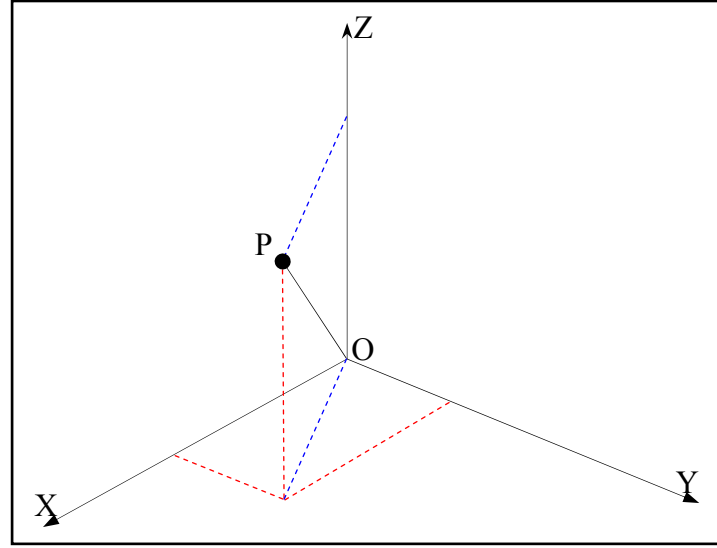
Bir noktanın elipsoid normalinin ekvator düzlemiyle yaptığı açı o noktanın enlemini (φ), noktadan geçen meridyen düzleminin başlangıç meridyen düzlemi ile yaptığı açı noktanın boylamını (λ) gösterir. Boyamlar başlangıç meridyeninden itibaren doğu yönünde ve batı yönünde artarlar. Dolayısıyla 180° doğu ve 180° batı boylamına sahip meridyenler aynı meridyendirler. Bu meridyen tarih değişim meridyeni olarak kullanılır. Yani 180° meridyeninde saat gece yarısı 0^{00} 'da hemen doğusunda 3 Temmuz günü başlarken hemen batısında 4 Temmuz günü başlamış olur (URL-1). Noktanın elipsoid normali boyunca elipsoid yüzeyinden olan mesafesi h elipsoidal yüksekliğidir (Şekil 1).



Şekil 1. Elipsoidal koordinatlar (φ, λ, h)

3 Boyutlu Kartezyen Koordinatlar (X,Y,Z): Üç boyutlu uzayda tanımlanan ve basit oluşu nedeniyle birçok sahalarda kullanım alanı bulan, ortogonal çatılı bir koordinat sistemidir. Sistem karşılıklı birbirine dik 3 referans düzlemi tarafından tanımlanır. Sistemin merkezi referans düzlemlerinin kesiştiği noktadır ki yersel sistemlerde genellikle dünyanın ağırlık merkezidir. Sistemin eksenleri ise referans düzlemlerinin arakesitidir ve (X,Y,Z)

olarak tanımlanır. Sistemde herhangi bir P noktasının konumu, noktadan referans düzlemlerine inilen diklerin uzunluğu ile belirlenir. Yine yersel sistemlerde genel olarak alındığı şekliyle tanımlarsak sistemin Z eksenini, dünyanın ortalama dönme ekseniniyle çakışık olarak alır. X eksenini başlangıç meridyeni (Greenwich) düzlemi ile başlangıç paraleli (ekvator) düzleminin arakesitidir. Y eksenini ise başlangıç paraleli düzlemi üzerinde başlangıç meridyeni düzlemine sistem merkezinde dik olan eksendir (Şekil 2).



Şekil 2. Üç boyutlu kartezyen koordinat sistemi (X,Y,Z)

Bir X vektörü yersel bir sistemde X,Y,Z kartezyen koordinatları ile veya φ , λ , h elipsoidal koordinatlarıyla tanımlanmıştır. Bu dik koordinatlar yerin ağırlık merkezini sistemin başlangıcı olarak alır. X, Y, Z kartezyen koordinatları ile φ , λ , h elipsoidal koordinatları arasındaki ilişki aşağıda verilmiştir.

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (R + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ (b^2 R / a^2 + h) \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

Burada;

φ : Elipsoidal enlem,

λ : Elipsoidal boylam,

h : Elipsoidal yükseklik,

R : Meridyenin eğrilik yarıçapıdır.

2 Boyutlu Kartezyen (Grid) Koordinatlar (x,y): İki boyutlu kartezyen koordinat sistemi olan grid koordinat sistemi işlem kolaylığı ve hızlılığı açısından en yaygın kullanılan koordinat sistemlerinden biridir. Grid koordinat sisteminde x eksenini yukarı değerler, y eksenini ise sağa değerler oluşturmaktadır. Bölgelerde datum olarak alınmış bir noktaya verilen keyfi değerlerle oluşturulan lokal grid koordinatların yanında global sistemlerde de coğrafi koordinatların düzlem tasviri şeklinde kullanılmaktadır. Bu durumda eksenlerin başlangıcı olarak x eksenini için elipsoidin büyük paralel dairesi, y eksenini için bölgeden geçen dilim orta meridyeni alınmaktadır. Dolayısıyla bölgenin dilim orta meridyeni ile ekvatorun kesişme noktası sistemin merkezini oluşturmaktadır. Gereken durumlarda noktanın elipsoid normalini boyunca elipsoidten olan yüksekliği (h) ya da çekül eğrisi boyunca jeoidten olan yüksekliği (H) üçüncü boyut olarak kullanılabilir. Ülkemizde yakın zamana kadar lokal koordinat sistemleri kullanılmakla birlikte konumlamada koordinat birliği sağlanması amacıyla ulusal nirengi ağına dayalı olarak UTM sistemine dönüşüm gerçekleştirilmiştir. Datum olarak da ED50 datumuyla birlikte Uluslararası Hayford elipsoidi kullanılmaktadır. Teknolojideki hızlı gelişmeler ve GPS kullanımının yaygınlaşmasıyla WGS84 sistemi ve ardından da TUTGA'nın oluşturulmasıyla birlikte ITRF sistemi kullanılmaya başlanmıştır. Ülkemizde kullanılan bu koordinat sistemleri aşağıda kısaca incelenmiştir.

1.2.1. Ülke Koordinat Sistemi

UTM sistemi, US Askeri Harita Servisi (AMS) tarafından 1947'de planlanmış olup, Gauss–Krüger tasvirini esas alır. Gauss–Krüger tasvirinin referans yüzeyi elipsoid, hesap yüzeyi düzlemdir. AMS 1972 yılından bu yana, NIMA (National Imagery and Mapping Agency) ismi altında çalışmalarına devam etmektedir. UTM dilim sistemi, Mercator tasviriyle elde edilen Gauss–Krüger koordinatlarıyla askeri haritalar için tanımlanmıştır. Sistem başlangıçta 80° güney ve 84° kuzey enlemleri (kutup bölgeleri hariç) arasında olup, sonradan DoD (Department of Defence of the USA) tarafından tekrar gözden geçirilip tasarlanarak 80° güney ve 80° kuzey enlemleri arasında sınıflandırılmıştır. Enlem sınırları 30° artırılarak UPS (Universal Polar Stereographic) sistemine bindirilmiştir.

UTM, Merkator projeksiyonu olarak adlandırılmasına rağmen, aslında bir projeksiyon değildir ve Gauss Konform veya Gauss–Krüger projeksiyonu olarak da

isimlendirilir. Sistem, temelde 1772 yılında Johann Heinrich Lambert tarafından geliştirilmiştir. Özellikle büyük alanlı ülkeler olan ABD, Kanada, Çin ve Rusya başta olmak üzere, dünyanın tamamında kullanılır.

Gauss–Krüger tasvirinde 3° veya 6° ’lik meridyen dilimleri kullanılmaktadır. Dilim orta meridyeni (λ_0) başlangıç alınarak her dilimin düzleme ayrı ayrı tasviri yapılır. Bu sistemde; doğu-batı yönünde dilim orta meridyeninden her iki tarafını 3° , kuzey-güney yönünde $\pm 80^\circ$ enlem değerlerine kadar olan bölgeler alınır.

Gauss–Krüger tasviri, referans elipsoidi üzerindeki (ϕ, λ) coğrafi koordinatların, konform olarak (x, y) düzlem dik koordinatlara (grid koordinatlar) dönüştürülmesidir. Tasvir gerçekleştirilirken, konformluktan başka iki ilave şartın daha sağlanması istenir:

- Tasviri yapılacak bölgenin takriben ortasından geçen bir λ_0 ana meridyeni, tasvirde düzlem sistemi apsis eksenini olan bir doğru ile gösterilmelidir. Başlangıç meridyeni düzlem tasviri x eksenini olmalıdır.
- Ana meridyenin tasviri uzunluk korumalıdır.

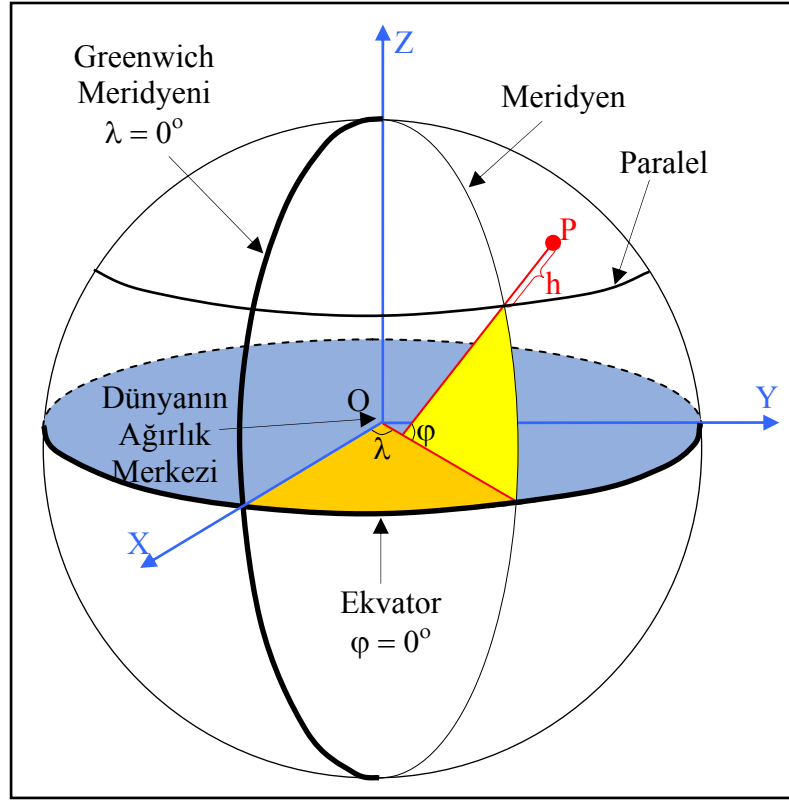
UTM sistemi uluslararası 6° ’lik meridyen dilimleri olarak kullanılmasının yanında, ülkeler içinde 3° ’lik ulusal bölümlene şeklinde de kullanılmaktadır. Bu şekilde kullanım UTM ile karışıklığa sebep vermemesi için Değiştirilmiş UTM (DUTM) veya 3° dilim genişlikli Gauss–Krüger sistemi olarak isimlendirilmiştir. Bu sistemdeki koordinatlarda sağa, yukarı olarak tanımlanır. UTM ile farkları; ölçek faktörünün $m_0=1$ olması ve sağa değerinin başına dilim numarasının eklenmesidir. Gauss–Krüger koordinatlarından farkı, sadece sağa değerindeki negatiflikten kurtulmak için 500000 m değerinin ilave edilmesidir (Kaya, A.1999).

1.2.2. WGS84 Koordinat Sistemi

ABD Savunma Bakanlığı askeri amaçlı olarak dünyanın çeşitli yerlerinin haritasını yapabilmek amacıyla GPS fikrini ortaya koymuştur. Üretilen ürünlerin (haritaların) tek bir referans sistemine sahip olması fikri ile ilk olarak WGS60 jeodezik referans sistemi kullanılmaya başlanmıştır. DMA (The Defense Mapping Agency), 1960’tan bu yana WGS’ler üzerinde çalışmaktadır. Şimdiye kadar dört sistem geliştirmiştir. Bunlar WGS60, WGS66, WGS72 ve WGS84’tür. WGS84 (World Geodetic System of 1984) sistemi jeoiden en yakın olan ve en geniş çaplı uyan bir sistemdir. WGS 84 sistemi yersel ortalama dünya

elipsoidini, dünya gravitasyonel modelini ve diğer jeodezik datumlara dönüşüm parametrelerini içermektedir.

Sistemin merkezi dünyanın ortalama ağırlık merkezidir. WGS84 koordinat sisteminin X eksen, Greenwich meridyeni ile Ekvator düzleminin arakesitidir. Y eksen, X eksenine ekvator düzlemi üzerinde dik olan doğru ve Z eksen de 1984.0 anı için belirlenen dünyanın ortalama dönme eksenidir (Şekil 3).



Şekil 3. WGS84 Koordinat Sistemi

1985'e kadar WGS72 elipsoidi kullanılıyordu. 1985'ten sonra Aralık 1986'ya kadar WGS84 almanak tahmini ve hesapları kullanıldı. Fakat yayımlanan almanak bilgileri WGS72'ye çevrilerek kullanıcıya ulaştırıldı. Ocak 1987'de tam olarak WGS84 sistemi kullanılmaya başlanmıştır.

WGS84 elipsoidinin büyük yarı eksen (a) 6378137 m, küçük yarı eksen (b) 6356752.3142 m, basıklık ise 1/298.257223563'tür.

WGS84 koordinat sistemi 25 adet global dağılmış sürekli doppler istasyonlarından iletilen veriler (koordinatlar) yardımıyla oluşturulmuştur. GPS ölçüleri ile elde edilen koordinatlar WGS84 koordinat sistemindedir (URL-2).

1.2.3. ITRF Koordinat Sistemi

Uluslararası Astronomi Birliği (IAU) ve Uluslararası Jeodezi ve Jeofizik Birliği (IUGG), 1987 yılında IERS'yi (International Earth Rotation and Reference Systems Service) kurdular. IERS 1988 yılında faaliyete geçti. IERS'nin temel amaçlarından birisi, IERS yersel referans sistemini yani ITRS'yi (IERS Terrestrial Reference System) oluşturmaktır. Bu sistemin temel özellikleri;

- Orijini dünyanın merkeziyle çakışık,
- Ana düzlem, 1900–1905 periyodundaki dünyanın ortalama ekvatoruyla çakışık,
- Ana doğrultu, ekvator düzlemi ile Greenwich'den geçen meridyen düzleminin kesişimidir.

Uygulamalarda ITRS, yersel referans çatısı (ITRF) ITRS olarak bilinir. ITRF (IERS Terrestrial Reference Frame), VLBI (Very Long Baseline Interferometry), LLR (Lunar Laser Ranging), GPS (Global Positioning System), SLR (Satellite Laser Ranging) ve DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite) ölçü istasyonlarındaki hız değerleri ve koordinatların değerlendirilmesiyle oluşur. Sırasıyla ITRF88, ITRF89, ITRF90, ITRF91, ITRF92, TRF93, ITRF94, ITRF95, ITRF96, ITRF97 ve ITRF2000 isimleriyle tanımlanan sistemler mevcuttur. Bunlardan her biri, bir öncekine göre bir gelişme gösterir. Her bir ITRF sistemi, bir diğerine 7 dönüşüm parametresi kullanılarak dönüştürülebilir. Bu parametreler IERS tarafından hesaplanmıştır. ITRF'nin ileri veya geri istasyon hızları kullanılarak üretilmesi de mümkündür. Bu hızlar tabaka hareketlerini gösterir. En son ITRF, ITRF2000 olarak isimlendirilmesine rağmen 2001'de yayınlanmıştır. Bu sistem, dünyaya düzgün dağılmış 500 ana istasyondan oluşur.

Bir ITRF sisteminden, daha önce kullanılmamış dünya merkezli kartezyen koordinatlar üretilir. Bu nedenle, elipsoid coğrafi koordinatlara dönüşüm için bir referans elipsoidi kullanılmalıdır. Son ITRF'ye birleştirilen referans elipsoidi, 1980 jeodezik referans sistemi (GRS80) elipsoididir.

Tablo 1. Ülkemizde kullanılan jeodezik ağlar ve elipsoid parametreleri

Ağ Adı	IGS, EUREF	TUTGA	Ulusal Jeodezik Ağ
Datum	WGS84	ITRF96	ED50
Elipsoid	WGS84	GRS80	Uluslararası Hayford
a	6378137	6378137	6378388
b	6356752.3142	6356752.3141	6356911.94613
1/f	1/298.257223563	1/298.25722210	1/297

1.3. GPS

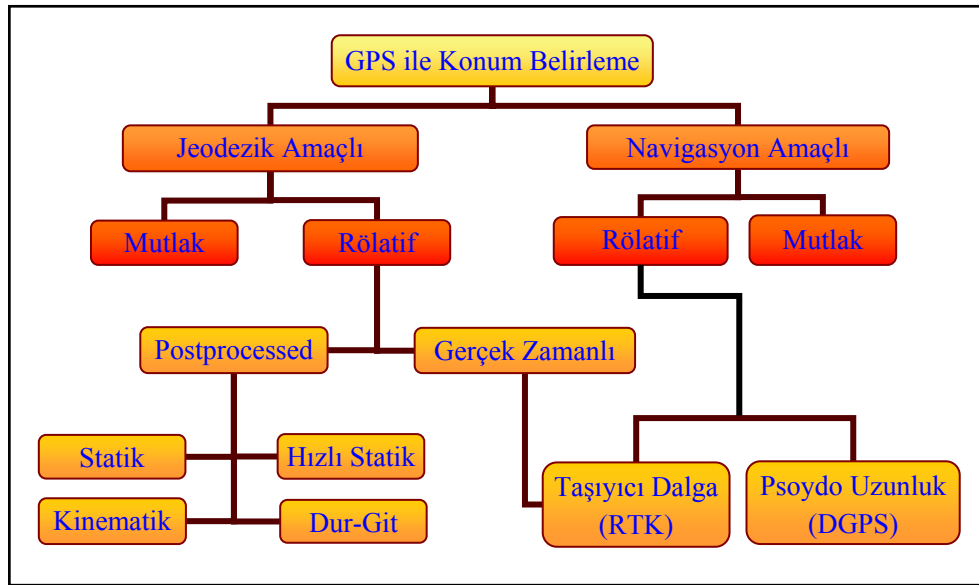
Harita, kadastro, mühendislik ölçmeleri gibi çalışmalar duyarlı noktalar gerektirmektedir. Bu amaçla kullanılan geleneksel yöntemler açı ve kenar gözlemlerine dayanmaktadır. Bu yöntemlerde kenarlar çelik şerit, invar tel ve 1956 tarihinden bu yana da genellikle elektronik mesafe ölçerlerle yapılmakta olup açılar ise teodolitlerle ölçülmektedir. Klasik sistemin en büyük dezavantajı olarak ölçülen noktalar arası görüş zorunluluğu, duyarlığın düşük olması ve ölçümlerin zaman alması sayılabilir.

İlk yapay uydu Sputnik'in 1957 yılında uzaya fırlatılmasıyla birlikte uzay teknolojisinde yeni bir devir başlamış ve bu uyduyu değişik amaçlı diğer uydular izlemiştir. Şimdiye kadar iletişim ve meteorolojiden jeodezik konum belirlenmesine, uzaktan algılamaya kadar binlerce yapay uydu uzaya yerleştirilmiş ve insanlığın hizmetine sunulmuştur. Yapay uydulardan en etkin yararlanan disiplinlerin başında jeodezi ve haritacılık gelmektedir.

Global Konumlama Sistemi (GPS); Amerika Birleşik Devletleri Savunma Bakanlığı tarafından kurulmuş ve 1973 yılında ilk defa denemelere başlamıştır. O zamanki uydu yörüngeleri şimdikinden farklıydı. 18 (asıl) + 3 (yedek) uydu planı hazırlanmıştı. Ancak bu sayı dünyanın her tarafında anlık konum belirlemeye yetmedi. Daha sonra 21+3 planına geçildi. Bu şekilde 24 saat anlık konum belirlenebilmektedir. Şu anda sistem yer merkezinden yaklaşık 20200 km yükseklikte 6 yörünge üzerine oturtulmuş 21 asıl ve 3 yedek uydudan oluşmaktadır. Uyduların periyodu 12^h, frekansları 1575 ve 1228 MHz'dir. GPS ölçüleri sonucu elde edilen koordinatlar WGS84 sistemindedir.

GPS sistemi; çoğu klasik jeodezik ölçme yöntemlerine göre daha hassas, daha hızlı ve daha ekonomik konum belirlemeye olanak vermektedir. Ayrıca her türlü hava şartlarından bağımsız olarak çalışması, noktaların birbirini görme zorunluluğunun olmaması gibi avantajları GPS'in yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır (Gökalp, 1995).

GPS ölçü yöntemlerini jeodezik ve navigasyon amaçlı olmak üzere iki ana başlık altında toplamak mümkündür (Şekil 4). Bu sınıflandırmanın sebebi jeodezik çalışmalarda GPS'den beklenen hassasiyetin navigasyon amaçlı toplanan verilere oranla çok daha hassas olmasıdır. Daha sonraki aşamada her iki ana başlığı da mutlak ve rölatif olmak üzere ikiye ayırabiliriz. Mutlak GPS ölçme yönteminde bir tek GPS alıcısı kullanılır ve nokta konumları, merkezi dünyanın ağırlık merkezi olan bir koordinat sisteminde mutlak olarak belirlenir. Rölatif ölçme yönteminde ise bir noktanın koordinatları başka bir noktanın koordinatları referans alınarak belirlenmektedir.



Şekil 4. GPS ile konum belirleme yöntemleri

GPS ile konum belirlemede kullanılan ölçü yöntemleri; ölçüm yapılacak olan noktanın hareketli veya sabit olmasına, ölçme süresine, istenilen duyarlılığa ve kullanılan alıcılara bağlı olarak statik ve kinematik olmak üzere iki ana başlık altında toplanabilir.

A) Statik

- Statik ölçü yöntemi
- Hızlı statik ölçü yöntemi

B) Kinematik

- Dur-Git (Stop and Go) ölçü yöntemi
- Kinematik ölçü yöntemi
- RTK (Real Time Kinematic) ölçü yöntemi
- DGPS (Differential GPS) ölçü yöntemi

Bu çalışmada GPS ile konum belirlemede kullanılan ölçü yöntemlerinden statik ölçü yöntemi uygulanmıştır. Bu nedenle aşağıda sadece statik ölçü yöntemine değinilmiştir.

1.3.1. Statik Ölçü Yöntemi

Sabit bir istasyonda genellikle 10 sn ile 120 sn arasında değişen aralıklarda statik modda bir saatten birkaç saate kadar GPS ölçüleri alınır.

Sadece bir istasyondaki ölçülerin değerlendirilmesiyle (genellikle pseudorange ölçülerinden) konum belirlemeye statik nokta konum belirlemesi (static point positioning) adı verilmektedir. Bu yaklaşımda, efemerise ve gözlem süresine bağlı olarak 0.5 – 10 m arasında bir duyarlılıkla 3-boyutlu mutlak konum belirlemek mümkündür.

Statik ölçü yöntemi, klasik GPS ölçü yöntemi olup, en yaygın kullanılan tekniktir. Bu yöntem:

- Çok yüksek doğruluk isteyen işlerde,
- Uzun bazlar söz konusu olduğunda,
- Mevcut uydu geometrisi başka bir ölçüm tekniğine olanak vermediğinde,
- Sistematik etkilerin dikkate alınması durumunda (örneğin, iyonosferik etkiler)

en iyi ve en uygun yöntemdir.

Genellikle bu ölçü yönteminde iki veya daha fazla alıcı ile en az 30 dakika ve üzeri zamanla eşzamanlı ölçü yapılmalıdır. 15 km ve üzerindeki bazlar bu yöntemle ölçülür. GPS alıcısının veri kayıt aralığı 10 sn ve üzeridir. Eşzamanlı olarak elde edilen statik GPS ölçümleri rölatif olarak değerlendirilirler. Bu yaklaşımla uydu – alıcı saatlerinin ve atmosferik hataların etkileri çok küçük mertebelere indirilir. Sonuçta her türlü baz uzunluğunda, yatayda 3-5 mm + 1 ppm, düşeyde ise 5-10mm + 1 ppm civarında duyarlılık elde etmek mümkün olacaktır (Gökalp, 1995).

1.4. Gravite ve Gravite Alanı

Newton'un çekim kanununa göre aralarında ℓ kadar uzaklık bulunan m_1 ve m_2 kitleleri birbirlerini kütleleri ile doğru, aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak çekerler. Yani

$$F = G \frac{m_1 m_2}{\ell^2} \quad (2)$$

dir. Burada G , Newton'un çekim sabitidir. Her ne kadar kitleler birbirlerini simetrik olarak çekiyorsa da bunlardan birine çeken diğerine çekilen kitle denir. Üç boyutlu bir koordinat sisteminde bu kitleler konumlandırılırsa aralarındaki çekim kuvveti, büyüklüğü F olan $\vec{F}$ vektörü ile gösterilebilir.

Sayısız kitle elemanlarının birleşiminden oluşan dünya gibi bir nesne, vektörel olan her bir ivmenin toplamıyla hesaplanan P noktasındaki birim kitle üzerinde bir çekime neden olur. Eğer vektörel alandan skaler alana bir geçiş olursa hesaplamalar basitleştirilir. Çekim potansiyeli olan skaler fonksiyon,

$$V = \frac{Gm}{\ell} \quad (3)$$

dir. Bu durumda çekim alanı dönel olmadığından kuvvet vektörü $\vec{F}$, skaler fonksiyon V 'nin gradyen vektörü olur.

$$\vec{F} = \text{grad } V \quad (4)$$

Nokta halindeki kitleler sisteminin ya da dolu cisimlerin çekimi ele alındığı zaman karmaşık durumlarda bile $\vec{F}$ vektörünün üç boyutlu koordinat sistemindeki bileşenleri yerine yalnızca potansiyel ile uğraşılacağından dolayı (4) denklemi hesaplamaları kolaylaştıracaktır.

m kitle elemanından sürekli dağılmış elemanlardan oluşan yerküreye geçiş

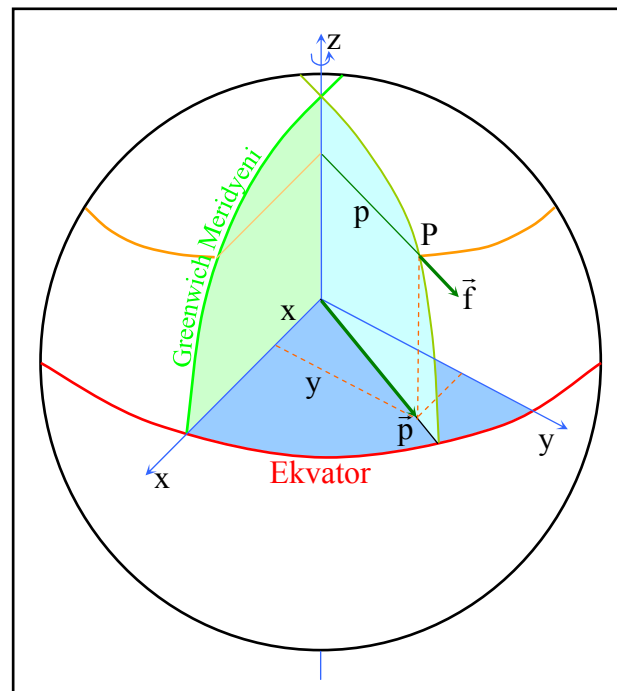
$$dm = \rho dv \quad (5)$$

ile sağlanır. Burada ρ , yoğunluk, dv ise kapalı bir cismin hacim elemanıdır. Üst üste koyma prensibine göre (3)'ten

$$V = G \iiint_v \frac{dm}{\ell} = \iiint_v \frac{\rho}{\ell} dv \quad (6)$$

ile dünyanın gravitasyonel potansiyeli bulunur.

Yeryuvarının kitlesel çekim kuvveti ile merkezkaç kuvvetinin bileşkesi yeryüzünde duran bir cisme etkiyen kuvveti verir. Orijini dünyanın ağırlık merkezi, z eksenine ise dünyanın ortalama dönme eksenine olan sağ sistemde bir sistem ele alınırsa (Şekil 5):



Şekil 5. Merkezkaç kuvvet

Bir birim kitle üzerindeki f merkezkaç kuvveti, dünyanın kendi eksenini etrafında dönmesindeki açısal hızı ω ve kitlenin dönme eksenine uzaklığı p olmak üzere

$$\mathbf{f} = \omega^2 \mathbf{p} \quad (7)$$

ile belirlenir. Kitlenin dünyanın dönme eksenine uzaklığı

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (8)$$

ile hesaplanabilir. Merkezkaç kuvvetine ait $\vec{f}$ vektörü $\vec{p} = (x, y, 0)$ vektörü ile aynı doğrultuda olup

$$\vec{f} = \omega^2 \vec{p} = (\omega^2 x, \omega^2 y, 0) \quad (9)$$

şeklindedir. Merkezkaç kuvvet aynı zamanda Φ merkezkaç potansiyelin gradyeni

$$\vec{f} = \text{grad}\Phi \equiv \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \quad (10)$$

olup,

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (11)$$

şeklindeki bir potansiyelden de türetilabilir:

Çekim kuvveti ile merkezkaç kuvvetin bileşkesi olan toplam kuvvete gravite denir. Gravitenin potansiyeli (W), çekim kuvvetinin potansiyeli (V) ile merkezkaç kuvvetin potansiyelinin (Φ) toplamına eşittir. Yani

$$W = W(x, y, z) = V + \Phi = G \iiint_V \frac{\rho}{\ell} dv + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (12)$$

dır. İntegral tüm yeryuvarını kapsamaktadır. Gravite vektörü, gravite potansiyelinin gradyenine eşittir. Yönü ise potansiyelinin en hızlı değiştiği doğrultuyu gösterir, yani W ile tanımlanan yüzeyin normali boyuncadır.

Uzayın herhangi bir noktasında gravite potansiyeli W , (12) ile belirlenebiliyorsa yeryuvarının gravite alanı biliniyor demektir. Φ analitik bir fonksiyon olduğundan W 'nin belirlenmesi V 'nin bulunmasıyla mümkündür. Uydu yörüngelerinin belirlenmesi çalışmalarına başlanılmasından bu yana yeryuvarının dış çekim potansiyeli

$$V(\phi, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \right] \quad (13)$$

şeklinde sonlu küresel harmonik serilerle gösterilmektedir (Rapp, 1997, Garcia, 2002). Burada;

ϕ, λ, r : Sırasıyla jeosentrik enlem, boylam ve yarıçap,

$n_{\max}$: Küresel harmonik açılımının maksimum derecesi,

GM : Newton'un evrensel çekim sabiti ve yeryuvarının kütlesi çarpımı (ya da kısaca jeodezik çekim sabiti),

a : Ekvatorial yarıçap,

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$: Tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayılar,

$\bar{P}_{nm}$: Tam normalleştirilmiş birinci tür Legendre fonksiyonudur.

Aynı W potansiyeline sahip noktaların oluşturduğu geometrik yüzeye nivo yüzeyi denir. Bu durumda yerküre içinde sonsuz sayıda nivo yüzeyi tanımlanabilir. Ancak bu nivo yüzeylerinden biri vardır ki W potansiyeli sifıra eşittir. Durgun deniz yüzeyine neredeyse çakışık olan bu yüzeye Listing (1872) jeoid adını vermiştir.

1.4.1. Gravite Ölçmeleri

1.4.1.1. Mutlak Gravite Ölçmeleri

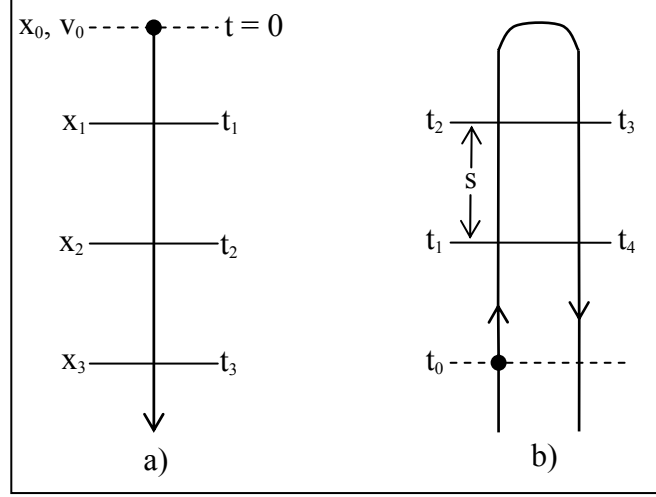
Mutlak gravite, uzunluk ve zaman ölçmeleriyle belirlenmektedir. Bu noktada serbest düşme ve düşey atış metotları sarkaç metotları kadar önemlidir. Bir serbest düşme deneyi için $x=g$ entegrasyonu nedeniyle x yolu ve t düşüş zamanı arasında

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{g}{2} t^2 \quad (14)$$

ilişkisi vardır. x_0, v_0 entegrasyon sabitleri cismin t_0 anındaki konum ve hızını verir. Cisim eğer 3 seviye düşerse x_0 ve v_0 elimine edilebilir. Bu durumda Şekil 6a'da da görüldüğü gibi

$$g = 2 \frac{(x_3 - x_1)(t_2 - t_1) - (x_2 - x_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)(t_3 - t_2)} \quad (15)$$

yazılabilir.



Şekil 6. a) Serbest düşme, b) Düşey atış

Simetrik bir yükseliş ve düşüş için yani düşey atışta (Şekil 6b) sadece s mesafesi kadar ayrılan iki seviyede kesişme anlarındaki t_1 , t_2 , t_3 ve t_4 zamanlarını ölçmek yeterlidir. Böylece (14) formülünden de yararlanarak

$$g = \frac{8s}{(t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_2)^2} \quad (16)$$

bağıntısı elde edilir. Ancak $\pm 10^{-8}$ rölatif doğruluk elde etmek için ($\pm 0.01 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ ile uyuşan) 1 m'lik bir uzunluk $\pm 0.01 \text{ } \mu\text{m}$, 0.5 sn'lik bir düşüş zamanı da $\pm 2 \times 10^{-9}$ sn doğrulukta ölçülmelidir. Temel hata kaynakları, kütlelinin fırlatılması sırasında oluşan sarsıntı ve mikrosismik hareketlerin neden olduğu alet parazitlerine bağlıdır. Buna hava direnci etkileri de dahildir. Düşey atış için bu parazit etkiler hızla orantılı bir şekilde kaldırılır.

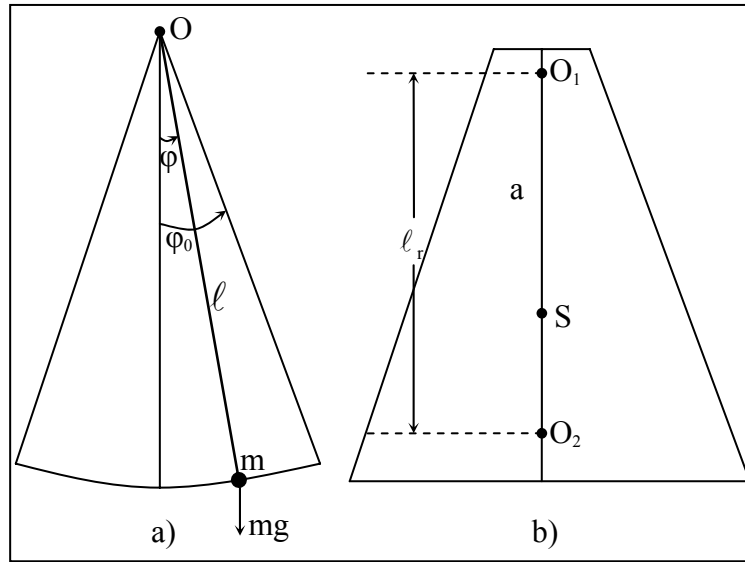
Sarkaç metodu, periyot ölçümüne ve serbest salınımdaki sarkacın ℓ uzunluğuna dayanır. Ağırlıksız bir ip üzerinde nokta kütle salınımı olan matematiksel bir sarkaç için

$$\ell\ddot{\varphi} + g \sin \varphi = 0 \quad (17)$$

diferansiyel denklemi vardır. Burada φ , fazdır (Şekil 7a). Entegrasyon

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}\left(1 + \frac{\varphi_0^2}{16} + \dots\right)} \quad (18)$$

titreşim periyoduna yol açar. φ_0 değeri genellikle 30°'nin altında kalır.



Şekil 7. a) Matematiksel sarkaç, b) Tersinir sarkaç

Matematiksel sarkaç sert biçimde gerçekleştirilemez. Bununla birlikte, eğer

$$\ell_r = \frac{J}{ma} \quad (19)$$

küçültülmüş sarkaç uzunluğu ile ℓ yerine konursa (17) ve (18) formülleri fiziksel sarkaç için de kabul edilir. Burada,

J : O dönme eksenini ile ilgili atalet momenti,

a : O dönme eksenini ile S kütle merkezi arasındaki mesafedir.

Bir tersinir sarkaç (Şekil 7b) için aynı T titreşim periyodunu veren O_1 ve O_2 asılma noktaları arasındaki uzaklık ile ℓ_r belirlenebilir (Torge, 1980).

1.4.1.2. Rölatif Gravite Ölçmeleri

Gravitedeki Δg gravite farkı ölçümü rölatif (bağıl) gravite ölçümü olarak adlandırılır. Bu durum mutlak gravite ölçümünden çok daha kolaylık sağlar. Sağlanan kolaylık sarkaç ve gravimetre ölçümlerinde de görülmektedir.

Bir sarkaç ölçümünde aynı sarkacın T_1 ve T_2 salınım periyotları, $P_1 (g_1)$ ve $P_2 (g_2)$ gibi iki noktada ölçülür. Sarkacın ℓ uzunluğunun aynı olduğu düşünülürse bazı basit işlemlerden sonra

$$\Delta g_{12} = g_2 - g_1 = 2g_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} + \dots \quad (20)$$

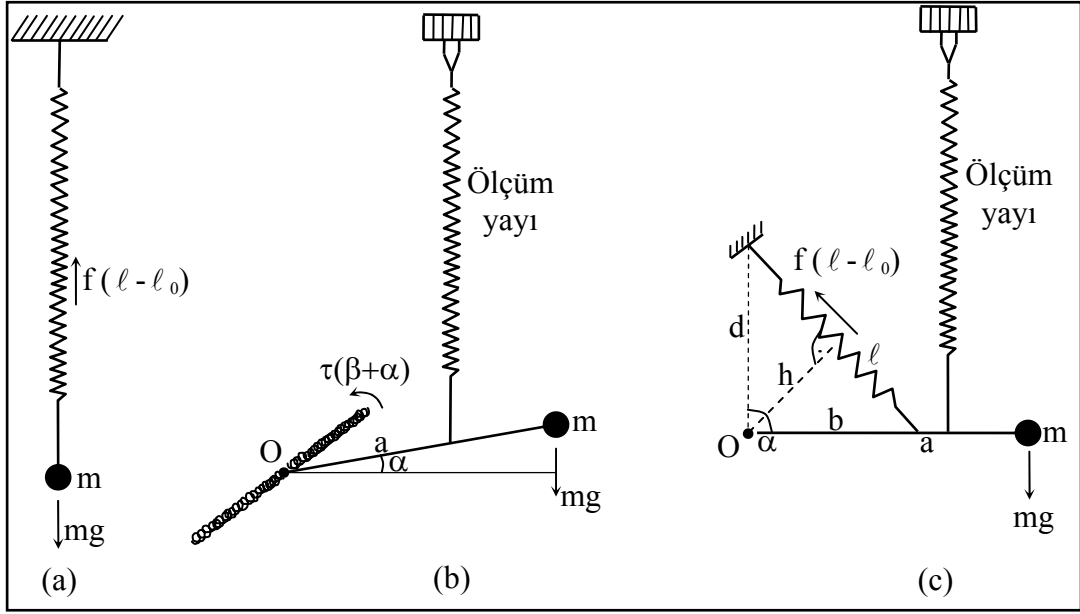
denklemini elde edilir. Böylece mutlak belirleme durumuna göre burada uzunluk ölçümü gerekmez; öyle ki herhangi bir fiziksel sarkaç (genellikle, $\ell = 0.25$ m) kullanılabilir. Zaman ve konumdan bağımsız etkiler kaldırılır. Alan ölçmelerinde daha büyük rezonans etkilerini elimine etmek için zıt fazlı sallanan iki sarkaç kullanılır. Sarkaç boylarındaki değişimler birkaç sarkaç çifti kullanılması ve defalarca tekrarlanan ölçümlerle kısmen giderilir. Sarkaç kullanılarak gözlemlenmiş bir gravite farkı belirsizliği $\pm 0.01 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ olur. Daha doğru ve ekonomik olan gravimetrelerin icadıyla sarkaç ölçmelerinin popüleritesinde azalma olmuştur (sarkaç aparatlarının sökölüp kurulması ve ölçümün yapılması için gerekli zaman yaklaşık 1 gündür, buna karşılık gravimetreler için bu süre 5 dakikadır).

Rölatif gravimetreler bir yaylı terazi ilkesine dayanır (Şekil 8). Yerçekimi ivmesi ve elastik yay gücünün etkilediği bir m kütlesinin denge konumu ölçülür. Nadiren kullanılan çevirimsel (translational) sistemler ve dönel (rotational) sistemler arasında farklılık gözlenir.

Bir çevirimsel sistemde (düşey yaylı terazi) denge durumu

$$mg - f(\ell - \ell_0) = 0 \quad (21)$$

ile verilir. Burada f yay sabiti, ℓ ve ℓ_0 yayın kütle yüklü ve yüksüz durumundaki uzunluklarıdır.



Şekil 8. Yaylı Gravimetreler a) Düşey yaylı terazi, b) Burulma yaylı terazi, c) Eğik düzeltme yaylı yatay kaldırma

(21) denklemini de göstermektedir ki Δg gravite değişimi ile $\Delta \ell$ uzunluk farkı arasında

$$\Delta g = \frac{f}{m} \Delta \ell = \frac{g}{\ell - \ell_0} \Delta \ell \quad (22)$$

gibi lineer bir ilişki vardır.

Dönel sistemler bir m kitlesini kaldıran ve O eksenini etrafında dönen bir kaldırıca bağlıdır. Denge, yatay bir burulma yayı ya da düşey veya eğik düzeltme yayına bağlı olarak sağlanır. Burulma yaylı terazisi için dönme momentleri dengesini

$$mg \cos \alpha - \tau(\beta + \alpha) = 0 \quad (23)$$

denklemini verir. Burada;

a : Kaldıraç uzunluğu,

α : Kaldıracın yatayla yaptığı açı,

τ : Burulma sabiti,

β : Yayın ilk burulma açısı

dır. $\alpha = 0$ için Δg ile $\Delta \alpha$ sapma açısı arasında

$$\Delta g = \frac{\tau}{ma} \Delta \alpha = \frac{g}{\beta} \Delta \alpha \quad (24)$$

şeklinde lineer bir ilişki vardır. Bir başka deyişle eğik düzeltmeli yatay kaldırma için Δg ile $\Delta \alpha$ arasında lineer olmayan bir ilişki vardır. Burada $d\alpha/dg$ duyarlılığı, uygun seçilen m , f , a , b , d , ℓ_0 ve α alet sabitleriyle iki üç kat daha fazla geliştirilebilir.

Ölçümlerde gravimetrelerin $\pm 0.01 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ doğruluğa ulaşması için okuma mekanizmaları ve yayların esnekliğinde yüksek kararlılık göstermesine ihtiyacı vardır. Alışılmış dönel sistem durumunda kaldırma, her ölçü noktasında ölçü yayı ile gösterge konumuna (yatay) getirilir. Düzeltme miktarı hassas kılavuz vidası veya diğer bazı ayarlarla ölçülür. Farklı optik, fotoelektrik ve kapasitif sistemler terazi kolunu gözlükler. Yay esnekliği 10^{-8} ($\pm 0.01 \times 10^{-5}$ 'e uygun) kararlılığını birkaç saat göstermelidir (iki istasyon arasındaki taşımada gerekli zaman aralığı). Yay için kullanılan materyaller NiFe alaşımı (küçük termoelastik katsayı) ve kuartz (lineer termoelastik katsayı, küçük ısı genleşme katsayısı) içerir. Ek olarak, ölçme sistemi dış çevre değişimlerinden korunmalıdır (Torge, 1980).

1.5. Yükseklikler

Bir noktanın yüksekliği, o nokta ile herhangi bir referans yüzeyi arasındaki referans yüzeyi normaline ya da çekül eğrisi boyunca uzanan mesafesidir. Dolayısıyla yükseklik, noktanın konumunu belirten boyutlardan bir tanesidir. Bir noktanın yüksekliğinin bulunabilmesi için öncelikle referans yüzeyinin belirlenmesi gerekir. Pratikte yeryüzündeki bir noktanın yüksekliği denince, o nokta ile bir nivo yüzeyi olan jeoid arasındaki ilişki anlaşılır. Jeoid ile fiziksel yeryüzündeki nokta arasındaki uzaklık geometrik veya fiziksel anlamlarla yorumlanabilir. Bir yeryüzü noktasının çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığı, yüksekliklerin fiziksel bir tanımıdır.

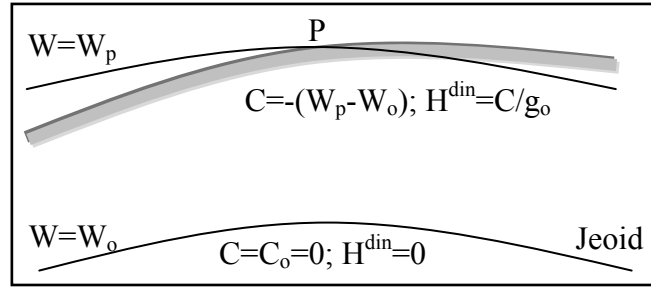
Kitleler arasındaki çekim ve merkezkaç kuvvetlerinin etkisi altında kalan jeoidin yeryüzü noktalarına göre konumu tam olarak bilinmemektedir. İstenen konumun anlatılabilmesi için çeşitli yükseklikler tanımlanmıştır. Değişik kabullere göre tanımlanan bu yükseklikler, jeopotansiyel sayı, dinamik yükseklik, normal yükseklik, elipsoidal yükseklik ve ortometrik yükseklik olarak adlandırılmıştır.

1.5.1. Jeopotansiyel Sayı

Bir P yeryüzü noktasından geçen nivo yüzeyinin potansiyeli (W_P) ile jeoidin potansiyeli (W_0) arasındaki fark, P noktasının jeopotansiyel sayısı olarak adlandırılır. Şekil 9'da görüldüğü üzere jeoidin jeopotansiyel sayısı sıfıra eşittir. P noktasının jeopotansiyel sayısı C_P için şu ifade yazılabilir.

$$C_P = W_0 - W_P = -\int_0^P dw = \int_0^P g * dh \quad (25)$$

C'nin birimi (g.p.u) jeopotansiyel birimdir ve bu da kgal*metre'ye eşittir. Jeopotansiyel sayı her ne kadar uzunluk boyutuna sahip değilse de nivelman yolundan bağımsız ve yükseklikler için doğal bir ölçüttür (Heiskanen ve Moritz, 1966).



Şekil 9. Jeopotansiyel sayı ve dinamik yükseklik

1.5.2. Dinamik Yükseklik

Jeopotansiyel sayılar seçilen sabit bir γ_0 normal gravite değerine bölünürse, uzunluk birimine geçer ve böylece elde edilen yüksekliklere dinamik yükseklikler denilir. Buna göre herhangi A ve P noktalarının dinamik yükseklikleri;

$$H_A^{din} = \frac{C_A}{\gamma_0} \quad ; \quad H_P^{din} = \frac{C_P}{\gamma_0} \quad (26)$$

olur. Bunlar arasındaki fark için ise,

$$H_P^{\text{din}} - H_A^{\text{din}} = \Delta H_{A,P}^{\text{din}} = (C_P - C_A) / \gamma_o = \Delta C_{AP} / \gamma_o \quad (27)$$

denklemini yazılabilir. Dinamik yükseklikleri (26) ve (27) bağıntıları yardımıyla hesaplayabilmek için jeopotansiyel sayılar ya da bunların farkları önceden belirlenmiş olması gerekir. Ölçmelerde çoğu kez nivelman sonuçları bir dinamik düzeltme ile yükseklikler farkına dönüştürülür.

Jeopotansiyel sayıda olduğu gibi dinamik yüksekliklerde de jeoidin dinamik yüksekliği sifıra eşittir. Her nivo yüzeyine karşılık gelen tek bir dinamik yükseklik değeri vardır. Her iki nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktalar arasındaki dinamik yükseklik farkları eşittir. Dinamik yükseklikler biliniyorsa diğer yükseklikler kolayca hesaplanabilir.

1.5.3. Normal Yükseklik

$W(x,y,z)$ potansiyel fonksiyonunun bilinmesi durumunda yeryuvarının gerçek gravite alanının kesin bir matematiksel ifadesi yapılabilir. Ancak W 'nin bilinmesi için birçok ölçü yapılması gerekir. Bu kadar çok sayıda ölçü yapılması mümkün olmadığından matematiksel bir gravite alanı, gerçek gravite alanına yakın bir yaklaşımla tanımlanır. Bu alana normal gravite alanı denir. Dünyanın gravite alanının normal gravite alanı olduğu kabul edilirse şu eşitlikler yazılabilir.

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (28)$$

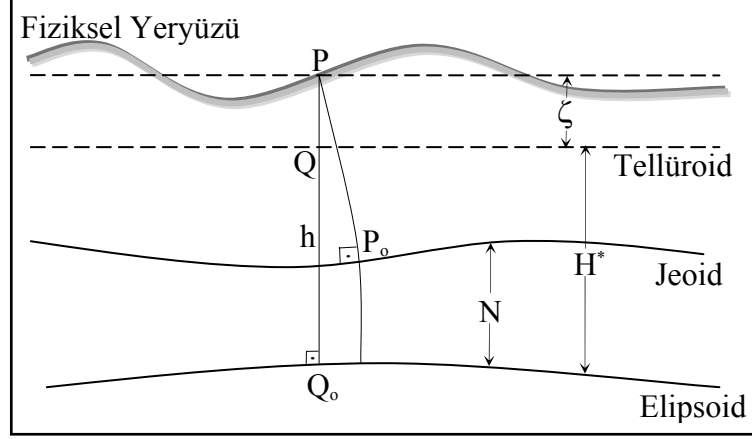
$$C_P = \bar{\gamma} H^* \quad (29)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (30)$$

Burada H^* normal yüksekliktir. Normal yükseklik, bir P yeryüzü noktasından geçen çekül eğrisi boyunca elipsoid yüzeyinden normal potansiyeli yeryüzü noktasının gerçek potansiyeline eşit Q noktasına kadar olan uzaklıktır. Normal potansiyelleri eşit noktaların oluşturduğu yüzeye de tellüroid yüzeyi denir.

Astronomik koordinatlardan yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyi tellüroid belirlenebilir. Elipsoidten yeryüzüne olan düşey uzaklık h ile elipsoidden tellüroide olan düşey uzaklık H^* arasındaki fark bize yükseklik anomalisini verir (Şekil 10).

$$\zeta = h - H^* \quad (31)$$



Şekil 10. Normal yükseklik

Bu iki yükseklik arasındaki fark $N=h-H$ jeoid ondülasyonuna karşılık gelir. Bu ilişkiden yararlanarak;

$$H + N = H^* + \zeta \quad (32)$$

$$H - H^* = \zeta - N \quad (33)$$

yazılarak $(\zeta-N)$ şu şekilde gösterilebilir:

$$(\zeta - N) = \frac{-(\bar{g} - \bar{\gamma})}{\bar{\gamma}} H = \frac{-\Delta g}{\bar{\gamma}} H \cong \frac{-\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (34)$$

Δg yaklaşık olarak Bouguer anomalisine eşittir. $\bar{\gamma}$ ise çekül eğrisi boyunca ortalama normal gravitedir.

Tellüroid bir nivo yüzeyi değildir. Yeryüzündeki her P noktasına genel olarak farklı bir $W=W_P$ jeopotansiyel yüzey karşılık gelir. Bu problemi çözmek için okyanuslar

üzerinde $\zeta=N$ olup diğer taraflarda jeoide çok yakın olan bir yüzey elde edilmiş ve bu yüzeye Molodensky tarafından kuasijeoid (Quasi-Geoid) adı verilmiştir (Berber ve Karaali, 2006). Bununla beraber kuasijeoid de bir nivo yüzeyi değildir ve hiçbir fiziksel anlamı yoktur. Bu jeoide benzer bir yüzeye çağrışım yaptırıp geleneksel kavramları baz almak şeklinde düşünülmelidir. Bu açıdan bakıldığında ortometrik yüksekliğin jeoidden olan yükseklik olması gibi, bir noktanın normal yüksekliği kuasijeoidden olan yüksekliği olarak da tanımlanabilir (Kartal, 1998).

1.5.4. Elipsoidal Yükseklik

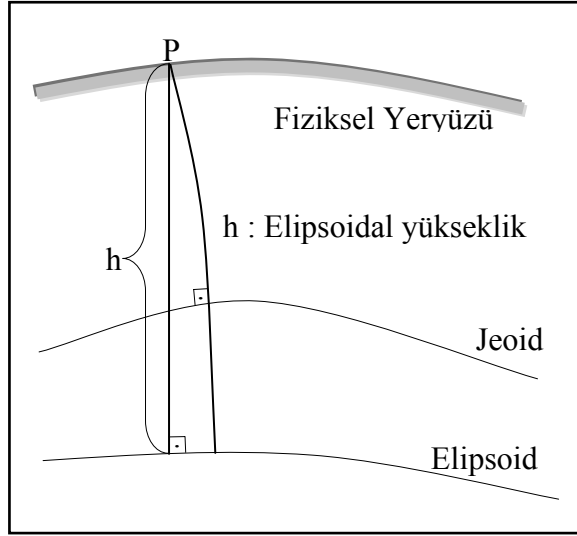
Elipsoid, büyük yarı eksen (a) ve küçük yarı eksen (b) ile belli olan elipsin küçük yarı eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan geometrik bir yüzeydir. Elipsoidin basıklık (f), eğrilik yarıçapı (R), birinci eksentrisite (e^2) ve ikinci eksentrisite (e'^2) gibi diğer parametreleri bu iki değerden türetilir. Elipsoid, matematiksel hesaplamalarda oldukça kolaylık sağlaması ve yeryuvarının şekline çok yakın olmasından dolayı jeodezik çalışmalarda genellikle ölçüler indirgenerek referans yüzey olarak kullanılmaktadır.

Elipsoidal yükseklik (h) ise, bir yeryüzü noktasının elipsoid normali boyunca elipsoid yüzeyinden olan uzaklığıdır. Elipsoid yüzeyi üzerinde matematiksel hesapları doğrudan yapmaya imkân verdiğinden, fiziksel yeryüzünde yapılan ölçüler bir izdüşüm yöntemine göre elipsoid yüzeyine indirgenir. Bunun için iki izdüşüm yöntemi vardır. Bunlar Pizetti ve Helmert izdüşüm yöntemleridir.

Pizetti izdüşüm yönteminde, fiziksel yeryüzü noktasında yapılan ölçülerin önce çekül doğrultusu boyunca jeoid üzerine izdüşümü yapılır. Daha sonra jeoid üzerine iz düşürülen değerler elipsoid yüzeyine indirgenir.

Helmert izdüşüm yönteminde ise fiziksel yeryüzündeki nokta, hesap yüzeyi olan dönelel elipsoide bu elipsoidin normali boyunca iz düşürülür. Pek çok amaç için Helmert ve Pizetti izdüşümü arasındaki fark dikkate alınmayabilir.

Helmert izdüşümünde özellikle elipsoidal koordinatların (ϕ, λ, h) dik koordinatlara (X,Y,Z) doğrudan dönüşüm imkânı gibi pratik üstünlükleri olduğundan bu izdüşüm yöntemi daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Pizetti yönteminde indirgeme iki aşamalı olduğundan izdüşüm daha fazla uğraş gerektirir (Şekil 11).



Şekil 11. Pizetti ve Helmert izdüşümü

Kartezyen koordinatlar jeodezik boylam (λ), jeodezik enlem (φ) ve elipsoidal yüksekliğe (h) dönüştürülebilir. Bu dönüşüm bazı referans elipsoidlerine veya sferoide (dönel elipsoid) bağlı olarak yapılır.

Dik koordinat sisteminin başlangıcı elipsoidin merkezi, Z dönme eksen, X eksen 0° Greenwich boylamına, Y eksen de Greenwich'in doğusundaki 90° boylama sahip olmak üzere dik koordinatlarla elipsoid koordinatları arasında (1) denklemi ile dönüşüm sağlanmaktadır.

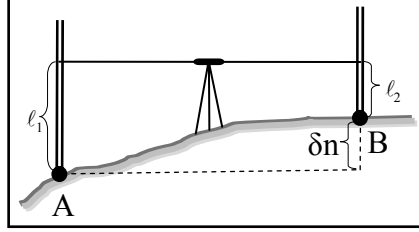
1.5.5. Ortometrik yükseklik

Ortometrik yükseklik, yeryüzü noktasının çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığıdır. Ortometrik yükseklik, noktanın bulunduğu yerdeki gravite değerine bağlıdır. Yani aynı nivo yüzeyi üzerinde farklı iki noktanın ortometrik yükseklikleri de farklıdır. Bu yüzden ortometrik yükseklik kavramı geometrik bir anlamdan daha çok fiziksel bir anlam taşır. Ortometrik yükseklikler, nivelman yüksekliklerine dinamik yüksekliklerden daha çok yaklaşırlar. Çünkü ortometrik düzeltmeler genellikle daha küçüktür.

1.5.5.1. Geometrik Nivelman ve Ortometrik Yükseklik Hesabı

Geometrik nivelman, yükseklik farkları alınacak iki noktaya düşey doğrultuda miralar tutularak aralarına konulacak bir nivo yardımıyla mira okumaları farklarının (δn)

bulunması ilkesine dayanır. A ve B gibi iki nokta arasındaki mira okumaları farkı bize bu noktalar arasındaki yükseklik farkını vermektedir (Şekil 12).

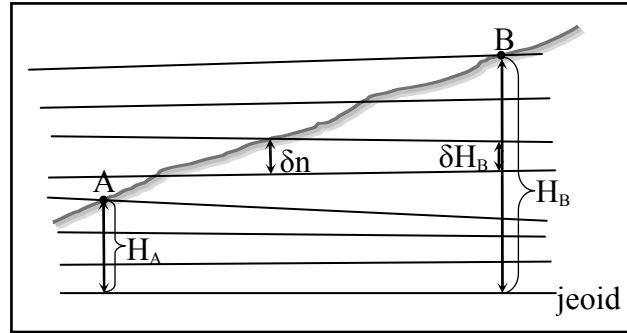


Şekil 12. Nivelman

$$\delta n = l_1 - l_2 \quad (35)$$

$$\Delta n_{AB} = \sum_A^B \delta n = \int_A^B dn \quad (36)$$

Ancak kapalı bir nivelman güzergâhı ölçüldüğünde hiçbir ölçü hatası olmasa bile tüm yükseklik farklarının cebirsel toplamının kesinlikle sıfır olmadığı görülür. Bu durum da nivelmanın ilk bakıştan daha karmaşık yapıda olduğunu göstermektedir.



Şekil 13. Nivelman ve ortometrik yükseklik

Şekil 13'te gösterilen ilke dikkatli incelendiği takdirde konu daha iyi anlaşılabilir. A ile B noktaları birbirinden yeterince uzak olurlarsa Şekil 12'deki işi birçok kez yenilemek gerekir. A ile B arasındaki nivelmandan bulunan yükseklik farklarının toplamı, H_A ve H_B ortometrik yükseklikleri farkına eşit olmayacaktır. Çünkü nivelmanın verdiği δn miktarları

seviye yüzeylerinin paralel olmaması nedeniyle H_B 'deki δH_B miktarlarından farklıdır (Yurt vd., 2005). W potansiyelindeki artma miktarı δW ile gösterilirse;

$$\delta W = -g\delta n \quad (37)$$

olur. Burada g nivonun bulunduğu yerdeki gravitedir. Nivelman sonucu ile ortometrik yükseklik arasında dolaysız bir geometrik bağıntı yoktur. Eğer nivelmanla birlikte gravite de ölçülmüşse (37)'den hareketle

$$W_B - W_A = -\sum_A^B g\delta n \quad (38)$$

elde edilir. Böylece nivelman gravite ölçüleriyle donatılarak fiziksel bir büyüklük olan potansiyel farkı hesaplanabilir (Heiskanen and Moritz, 1966).

Jeoid üzerinde bulunan bir O noktası ile bu noktadan hareketle bir nivelman bağlantısı yapılan A noktası arasındaki potansiyel fark;

$$C = W_0 - W_A = \int_0^A gdn \quad (39)$$

olur. Burada jeoiddeki potansiyel (W_0) ile A noktasındaki potansiyelin (W_A) farkı, A 'nın jeopotansiyel sayısıdır. Bir potansiyel fark olarak jeopotansiyel sayı C , ilgili noktayı deniz düzeyine bağlayan nivelman yolundan bağımsızdır. C 'nin birimi (g.p.u.) jeopotansiyel birimdir.

$$1 \text{ g.p.u.} = 1 \text{ kgal metre} = 1000 \text{ gal metre}$$

1955'te Floransa'da Uluslararası Jeodezi Komisyonu'nun bir alt komisyon toplantısında jeopotansiyel sayı benimsenmiş ancak sonradan

$$H^{\text{din}} = C/\gamma_0 \quad (40)$$

şeklinde tanımlanan dinamik yükseklikler kullanılmıştır. γ_0 genellikle 45° olarak alınan keyfi bir standart enlemdeki normal gravitedir. Bu değerin uluslararası elipsoid için

$$\gamma_{45}^0 = 980.6294 \text{ gal}$$

olduğu görülür.

Doğrudan nivelmanla bulunan Δn_{AB} yükseklik farkının, bazen küçük bir düzeltme eklenerek dinamik yükseklik farkına dönüştürülmesi uygun olur.

(40) eşitliği

$$\begin{aligned} \Delta H_{AB}^{\text{din}} &= H_B^{\text{din}} - H_A^{\text{din}} = \frac{1}{\gamma_0} (C_B - C_A) = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B g \, dn = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0 + \gamma_0) \, dn \\ &= \underbrace{\int_A^B dn}_{\Delta n_{AB}} + \underbrace{\int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \, dn}_{DC_{AB}} \end{aligned} \quad (41)$$

olarak

$$\Delta H_{AB}^{\text{din}} = \Delta n_{AB} + DC_{AB} \quad (42)$$

biçiminde yazılabilir. Buradaki

$$DC_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \, dn = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n \quad (43)$$

dinamik düzeltmedir (Heiskanen and Moritz, 1966).

P yeryüzü noktasından geçen çekül eğrisinin jeoidle kesim noktası P_0 ile gösterelim. P'nin potansiyel sayısı, P noktasındaki potansiyel (W) ile P_0 'daki potansiyelin (W_0) farkına eşittir. Yani;

$$C = W_0 - W \quad (44)$$

dir. (39) denklemi dikkate alındığında yoldan bağımsız C,

$$C = \int_0^H g dH \quad (45)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlik H'yi kapalı bir biçimde içermektedir. H'yi veren açık bir ifade ise

$$dC = -dW = g dH \quad , \quad dH = -\frac{dW}{g} = \frac{dC}{g} \quad (46)$$

den hareketle,

$$H = -\int_{W_0}^W \frac{dW}{g} = \int_0^C \frac{dC}{g} \quad (47)$$

şeklinde elde edilir. Ancak bu yol pratikte pek kullanışlı değildir. H'nin bulunması (45)'in biraz değiştirilmesiyle sağlanabilir. Yani,

$$C = \int_0^H g dH = H \frac{1}{H} \int_0^H g dH = \bar{g} H \quad (48)$$

tır. Burada gösterilen $\bar{g}$, jeoid (P_0 noktası) ile yeryüzü (P noktası) arasındaki çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalama değeridir.

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (49)$$

Eğer $\bar{g}$ değeri biliniyorsa H;

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (50)$$

formülünden kolayca bulunabilir. $\bar{g}$ 'yi hesaplayabilmek için (49) eşitliğini

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g(z) dz \quad (51)$$

şeklinde yazalım. Burada $g(z)$, z yüksekliğine sahip Q değişken noktasındaki gerçek gravitedir. Prey indirgemesi göz önüne getirilirse,

$$g(z) = g + 0.0848 (H-z) \quad (52)$$

olarak bulunur. Bu formül (51)'de yerine konursa,

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H [g + 0.0848(H-z)] dz = \frac{1}{H} gz + \frac{1}{H} 0.0848 \left[Hz - \frac{z^2}{2} \right]_0^H \quad (53)$$

şeklini alır. İşlemi sadeleştirdiğimizde $\bar{g}$ değeri

$$\bar{g} = g + 0.0424 * H \quad (54)$$

olur. $\bar{g}$ değeri, P_0 noktasındaki Prey indirgemesi yardımıyla bulunan g_0 gravite değerinden hareketle

$$\bar{g} = \frac{1}{2} (g + g_0) \quad (55)$$

şeklinde de alınabilir. Bu şekilde kullanım Mader (1954) tarafından önerilmiştir. Burada $\bar{g}$ değerinin çekül eğrisi boyunca doğrusal değiştiği kabul edilmiştir (Yurt vd., 2005). (50)'de değerler yerine konulursa noktanın ortometrik yüksekliği aşağıdaki şekilde bulunur.

$$H = \frac{C}{g + 0.0424H} \quad (C : \text{g.p.u.}, g : \text{gal}, H : \text{km}) \quad (56)$$

Yüksekliği bilinen bir noktadan bir başka noktaya yükseklik taşındığı zaman yükseklik farkına ortometrik düzeltme de getirilmesi gerekmektedir. Bu düzeltmeyi bulmak için tersten bir yaklaşım sergileyelim. Yani,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \quad (57)$$

yükseklik farkına A ve B noktalarındaki dinamik yükseklikler bir eklenip bir çıkarılırsa

$$\begin{aligned} \Delta H_{AB} &= H_B - H_A + H_A^{\text{din}} - H_A^{\text{din}} + H_B^{\text{din}} - H_B^{\text{din}} \\ &= H_B^{\text{din}} - H_A^{\text{din}} + H_A^{\text{din}} - H_A - H_B^{\text{din}} + H_B \end{aligned} \quad (58)$$

şeklını alır. Buradan hareketle,

$$\Delta H_{AB} = \Delta H_{AB}^{\text{din}} + (H_A^{\text{din}} - H_A) - (H_B^{\text{din}} - H_B) \quad (59)$$

bulunur ve (42)'de verilen

$$\Delta H_{AB}^{\text{din}} = \Delta n_{AB} + DC_{AB} \quad (60)$$

yerine konursa,

$$\Delta H_{AB} = \Delta n_{AB} + DC_{AB} + DC_{A_0A} - DC_{B_0B} \quad (61)$$

ya da

$$\Delta H_{AB} = \Delta n_{AB} + OC_{AB} \quad (62)$$

bulunur. Burada belirtilen OC_{AB} , ortometrik düzeltmedir. (61)'de ilgili formüller yerlerine konursa,

$$\Delta H_{AB} = \Delta n_{AB} + \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (63)$$

şeklini alır (Heiskanen and Moritz, 1966). Daha sonra B noktasının ortometrik düzeltme getirilmiş yüksekliği

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} \quad (64)$$

formülü yardımıyla kolayca bulunur.

1.6. Jeoid Belirleme Yöntemleri

1.6.1. Geometrik Jeoid Belirleme

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte koordinatları elde etmek için birbirini gören noktalarda klasik yöntemlerle çok yorucu ve zaman alıcı olan açı ve kenar ölçmeleri yapılırdı. GPS kullanılarak koordinatların elde edilmesinde noktalarının birbirini görme zorunluluğu ortadan kalkmıştır ve nirengi ağlarının kurulması daha kolay ve esnek hale gelmiştir.

Bununla birlikte GPS ile elde edilen yükseklikler geleneksel yükseklik ölçme yöntemleri (nivelman) ile elde edilen yüksekliklerden farklı bir yükseklik sistemindedir. GPS verilerinden elipsoidal yükseklik h kolaylıkla elde edilebilir. Nivelman ile ortometrik yükseklikler (H) elde edilir, bu yükseklikler jeoide göre belirlenir. Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

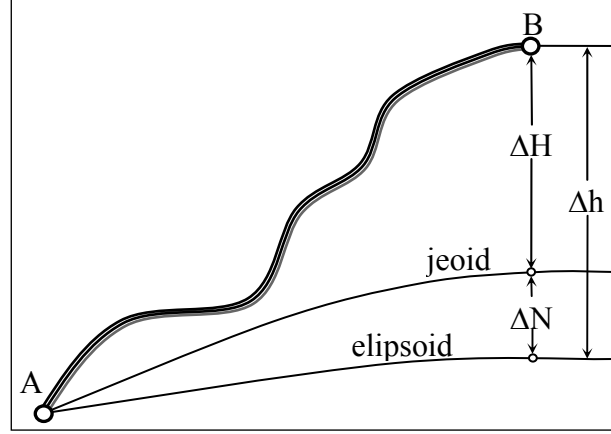
$$h = H + N \quad (65)$$

Burada, N jeoid yüksekliğidir. Yukarıdaki eşitlik GPS/Nivelman yöntemine göre jeoid belirlemenin temel eşitliğidir. Eğer bir noktada ortometrik yükseklik (H) ve elipsoidal yükseklik (h) biliniyorsa jeoid yüksekliği (N) kolaylıkla bulunabilir.

Son yıllarda GPS/Nivelman yöntemine göre elde edilmiş jeoid yükseklik değerlerini veri olarak kullanan polinom ve bulanık mantık ilkelerine göre jeoid yüksekliğini belirleme çalışmaları hesap kolaylığı ve doğru sonuçlar vermesi bakımından tercih edilmektedirler. Her iki hesaplama yönteminde de bölgeyi temsil edecek şekilde yeterli sayıda nokta bulunması gerekmektedir. Polinomlarla hesapta en az 5. dereceye kadar katsayıların

belirlenmesi, bulanık mantık ilkelerinde ise alt küme sayısının doğru sonucu verecek şekilde seçilmesi gerekmektedir.

Jeoid yüksekliği bilinen bir A noktasından hareket ederek B noktasının jeoid yüksekliği ondülasyon farkının (ΔN) rölatif olarak belirlenmesiyle bulunabilir (Şekil 14).



Şekil 14. Elipsoidal yükseklik farkı, ortometrik yükseklik farkı ve jeoid yükseklik farkı arasındaki ilişki

A noktasında jeoid ve elipsoid çakışık olarak düşünülürse;

$$\Delta h = \Delta N + \Delta H \quad (66)$$

eşitliği yazılabilir. A ve B noktası arasındaki elipsoidal yükseklik farkı olan Δh , rölatif GPS ölçmeleri ile yeterli doğrulukla belirlenebilir (Leick, 1990; Hoffmann-Wellenhof vd.,1997). Ortometrik yükseklik farkı ΔH da, nivelman yöntemleri ile ölçülebilmektedir. Bu durumda ΔN jeoid yükseklik farkı, (66) eşitliğinden kolayca hesaplanabilir. Şekil 14 ve denklem (66)'da da görüldüğü gibi, bu şekilde belirlenmiş jeoid yükseklik farkı doğruluğu, elipsoidal yükseklik farkı doğruluğu ve ortometrik yükseklik farkı doğruluğuna bağlıdır (Schödlbauer vd.,1992).

1.6.2. Gravimetrik Jeoid Belirleme

1.6.2.1. WGS84 EGM96 Jeoid Ondülasyonu

Jeodezik uygulamalarda dünya için temel üç referans yüzeyi kullanılır. Bunlar, dünyanın topografik yüzeyi (fiziksel yeryüzü), bir dönel elipsoide ait olan geometrik yüzey ve jeoiddir. Jeoid, ortalama durgun deniz yüzeyi ile oldukça birleşmiş dünya gravite alanının W potansiyeli sabit olan eşpotansiyelli yüzeyidir.

Bir jeoid yüzeyi geliştirildiği zaman bu yüzey üzerinde herhangi bir yeri temsil eden W potansiyel sabiti en uygun elipsoidin U_0 normal potansiyeline eş olmaya zorlanır. WGS84 büyük yarı eksen ve bugünkü en uygun değer arasındaki fark 0.54 m'dir. Jeoid terimlerinde bu etki jeoidin “sıfır-basamak” ondülasyonunun uygulamasında kullanılır (NIMA, 1997). Genel olarak uygulamalarda jeoid, ortalama deniz seviyesi yükseklikleri için düşey referans yüzeyi gibi kullanılmıştır. Nivelmanla elde edilemeyen yükseklik verisinin bulunduğu alanlarda ortometrik yüksekliğin kullanımı

$$h = H + N \quad , \quad H = h - N \quad (67)$$

denkleminde elde edilir.

Bazı ülkeler ortometrik yükseklikleri normal yüksekliklerle ve jeoid ondülasyonlarını yükseklik anomalileriyle yer değiştirirler. Yükseklik anomalilerinin bu kullanımı jeoid ile yeryüzü arasındaki kütlelerin yoğunluğuna dair zanları elimine eder. Böylece (67) denklemi yeniden yazılırsa

$$h = H + N = H^* + \zeta \quad (68)$$

olur. Burada

H^* : Normal yükseklik

ζ : Yükseklik anomalisi

dir. WGS84 EGM96 Jeoid ondülasyonlarında yükseklik anomalisi

$$\zeta(\phi, \lambda, r) = \frac{GM}{\gamma(\phi)r} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (69)$$

formülü ile hesaplanır. Burada 2’den 10’a kadar olan 0’lı bölge katsayıları dinamik WGS84 EGM96 katsayılar ve geometrik belirlenmiş katsayılar arasındaki farklardır.

$$\bar{C}_{n,0} = \bar{C}_{n,0(\text{dinamik})} - \bar{C}_{n,0(\text{geometrik})} \quad (70)$$

Tablo 2’de 2’den 10’a kadar olan 0’lı bölge geometrik katsayıları verilmiştir.

Tablo 2. $\bar{C}_{n,0}$ geometrik katsayılar

$\bar{C}_{2,0}$ (geometrik)	-0.484166774985E-03
$\bar{C}_{4,0}$ (geometrik)	0.790303733511E-06
$\bar{C}_{6,0}$ (geometrik)	-0.168724961151E-08
$\bar{C}_{8,0}$ (geometrik)	0.346052468394E-11
$\bar{C}_{10,0}$ (geometrik)	-0.265002225747E-14

Jeoid ondülasyonu ise

$$N(\phi, \lambda) = N_0 + \zeta(\phi, \lambda, r) + \frac{\Delta g_{BA}(\phi, \lambda)}{\bar{\gamma}} H(\phi, \lambda) \quad (71)$$

formülü yardımıyla bulunur (NIMA, 1997). Burada,

Δg_{BA} : Bouguer gravite anomalisi

$\bar{\gamma}$: Normal gravitenin ortalama değeri

$H(\phi, \lambda)$: Ortometrik yükseklik

tir. Δg_{BA} Bouguer gravite anomalisi

$$\Delta g_{BA}(\phi, \lambda) = \Delta g_{FA}(\phi, \lambda) - 0.1119 * H(\phi, \lambda) \quad (72)$$

ile bulunur. Formülde bulunan serbest hava gravite anomalisi $\Delta g_{FA}(\phi, \lambda)$,

$$\Delta g_{FA}(\phi, \lambda) = g_p + FA - \gamma \quad (73)$$

denklemleri ile hesaplanır. Burada,

g_p : Hesap noktasında gözlemlenmiş gravite,

FA : Gravitedeki serbest-hava etkisi,

γ : Hesap noktasındaki normal gravitedir.

1.6.2.1.1. Sıfır Değer Terimi (N_0) Belirleme

N_0 değeri, r ve γ 'daki değişim yüzünden enleme bağımlı olacaktır. Yine de, değişim ortalama değer alınabilecek kadar küçüktür. Sıfır değer terimini yazarsak

$$N_0 = \frac{GM - GM_0}{r\gamma} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma} \quad (74)$$

dır. Burada r ve γ olarak elipsoid üzerindeki ortalama değerler alınır. WGS84 elipsoidine bağlı olarak

$$r = 6371007 \text{ m} ; \quad \gamma = 9.797645 \text{ ms}^{-2}$$

dir. Burada GM , GM_0 , W_0 ve U_0 'ın belirlenmesine ihtiyaç duyulur. GM_0 değeri WGS84 elipsoidinin güncelleştirilmiş GM için olanı kabul edilebilir. Bu değer IERS sayısal standartlarda verilen değerle özdeş olan $3.986004418 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ 'dir. GM 'nin en iyi değeri Uluslararası Jeodezi Birliği'nin (IAG) tavsiyelerine dayalı aynı değer için alınabilir. Bu durumda (74) denklemindeki ilk terim sıfırdır.

(74) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terimi hesaplamak için artırılmış WGS84 elipsoid parametrelerine dayalı U_0 'ın belirlenmesiyle izlenen jeoid yüzeyindeki ideal potansiyeli belirleme veya kabul etme ihtiyacı duyulacak ilk şeydir. Bursa (1995)'nin belirtilen

$$W_0 = 62636856.88 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

değeri sürekli bir gel-git sistemde verilen a ve f değer grubuyla tutarlıdır. Çalışma konusu olan gel-gitten bağımsız sistemde

$$a = 6378136.46 \text{ m} \quad ; \quad f = 1/298.25765$$

değerlerine sahiptir.

U_0 'ın belirlenmesi için artırılmış WGS84 elipsoid parametreleri

$$a = 6378137.00 \text{ m}$$

$$f = 1/298.257223563$$

$$GM = 3.986004418 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{s}^{-2}$$

$$\omega = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ sec}^{-2}$$

dir. ω değeri dünyanın ortalama açısal hızıdır. Bu dört değerin kullanılmasıyla elipsoid yüzeyindeki uygun U_0 değeri hesaplanabilir.

$$U_0 = 62636851.71 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}$$

W_0 ve U_0 , (74) denkleminde yerine konularak $N_0 = -52.8 \text{ cm}$ bulunur. Gerçek hesaplama için yuvarlatılmış -53 cm kullanılabilir (URL 2).

Alternatif bir çözüm yolu olarak

$$N_0 = \delta a - \frac{1}{3} a \delta f \quad (75)$$

denklemini kullanılabilir (Heiskanen and Moritz, 1967). Burada δa ve δf , ekvatorial yarıçap için ideal değer ile referans değerlerin farkıdır.

1.6.2.2. Kaldır-Koy Tekniği ile Jeoid Belirleme

Pratikte genellikle uzun dalga boylu jeoid, herhangi bir jeopotansiyel model (GM) ve küresel harmonikler ile hesaplanır. Lokal gravite verisinden oluşan katkı, çalışma alanını kapsayan gravite anomalileriyle birlikte Stokes integrali tarafından hesaplanır. FFT ile Stokes integralinin değerlendirilmesi düzgün bir griddeki gravite anomalilerine ihtiyaç duyar (Yurt ve Gökarp, 2005).

Kaldır-Koy tekniği ile gravimetrik jeoid ondülasyonunun hesabı, üç kaynaktan oluşan kombine edilmiş çözüm ile yapılır (Şekil 15). Bunlar, bir global jeopotansiyel model (GM), lokal gravite anomalileri (Δg) ve topografyadır. Böylece gravimetrik jeoid ondülasyonunun tanımını

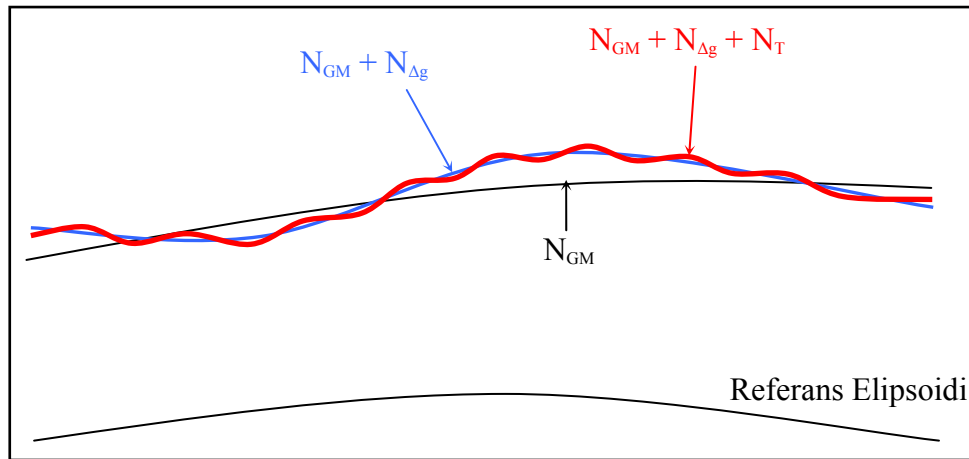
$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_T \quad (76)$$

şeklinde yazabiliriz (Sideris, 1994; Esan, 2000). Burada;

N_{GM} : Jeopotansiyel modelden oluşan jeoid ondülasyonu

$N_{\Delta g}$: İndirgenmiş gravite anomalilerinin etkisi

N_T : Topografyanın dolaylı etkisi.



Şekil 15. Kaldır-Koy tekniği ile gravimetrik jeoid ondülasyonu

1.6.2.2.1. Global Jeopotansiyel Model

Gravimetrik jeoid belirleme için küresel harmonik büyüme ifadelerinde genellikle bir jeopotansiyel model kullanılır. Bugüne kadar birçok jeopotansiyel model geliştirilmiştir. Son zamanlarda geliştirilmiş jeopotansiyel modellerin maksimum değeri ve sırası 360'dır (Pavlis ve Rapp, 1990). Günümüzde en çok kullanılan jeopotansiyel model EGM96 ve OSU91A'dır.

Yeryüzünde herhangi bir noktadaki jeopotansiyel model katsayılarının katkısı küresel harmonik büyüme serileriyle hesaplanır ve

$$N_{GM} = R \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (77)$$

ile jeoid üzerinde küresel yaklaşımda verilir. Burada;

R : Dünyanın ortalama yarıçapı

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$: Anormal potansiyelin tamamen normalize edilmiş harmonik katsayıları

$\bar{P}_{nm}$: Tamamen normalize edilmiş birleşik Legendre fonksiyonları

n, n_{max} : GM jeopotansiyel çözümün büyüme sırası ve maksimum değeri.

ϕ, λ : Noktanın jeosentrik enlem ve boylamı

Benzer şekilde küresel yaklaşımda jeoid üzerindeki gravite anomalisi bir jeopotansiyel modelden

$$\Delta g_{GM} = \gamma \sum_{n=2}^{n_{max}} (n-1) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (78)$$

formülü yardımıyla hesaplanır (Heiskanen and Moritz, 1967).

1.6.2.2.2. İndirgenmiş Gravite Anomalilerinin Belirlenmesi

Dünyanın fiziksel yüzeyindeki gravite ölçmeleri spesifik bir gravite indirgemesi ile jeoid yüzeyine indirgenmelidir. Bouger indirgemesi, serbest-hava indirgemesi, Helmert'in ikinci yoğunlaşma metodu (Martinec vd., 1993), isostatik indirgeme ve artık arazi modeli indirgemesi gibi birkaç indirgeme şekli vardır.

Helmert'in ikinci yoğunlaşma metodunda jeoid üstündeki hacim yoğunluğunun topografik kütlesi ρ , çekül eğrisi boyunca yüzey yoğunluğunun yüzey tabakasına ($\rho x H$) dönüşür ve yoğunlaşır. Helmert'in ikinci yoğunlaşma metodu ile belirlenen gravite anomalisi, serbest-hava anomalisi Δg_{FA} ile arazi düzeltmesi c değerinin toplamından farklıdır (Wicheincharoen, 1982).

$$\Delta g = \Delta g_{FA} + c \quad (79)$$

Genellikle bu gravite anomali şekli Faye anomali olarak adlandırılır ve jeoid ondülasyonları hesapları için en uygundur. Faye anomali gravite üzerindeki $\delta\Delta g$ ikinci dolaylı etkiyi de içerir. Jeoid üzerindeki Faye anomalileri için komple anlatım

$$\Delta g_{\text{Faye}} = g_p + FA - \gamma + c + \delta\Delta g = \Delta g_{\text{FA}} + c + \delta\Delta g \quad (80)$$

formülü ile verilir. Burada,

c : Klasik arazi düzeltmesi,

$\delta\Delta g$: Gravitedeki dolaylı etki,

Δg_{FA} : Atmosferik çekim için serbest-hava gravite anomali düzeltmesi

dir. (79) denklemi topografya etkisinin lineer yaklaşımına dayanarak belirlenir (Moritz, 1980).

Helmert'in ikinci indirgemesine göre Δg gravite anomalisi

$$\Delta g = \Delta g_{\text{FA}} + c + \delta\Delta g - \Delta g_{\text{GM}} \quad (81)$$

şeklinde verilir. Burada;

Δg_{GM} : Küresel harmonik büyüme formülü ile jeoid üzerindeki küresel yaklaşımda gravite anomalisi

Heiskanen ve Moritz'e (1967) göre (x_i, y_j) noktasındaki arazi düzeltmesi

$$c(i, j) = -G \int_E \int_{h_{ij}}^{h_{uv}} \frac{\rho(x, y, z)(h_{ij} - z)}{r^3(x_i - x, y_j - y, h_{ij} - z)} dx dy dz \quad (82)$$

dir. Burada;

G : Newton'un gravitasyonel sabiti,

$\rho(x, y, z)$: Sabit noktanın topografik yoğunluğu,

h_{ij} : (i, j) noktasındaki topografik yükseklik,

E : Entegrasyon alanı,

$$r(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (83)$$

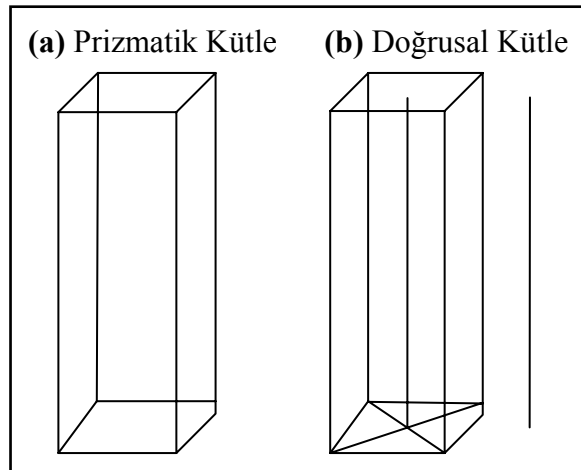
Gridlenmiş bir sayısal topografik model kullanıldığında ve yoğunluk sabit sayıldığında (82) denklemi

$$c(i, j) = -G\rho \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \int_{x_n - \Delta x/2}^{x_n + \Delta x/2} \int_{y_m - \Delta y/2}^{y_m + \Delta y/2} \int_{h_{ij}}^{h_{nm}} \frac{h_{ij} - z}{r^3(x_i - x, y_j - y, h_{ij} - z)} dx dy dz \quad (84)$$

veya eşdeğer olarak

$$c(i, j) = -G\rho \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \int_{x_n - \Delta x/2}^{x_n + \Delta x/2} \int_{y_m - \Delta y/2}^{y_m + \Delta y/2} \left(\frac{1}{r(x_i - x, y_j - y, 0)} - \frac{1}{r(x_i - x, y_j - y, h_{nm})} \right) dx dy \quad (85)$$

şeklinde yazılabilir. $c(i, j)$ 'nin farklı şekilleri topografik kütlelerin farklı yoğunluk düşüncesi altında elde edilebilir. Genellikle prizmatik kütle modeli ve doğrusal kütle modeli olarak bilinen iki yoğunluk modeli kullanılır. Bu iki model Şekil 16'da görülmektedir. Eğer prizmanın kütlesi matematiksel olarak düşey simetri eksenini boyunca yoğunlaştırılırsa prizma içerisindeki topografya, Şekil 16.2b'de gösterildiği gibi doğrusal kütle topografik modelini veren bir doğru ile temsil edilir (Yang, 1998).



Şekil 16. İki farklı topografik tasvir

Arazi düzeltmesi $c(i, j)$ için prizmatik kütle modellenli ifade

$$c(i, j) = G\rho \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \left[x \ln(y + r(x, y, z)) + y \ln(x + r(x, y, z)) \right. \\ \left. - z \arctan \frac{xy}{zr(x, y, z)} \right] \bigg|_{x_i - (x_n - \Delta x / 2)}^{x_i - (x_n + \Delta x / 2)} \bigg|_{y_j - (y_m - \Delta y / 2)}^{y_j - (y_m + \Delta y / 2)} \bigg|_{h_{ij} - h_{nm}}^0 \quad (86)$$

şeklinde elde edilir.

Prizma içerisindeki kütle bir doğru boyunca yoğunlaştırıldığı zaman, arazi düzeltilmesi denklem (85)'te çift entegrale çözüm yerine basit olarak

$$c(i, j) = -G\rho \Delta x \Delta y \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \left[\frac{1}{r(x_i - x, y_j - y, 0)} - \frac{1}{r(x_i - x, y_j - y, h_{ij} - h_{nm})} \right] \quad (87)$$

şeklinde ifade edilir (Yang, 1998, Yurt ve Gökarp, 2005).

1.6.2.2.3. Küresel Yaklaşımlı Jeoid Ondülasyonu ve Stokes Kernel Fonksiyonu

Hesaplanan jeoid ondülasyonları için Stokes formülü,

$$N_{\Delta g} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) d\sigma \quad (88)$$

şeklinde verilir. Burada;

σ : Entegrasyon küresi

φ, λ : Veri noktasının enlem ve boylamı

γ : Normal gravite

Δg : Artık gravite anomalisi (topografik etkilerden arındırılmış ve bir GM'ye bağlanmış)

$S(\psi)$: Stokes Kernel fonksiyonu

ψ : Veri noktası ile ölçü noktası arasındaki fark

Uygulamada gravite verisi sadece sınırlı nokta yerlerinde etkili olduğu için (88)'deki ifade

$$N_{\Delta g} = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_B} \sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_L} \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) \cos \Delta\varphi \Delta\lambda \quad (89)$$

şeklinde küre üzerinde verilen gravite anomali verisi için yeniden yazılabilir (Li ve Sideris, 1994). Burada;

$\Delta\varphi, \Delta\lambda$: Enlem ve boylamlardaki grid aralığı

L, B : Blok içerisindeki sırasıyla meridyen ve paralellerin sayısıdır.

Stokes kernel fonksiyonu,

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - 4 - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 10 \sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) - \left[3 - 6 \sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) \right] \ln \left[\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (90)$$

şeklindedir. Burada;

$$\sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) = \sin^2 \left(\frac{\varphi_p - \varphi}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{\lambda_p - \lambda}{2} \right) \cos \varphi_p \cos \varphi \quad (91)$$

dir.

1.6.2.2.4. Düzlemsel Yaklaşımlı Jeoid Ondülasyonu ve FFT

Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), farklı olarak gridlenmiş verinin Fourier dönüşüm hesabını sağlayan bir algoritmadır. Fourier dönüşüm özelliklerinin bazısının kullanımı ile spektral alandaki veri kontrolüne uygunluğundan dolayı Fourier dönüşüm uygulaması, sayısal çözümler için çoğunlukla düzlemsel yaklaşımda olmak üzere fiziksel jeodezide her yönde değerlendirilir. 2 boyutlu sürekli Fourier dönüşümü

$$G(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy = F[g(x, y)] \quad (92)$$

olarak gösterilir (Schwarz vd., 1990). Burada G , $g(x,y)$ fonksiyonunun spektrumu olarak adlandırılır; u ve v , x ve y yönlerine uygun uzaysal frekanslardır; $i = \sqrt{-1}$ olarak bilinen sanal sayıdır.

Boşluk alanda $g(x,y)$ fonksiyonu ters bir operasyonla anlatılabilir.

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} du dv = F^{-1}[G(u, v)] \quad (93)$$

Burada F^{-1} , 2 boyutlu ters Fourier dönüşümdür.

Uygulamada, veriler farklı noktalarda elde edilir ve sınırlı miktardadır. Bu yüzden farklı durumlar için bir formülasyon bulma ihtiyacımız olur. Sonlu aralıkta bir fonksiyon belirtme için bir spektrum hesabını göz önüne alalım. $-X/2 \leq x \leq X/2$, $-Y/2 \leq y \leq Y/2$ aralıklarında verilen veriyle formülasyon

$$G_F(u, v) = \int_{-X/2}^{X/2} \int_{-Y/2}^{Y/2} g_F(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (94)$$

şeklinde ifade edilir (Schwarz vd., 1990; Serpas, 2003).

Bir periyodik süreci temsil edecek verilerimizi düşünürsek spektrum farklı olur ve x ve y yönlerinde farklı gridlenmiş veri için uygun farklı Fourier dönüşümü (DFT) aşağıdaki gibi (92) ve (93) denklemlerinden dönüştürülen entegraller ile yaklaşabilir.

$$G(m\Delta u, n\Delta v) = \Delta x \Delta y \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} g(k\Delta x, l\Delta y) e^{-i2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)} = \text{DFT}[g] \quad (95)$$

$$m = 0, 1, \dots, M-1, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$g(k\Delta x, l\Delta y) = \Delta u \Delta v \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} G(m\Delta u, n\Delta v) e^{-i2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)} = \text{DFT}^{-1}[G] \quad (96)$$

$$k = 0, 1, \dots, M-1, \quad l = 0, 1, \dots, N-1$$

Burada $\Delta u = \frac{1}{M\Delta x}$, $\Delta v = \frac{1}{N\Delta y}$, M ve N ise x ve y yönlerindeki veri noktası sayısıdır. (95)

ve (96) denklem grubu DFT'yi değerlendirmekte kullanılan FFT algoritması için esastır (Schwarz vd., 1990).

Lokal jeoid hesabı için, eğer alan küçük seçilir ve bir düzlem kabul edilirse. Stokes formülü yaklaşık olarak

$$N(x_p, y_p) = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \Delta g(x, y) l_N(x_p, y_p, x, y) dx dy \quad (97)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada

$$l_N(x_p, y_p, x, y) = \frac{1}{\sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2}} \quad (98)$$

dir ve yaklaşık düzlemsel kernel olarak adlandırılır. Eğer alan Δx , Δy grid aralıklarıyla $M \times N$ aralıklarına bölünürse gridlenmiş gravite anomalilerini kullanan (k,l) noktasındaki jeoid ondülasyonu,

$$N(k, l) = \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g(x_i, y_j) l_N(x_k - x_i, y_l - y_j) \Delta x \Delta y \quad (99)$$

ile hesaplanabilir.

$$l_N(k - i, j - l) = \begin{cases} (2\pi)^{-1} [(x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2]^{-1/2}, & (x_k \neq x_i \text{ veya } y_l \neq y_j) \\ 0, & (x_k = x_i \text{ ve } y_l = y_j) \end{cases} \quad (100)$$

dir.

Frekans alanında (99) denklemi

$$N(x_k, y_l) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u_m, v_n) L_N(u_m, v_n) \} \quad (101)$$

diye ifade edilebilir. (101) denkleminde $\Delta G(u_m, v_n)$ ve $L_N(u_m, v_n)$, Δg ve l_N 'in

$$\Delta G(u_m, v_n) = F\{\Delta g(x_k, y_l)\} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} \Delta g(x_k, y_l) e^{-i2\pi(mk/M + nl/N)} \Delta x \Delta y \quad (102)$$

$$L_N(u_m, v_n) = F\{l_N(x_k, y_l)\} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} l_N(x_k, y_l) e^{-i2\pi(mk/M + nl/N)} \Delta x \Delta y \quad (103)$$

şeklinde ifade edilen hızlı Fourier dönüşümleridir (Sideris, 1994).

1.6.2.2.5. Topografyanın Dolaylı Etkisi

Düzlemsel yaklaşımda jeoid üzerinde Helmert'in yoğunlaşma indirgemesinin dolaylı etkisi (ilk iki terime göre) aşağıdaki gibi verilebilir (Sideris, 1990).

$$N_T(x_p, y_p) = \frac{\pi G}{\gamma} \rho(x_p, y_p) h^2(x_p, y_p) - \frac{G}{6\gamma} \iint_E \frac{\rho(x_p, y_p) [h^3(x, y) - h^3(x_p, y_p)]}{s^3} dx dy \quad (104)$$

Eğer alan $M \times N$ olarak grildenmişse, (104) formülü yerine

$$N_T(x_p, y_p) = \frac{\pi G \rho}{\gamma} h^2(x_p, y_p) + \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6\gamma} h^3(x_p, y_p) \sum_{x=x_1}^{x_M} \sum_{y=y_1}^{y_N} \frac{1}{s^3} - \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6\gamma} \sum_{x=x_1}^{x_M} \sum_{y=y_1}^{y_N} \frac{1}{s^3} h^3(x, y) \quad (105)$$

formülü rahatlıkla kullanılabilir (Sevilla, 2004).

1.7. Jeoid Yüzeyi Modelleri

1.6’da jeoid ondülasyonları belirleme yöntemlerinden bahsedilmişti. Uygulamalarda en çok kullanılan jeoid ondülasyonları belirleme yöntemi noktaların elipsoidal yükseklikleri ile ortometrik yüksekliklerinden hareketle elde edilmesi yöntemidir. Ancak yeryüzünün her noktası için bu işlem oldukça yorucu ve meşakkatlidir. Bunun yerine bölgelerde jeoidi en iyi temsil eden, elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri hassas bir şekilde belirlenmiş noktalardan hareketle analitik bir jeoid yüzeyi geçirilerek bulunacak jeoid ondülasyonları işlemleri oldukça kolaylaştıracaktır. Yüzey geçirilmesi ile elde edilen matematiksel model ara noktaların jeoid ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılmaktadır.

Bu problemin çözümü için çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılabilir. Enterpolasyon genel olarak n boyutlu P_i noktalarındaki m boyutlu vektörleri kullanarak n boyutlu P_k noktalarını m boyutlu vektörlerin bulunması şeklinde tanımlanır (Güler, 1978). Doğal olarak enterpolasyonla bulunan sonuçların gerçek değerlerle eşit olması istenir. Ancak pratikte bunu yakalamak mümkün değildir. Bölge için en uygun enterpolasyon gerçek değere en çok yaklaştıran çözümdür.

Enterpolasyon problemlerinin çözümünde, temelde

- Noktasal enterpolasyon
- Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon
- Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon

şeklinde ifade edilen üç farklı kestirim tekniği vardır (Güler, 1978).

Noktasal enterpolasyon yönteminde enterpolasyon noktasını çevreleyen bir ölçüt dairesinin ya da dörtgenin iç tarafına düşen dayanak noktaları kullanılır. Her bir nokta, kendisinin merkez olduğu daire ya da dörtgen içerisindeki dayanak noktalarından hesaplandığı için enterpolasyon fonksiyonu katsayıları noktadan noktaya farklılık gösterir.

Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon yönteminde bölgenin tamamını kapsayan $N = f(x,y)$ fonksiyonunu belirlemek için bölgede bulunan bütün dayanak noktalarından faydalanılır.

Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon yönteminde bölge parçalara ayrılır ve her bir parça kendi içerisinde bir fonksiyonla gösterilir. Bu durumda parçaların içerisinde çatlaklar ve süreksizlikler oluşabilir. Bundan kaçınmak için

parçalardaki fonksiyonları sınırlar boyunca çakıştırmak amacıyla birleştirme fonksiyonları kullanılır.

1.7.1. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Jeoid Yüzeyi Belirleme

Bu yöntem noktasal bir enterpolasyon yöntemi olup enterpolasyon değeri hesaplanacak noktanın çevresindeki dayanak noktalarından ağırlıklı ortalama ile belirlenir. Kullanım kolaylığı nedeniyle yaygın olarak kullanılır. Dayanak noktalarının bilinen değerlerine atanacak ağırlık değerleri dayanak ve enterpolasyon noktası arasındaki mesafenin bir fonksiyonuna göre belli edilir. Ağırlıklar, her enterpolasyon noktası için farklılıklar gösterebilir.

Bir bölgede jeoid yüzeyi modeli oluşturmak için n sayıda dayanak noktasının gözlemler sonucu gerekli değerleri verilmiş olsun. Bölge içerisinde ağırlıklı ortalama yöntemine göre bir noktanın jeoid ondülasyonu, o noktanın çevresinde bulunan m sayıdaki dayanak noktalarından hareketle

$$N_e = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (106)$$

genel eşitliği ile hesaplanabilir. Burada

N_e : Enterpolasyonla bulunacak jeoid ondülasyonu

N_i : Enterpolasyon noktası çevresindeki dayanak noktalarının jeoid ondülasyonu

P_i : Dayanak noktalarına atanacak ağırlık değerleri

m : Enterpolasyonda kullanılacak dayanak noktası sayısı

dır. (106) eşitliğindeki m değeri seçilen ölçüt dairesi ya da dörtgeni içerisinde kalan dayanak noktası sayısı alınabileceği gibi ölçüt dairesi ya da dörtgeni kullanılmadan bölgedeki bütün dayanak noktaları da alınabilir. Bu durumda $m = n$ olur. Dayanak noktalarının enterpolasyon noktasına etki edecek ağırlıkları ise aralarındaki uzaklığa bağlı olarak, yani

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (107)$$

olmak üzere ters ağırlık fonksiyonu olarak

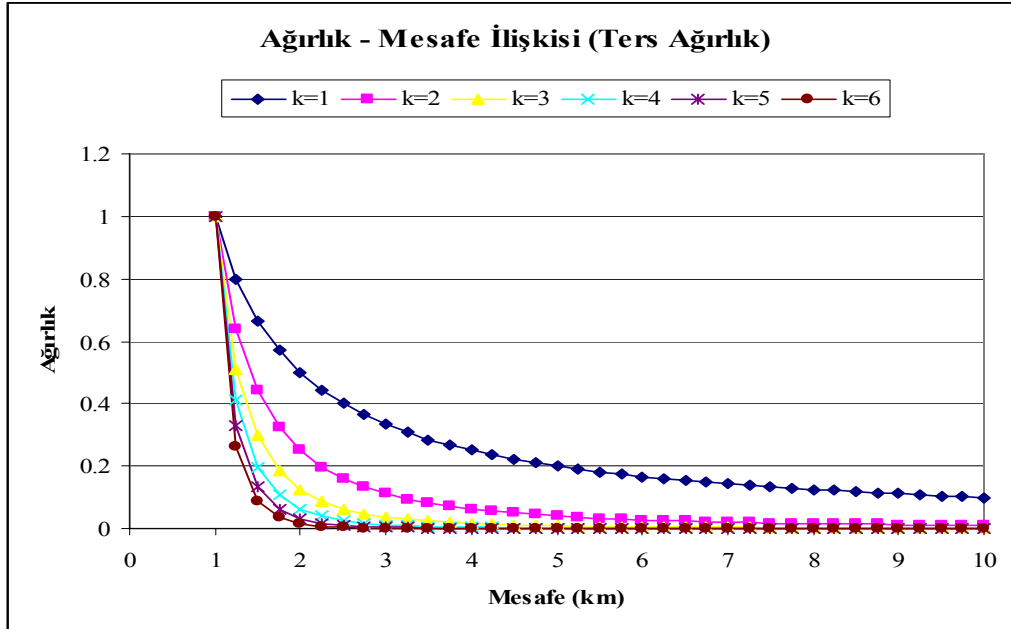
$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (108)$$

formülü ile hesaplanabileceği gibi (Zhan-Ji, 1998),

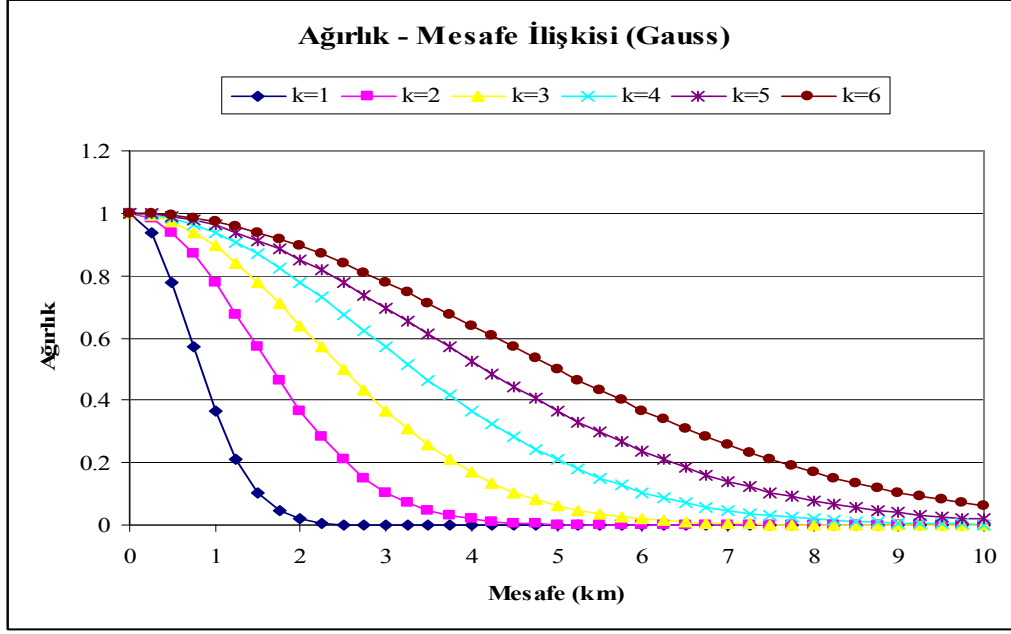
$$P_i = \frac{1}{e^{(d_i^2/k^2)}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 3, 4, 5 \quad (109)$$

şeklindeki Gauss fonksiyonundan da elde edilebilir (Güler, 1978; Li ve Gold, 2004).

Ağırlık değeri hesabında (108) formülü kullanılırsa k değerinin seçimi daha bir önem kazanacaktır. Uzaklıkla ağırlık ters orantılı olduğu için k değerinin artmasıyla birlikte uzaktaki noktaların enterpolasyonla jeoid ondülasyonu belirlenecek noktaya etkisi az olacaktır. Bu durumda çok fazla dayanak noktası bulunan büyük bölgelerde k değeri büyük tutularak azaltılmalıdır. k değeri 4 ve üzeri değerlerde yaklaşık aynı sonucu vermektedir. Şekil 17 ve Şekil 18’de ağırlık mesafe ilişkisi grafik olarak gösterilmiştir.

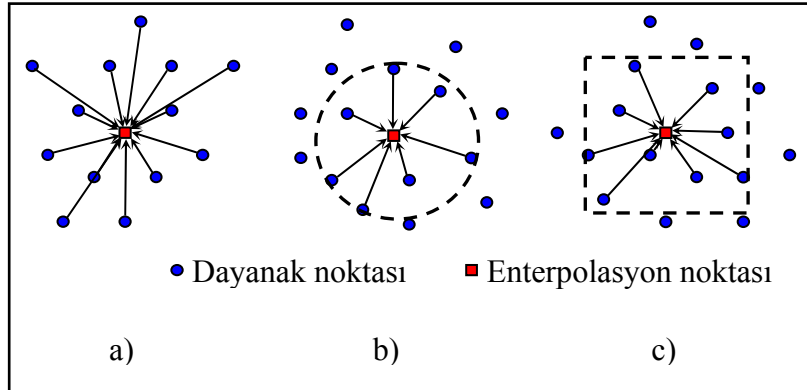


Şekil 17. Ters ağırlık fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi



Şekil 18. Gauss fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi

Ağırlıklı ortalama yönteminde interpolasyon noktaları için çalışma alanında n tane olan tüm dayanak noktalarının kullanılması yerine interpolasyon noktası civarındaki m tane dayanak nokta sayısının kullanılması önerilmektedir. Kullanılacak dayanak noktalarının seçimi için genellikle interpolasyon noktası merkez alınmak suretiyle oluşturulan kritik daire ya da dörtgen kullanılabilir (Şekil 19). Bu durumda kritik daire ya da dörtgenin boyutlarının belirlenmesi problemiyle karşılaşılır. Kritik daire ya da dörtgen boyutları dayanak noktalarının konumsal dağılımıyla doğrudan ilişkilidir (Çakır ve Şen, 2006).



Şekil 19. a) Ağırlıklı ortalamada interpolasyon ve dayanak noktaları
b) Kritik daire, c) Kritik dörtgen

Bu alternatif çözümden başka farklı bir düşüncede sadece enterpolasyon noktasının doğal komşularını kullanmaktır. Watson ve Philip (1984)'e göre doğal komşuluk hesapsal geometride önemli bir yer tutar.

Bir enterpolasyon noktası dayanak noktaları ile birlikte Delaunay kriterine göre üçgenlenirse enterpolasyon noktası ile birleşerek üçgen kenarı oluşturan bütün dayanak noktaları enterpolasyon noktasının doğal komşusu olur. Dolayısıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi sadece bu dayanak noktaları kullanılarak yapılabilir. Doğal komşuların kullanılması kritik daire ya da dörtgen boyutunun belirlenmesi gereğini ortadan kaldıracaktır (Yanalak, 2002).

1.7.2. Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Belirleme

Polinomlarla enterpolasyon tekniğinin temel amacı çalışma alanının tek bir fonksiyonla ifade edilmesi olduğu için en yaygın kullanılan tekniklerden biri olmuştur. Bu tekniğin temel özelliği, yüzey modelini oluşturacak verileri bilinen dayanak noktalarından yararlanarak sabit katsayılar üretmek ve bu sabitler yardımıyla yeni noktaların bilinen boyutlarından hareketle bilinmeyen boyutlarını bulmaktır.

Polinomlar, aynı zamanda trend yüzeyi olarak multiküadratik, kriging ve kollokasyon gibi modellerde de yaygın olarak kullanılmaktadır.

1.7.2.1. Ortogonal Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Belirleme

Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla ifade edilir. Polinomun genel tanımı

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (110)$$

şeklindedir. Burada

a_{ij} : Polinomun katsayıları

n : Polinomun derecesi

x, y : Noktaların düzlem koordinatları

dır. Polinomun aldığı dereceye göre terim sayısı değişir. Tablo 3'te 5. dereceye kadar polinomların isimleri ve terim sayıları gösterilmiştir.

Tablo 3. Ortogonal polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı

Polinom	Derecesi	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N_e = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+a_{01}y+a_{10}x$	Birinci	Lineer	3
$+a_{02}y^2+a_{11}xy+a_{20}x^2$	İkinci	Kuadratik	6
$+a_{03}y^3+a_{12}xy^2+a_{21}x^2y+a_{30}x^3$	Üçüncü	Kübik	10
$+a_{04}y^4+a_{13}xy^3+a_{22}x^2y^2+a_{31}x^3y+a_{40}x^4$	Dördüncü	Kuartik	15
$+a_{05}y^5+a_{14}xy^4+a_{23}x^2y^3+a_{32}x^3y^2+a_{41}x^4y^1+a_{15}x^5$	Beşinci	Kuintik	21
$+ \dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Ortogonal polinomlarda, polinomun dereceleri ile katsayı sayıları arasında

$$u = \frac{1}{2}(n+2)(n+1) \quad (111)$$

şeklinde bir ilişki vardır. Burada u polinomun katsayı sayısını göstermektedir. Bu değer aynı zamanda istenen bir derecede ortogonal polinomlarla yüzey oluşturabilmek için bölgede bulunması gereken minimum dayanak noktası ihtiyacını verir. Dolayısıyla bölgede bulunan dayanak noktası sayısına göre oluşturulabilecek ortogonal polinomun maksimum derecesi ise

$$n = \frac{-3 + \sqrt{1+8u}}{2} \quad (112)$$

formülünden bulunabileceği görülmektedir.

(110) genel ortogonal polinom çözümü için öncelikle polinomun derecesi seçilmelidir. Seçilen polinomun derecesine göre Tablo 3'teki gibi uygun denklem oluşturulur. Daha sonra dayanak noktalarının her biri için bilinen değerler yerine konur. Polinomun matris çözümünde bilinmeyen katsayılar X matrisi olarak alınır. Bilinmeyen

katsayılarının yanındaki değerlerle bir A matrisi, bilinen jeoid ondülasyonları ile de L matrisi oluşturulur. Aşağıda jeoid ondülasyonları bilinen m sayıda dayanak noktalarından hareketle ikinci derece (kuadratik) bir yüzey polinomunun oluşturulması görülmektedir.

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (113)$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \\ a_{02} \\ a_{11} \\ a_{20} \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & y_1^2 & x_1 y_1 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & y_2^2 & x_2 y_2 & x_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_m & x_m & y_m^2 & x_m y_m & x_m^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_m \end{bmatrix} \quad (114)$$

(114)'te verilenler (113)'e uyarlanırsa

$$\underline{L} = \underline{A}\underline{X} \quad (115)$$

olur. (115) denklemi bütün polinomlar için geçerlidir. Bu durumda bilinmeyen katsayıların matris çözümü için normal denklemler

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{A} \quad ; \quad \underline{n} = \underline{A}^T \underline{L} \quad (116)$$

şeklinde oluşturulur. Buradan bilinmeyen katsayıların değerleri

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (117)$$

şeklindeki matris çözümle elde edilir. Elde edilen değerler ana denklemde (kuadratik yüzey için (113) numaralı denklem) yerine konarak bölge içerisinde istenen noktada enterpolasyon yapılabilir.

1.7.2.2. Ortogonal Olmayan Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Belirleme

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonun matematiksel ifadesi

a_{ij} : Polinomun katsayıları

n : Polinomun derecesi

x,y : Noktaların düzlem koordinatları

olmak üzere

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (118)$$

şeklindedir. Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda polinomun derecesi ile bilinmeyen katsayıların sayısı arasındaki ilişki

$$u = (n + 1)^2 \quad (119)$$

formülü ile gösterilmektedir. Dolayısıyla bölgede bulunan dayanak noktası sayısına göre oluşturulabilecek ortogonal olmayan polinomun maksimum derecesi ya da diğer bir ifadeyle seçeceğimiz polinom derecesinde kullanabileceğimiz minimum dayanak noktası sayısı

$$n = \sqrt{u} - 1 \quad (120)$$

denklemleriyle belirlenir. Ortogonal olmayan polinomların derecelerine göre terim sayısı ve isimleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Ortogonal olmayan polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı

Polinom	Derecesi	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N_e = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+a_{01}y+a_{10}x+a_{11}xy$	Birinci	Bi-lineer	4
$+a_{02}y^2+a_{12}xy^2+a_{20}x^2+a_{21}x^2y+a_{22}x^2y^2$	İkinci	Bi-küadratik	9
$+a_{03}y^3+a_{13}xy^3+a_{23}x^2y^3+a_{30}x^3+a_{31}x^3y+a_{32}x^3y^2+a_{33}x^3y^3$	Üçüncü	Bi-kübik	16
$+ \dots$	...	...	...

Ortogonal olmayan polinomların çözümünde ise Tablo 4'teki polinom oluşturulduktan sonra yine bilinmeyen katsayılarla X matrisi, bilinmeyen katsayıların yanındaki değerlerle A matrisi ve jeoid ondülasyonları ile L matrisi oluşturulur. Daha sonra oluşturulan değerler sırasıyla (115), (116) ve (117) denklemlerinde yerine konur. Böylece ortogonal olmayan polinomlar için bilinmeyen katsayı değerleri bulunur ve ana polinom formülünde yerine konularak bölge içerisindeki her noktada enterpolasyon yapılabilir. Aşağıda jeoid ondülasyonları bilinen m sayıda dayanak noktalarından hareketle ikinci derece (bi-küadratik) bir yüzey polinomunun oluşturulması görülmektedir.

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 \quad (121)$$

$$\underline{X}^T = [a_{00} \quad a_{01} \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{02} \quad a_{12} \quad a_{20} \quad a_{21} \quad a_{22}]$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1y_1^2 & x_1^2 & x_1^2y_1 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2y_2^2 & x_2^2 & x_2^2y_2 & x_2^2y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_m & x_m & x_my_m & y_m^2 & x_my_m^2 & x_m^2 & x_m^2y_m & x_m^2y_m^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix} \quad (122)$$

1.7.2.3. En Uygun Polinomun Belirlenmesi

İlk bakışta, çalışma alanı için kaçınıcı dereceden bir yüzey polinomunun kullanılacağı bilinemez. Uygun polinom yüzeylerinin belirlenmesi için polinomlar birinci dereceden başlatılmak üzere dengeleme sonuçlarının analizleri yapılır. Polinomun derecesi

artırıldıkça soncul varyans değeri küçülür. En uygun derece, soncul varyansın büyümeye başladığı polinom derecesinin bir eksiğidir. Polinom derecesinin çok büyük olması, bilinmeyen sayısının artması yanında yüzeyde gereksiz salınımlara neden olur. Bu da yüzeyin duyarsızlaşması demektir ki, yüzey üzerinde gerçeği yansıtmayan yükseklik değişimlerine neden olabilir.

En küçük karelerle dengelemede fonksiyonel modeli oluşturan bilinmeyenlerin en uygun değerleri, normal dağılımda olduğu varsayılan ölçülerin hatalarının kareleri toplamının minimum olması şartına göre belirlenir. Normal dağılımlı olduğu varsayılan ölçülerle kestirilen parametrelerle test edilmelidir. Uygulanabilir temel istatistiksel testler; model testi, kestirilen parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testidir.

1.7.2.3.1. Model Testi

Model hipotez testi, n sayıdaki ölçünün dengelenmesi sonucunda elde edilen birim ölçünün soncul varyansı (m_0^2) ile dengeleme öncesinde kestirilen öncül varyansın (σ_0^2) karşılaştırılmasına dayanır. Sıfır hipotezi;

$$H_0 : m_0^2 > \sigma_0^2 \quad \text{ya da} \quad m_0^2 < \sigma_0^2 \quad (123)$$

biçiminde öngörülür. χ^2 dağılımlı

$$T = \frac{(n-u)m_0^2}{\sigma_0^2} \cong \chi^2 \quad (124)$$

test büyüklüğü oluşturulur. T test büyüklüğü ile anlamlılık düzeyi α ve serbestlik derecesi (fazla ölçü sayısı) $f = n-u$ 'ya bağlı $\chi_{f,1-\alpha}^2$ sınır değeri arasında $T < \chi_{f,1-\alpha}^2$ eşitsizliği geçerli ise hipotez kabul edilir ve modelin uygun olduğuna yani model hatası olmadığına karar verilir. Aksi durumda hipotez reddedilir. Kurulan modelin hatalı olduğu anlamına gelir. Hata, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan fonksiyonel model veya ölçülerin varyans kovaryanslarını tanımlayan stokastik model eksikliğinden kaynaklanabilir. Model hataları, parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testi yapılarak araştırılır.

1.7.2.3.2. Uyuşumsuz Ölçüler Testi

Uyuşumsuz ölçüler testi için dengeleme hesabı sonrasında bulunan ve hesaplanmasında uyuşumsuz ölçülerin de kullanıldığı m_0^2 soncul varyans kullanılır (Şimşek, 1992). Test büyüklükleri bu soncul varyans kullanılarak hesaplanır.

$$T_i = \frac{|v_i|}{m_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (125)$$

eşitliği ile hesaplanan değerler Tau test büyüklüklerinin tablo değeri ile karşılaştırılır. f serbestlik derecesi olmak üzere

$$\tau_{f,1-\alpha/2} = \sqrt{\frac{f t_{f-1,1-\alpha/2}^2}{f - 1 + t_{f-1,1-\alpha/2}^2}} \quad (126)$$

ile bulunmuş tablo değeri sonucundan yararlanarak

$$T_i > \tau_{f,1-\alpha/2} \quad (127)$$

ifadesinin sağlandığı ölçü uyuşumsuz kabul edilir ve ölçü kümesinden çıkarılır.

Birden fazla uyuşumsuz ölçü belirlenmesi durumunda en büyük test büyüklüğünün hesaplandığı ölçü uyuşumsuz kabul edilerek ölçü kümesinden çıkarılır. Geriye kalan ölçülerle dengeleme tekrar yapılır ve ayıklamaya devam edilir. Ölçülerde uyuşumsuz ölçü kalmayınca kadar bu işleme devam edilir.

1.7.2.3.3. Parametrelerin Anlamlılık Testi

Normal dağılımlı olduğu varsayılan bir ölçü kümesinde, kestirilen bir parametre $\hat{x}_i$ ve standart sapması $m_{\hat{x}_i}$ olsun. Parametrenin beklenen değerinin sıfır kabul edilip edilmeyeceğine karar vermek için

$$H_0: E(\hat{x}_i) = 0$$

sıfır hipotezi oluşturulur ve

$$H_i: E(\hat{x}_i) \neq 0$$

seçenek hipotezi karşısında test edilir. $|\hat{x}_i|/m_{\hat{x}_i}$ test büyüklüğü t dağılımlıdır. Bu değer, $t_{f,1-\alpha/2}$ güven sınır değerinden küçük çıkarsa sıfır hipotezi kabul edilir ve ilgili terim polinomdan silinir. Seçenek hipotezinin geçerli olması durumunda değer anlamlı olduğu kararına varılır.

1.7.3. Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Belirleme

Çalışma alanında bilinen tüm dayanak noktalarından faydalanarak tek bir fonksiyonla yüzeyi tanımlamayı amaçlayan yöntem, 1971 yılında R. L. Hardy tarafından önerilmiştir. Analitik bir çözümleme tekniğidir. Öncelikli olarak m sayıda dayanak noktası kullanımıyla bir trend yüzeyi oluşturulur.

Oluşturulmuş trend yüzeyinden hareketle dayanak noktalarının ΔN_i artık ondülasyonlar hesaplanır.

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{\text{trend}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (128)$$

(x_e, y_e) enterpolasyon noktasındaki ΔN_e artık ondülasyon değeri ise,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{\text{trend}} \quad (129)$$

şeklindedir. Ancak burada ΔN_e ve N_e değerleri bilinmeyen değerlerdir. Bunlardan biri çözümlendiği zaman diğeri bulunur. Burada artık ondülasyon değerleri Hardy'nin "Multiküadratik Yüzey" diye tanımladığı katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenir. Multiküadratik yüzeyin en genel eşitliği;

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (130)$$

şeklinde serilerle gösterilebilir. Burada;

K_i : Dayanak noktalarının bilinen ΔN_i değerlerinden hesap edilecek olan bilinmeyen katsayılarıdır. Bu katsayılar ikinci dereceden terimlerin işaretini ve eğimini belirler (Güler, 1985)

$Q(x, y, x_i, y_i)$: Kernel fonksiyonu (Zhan-Ji, 1998)

dur. Buradaki ΔN artık jeoidi, x ve y koordinatlarının bir fonksiyonu olan m sayıdaki Q yüzeylerinin toplamından oluşur. Multiküadratik jeoid yüzeyleri

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2] \quad (131)$$

şeklinde dairesel paraboloid serilerinin toplamı ya da

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (132)$$

şeklinde iki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı ile ifade edilebilir. Bağlantılardaki δ isteğe bağlı bir katsayıdır. Nasıl ve hangi büyüklükte alınacağı konusunda farklı çalışmalar için birçok hesaplama yöntemi geliştirilmiştir. Hardy (1990) tarafından ileri sürülen bağlantı

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]}{m(m-1)}} \quad (133)$$

şeklindedir.

δ değeri 0 alınarak (132) eşitliğinde yerine konursa multiküadratik jeoid yüzeyi

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{1/2} \quad (134)$$

biçiminde dairesel dik konilerin toplamından oluşur. Burada K_i katsayılarını belirlemek için önce x , y ve ΔN değerleri bilinen m tane dayanak noktasından hareketle

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m K_i \left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \right]^{1/2} \quad (135)$$

bağıntısından yararlanarak

$$a_{ij} = \left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \right]^{1/2} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (136)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= K_1 a_{11} + K_2 a_{12} + \dots + K_m a_{1m} \\ \Delta N_2 &= K_1 a_{21} + K_2 a_{22} + \dots + K_m a_{2m} \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \Delta N_m &= K_1 a_{m1} + K_2 a_{m2} + \dots + K_m a_{mm} \end{aligned} \quad (137)$$

denklemleri oluşturulur. (137) denklemlerini matris biçiminde gösterirsek

$$\underline{\Delta N} = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \vdots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad \underline{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_m \end{bmatrix} \quad (138)$$

şeklini alır. Buradan

$$\underline{\Delta N} = \underline{A} \underline{K} \quad (139)$$

ifadesi kolayca yazılır. Bilinen değerler eşitliğin bir tarafında toplanırsa (139) denklemi

$$\underline{K} = \underline{A}^{-1} \underline{\Delta N} \quad (140)$$

şeklini alır. Buradan K_i katsayıları matris çözümle elde edilir. (129) denklemi, K_i katsayıları yerine konarak

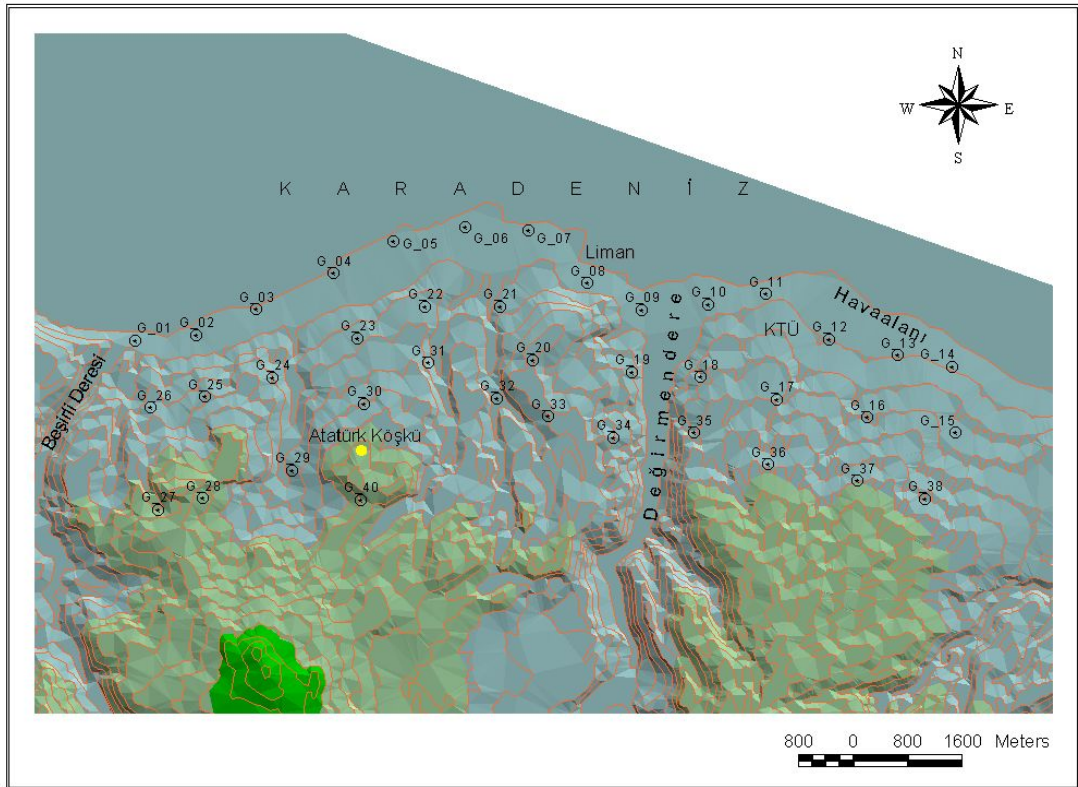
$$N_e = N_{\text{trend}} + \sum_{i=1}^m K_i \left[(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2 \right]^{1/2} \quad (141)$$

biçiminde yeniden yazılmasıyla x_e ve y_e koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının jeoid ondülasyonunu verecek hale getirilir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Çalışma Alanının Tanıtılması

Lokal Jeoid Belirleme çalışması için uygulama alanı olarak Trabzon Merkez ve Pelitli Beldesi yerleşim alanını kapsayan bölge seçilmiştir. $40^{\circ} 58' 20''$ ile $41^{\circ} 00' 33''$ enlemleri ve $39^{\circ} 39' 33''$ ile $39^{\circ} 48' 05''$ boylamları arasında kalan çalışma alanı Karadeniz kıyısında kıyı şeridinde paralel şekilde uzanmaktadır. Alan doğu-batı yönünde Giresun istikametinde Trabzon şehir girişinden başlayıp Rize istikametinde Pelitli Beldesi çıkışına, kuzey-güney yönünde ise Karadeniz kıyısından başlayıp 2 km güneyine kadar devam etmektedir. Alanın Karadeniz kıyı şeridi boyunca mesafesi yaklaşık 13 km'dir. Alan, nispeten eğimin yüksek olduğu bir yapıya sahiptir (Şekil 20).



Şekil 20. Trabzon lokal jeoid belirleme ağı ve çalışma alanı

2.2. Lokal Jeoid Belirleme Ağı'nın Oluşturulması

Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktaları oluşturulurken önce bölgeye ait bir hâlihazır harita temin edilmiştir. Hâlihazır harita üzerinde inceleme yapılarak çalışma alanını kapsayacak şekilde nokta yerleri belirlenmiştir. Lokal Jeoid Belirleme Ağı, sahil şeridine paralel doğrultuda 3, sahil şeridine dik doğrultuda 13 sıradan oluşan ve aralarında yaklaşık 1'er km mesafe bulunan 39 adet noktadan oluşmaktadır (Şekil 20).

Nokta yerleri belirlenirken arazinin fiziksel yüzeyini yansıtmasına ve homojen dağılımda olmasına dikkat edilmiştir. Daha sonra hâlihazır harita üzerinden alınan yaklaşık koordinatlar yardımıyla arazi istikşafı gerçekleştirilmiştir.

Arazide noktalar tesis edilirken GPS ile ölçme şartları göz önünde bulundurulmuştur. Noktaların uydulardan gelen sinyallerin kolayca alınabileceği açık alanlarda olmasına, yüksek gerilim hattının altında bulunmamasına, multipath etkisinin minimum olabileceği ve nivelman işleminin rahat yapılabilmesi için yerlerin seçilmesine dikkat edilmiştir. Noktalar zeminde çivi şeklindedir (Şekil 21).



Şekil 21. Lokal jeoid belirleme ağı noktası

2.3. GPS Ölçüleri

2.3.1. GPS Ölçü Verilerinin Toplanması

Nokta koordinatları ve elipsoidal yükseklikleri statik GPS ölçüleri yapılarak belirlenmiştir. GPS ölçüleri, L1 ve L2 frekanslı, 12 kanallı ve jeodezik antene sahip 2 adet Ashtech Z-Xtreme ve 3 adet Ashtech Z-Surveyor olmak üzere toplam 5 adet alıcı kullanılarak yapılmıştır. Öncelikle GPS ölçüleri için bir oturum planı hazırlanmıştır. Oturum planı hazırlanırken bir noktadan diğer noktaya olan ulaşım durumu ve aletlerin optimum kurulum durumuna dikkat edilmiştir. GPS ölçüleri 7 günde ve 27 oturumda tamamlanmıştır. Ölçüler statik GPS ölçü yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Tablo 5’te GPS ölçüleri için yapılmış oturum planları görülmektedir.

Tablo 5. GPS ölçüleri oturum planı

Oturum No	Nokta Numaraları	Oturum No	Nokta Numaraları
1. Oturum	G_13-G_14-G_15-G_16-G_17	15. Oturum	G_07-G_08-G_20-G_21-G_32
2. Oturum	G_15-G_16-G_17-G_37-G_38	16. Oturum	G_06-G_07-G_08-G_21-G_32
3. Oturum	G_12- G_16-G_17-G_36-G_37	17. Oturum	G_06-G_07-G_08-G_20-G_21
4. Oturum	G_11-G_12-G_13-G_17-G_36	18. Oturum	G_06-G_20-G_21-G_31-G_32
5. Oturum	G_10-G_11-G_12-G_17-G_18	19. Oturum	G_06-G_21-G_22-G_31-G_32
6. Oturum	G_10-G_17-G_18-G_35-G_36	20. Oturum	G_04-G_05-G_06-G_21-G_22
7. Oturum	G_09-G_10-G_18-G_19-G_35	21. Oturum	G_04-G_05-G_22-G_23-G_30
8. Oturum	G_09-G_18-G_19-G_34-G_35	22. Oturum	G_23-G_29-G_30-G_31-G_40
9. Oturum	G_08-G_09-G_10-G_19-G_34	23. Oturum	G_24-G_28-G_29-G_30-G_40
10. Oturum	G_08-G_09-G_19-G_20-G_21	24. Oturum	G_03-G_04-G_23-G_24-G_29
11. Oturum	G_19-G_20-G_21-G_33-G_34	25. Oturum	G_02-G_03-G_24-G_25-G_29
12. Oturum	G_08-G_09-G_19-G_20-G_34	26. Oturum	G_02-G_25-G_26-G_27-G_28
13. Oturum	G_19-G_20-G_32-G_33-G_34	27. Oturum	G_01-G_02-G_25-G_26-G_28
14. Oturum	G_08-G_20-G_21-G_32-G_33		

Ağın şekli ve oturum planı dikkate alınmış ve bir oturumda ölçülecek maksimum baz uzunluğunun 5 km’yi geçmeyeceği görülmüştür. Böyle kısa bazlı ağlarda yeterli doğruluğu alabileceğimiz için ölçümlerde bir oturum süresi 45 dakika alınmıştır. Ancak ağın köşe noktaları (G_01, G_14, G_27 ve G_38) ile oluşturulan bazlar hariç diğer bazlar 2 ve üzeri oturumda toplanan verilerle değerlendirilmiştir. Kayıt aralığı 10 sn, uydu sinyallerinin alınacağı yükseklik açısı ise 10° seçilmiştir (Şekil 22). Veriler toplanırken değerlendirme sırasında kullanılacak olan ve alete veri girişinde karşılaşılabilecek problemlerin çözümü

için noktadaki her oturumda nokta numarası, oturuma başlama ve bitiş saatleri, anten tipi ve anten yüksekliği not edilmiştir.



şekil 22. GPS alıcısı ile ölçü yapılırken

llerin değerlendirilmesinde sabit istasyon TRAB noktasına ait veriler de kullanılmıştır. Karadeniz Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü binası üzerinde konuşlandırılan TRAB noktası, IGS (International GPS Service) ve EUREF (European Reference Frame) bünyesinde bir sabit istasyondur. TRAB noktasında 1 sn aralıklarla sürekli veri toplanmakta ve bilgisayar ortamına aktarılmaktadır. Değerlendirmede kullanılan TRAB noktası verisi 10 sn aralıklarla ve oturumlarla eş zamanlı olabilecek zaman aralığında RINEX formatında alınmıştır.

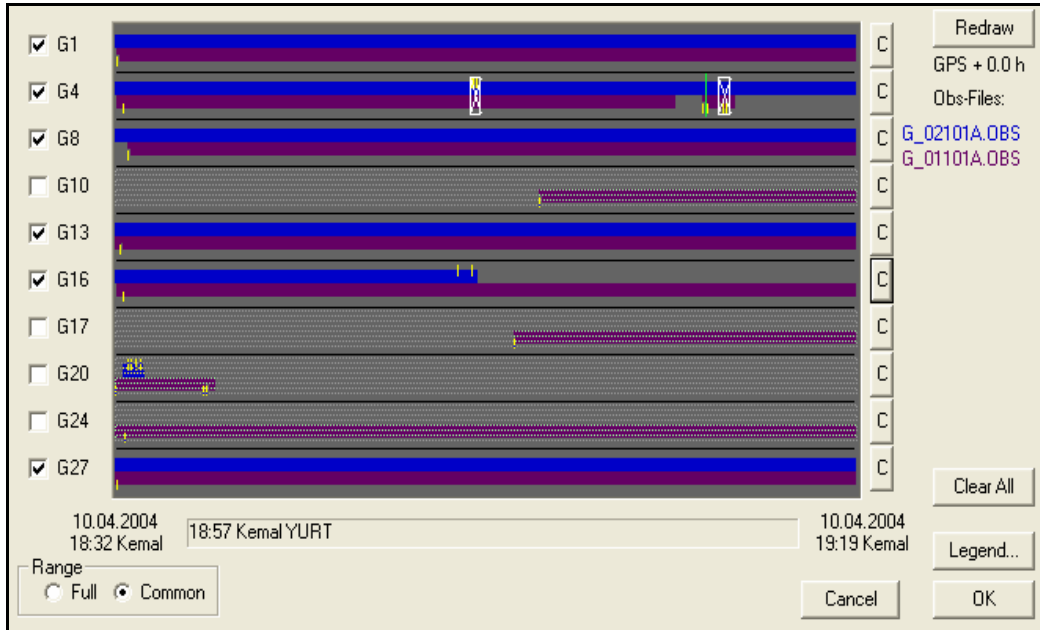
2.3.2. GPS l Verilerinin Değerlendirilmesi

Veriler GeoGenius2000 programında değerlendirilmiştir. Değerlendirme işlemi ağın TUTGA (Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı) bağlantısının yapılması ve ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame 1996) koordinatlarına dönüştürülmesi için WGS84 datumunda gerçekleştirilmiştir. GPS verilerinin değerlendirilmesi işlemlerinde aşağıdaki sıra takip edilmiştir.

Her bir GPS uydusu saat düzeltmeleri, sistem/uydu durumları ve daha da önemlisi uyduların konumları ya da yörünge bilgilerini içeren veriler yayımlarlar. Yörünge bilgilerini veren yayın efemerisi ve hassas efemeris diye adlandırılan iki temel kaynak vardır. Yayın efemerisi, gerçek zamanda uydulardan gönderilen navigasyon mesajı içerisinde uydu konumlarının önceden belirlenmesidir. Bu efemeris bilgileri hem P kodu hem de C/A kodu alabilen bir alıcı tarafından gerçek zamanda elde edilebilir. Hassas efemeris ise bu hizmeti veren web sayfalarından internet ortamında elde edilebilir. Bu çalışmadaki değerlendirmelerde yayın efemerisi kullanılmıştır.

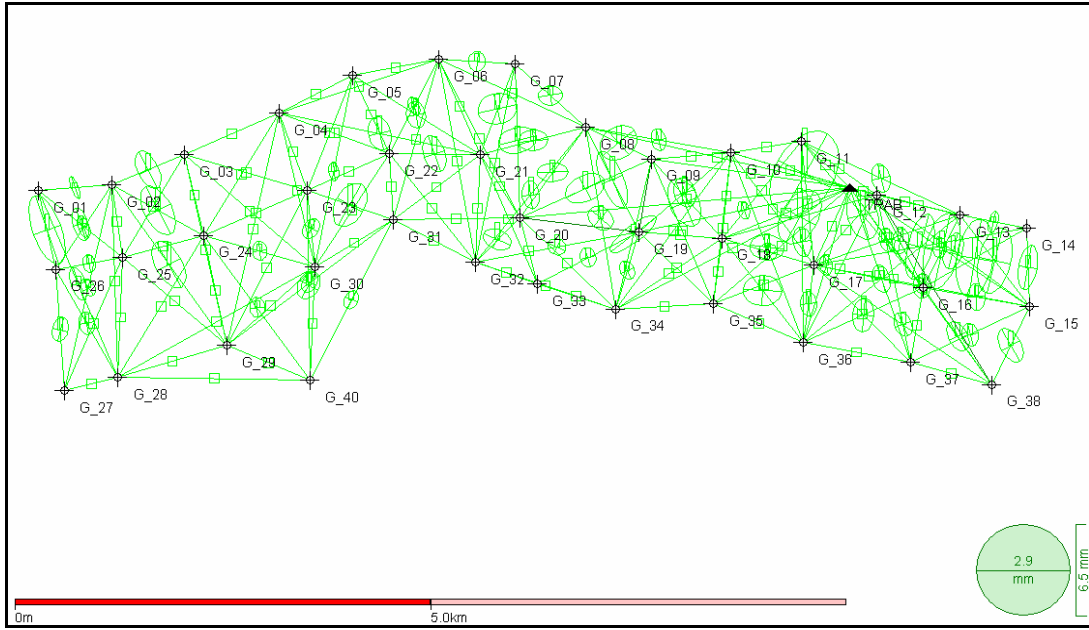
Bilgisayar ortamına aktarılmış veriler değerlendirme programına alındıktan sonra arazide ölçülen anten yüksekliklerinin ve anten tiplerinin yazılıma doğru girilip girilmediği kontrol edilmiştir. Eğer anten yükseklikleri ve anten tipleri doğru girilmez ise ağıta ait lup kapanmaları yeterli doğrulukta olmayacak ve dengeleme işlemi hatalı yapılacaktır. GeoGenius yazılımında anten yükseklikleri, anten sehpa üzerine kurulmuş ise eğik (Slope), pilye üzerine kurulmuş ise düşey (Instrument Height) olarak girilmektedir.

Bazlarda oluşması muhtemel onarılamamış faz kaymaları, uydulardan gelen verilerde oluşan kesiklikler vs. ağıda ölçülmüş bütün kenarlar için ayrı ayrı taranarak temizlenmiştir. Şekil 23'te G_01 ile G_02 noktaları arasındaki baz ölçümünde oluşan faz kayması, sinyal kesiklikleri gibi hataların temizlenmesi görülmektedir.

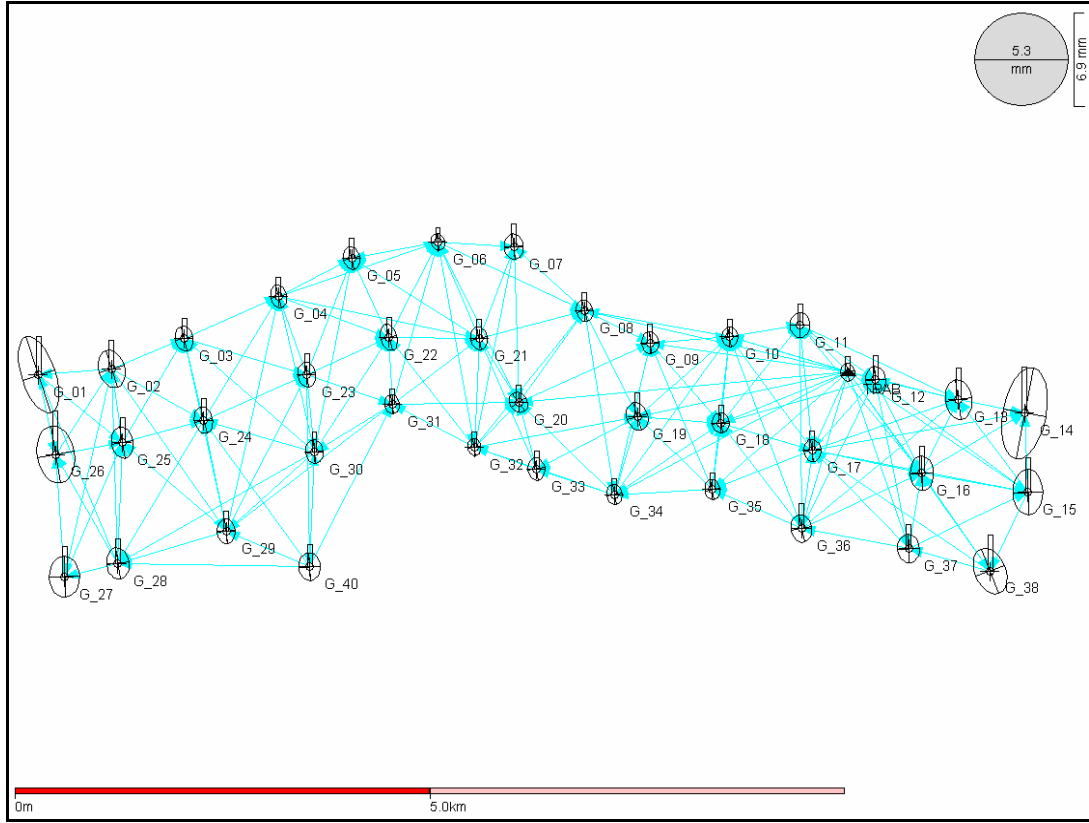


Şekil 23. G_01 ve G_02 noktalarında eş zamanlı uydu verilerinin temizlenmesi

GPS ölçü verilerinin değerlendirilmesinde de en çok veriye sahip ve sabit istasyon olmasından dolayı TRAB noktası sabit alınmıştır. WGS84 datumunda gerçekleştirilen değerlendirme sonrasında bazlarda oluşan hata elipsleri yatayda 2.9 mm, düşeyde 6.5 mm çıkmıştır (Şekil 24). Ölçüler serbest ağ dengelemesine tabi tutulmuş ve nokta konumlarında ise yatayda 5.3 mm, düşeyde 6.9 mm doğrulukla sonuca ulaşılmıştır (Şekil 25).



Şekil 24. WGS84 datumunda GPS ölçülerinin değerlendirilmesi



Şekil 25. WGS84 datumunda GPS ölçülerinin dengelenmesi

2.3.3. Lokal Jeoid Belirleme Ağının TUTGA'ya Bağlanması

Teknolojik ve bilimsel gelişmeler ile ülkemizde meydana gelen depremler nedeniyle Türkiye Ulusal Datum'u (TUD) ihtiyaçları karşılayamaz duruma düşmüş ve yeni bir datum oluşturma zorunluluğu doğmuştur. 6 Aralık 1996 tarihinde Harita Genel Komutanlığı ile Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü arasında aynı amaçlara yönelik çalışmaları ortaklaşa yürüterek ulusal temel GPS ağına kurulması için bir işbirliği protokolü imzalamış ve Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı (TUTGA)'nın oluşturulması çalışmalarına başlanmıştır (TUTGA-99, 2001). TUTGA, ITRF koordinat sisteminde üç boyutlu koordinatları ve zamana bağlı hız değişimleri bilinen, 594 noktadan oluşan bir ağıdır. Şekil 26'da pilve olarak inşa edilmiş bir TUTGA noktası görülmektedir.



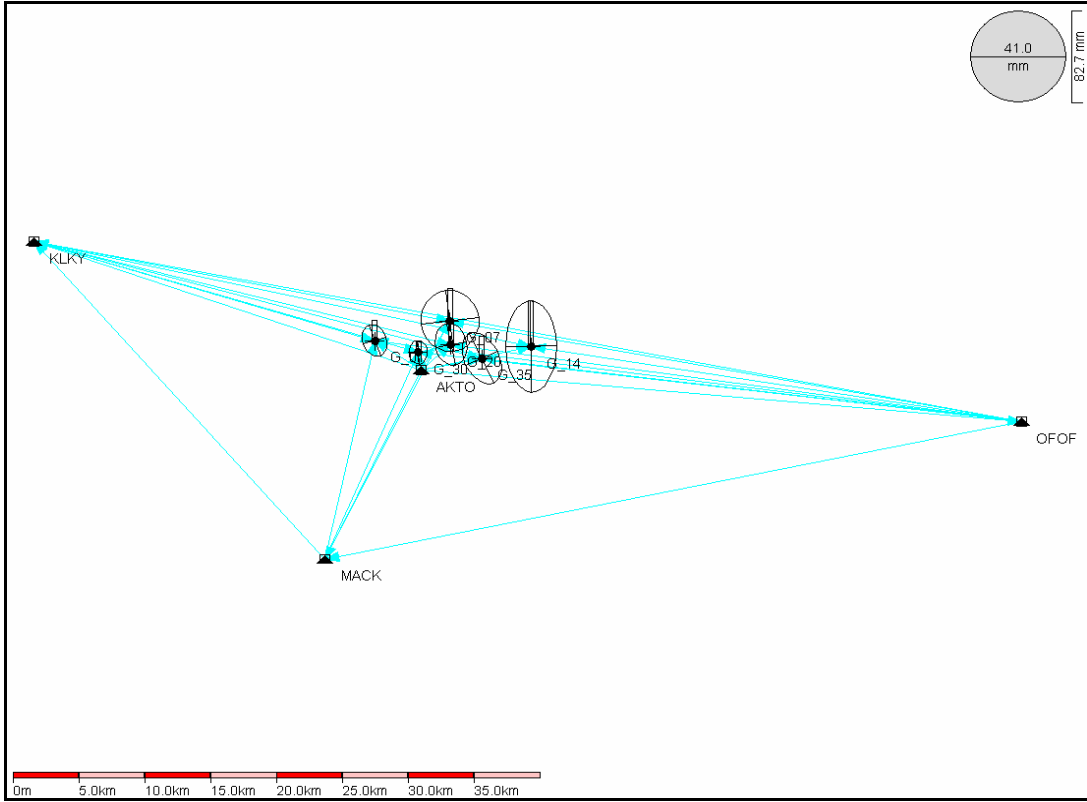
Şekil 26. Pilye olarak inşa edilmiş bir TUTGA noktası (KLKY Çarşıbaşı)

Bölgede, Lokal Jeoid Belirleme Ağını çevreleyen 4 adet TUTGA noktası bulunmaktadır. Bu noktalar KLKY, AKTO, OFOF ve MACK noktalarıdır. Bu noktaların koordinat değerleri ve hızları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. TUTGA noktalarının ITRF96 koordinatları (1998.0)

NN	X (m)	Y (m)	Z (m)	V _x (m/y)	V _y (m/y)	V _z (m/y)
OFFO	3683175.0442	3117426.8191	4156987.7353	-0.0184	0.0154	0.0116
AKTO	3710601.8948	3080787.1689	4160498.2160	-0.0178	0.0167	0.0108
KLKY	3724082.4156	3053727.9092	4167984.3543	-0.0190	0.0150	0.0103
MACK	3723148.0635	3081666.4999	4149348.0629	-0.0191	0.0151	0.0102

Lokal Jeoid Belirleme Ağı içerisinde homojen dağılımda seçilmiş altı adet nokta (G_01, G_07, G_14, G_20, G_30 ve G_35) GPS gözlemleri ile bu dört adet TUTGA noktasına bağlanmıştır (Şekil 27). TUTGA bağlantısında her bir oturum süresi 1 saat tutulmuştur. G_01, G_07 ve G_30 noktalarına 4 TUTGA noktasından, G_14, G_20 ve G_35 noktalarına ise 3 TUTGA noktasından bağlantı yapılmıştır.



Şekil 27. Ağın TUTGA'ya bağlanması

Ancak burada değerlendirme yapmadan önce t_0 (1998.0) epoğundaki TUTGA noktalarının ITRF96 koordinatları;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{t_1} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{t_0} + (t_1 - t_0) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (142)$$

formülü yardımıyla t_1 ölçü epoğu olan 2005.38 (21 Mayıs 2005) epoğuna çevrilmiştir. Değerlendirmede TUTGA noktalarının bilinen değerleri olarak t_1 anı değerleri girilmiş ve sabitlenmiştir. Yukarıda daha önce bahsedilen GPS ölçüleri değerlendirmesindeki işlem adımları izlenerek değerlendirme yapılmış ve seçilen noktaların 2005.38 epoğundaki ITRF96 koordinatları bulunmuştur. Daha sonra bu noktalardaki hız vektörleri,

$$\hat{v}_p = \sum_{i=1}^n w_i v_i / \sum_{i=1}^n w_i \quad (143)$$

formülü yardımıyla hesaplanarak (142) formülünde yerlerine konulmuş ve noktaların koordinatları t_0 anına çevrilmiştir. Burada w_i bir ağırlık fonksiyonudur ve $\hat{v}_p$ hız vektörü hesaplanacak nokta ile v_i hız değerleri bilinen ölçü noktaları arasındaki d_i mesafesine bağlıdır. Ağırlık fonksiyonu w_i ,

$$w_i = 1/d_i^k \quad (144)$$

formülünden hesaplanır. k ağırlık fonksiyonu bilinmeyen olup seçiminde

$$rms = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v_i - \hat{v}_p)^2} \quad (145)$$

değerini minimum yapan sayı seçilir (TUTGA-99, 2001). Bu çalışmada yapılan hesaplamalarda k değeri 1 alınmıştır.

TUTGA'ya bağlantı yapılarak ölçülen noktaların serbest ağ dengelemesiyle bulunan WGS84 koordinatları ile t_0 anı ITRF96 koordinatları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Ortak noktaların WGS84 ve ITRF96 koordinatları

NN	WGS84 Koordinatları (m)			ITRF96 Koordinatları (1998.0) (m)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
G_01	3711483.7760	3076883.6670	4161994.6830	3711474.8193	3076874.3144	4161983.5340
G_07	3707023.9020	3080648.2510	4163172.3880	3707014.9611	3080638.8642	4163161.2138
G_14	3704130.8930	3086263.1290	4161649.4670	3704121.9061	3086253.7817	4161638.3118
G_20	3708090.9080	3081604.7660	4161901.0660	3708081.9495	3081595.4083	4161889.9047
G_30	3709980.1150	3079969.2960	4161447.5710	3709971.1807	3079959.9681	4161436.4355
G_35	3707103.8730	3083836.1320	4161058.2950	3707094.9322	3083826.8253	4161047.1588

2.3.4. Noktaların ITRF96 Koordinatlarının Hesaplanması

ITRF96 ve WGS84 koordinatları bilinen bu altı noktadan sistemler arasındaki koordinat dönüşümü gerçekleştirilmiştir. Sistemler arasındaki koordinat dönüşümünde Helmert benzerlik dönüşüm parametreleri kullanılmıştır. Helmert benzerlik dönüşüm parametreleri, üç öteleme (X_0, Y_0, Z_0), üç dönüklük (α, β, γ) ve bir de ölçek faktöründen (λ)

oluşmaktadır (Karaali, 1999). Dönüşüm parametrelerini ve noktaların WGS84 koordinatlarından ITRF96 koordinatlarına dönüşümü sağlamak amacıyla Matlab program yazılım altlığında bir program yapılmıştır. Program, verilerini “3dkoordon.xls” adındaki Microsoft Excel ortamında oluşturulmuş bir dosyadan almaktadır. Noktaların bilinen sistemdeki koordinatları (X, Y, Z), hesaplanacak sistemdeki koordinat değerleri (x, y, z) olmak üzere “nokta no, X, Y, Z, x, y, z” formatında bir Excel dosyasına verilerin girilmesi gerekmektedir. Noktaların bilinmeyen değerleri “0” olarak girilmelidir. Program önce dönüşüm parametrelerini hesaplamakta ve “donpar.dat” adında bir dosyaya aktarmaktadır. Daha sonra hesaplanan bu dönüşüm parametrelerinden yararlanarak diğer noktaların dönüştürülmüş koordinatlarını bulmakta ve “donkoor.dat” adlı dosyaya kaydetmektedir (Ek Şekil 1). Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktalarının ITRF96 sistemine dönüştürülmüş koordinatları sırasıyla Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Ağ noktalarının 1998.0 epoğundaki ITRF96 koordinatları

NN	X	Y	Z	NN	X	Y	Z
G_01	3711474.819	3076874.314	4161983.534	G_21	3707896.631	3080819.434	4162372.387
G_02	3710873.292	3077525.478	4162035.617	G_22	3708604.683	3079992.661	4162397.248
G_03	3710127.484	3078044.708	4162313.292	G_23	3709479.212	3079432.689	4162071.716
G_04	3709139.469	3078709.253	4162705.305	G_24	3710552.098	3078702.971	4161640.896
G_05	3708339.993	3079188.318	4163053.235	G_25	3711361.905	3078098.216	4161488.378
G_06	3707573.018	3079911.004	4163202.144	G_26	3711936.965	3077529.602	4161358.632
G_07	3707014.961	3080638.864	4163161.214	G_27	3712725.892	3078321.264	4160353.350
G_08	3706860.289	3081627.494	4162570.670	G_28	3712230.390	3078749.303	4160474.417
G_09	3706556.508	3082404.473	4162273.857	G_29	3711101.986	3079510.199	4160663.156
G_10	3705905.291	3083112.982	4162333.291	G_30	3709971.181	3079959.968	4161436.436
G_11	3705304.572	3083716.548	4162453.216	G_31	3708989.046	3080363.009	4161781.941
G_12	3705065.146	3084702.700	4161956.527	G_32	3708614.788	3081342.357	4161374.918
G_13	3704546.934	3085570.116	4161772.143	G_33	3708356.209	3082102.193	4161271.531
G_14	3704121.906	3086253.782	4161638.312	G_34	3707886.957	3082942.556	4161006.881
G_15	3704621.950	3086720.684	4160958.046	G_35	3707094.932	3083826.825	4161047.159
G_16	3705350.818	3085665.276	4161167.967	G_36	3706690.134	3084889.072	4160740.159
G_17	3706072.746	3084549.078	4161400.407	G_37	3705992.193	3085990.905	4160555.740
G_18	3706567.174	3083517.249	4161597.043	G_38	3705472.478	3086837.187	4160317.768
G_19	3707181.761	3082722.636	4161674.184	G_40	3710790.306	3080563.935	4160468.272
G_20	3708081.950	3081595.408	4161889.905				

Lokal Jeoid Belirleme Ağı için WGS84 sisteminden ITRF96 sistemine geçişte her iki sistemde koordinatları belli olan altı noktadan hesaplanan ve Tablo 9’da verilen Helmert benzerlik dönüşüm parametreleri kullanılmıştır.

Tablo 9. Sistemler arasındaki Helmert benzerlik dönüşüm parametreleri

Öteleme (m)	Dönüklük (grad)	Ölçek faktörü
$X_0 = 60.3530$	$\alpha = -0.000854$	$\lambda = 1.000002$
$Y_0 = 28.7395$	$\beta = 0.001060$	
$Z_0 = -123.9526$	$\gamma = -0.000180$	

2.4. Gravite Ölçüleri

Noktalardaki gravite ölçüleri KTÜ Jeofizik Bölümü laboratuvarında bulunan Worden Gravity Meter No: 801 Model: III gravimetre aleti ile yapılmıştır. Worden gravimetresi sıcaklık değişimlerinden etkilenmemesi için bir kap içerisinde koruma altına alınmıştır. Aletin yay ve kütlesinin bulunduğu kısım vakumdur. Kütle kuvars telle yay sistemine bağlıdır. Aletin dış kısmı pille ısıtılıp iç sıcaklık sabit tutulmaktadır (Şekil 28).



Şekil 28. G_28 nolu noktada gravite ölçüsü yapılırken

Gravimetre aletinde ölçümler kadran okuması şeklinde gerçekleştirilmektedir. Alet nokta üzerine konup düzeçlendikten sonra kadran vidaları yardımıyla alet içerisindeki yay denge durumuna getirilir. Alet bu halde iken kadran göstergesi üzerindeki değer okunur. Aynı işlem ikinci bir noktada daha yapılır. Okunan kadran okumaları farkı (Δk) alet sabiti (a) ile çarpıldığı zaman iki nokta arasındaki gravite farkını (Δg) verir. Dolayısıyla gravite ölçüleri dayalı olarak bulunmaktadır.

$$\Delta g = a * \Delta k \quad (146)$$

(146) formülünden de anlaşılacağı gibi alet sabitinin bilinmesi halinde bir tane referans noktasından çıkış alınarak diğer noktaların gravite değerleri hesaplanabilmektedir. Alet sabiti bilinmemesi ya da alet sabiti kontrol edilmesi durumunda ise en az iki referans noktasına ihtiyaç vardır. Referans noktalarında okunan değerlerden hareketle

$$a = \frac{\Delta g}{\Delta k} \quad (147)$$

formülü ile alet sabiti hesaplanabilmektedir. Burada,

Δg : Referans noktalarındaki gravite değerleri farkı

Δk : Referans noktalarındaki kadran okumaları farkıdır.

Bu çalışmada gravite ölçüleri yapabilmek için gravitesi bilinen noktalar araştırılmış ve Trabzon limanı içerisinde gravite değerleri bilinen BG-4087 ve BG-4088 numaralı noktalar tespit edilmiştir. KTÜ Jeofizik bölümünden noktaların gravite değerleri ve röperleri alınmıştır. Gravimetri aleti için alet sabiti, ölçüye çıkmadan önce ve ölçüm bittikten sonra referans noktalarında ölçüm yapılarak sürekli kontrol edilmiştir. Gravite ölçümleri ağa ait nokta üzerlerinde ve nivelman güzergâhında eğimin değiştiği noktalarda yapılmıştır. Noktaların gravite değerleri bulunduktan sonra Prey indirgemesi yardımı ile noktaların ortalama gravite değerleri hesaplanmıştır.

Noktaların elipsoid üzerindeki normal gravite değerleri

$$\gamma = \frac{\gamma_e (1 + k \sin^2 \varphi)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad ; \quad k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \quad (148)$$

formülü yardımıyla bulunmuştur. Burada,

- a : Elipsoidin büyük yarı eksen,
- b : Elipsoidin küçük yarı eksen,
- e : Elipsoidin birinci eksantrisitesi,
- γ_e : Ekvatordaki normal gravite,
- γ_p : Kutuplardaki normal gravite

dir. Tablo 10’da noktaların ölçülen, ortalama ve normal gravite değerleri verilmiştir.

Tablo 10. Noktaların ölçülen, ortalama ve normal gravite değerleri

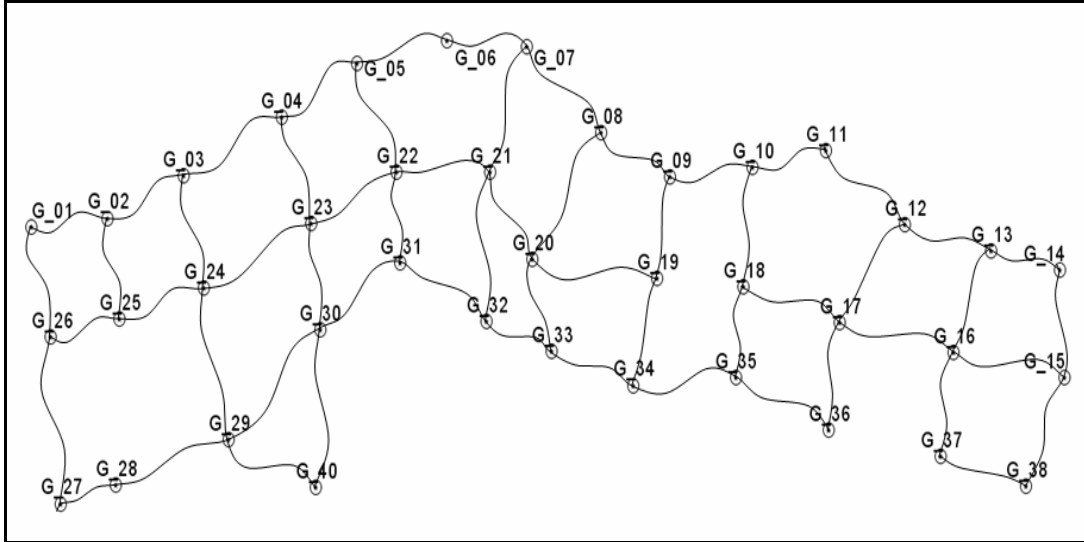
Nokta No	Ölçülen gravite (g) (mGal)	Ortalama gravite ($\bar{g}$) (mGal)	Normal gravite (γ) (mGal)	Nokta No	Ölçülen gravite (g) (mGal)	Ortalama gravite ($\bar{g}$) (mGal)	Normal gravite (γ) (mGal)
G_01	980281.57	980281.89	980241.47	G_21	980253.44	980257.11	980241.83
G_02	980282.34	980282.59	980241.53	G_22	980233.66	980238.54	980241.84
G_03	980275.88	980276.10	980241.83	G_23	980241.53	980247.43	980241.47
G_04	980278.56	980278.94	980242.24	G_24	980231.83	980237.25	980241.02
G_05	980279.29	980279.46	980242.62	G_25	980204.41	980213.17	980240.81
G_06	980279.79	980280.01	980242.77	G_26	980215.45	980223.15	980240.68
G_07	980278.50	980278.72	980242.73	G_27	980142.33	980157.68	980239.49
G_08	980275.50	980275.71	980242.10	G_28	980141.08	980156.34	980239.62
G_09	980270.74	980271.12	980241.78	G_29	980201.65	980209.91	980239.93
G_10	980265.87	980266.38	980241.84	G_30	980177.84	980188.96	980240.71
G_11	980256.90	980258.33	980241.96	G_31	980244.73	980249.52	980241.18
G_12	980247.88	980249.78	980241.42	G_32	980242.84	980247.12	980240.76
G_13	980246.23	980248.02	980241.22	G_33	980200.92	980211.50	980240.54
G_14	980245.81	980247.43	980241.08	G_34	980210.30	980219.18	980240.29
G_15	980215.45	980220.01	980240.31	G_35	980213.90	980222.50	980240.34
G_16	980199.00	980205.70	980240.50	G_36	980193.70	980205.55	980239.96
G_17	980219.86	980227.93	980240.72	G_37	980150.03	980162.15	980239.76
G_18	980242.76	980247.34	980240.99	G_38	980148.44	980158.49	980239.54
G_19	980233.35	980238.93	980241.06	G_40	980125.84	980142.55	980239.59
G_20	980202.54	980213.21	980241.20				

2.5. Nivelman Ölçüleri

Noktaların ortometrik yüksekliklerinin belirlenmesi işlemine, yine hâlihazır haritadan yararlanılarak noktalar arasında nivelman güzergâhı belirlenmesiyle başlanmıştır. Nivelman güzergâhı belirlenmesinde lup kapanmalarına dikkat edilmiş ve lup kapanması yapılmamış bir güzergâh bırakılmamıştır. Nivelman işlemi Topcon-DL101C dijital nivo ile

gerçekleştirilmiştir. Ölçü aletinin 1 km'lik nivelmandaki ölçme hassasiyeti invar miralarla elektronik ölçmelerde 0.4 mm, optik okumalarda 1 mm'dir (Dijital Nivo Kullanım Kılavuzu). Dijital nivonun ölçme hassasiyeti KTÜ Orman Fakültesi Orman Endüstri Bölümü batısı otopark duvarında bulunan Rs. 2 noktası ile KTÜ kampus alanı A Giriş yönündeki Danışma Memurluğu binası batı duvarında bulunan Rs. 9 noktası arasında test edilmiştir. Test sonucunda gidiş dönüş arasındaki fark 1.2 mm çıkmıştır. Nivelmanda alüminyumdan yapılmış iç içe geçmeli, 4 m boyunda standart barkotlu miralar kullanılmıştır. Okumalar 'geri-ileri-ileri-geri' şeklinde ve gidiş-dönüş yapılmıştır. Veriler bilgisayar ortamına Microsoft Office Excel tabanında kaydedilmiş ve hesaplamalarda aynı altlık üzerinde gerçekleştirilmiştir.

Nivelman işlemi, yükseklik değerleri bilinen DN2 ve DN3 noktalarından çıkış alınarak yapılmıştır. Nivelman işlemi sırasında 58 güzergâh oluşturulmuş, 20 adet lup kapatılmış ve 108 km'lik bir mesafe kat edilmiştir. Hâlihazır harita üzerinde belirlenmesine rağmen G_18-G_19, G_25-G_28, G_36-G_37 güzergâhları arazi şartlarından dolayı ölçülememiştir. Kapatılan her lup sonrasında lup kapanma hataları hesaplanmış, maksimum G_09, G_10, G_18, G_19, G_34 ve G_35 noktalarını kapsayan 12759 m'lik nivelman güzergahında 9.6 mm çıkmıştır (Şekil 29).



Şekil 29. Nivelman güzergâhı

Ağda gidiş-dönüş ölçülerinin ortalaması alınarak bulunan 1 km geçki uzunluklu bir ölçünün ortalama hatasının öncül değeri (s_0), ölçü farklarından yararlanarak ± 3.2 mm

hesaplanmıştır. Serbest ağ dengelemesi sonucunda birim ölçünün ortalama hatası (m_0) ± 2.4 mm bulunmuştur. Dengeleme sonrası test büyüklüğü (s_0 'ın sayısal değeri daha büyük olduğu için paya yazılmıştır),

$$T = \frac{s_0^2}{m_0^2} = 1.856 \quad (q=F_{20,20,0.975}=2.4645, q=F_{20,20,0.95}=2.1242) \quad (149)$$

çıkması ve $T < q$ olduğu için dengeleme modeli geçerli sayılmıştır. Daha sonra uyşumsuz ölçüler testi yapılmış ve ölçülerdeki test sonucu değerleri (t_i) 0.203 ile 1.901 arasında çıkmıştır. t_i değerlerinin t dağılım tablosundan alınan $t_{\max}=1.936$ tablo değerinin altında kaldığı ve uyşumsuz ölçü olmadığı gözlenmiştir. Daha sonra ölçülere dinamik ve ortometrik (jeofizik) indirgemeler getirilerek yeniden dengelemeye tabi tutulmuştur (Tablo 11). İkinci kere yapılan dengelemede daha önce yapılan nivelman dengelemesi sonucunda bulunan nokta yükseklikleri yaklaşık değer olarak alınmış ve yeni dengeleme sonucunda birim ölçünün ortalama hatası (m_0) ± 5.03 mm, ölçü duyarlılıkları (m_i) ise ± 4.6 mm ile ± 12.3 mm arasında değerler almıştır (Tablo 12). Bu değerlendirme sonucu noktaların ortometrik yükseklikleri bulunmuştur.

Tablo 11. Dinamik indirgeme, ortometrik indirgeme ve indirgenmiş yükseklik farkları

Baş. Nok.	Bitiş Nok.	Δn_{AB} (m)	DC_{AB} (m)	DC_A (m)	DC_B (m)	OC_{AB} (m)	Δh_{AB} (m)	Baş. Nok.	Bitiş Nok.	Δn_{AB} (m)	DC_{AB} (m)	DC_A (m)	DC_B (m)	OC_{AB} (m)	Δh_{AB} (m)
G_02	G_01	1.5647	-0.0006	-0.0021	-0.0026	0.0000	1.5647	G_33	G_34	-40.4427	0.0175	-0.1064	-0.0875	-0.0014	-40.4441
G_03	G_02	0.7486	-0.0003	-0.0019	-0.0021	0.0000	0.7485	G_34	G_35	-6.3901	0.0027	-0.0875	-0.0842	-0.0006	-6.3908
G_04	G_03	-3.8026	0.0014	-0.0032	-0.0019	0.0000	-3.8025	G_35	G_36	76.6379	-0.0333	-0.0842	-0.1208	0.0034	76.6412
G_05	G_04	4.8492	-0.0017	-0.0015	-0.0032	0.0000	4.8492	G_37	G_38	-48.6305	0.0238	-0.1362	-0.1139	0.0015	-48.6290
G_05	G_06	0.9959	-0.0004	-0.0015	-0.0018	0.0000	0.9959	G_01	G_26	174.1287	-0.0676	-0.0027	-0.0752	0.0050	174.1337
G_07	G_06	-0.2717	0.0001	-0.0019	-0.0018	0.0000	-0.2717	G_02	G_25	200.7108	-0.0790	-0.0021	-0.0877	0.0066	200.7173
G_07	G_08	-0.4110	0.0001	-0.0019	-0.0018	0.0000	-0.4110	G_03	G_24	122.5895	-0.0469	-0.0019	-0.0511	0.0023	122.5917
G_08	G_09	3.8559	-0.0014	-0.0018	-0.0032	0.0000	3.8559	G_04	G_23	130.1725	-0.0490	-0.0032	-0.0542	0.0020	130.1745
G_09	G_10	3.1312	-0.0012	-0.0032	-0.0044	0.0000	3.1312	G_22	G_05	-110.9186	0.0422	-0.0459	-0.0015	-0.0022	-110.9208
G_10	G_11	21.5718	-0.0081	-0.0044	-0.0127	0.0002	21.5719	G_21	G_07	-81.0748	0.0300	-0.0328	-0.0019	-0.0009	-81.0756
G_11	G_12	11.3715	-0.0044	-0.0127	-0.0174	0.0003	11.3718	G_09	G_19	122.8260	-0.0473	-0.0032	-0.0524	0.0019	122.8279
G_12	G_13	-2.5535	0.0010	-0.0174	-0.0165	0.0001	-2.5534	G_10	G_18	95.9929	-0.0367	-0.0044	-0.0421	0.0009	95.9938
G_13	G_14	-3.9632	0.0015	-0.0165	-0.0150	0.0000	-3.9631	G_12	G_17	145.3098	-0.0586	-0.0174	-0.0779	0.0019	145.3117
G_14	G_15	69.2152	-0.0281	-0.0150	-0.0449	0.0018	69.2170	G_13	G_16	115.7296	-0.0480	-0.0165	-0.0683	0.0038	115.7334
G_16	G_15	-50.4776	0.0217	-0.0683	-0.0449	-0.0017	-50.4792	G_15	G_38	129.5548	-0.0591	-0.0449	-0.1139	0.0098	129.5646
G_17	G_16	-32.1337	0.0138	-0.0779	-0.0683	0.0042	-32.1295	G_16	G_37	127.7078	-0.0592	-0.0683	-0.1362	0.0086	127.7164
G_18	G_17	82.2602	-0.0334	-0.0421	-0.0779	0.0024	82.2626	G_17	G_36	89.2741	-0.0385	-0.0779	-0.1208	0.0044	89.2785
G_20	G_19	-120.0467	0.0504	-0.1068	-0.0524	-0.0040	-120.0507	G_18	G_35	94.8965	-0.0388	-0.0421	-0.0842	0.0033	94.8997
G_21	G_20	165.2428	-0.0676	-0.0328	-0.1068	0.0064	165.2491	G_19	G_34	77.5847	-0.0322	-0.0524	-0.0875	0.0029	77.5875
G_22	G_23	24.1031	-0.0096	-0.0459	-0.0542	-0.0013	24.1018	G_20	G_33	-2.0194	0.0009	-0.1068	-0.1064	0.0005	-2.0189
G_23	G_24	-11.3856	0.0046	-0.0542	-0.0511	0.0014	-11.3842	G_21	G_32	14.6051	-0.0057	-0.0328	-0.0394	0.0009	14.6059
G_24	G_25	78.8699	-0.0331	-0.0511	-0.0877	0.0035	78.8734	G_22	G_31	-2.0536	0.0008	-0.0459	-0.0438	-0.0013	-2.0548
G_25	G_26	-25.0174	0.0107	-0.0877	-0.0752	-0.0018	-25.0191	G_23	G_30	123.0442	-0.0527	-0.0542	-0.1178	0.0109	123.0550
G_26	G_27	180.4345	-0.0829	-0.0752	-0.1742	0.0160	180.4505	G_24	G_29	67.0972	-0.0282	-0.0511	-0.0833	0.0040	67.1012
G_28	G_27	2.2016	-0.0011	-0.1736	-0.1742	-0.0005	2.2010	G_29	G_40	199.1671	-0.0946	-0.0834	-0.1956	0.0177	199.1847
G_29	G_28	164.9883	-0.0771	-0.0834	-0.1736	0.0132	165.0014	G_30	G_40	131.8345	-0.0642	-0.1178	-0.1956	0.0137	131.8482
G_30	G_29	-67.3326	0.0302	-0.1178	-0.0833	-0.0042	-67.3368	G_08	DN2	28.0248	-0.0102	-0.0018	-0.0121	0.0001	28.0249
G_31	G_30	149.2008	-0.0636	-0.0438	-0.1178	0.0104	149.2111	DN3	G_21	54.2384	-0.0203	-0.0117	-0.0328	0.0008	54.2391
G_31	G_32	-11.9177	0.0047	-0.0438	-0.0394	0.0003	-11.9174	G_20	DN2	-218.7038	0.0880	-0.1068	-0.0121	-0.0067	-218.7105
G_32	G_33	148.6184	-0.0618	-0.0394	-0.1064	0.0052	148.6236	DN3	G_22	82.8147	-0.0318	-0.0117	-0.0458	0.0023	82.8169

Tablo 12. Uyuşumsuz ölçüler testi ve ölçü duyarlık analizi

Nivelman Baş. Nok.	Güzergâhı Bit. Nok.	t_i	m_i (mm)	Nivelman Baş. Nok.	Güzergâhı Bit. Nok.	t_i	m_i (mm)
G_01	G_02	0.203	4.780	G_33	G_34	0.951	5.612
G_02	G_03	1.623	4.915	G_34	G_35	0.796	12.279
G_03	G_04	1.901	5.638	G_35	G_36	1.003	8.486
G_04	G_05	1.095	5.026	G_37	G_38	1.502	8.761
G_05	G_06	1.438	5.239	G_01	G_26	0.737	5.766
G_06	G_07	1.885	4.855	G_02	G_25	0.574	6.535
G_07	G_08	0.802	6.522	G_03	G_24	0.936	5.906
G_08	G_09	1.324	4.773	G_04	G_23	0.737	6.029
G_09	G_10	0.147	4.976	G_05	G_22	0.996	7.244
G_10	G_11	1.256	4.676	G_07	G_21	0.054	6.787
G_11	G_12	1.604	5.439	G_09	G_19	0.458	5.367
G_12	G_13	1.901	5.113	G_10	G_18	0.997	6.161
G_13	G_14	0.123	4.593	G_12	G_17	0.818	8.745
G_14	G_15	1.575	5.801	G_13	G_16	0.089	6.819
G_15	G_16	0.335	6.819	G_15	G_38	1.616	5.405
G_16	G_17	0.245	8.635	G_16	G_37	0.919	5.490
G_17	G_18	1.522	8.558	G_17	G_36	0.949	7.338
G_19	G_20	0.203	9.044	G_18	G_35	1.562	4.968
G_20	G_21	0.752	8.198	G_19	G_34	0.028	7.508
G_22	G_23	0.199	6.032	G_20	G_33	1.568	5.043
G_23	G_24	0.993	8.815	G_21	G_32	0.072	6.008
G_24	G_25	1.705	7.315	G_22	G_31	0.754	5.486
G_25	G_26	0.475	5.986	G_23	G_30	1.177	5.532
G_26	G_27	1.448	6.883	G_24	G_29	1.354	6.912
G_27	G_28	0.574	5.858	G_29	G_40	0.920	8.762
G_28	G_29	0.747	8.548	G_30	G_40	1.009	7.357
G_29	G_30	0.045	7.676	G_08	DN2	0.052	5.429
G_30	G_31	0.322	7.715	G_21	DN3	0.950	5.212
G_31	G_32	0.265	8.343	DN2	G_20	0.318	9.252
G_32	G_33	0.338	6.376	DN3	G_22	1.131	5.653

2.6. Jeoid Ondülasyonlarının Hesabı

2.6.1. Geometrik Yöntem

Noktaların, GPS ölçülerinin değerlendirilmesi sonucu hesaplanan elipsoidal yükseklikleri ve nivelman ölçü ve hesaplarıyla bulunan ortometrik yükseklikleri (65) denkleminde yerlerine konularak jeoid ondülasyonları hesaplanmıştır. Lokal Jeoid

Belirleme Ağı noktalarının elipsoidal yükseklikleri, ortometrik yükseklikleri ve GPS/Nivelman jeoid ondülasyonları Tablo 13'te verilmiştir.

Tablo 13. Noktaların elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri ile jeoid ondülasyonları

Nokta No	h (m)	H (m)	N (m)	Nokta No	h (m)	H (m)	N (m)
G_01	32.761	7.483	25.278	G_21	111.329	86.461	24.868
G_02	31.136	5.916	25.220	G_22	139.981	115.036	24.945
G_03	30.240	5.171	25.069	G_23	164.254	139.141	25.113
G_04	33.888	8.967	24.921	G_24	153.057	127.758	25.299
G_05	28.897	4.121	24.776	G_25	232.037	206.626	25.411
G_06	29.796	5.117	24.679	G_26	207.108	181.611	25.497
G_07	30.043	5.380	24.663	G_27	387.834	362.048	25.786
G_08	29.702	4.974	24.728	G_28	385.529	359.842	25.687
G_09	33.591	8.832	24.759	G_29	220.396	194.853	25.543
G_10	36.668	11.964	24.704	G_30	287.498	262.185	25.313
G_11	58.203	33.536	24.667	G_31	138.109	112.982	25.127
G_12	69.652	44.904	24.748	G_32	126.196	101.066	25.130
G_13	67.096	42.362	24.734	G_33	274.851	249.682	25.169
G_14	63.114	38.395	24.719	G_34	234.417	209.239	25.178
G_15	132.559	107.607	24.952	G_35	227.974	202.857	25.117
G_16	183.068	158.084	24.984	G_36	304.654	279.494	25.160
G_17	215.230	190.222	25.008	G_37	310.973	285.788	25.185
G_18	132.902	107.959	24.943	G_38	262.334	237.166	25.168
G_19	156.621	131.656	24.964	G_40	419.629	394.024	25.605
G_20	276.715	251.701	25.014				

GPS/Nivelmanla bulunan jeoid ondülasyonlarındaki birim ölçünün karesel ortalama hatası;

$$m_N = \sqrt{m_H^2 + m_h^2} = \pm 8.5 \text{ mm} \quad (150)$$

dir. Burada;

m_H : Ortometrik yüksekliklerdeki birim ölçünün karesel ortalama hatası

m_h : Elipsoidal yüksekliklerdeki birim ölçünün karesel ortalama hatasıdır.

2.6.2. Gravimetrik Yöntem

Gravimetrik yöntemle jeoid ondülasyonları belirlenirken bir global model altlık olarak kullanılmaktadır. Bunun için de belirlenmiş jeopotansiyel katsayılara ihtiyaç vardır. Günümüze kadar birçok jeopotansiyel katsayılar belirlenmiştir. Ancak en güncel durumda olan ve en çok kullanılanlar, değer ve sırası 360'a kadar hesaplanmış EGM96 ve OSU91A küresel harmonik büyüme serileridir.

ABD Ulusal Görüntü ve Haritacılık Ajansı (NIMA: National Imagery and Mapping Agency)'nın internet sitesinden temin edilen EGM96 jeopotansiyel katsayıları NIMA, DMA (USA Defense Mapping Agency), GSFC (NASA Goddard Space Flight Centre) ve OSU (Ohio State University)'nun geliştirmiş olduğu harmoniklerdir (NIMA, 1997). Yine aynı siteden temin edilen OSU91A jeopotansiyel katsayıları da OSU'nun geliştirdiği harmoniklerdir. OSU91A'nın geliştirilmesinde bir yıllık GEOSAT altimetre verisi, yüzey gravite gözlemleri ve GEM-T2 uydusu jeopotansiyel katsayıları kullanılmıştır. Bu katsayılar dinamik katsayılardır.

Bu çalışmada da noktalardaki jeoid ondülasyonları hesabında jeopotansiyel model katsayıları olarak, günümüzde en güncel durumda olan değer ve sırası 360'a kadar hesaplanmış EGM96 ve OSU91A küresel harmonik büyüme serileri kullanılmıştır. Hesaplamalar $\bar{C}_{nm}$ tam normalize edilmiş potansiyel katsayılarında değeri 2'nin katları olan sırası 0'lı ilk beş terimin dinamik değerlerinden geometrik değerleri çıkarılarak yapılmıştır. Yani

$$\bar{C}_{n,0} = \bar{C}_{n,0}(\text{dinamik}) - \bar{C}_{n,0}(\text{geometrik}) \quad (151)$$

formülü uygulanmıştır. Burada kullanılan ve Tablo 2'de verilen $\bar{C}_{n,0}$ (geometrik) değerleri yine aynı birimler tarafından hesaplanmıştır (NIMA, 1997).

2.6.2.1. WGS84 EGM96 (Gel-Gitten Bağımsız Sistem) Jeoid Ondülasyonu

WGS84 EGM96 jeoid ondülasyonu, IAG (International Association of Geodesy) bünyesindeki bir birimin raporunda belirtilen ideal elipsoide göre gel-gitten bağımsız sistemde belirlenmektedir. Bir gel-gitten bağımsız sistem ile WGS84 sistemi arasında

büyük yarı ekseninde -0.53 m'lik bir fark vardır (NIMA, 1997). Bu fark jeoid ondülasyonu hesabında N_0 değeri olarak alınmıştır. EGM96 jeopotansiyel katsayılarından

$$\zeta(\phi, \lambda, r) = \frac{GM}{\gamma(\phi)r} \left[\sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \right] \quad (152)$$

formülü ile hesaplanan jeoid ondülasyonu kuasijeoid olarak alınmıştır.

Burada enleme bağlı olarak değişen $\bar{P}_{nm}(\sin \phi)$ tamamen normalize edilmiş birleşik Legendre polinomları

$$\begin{aligned} \bar{P}_{00}(\sin \phi) &= 1 & \bar{P}_{20}(\sin \phi) &= \frac{\sqrt{5}}{2} (3 \sin \phi - 1) \\ \bar{P}_{10}(\sin \phi) &= \sqrt{3} \sin \phi & \bar{P}_{21}(\sin \phi) &= \sqrt{15} \sin \phi \cos \phi \\ \bar{P}_{11}(\sin \phi) &= \sqrt{3} \cos \phi & \bar{P}_{22}(\sin \phi) &= \frac{\sqrt{15}}{2} \cos^2 \phi \end{aligned} \quad (153)$$

başlangıç değerleri kullanılarak

$$\begin{aligned} \bar{P}_{n,n-1}(\sin \phi) &= \frac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt{2(n-1)}} \cos \phi \bar{P}_{n-1,n-2}(\sin \phi) \\ \bar{P}_{nn}(\sin \phi) &= \frac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt{2n}} \cos \phi \bar{P}_{n-1,n-1}(\sin \phi) \\ \bar{P}_{nm}(\sin \phi) &= \frac{\sqrt{4n^2-1}}{\sqrt{n^2-m^2}} \sin \phi \bar{P}_{n-1,m}(\sin \phi) \\ &\quad - \frac{\sqrt{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}}{\sqrt{(n^2-m^2)(2n-3)}} \bar{P}_{n-2,m}(\sin \phi) \end{aligned} \quad (154)$$

bağıntıları ile bulunmuştur (Ardalan, 2000, Üstün, 2002).

Daha sonra bulunan değerler

$$N(\phi, \lambda) = N_0 + \zeta(\phi, \lambda, r) + \frac{\Delta g_{BA}(\phi, \lambda)}{\bar{\gamma}} H(\phi, \lambda) \quad (155)$$

formülünde yerlerine konarak WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoid ondülasyonları hesaplanmıştır (Tablo 14) (Ek Şekil 4).

Tablo 14. Bouguer anomalisi ve WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoid ondülasyonu

Nokta No	Δg_{BA} (mGal)	N (m)	Nokta No	Δg_{BA} (mGal)	N (m)
G_01	48.9532162	24.7115	G_21	32.5159624	24.5856
G_02	49.4101488	24.6916	G_22	17.1295672	24.6011
G_03	42.5100552	24.6456	G_23	29.1041245	24.6578
G_04	45.3280001	24.5821	G_24	18.1442124	24.7253
G_05	44.9092518	24.5270	G_25	3.0800800	24.7590
G_06	45.3832775	24.4924	G_26	10.4159549	24.7869
G_07	44.1710683	24.4816	G_27	-33.7235995	24.8906
G_08	41.7755143	24.5353	G_28	-35.4637185	24.8663
G_09	37.9327469	24.5563	G_29	-0.5876156	24.8325
G_10	33.4674350	24.5331	G_30	-14.8809317	24.7251
G_11	27.6905103	24.5058	G_31	28.5769574	24.6725
G_12	20.9689459	24.5479	G_32	25.2827371	24.7016
G_13	19.1198302	24.5517	G_33	6.4187549	24.7048
G_14	18.2246062	24.5531	G_34	9.8599992	24.7182
G_15	-0.6760971	24.6326	G_35	12.4178089	24.6937
G_16	-9.5553811	24.6308	G_36	4.3837231	24.7118
G_17	16.0169631	24.6326	G_37	-38.1246609	24.6986
G_18	26.0109030	24.6259	G_38	-46.9667828	24.7071
G_19	20.1779474	24.6349	G_40	-45.4383408	24.8261
G_20	7.6768651	24.6380			

2.6.2.2. Kaldır-Koy Tekniği

Pratikte genellikle uzun dalga boylu jeoid, herhangi bir jeopotansiyel model (GM) ve küresel harmonikler ile hesaplanır. Lokal gravite verisinden oluşan katkı, çalışma alanını kapsayan gravite anomalileriyle birlikte Stokes integrali tarafından hesaplanır. FFT ile Stokes integralinin değerlendirmesi düzgün bir griddeki gravite anomalilerine ihtiyaç duyar.

Gravimetrik jeoid ondülasyonunun hesabı, üç kaynaktan oluşan kombine edilmiş çözüm ile yapılır. Bunlar, bir global jeopotansiyel model (GM), lokal gravite anomalileri (Δg) ve topografyadır. Böylece gravimetrik jeoid ondülasyonunun tanımı

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_T \quad (156)$$

şeklindedir (Sideris, 1994).

Noktaların gravite anomalileri ve gravimetrik jeoid ondülasyonları Matlab programlama dilinde hazırlanan programlar ile hesaplanmıştır. Gravite anomalilerinin etkisi küresel yaklaşımlı Stokes kernel ve düzlemsel yaklaşımlı FFT formülleriyle iki farklı şekilde bulunmuştur.

2.6.2.2.1. Jeopotansiyel Model ile Jeoid Ondülasyonu

Global jeopotansiyel modelden oluşan jeoid ondülasyonu (N_{GM}),

$$N_{GM} = R \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (157)$$

formülü kullanılarak EGM96 ve OSU91A jeopotansiyel katsayılardan ayrı ayrı hesaplanmıştır. Benzer şekilde jeoid üzerindeki gravite anomalileri de aynı jeopotansiyel modellerden yararlanarak

$$\Delta g_{GM} = \gamma \sum_{n=2}^{n_{max}} (n-1) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (158)$$

formülü yardımıyla hesaplanmıştır. Noktaların global modelden hesaplanan N_{GM} jeoid ondülasyonu ile Δg_{GM} gravite anomalileri Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15. Noktaların global modellerden hesaplanan N_{GM} ve Δg_{GM} değerleri

Nokta No	EGM96		OSU91A		Nokta No	EGM96		OSU91A	
	N_{GM} (m)	Δg_{GM} (mGal)	N_{GM} (m)	Δg_{GM} (mGal)		N_{GM} (m)	Δg_{GM} (mGal)	N_{GM} (m)	Δg_{GM} (mGal)
G_01	24.846	30.667	23.128	11.841	G_21	24.750	28.222	22.966	8.045
G_02	24.831	30.282	23.101	11.226	G_22	24.763	28.636	22.990	8.695
G_03	24.793	29.581	23.049	10.203	G_23	24.809	29.483	23.053	9.912
G_04	24.740	28.621	22.977	8.815	G_24	24.866	30.528	23.131	11.428
G_05	24.694	27.802	22.916	7.650	G_25	24.898	31.166	23.177	12.382
G_06	24.667	27.195	22.875	6.747	G_26	24.918	31.607	23.209	13.061
G_07	24.660	26.894	22.858	6.263	G_27	25.030	33.091	23.336	15.049
G_08	24.709	27.370	22.907	6.807	G_28	25.010	32.695	23.307	14.446
G_09	24.730	27.465	22.924	6.869	G_29	24.966	31.815	23.243	13.130
G_10	24.712	27.001	22.895	6.181	G_30	24.880	30.425	23.134	11.159
G_11	24.691	26.513	22.864	5.476	G_31	24.824	29.462	23.061	9.786
G_12	24.731	26.836	22.902	5.851	G_32	24.853	29.620	23.084	9.913
G_13	24.737	26.682	22.901	5.595	G_33	24.864	29.596	23.090	9.825
G_14	24.740	26.540	22.899	5.369	G_34	24.876	29.542	23.097	9.689
G_15	24.813	27.509	22.983	6.688	G_35	24.857	29.007	23.064	8.892
G_16	24.811	27.784	22.991	7.108	G_36	24.880	29.054	23.082	8.905
G_17	24.806	28.030	22.995	7.502	G_37	24.883	28.785	23.076	8.488
G_18	24.794	28.138	22.991	7.709	G_38	24.892	28.666	23.078	8.296
G_19	24.801	28.457	23.006	8.203	G_40	24.987	31.871	23.258	13.121
G_20	24.804	28.843	23.023	8.828					

2.6.2.2.2. İndirgenmiş Gravite Anomalileri ile Jeoid Ondülasyonu

Fiziksel yüzeydeki gravite ölçmeleri Helmert'in ikinci yoğunlaşma metodu ile jeoid yüzeyine indirgenmiştir.

$$\Delta g = \Delta g_{FA} + c \quad (159)$$

Bu değer serbest-hava anomalisi ile arazi düzeltmesinin toplamından oluşmaktadır. Daha sonra bu değere gravitedeki ikinci dolaylı etki ($\delta\Delta g$) eklenerek faye anomalileri hesaplanmıştır.

$$\Delta g_{Faye} = g_p + FA - \gamma + c + \delta\Delta g = \Delta g_{FA} + c + \delta\Delta g \quad (160)$$

Noktalardaki gravite anomalileri,

$$\Delta g = \Delta g_{FA} + c + \delta \Delta g - \Delta g_{GM} \quad (161)$$

formülünden de anlaşılacağı gibi global jeopotansiyel modelden bulunan Δg_{GM} jeoid üzerindeki uzun dalga boylu etki çıkarılarak bulunmuştur.

2.6.2.2.2.1. Küresel Yaklaşımlı Stokes Kernel Fonksiyonu ile Jeoid Ondülasyonu

Stokes entegrasyonundan elde edilen indirgenmiş gravite anomalilerinin etkisi bulunan bu gravite anomalilerinden yararlanarak,

$$N_{\Delta g} = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_B} \sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_L} \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) \cos \Delta\varphi \Delta\lambda \quad (162)$$

formülünden hesaplanmıştır (Ek Şekil 5). Burada bulunan $S(\psi)$ Stokes kernel fonksiyonu

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - 4 - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 10 \sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) - \left[3 - 6 \sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) \right] \ln \left[\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (163)$$

$$\sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) = \sin^2 \left(\frac{\varphi_p - \varphi}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{\lambda_p - \lambda}{2} \right) \cos \varphi_p \cos \varphi \quad (164)$$

dir.

Noktaların küresel yaklaşımla bulunmuş Stokes Kernel çözümlü jeoid ondülasyonları Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16. Noktaların küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları

Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)	Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)
G_01	0.049	0.105	G_21	0.053	0.133
G_02	0.057	0.122	G_22	0.004	0.086
G_03	0.018	0.092	G_23	0.058	0.133
G_04	0.054	0.125	G_24	0.005	0.109
G_05	0.029	0.105	G_25	-0.022	0.044
G_06	0.025	0.101	G_26	-0.003	0.053
G_07	0.040	0.114	G_27	-0.110	-0.058
G_08	0.047	0.124	G_28	-0.262	-0.196
G_09	0.031	0.110	G_29	-0.039	0.026
G_10	0.014	0.093	G_30	-0.070	0.004
G_11	-0.005	0.075	G_31	0.048	0.128
G_12	-0.008	0.063	G_32	0.027	0.105
G_13	-0.021	0.046	G_33	0.006	0.086
G_14	-0.009	0.037	G_34	-0.910	-0.746
G_15	-0.034	0.010	G_35	0.005	0.091
G_16	-0.062	0.003	G_36	0.009	0.078
G_17	0.032	0.104	G_37	-0.110	-0.051
G_18	0.038	0.120	G_38	-0.114	-0.068
G_19	0.027	0.111	G_40	-0.174	-0.107
G_20	0.002	0.086			

2.6.2.2.2. Düzlemsel Yaklaşımli FFT ile Jeoid Ondülasyonu

Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), farklı olarak gridlenmiş verinin Fourier dönüşüm hesabını sağlayan bir algoritmadır. Hesaplamalar sırasında çalışma alanı, sağa ve yukarı yönlerde ayrı ayrı minimum değerlerden başlayarak 1 km aralıklarla gridlere ayrılmıştır. Çalışma alanında x yönünde 5, y yönünde 12 olmak üzere (5×12) adet grid oluşmuştur. Elde edilen değerler

$$N(x_k, y_l) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u_m, v_n) L_N(u_m, v_n) \} \quad (165)$$

denkleminde yerine konmuştur. (165) denkleminde $\Delta G(u_m, v_n)$ ve $L_N(u_m, v_n)$, Δg ve l_N 'in

$$\Delta G(u_m, v_n) = F \{ \Delta g(x_k, y_l) \} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} \Delta g(x_k, y_l) e^{-i2\pi(mk/M + nl/N)} \Delta x \Delta y \quad (166)$$

$$L_N(u_m, v_n) = F\{l_N(x_k, y_l)\} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} l_N(x_k, y_l) e^{-i2\pi(mk/M + nl/N)} \Delta x \Delta y \quad (167)$$

şeklinde ifade edilen hızlı Fourier dönüşümleridir (Sideris, 1994). (165), (166) ve (167)'den de anlaşılacağı gibi iki düz bir de ters Fourier dönüşümleri gerçekleştirilerek noktalardaki jeoid ondülasyonları hesaplanmıştır (Tablo 17) (Ek Şekil 6).

Tablo 17. Noktaların düzlemsel yaklaşımı jeoid ondülasyonları

Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)	Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)
G_01	0.012	0.025	G_21	0.017	0.042
G_02	0.014	0.027	G_22	0.001	0.022
G_03	0.010	0.025	G_23	0.014	0.032
G_04	0.016	0.033	G_24	0.002	0.016
G_05	0.017	0.037	G_25	-0.003	0.010
G_06	0.022	0.045	G_26	-0.001	0.011
G_07	0.024	0.052	G_27	-0.017	-0.005
G_08	0.024	0.057	G_28	-0.019	-0.006
G_09	0.022	0.061	G_29	-0.008	0.006
G_10	0.020	0.072	G_30	-0.014	0.003
G_11	0.018	0.093	G_31	0.012	0.032
G_12	-0.003	0.082	G_32	0.008	0.031
G_13	-0.011	0.074	G_33	0.006	0.031
G_14	-0.014	0.058	G_34	0.005	0.034
G_15	-0.038	0.011	G_35	0.011	0.047
G_16	-0.053	0.003	G_36	0.013	0.051
G_17	0.023	0.074	G_37	-0.069	-0.029
G_18	0.021	0.063	G_38	-0.091	-0.053
G_19	0.011	0.045	G_40	-0.028	-0.012
G_20	0.009	0.035			

2.6.2.2.3. Topografyanın Dolaylı Etkisi

Jeoid ondülasyonuna olan topografyanın dolaylı etkisi ise,

$$N_T(x_p, y_p) = \frac{\pi G \rho}{\gamma} h^2(x_p, y_p) + \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6\gamma} h^3(x_p, y_p) \sum_{x=x_1}^{x_M} \sum_{y=y_1}^{y_N} \frac{1}{s^3} - \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6\gamma} \sum_{x=x_1}^{x_M} \sum_{y=y_1}^{y_N} \frac{1}{s^3} h^3(x, y) \quad (168)$$

formülünden hesaplanmıştır (Tablo 18).

Tablo 18. Topografyanın dolaylı etkisi

Nokta No	N _{DEM} (m)	Nokta No	N _{DEM} (m)	Nokta No	N _{DEM} (m)
G_01	0.0001	G_14	0.0002	G_27	0.0086
G_02	0.0001	G_15	0.0010	G_28	0.0085
G_03	0.0001	G_16	0.0019	G_29	0.0028
G_04	0.0001	G_17	0.0026	G_30	0.0047
G_05	0.0000	G_18	0.0010	G_31	0.0011
G_06	0.0001	G_19	0.0014	G_32	0.0009
G_07	0.0001	G_20	0.0044	G_33	0.0043
G_08	0.0001	G_21	0.0007	G_34	0.0031
G_09	0.0001	G_22	0.0011	G_35	0.0030
G_10	0.0001	G_23	0.0015	G_36	0.0053
G_11	0.0002	G_24	0.0013	G_37	0.0055
G_12	0.0003	G_25	0.0031	G_38	0.0039
G_13	0.0003	G_26	0.0024	G_40	0.0100

2.7. Jeoid Yüzeyi Modelinin Oluşturulması

Matlab programlama dili kullanılarak yukarıda belirlenen jeoid ondülasyonlarından hareketle jeoid yüzeyi modelleri oluşturulmuştur. Jeoid yüzey modeli oluşturmada polinomlar ve multiküadratik jeoid yüzeyi belirleme yöntemleri kullanılmıştır. Programlar, Excel formatında hazırlanmış “daynok.xls” adlı dosyadan dayanak (bilinen) noktalarına ait verileri okumaktadır. Excel dosyasındaki dayanak noktalarının yazım formatı;

1. Sütun : Nokta Numaraları,
2. Sütun : Noktaların yukarı (x) değerleri,
3. Sütun : Noktaların sağa (y) değerleri,
4. Sütun : Noktaların jeoid ondülasyonları (N)

şeklinde olmalıdır. Verilerin birimi metredir.

2.7.1. Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modelinin Oluşturulması

Polinomlarla yüzey belirlemedeki amaç, yüzeyi tek bir fonksiyonla ifade etmektir. Grid koordinatları ve jeoid ondülasyonları bilinen noktaların oluşturduğu yüzey istenen

derecede ortogonal olan ve ortogonal olmayan polinomlarla ifade edilebilir. Ortogonal polinomlarla enterpolasyonun matematiksel ifadesi,

$$z(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=k-1 \\ i=0}}^n a_{ij} x^i y^j \quad (169)$$

ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonun matematiksel ifadesi ise

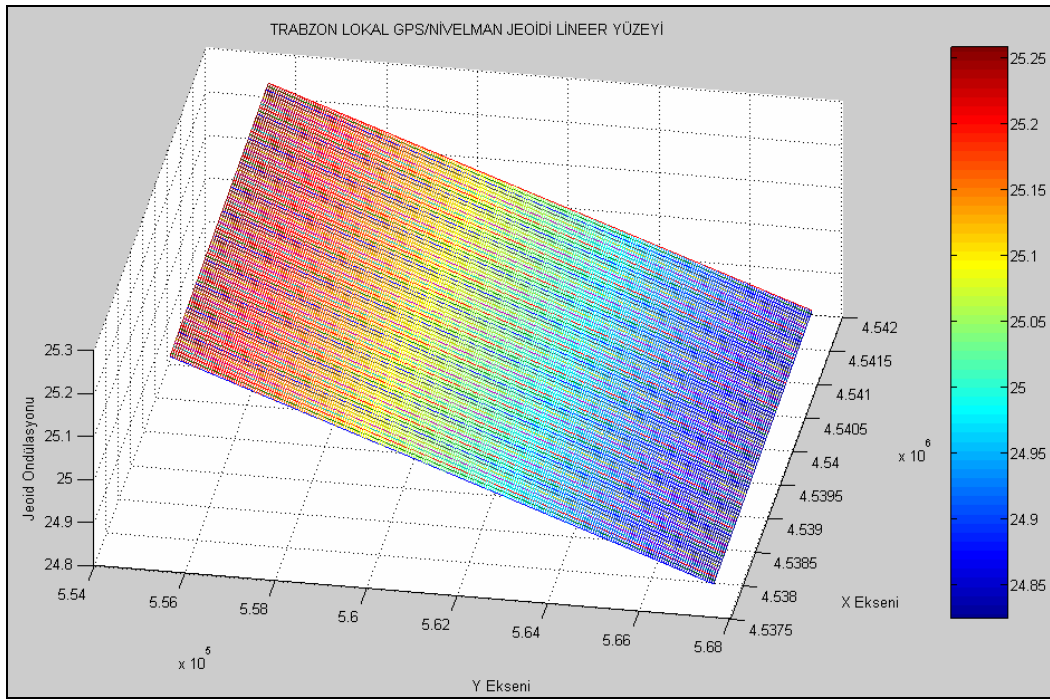
$$z(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x^i y^j \quad (170)$$

dir.

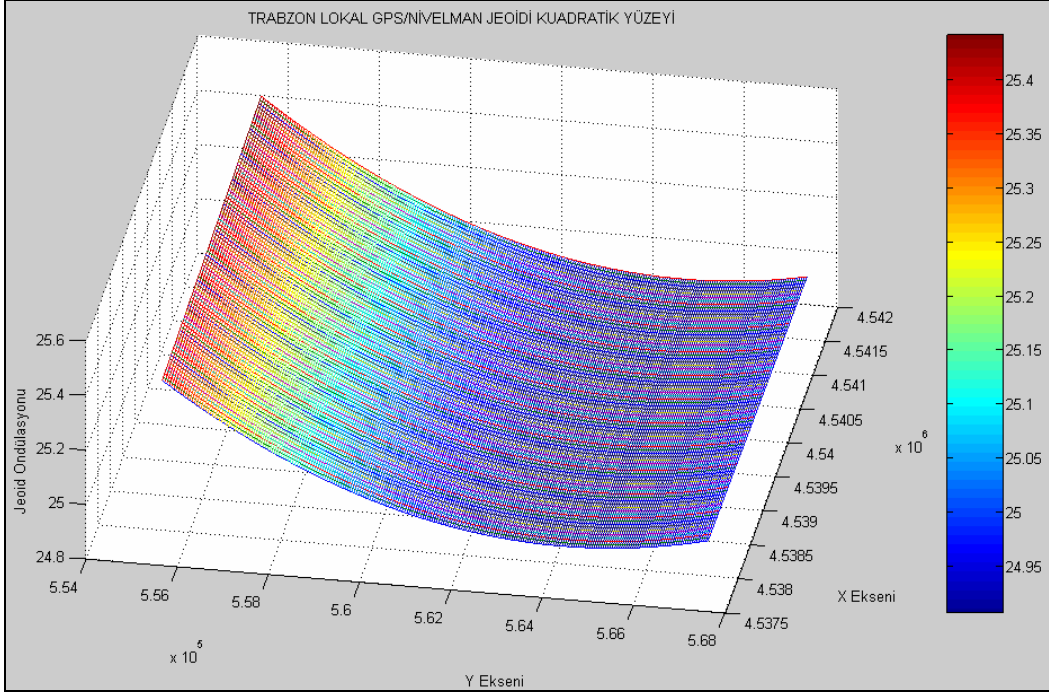
Çalışmada (169) ve (170) ifadelerinden hareketle hem ortogonal polinomlarla enterpolasyon için hem de ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon için iki ayrı program hazırlanmıştır. Programlarda yüzeyi oluşturacak modelde kullanılacak polinomun derecesini kullanıcı belirlemektedir. Polinomlarla yapılan enterpolasyon sonucunda birim ölçünün karesel ortalama hatası ve yüzeyi oluşturan parametrelerin normal dağılım testi analiz sonuçları program tarafından gösterilmektedir. Bulunan parametrelerle dayanak noktalarının jeoid ondülasyonları tekrar hesaplanarak, bilinen değerlerinden farkı alınmaktadır. Modellenmiş jeoid yüzeyinin standart sapması buradan hesaplanmaktadır. Bununla birlikte jeoid yüzeyi belirlenecek alan x ve y yönlerinde 50 m aralıklarla gridlere ayrılarak her bir grid köşesindeki ondülasyon değerleri hesaplamakta ve yüzey grafiği çizilmektedir. Ayrıca jeoid ondülasyonu hesaplanacak nokta olup olmadığı sorgulanmaktadır. Eğer böyle bir nokta ya da noktalar varsa sayısı, nokta numarası ve noktaların grid koordinatları (x ve y olarak) istenmektedir. Burada istenen grid koordinatlar dayanak noktalarının koordinatlarının verildiği datumdaki koordinatlardır. İstenen bilgiler programa girildikten sonra ilgili nokta ya da noktaların jeoid ondülasyonları ortogonal polinomlarla enterpolasyon için “opjhn.dat”, ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon için “nopjhn.dat” isimli bir dosyada verilmektedir.

Polinomlarla yüzey modeli belirleme için Trabzon Lokal Jeoid Belirleme Ağına ait 39 noktanın GPS/Nivelman verileri kullanılmıştır. Değerlendirmeler yukarıda bahsedilen formatta hazırlanarak ortogonal polinomlarla yüzey modeli oluşturmada 2. ve 3. derece polinomlar ile, ortogonal olmayan polinomlarla yüzey modeli oluşturmada 1., 2. ve 3.

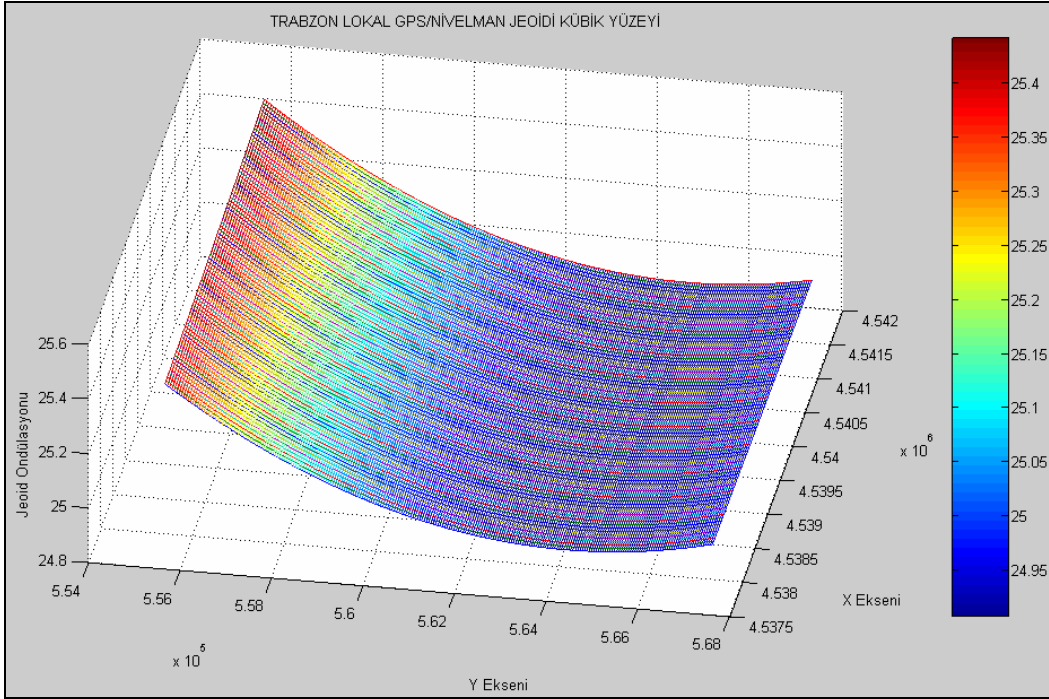
derece polinomlar ile yapılmıştır. Bu değerlendirmeler sonucunda yapılan t testi sonuçlarında verilerde ortogonal polinomlarda G_27 ve G_28 nolu noktalarda uyuşumsuzluk gözlenmiş, ortogonal olmayan polinomlarda uyuşumsuzluk gözlemlenmemiştir. 1. derece ortogonal bir polinomla oluşturulan yüzey modelinde parametrelerin anlamlılık testi geçerli sonuç vermediği için kullanılmamıştır. Dolayısıyla ortogonal polinomlarla oluşturulan jeoid yüzeyi modelinde G_27 ve G_28 nolu noktalar haricindeki 37 nokta, ortogonal olmayan polinomlarla oluşturulmuş jeoid yüzeyi modelinde ise ağdaki 39 noktanın tamamı kullanılarak çalışma alanının kuadratik, kübik, bi-lineer, bi-kuadratik ve bi-kübik yüzeyleri oluşturulmuştur. Şekil 30'dan Şekil 32'ye kadar ortogonal polinomlarla, Şekil 31'den Şekil 35'e kadar ise ortogonal olmayan polinomlarla oluşturulmuş GPS/Nivelman jeoid yüzeyi grafikleri görülmektedir.



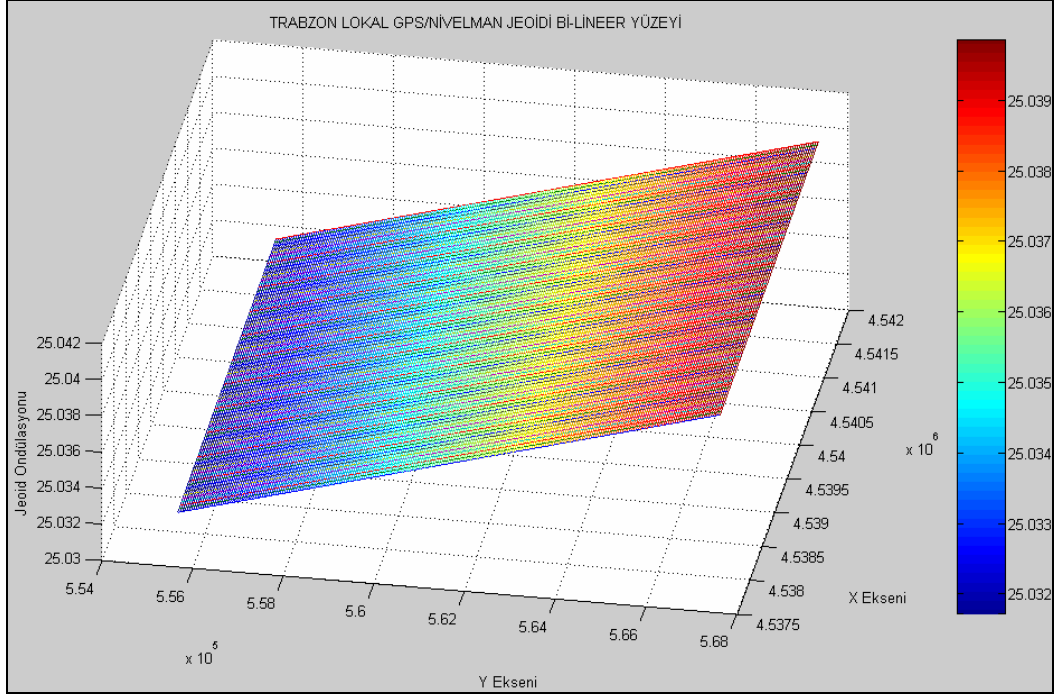
Şekil 30. GPS/Nivelman jeoidi lineer yüzeyi



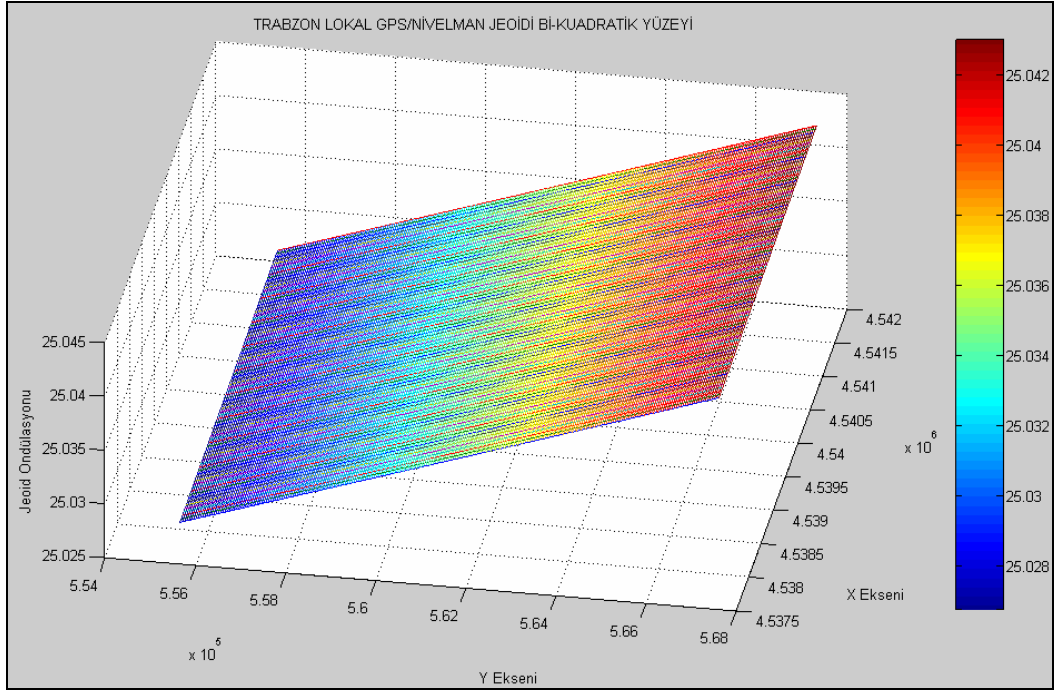
Şekil 31. GPS/Nivelman jeoidi kuadratik yüzeyi



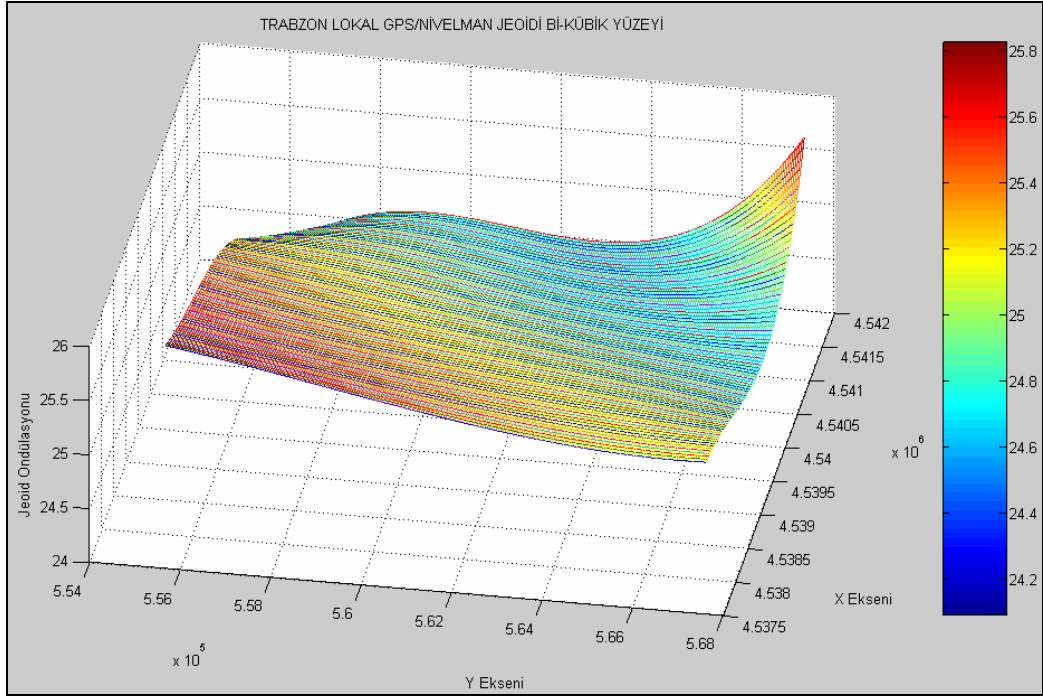
Şekil 32. GPS/Nivelman jeoidi kübik yüzeyi



Şekil 33. GPS/Nivelman jeoidi bi-lineer yüzeyi



Şekil 34. GPS/Nivelman jeoidi bi-kuadratik yüzeyi



Şekil 35. GPS/Nivelman jeoidi bi-kübik yüzeyi

Tablo 19’da da ortogonal ve ortogonal olmayan polinomlarla oluşturulan jeoid yüzey modellerindeki herhangi bir ölçünün ortalama hataları (m_0) ve dayanak noktalarının bilinen jeoid ondülasyonları ile modelle bulunan ondülasyonları arasındaki farkların ortalamaları ile standart sapmaları verilmiştir.

Tablo 19. Polinomlarla oluşturulan modellerde birim ölçünün karesel ortalama hatası ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması

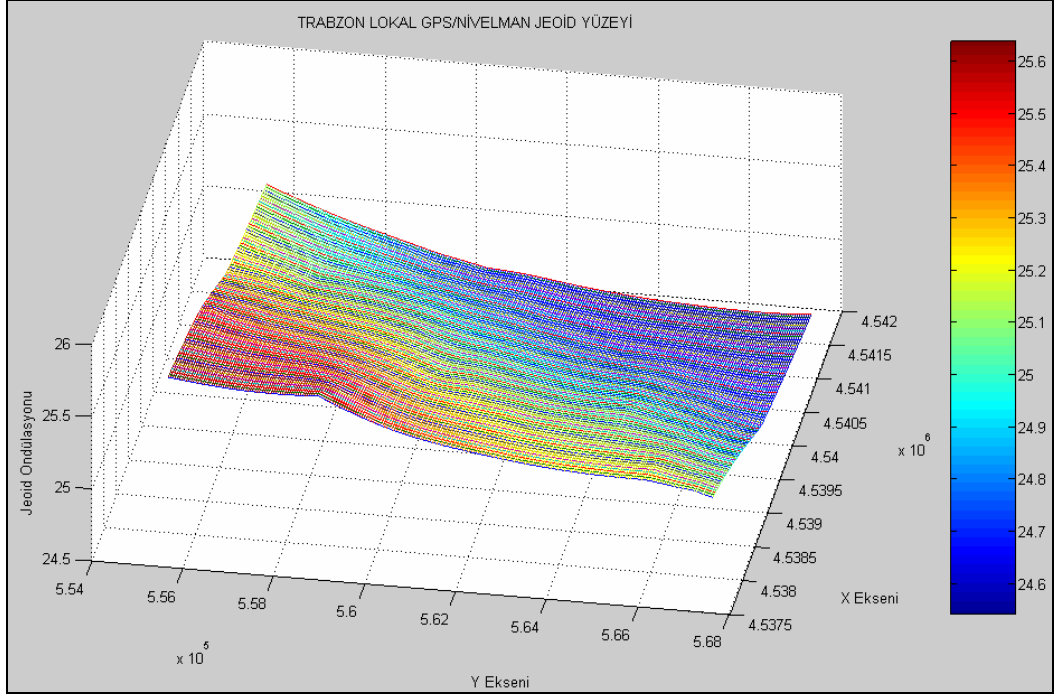
Polinomun Türü	Birim ölçünün karesel ortalama hatası (m_0) (cm)	Farkların mutlak değeri ortalaması (cm)
Lineer	23.1	18.5
Kuadratik	22.8	17.9
Kübik	24.5	17.9
Bi-Lineer	27.1	21.3
Bi-Kuadratik	29.6	21.4
Bi-Kübik	34.3	21.5

2.7.2. Multiküadratik Jeoid Yüzey Modelinin Oluşturulması

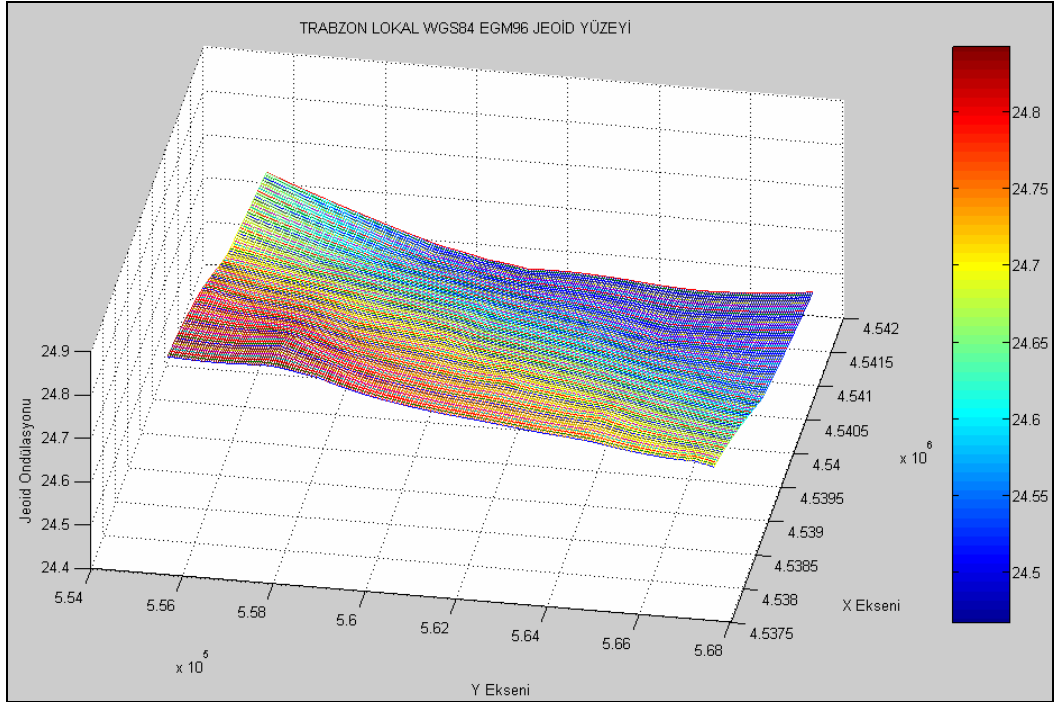
Multiküadratik enterpolasyonla yüzey belirlemede temel espri, önce dayanak noktalarından yararlanarak polinomlarla bir trend yüzeyi oluşturmak ve daha sonra dayanak noktalarının bilinen değerlerinin bu yüzeyden farkları alınarak oluşan farkları tekrar modellemektir. Bu modelleme sayesinde dayanak noktalarının tamamı kullanılarak tek bir fonksiyonla yüzey ifade edilmiş olur.

Multiküadratik yüzey oluşturmak için hazırlanmış programda dosyadan okunan veriler ile önce ortogonal polinom kullanılarak bir trend yüzeyi oluşturulmaktadır. Polinomun derecesini kullanıcı belirlemektedir. Trend yüzeyini oluşturan verilerdeki birim ölçünün karesel ortalama hatası ve yüzeyi oluşturan parametrelerin normal dağılım testi analiz sonuçları program tarafından gösterilmektedir. Daha sonra dayanak noktalarının jeoid ondülasyonlarının trend yüzeyinden farkları alınarak multiküadratik yüzey enterpolasyonu parametre değerleri bulunmaktadır. Böylece jeoid yüzeyi modellenmiş olmaktadır. Bulunan parametrelerle dayanak noktalarının jeoid ondülasyonları tekrar hesaplanarak, bilinen değerlerinden farkı alınmaktadır. Modelenmiş jeoid yüzeyinin standart sapması buradan hesaplanmaktadır. Modelenmiş jeoid yüzeylerinin grafik olarak gösterimi ve yeni nokta hesabı daha önce polinomlarla belirlenen jeoid yüzeylerinin oluşumunda anlatıldığı şekilde yapılmaktadır. Ancak burada yeni noktaların jeoid ondülasyonları “jhn.dat” isimli bir dosyada verilmektedir (Ek Şekil 7).

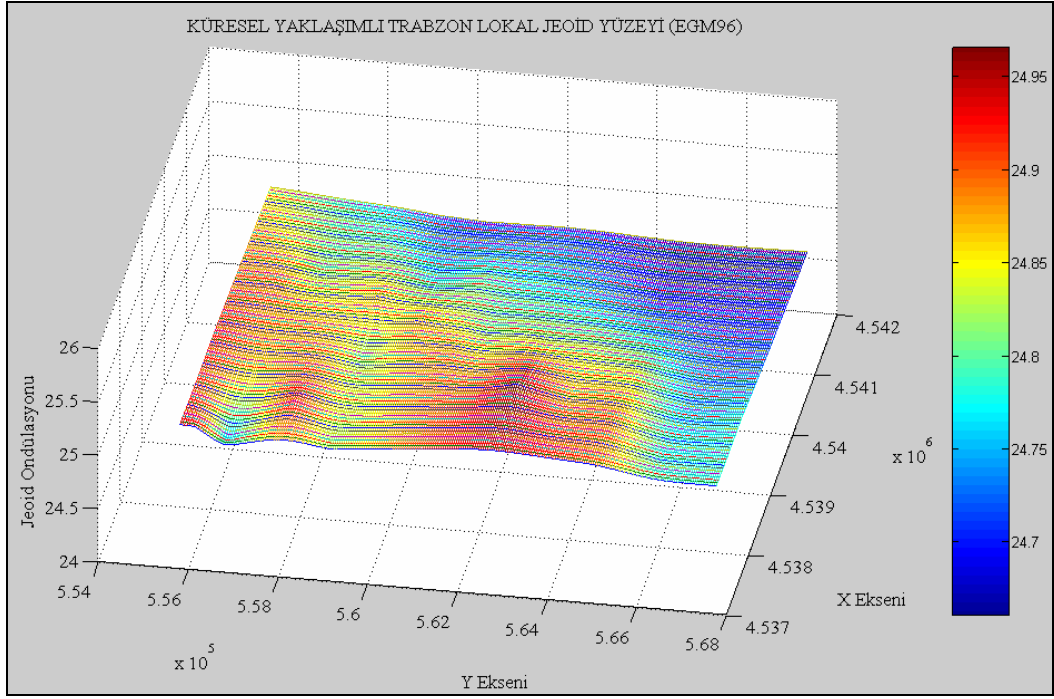
Çalışmada multiküadratik yüzey belirlemede Trabzon Lokal Jeoid Belirleme Ağına ait 39 noktanın hem geometrik hem de gravimetrik modellerle bulunmuş verileri daha önce bahsedilen formatta hazırlanarak değerlendirilmesi yapılmıştır. Değerlendirmelerde yapılan t testi sonuçlarında GPS/Nivelman ve gel-gitten bağımsız lokal jeoid hesaplamalarıyla bulunan jeoid ondülasyonu değerlerinden G_27 ve G_28 noktalarına ait verilerde uyumsuzluk olduğu gözlemlenmiştir. Kaldır-koy tekniğindeki çözümlerle bulunan jeoid ondülasyonlarında ise uyumsuz ölçü bulunmamıştır. GPS/Nivelman jeoid yüzey modeli (Şekil 36) ve gel-gitten bağımsız lokal jeoid yüzey modeli (Şekil 37) oluşturulurken uyumsuz noktalar G_27 ve G_28 noktalarının değerleri haricinde kalan 37 nokta kullanılmıştır. Kaldır-Koy tekniği jeoid yüzey modellerinde ise ağa ait 39 noktanın tamamının değerleri kullanılmıştır ve yüzeyler Şekil 38 ile Şekil 41 arasında gösterilmiştir.



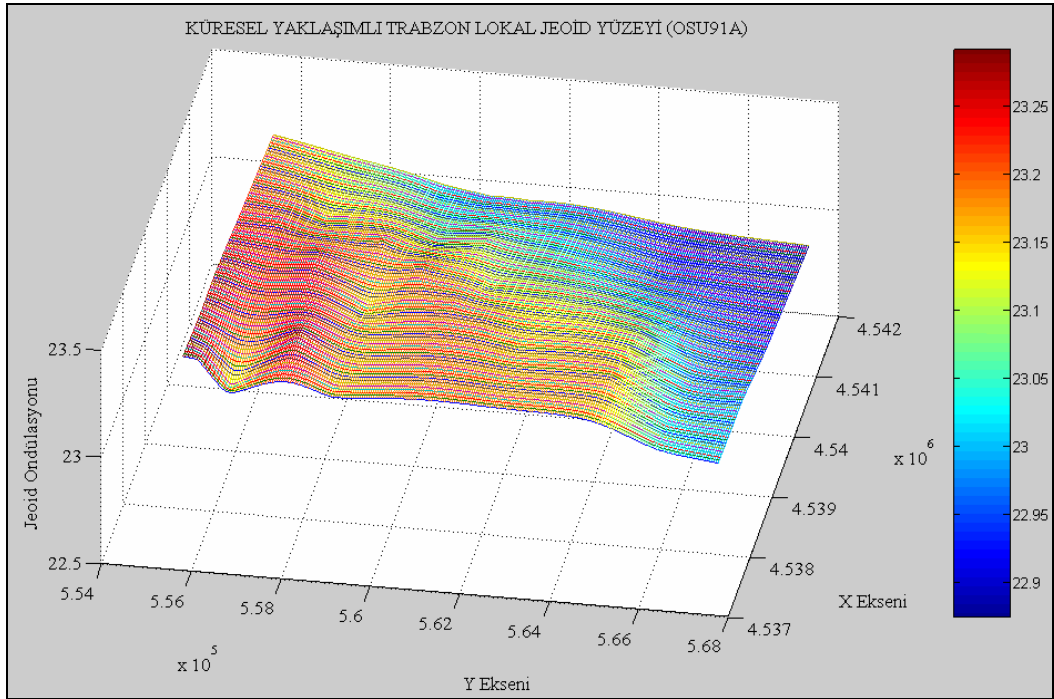
Şekil 36. GPS/Nivelman jeoidi multiküadratik yüzeyi



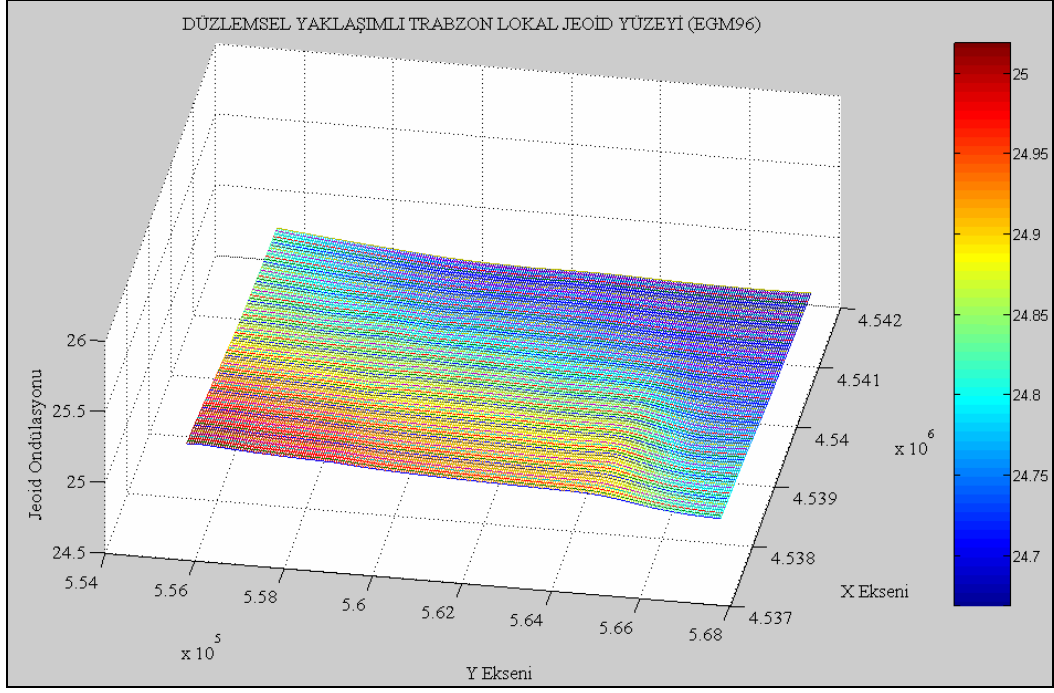
Şekil 37. WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoid yüzeyi



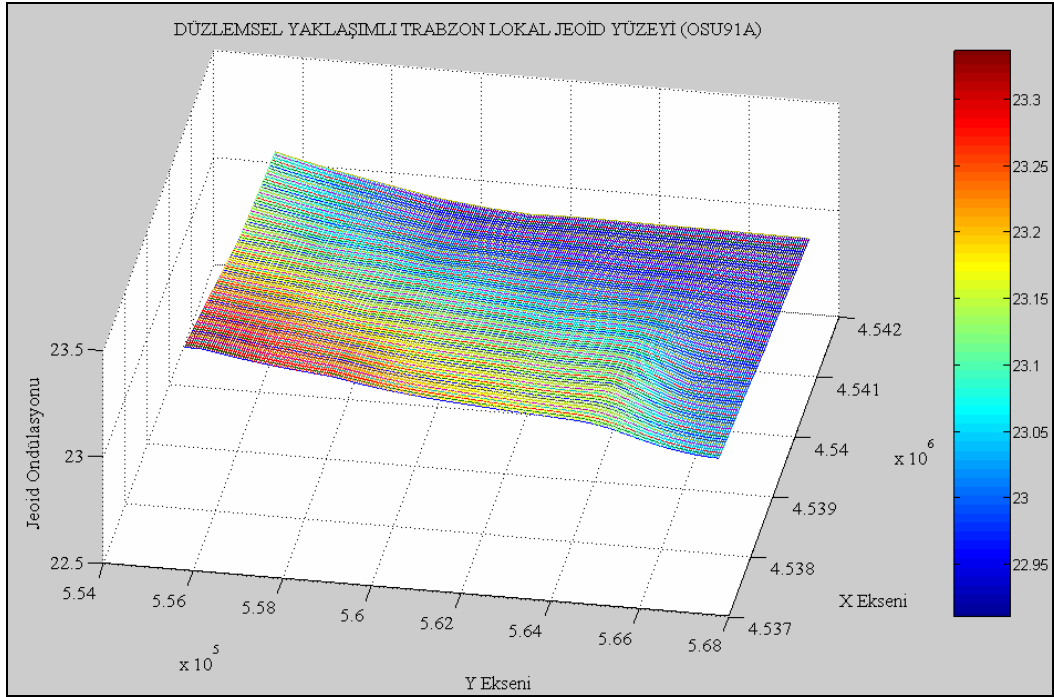
Şekil 38. Küresel yaklaşımli Stokes Kernel jeoid yüzeyi (EGM96)



Şekil 39. Küresel yaklaşımli Stokes Kernel jeoid yüzeyi (OSU91A)



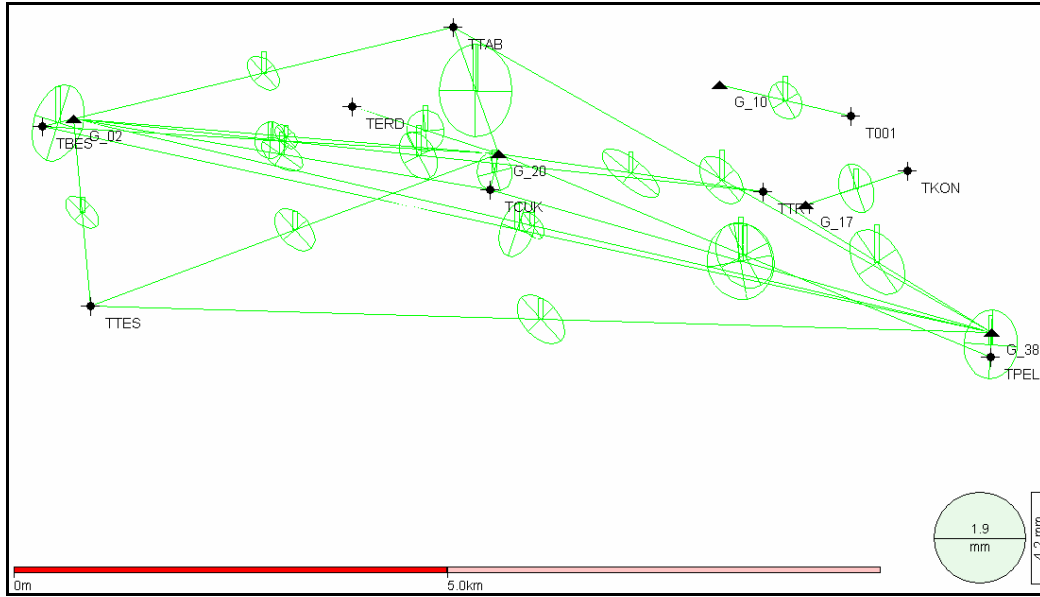
Şekil 40. Düzlemsel yaklaşımli FFT jeoid yüzeyi (EGM96)



Şekil 41. Düzlemsel yaklaşımli FFT jeoid yüzeyi (OSU91A)

2.8. GPS/Nivelman Jeoid Modelinin Arazi Ölçüleriyle Test Edilmesi

Oluşturulan jeoid yüzey modelini çalışma alanının her bölgesi için test etmek amacıyla önce çalışma alanına uygun dağılımlı 9 adet test noktası oluşturuldu. Bu test noktalarına koordinatlar, hızlı statik ölçü yöntemi kullanılarak ITRF96 koordinat sisteminde GPS ölçüleriyle verildi. Test noktalarından 7 tanesi (TTES, TBES, TERD, TCUK, TTAB, TTRT, TPEL) lokal jeoid belirleme ağını oluşturan ve daha önce koordinatları hesaplanmış üç nokta (G_02, G_20, G_38) referans alınmıştır. Bu 7 nokta dışında kalan T001 noktası için G_10, TKON noktası için de G_17 noktaları referans alınmıştır. Test noktaları için 10-15 dakikalık ölçüler yapılmıştır. Ölçümler sonunda elde edilen veriler GeoGenius2000 programında değerlendirilerek noktaların koordinatları ve elipsoidal yükseklikleri belirlenmiştir. Test noktaları ölçü değerlendirmesi Şekil 42’de, hesaplanan koordinatlar ise Tablo 20’de verilmiştir.



Şekil 42. Test noktaları GPS ölçülerinin değerlendirilmesi

Tablo 20. Test noktalarının ITRF96 kartezyen koordinatları

Nokta No	X (m)	Y (m)	Z (m)
TTRT	3706306.487	3084101.559	4161513.782
TTES	3712051.898	3078754.365	4160647.195
TTAB	3707540.131	3080458.164	4162837.797
TKON	3704992.038	3085271.331	4161633.859
TERD	3708825.099	3080006.367	4162229.942
TCUK	3708363.980	3081699.865	4161590.189
TBES	3711149.890	3077277.791	4161971.815
TPEL	3705643.453	3086965.271	4160134.707
T001	3705134.237	3084448.195	4162079.090

Noktalara ortometrik yükseklikler ise geometrik nivelmanla gidiş-dönüş ölçü yapılarak verilmiştir. Tablo 21’de nivelman işleminde çıkış alınan lokal jeoid belirleme ağı noktaları ile nivelman işlemi sonucu bulunan ΔH yükseklik farkları ve test noktalarının H ortometrik yükseklikleri verilmiştir.

Tablo 21. Arazide nivelman sonucu bulunan noktalar arası değerler

Başlangıç Noktası	Bitiş Noktası	Güzergâh Uzunluğu (m)	Başlangıç noktası kotu (m)	ΔH (m)	Bitiş noktası kotu (m)
G17	TTRT	599	190.222	-6.069	184.153
G24	TTES	2458	127.758	244.186	371.944
G21	TTAB	1331	86.461	-75.724	10.737
G13	TKON	924	42.362	29.640	72.002
G22	TERD	323	115.036	24.531	139.567
G20	TCUK	575	251.701	17.432	269.133
G02	TBES	376	5.916	-0.515	5.401
G38	TPEL	267	237.166	41.010	278.176
G10	T001	1634	11.964	30.544	42.508

Yapılan test ölçüleri ve hesaplamaları sonrası test noktalarının jeoid ondülasyonları (N), noktaların geometrik nivelmanla bulunan ortometrik yüksekliklerinin (H) GPS ölçü ve değerlendirmesi sonucu bulunan elipsoidal yüksekliklerinden (h) olan farkının alınmasıyla hesaplanmıştır. Yani noktaların GPS/Nivelman işlemiyle jeoid ondülasyonları bulunmuştur. Test ölçüleri sonucu bulunan bu değerler Tablo 22’de bir arada sunulmuştur.

Tablo 22. Test noktalarının GPS ve geometrik nivelman ölçüleriyle bulunan jeoid ondülasyonları

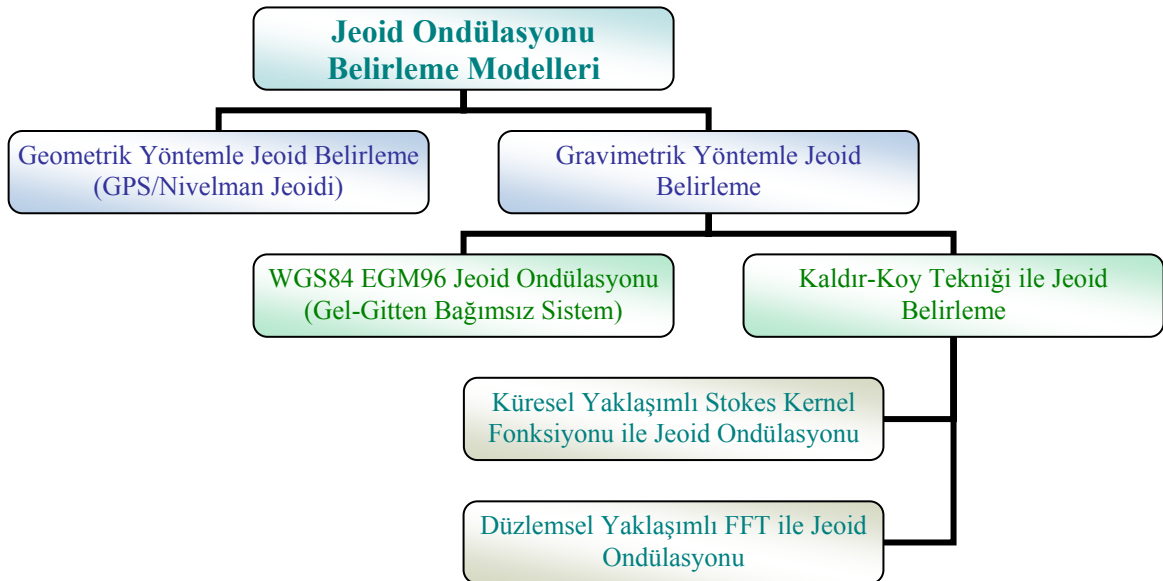
Nokta No	h (m)	H (m)	N (m)
TTRT	209.111	184.153	24.958
TTES	397.547	371.944	25.603
TTAB	35.494	10.737	24.757
TKON	96.837	72.002	24.835
TERD	164.567	139.567	25.000
TCUK	294.247	269.133	25.114
TBES	30.648	5.401	25.247
TPEL	303.387	278.176	25.211
T001	67.225	42.508	24.717

3. BULGULAR VE İRDELEMELER

Bulgular ve irdeleme bölümü 1.1.2 konu başlığı altında bahsedilen çalışmanın amacına uygun olarak iki ana başlık altında ele alınmıştır. Birincisi Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktalarının jeoid ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan jeoid ondülasyonları belirleme modelleri bulgular ve irdelemelerinin anlatıldığı “Jeoid Ondülasyonu Belirleme Modelleri Bulgular ve İrdelemesi”, ikincisi bulunan jeoid ondülasyonlarından hareketle jeoid yüzey modeli oluşturulmasında kullanılan modellerin bulgular ve irdelemelerinin açıklandığı “Jeoid Yüzeyi Belirleme Modelleri Bulgular ve İrdelemesi”dir.

3.1. Jeoid Ondülasyonu Belirleme Modelleri Bulguları ve İrdelemesi

Lokal Jeoid Belirleme Ağı’nı oluşturan noktalar Karadeniz kıyısına paralel şekilde, üç sıra halinde ve aralarında yaklaşık 1 km mesafelerle tesis edilmiştir (Şekil 20). Noktaların jeoid ondülasyonları birkaç modelle belirlenmiştir. Noktaların jeoid ondülasyonlarının belirlenmesinde geometrik ve gravimetrik modeller kullanılmıştır. Bu çalışma için jeoid ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan jeoid ondülasyonu belirleme modelleri Şekil 43’te şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 43. Lokal jeoid belirleme çalışmasında kullanılan jeoid belirleme modellerinin şematik gösterimi

Her bir model çözümü sonucu elde edilen jeoid ondülasyonlarının inceleme ve irdilemede kolaylık sağlaması açısından grafik gösterimi oluşturulmuştur. Bu grafik gösterimler boykesit şeklindedir. Noktaların geometrik ve gravimetrik yöntemle bulunan jeoid ondülasyon verileri boykesit grafiklerinden de yararlanarak önce kendi içerisinde daha sonra da birbirleriyle karşılaştırılarak irdelenmiştir.

Boykesitler, nokta konumlarının Karadeniz kıyısına olan uzaklıkları göz önünde bulundurulmuş ve buna göre güzergâhlar oluşturularak çıkarılmıştır. Yani, Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktalarından Karadeniz kıyısına en yakın noktalar 1. boykesit güzergâhı, kıyıya yaklaşık 1 km mesafede olan noktalar 2. boykesit güzergâhı ve kıyıya yaklaşık 2 km mesafede olan noktalar da 3. boykesit güzergâhı olarak alınmıştır. Her bir boykesit güzergâhını oluşturan noktalar Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23. Boykesit güzergâhları ve güzergâhları oluşturan noktalar

Güzergâh Adı	Güzergâh Noktalar
1. Boykesit Güzergâhı	G_01, G_02, G_03, G_04, G_05, G_06, G_07 G_08, G_09, G_10, G_11, G_12, G_13, G_14
2. Boykesit Güzergâhı	G_15, G_16, G_17, G_18, G_19, G_20 G_21, G_22, G_23, G_24, G_25, G_26
3. Boykesit Güzergâhı	G_27, G_28, G_29, G_30, G_31, G_32 G_33, G_34, G_35, G_36, G_37, G_38

3.1.1. Geometrik Yöntem ile Jeoid Belirleme (GPS/Nivelman Jeoidi)

Geometrik yöntemde noktaların jeoid ondülasyonları, GPS ölçüleriyle bulunan elipsoid yüksekliği (h) ile nivelman ölçüleriyle bulunan ortometrik yükseklik (H) farkı alınarak belirlenmiştir. Bu şekilde belirlenen jeoide GPS/Nivelman jeoidi adı verilmektedir. GPS/Nivelman jeoidi için birim ölçünün karesel ortalama hatası $m_N = \pm 8.5$ mm çıkmıştır. GPS/Nivelman jeoidine göre lokal jeoid belirleme ağının Tablo 24'te jeoid ondülasyonları, Tablo 25'te ise topografik yükseklikleri minimum ve maksimum olan noktalar ile bu noktaların jeoid ondülasyon ve elipsoidal yükseklik değerleri verilmiştir.

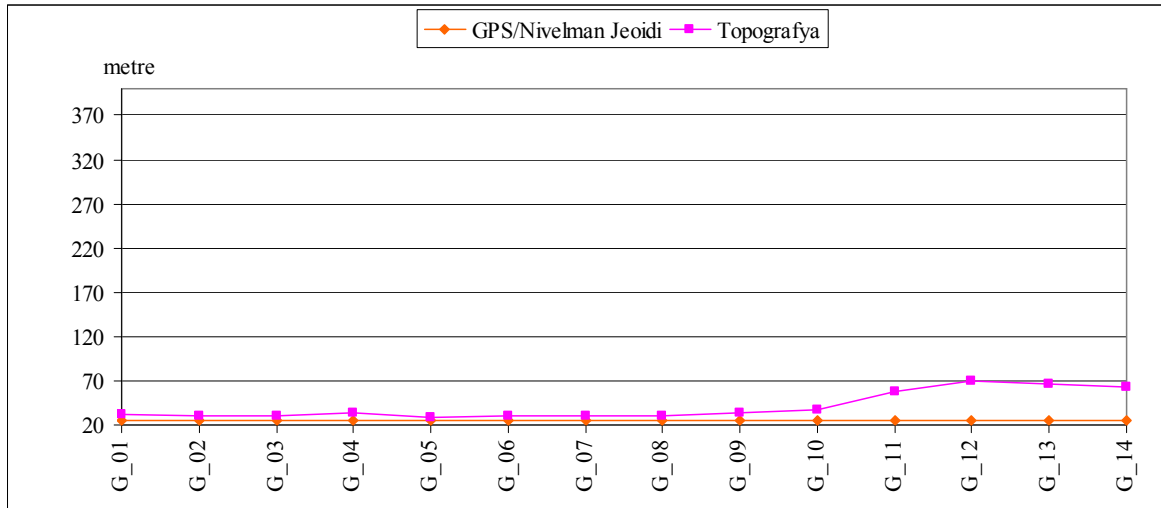
Tablo 24. Jeoid ondölasyonları minimum ve maksimum olan noktalar

	Nokta No	N (m)	h (m)
Minimum	G_07	24.663	30.043
Maksimum	G_27	25.786	387.384

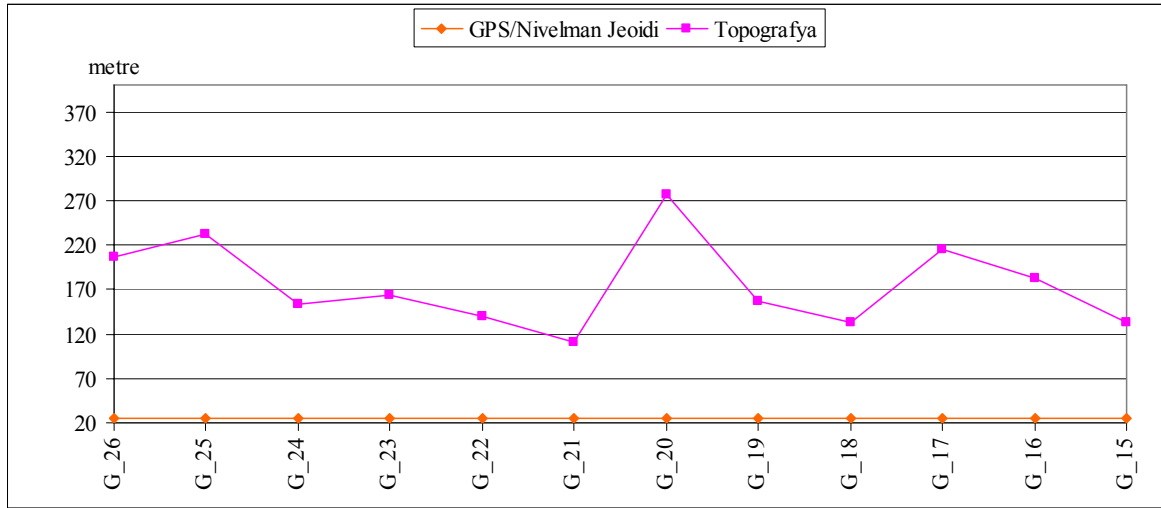
Tablo 25. Topografik yükseklikleri minimum ve maksimum olan noktalar

	Nokta No	N (m)	h (m)
Minimum	G_05	24.776	28.897
Maksimum	G_40	25.605	419.629

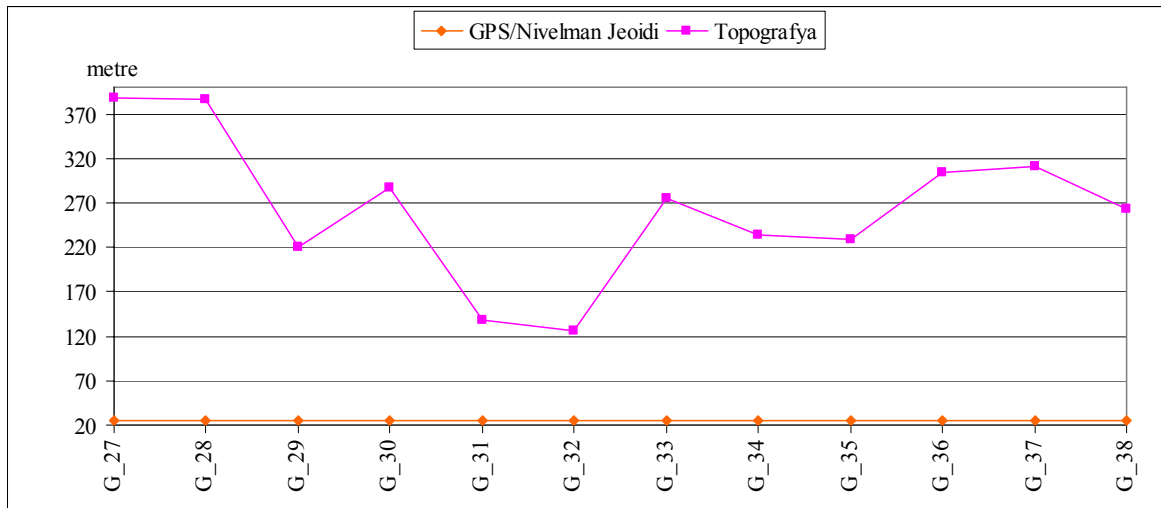
Lokal Jeoid Belirleme Ağı'nın Tablo 13'te verilmiş değerlerden hareketle GPS/Nivelmanla bulunmuş jeoid ondölasyonları ile topografik yükseklikleri bir arada gösteren grafik 1., 2. ve 3. boykesit güzergâhlarına göre sırasıyla Şekil 44, Şekil 45 ve Şekil 46'da sunulmuştur.



Şekil 44. 1. boykesit güzergâh noktalarının GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği



Şekil 45. 2. boykesit güzergâh noktalarının GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği

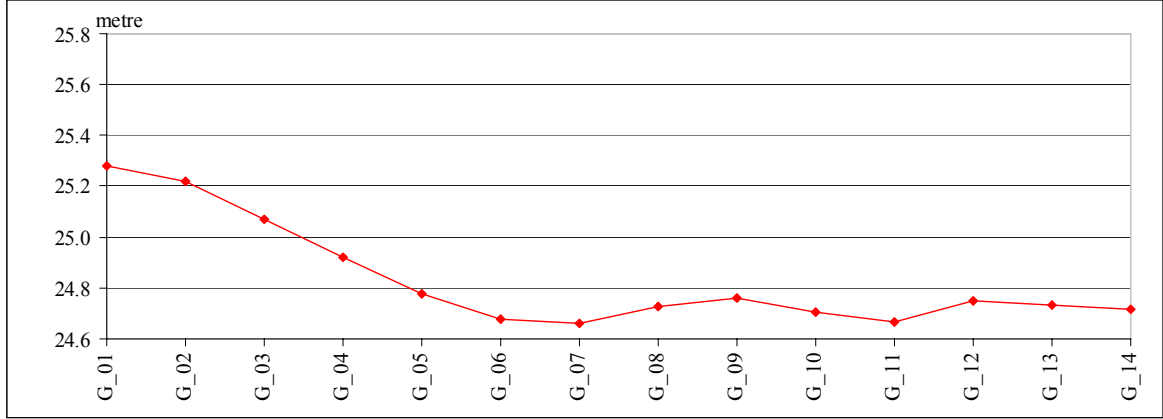


Şekil 46. 3. boykesit güzergâh noktalarının GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği

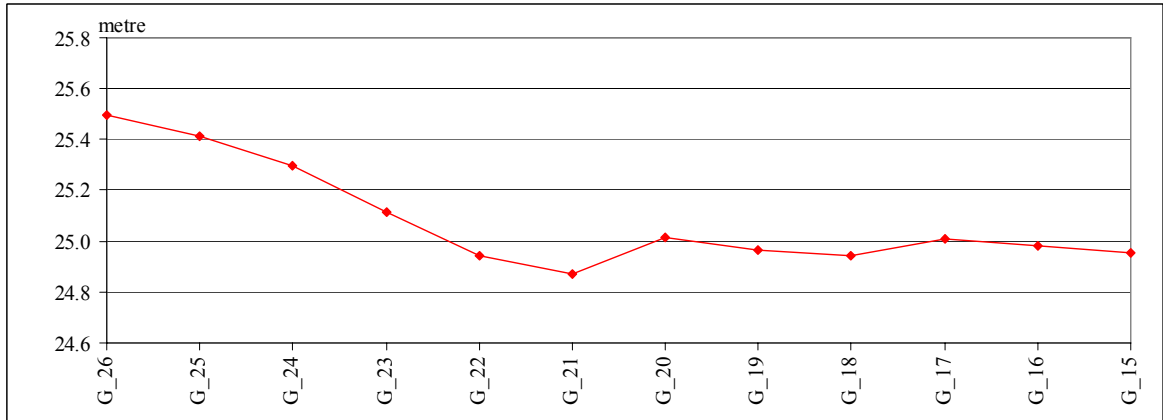
Şekil 44'te görüldüğü gibi Lokal Jeoid Belirleme Ağı'na ait kıyıya en noktaların oluşturduğu 1. boykesit güzergâh noktaları arasındaki topografik yükseklik farkları minimum seviyede iken kıyıdan uzaklaştıkça (Şekil 45 ve 46) bu farklar artmaktadır. Çalışma alanı, topografik yüksekliklere göre farklı değişimler gösteren bir yapıya sahiptir.

Topografik yükseklik değişimini gösterebilmek amacıyla Şekil 44, 45 ve 46 için ölçek küçük seçilmiştir. Bu durumda noktaların GPS/Nivelman jeoid ondülasyonlarındaki değişimler net olarak görülememiştir. Halbuki 24.663 m ile 25.786 m arasında değişen (Tablo 24) jeoid ondülasyon değerleri bulunmaktadır. Noktaların GPS/Nivelman jeoid

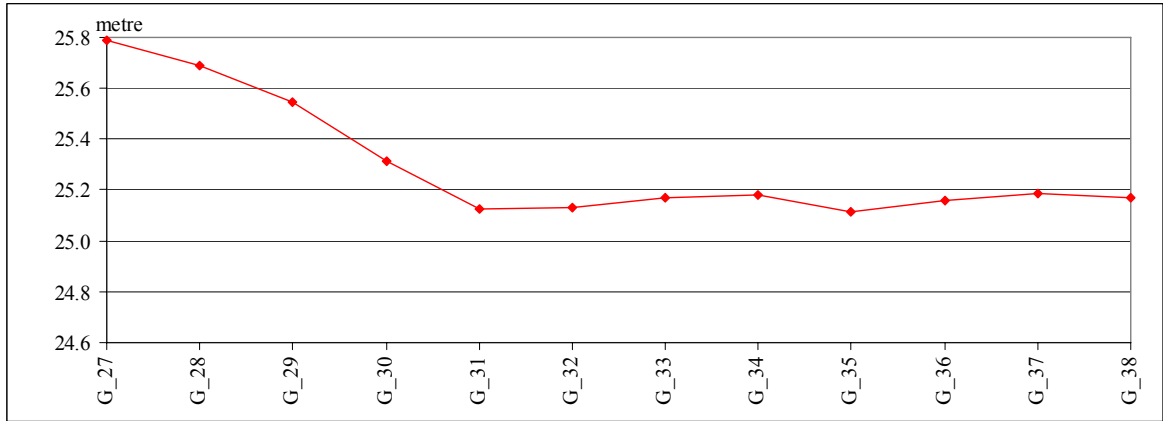
ondülasyon değerlerini ve ondülasyon değerleri arasındaki farkları net olarak görebilmek için jeoid ondülasyonlarını gösterir boykesit grafiği ölçek büyütülerek Şekil 47, Şekil 48 ve Şekil 49’da yeniden verilmiştir.



Şekil 47. GPS/Nivelman jeoidinin 1. boykesit güzergâhı için oluşturulmuş boykesit grafiği



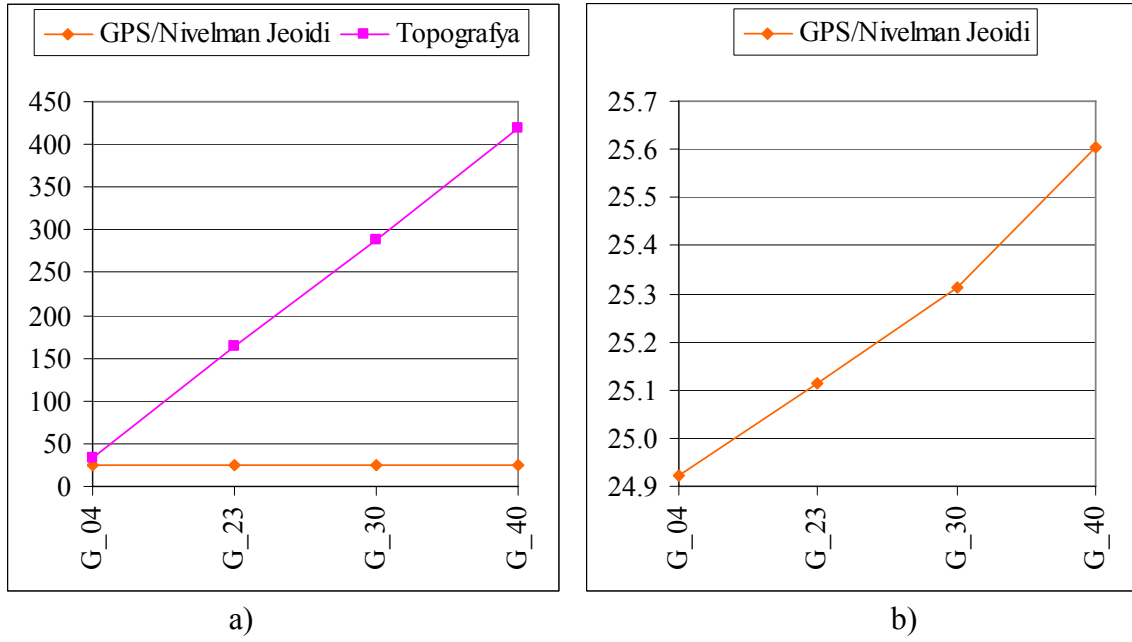
Şekil 48. GPS/Nivelman jeoidinin 2. boykesit güzergâhı için oluşturulmuş boykesit grafiği



Şekil 49. GPS/Nivelman jeoidinin 3. boykesit güzergâhı için oluşturulmuş boykesit grafiği

Şekil 47, 48 ve 49 incelendiğinde G_06, G_22 ve G_31 noktaları arasını birleştirerek çalışma alanını iki bölgeye ayırabiliriz. Bu bölgelerden doğuda kalan kısımda aynı güzergâh üzerindeki noktaların jeoid ondülasyonları arasında oluşan farklar minimum olup grafik yatay bir şekil almasına karşın batıda kalan kısımda jeoid ondülasyonları arasındaki farklar artmakta ve eğim aniden yükselmektedir. Boykesit güzergâhlarının doğu batı yönünde çıkarıldığı, yani her bir güzergâh noktalarının yaklaşık aynı enlem üzerinde olduğu göz önüne alınırsa, her üç kesitte de benzer olayın olması bu iki bölge arasındaki değişimin topografik yapı yanında zemin yapısından da kaynaklandığını göstermektedir. Dolayısıyla buradan zemin yapısının gravite değişimini etkilediği sonucu çıkarılabilir. Bu durumda gravite ölçülerinin mümkün olduğunca sık aralıklarla yapılmasının önemi görülmektedir.

Karadeniz kıyı şeridinde dik bir güzergâh oluşturacak şekilde alınan dört noktanın (G_04, G_23, G_30, G_40) topografik yapısı ve jeoid ondülasyonları incelenmiş ve topografik yapıda ortalama %11.76'lık, jeoid ondülasyonlarında ise ortalama %0.02'lik bir eğim bulunmuştur. Bu 4 noktadan oluşan güzergâhta oluşturulmuş topografik yükseklik ve jeoid ondülasyonu grafiği Şekil 50'de gösterilmiştir.



Şekil 50. Karadeniz kıyı şeridine dik olacak şekilde seçilmiş 4 noktadan oluşan bir güzergâhta alınmış a) GPS/Nivelman jeoidi ve topografik yükseklik grafiği, b) GPS/Nivelman jeoidi grafiği

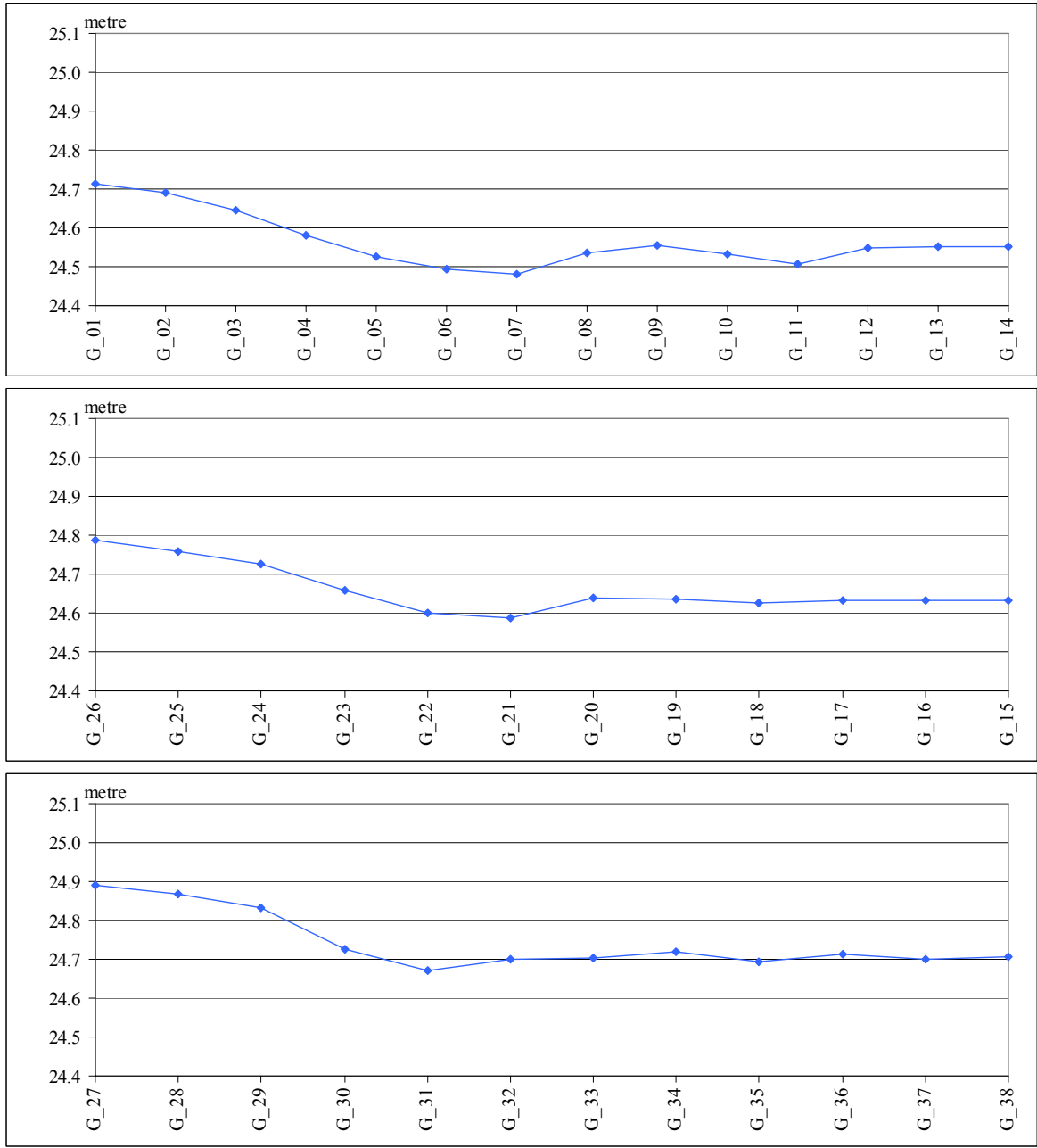
Karadeniz kıyı şeridine dik yöndeki bu güzergâh kuzey güney yönünde olduğu için kıyıdan uzaklaştıkça jeoid ondülasyonlarında artış göstermesinin hem topografik yapı hem de enleme bağlı gravite etkisinden kaynaklandığı söylenebilir.

3.1.2. Gravimetrik Yöntem ile Jeoid Belirleme ve İrdeleme

Gravimetrik yöntem ile jeoid ondülasyonları iki temel model kullanılarak yapılmıştır. Bunlardan ilki WGS84 EGM96 verilerinin kullanıldığı gel-git etkisi kaldırılmış çözüm modeli, bir diğeri de hem EGM96 hem de OSU91A global jeopotansiyel modelin kullanıldığı Kaldır-Koy tekniği adı verilen kombine çözüm yöntemidir.

3.1.2.1. WGS84 EGM96 (Gel-Gitten Bağımsız Sistem) Jeoid Ondülasyonu İrdelemesi

Lokal jeoid belirleme aşında güneş ve ayın etkileri yani gel-git etkisi giderilerek hesaplanmış jeoid ondülasyonlarının boykesit grafikleri Şekil 51’de gösterilmiştir.



Şekil 51. WGS84 EGM96 jeoidinin (gel-gitten bağımsız sistemde) Karadeniz kıyısına paralel şekilde çıkarılmış boykesit grafiği

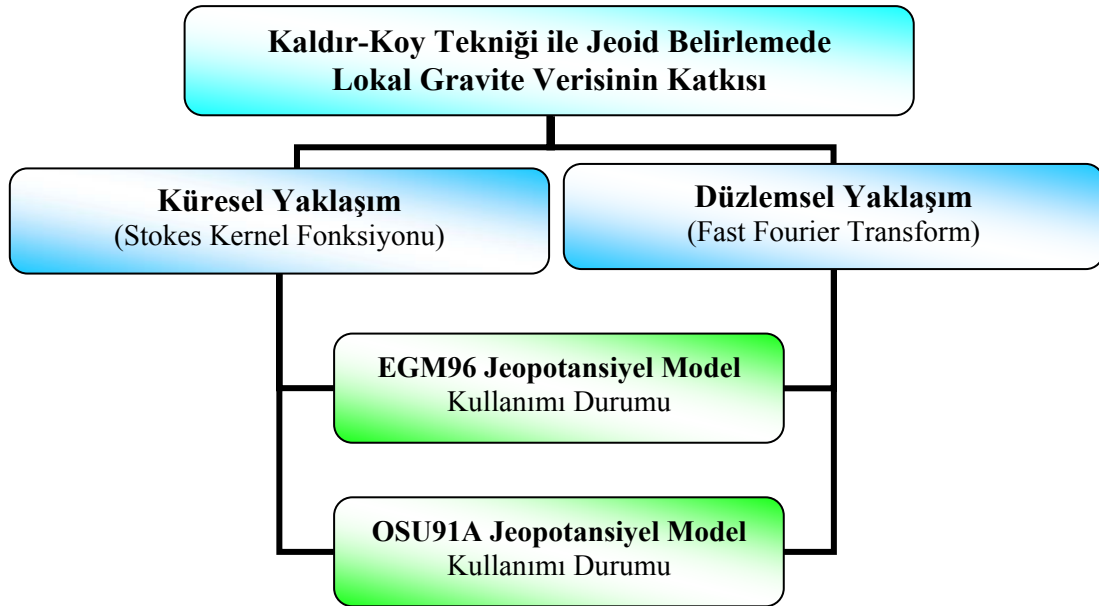
Çalışma alanı için minimum 24.482 m, maksimum 24.826 m olan WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoidin ortalama değeri 24.656 m çıkmıştır. WGS84 EGM96 jeoidinin standart sapması $m = \pm 10.3 \text{ cm}$ 'dir.

WGS84 EGM96 jeoid verileri de incelendiği zaman G_06, G_22 ve G_31 noktalarının doğusunda kalan bölgede hemen hemen aynı enlem üzerindeki noktaların jeoid ondülasyonları arasındaki farkın küçük çıkmasına karşın batısında kalan bölgede arttığı

görülmektedir. Bu da 3.1.1’de bahsedilen, gravite ölçülerinin sık aralıklarla yapılmasının önemli olduğu görüşünü pekiştirmektedir.

3.1.2.2. Kaldır-Koy Tekniği ile Jeoid Ondülasyonu ve İrdelemesi

Kaldır-Koy tekniği ile jeoid ondülasyonlarının belirlenmesine lokal gravite verisinin katkısı iki yaklaşım sergilenerek bulunmuş ve irdelenmiştir. Bunlar, Stokes Kernel fonksiyonu ile jeoid ondülasyonlarının hesaplandığı küresel yaklaşım ve FFT ile jeoid ondülasyonlarının hesaplandığı düzlemsel yaklaşımdır. Her iki yaklaşımda da global jeopotansiyel model olarak değer ve sırası 360’a kadar hesaplanmış ve en güncel veriye sahip oldukları için EGM96 ve OSU91A global jeopotansiyel modelleri kullanılmıştır (Şekil 52).



Şekil 52. Kaldır-Koy tekniği ile jeoid belirlemede lokal gravite verisinin katkısının belirlendiği yaklaşımlar

3.1.2.2.1. Küresel Yaklaşımlı Stokes Kernel Fonksiyonu ile Jeoid Ondülasyonu

Küresel yaklaşımlı Stokes Kernel fonksiyonu kullanılarak hem EGM96 global jeopotansiyel model, hem de OSU91A global jeopotansiyel model ile noktaların jeoid ondülasyonlarının hesabında altlık olarak kullanılmıştır. Hesaplanan jeoid

ondülasyonlarının minimum, maksimum ve ortalama değerleri ile standart sapmaları Tablo 26’da verilmiştir.

Tablo 26. Küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonlarının minimum, maksimum ve ortalama değerleri ile standart sapmaları

Global Model	Minimum N (m)	Maksimum N (m)	Ortalama N (m)	Standart Sapma (cm)
EGM96	24.686	24.970	24.8136	7.4
OSU91A	22.936	23.287	23.105	10.2

EGM96 ve OSU91A global jeopotansiyel model kullanılarak küresel yaklaşımla hesaplanmış bu iki veri grubunu karşılaştırmak için aralarındaki farklar alınmış ve Tablo 27’de verilmiştir.

Tablo 27. EGM96 ve OSU91A global model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları ve farkları

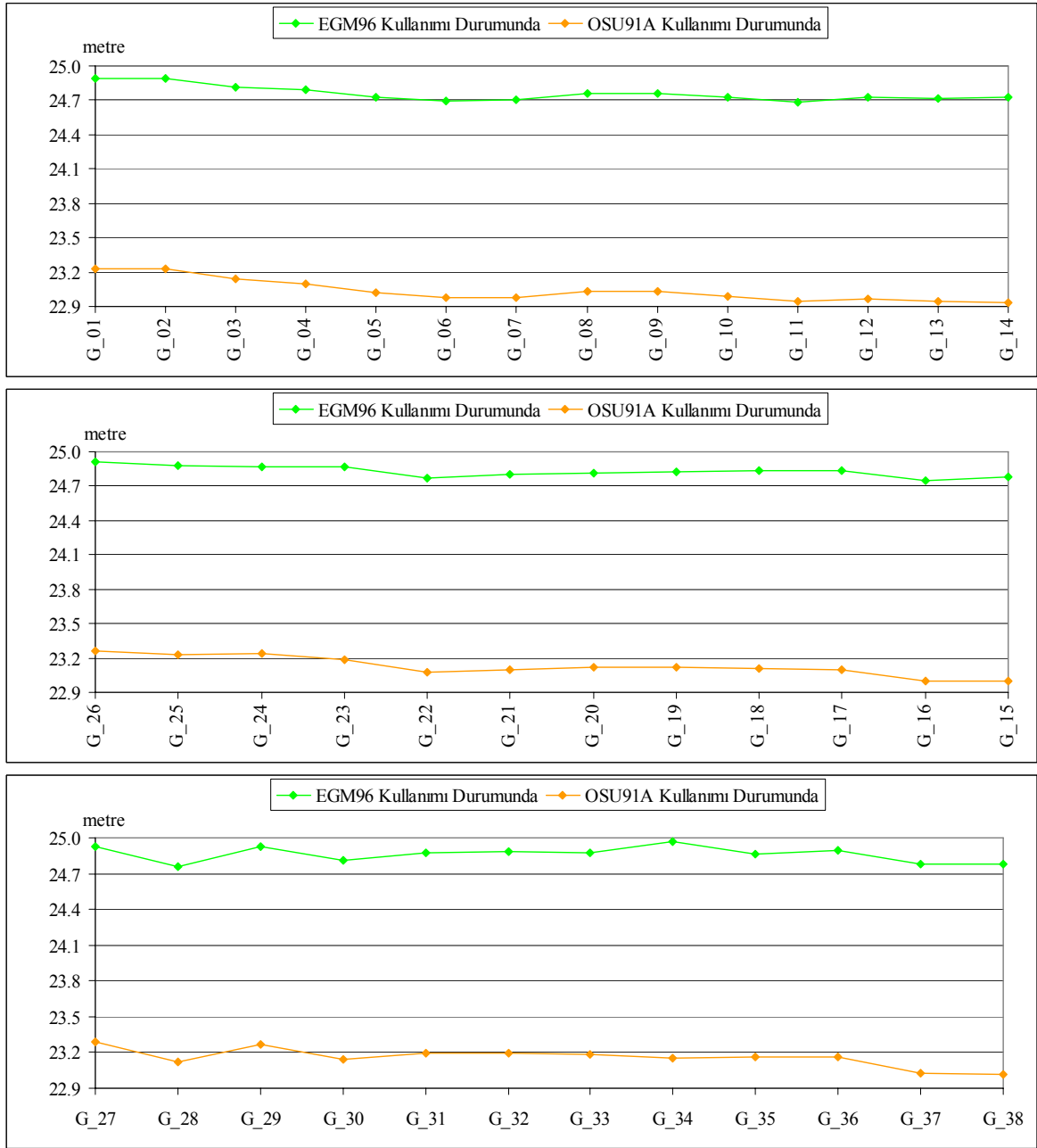
Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)	Fark (m)	Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)	Fark (m)
G_01	24.895	23.233	1.662	G_21	24.804	23.099	1.704
G_02	24.888	23.223	1.665	G_22	24.768	23.077	1.691
G_03	24.811	23.141	1.671	G_23	24.869	23.187	1.682
G_04	24.794	23.102	1.692	G_24	24.872	23.241	1.632
G_05	24.724	23.021	1.703	G_25	24.879	23.224	1.655
G_06	24.692	22.976	1.716	G_26	24.917	23.264	1.653
G_07	24.700	22.973	1.727	G_27	24.929	23.287	1.642
G_08	24.756	23.031	1.725	G_28	24.757	23.120	1.637
G_09	24.761	23.034	1.727	G_29	24.930	23.272	1.658
G_10	24.727	22.988	1.739	G_30	24.815	23.142	1.673
G_11	24.686	22.938	1.748	G_31	24.873	23.190	1.683
G_12	24.723	22.966	1.758	G_32	24.881	23.190	1.691
G_13	24.716	22.948	1.768	G_33	24.874	23.180	1.694
G_14	24.731	22.936	1.795	G_34	24.970	23.154	1.816
G_15	24.780	22.994	1.786	G_35	24.865	23.158	1.707
G_16	24.751	22.995	1.756	G_36	24.895	23.166	1.729
G_17	24.840	23.102	1.738	G_37	24.779	23.031	1.749
G_18	24.834	23.111	1.722	G_38	24.782	23.015	1.767
G_19	24.829	23.119	1.710	G_40	24.823	23.161	1.663
G_20	24.810	23.114	1.696				

Her iki global jeopotansiyel model kullanımı durumunda çalışma alanı için maksimum değer ile minimum değerleri arasındaki fark alınır, EGM96 global modeli için 0.284 m, OSU91A global modeli için 0.351 m çıkar. Küresel yaklaşımlı çözümde, standart sapmalardan ve maksimum ile minimum değerler arasındaki farklardan çalışma alanı için EGM96 global jeopotansiyel model kullanılmasının daha uygun olacağı düşünülebilir.

Modellerden bir tanesinin değerleri kesin değer kabul edilerek iki model arasındaki uyuşum bulunabilir. Bu durumda farklar gerçek hata (ε) kabul edilerek kareleri toplanır, nokta sayısına bölünür ve karekökü alınır, iki model arasındaki standart sapma

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \pm 1.709 \text{ m} \quad (171)$$

olarak bulunur. Şekil 53'te EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanılarak küresel yaklaşımlı Stokes Kernel fonksiyonları ile hesaplanan jeoid ondülasyonlarının kombine çözümünün boykesit grafikleri verilmiştir.



Şekil 53. EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanıldığı küresel yaklaşım Stokes Kernel çözüm grafiği

3.1.2.2.2. Düzlemsel Yaklaşım FFT ile Jeoid Ondülasyonu

Kaldır-Koy tekniği ile jeoid ondülasyonlarının belirlenmesine lokal gravite verisinin katkısı düzlemsel yaklaşım FFT kullanılarak ta hesaplanmıştır. Düzlemsel yaklaşım FFT kullanılarak hesaplanmış jeoid ondülasyonlarının minimum, maksimum ve ortalama değerleri ile standart sapmaları Tablo 28’de verilmiştir.

Tablo 28. Düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonlarının minimum, maksimum ve ortalama değeri ile standart sapmaları

Global Model	Minimum N (m)	Maksimum N (m)	Ortalama N (m)	Standart Sapma (cm)
EGM96	24.684	25.022	24.820	8.5
OSU91A	22.911	23.340	23.075	10.6

Düzlemsel yaklaşımli olarak EGM96 ve OSU91A global jeopotansiyel model kullanılmasıyla hesaplanmış iki veri grubunu karşılaştırmak için küresel yaklaşımda olduğu gibi yine aralarındaki farklar alınmıştır (Tablo 29).

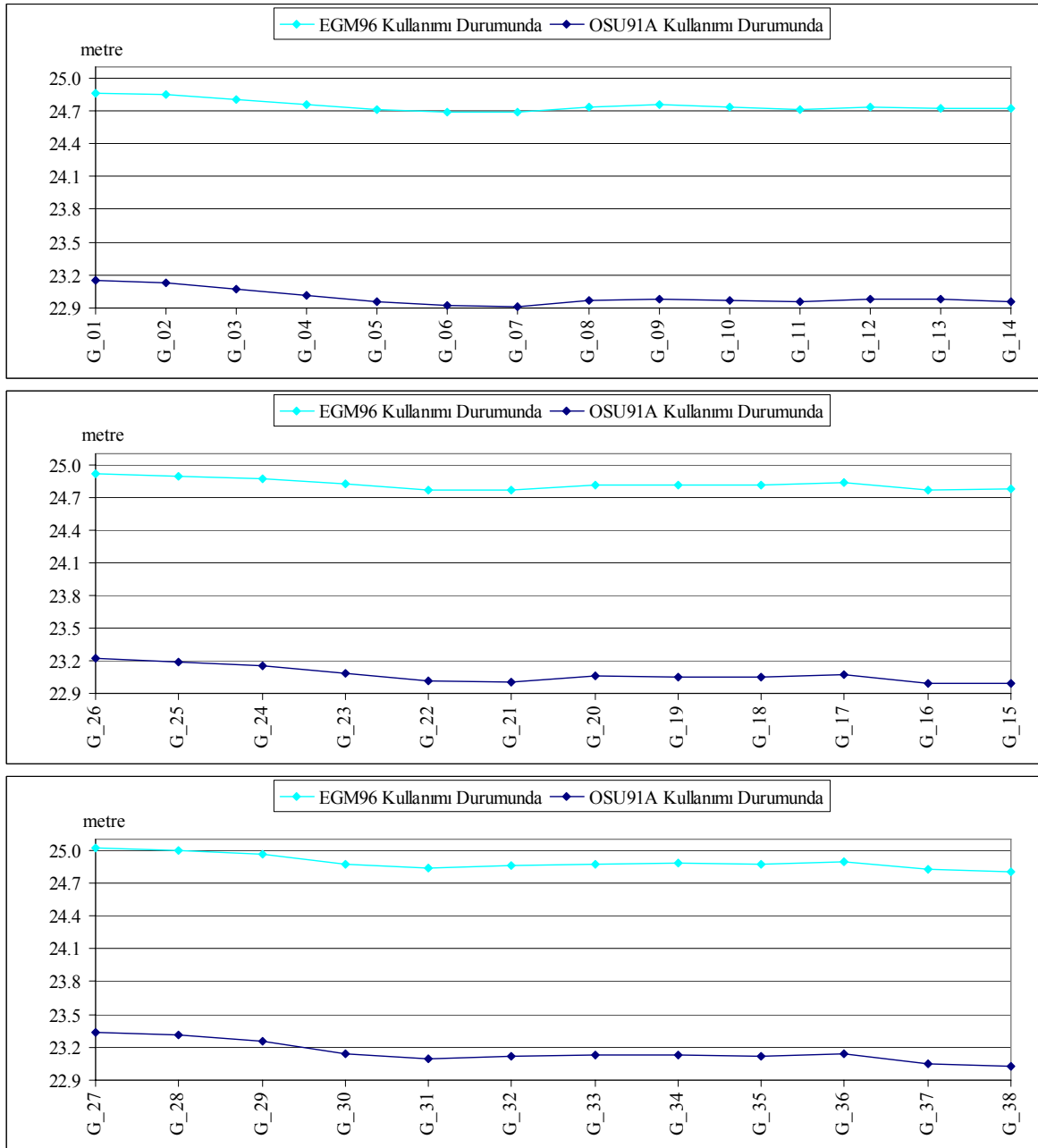
Tablo 29. EGM96 ve OSU91A global model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımli jeoid ondülasyonları ve farkları

Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)	Fark (m)	Nokta No	N _{EGM96} (m)	N _{OSU91A} (m)	Fark (m)
G_01	24.859	23.152	1.706	G_21	24.768	23.009	1.760
G_02	24.845	23.129	1.716	G_22	24.765	23.014	1.752
G_03	24.803	23.074	1.729	G_23	24.824	23.086	1.739
G_04	24.756	23.010	1.746	G_24	24.869	23.148	1.721
G_05	24.712	22.954	1.758	G_25	24.898	23.190	1.708
G_06	24.689	22.920	1.769	G_26	24.920	23.223	1.698
G_07	24.684	22.911	1.774	G_27	25.022	23.340	1.682
G_08	24.733	22.964	1.769	G_28	25.000	23.309	1.691
G_09	24.752	22.985	1.767	G_29	24.960	23.252	1.709
G_10	24.732	22.968	1.765	G_30	24.871	23.141	1.729
G_11	24.709	22.957	1.752	G_31	24.838	23.094	1.744
G_12	24.728	22.984	1.743	G_32	24.862	23.116	1.746
G_13	24.726	22.976	1.750	G_33	24.874	23.126	1.748
G_14	24.727	22.957	1.770	G_34	24.885	23.134	1.751
G_15	24.776	22.995	1.781	G_35	24.871	23.114	1.757
G_16	24.760	22.995	1.765	G_36	24.898	23.138	1.760
G_17	24.832	23.072	1.760	G_37	24.819	23.051	1.768
G_18	24.816	23.055	1.761	G_38	24.805	23.029	1.776
G_19	24.813	23.053	1.760	G_40	24.969	23.255	1.714
G_20	24.818	23.063	1.755				

Burada da her iki global jeopotansiyel model kullanımı durumunda çalışma alanı için maksimum ile minimum değeri arasındaki fark alınırsa, EGM96 global modeli için 0.338 m, OSU91A global modeli için 0.429 m çıkar. Düzlemsel yaklaşımli çözümde de standart

sapmalardan ve maksimum ile minimum değerler arasındaki farklardan çalışma alanı için EGM96 global jeopotansiyel model kullanılması daha uygun olacağı görüşü çıkarılabilir.

İki model arasındaki farkların daha iyi görülebilmesi için Şekil 54'te EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanılarak düzlemsel yaklaşımli FFT ile hesaplanan jeoid ondülasyonlarının kombine çözümünün boykesit grafikleri verilmiştir.

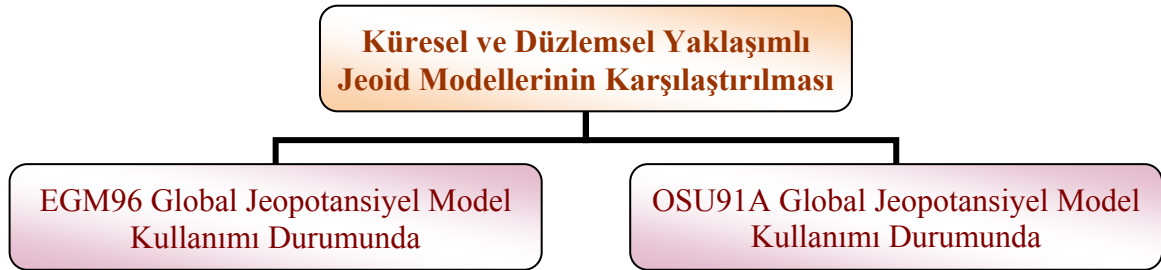


Şekil 54. EGM96 ve OSU91A global modellerin kullanıldığı düzlemsel yaklaşımli FFT çözüm grafiği

Düzlemsel yaklaşım için de farkların kareleri toplanıp nokta sayısına bölünür ve karekökü alınırsa iki model arasında (171) formülünden $m = \pm 1.745$ m şeklinde bir standart sapma bulunur.

3.1.2.2.3. Küresel ve Düzlemsel Yaklaşımlı Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması

Bir önceki bölümde EGM96 ve OSU91A jeopotansiyel modellerin kullanımı durumunda hem küresel yaklaşımdaki çözümler hem de düzlemsel yaklaşımdaki çözümler kendi içerisinde karşılaştırılmıştır. Bu bölümde ise küresel ve düzlemsel yaklaşımdaki çözümler birbirleriyle karşılaştırılarak irdelenecektir (Şekil 55).



Şekil 55. Küresel ve Düzlemsel yaklaşımlı jeoid modellerinin karşılaştırılmasının şematik gösterimi

3.1.2.2.3.1. EGM96 Global Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda

EGM96 jeopotansiyel modelin kullanıldığı hesaplamalar sonucu bulunan küresel ve düzlemsel yaklaşımlı indirgenmiş gravite etkileri, gravimetrik jeoid ondülasyonlarının kombine çözümü ve jeoid ondülasyonları arasındaki farklar Tablo 30’da, bu sonuçların maksimum, minimum değerleri ile standart sapmaları Tablo 31’da gösterilmiştir. Tablolarda gösterilen $N_{\Delta g}$ gravitenin jeoid ondülasyonlarına dolaylı etkisini, N_k ve N_d ise gravimetrik jeoid ondülasyonlarının sırasıyla küresel ve düzlemsel yaklaşımlı kombine çözümlerini göstermektedir.

Tablo 30. Noktaların, EGM96 global jeopotansiyel model kullanılarak bulunan gravite etkileri ve jeoid ondülasyonlarının küresel ve düzlemsel yaklaşımlı çözümü sonuçları

Nokta No	Küresel Yak.		Düzlemsel Yak		Fark N_k-N_d (m)	Nokta No	Küresel Yak.		Düzlemsel Yak		Fark N_k-N_d (m)
	$N_{\Delta g}$ (m)	N_k (m)	$N_{\Delta g}$ (m)	N_d (m)			$N_{\Delta g}$ (m)	N_k (m)	$N_{\Delta g}$ (m)	N_d (m)	
G_01	0.0490	24.8953	0.0124	24.8587	0.0366	G_21	0.0526	24.8036	0.0174	24.7684	0.0352
G_02	0.0573	24.8883	0.0139	24.8449	0.0434	G_22	0.0045	24.7683	0.0015	24.7653	0.0030
G_03	0.0184	24.8113	0.0105	24.8034	0.0079	G_23	0.0585	24.8689	0.0139	24.8243	0.0446
G_04	0.0536	24.7939	0.0157	24.7560	0.0379	G_24	0.0050	24.8724	0.0015	24.8690	0.0035
G_05	0.0295	24.7238	0.0175	24.7118	0.0120	G_25	-0.0221	24.8789	-0.0034	24.8975	-0.0186
G_06	0.0251	24.6920	0.0218	24.6887	0.0033	G_26	-0.0034	24.9173	-0.0005	24.9202	-0.0029
G_07	0.0397	24.6997	0.0244	24.6843	0.0153	G_27	-0.1097	24.9288	-0.0165	25.0220	-0.0932
G_08	0.0467	24.7559	0.0242	24.7334	0.0225	G_28	-0.2617	24.7572	-0.0186	25.0003	-0.2431
G_09	0.0312	24.7610	0.0219	24.7518	0.0093	G_29	-0.0386	24.9300	-0.0081	24.9605	-0.0305
G_10	0.0144	24.7267	0.0199	24.7321	-0.0055	G_30	-0.0695	24.8152	-0.0142	24.8705	-0.0553
G_11	-0.0049	24.6863	0.0178	24.7090	-0.0227	G_31	0.0476	24.8730	0.0122	24.8375	0.0355
G_12	-0.0076	24.7234	-0.0034	24.7276	-0.0042	G_32	0.0270	24.8806	0.0081	24.8617	0.0189
G_13	-0.0213	24.7158	-0.0115	24.7257	-0.0099	G_33	0.0058	24.8739	0.0061	24.8742	-0.0004
G_14	-0.0092	24.7313	-0.0135	24.7270	0.0043	G_34	0.0903	24.9699	0.0055	24.8850	0.0849
G_15	-0.0339	24.7804	-0.0381	24.7763	0.0042	G_35	0.0049	24.8653	0.0109	24.8713	-0.0060
G_16	-0.0616	24.7514	-0.0526	24.7604	-0.0090	G_36	0.0095	24.8950	0.0127	24.8982	-0.0032
G_17	0.0316	24.8402	0.0231	24.8317	0.0085	G_37	-0.1097	24.7792	-0.0693	24.8195	-0.0403
G_18	0.0383	24.8337	0.0209	24.8163	0.0174	G_38	-0.1139	24.7821	-0.0907	24.8052	-0.0231
G_19	0.0271	24.8290	0.0110	24.8129	0.0161	G_40	-0.1737	24.8231	-0.0276	24.9691	-0.1460
G_20	0.0016	24.8102	0.0092	24.8178	-0.0075						

Tablo 31. EGM96 global jeopotansiyel modelle bulunan jeoid ondülasyonlarının maksimum, minimum değerleri ve standart sapması

Jeoid Ondülasyonu	Maksimum Değer (m)	Minimum Değer (m)	Standart Sapma (cm)
$N_{\Delta g}$ (Küresel)	0.090	-0.262	6.9
$N_{\Delta g}$ (Düzlemsel)	0.024	-0.091	2.6
N_k (Küresel)	24.970	24.686	7.4
N_d (Düzlemsel)	25.022	24.684	8.6
Fark $ N_k-N_d $	0.2431	0.0004	5.4

Farkların standart sapması $m = \pm 5.4$ cm çıkan EGM96 global jeopotansiyel model kullanılarak oluşturulan küresel ve düzlemsel yaklaşımlı jeoid ondülasyonlarının boykesit grafikleri Şekil 56’da bir arada gösterilmiştir.



Şekil 56. EGM96 global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşımın karşılaştırılması

Tablo 30 ve Şekil 56 incelendiği zaman bu iki yaklaşımın 1. boykesit güzergâhı boyunca nerdeyse birbirine paralel sonuç verdiği, 2. ve 3. boykesit güzergâhlarında aradaki uyuşumun azaldığı gözlenmektedir. Bunun yanında jeoid ondülasyonlarının düzlemsel yaklaşımda hafif, küresel yaklaşımda ise sert değişim göstermesi topografik yapının küresel yaklaşımı düzlemsel yaklaşımdan daha çok etkilediği kanaatini uyandırmaktadır.

Nihayetinde her iki yaklaşım için Tablo 31 incelendiği zaman gravitenin jeoide olan dolaylı etkisinin maksimum ve minimum değerler arasındaki fark ve standart sapmaları bu kanaati daha iyi yansıtmaktadır.

3.1.2.2.3.2. OSU91A Global Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda

OSU91A jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşımli hesaplamalar sonucu bulunan indirgenmiş gravite etkileri, jeoid ondülasyonlarının kombine çözümü ve ondülasyon farkları Tablo 32’de, jeoid ondülasyonlarının maksimum, minimum değerleri ile standart sapmaları da Tablo 33’te gösterilmiştir.

Tablo 32. Noktaların, OSU91A global jeopotansiyel model kullanılarak bulunan gravite etkileri ve jeoid ondülasyonlarının küresel ve düzlemsel yaklaşımli çözümü sonuçları

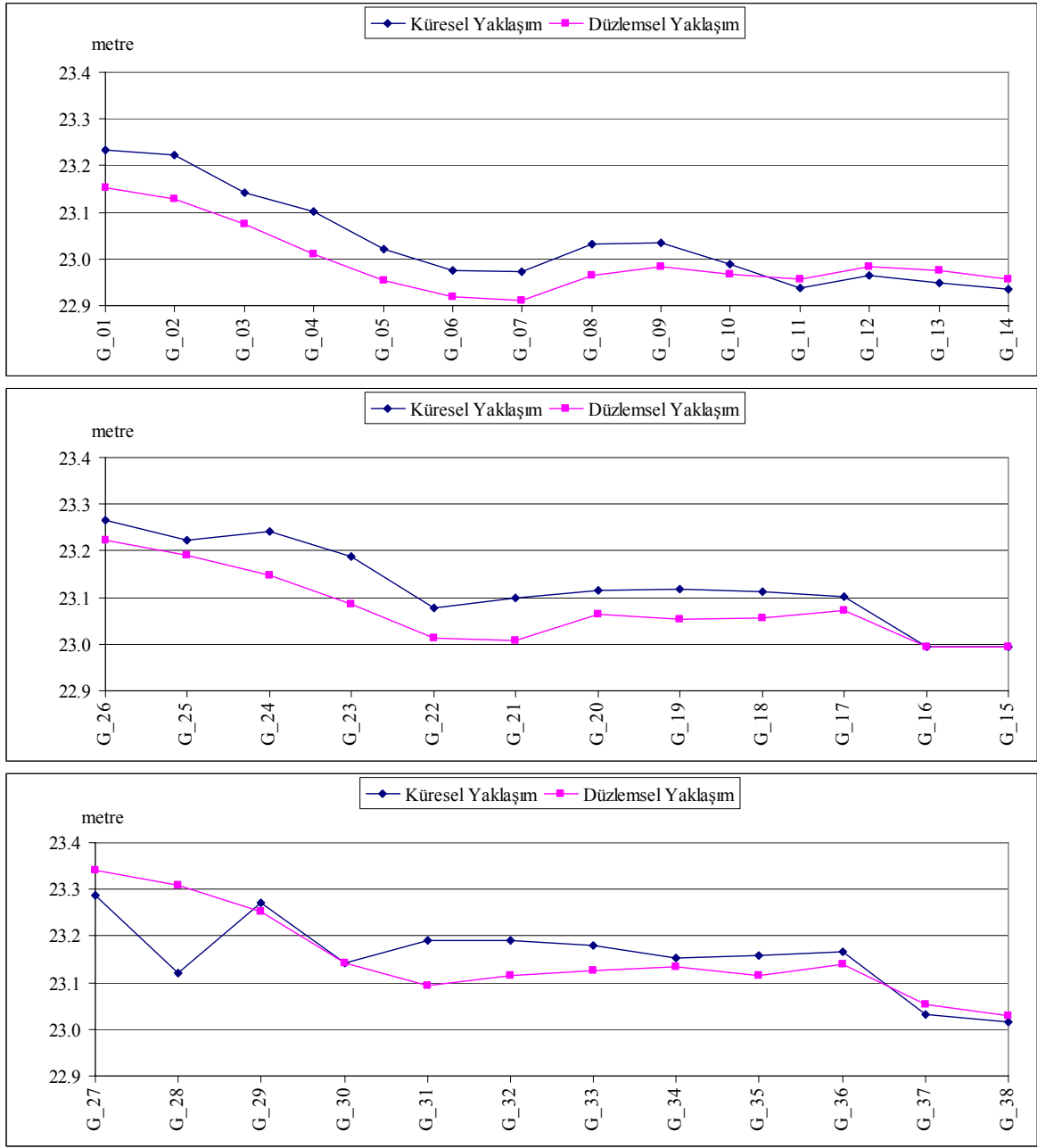
Nokta No	Küresel Yak.		Düzlemsel Yak.		Fark $N_k - N_d$ (m)	Nokta No	Küresel Yak.		Düzlemsel Yak.		Fark $N_k - N_d$ (m)
	N_{Ag} (m)	N_k (m)	N_{Ag} (m)	N_d (m)			N_{Ag} (m)	N_k (m)	N_{Ag} (m)	N_d (m)	
G_01	0.1049	23.2328	0.0245	23.1524	0.0804	G_21	0.1327	23.0991	0.0424	23.0088	0.0903
G_02	0.1216	23.2229	0.0273	23.1286	0.0943	G_22	0.0861	23.0773	0.0223	23.0135	0.0638
G_03	0.0918	23.1406	0.0254	23.0742	0.0664	G_23	0.1332	23.1873	0.0316	23.0857	0.1016
G_04	0.1248	23.1020	0.0331	23.0103	0.0917	G_24	0.1089	23.2408	0.0163	23.1482	0.0926
G_05	0.1047	23.0208	0.0374	22.9535	0.0673	G_25	0.0438	23.2238	0.0097	23.1897	0.0342
G_06	0.1012	22.9759	0.0454	22.9201	0.0558	G_26	0.0533	23.2643	0.0115	23.2225	0.0418
G_07	0.1144	22.9726	0.0524	22.9106	0.0620	G_27	-0.0578	23.2872	-0.0052	23.3398	-0.0526
G_08	0.1236	23.0305	0.0572	22.9641	0.0664	G_28	-0.1961	23.1197	-0.0065	23.3094	-0.1897
G_09	0.1102	23.0338	0.0610	22.9847	0.0492	G_29	0.0263	23.2720	0.0062	23.2519	0.0201
G_10	0.0925	22.9876	0.0725	22.9676	0.0200	G_30	0.0039	23.1422	0.0029	23.1413	0.0009
G_11	0.0747	22.9384	0.0933	22.9570	-0.0186	G_31	0.1279	23.1895	0.0323	23.0939	0.0956
G_12	0.0634	22.9657	0.0821	22.9843	-0.0186	G_32	0.1047	23.1897	0.0308	23.1158	0.0739
G_13	0.0463	22.9478	0.0744	22.9759	-0.0281	G_33	0.0855	23.1800	0.0312	23.1258	0.0542
G_14	0.0367	22.9361	0.0577	22.9571	-0.0210	G_34	0.0539	23.1535	0.0339	23.1335	0.0200
G_15	0.0097	22.9941	0.0110	22.9954	-0.0013	G_35	0.0905	23.1579	0.0465	23.1139	0.0440
G_16	0.0029	22.9953	0.0027	22.9951	0.0002	G_36	0.0782	23.1655	0.0508	23.1382	0.0274
G_17	0.1042	23.1019	0.0738	23.0715	0.0304	G_37	-0.0505	23.0306	-0.0291	23.0519	-0.0213
G_18	0.1196	23.1114	0.0634	23.0551	0.0563	G_38	-0.0675	23.0147	-0.0532	23.0290	-0.0143
G_19	0.1111	23.1188	0.0451	23.0528	0.0660	G_40	-0.1070	23.1605	-0.0121	23.2555	-0.0950
G_20	0.0862	23.1139	0.0352	23.0629	0.0510						

Tablo 33. OSU91A global jeopotansiyel modelle bulunan jeoid ondülasyonlarının maksimum, minimum değerleri ve standart sapması

Jeoid Ondülasyonu	Maksimum Değer (m)	Minimum Değer (m)	Standart Sapma (cm)
$N_{\Delta g}$ (Küresel)	-0.196	0.133	7.3
$N_{\Delta g}$ (Düzlemsel)	-0.053	0.093	3.1
N_k (Küresel)	22.936	23.287	10.2
N_d (Düzlemsel)	22.911	23.340	10.6
Fark $ (N_k - N_d) $	0.102	0.001	6.5

Tablo 33'te de görüldüğü gibi OSU91A global jeopotansiyel model kullanılarak bulunan küresel ve düzlemsel yaklaşımlı jeoid ondülasyonları 0.1 cm ile 10.2 cm arasında değişen farklara sahiptir. Farklardaki standart sapma $m = \pm 6.5$ cm'dir.

OSU91A global jeopotansiyel model kullanılarak bulunan küresel ve düzlemsel yaklaşımlı jeoid ondülasyonlarının grafik gösterimi Şekil 57'de verilmiştir.



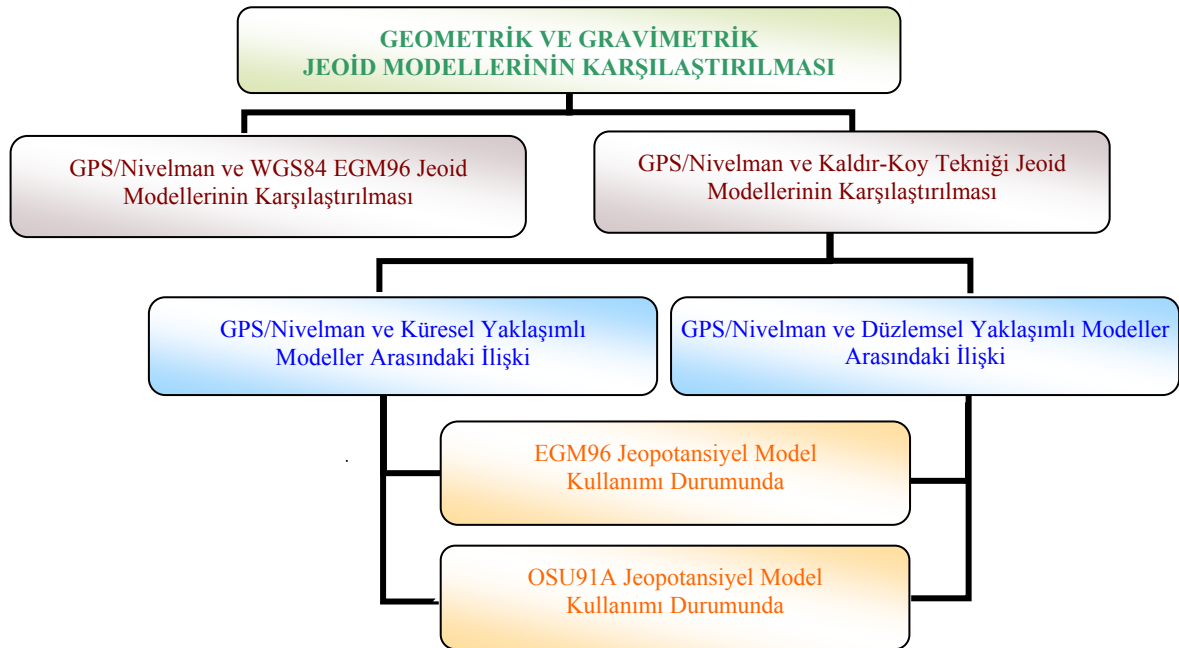
Şekil 57. OSU91A global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşımın karşılaştırılması

Tablo 32, Tablo 33 ve Şekil 57 incelendiği zaman topografik yapının küresel yaklaşımı düzlemsel yaklaşıma göre daha çok etkilediği kanaatini değiştirmedeği görülür. Ancak EGM96 global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşım ile OSU91A global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel ve düzlemsel yaklaşım arasındaki uyum birbirinden farklılık göstermektedir. Tablo 31 ve Tablo 33 tekrar incelenirse ondülasyonların kombine çözümündeki standart sapmaları arasında 2-3 cm'lik

değişim olduğu görülmektedir. Bu farklılıklarda en büyük faktör jeopotansiyel modellerin hesaplanmasında kullanılan verilerdir. OSU91A yeryuvarı potansiyelinin hesaplanmasında GEM T2 yeryuvarı potansiyel modeli ile bu modelden hesaplanan GEOSAT yörünge parametreleri kullanılmıştır (Rapp vd., 1991). EGM96 jeopotansiyel verilerinin oluşturulmasında ise o güne kadar geliştirilen tüm yeryuvarı potansiyel modellerinde girdi olarak kullanılan gravite verilerine ek olarak Rusya, Çin gibi doğu bloku ülkelere ait ölçüler de kullanılmıştır (Sanso, 1996).

3.1.3. Geometrik ve Gravimetrik Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması

GPS/Nivelman jeoidi arazide GPS, nivelman ve gravite ölçülerinin yapılarak birlikte değerlendirildiği bir jeoid belirleme tekniği olduğu için gravimetrik jeoid belirleme yöntemlerine göre daha doğru değer vermektedir. Dolayısıyla gravimetrik olarak belirlenmiş jeoid ondülasyonlarının GPS/Nivelman jeoidi ile karşılaştırılması bir bakıma gerçek jeoid ondülasyonları ile uyuşumunu incelemektir. Bu sebeple Şekil 58’de şematik olarak gösterildiği gibi geometrik jeoid modeli gravimetrik jeoid modelleri ile karşılaştırılmış ve sonuçlar irdelenmiştir. Karşılaştırmalarda GPS/Nivelman jeoidi kesin değer olarak kabul edilmiştir.



Şekil 58. Geometrik ve Gravimetrik jeoid ondülasyonlarının karşılaştırılmasının şematik gösterimi

3.1.3.1. GPS/Nivelman ve WGS84 EGM96 Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması

GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 jeoidi arasında jeoid ondülasyonlarının farkları alınarak karşılaştırma yapılmıştır. İki model arasındaki farklar Tablo 13 ile Tablo 15'ten faydalanarak

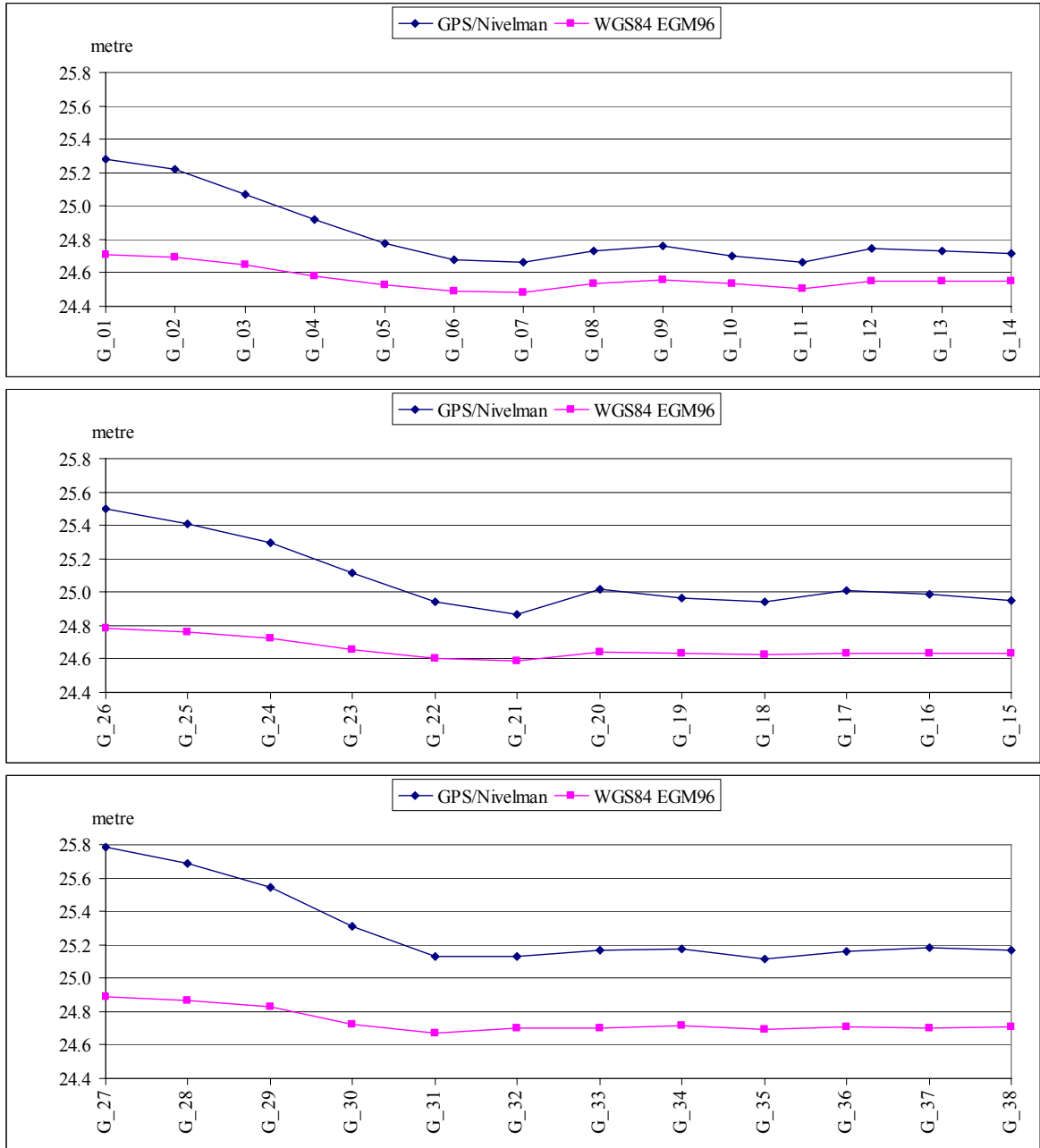
$$\Delta N = N_{\text{GPS/Nivelman}} - N_{\text{WGS84 EGM96}} \quad (172)$$

formülü yardımıyla alınmıştır. Bulunan farklar Tablo 34'te verilmiştir.

Tablo 34. GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 jeoid ondülasyonları arasındaki fark

Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)
G_01	0.566	G_14	0.166	G_27	0.896
G_02	0.529	G_15	0.319	G_28	0.821
G_03	0.424	G_16	0.353	G_29	0.710
G_04	0.339	G_17	0.375	G_30	0.588
G_05	0.249	G_18	0.317	G_31	0.454
G_06	0.187	G_19	0.329	G_32	0.429
G_07	0.181	G_20	0.376	G_33	0.464
G_08	0.193	G_21	0.283	G_34	0.460
G_09	0.203	G_22	0.344	G_35	0.423
G_10	0.171	G_23	0.455	G_36	0.448
G_11	0.161	G_24	0.573	G_37	0.486
G_12	0.201	G_25	0.652	G_38	0.461
G_13	0.182	G_26	0.710	G_40	0.779

Tablo 34 incelendiğinde iki model arasında jeoid ondülasyonlarındaki farkın 0.161 m ile 0.896 m arasında değiştiği görülmektedir. Ortalama farkı 0.417 m olan iki model arasında $m = \pm 0.459$ m'lik bir standart sapma söz konusudur. GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 jeoidinin birlikte grafik gösterimi Şekil 59'da verilmiştir.



Şekil 59. GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoidi karşılaştırmasının grafik gösterimi

GPS/Nivelman jeoidi ile WGS84 EGM96 jeoidi arasında 1. boykesit güzergâhı noktalarında 0.268 m, 2. boykesit güzergâhı noktalarında 0.424 m ve 3. boykesit güzergâhı noktalarında ise 0.553 m’lik bir ortalama fark çıkmaktadır. Bu durum Karadeniz kıyısından uzaklaştıkça ΔN değerinin arttığını göstermektedir. Bu artışın EGM96 global jeopotansiyel modelden kaynaklandığı ve enleme göre farklılıklar gösterdiği düşüncesini ortaya çıkarmaktadır.

Ayrıca Şekil 59 bize G_06, G_22 ve G_31 noktalarının doğusunda kalan alanda hemen hemen aynı enlem üzerindeki noktaların her iki modeldeki jeoid ondülasyonları farkının birbirine yakın çıkmasına karşın ilgili noktaların doğusunda kalan kısımda farklılık olduğunu göstermektedir. Bu ise gravite verilerinin jeoid hesaplamalarının yapıldığı modeller üzerinde farklı etkilerinin olabileceği sonucunu çıkarmaktadır.

3.1.3.2. GPS/Nivelman ve Kaldır-Koy Tekniği Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması

Daha önce de bahsedildiği gibi Kaldır-Koy tekniği ile jeoid belirlemede jeoide global jeopotansiyelin katkısı EGM96 ve OSU91A jeopotansiyel modellerden sağlanmıştır. Gravitenin jeoide olan dolaylı etkisi ise küresel ve düzlemsel yaklaşımlar sergilenerek bulunmuştur. Bu şekilde Kaldır-Koy tekniğinde dört ayrı jeoid modeli oluşturulmuştur. 3.1.2.2’de bu modeller birbirleriyle karşılaştırılmış ve irdelenmiştir. Burada ise Kaldır-Koy tekniği ile belirlenmiş dört model GPS/Nivelman jeoidi ile karşılaştırılacak ve irdelenecektir.

3.1.3.2.1. GPS/Nivelman ve Küresel Yaklaşımlı Modellerin Karşılaştırılması

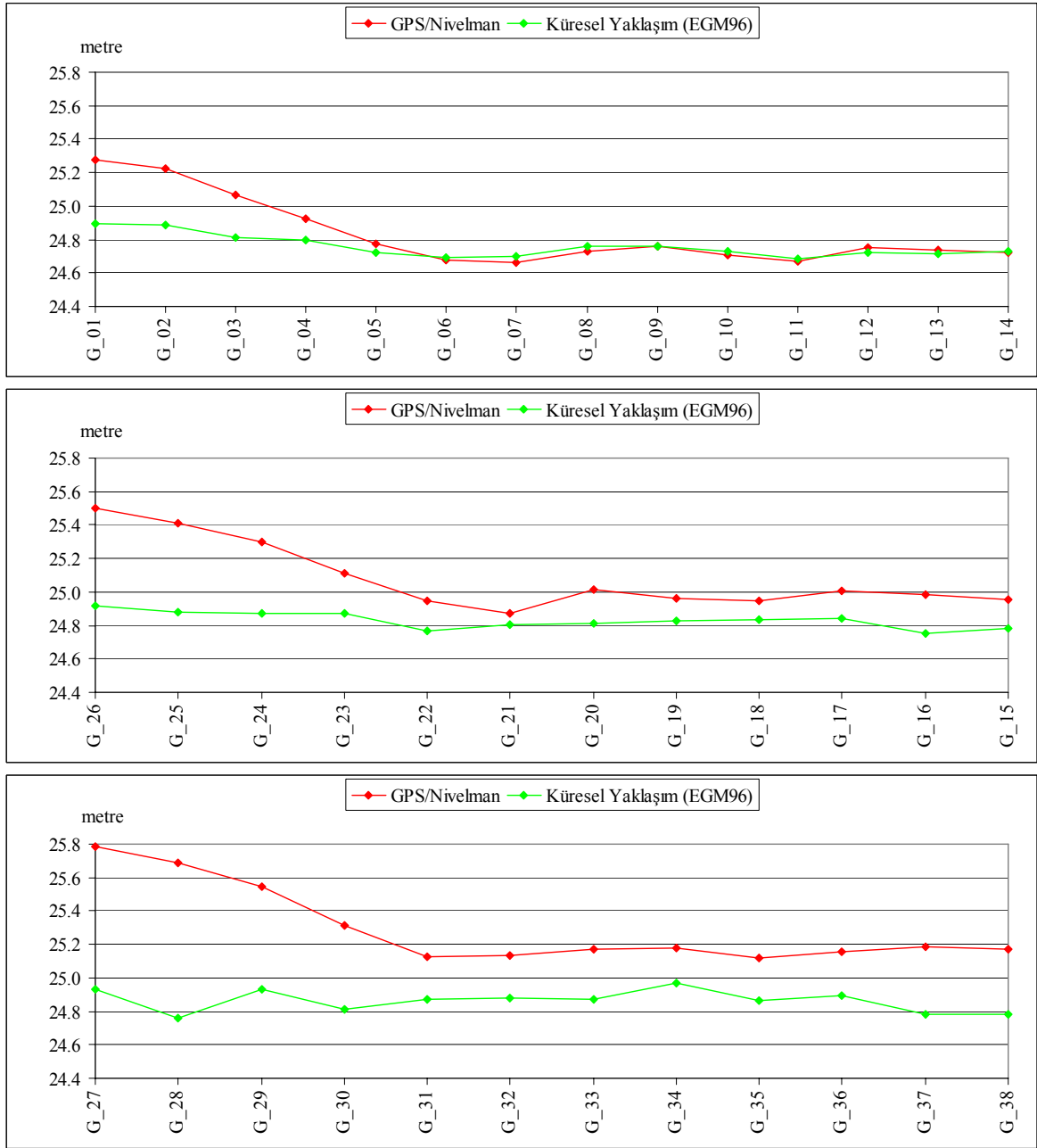
3.1.3.2.1.1. EGM96 Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda

GPS/Nivelman jeoid modeli ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılmış küresel yaklaşımli model arasındaki farklar Tablo 13 ile Tablo 27’den faydalanarak bulunmuştur. Bulunan farklar Tablo 35’te verilmiştir. Daha sonra bu farklar arasındaki değişim incelenmiş ve (171) formülüne göre modeller arasındaki standart sapma hesaplanmıştır.

Tablo 35. GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları arasındaki fark

Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)
G_01	0.383	G_14	-0.013	G_27	0.858
G_02	0.332	G_15	0.171	G_28	0.930
G_03	0.258	G_16	0.233	G_29	0.613
G_04	0.127	G_17	0.167	G_30	0.497
G_05	0.052	G_18	0.109	G_31	0.254
G_06	-0.013	G_19	0.135	G_32	0.250
G_07	-0.037	G_20	0.204	G_33	0.295
G_08	-0.028	G_21	0.065	G_34	0.209
G_09	-0.002	G_22	0.177	G_35	0.251
G_10	-0.023	G_23	0.244	G_36	0.265
G_11	-0.019	G_24	0.426	G_37	0.406
G_12	0.025	G_25	0.532	G_38	0.386
G_13	0.018	G_26	0.580	G_40	0.782

Tablo 35 incelendiğinde iki model arasındaki değişimin mutlak değer olarak 0.002 m ile 0.930 m arasında değiştiği görülmektedir. Buna göre iki model arasındaki standart sapma $m = \pm 0.357$ m'dir. GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoidin 1., 2. ve 3. boykesit güzergâhlarına göre grafik gösterimi Şekil 60'ta verilmiştir.



Şekil 60. GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid grafiği

Tablo 35 ve Şekil 60 bize bu iki modelin beklenildiği gibi birebir uyuşmadığını göstermektedir. Burada da jeoid ondülasyonları arasındaki farkın kuzeyden güneye doğru arttığı görülmektedir. Yine bu durumun global jeopotansiyel model verilerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü her ne kadar gravite değerleri enleme göre farklılık gösterse de GPS/Nivelman verileri elde edilirken hesaplamalarda enlem dolaylı olarak

kullanılır. Gravimetrik modellerde ise gravite anomalileri ve global modelin jeoide katkısı direkt olarak enleme bağlı hesaplanmaktadır.

3.1.3.2.1.2. OSU91A Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda

EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak bulunan küresel yaklaşımli jeoid ile GPS/Nivelman jeoidinin karşılaştırılmasına benzer şekilde, OSU91A jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ile GPS/Nivelman jeoidi karşılaştırılmasında jeoid ondülasyonları arasında Tablo 13 ile Tablo 27’den faydalanarak farklar alınmıştır. Bulunan farklar Tablo 36’da verilmiştir.

Tablo 36. GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid ondülasyonları arasındaki fark

Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)
G_01	2.045	G_14	1.783	G_27	2.499
G_02	1.997	G_15	1.957	G_28	2.567
G_03	1.929	G_16	1.989	G_29	2.271
G_04	1.819	G_17	1.906	G_30	2.170
G_05	1.755	G_18	1.831	G_31	1.937
G_06	1.703	G_19	1.846	G_32	1.941
G_07	1.690	G_20	1.900	G_33	1.989
G_08	1.698	G_21	1.769	G_34	2.025
G_09	1.726	G_22	1.868	G_35	1.959
G_10	1.716	G_23	1.925	G_36	1.994
G_11	1.728	G_24	2.058	G_37	2.154
G_12	1.783	G_25	2.187	G_38	2.153
G_13	1.786	G_26	2.233	G_40	2.445

Bu iki model arasındaki farklar 1.690 m ile 2.567 m arasında değişmektedir. Yine bu iki model arasında $m = \pm 1.980$ m’lik bir standart sapma söz konusudur. Ortalama farkın 1.967 m olduğu iki model arasında 1. boykesit güzergâhında 1.797 m, 2. boykesit güzergâhında 1.956 m ve 3. boykesit güzergâhında 2.445 m’lik bir ortalama fark oluşmaktadır. GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoidin birlikte grafik gösterimi Şekil 61’de verilmiştir.



Şekil 61. GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış küresel yaklaşımli jeoid grafiği

Tablo 36 ve Şekil 61 GPS/Nivelman ve OSU91A jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel yaklaşımli modellerin uyuşmadığını göstermektedir. Burada da jeoid ondülasyonları arasındaki farkın kuzeyden güneye doğru arttığı görülmektedir. Yine bu durumun global jeopotansiyel model verilerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Farklardaki ortalama değer ve standart sapmalardan, küresel yaklaşımlı jeoid ondlasyonlarından OSU91A jeopotansiyel model kullanımına göre EGM96 jeopotansiyel model kullanımının GPS/Nivelman jeoidine daha çok yaklaştırdığını göstermektedir.

3.1.3.2.2. GPS/Nivelman ve Düzlemsel Yaklaşımlı Modellerin Karşılaştırılması

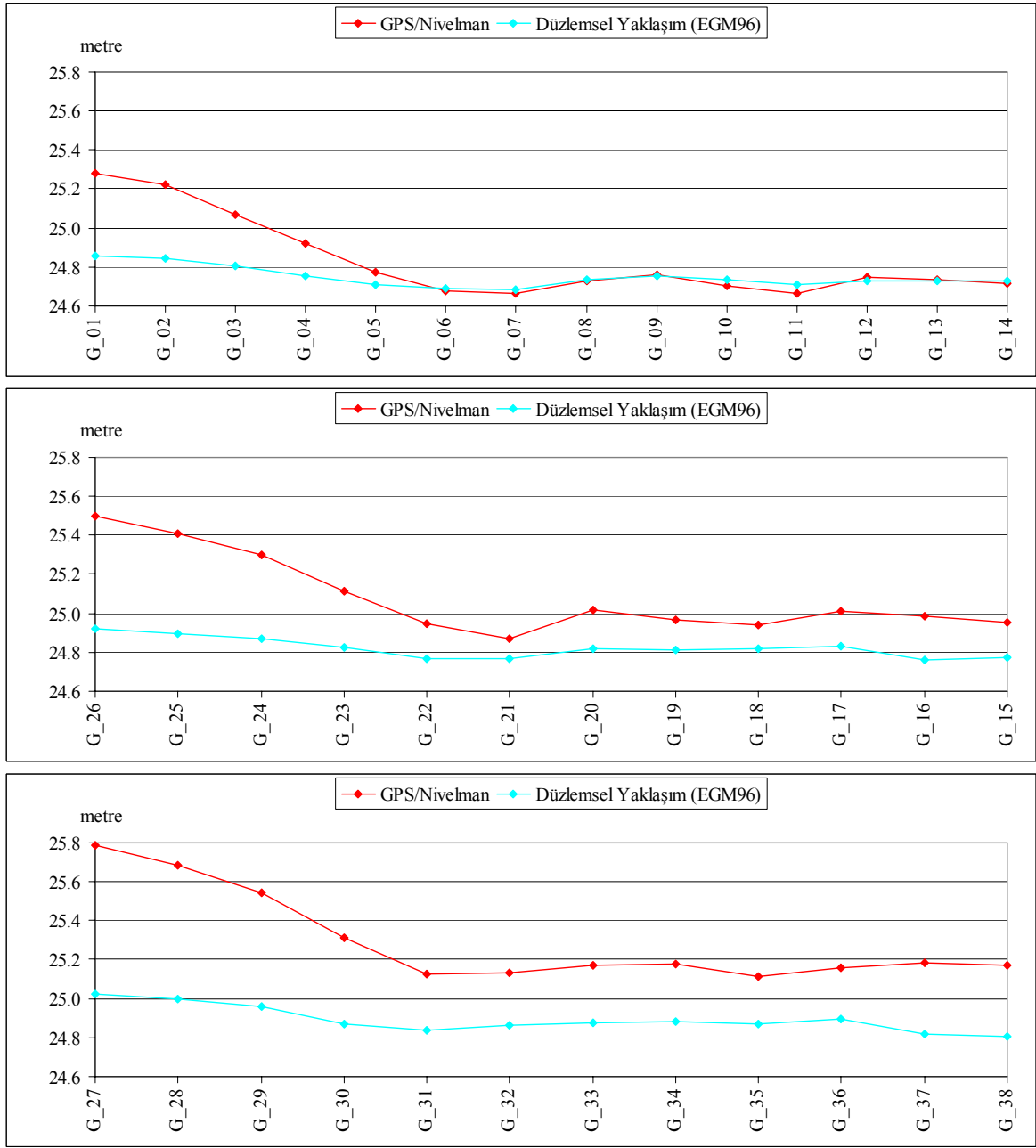
3.1.3.2.2.1. EGM96 Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda

GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoid arasında Tablo 13 ile Tablo 29'dan faydalanarak alınan farklar Tablo 37'de verilmiştir. Bu farklardan hareketle karşılaştırma ve irdeleme yapılmıştır.

Tablo 37. GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoid ondlasyonları arasındaki fark

Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)
G_01	0.419	G_14	-0.008	G_27	0.764
G_02	0.375	G_15	0.175	G_28	0.687
G_03	0.266	G_16	0.224	G_29	0.582
G_04	0.165	G_17	0.176	G_30	0.442
G_05	0.064	G_18	0.127	G_31	0.289
G_06	-0.010	G_19	0.151	G_32	0.269
G_07	-0.022	G_20	0.196	G_33	0.294
G_08	-0.005	G_21	0.100	G_34	0.293
G_09	0.008	G_22	0.180	G_35	0.245
G_10	-0.028	G_23	0.288	G_36	0.262
G_11	-0.042	G_24	0.430	G_37	0.366
G_12	0.021	G_25	0.514	G_38	0.363
G_13	0.009	G_26	0.577	G_40	0.636

GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoid arasındaki farkların mutlak değerce 0.005 m'den 0.764 m'ye değiştiği Tablo 37 incelendiğinde görülmektedir. Bu iki model arasındaki standart sapma $m = \pm 0.330$ m'dir. GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoidin birlikte grafik gösterimi şekil 62'de verilmiştir.



Şekil 62. GPS/Nivelman jeoidi ile EGM96 jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımli jeoidin birlikte grafik gösterimi

Tablo 37 ve Şekil 62'ye bakıldığı zaman kuzeyden güneye doğru gittikçe jeoid ondülasyonları arasındaki farkın artması daha önce bahsedilen geometrik modelle gravimetrik modeller arasındaki farklılığın global jeopotansiyel model verilerinden kaynaklandığı fikrini pekiştirmektedir.

GPS/Nivelman jeoidinin EGM96 global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel yaklaşımli jeoid ile farklarındaki standart sapmaya göre düzlemsel yaklaşımli jeoid ile

farkların standart sapmasının küçük çıkması düzlemsel yaklaşımın GPS/Nivelman jeoid modeliyle daha iyi uyduğuna göstermektedir. Ancak Tablo 31 tekrar incelenecek olursa orada da kombine çözümde (N_k ve N_d 'nin standart sapmaları) küresel yaklaşımın genel çözüm için daha uygun bir model olduğu görülmektedir. Dolayısıyla düzlemsel yaklaşımlı çözümün GPS/Nivelman jeoidine daha çok yaklaşması bölgesel ve alanın küçük olmasına bağlı olabilir.

3.1.3.2.2.2. OSU91A Jeopotansiyel Model Kullanımı Durumunda

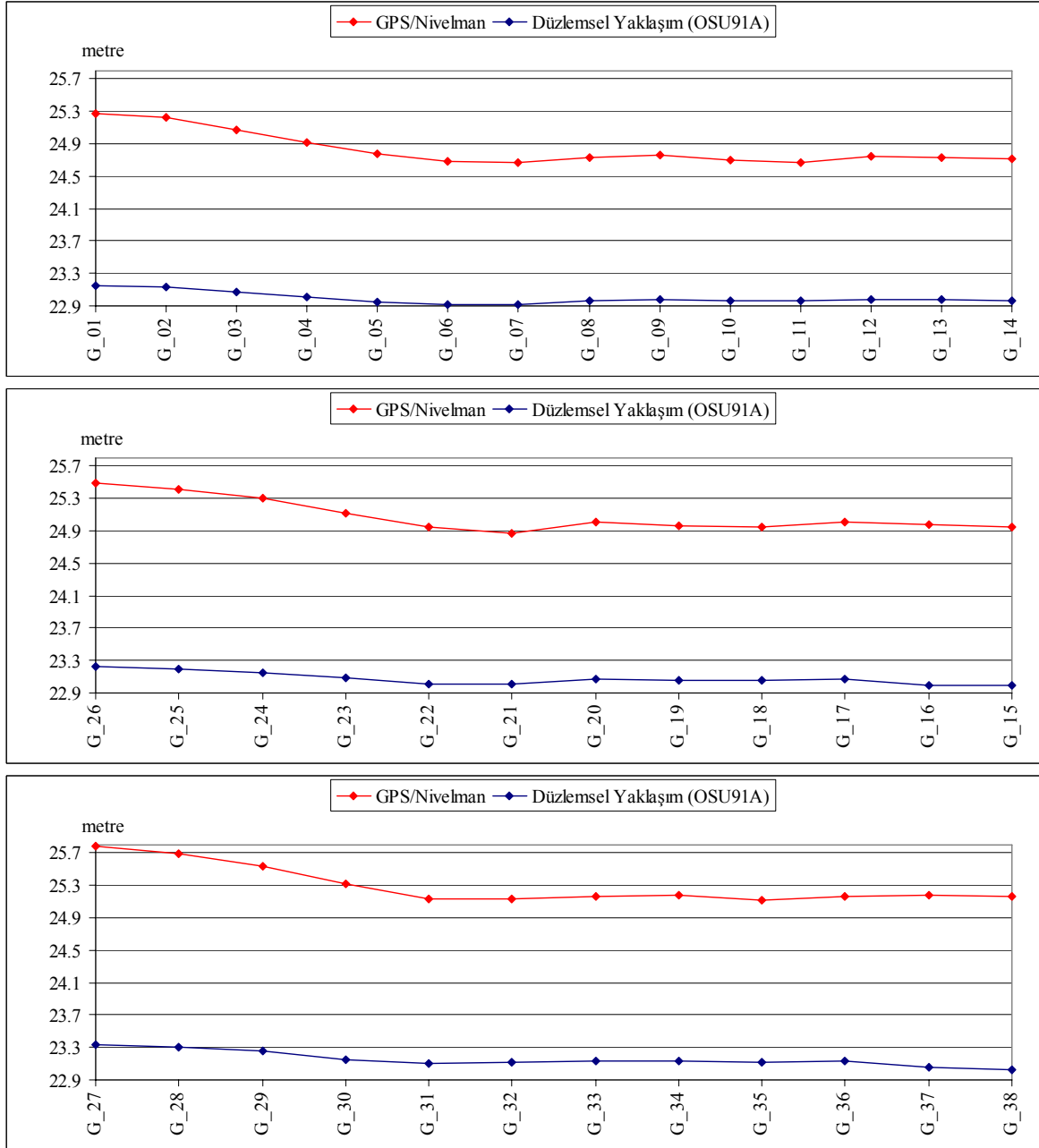
Tablo 13 ile Tablo 32'den faydalanarak, GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoid arasında farklar alınarak karşılaştırma ve irdeleme yapılmıştır. Bu iki model arasındaki farklar Tablo 38'de verilmiştir.

Tablo 38. GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoid ondülasyonları arasındaki fark

Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)	Nokta No	ΔN (m)
G_01	2.125	G_14	1.762	G_27	2.446
G_02	2.092	G_15	1.956	G_28	2.378
G_03	1.995	G_16	1.989	G_29	2.291
G_04	1.911	G_17	1.936	G_30	2.171
G_05	1.822	G_18	1.888	G_31	2.033
G_06	1.759	G_19	1.912	G_32	2.014
G_07	1.752	G_20	1.951	G_33	2.043
G_08	1.764	G_21	1.860	G_34	2.045
G_09	1.775	G_22	1.931	G_35	2.003
G_10	1.737	G_23	2.027	G_36	2.022
G_11	1.710	G_24	2.150	G_37	2.133
G_12	1.764	G_25	2.221	G_38	2.139
G_13	1.758	G_26	2.275	G_40	2.350

Farkların 1.710 m ile 2.446 m arasında değiştiği iki model arasındaki standart sapma $m = \pm 2.006$ m çıkmıştır. Bu değer bize OSU91A jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoid modelinin GPS/Nivelman jeoidine en uzak model

olduğunu göstermektedir. GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoidin birlikte grafik gösterimi Şekil 63'te verilmiştir.



Şekil 63. GPS/Nivelman jeoidi ile OSU91A jeopotansiyel model kullanılarak hesaplanmış düzlemsel yaklaşımlı jeoidin birlikte grafik gösterimi

Burada genel bir irdeleme yaparsak, gravimetrik modellerin GPS/Nivelman jeoidi ile uyuşumunda en iyi sonuç veren model EGM96 jeopotansiyel modelin kullanıldığı

düzlemsel yaklaşımlı model diyebiliriz. Ancak daha önce bahsedildiği gibi bu durum bölgesel ya da alanın küçük olmasından kaynaklanabilir. Alan küçük olmasına rağmen bu çalışmada, GPS/Nivelman ile EGM96 jeopotansiyel modelin kullanıldığı düzlemsel yaklaşımlı model arasındaki farkın 76.4 cm'ye kadar çıktığı görülmüştür.

3.2. Jeoid Yüzeyi Belirleme Modelleri Bulguları ve İrdelenmesi

Çalışmanın temel amaçlarından biri de çalışma alanı için hassas bir jeoid yüzey modeli oluşturmak ve GPS ile yapılan ölçümlerden sonra tekrar bir nivelman işlemine gerek kalmadan birkaç cm hassasiyetle noktaların yüksekliklerini belirlemektir. “Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği”nde model ile arazi ölçüsü arsında istenen maksimum fark 10 cm'dir. Jeoid yüzey modelleri polinomlarla ve multiküadratik enterpolasyonlarla gerçekleştirilmiş ve sonuçlar irdelenmiştir.

3.2.1. Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modeli Oluşturulması ve İrdelenmesi

Polinomlarla jeoid yüzeyi modeli oluşturmada GPS/Nivelman yöntemiyle belirlenmiş jeoid ondülasyonları kullanılmıştır. Jeoid yüzey modelleri 2.7.1'de de bahsedildiği gibi hem ortogonal hem de ortogonal olmayan 1., 2. ve 3. dereceden polinomlarla ayrı ayrı yapılmış ve bilinmeyen katsayılar t testine tabi tutularak test sonuçları incelenmiştir. Test sonuçları kabul edilir hale gelinceye kadar dayanak noktaları (ki bu çalışmada lokal jeoid belirleme ağı noktalarıdır) verileri irdelenmiştir.

3.2.1.1. Ortogonal Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modeli Oluşturulması

Ortogonal polinomlarla jeoid yüzeyi oluşturulması işleminde uyumsuz olduğu görülen G₂₇ ve G₂₈ noktaları dayanak noktaları arasından çıkarılmıştır. Noktaların jeoid ondülasyon değerlerinden en küçük ondülasyon değeri çıkarılarak modeller oluşturulmuştur. Oluşturulan bu modellerin 1., 2. ve 3. dereceden bilinmeyen katsayı değerleri ve test sonuçları sırasıyla Tablo 39, Tablo 40 ve Tablo 41'de verilmiştir.

Tablo 39. Lineer yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$3.605*10^{-13}$	3.4472
a_{01}	$-3.5364*10^{-5}$	3.2776
a_{10}	$4.4567*10^{-6}$	3.3392
Tablo Değeri :		2.0322

Tablo 40. Kuadratik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$7.5471*10^{-20}$	0.0025
a_{01}	$2.0948*10^{-14}$	1.9839
a_{10}	$1.7133*10^{-13}$	1.9840
a_{02}	$6.3429*10^{-9}$	1.9835
a_{11}	$-1.5773*10^{-9}$	1.9933
a_{20}	$9.8068*10^{-11}$	2.0035
Tablo Değeri :		2.0395

Tablo 41. Kübik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$4.8323*10^{-33}$	0.0000
a_{01}	$-7.9752*10^{-27}$	0.4111
a_{10}	$1.5334*10^{-26}$	1.8960
a_{02}	$7.8260*10^{-22}$	1.8515
a_{11}	$4.0552*10^{-21}$	1.8515
a_{20}	$3.3204*10^{-20}$	1.8517
a_{03}	$4.6910*10^{-16}$	1.8514
a_{12}	$1.2237*10^{15}$	1.8511
a_{21}	$-3.2605*10^{-16}$	1.8609
a_{30}	$2.0723*10^{-17}$	1.8706
Tablo Değeri :		2.0518

Tablo 39, Tablo 40 ve Tablo 41’den de anlaşılacağı gibi kuadratik ve kübik yüzey modeli bilinmeyen katsayıları anlamlılık test sonuçları kabul edilir çıkmıştır. Lineer yüzey modeli ise kabul edilemez çıkmıştır.

3.2.1.2. Ortogonal Olmayan Polinomlarla Jeoid Yüzeyi Modeli Oluşturulması

Ortogonal olmayan polinomlarla jeoid yüzeyi oluşturulması işlemi de yine 1., 2. ve 3. derece polinomlarla ayrı ayrı yapılmış ve bilinmeyen katsayılar t testine tabi tutulmuştur. Test sonuçları incelenerek kabul edilir sonuç bulunmaya çalışılmıştır. Ortogonal polinomlarla yapılan testlerde uyumsuz olduğu görülen G_27 ve G_28 noktaları dayanak noktaları arasından çıkarılmıştır. Noktaların jeoid ondülasyon değerlerinden en küçük ondülasyon değeri çıkarılarak modeller oluşturuldu. Oluşturulan bu modellerin 1., 2. ve 3. dereceden bilinmeyen katsayı değerleri ve test sonuçları sırasıyla Tablo 42, Tablo 43 ve Tablo 44’te verilmiştir.

Tablo 42. Bi-lineer yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$5.7405 \cdot 10^{-26}$	8.3766
a_{01}	$3.2237 \cdot 10^{-20}$	8.3790
a_{10}	$2.6060 \cdot 10^{-19}$	8.3790
a_{11}	$1.4635 \cdot 10^{-13}$	8.3790
Tablo Değeri :		2.0345

Tablo 43. Bi-kuadratik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$8.8096 \cdot 10^{-51}$	0.0001
a_{01}	0	-
a_{10}	$2.7786 \cdot 10^{-39}$	7.6614
a_{11}	$3.9994 \cdot 10^{-44}$	7.6614
a_{02}	$2.2460 \cdot 10^{-38}$	7.6614
a_{12}	$1.2614 \cdot 10^{-32}$	7.6614
a_{20}	$1.8156 \cdot 10^{-37}$	7.6614
a_{21}	$1.0197 \cdot 10^{-31}$	7.6614
a_{22}	$5.7265 \cdot 10^{-26}$	7.6614
Tablo Değeri :		2.0484

Tablo 44. Bi-kübik yüzey modeli parametreleri ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$1.3517 \cdot 10^{-75}$	0
a_{01}	0	-
a_{10}	$4.2635 \cdot 10^{-64}$	6.5859
a_{11}	$2.3946 \cdot 10^{-58}$	6.5859
a_{02}	$6.1363 \cdot 10^{-69}$	6.5859
a_{12}	$3.4462 \cdot 10^{-63}$	6.5859
a_{20}	$1.9355 \cdot 10^{-57}$	6.5859
a_{21}	$1.0871 \cdot 10^{-51}$	6.5859
a_{22}	$2.7858 \cdot 10^{-62}$	6.5859
a_{03}	$1.5645 \cdot 10^{-56}$	6.5859
a_{13}	$8.7869 \cdot 10^{-51}$	6.5859
a_{23}	$4.9353 \cdot 10^{-45}$	6.5859
a_{30}	$1.2647 \cdot 10^{-55}$	6.5859
a_{31}	$7.1026 \cdot 10^{-50}$	6.5859
a_{32}	$3.9891 \cdot 10^{-44}$	6.5859
a_{33}	$2.2405 \cdot 10^{-38}$	6.5859
Tablo Değeri :		2.0796

Ancak ortogonal olmayan polinomlarla oluşturulan her üç yüzey modelinde de koordinat ve ondülasyon değerlerinde farklı oranlarda değişik alternatifler denenmiş olmasına rağmen bilinmeyen katsayıların anlamlılık testlerinde kabul edilebilir bir sonuç bulunamamıştır.

3.2.2. Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Modelleri Sonuçlarının İrdelenmesi

Multiküadratik enterpolasyonla yapılan jeoid yüzeyi oluşturmada trend yüzeyi olarak bilinmeyen katsayıları anlamlılık testlerini geçtiği için ikinci ve üçüncü dereceden ortogonal polinomlardan biri kullanılabilir. Bu çalışma için ikinci derece ortogonal yüzey yani kuadratik yüzey trend yüzeyi olarak alınmıştır. GPS/Nivelman jeoidi için trend yüzeyi bilinmeyen katsayı değerleri Tablo 40'ta, birim ölçünün karesel ortalama hatası ise Tablo 2.16'da ($m = \pm 22.8$ cm) verilmişti.

Diğer jeoid modelleri için oluşturulan trend yüzeyi modelleri bilinmeyen katsayı değerleri Tablo 45'ten başlayıp Tablo 49'a kadar olan tablolarda, birim ölçünün karesel ortalama hataları ise Tablo 50'de verilmiştir. Multiküadratik yüzey modeli oluşturulurken GPS/Nivelman ve WGS84 EGM96 jeoid değerleri referans alındığı zaman G_27 ve G_28 numaralı noktalar uyuşumsuz çıkmış ve model oluşturmada dayanak noktalarına dahil edilmemiştir. Kaldır-Koy tekniği ile belirlenmiş modellerin referans alındığı yüzeylerde uyuşumsuz nokta çıkmadığı için Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktalarının tamamı dayanak noktası olarak alınmıştır.

Tablo 45. WGS84 EGM96 (gel-gitten bağımsız sistem) jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$2.5482 \cdot 10^{-20}$	0.0022
a_{01}	$7.0729 \cdot 10^{-15}$	1.7515
a_{10}	$5.7848 \cdot 10^{-14}$	1.7516
a_{02}	$2.1417 \cdot 10^{-9}$	1.7512
a_{11}	$-5.3201 \cdot 10^{-10}$	1.7580
a_{20}	$3.3044 \cdot 10^{-11}$	1.7652
Tablo Değeri :		2.0395

Tablo 46. Küresel yaklaşımli Stokes Kernel EGM96 jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$8.8733 \cdot 10^{-21}$	0.0006
a_{01}	$2.4636 \cdot 10^{-15}$	0.5654
a_{10}	$2.0142 \cdot 10^{-14}$	0.5655
a_{02}	$5.3961 \cdot 10^{-10}$	0.5650
a_{11}	$-1.3549 \cdot 10^{-10}$	0.5735
a_{20}	$8.5086 \cdot 10^{-12}$	0.5824
Tablo Değeri :		2.0345

Tablo 47. Küresel yaklaşımli Stokes Kernel OSU91A jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$9.1544 \cdot 10^{-21}$	0.0006
a_{01}	$2.5411 \cdot 10^{-15}$	0.5501
a_{10}	$2.0780 \cdot 10^{-14}$	0.5503
a_{02}	$5.5615 \cdot 10^{-10}$	0.5493
a_{11}	$-1.4201 \cdot 10^{-10}$	0.5670
a_{20}	$9.0642 \cdot 10^{-12}$	0.5852
Tablo Değeri :		2.0345

Tablo 48. Düzlemsel yaklaşımli FFT EGM96 jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$2.4819 \cdot 10^{-20}$	0.0017
a_{01}	$6.8915 \cdot 10^{-15}$	1.4458
a_{10}	$5.6339 \cdot 10^{-14}$	1.4459
a_{02}	$1.5101 \cdot 10^{-9}$	1.4453
a_{11}	$-3.7605 \cdot 10^{-10}$	1.4550
a_{20}	$2.3417 \cdot 10^{-11}$	1.4650
Tablo Değeri :		2.0345

Tablo 49. Düzlemsel yaklaşımlı FFT OSU91A jeoidi trend yüzeyi bilinmeyen katsayıları ve test sonuçları

Parametre	Değeri	Test Sonucu
a_{00}	$3.7051 \cdot 10^{-20}$	0.0022
a_{01}	$1.0288 \cdot 10^{-14}$	1.9086
a_{10}	$8.4105 \cdot 10^{-14}$	1.9087
a_{02}	$2.2543 \cdot 10^{-9}$	1.9079
a_{11}	$-5.6137 \cdot 10^{-10}$	1.9207
a_{20}	$3.4953 \cdot 10^{-11}$	1.9338
Tablo Değeri :		2.0345

Tablo 50. Jeoid modelleri trend yüzeylerindeki birim ölçünün karesel ortalama hataları

Jeoid Modeli	WGS84 EGM96 (Gel - Gitten Bağımsız Sistem)	Küresel Yaklaşım (Stokes Kernel)		Düzlemsel Yaklaşım (FFT)	
		EGM96	OSU91A	EGM96	OSU91A
Birim Ölçünün Karesel Ortalama Hatası (cm)	8.74	7.11	7.54	7.78	8.80

Dayanak noktalarının Tablo 40 ile Tablo 45'ten Tablo 49'a kadar olan tablolarda parametreleri verilen trend yüzeylerinden farkları alınarak hesaplanan K_i katsayıları her bir jeoid modeli için Tablo 51'de verilmiştir.

Tablo 51. Multiküadratik yüzey modellemede K_i katsayıları

Katsayı	GPS/Nivelman	WGS84 EGM96 (Gel - Gitten Bağımsız Sistem)	Küresel Yaklaşım (Stokes Kernel)		Düzlemsel Yaklaşım (FFT)	
			EGM96	OSU91A	EGM96	OSU91A
K_1	$6.74798 \cdot 10^{-05}$	$1.96685 \cdot 10^{-05}$	$9.7666 \cdot 10^{-06}$	$1.2079 \cdot 10^{-05}$	$1.8114 \cdot 10^{-05}$	$2.1767 \cdot 10^{-05}$
K_2	$4.47005 \cdot 10^{-06}$	$3.80422 \cdot 10^{-06}$	$-3.4356 \cdot 10^{-05}$	$-2.9729 \cdot 10^{-05}$	$-3.5130 \cdot 10^{-06}$	$-3.0823 \cdot 10^{-06}$
K_3	$4.85842 \cdot 10^{-05}$	$8.38650 \cdot 10^{-06}$	$4.5503 \cdot 10^{-05}$	$5.1590 \cdot 10^{-05}$	$1.0009 \cdot 10^{-05}$	$1.1056 \cdot 10^{-05}$
K_4	$1.33823 \cdot 10^{-05}$	$8.08545 \cdot 10^{-06}$	$-6.1424 \cdot 10^{-06}$	$-7.5601 \cdot 10^{-07}$	$6.5339 \cdot 10^{-06}$	$7.5964 \cdot 10^{-06}$
K_5	$2.49354 \cdot 10^{-05}$	$1.13788 \cdot 10^{-05}$	$1.7711 \cdot 10^{-05}$	$1.8524 \cdot 10^{-05}$	$8.5002 \cdot 10^{-06}$	$1.0254 \cdot 10^{-05}$
K_6	$3.01206 \cdot 10^{-05}$	$1.05260 \cdot 10^{-05}$	$2.1111 \cdot 10^{-05}$	$2.2668 \cdot 10^{-05}$	$7.0824 \cdot 10^{-06}$	$8.9648 \cdot 10^{-06}$
K_7	$-6.71132 \cdot 10^{-06}$	$1.39180 \cdot 10^{-05}$	$1.3057 \cdot 10^{-05}$	$1.7500 \cdot 10^{-05}$	$1.1366 \cdot 10^{-05}$	$1.4645 \cdot 10^{-05}$
K_8	$1.87508 \cdot 10^{-05}$	$1.31345 \cdot 10^{-06}$	$-1.1642 \cdot 10^{-05}$	$-7.5032 \cdot 10^{-06}$	$-3.4054 \cdot 10^{-07}$	$8.3386 \cdot 10^{-07}$
K_9	$1.51779 \cdot 10^{-05}$	$1.24673 \cdot 10^{-06}$	$1.6798 \cdot 10^{-06}$	$7.2604 \cdot 10^{-06}$	$-3.6726 \cdot 10^{-07}$	$8.5688 \cdot 10^{-07}$
K_{10}	$2.72203 \cdot 10^{-05}$	$3.50380 \cdot 10^{-06}$	$1.0825 \cdot 10^{-05}$	$1.5715 \cdot 10^{-05}$	$6.2838 \cdot 10^{-06}$	$1.0871 \cdot 10^{-05}$
K_{11}	$9.09108 \cdot 10^{-06}$	$1.46325 \cdot 10^{-05}$	$3.0738 \cdot 10^{-05}$	$2.8881 \cdot 10^{-05}$	$9.3950 \cdot 10^{-06}$	$3.8247 \cdot 10^{-06}$
K_{12}	$2.39452 \cdot 10^{-05}$	$3.39418 \cdot 10^{-06}$	$6.1091 \cdot 10^{-06}$	$1.0044 \cdot 10^{-05}$	$1.1591 \cdot 10^{-05}$	$6.8396 \cdot 10^{-07}$
K_{13}	$2.42900 \cdot 10^{-05}$	$5.51123 \cdot 10^{-06}$	$9.4930 \cdot 10^{-06}$	$-2.9146 \cdot 10^{-07}$	$-2.5276 \cdot 10^{-06}$	$-1.5615 \cdot 10^{-05}$
K_{14}	$7.38192 \cdot 10^{-05}$	$2.13611 \cdot 10^{-05}$	$-1.4675 \cdot 10^{-07}$	$1.1129 \cdot 10^{-05}$	$8.2761 \cdot 10^{-06}$	$1.4006 \cdot 10^{-05}$
K_{15}	$-6.02032 \cdot 10^{-06}$	$-2.59389 \cdot 10^{-06}$	$-3.0880 \cdot 10^{-05}$	$-2.8267 \cdot 10^{-05}$	$-1.5205 \cdot 10^{-05}$	$-6.7023 \cdot 10^{-06}$
K_{16}	$-1.69958 \cdot 10^{-05}$	$-2.70640 \cdot 10^{-06}$	$2.2217 \cdot 10^{-05}$	$2.1045 \cdot 10^{-05}$	$2.7746 \cdot 10^{-05}$	$3.2820 \cdot 10^{-05}$
K_{17}	$-4.59990 \cdot 10^{-05}$	$-4.15198 \cdot 10^{-07}$	$-3.8233 \cdot 10^{-05}$	$-3.1511 \cdot 10^{-05}$	$-2.3167 \cdot 10^{-05}$	$-1.8068 \cdot 10^{-05}$
K_{18}	$3.34990 \cdot 10^{-06}$	$-1.95810 \cdot 10^{-06}$	$-2.2026 \cdot 10^{-05}$	$-2.0256 \cdot 10^{-05}$	$-2.6648 \cdot 10^{-06}$	$-1.1622 \cdot 10^{-06}$
K_{19}	$2.79676 \cdot 10^{-06}$	$5.41740 \cdot 10^{-07}$	$2.6047 \cdot 10^{-05}$	$-1.4346 \cdot 10^{-05}$	$7.7734 \cdot 10^{-06}$	$7.9010 \cdot 10^{-06}$
K_{20}	$-2.00610 \cdot 10^{-05}$	$9.82120 \cdot 10^{-06}$	$4.7323 \cdot 10^{-05}$	$4.2731 \cdot 10^{-05}$	$2.7690 \cdot 10^{-06}$	$2.8718 \cdot 10^{-06}$
K_{21}	$9.30918 \cdot 10^{-06}$	$-7.87369 \cdot 10^{-06}$	$-4.1356 \cdot 10^{-05}$	$-3.9376 \cdot 10^{-05}$	$-8.2297 \cdot 10^{-06}$	$-9.2955 \cdot 10^{-06}$
K_{22}	$-3.90351 \cdot 10^{-06}$	$-2.04037 \cdot 10^{-06}$	$5.6386 \cdot 10^{-05}$	$5.1427 \cdot 10^{-05}$	$1.4307 \cdot 10^{-05}$	$1.3376 \cdot 10^{-05}$
K_{23}	$-1.32202 \cdot 10^{-05}$	$-6.81542 \cdot 10^{-06}$	$-6.7348 \cdot 10^{-05}$	$-6.0053 \cdot 10^{-05}$	$-1.7169 \cdot 10^{-05}$	$-1.7737 \cdot 10^{-05}$
K_{24}	$-1.41104 \cdot 10^{-05}$	$-3.41055 \cdot 10^{-06}$	$-1.4164 \cdot 10^{-05}$	$-5.1366 \cdot 10^{-05}$	$-1.2726 \cdot 10^{-06}$	$-1.4121 \cdot 10^{-06}$
K_{25}	$-1.73736 \cdot 10^{-05}$	$-3.08873 \cdot 10^{-07}$	$7.9730 \cdot 10^{-06}$	$1.7852 \cdot 10^{-05}$	$3.7369 \cdot 10^{-06}$	$3.6025 \cdot 10^{-06}$
K_{26}	$-5.22537 \cdot 10^{-05}$	$-1.52598 \cdot 10^{-05}$	$-2.5073 \cdot 10^{-05}$	$-2.4411 \cdot 10^{-05}$	$1.9674 \cdot 10^{-06}$	$2.4197 \cdot 10^{-06}$
K_{27}	-----	-----	$-1.1520 \cdot 10^{-04}$	$-1.1261 \cdot 10^{-04}$	$-1.9661 \cdot 10^{-05}$	$-2.3608 \cdot 10^{-05}$
K_{28}	-----	-----	$1.9558 \cdot 10^{-04}$	$1.8474 \cdot 10^{-04}$	$-4.4513 \cdot 10^{-06}$	$-6.0399 \cdot 10^{-06}$
K_{29}	$-6.48093 \cdot 10^{-06}$	$-2.58140 \cdot 10^{-05}$	$-1.1866 \cdot 10^{-04}$	$-1.0791 \cdot 10^{-04}$	$-8.6548 \cdot 10^{-06}$	$-9.0471 \cdot 10^{-06}$
K_{30}	$5.74649 \cdot 10^{-07}$	$1.14518 \cdot 10^{-05}$	$7.5405 \cdot 10^{-05}$	$8.2140 \cdot 10^{-05}$	$1.7489 \cdot 10^{-05}$	$1.8042 \cdot 10^{-05}$
K_{31}	$-2.10538 \cdot 10^{-05}$	$-5.51081 \cdot 10^{-06}$	$-5.9191 \cdot 10^{-05}$	$-6.1687 \cdot 10^{-05}$	$-1.3003 \cdot 10^{-05}$	$-1.3013 \cdot 10^{-05}$
K_{32}	$3.91376 \cdot 10^{-05}$	$-1.23175 \cdot 10^{-05}$	$-3.4285 \cdot 10^{-05}$	$-3.0103 \cdot 10^{-05}$	$-2.2055 \cdot 10^{-06}$	$-2.6217 \cdot 10^{-06}$
K_{33}	$-2.52335 \cdot 10^{-05}$	$-2.64192 \cdot 10^{-06}$	$2.8097 \cdot 10^{-05}$	$-2.4134 \cdot 10^{-05}$	$-7.1696 \cdot 10^{-06}$	$-8.0163 \cdot 10^{-06}$
K_{34}	$-2.16453 \cdot 10^{-05}$	$-1.30245 \cdot 10^{-05}$	$-1.0103 \cdot 10^{-04}$	$1.8181 \cdot 10^{-05}$	$-9.0312 \cdot 10^{-06}$	$-1.0813 \cdot 10^{-05}$
K_{35}	$-1.41152 \cdot 10^{-05}$	$-5.82594 \cdot 10^{-06}$	$4.4966 \cdot 10^{-05}$	$-3.7177 \cdot 10^{-06}$	$1.1438 \cdot 10^{-06}$	$3.0501 \cdot 10^{-07}$
K_{36}	$4.18051 \cdot 10^{-07}$	$-1.54432 \cdot 10^{-05}$	$-4.6446 \cdot 10^{-05}$	$-4.9685 \cdot 10^{-05}$	$-3.8003 \cdot 10^{-05}$	$-3.9571 \cdot 10^{-05}$
K_{37}	$-4.56945 \cdot 10^{-05}$	$-2.87034 \cdot 10^{-06}$	$3.5333 \cdot 10^{-05}$	$3.1705 \cdot 10^{-05}$	$6.8395 \cdot 10^{-06}$	$5.2068 \cdot 10^{-06}$
K_{38}	$-3.48241 \cdot 10^{-05}$	$-1.58440 \cdot 10^{-05}$	$4.0088 \cdot 10^{-06}$	$2.9309 \cdot 10^{-07}$	$4.9593 \cdot 10^{-06}$	$6.0123 \cdot 10^{-06}$
K_{40}	$-8.50240 \cdot 10^{-05}$	$-1.09143 \cdot 10^{-05}$	$5.3538 \cdot 10^{-05}$	$4.5715 \cdot 10^{-05}$	$-1.3731 \cdot 10^{-05}$	$-1.7910 \cdot 10^{-05}$

Her bir jeoid modeli için dayanak noktaları test noktaları kabul edilerek kendi trend yüzeyi parametreleri ve K_i katsayılarından tekrar jeoid ondülasyonları hesaplanmıştır. Noktaların, hesaplama sonrası bulunan ondülasyon değerleri ile bilinen ondülasyon değerleri birebir çakışmıştır. Yani multiküadratik yüzey dayanak noktalarından, dolayısıyla Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktalarından geçmektedir.

GPS/Nivelman jeoid yüzey modeli trend yüzeyinde 22.8 cm'lik karesel ortalama hata oluşturmasına rağmen parametreler anlamlılık testini geçtiğine göre veri kaynağının elde edilmesi yönteminden dolayı en uygun model kabul edilebilir. Gravimetrik modellerden oluşturulan yüzey modelleri arasından bir tercih yapmak gerekirse EGM96 global jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel yaklaşımlı jeoid modeli trend yüzeyi 7.11 cm'lik bir karesel ortalama hata ile en uygun model olarak göze çarpmaktadır.

3.2.3. GPS/Nivelman Multiküadratik Jeoid Yüzeyi Modelinin Test Ölçüleriyle İrdelenmesi

Belirlenmiş jeoid yüzey modelini test etmek amacıyla önce GPS ölçü ve değerlendirmesiyle bulunan koordinatlar geometrik yöntemle belirlenmiş jeoid yüzeyi modelinde yerine konularak test noktalarının jeoid ondülasyonları modelden hesaplanmıştır. Daha sonra test noktalarının modelden bulunan jeoid ondülasyonları ile nivelman ölçüleri sonucu bulunan jeoid ondülasyonları arasındaki farklar (ϵ) alınmış ve Tablo 52'de gösterilmiştir.

Tablo 52. Test noktalarının jeoid ondülasyonları ve farkları

Nokta No	N (m) (Nivelman)	N (m) (Model)	ϵ (m) (Fark)
TTRT	24.973	24.958	-0.015
TTES	25.586	25.603	0.017
TTAB	24.745	24.757	0.012
TKON	24.829	24.835	0.006
TERD	25.008	25.000	-0.008
TCUK	25.096	25.114	0.018
TBES	25.260	25.247	-0.013
TPEL	25.195	25.211	0.016
T001	24.734	24.717	-0.017

Tablo 52 incelendiğinde modelden bulunan jeoid ondölasyonları ile nivelman ölçüleri sonucu bulunan jeoid ondölasyonları arasındaki farkların mutlak değeri olarak 6 – 18 mm arasında değiştiği görülmektedir. Nivelmanla bulunan değeri ile model arasında farkların kareleri toplanarak (171) formülünde yerine konulmuş ve model ile test ölçüleri arasında $m = \pm 1.4$ cm şeklinde bir standart sapma hesaplanmıştır. Buda bize çalışma bölgesi içerisinde GPS/Nivelman multiküadratik jeoid yüzey modeli kullanılarak 2 cm'nin altında bir doğrulukla jeoid ondölasyonlarına ulaşılabilirliğini göstermektedir.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Gelişen teknolojiyle birlikte bütün disiplinlerde olduğu gibi jeodezik ölçmelerde de daha hızlı ve daha doğru sonuçlara ulaşılabilmektedir. Günümüzde jeodezik ölçmelerde en yaygın kullanılan ölçme sistemlerinden biri kuşkusuz GPS'tir. GPS ile rölatif konum belirlemede birkaç mm hassasiyetinde yükseklik ve konum doğruluğuna ulaşılabilmektedir. Ancak GPS ile elde edilen yükseklikler elipsoidal yüksekliklerdir. Elipsoidal yükseklik geometrik bir yükseklik olup pratikte kullanılmamaktadır. Hâlbuki pratikte ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Ortometrik yükseklikler noktanın jeoidden olan uzaklıklarıdır ve fiziksel bir anlam taşımaktadır.

Noktaların ortometrik yüksekliklerine ulaşabilmek için ya klasik usullerle nivelman yapmak ya da bölgenin hassas bir şekilde jeoid yüzey modelini oluşturmak gerekmektedir. Klasik yersel sistemlerle noktalara yükseklik taşımak zaman, emek ve ekonomik açıdan oldukça masraflı olmaktadır. Hâlbuki bölgenin hassas bir şekilde belirlenmiş duyarlı jeoid yüzeyi modeli oluşturularak nivelman gibi ilave işlemler ortadan kaldırılır ve masraflar minimum seviyeye indirilebilir.

Duyarlı bir jeoid yüzeyi oluşturmak yine duyarlı jeoid ondülasyonlarına sahip dayanak noktaları gerektirir. Dayanak noktaları topografyayı çok iyi temsil edecek şekilde oluşturulmalı ki jeoid ondülasyonları arasındaki değişimi iyi bir şekilde yansıtabilsin. Trabzon Lokal Jeoid Belirleme Ağı noktaları çalışma bölgesinde uygun dağılımda oluşturulmuştur.

Geometrik jeoid belirleme yöntemi pratikte en çok kullanılan yöntemdir. Yüksekliği bilinen bir noktadan hareketle diğer noktalara rölatif olarak yükseklik verilmesi yöntemin gerçek jeoid ondülasyonlarını en iyi yansıtacağını göstermektedir. Noktalar arası yükseklik farkları klasik yersel sistemlerden biriyle ölçülebilir. Ancak duyarlı bir sonuç istenmesi durumunda hassas nivelman ya da geometrik nivelman yapılması daha uygundur. Hesaplamalarda, gravite ölçülerinin kullanılarak jeofizik indirgemelerin yapılması jeoid ondülasyonlarını gerçek değerine daha da yaklaştıracaktır. Çalışma alanında jeoid belirleme için oluşturulmuş noktalarda ortalama 25.073 m olan GPS/Nivelman jeoid ondülasyonlarının maksimum değeri ile minimum değeri arasındaki fark 1.123 m'dir. Topografik yüksekliklerde ise maksimum ve minimum değerler arasındaki fark 390.732 m'dir.

Gravimetrik jeoid belirleme yöntemlerinde jeoid ondülasyonları bir global jeopotansiyel modele dayandırılarak hesaplanmaktadır. Gravimetrik jeoid belirlemede, değerlerinin elde edilmesinde kullanılan veri sayısı ve kalitesi bakımından en güncel konumda olan EGM96 jeopotansiyel modelin kullanılması en iyi sonucu verecektir. Çalışmada da sonuçlara bakıldığı zaman EGM96 jeopotansiyel modelin kullanımı durumundaki sonuçların GPS/Nivelman sonuçlarına OSU91A jeopotansiyel modelden daha çok yaklaşması bunun bir göstergesidir.

WGS84 EGM96 jeoidi topografik yüksekliğin arttığı durumlarda gerçek değer gibi kabul edilen GPS/Nivelman jeoidinden uzaklaşmaktadır. Bu durum da WGS84 EGM96 jeoidinin hassasiyet gerektiren uygulamalarda iyi sonuçlar vermeyeceğini anlaşılmaktadır. Nihayetinde çalışma alanı için GPS/Nivelman jeoidi ile aralarında ortalama 0.415 m'lik bir fark vardır. Her iki jeoid ondülasyonu arasındaki uyum enlem ve topografik yükseklik artışına göre değişim göstermektedir.

Kaldır-Koy tekniğinde jeoid ondülasyonlarına global jeopotansiyel modelin katkısının yanında gravitenin dolaylı etkisi ve topografyanın etkisi de dahil edildiği için gravimetrik jeoid belirlemede en tercih edilebilecek bir yöntemdir. Kaldır-Koy tekniğinde jeoidde olan gravitenin dolaylı etkisinin belirlenmesinde sergilenen küresel yaklaşım kendi içerisinde en iyi sonucu vermesi bölgenin geniş tutulması halinde gravimetrik modellerden daha duyarlı sonuç verebileceğini göstermiştir. Ancak çalışmada alanın küçük olması vesilesiyle düzlemsel yaklaşımın da aranan duyarlılığı sağlayacağı sonucuna ulaşılabilmektedir.

Duyarlı olarak belirlenmiş jeoid ondülasyonlarına sahip noktaların dayanak noktası olarak kullanılıp bölge için bir jeoid yüzeyi oluşturulması, bölgede yapılacak diğer çalışmalarda duyarlı sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır. Jeoid yüzey modeli belirlemede öncelikli olarak GPS/Nivelman jeoidi kullanılmış ve polinomlarla jeoid yüzeyi oluşturulmuştur. G_27 ve G_28 uyuşumsuz olduğu için dayanak noktaları arasından çıkarılmıştır. Hem ortogonal polinomlarla hem de ortogonal olmayan polinomlarla 3. dereceye kadar hesaplamalar yapılarak parametreler test edilmiştir. Sonuçta çalışma bölgesi için 2. ve 3. derece ortogonal polinomlarla bulunan jeoid yüzeyi modeli parametreleri test sonuçları kabul edilir çıkmıştır. Bu iki model arasından birim ölçünün karesel ortalama hatası daha küçük olan 2. derece ortogonal yüzey en uygun yüzey modeli olarak alınmıştır.

2. derece ortogonal polinomla belirlenmiş jeoid yüzeyi trend yüzeyi olarak alınmış ve farklar tekrar modellenmiştir. Böylece multiküadratik jeoid yüzey modeli oluşturulmuştur. Multiküadratik jeoid yüzeyi oluşturulurken GPS/Nivelman ve WGS84 EGM96 jeoid yüzey modellerinde G_27 ve G_28 noktaları dayanak noktası olarak alınmamıştır. Kaldır-Koy tekniğinde ise uyumsuz ölçü görülmediği için Lokal Jeoid Belirleme Ağı içerisindeki 39 noktanın tamamı dayanak noktası olarak kullanılmıştır. Oluşturulan multiküadratik jeoid yüzeylerinden GPS/Nivelman jeoidi arazi ölçüleriyle test edilmiştir. Test ölçüsü sonucu maksimum fark 1.8 cm çıkmıştır. 2005/9070 sayılı “Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği” Madde 92’de GPS/Nivelmanla bulunan jeoid ondülasyonu ile modelden bulunan jeoid ondülasyonunun 10 cm’yi geçemeyeceği belirtilmiştir.

Jeoid yüzey modeli oluşturulurken dayanak noktalarının yatay koordinatları olarak 1998.0 epoklu ITRF96 koordinatları alınmıştır.

Yapılan değerlendirmeler sonucunda şunlar söylenebilir:

- Jeoid modeli belirleme için oluşturulacak noktalar aynı zamanda topografik yapıyı da yansıtmaları daha duyarlı jeoid ondülasyon değeri elde edilmesini sağlayabilecektir.
- Yüzey modeli oluşturmada daha duyarlı sonuç elde etmek için GPS/Nivelman jeoid ondülasyon değerleri kullanılması durumunda en gerçekçi sonuca ulaşılabilecektir.
- Gravimetrik jeoid belirleme modelleri kullanımı durumunda global model olarak EGM96 jeopotansiyel modelin kullanılması gerçek jeoid ondülasyonlarına daha çok yaklaştıracaktır.
- Gravimetrik jeoid belirlemede Kaldır-Koy tekniği kullanılması durumunda gravitenin jeoidde olan etkisi bölge geniş ise küresel yaklaşımla belirlenmeli. Bölgenin küçük olması durumunda düzlemsel yaklaşımda istenen duyarlılığı gösterebilecektir.
- Bölge için gravimetrik jeoid yüzeyi belirlemede trend yüzeyinde 7.11 cm’lik bir karesel ortalama hata en uygun model EGM96 jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel yaklaşımlı Kaldır-Koy tekniği çıkmıştır. Gravimetrik jeoid yüzeyi belirlemede EGM96 jeopotansiyel modelin kullanıldığı küresel yaklaşımlı Kaldır-Koy tekniği ile hesaplanmış jeoid ondülasyonlarından bulunan

trend yüzeyi ve multiküadratik yüzey (K_i) katsayı değerlerinin kullanılması uygun görülmektedir.

- GPS/Nivelman jeoid ondülasyonlarından hesaplanmış trend yüzeyi parametreleri ile multiküadratik yüzey (K_i) katsayı değerleri kullanılarak 2 cm'nin altında bir doğrulukla ara noktalar için jeoid ondülasyon değerlerinin elde edilebileceği görülmüştür. Bu sonuç “Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği”nde istenen duyarlılığın oldukça üstündedir. Dolayısıyla bu çalışmada üretilen jeoid modellerinin kullanılması durumunda bölgede daha sonra yapılacak çalışmalar için büyük katkı sağlanabilir.

5. KAYNAKLAR

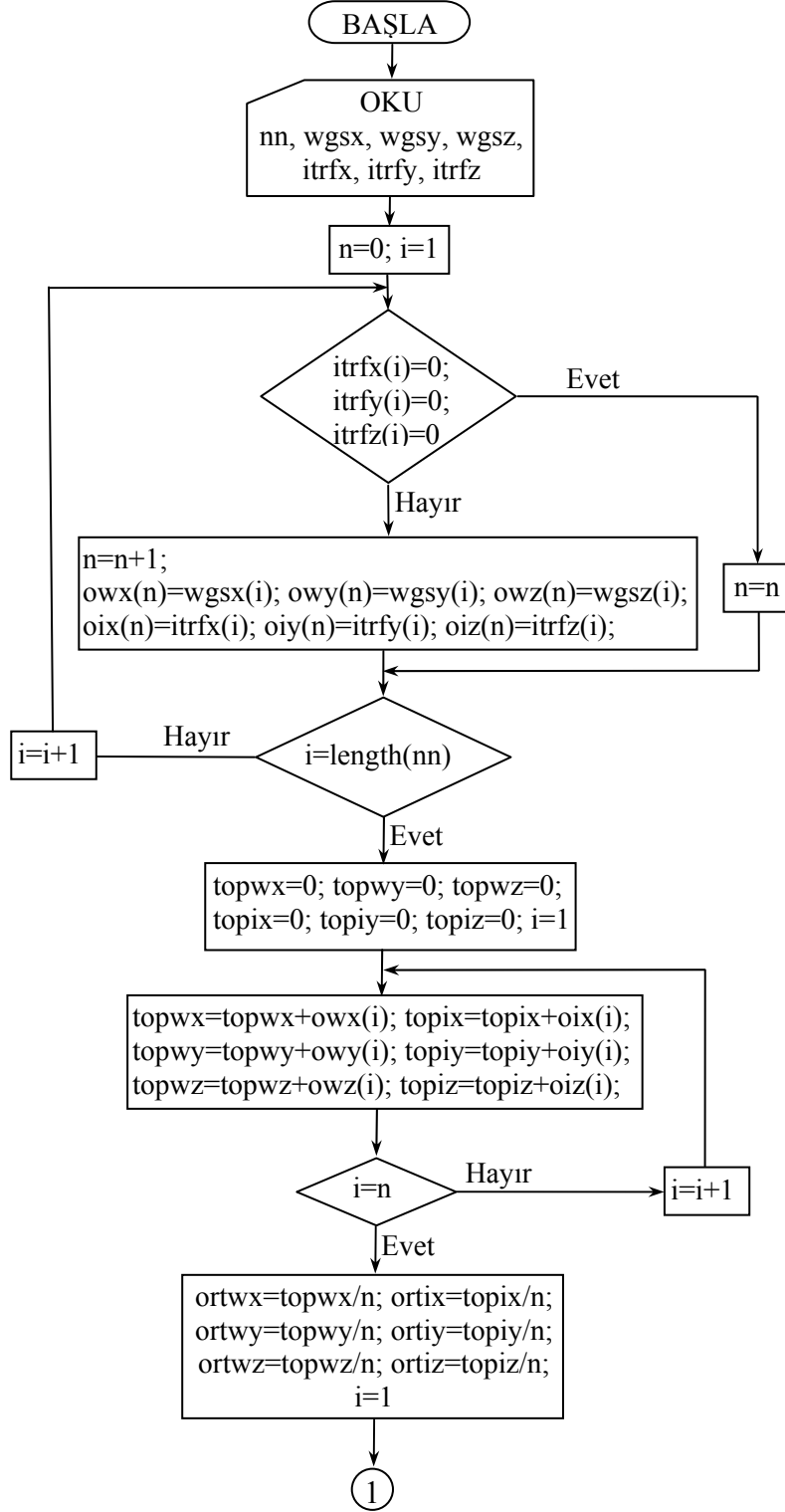
- Ardalan, A. A., 2000. Height Resolution Regional Geoid Computation in the World Geodetic Datum, Doktora Tezi, Universität Stuttgart, Almanya.
- Bajracharya, S., 2003. Terrain Effects on Geoid Determination, MSc, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta.
- Berber, N. Y. ve Karaali, C., 2006. Comparison of Helmert Orthometric Heights and Normal Heights, Fifth International Symposium, Turkish-German Joint Geodetic Days, Technical University, Berlin.
- Blewitt G., 1993. Advances in GPS Technology for Geodynamics Investigations: in Contribution of Space Geodesy to Geodynamics: Technology Geodynamics, American Geophysical Union, Washington, 25, 195-213..
- Bursa, M., 1995. Report of Special Commission SC3, Fundamental Constants, Travoux de L'Association Internationale de Geodesie, Reports Generaux et Rapports Technique, IAG, 140 rue de Grenelle, 75700, Paris.
- Çakır, L. ve Şen, K., 2006. Orthometric Height Determination from GPS/Levelling with Inverse Distance Weighted and Multiquadric Interpolation Methods, Fifth International Symposium, Turkish-German Joint Geodetic Days, Technical University, Berlin.
- Deniz R., Akyılmaz O., Erol S., Özöner B., Denli H., 2001. Precise Geoid Determination Using GPS and Leveling Measurement, 4. International Symposium "Turkish-German Joint Geodetic Days" Berlin.
- Dilaver, A., 1997. Jeodezide Temel Koordinat Sistemleri, KTÜ Basımevi, Trabzon, 148 s.
- Dodson A.H., 1995. GPS for Height Determination, Survey Review, 66, 256.
- Esan, O., 2000. Spectral Analysis of Gravity Field Data in View of Sub-decimeter Geoid Determination, MSc, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta.
- Featherstone W.E., Dentith M.C., Kirby J.F., 1998. Strategies for the Accurate Determination of Orthometric Heights ferom GPS, Survey Rewiew, 34, 267.
- Garcia, R.V., 2002. Local Geoid Determination from GRACE Mission, Doktora Tezi, The Ohio State University, Geodetic and GeoInformation Science, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, Columbus, Ohio.
- Gökalp, E., 1995. GPS Ölçme Süresini Kısaltma Amaçlı Yöntem Geliştirme, Doktora Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Güler, A., 1985. Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi ile Denemeler, HKMO Dergisi, 52-53, 98-118.
- Güler, A., 1978. Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri, Harita Dergisi, 85, 53-71.
- Hardy, R.L., 1990. Theory and Applications of the Multiquadric-Biharmonic Method, Computers Mathematic Application, 19,8/9, 163-208.
- Hardy, R.L., 1971. Multiquadratic Equation of Topography and Other Irregular Surface, Journal of Geophysical Research, 76,8.
- Heiskanen, W.A., ve Moritz, H., 1967. Physical Geodesy, W.H.Freeman and Company, San Francisco, 358 s.
- Heiskanen, W., ve Moritz, H., 1984. Fiziksel Jeodezi, Onur Gürkan, KTÜ Basımevi, Trabzon, 490 s.
- Hobson, E. W., 1931. The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics, Cambridge University Pres, Cambridge, 500 s.
- Hoffman-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Collins, J., 1997. GPS Theory and Practice, New York, 400 s.
- Kaya, A., 1999. Jeodezi-II, KTÜ Basımevi, Trabzon, 302 s.
- Karaali, C., 1999. Üç Boyutlu Kartezyen Koordinat Sistemleri Arasında Benzerlik Dönüşümü, Araştırma Raporları, KTÜ Müh. Mim. Fak.Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Böl., 25.
- Kotsakis C., Sideres M.G., 1999. On the Adjustment of Combined GPS (Leveling) Geoid Networks, Journal Of Geodesy, 73,8.
- Leick, A., 1990. GPS Satellite Surveying, John Wiley & Sons, Inc., New York, 464 s.
- Li, Z., Zhu, Q. ve Gold, C., 2004. Digital Terrain Modelling Principles and Methodology, CRC Press., London, 448 s.
- Li, Y. C. ve Sideris, M. G., 1994. Improved Gravimetric Terrain Corrections, Geophysisc Journal International, 119, 740-752.
- Martinec, Z., Matyska, C., Grafarend, E. W. ve Vanicek, P., 1993. On Helmert's 2nd Condensation Method, Manucripta Geodactica, 18, 417-421.
- Moritz H., 1980. Advanced Physical Geodesy, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 500 s.
- NIMA, 1997. Department of Defence World Geodetic System 1984, Third Edition, Technical Report, Maryland.

- Park W., 1998. Accuracy of GPS-Derived Leveling Section Orthometric Height Difference in San Diego County, Surveying and Land Information System, California, 58,1, 31-46.
- Pavlis, N. K., 2002. EGM96: The NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model, <http://cddis.gsfc.nasa.gov/926/egm96/egm96.html>, 11.12.2002.
- Pavlis, N. K., Rapp, R. H., 1990. The Development of an Isostatic Gravitational Model to Degree 360 and Use in Global Gravity Modeling, Geophysisc Journal International, 100, 369-378.
- Rapp, R. H., 1997. Use of Potential Coefficient Models for Geoid Undulation Determinations Using a Spherical Harmonic Representation of the Height Anomaly/Geoid Undulation Difference, Journal of Geodesy, 71, 282-289.
- Schödlbauer, A., Krack K., Scherer B. ve Widmann R., 1992. GPS Leveling in High Precision Engineering Surveys, 6. International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Columbus, Ohio, 893-903.
- Schwarz, K. P., Sideris, M. G. Ve Forsberg, R., 1990. The Use of FFT Techniques in Physical Geodesy, Geophysisc Journal International, 100, 485-514.
- Serpas, J. G., 2003. Local and Regional Geoid Determination from Vector Airborne Gravimetry, Doktora Tezi, Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Sevilla, M. J., A 2004. New Gravimetric Geoid in the Iberian Peninsula, <http://www.mat.ucm.es/deptos/iag/personas/miguel/articulo02.htm>, 09.02.2004.
- Sideris, M.G., 1994. Regional Geoid Determination, Geoid and Its Geophysical Interpretation, P. Vaniček ve N.T. Christou (Derleme), CRC Press, Florida, 77-94.
- Sideris, M. G., 1990. Rigorous Gravimetric Terrain Modeling Using Molodensky's Operator, Manuscripta Geodactica, 15, 97-106.
- Soycan, M., 2002. Jeoit Yüksekliklerinin GPS ve Hassas Trigonometrik Nivelman Ölçüleri ile Belirlenmesi, Doktora Tezi, YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Şimşek, M., 1992. Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi, Harita Dergisi, 108, 18-33.
- T.C. Resmi Gazete, 2005. Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği, Başbakanlık Basımevi, 25876.
- Torge, W., 1980. Geodesy, Walter de Gruyter, Berlin-New York, 254 s.
- TUTGA-99, 2001. Teknik Rapor, Harita Genel Komutanlığı, Jeodezi Dairesi, Ankara, 49 s.

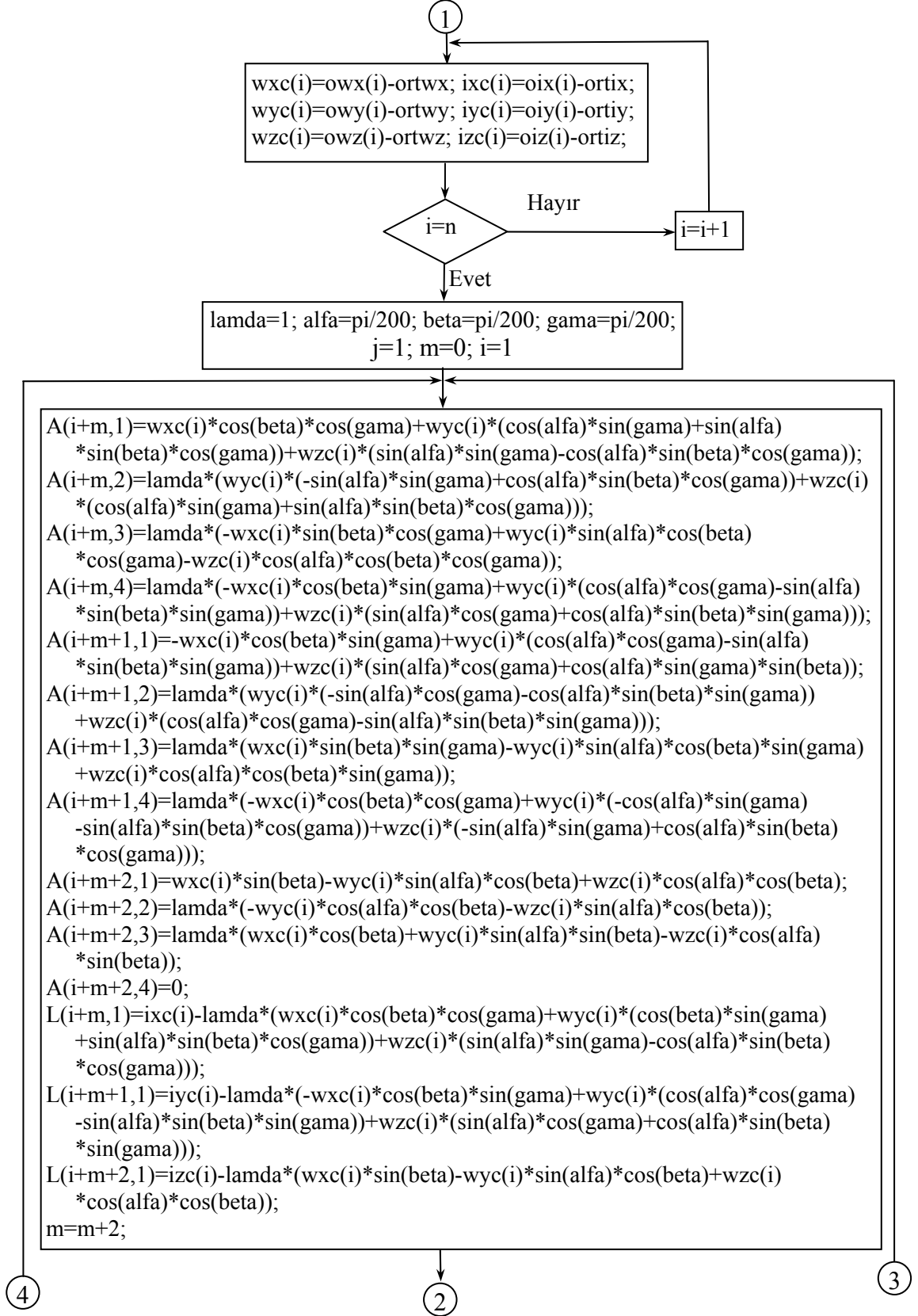
- Üstün, A., 2002. Bölgesel ve Global Yükseklik Sistemlerinin Oluşturulmasında GPS'nin Katkısı Üzerine Bir İnceleme: Antalya-Samsun Mareograf İstasyonları Arasında GPS Nivelmanı Örneği, Doktora Tezi, YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Watson, D.F. ve Philip, G.M., 1984. Triangle Based Interpolation, Mathematical Geology, 16, 8, 779-795.
- Wichiencharoen, C., 1982. The Indirect Effects on the Computation of Geoid Undulations, Report # 336 of the Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Yanalak, M., 2002. Yön ve Ters Uzaklık Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon, Harita Dergisi, 127, 55.
- Yanalak M., Kalkan Y., Alkan R.M., 2001. Comparison of GPS and Precise Leveling Derived Height Differences in Urban Area, 4. International Symposium "Turkish-German Joint Geodetic Days", Berlin, 2, 671-678.
- Yang, Z., 1998. Precise Determination of Local Geoid and Its Geophysical Interpretation, Doktora Tezi, Hong Kong Polytechnic University, Department of Land Surveying and Geo-Informatics, Hong Kong.
- Yurt, K., Gökalp, E. ve Boz, Y., 2005. Determination of Local Geoid with GPS in Trabzon/Turkey, From Pharaohs to Geoinformatics, FIG Working Week 2005 and GSDI-8, Kahire, Mısır.
- Yurt, K., ve Gökalp, E., 2005. Gravimetrik Jeoid Belirlemede Kaldır-Koy ve FFT Tekniklerinin Kullanımı, Jeoid ve Düşey Datum Çalıştayı, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu 2005 Yılı Bilimsel Toplantısı, Trabzon.
- Zhan J.Y, Yong Q.C., 1999. Determination of Local Geoid with Geometric Method: Case Study, Journal of Surveying Engineering, 125, 3.
- Zhan-Ji, Y., 1998. Precise Determination of Local Geoid and Its Geophysical Interpretation, Doktora Tezi, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong.
- URL-1 www.koeri.boun.edu.tr/jeodezi/bilgi/bilgi_notes/JEODEZI_BUKRDAE_GED.pdf, 07.05.2006.
- URL-2 <http://cdis.gsfc.nasa.gov/926/egm96/doc/S11.HTML>, 31.05.2005.

6. EKLER

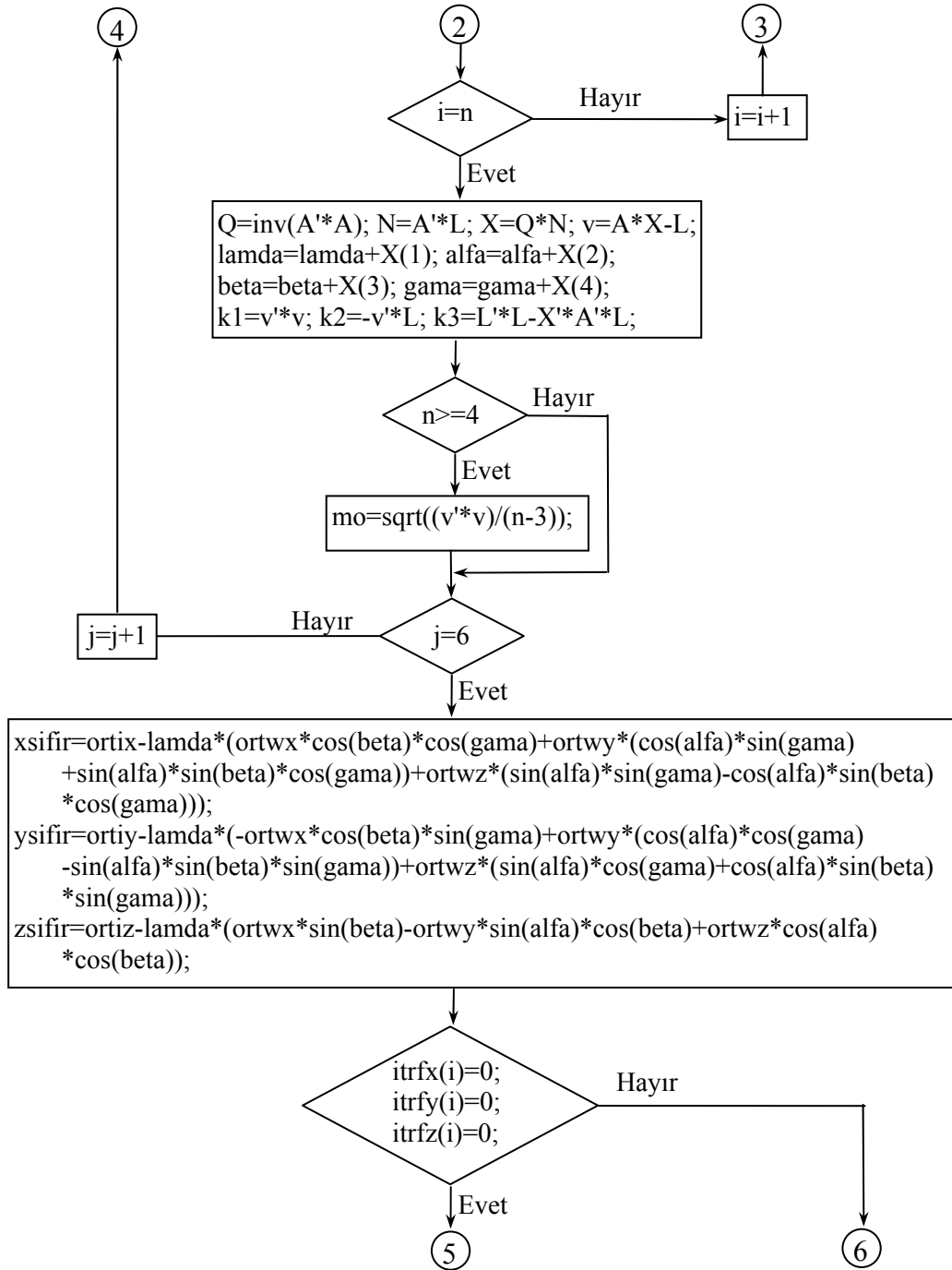


Ek Şekil 1. Üç boyutlu kartezyen koordinatlar arasında Helmert benzerlik dönüşümü matlab programı akış şeması

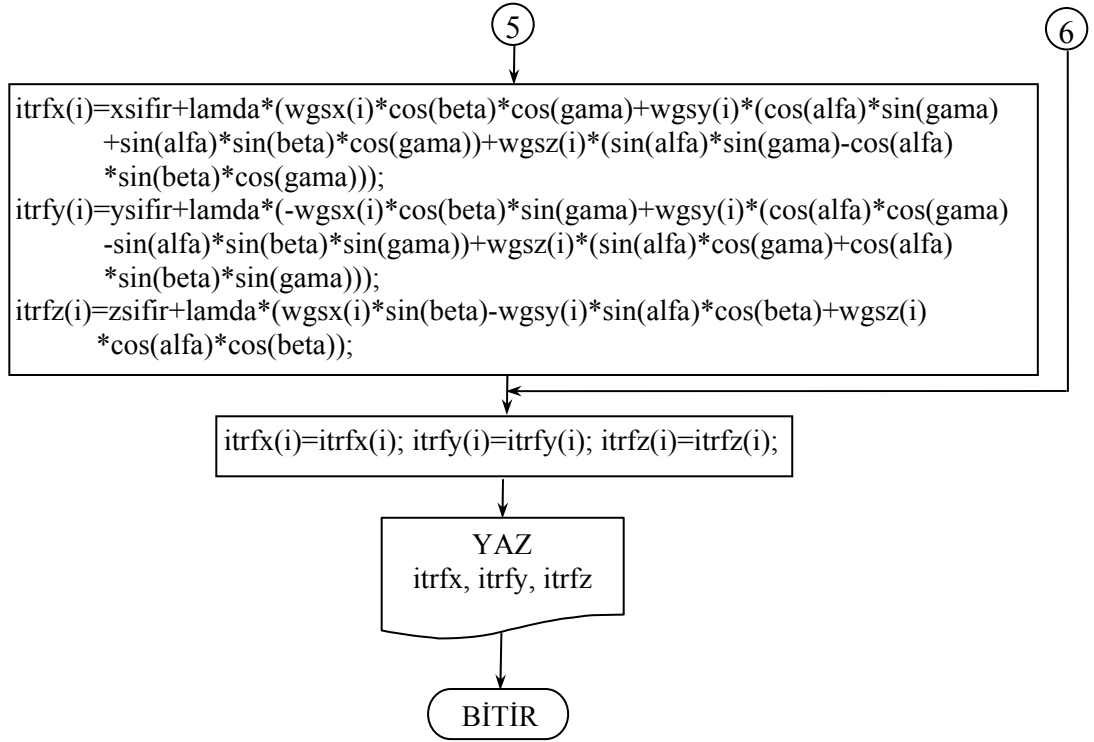
Ek Şekil 1'in devamı

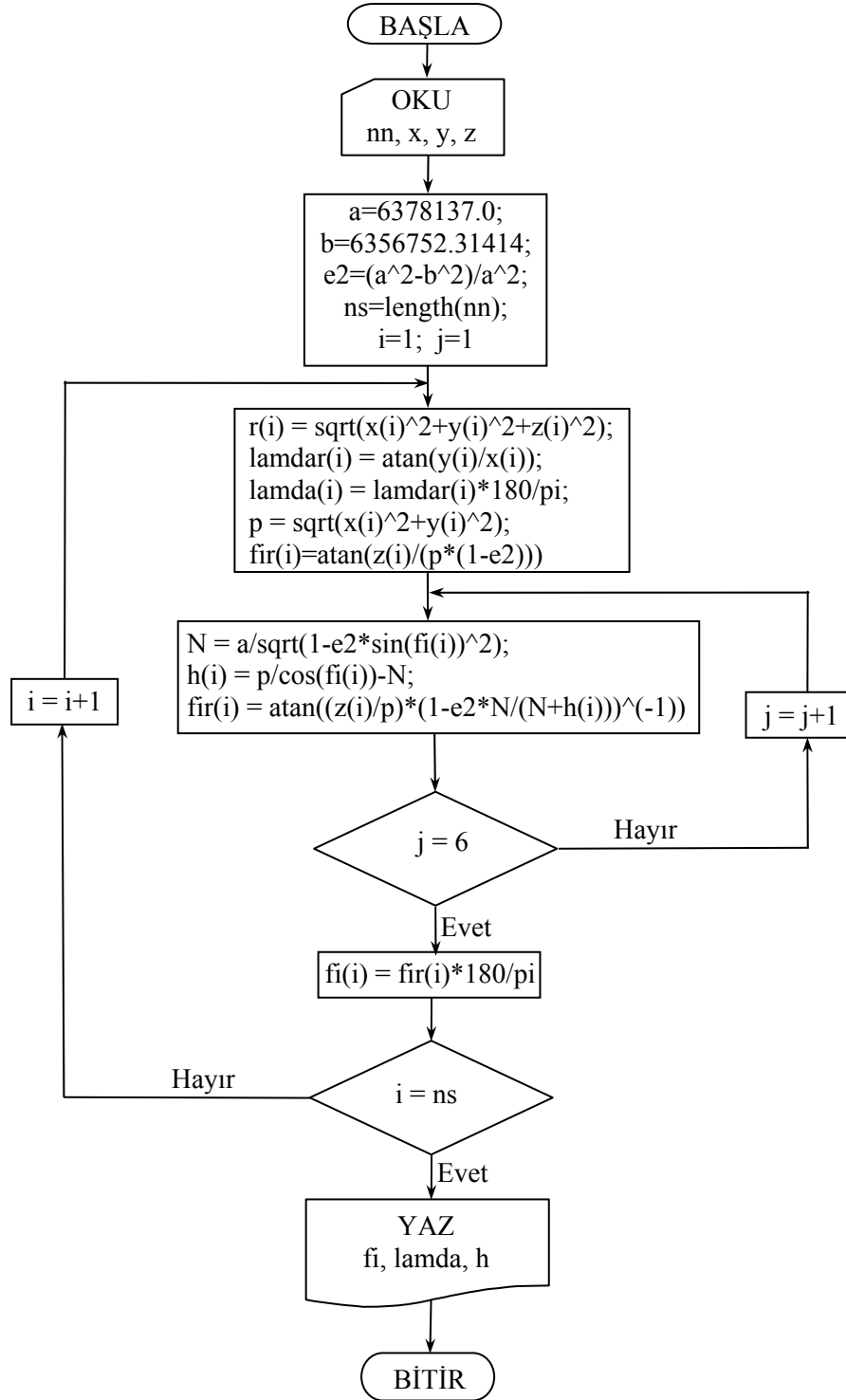


Ek Şekil 1'in devamı

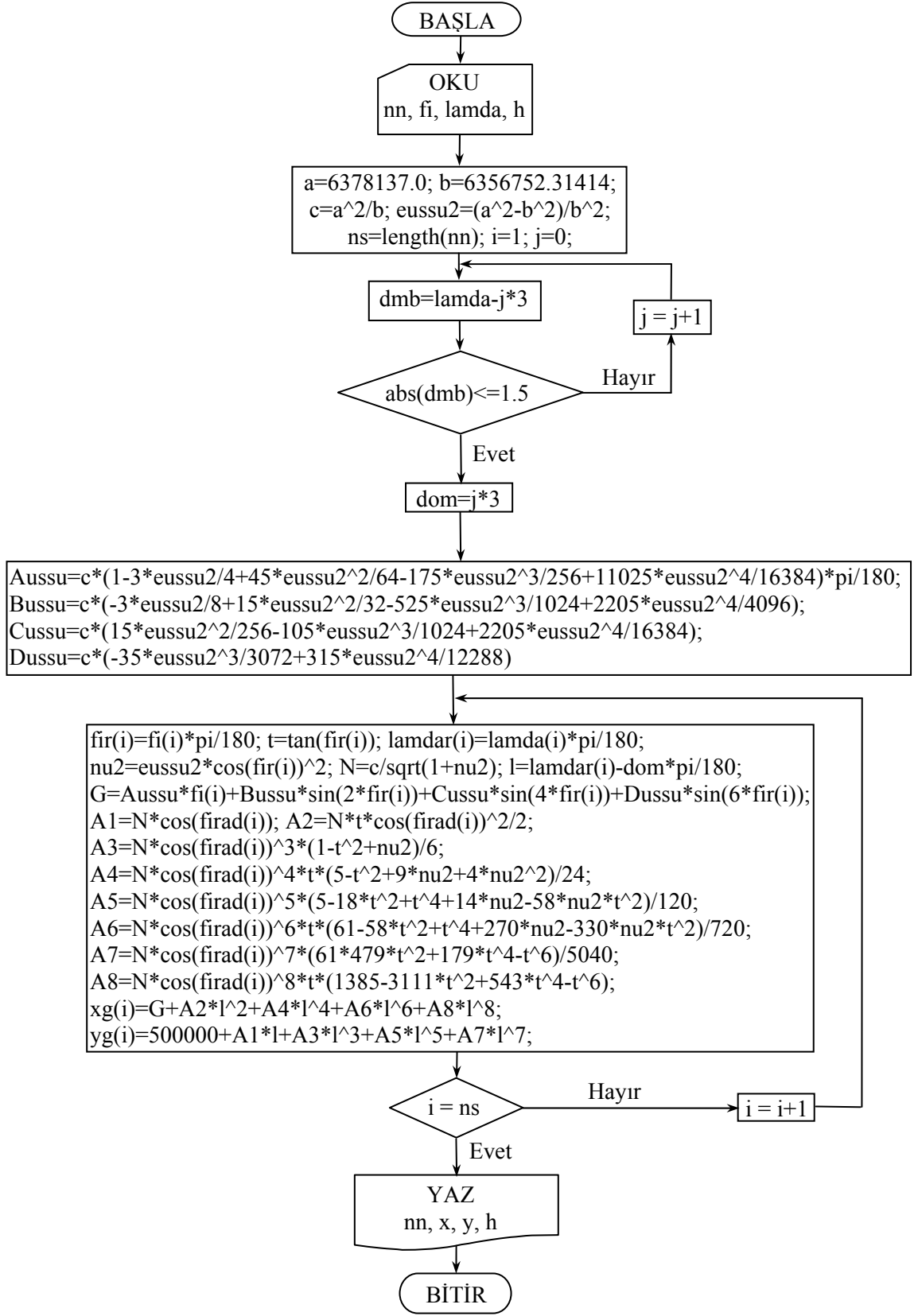


Ek Şekil 1'in devamı

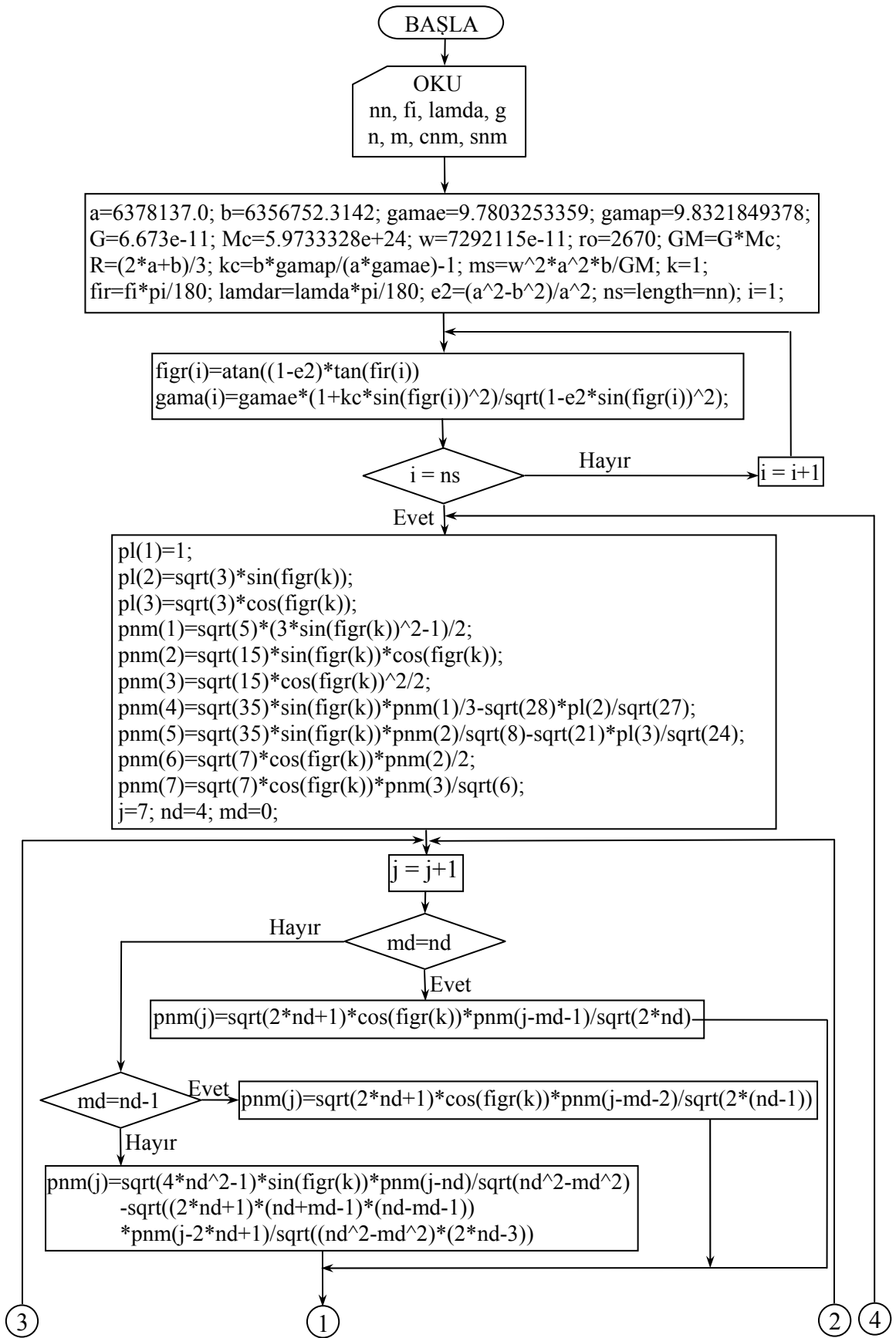




Ek Şekil 2. Üç boyutlu kartezyen koordinatlardan coğrafi koordinatlara dönüşüm için matlab programı akış şeması

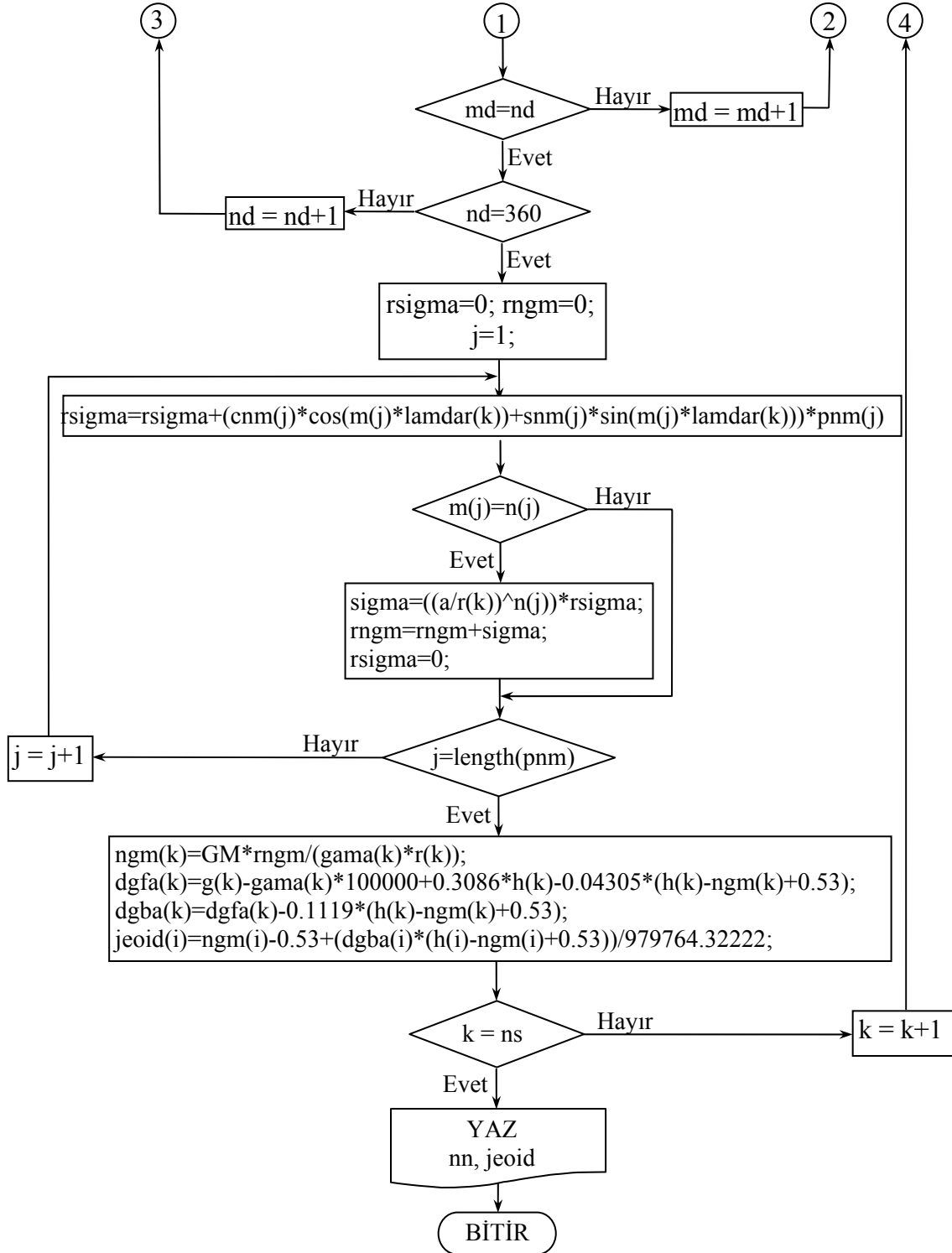


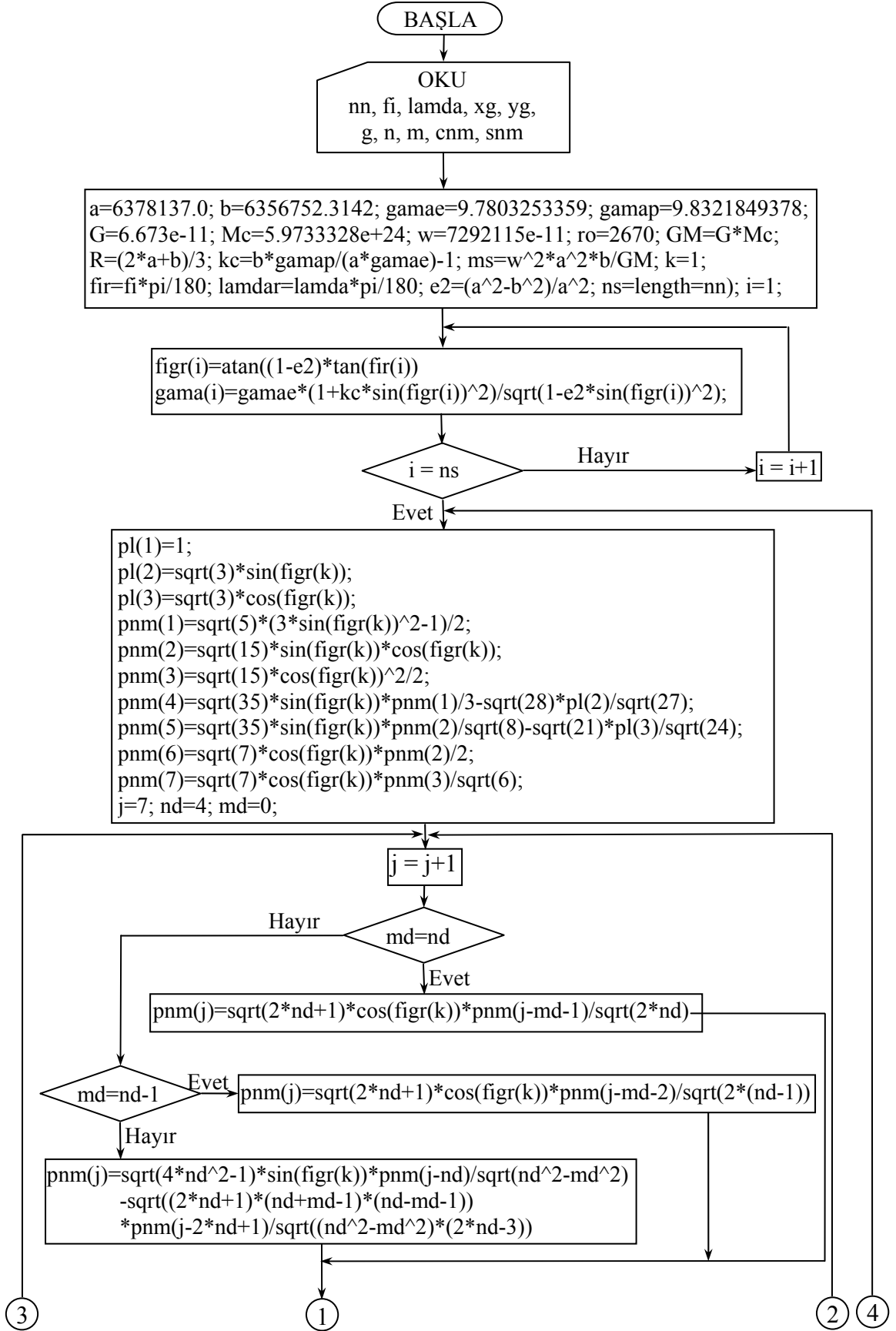
Ek Şekil 3. Coğrafi koordinatlardan 2 boyutlu kartezyen (grid) koordinatlara dönüşüm için matlab programı akış şeması



Ek Şekil 4. WGS84 EGM96 jeoid modeli için matlab programı akış şeması

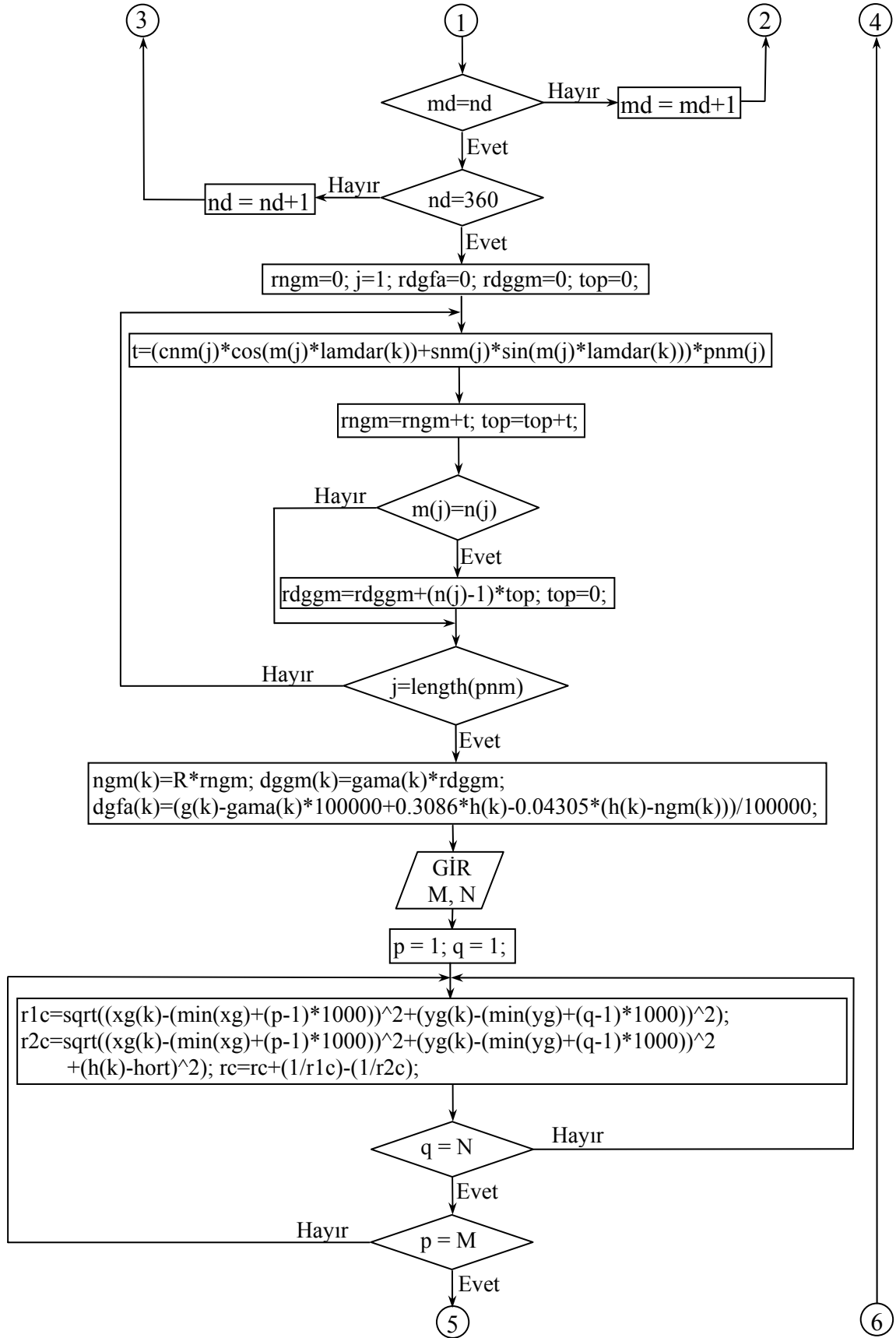
Ek Şekil 4'ün devamı



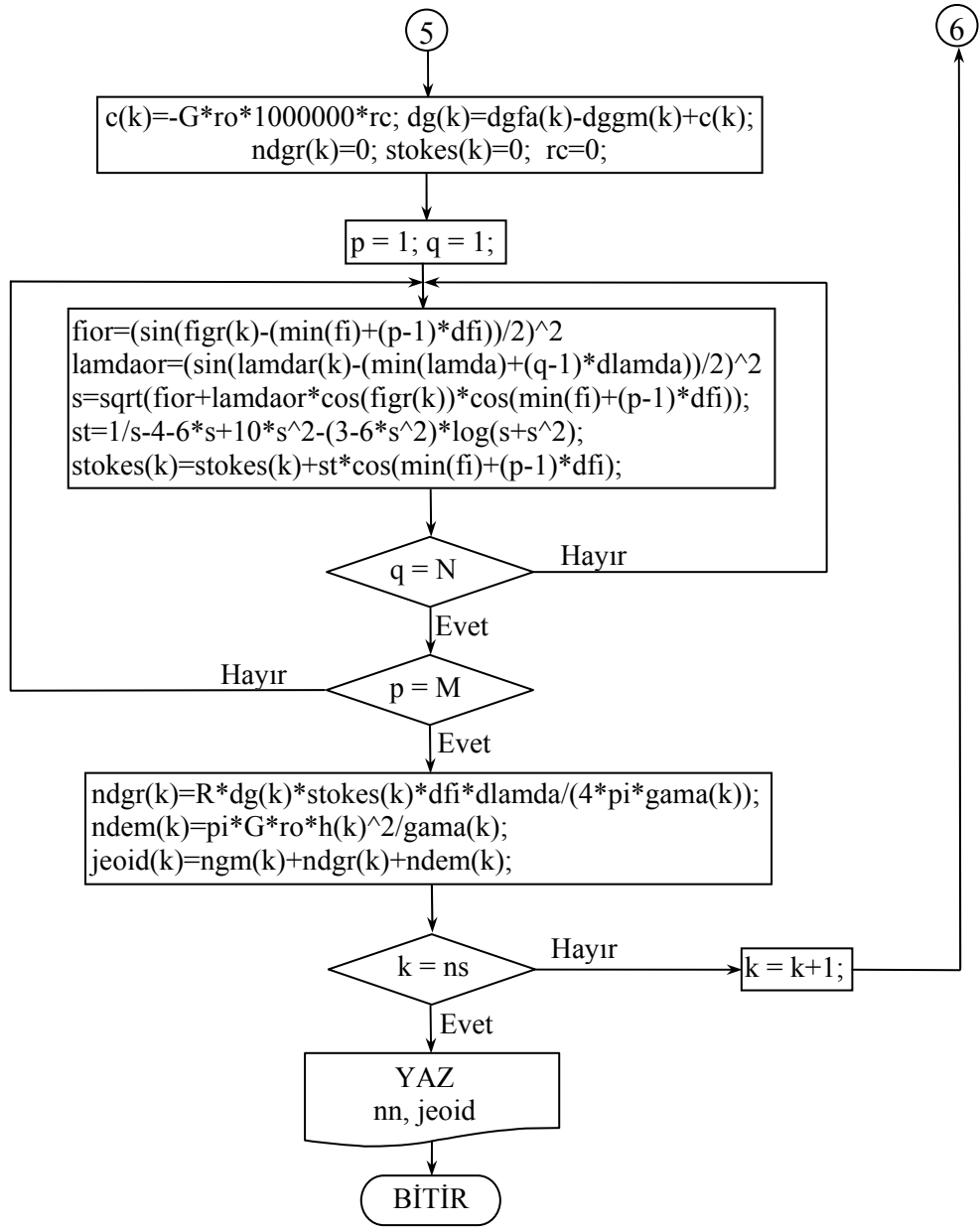


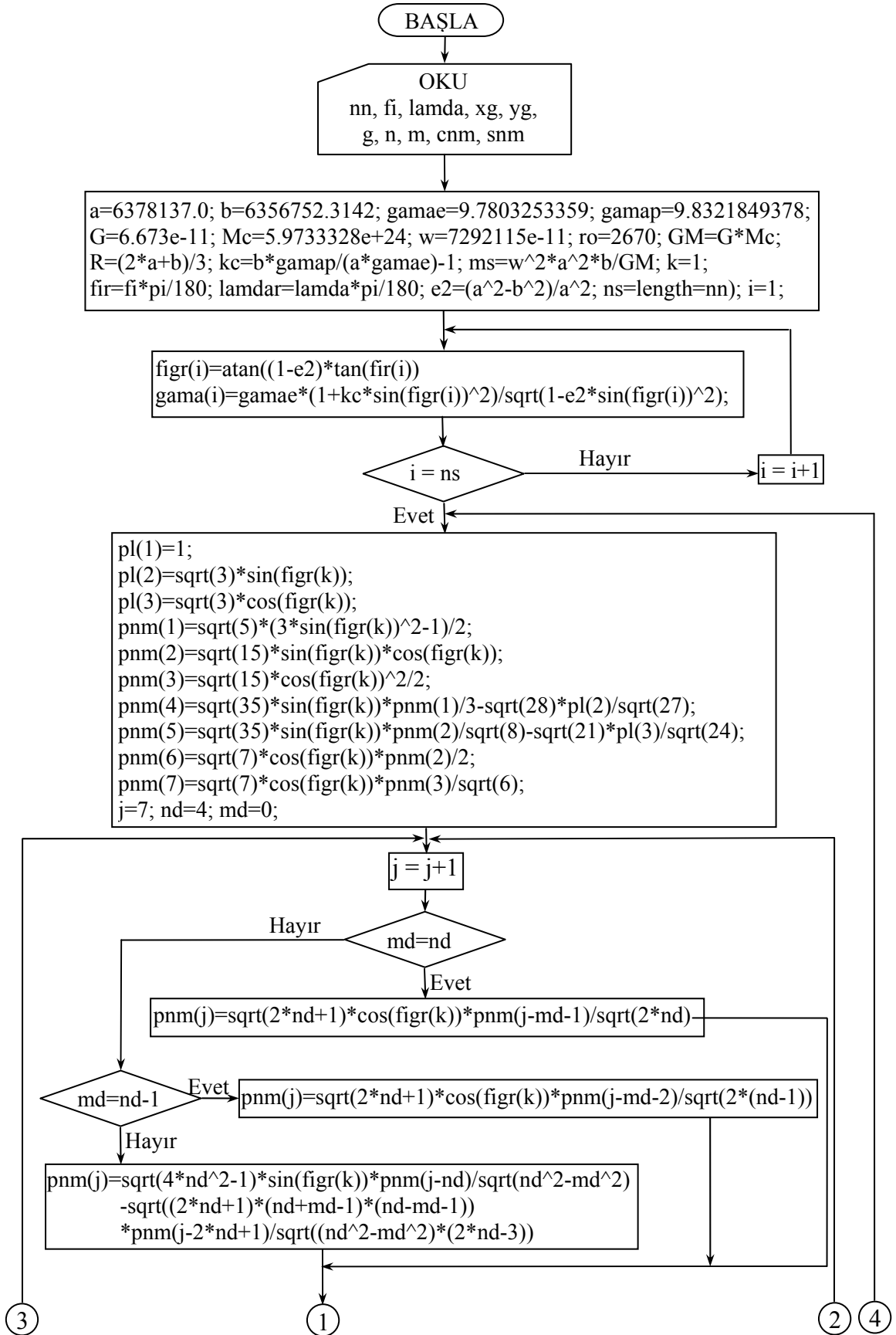
Ek Şekil 5. Küresel yaklaşımlı Stokes Kernel çözümlü Kaldır-Koy tekniği matlab programı akış şeması

Ek Şekil 5'in devamı



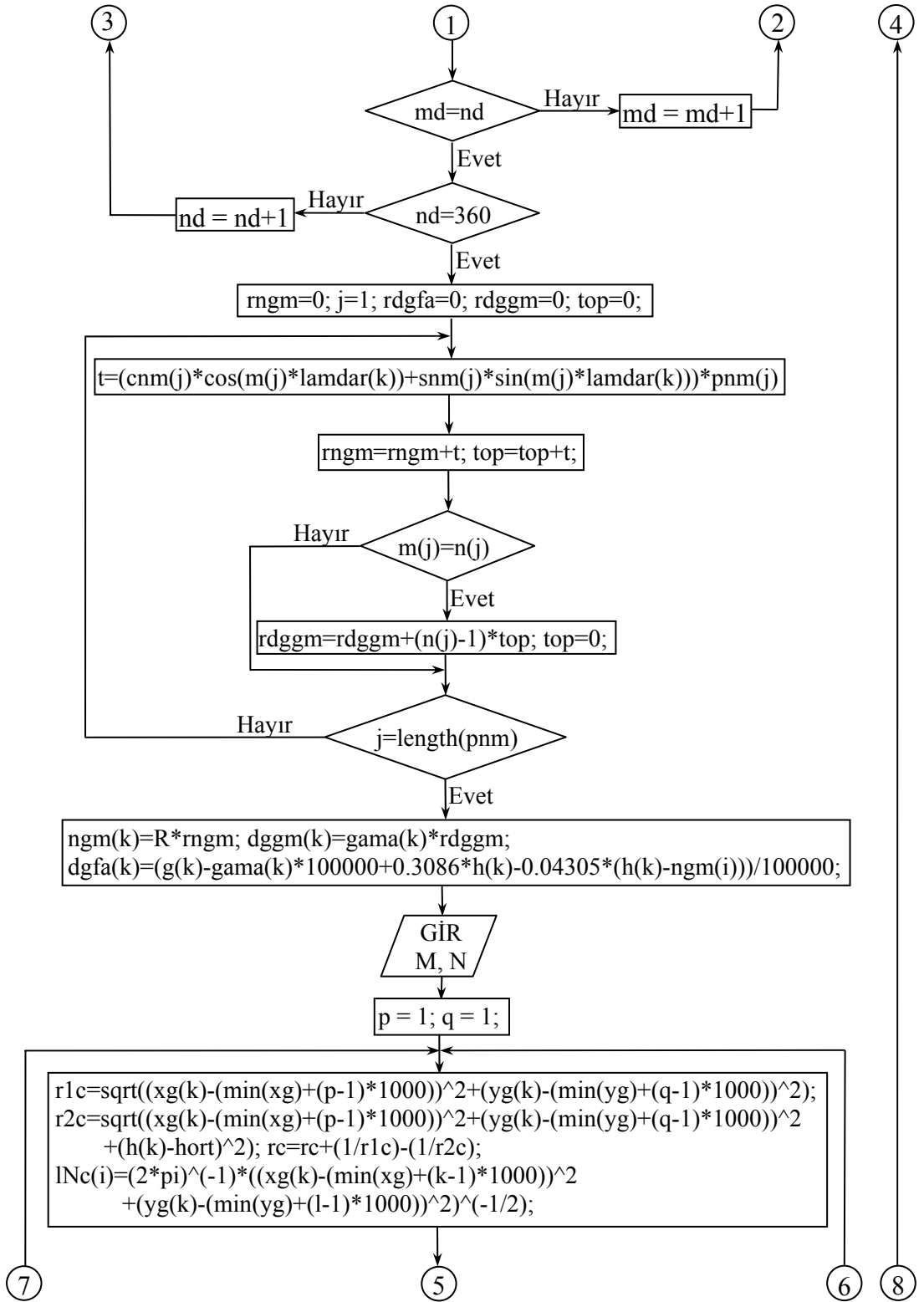
Ek Şekil 5'in devamı



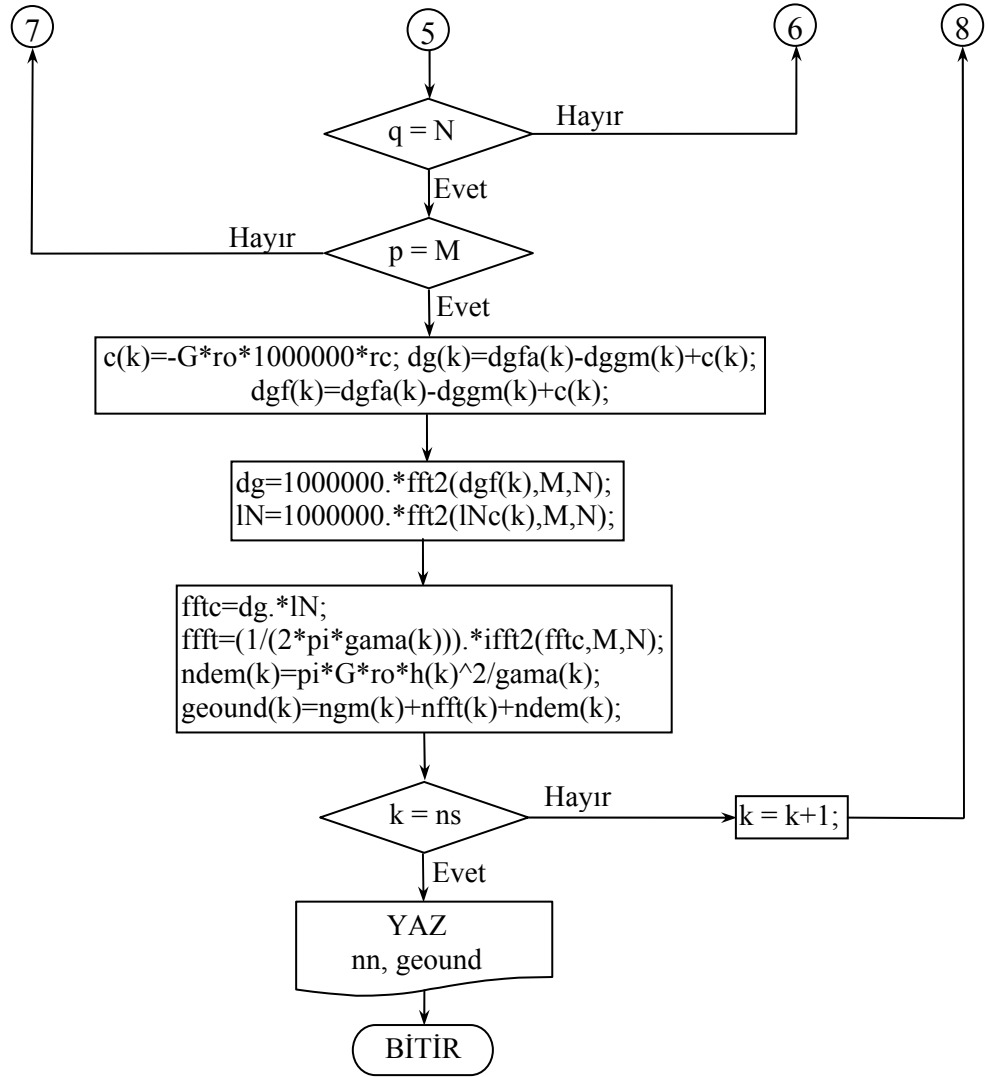


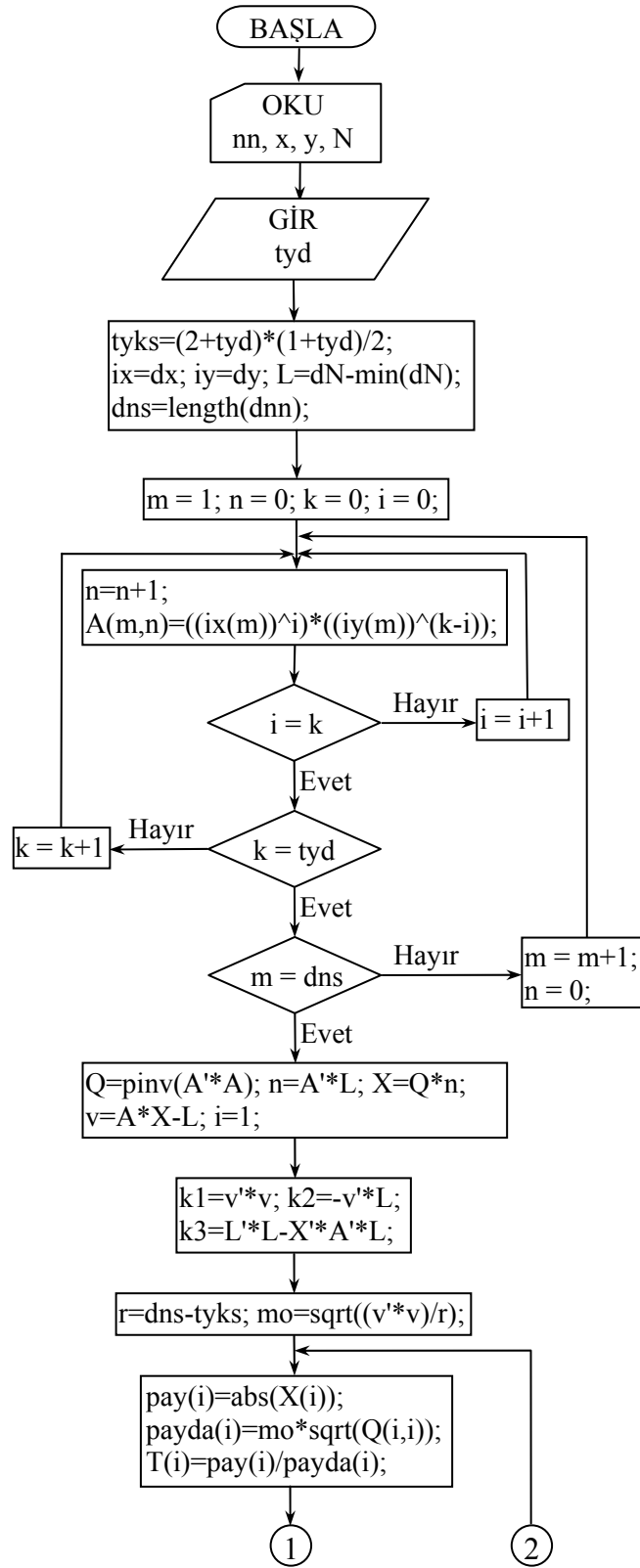
Ek Şekil 6. Düzlemsel yaklaşimli FFT çözümlü Kaldır-Koy tekniği matlab programı akış şeması

Ek Şekil 6'nın devamı



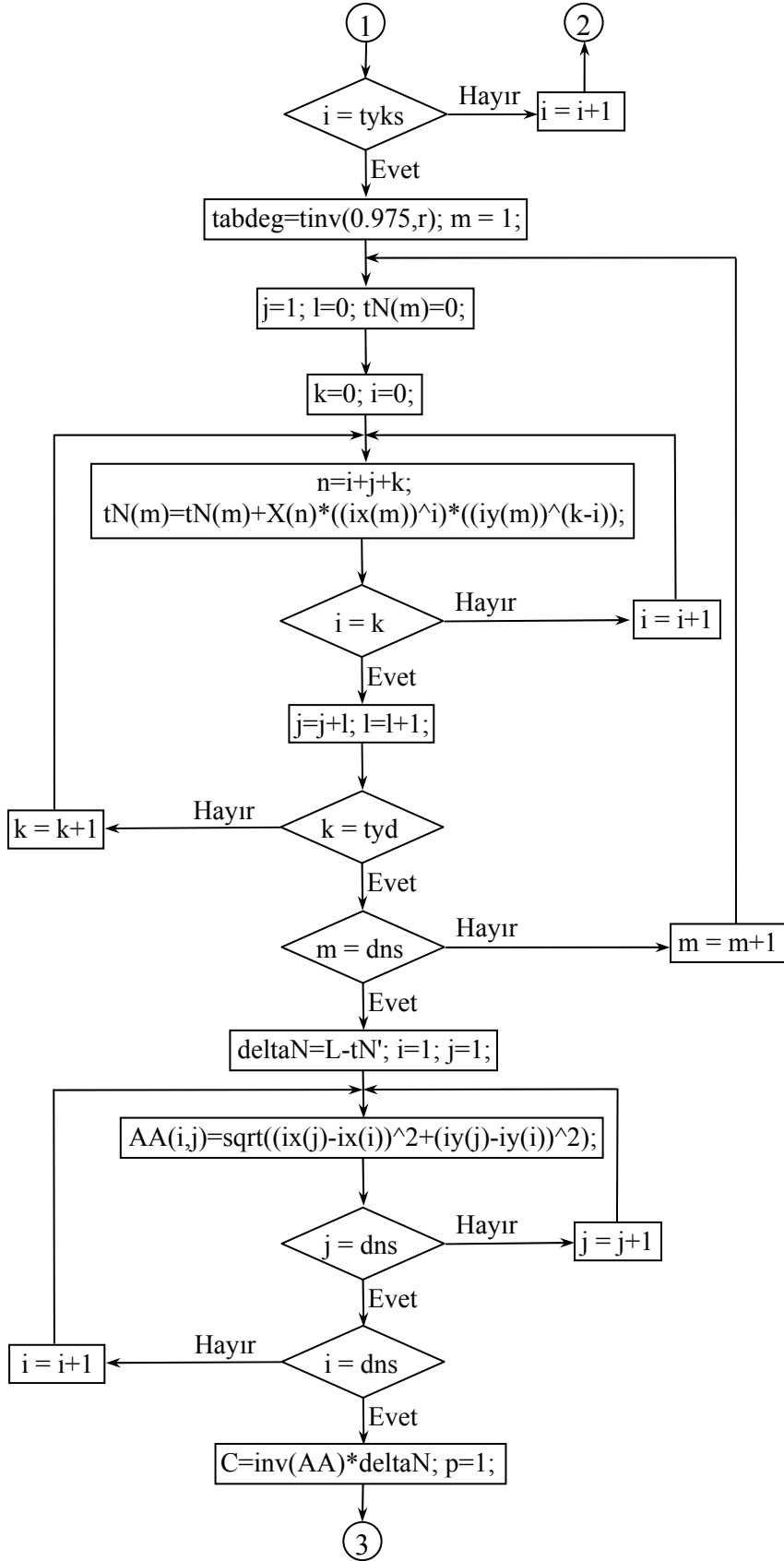
Ek Şekil 6'nın devamı



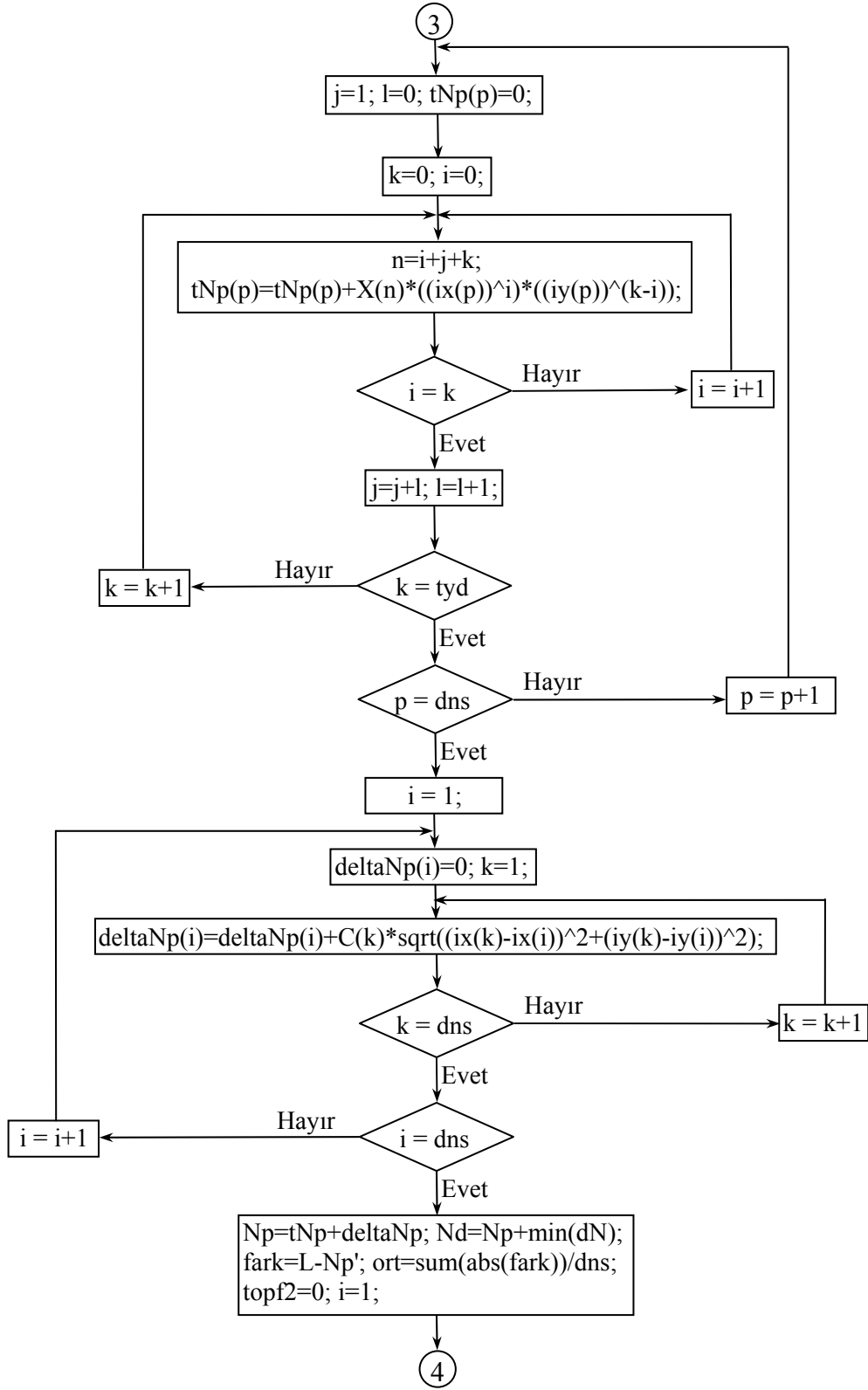


Ek Şekil 7. Multiküadratik enterpolasyonla jeoid yüzeyi modeli oluşturma matlab programı akış şeması

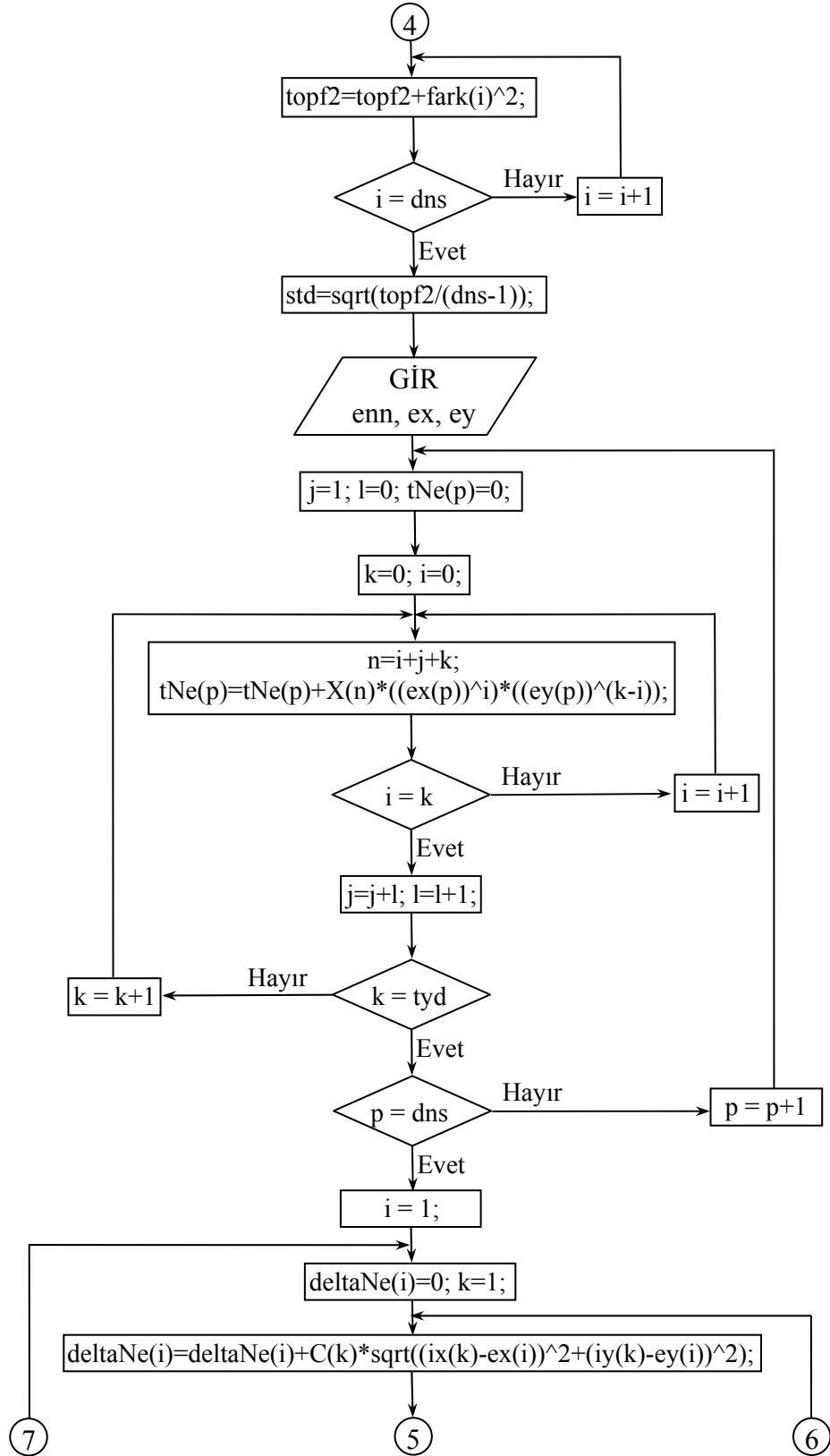
Ek Şekil 7'nin devamı



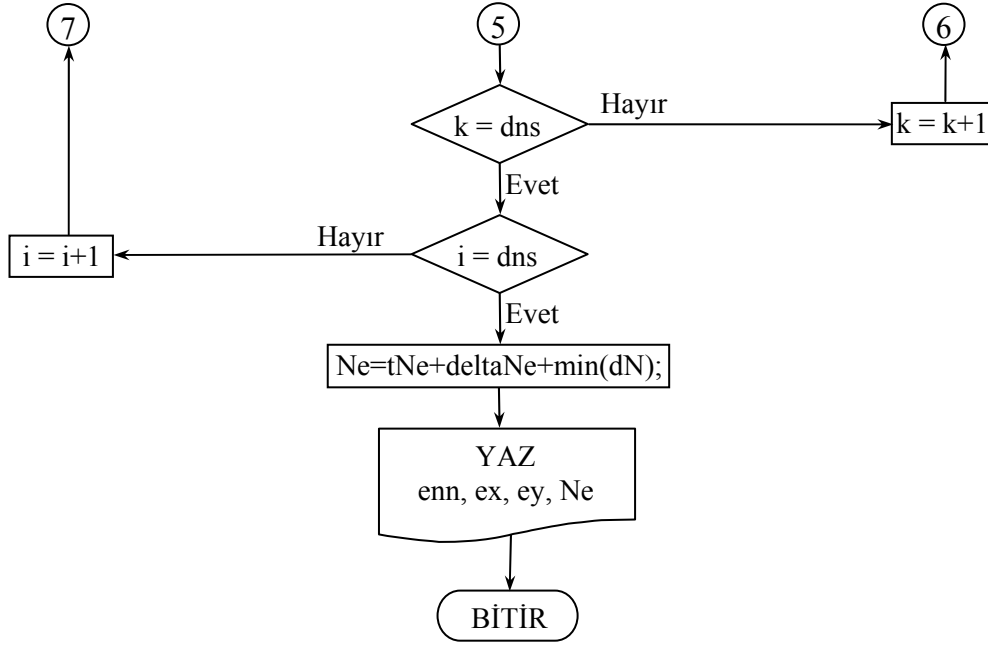
Ek Şekil 7'nin devamı



Ek Şekil 7'nin devamı



Ek Şekil 7'nin devamı



ÖZGEÇMİŞ

Kemal YURT, 1966 yılında Aksaray’da doğdu. İlk, orta ve lise tahsilini Aksaray’da tamamladı. 1985 yılında kazandığı SÜ Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümünden mezun olduktan sonra bir süre özel sektörde çalıştı. 1993 yılında NÜ Aksaray Mühendislik Fakültesinde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. 1994 yılında KTÜ Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümünde yüksek lisansa başladı. 1999 yılında doktora eğitimini yapmak üzere KTÜ Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümüne görevlendirildi. Halen bu görevine devam etmekte olup evli ve iki çocuk babasıdır.