

**DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN
ZAMANLA DEĞİŞEN DOĞRUSAL YÜZEY KULLANILARAK
KAYAN KIPLİ KONTROLÜ VE UYGULAMALARI**

Beyza GÖKBİLEN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HAZİRAN 2006
ANKARA**

Beyza GÖKBİLEN tarafından hazırlanan DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN ZAMANLA DEĞİŞEN DOĞRUSAL YÜZEY KULLANILARAK KAYAN KİPLİ KONTROLÜ VE UYGULAMALARI adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Y.Doç.Dr.Metin U. SALAMCI
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : Prof. Dr. Yaşar T. HONDUR

Üye : Prof. Dr. Yücel ERCAN

Üye : Prof. Dr. Yavuz YAMAN

Üye : Doç. Dr. Şefaaddin YÜKSEL

Üye : Yrd. Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

Tarih : 09/06/2006

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Beyza GÖKBİLEN

**DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN
ZAMANLA DEĞİŞEN DOĞRUSAL YÜZEY KULLANILARAK
KAYAN KIPLI KONTROLÜ VE UYGULAMALARI**
(Yüksek Lisans Tezi)

Beyza GÖKBİLEN

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
Haziran 2006

ÖZET

Bu çalışmada, bir grup doğrusal olmayan sistemin kontrolü için, zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak Kayan Kipli Kontrol yöntemi önerilmiştir.

Bu tezde sunulan metot, zamanla değişmeyen doğrusal sistemler için KKK yöntemi ve zamanla (veya parametre ile) değişen sistemlerin belli noktalarda dondurulması tekniğine dayanmaktadır. Doğrusal olmayan sistem her bir zaman aralığında dondurulmakta ve sistem matrisleri bu çalışma noktalarındaki değerlerle hesaplanmaktadır. Bu işlem sonucunda zamanla değişmeyen doğrusal sistem modeli elde edilmekte ve her bir zaman adımında standart KKK tasarım yöntemi uygulanmaktadır. Böylelikle kayma yüzeyinin tasarımı, bulunan her bir doğrusal sisteme ait doğrusal kayma yüzeylerinin birleştirilmesiyle oluşan ve eğimi zamanla değişen yüzeyin elde edilmesiyle başarılmış olur. Çalışmada, sistem kararlılığını sağlayacak kayma yüzeyi parametrelerinin bulunabilmesi için kök yerleştirme metodu ve optimum kayma yüzeyi tasarımı olmak üzere iki ayrı yöntem kullanılmıştır. Kayma yüzeyinin bulunmasından sonra sistemi kayma yüzeyine ulaştıracak ve kayma yüzeyi üzerinde kalmasını sağlayacak kontrolcünün tasarımı yapılmıştır.

Çalışmada doğrusal olmayan sistemlerin zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak Kayan Kipli Kontrolü yöntemi geliştirilmiş ve bu yöntem, bir evrik sarkaç ve bir füze modeline uygulanarak yöntemin başarısı gösterilmiştir. Doğrusal Zamanla Değişen Yüzey kullanılarak KKK Yöntemi, evrik sarkaç mekanizmasının denge konumuna getirilmesi, füze modelinin ise normal ivme takibi amacıyla kullanılmıştır.

Bilim Kodu : 914
Anahtar Kelimeler : Nonlinear Kontrol, Kayan Kipli Kontrol, Kayma yüzeyi Tasarımı, Ters Sarkaç Kontrolü, Füze Kontrolü
Sayfa Adedi : 180
Tez Yöneticisi :Yrd. Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

**SLIDING MODE CONTROL OF NONLINEAR SYSTEMS
USING LINEAR TIME VARYING SURFACES and APPLICATIONS**

(M.Sc. Thesis)

Beyza GÖKBİLEN

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

July 2006

ABSTRACT

In this study, sliding mode control method with linear time varying surfaces is proposed for the control of a class of nonlinear systems.

The idea presented in this thesis is based on the “freezing technique” and SMC design for linear time invariant (LTI) systems. The nonlinear system is frozen at each time step and system matrices are evaluated at these operating points. This process results in LTI systems and the Standard SMC design procedure is applied at each time step. Thus, sliding surface design is achieved by changing the slope of the linear sliding surface at each operating point yielding time varying surfaces. In this thesis, two different methods are used to determine the slope of the linear sliding surfaces which are pole placement and optimum sliding surfaces. After designing the sliding surface, the controller which forces the system to the sliding surface and maintain it on the sliding surface is designed.

The success of the proposed methods are shown by applying the methods to an inverted pendulum mechanism and a missile model. Sliding mode control with linear time varying surfaces is used to stabilize the inverted pendulum mechanism and to track a normal acceleration command for the missile model.

Science Code : 914

Key Words : Nonlinear Control, Sliding Mode Control, Design of Sliding Surface, Control of Inverted Pendulum, Missile Autopilot Design

Page Number: 180

Adviser : Assist.Prof.Dr. Metin U. SALAMCI

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca maddi, manevi desteğini esirgemeyen, değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, Hocam Metin U. SALAMCI' ya ve yardımlarından dolayı Arő. Gör. Tuncay KARAÇAY'a teőekkürü bir borç bilirim.

Maddi ve manevi destekleri için sevgili Anne ve Babama ve sağladığı imkanlardan dolayı Türkiye Cumhuriyeti Devleti'ne tüm içtenliğimle teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xix
1. GİRİŞ	1
2. KAYAN KIPLI KONTROL (KKK).....	6
2.1. Doğrusal Sistemler İçin KKK.....	7
2.1.1. Kayma yüzeyi tasarımı.....	7
2.1.2. Kontrolcü tasarımı.....	15
2.2. Doğrusal Olmayan Sistemler İçin KKK.....	17
3. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER İÇİN ZAMANLA DEĞİŞEN DOĞRUSAL YÜZEY KULLANILARAK KKK	19
3.1. Kayma Yüzeyi Tasarımı	22
3.1.1. Kök yerleştirme metodu	26
3.1.2. Optimum kayma yüzeyi tasarımı.....	27
3.2. Kontrolcü Tasarımı.....	30
4. UYGULAMA 1: TERS SARKAÇ MEKANİZMASI.....	32
4.1. Sistem Modeli.....	32
4.2. Sistemin Hareket Denklemleri.....	33
4.3. Sistemin Durum Denklemleri.....	37

Sayfa

4.4. Ters Sarkaç Mekanizmasına Önerilen Yöntemin Uygulanması.....	39
4.4.1. Kayma yüzeyinin bulunması.....	41
4.4.2. Kontrolcü tasarımı.....	44
4.5. Ters Sarkaç Mekanizmasına, Sabit Eğimli Yüzey Kullanılarak KKK Uygulanması	46
4.6. Simulasyon Sonuçları.....	50
4.6.1. Kök yerleştirme metodu ile simulasyon sonuçları	50
4.6.2. Optimum kontrol yöntemi ile simulasyon sonuçları.....	74
5. UYGULAMA 2: FÜZE MODELİ.....	98
5.1. Füze Modeli.....	98
5.2. Referans Normal İvme Takibi.....	101
5.2.1. Sistem modeli.....	101
5.2.2. Sisteme önerilen yöntemin uygulanması.....	103
5.2.3. Simulasyon sonuçları.....	111
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	119
KAYNAKLAR.....	127
EKLER.....	131
EK-1 Teorem.....	132
EK-2 Ters sarkaç mekanizması için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-ZDY).....	134
EK-3 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM-ZDY).....	136
EK-4 Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-SY).....	138
EK-5 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM-SY).....	141
EK-6 Ters sarkaç mekanizması için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu.....	143
EK-7 Ters sarkaç mekanizması için fonksyonları çalıştıran ve simulasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY).....	146

Sayfa

EK-8 Ters sarkaç mekanizması için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY-ZDY).....	150
EK-9 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY-ZDY).....	152
EK-10 Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY-SY).....	154
EK-11 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY-SY).....	157
EK-12 Ters sarkaç mekanizması için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY).....	159
EK-13 Füze modeli için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM).....	162
EK-14 Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM).....	164
EK-15 Füze modeli için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu	167
EK-16 Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM).....	169
EK-17 Füze modeli için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY).....	172
EK-18 Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY).....	174
EK-19 Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (OKY).....	177
ÖZGEÇMİŞ	180

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.1. Ters sarkaç mekanizması parametreleri.....	32
Çizelge 5.1. Füze modelinin yunuslama eksenine ait katsayıları.....	100
Çizelge 6.1. Kök yerleştirme metodu ile elde edilen sonuçlar.....	121
Çizelge 6.2. Optimum kontrol yöntemi ile elde edilen sonuçlar.....	124

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. İkinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi.....	6
Şekil 2.2. Zamanla değişen doğrusal kayma yüzeyi.....	18
Şekil 4.1. Ters sarkaç mekanizması.....	32
Şekil 4.2. Sarkaç hızı.....	34
Şekil 4.3. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,30,0]$ KYM).....	50
Şekil 4.4. Platformun hız değişimi.....	50
Şekil 4.5. Sarkacın açısal konum değişimi.....	51
Şekil 4.6. Sarkacın açısal hız değişimi.....	51
Şekil 4.7.Kayma yüzeyi değişimi.....	52
Şekil 4.8. Kontrol girişi değişimi.....	52
Şekil 4.9. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	53
Şekil 4.10. Kayma yüzey eğimleri (SY).....	53
Şekil 4.11. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,60,0]$ KYM).....	54
Şekil 4.12. Platformun hız değişimi.....	54
Şekil 4.13. Sarkacın açısal konum değişimi.....	55
Şekil 4.14. Sarkacın açısal hız değişimi.....	55
Şekil 4.15. Kayma yüzeyi değişimi.....	56
Şekil 4.16. Kontrol girişi değişimi.....	56
Şekil 4.17. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	57
Şekil4.18. Kayma yüzey eğimleri (SY).....	57
Şekil 4.19. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,70,0]$ KYM).....	58

Şekil	Sayfa
Şekil 4.20. Platformun hız değişimi.....	58
Şekil 4.21. Sarkacın açısal konum değişimi.....	59
Şekil 4.22. Sarkacın açısal hız değişimi.....	59
Şekil 4.23. Kayma yüzeyi değişimi.....	60
Şekil 4.24. Kontrol girişi değişimi.....	60
Şekil 4.25. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	61
Şekil4.26. Kayma yüzey eğimleri (SY).....	61
Şekil 4.27. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,85,0]$ KYM).....	62
Şekil 4.28. Platformun hız değişimi.....	62
Şekil 4.29. Sarkacın açısal konum değişimi.....	63
Şekil 4.30. Sarkacın açısal hız değişimi.....	63
Şekil 4.31. Kayma yüzeyi değişimi.....	64
Şekil 4.32. Kontrol girişi değişimi.....	64
Şekil 4.33. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	65
Şekil 4.34. Kayma yüzey eğimleri (ZDY) (0-5sn).....	65
Şekil 4.35. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,100,0]$ KYM).....	66
Şekil 4.36. Platformun hız değişimi.....	66
Şekil 4.37. Sarkacın açısal konum değişimi.....	67
Şekil 4.38. Sarkacın açısal hız değişimi.....	67
Şekil 4.39. Kayma yüzeyi değişimi.....	68
Şekil 4.40. Kontrol girişi değişimi.....	68
Şekil 4.41. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	69
Şekil 4.42. Kayma yüzey eğimleri (ZDY) (0-5sn).....	69

Şekil	Sayfa
Şekil 4.43. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,175,0]$ KYM).....	70
Şekil 4.44. Platformun hız değişimi.....	70
Şekil 4.45. Sarkacın açısal konum değişimi.....	71
Şekil 4.46. Sarkacın açısal hız değişimi.....	71
Şekil 4.47. Kayma yüzeyi değişimi.....	72
Şekil 4.48. Kontrol girişi değişimi.....	72
Şekil 4.49. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	73
Şekil 4.50. Kayma yüzey eğimleri (ZDY) (0-5sn).....	73
Şekil 4.51. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,30,0]$ OKY).....	74
Şekil 4.52. Platformun hız değişimi.....	74
Şekil 4.53. Sarkacın açısal konum değişimi.....	75
Şekil 4.54. Sarkacın açısal hız değişimi.....	75
Şekil 4.55. Kayma yüzeyi değişimi.....	76
Şekil 4.56. Kontrol girişi değişimi.....	76
Şekil 4.57. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	77
Şekil 4.58. Kayma yüzey eğimleri (SY).....	77
Şekil 4.59. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,60,0]$ OKY).....	78
Şekil 4.60. Platformun hız değişimi.....	78
Şekil 4.61. Sarkacın açısal konum değişimi.....	79
Şekil 4.62. Sarkacın açısal hız değişimi.....	79
Şekil 4.63. Kayma yüzeyi değişimi.....	80
Şekil 4.64. Kontrol girişi değişimi.....	80
Şekil 4.65. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	81

Şekil	Sayfa
Şekil4.66. Kayma yüzey eğimleri (SY).....	81
Şekil 4.67. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,73,0]$ OKY).....	82
Şekil 4.68. Platformun hız değişimi.....	82
Şekil 4.69. Sarkacın açısal konum değişimi.....	83
Şekil 4.70. Sarkacın açısal hız değişimi.....	83
Şekil 4.71. Kayma yüzeyi değişimi.....	84
Şekil 4.72. Kontrol girişi değişimi.....	84
Şekil 4.73. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	85
Şekil4.74. Kayma yüzey eğimleri (SY).....	85
Şekil 4.75. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,85,0]$ OKY).....	86
Şekil 4.76. Platformun hız değişimi.....	86
Şekil 4.77. Sarkacın açısal konum değişimi.....	87
Şekil 4.78. Sarkacın açısal hız değişimi.....	87
Şekil 4.79.Kayma yüzeyi değişimi.....	88
Şekil 4.80. Kontrol girişi değişimi.....	88
Şekil 4.81. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	89
Şekil 4.82. Kayma yüzey eğimleri (ZDY) (0-5sn).....	89
Şekil 4.83. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,100,0]$ OKY).....	90
Şekil 4.84. Platformun hız değişimi.....	90
Şekil 4.85. Sarkacın açısal konum değişimi.....	91
Şekil 4.86. Sarkacın açısal hız değişimi.....	91
Şekil 4.87. Kayma yüzeyi değişimi.....	92
Şekil 4.88. Kontrol girişi değişimi.....	92

Şekil	Sayfa
Şekil 4.89 Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	93
Şekil 4.90. Kayma yüzey eğimleri (ZDY) (0-5sn).....	93
Şekil 4.91. Platformun konum değişimi ($x_0=[0,0,175,0]$ OKY).....	94
Şekil 4.92. Platformun hız değişimi.....	94
Şekil 4.93. Sarkacın açısasal konum değişimi.....	95
Şekil 4.94. Sarkacın açısasal hız değişimi.....	95
Şekil 4.95. Kayma yüzeyi değişimi.....	96
Şekil 4.96. Kontrol girişi değişimi.....	96
Şekil 4.97. Kayma yüzey eğimleri (ZDY).....	97
Şekil 4.98. Kayma yüzey eğimleri (ZDY) (0-5sn).....	97
Şekil 5.1. Füze modeli.....	98
Şekil 5.2. Füzenin hücum açısı değişimi (KYM).....	111
Şekil 5.3. Füzenin yunuslama hızı değişimi.....	111
Şekil 5.4. Hata sinyali değişimi.....	112
Şekil 5.5. Füzenin referans-gerçek normal ivme değişimi.....	112
Şekil 5.6. Kayma yüzeyi değişimi.....	113
Şekil 5.7. Kontrol girişi değişimi.....	113
Şekil 5.8. Kayma yüzeyi eğimi (C1).....	114
Şekil 5.9. Kayma yüzeyi eğimi (C2).....	114
Şekil 5.10. Füzenin hücum açısı değişimi (OKY).....	115
Şekil 5.11. Füzenin yunuslama hızı değişimi.....	115
Şekil 5.12. Hata sinyali değişimi.....	116
Şekil 5.13. Füzenin referans-gerçek normal ivme değişimi.....	116

Şekil	Sayfa
Şekil 5.14. Kayma yüzeyi değişimi.....	117
Şekil 5.15. Kontrol girişi değişimi.....	117
Şekil 5.16. Kayma yüzeyi eğimi (C1).....	118
Şekil 5.17. Kayma yüzeyi eğimi (C2).....	118

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
$\sigma(x)$	Kayma yüzeyi
A	Doğrusal sistem matrisi
B	Doğrusal kontrol matrisi
A*	Koordinat dönüşümü yapılmış sistem matrisi
B*	Koordinat dönüşümü yapılmış kontrol matrisi
A_s	Doğrusallaştırılmış sistem matrisi
B_s	Doğrusallaştırılmış kontrol matrisi
C	Kayma yüzeyi eğim matrisi
u	Kontrol girişi
u_n	Nonlineer kontrol terimi
u_{eq}	Eşdeğer kontrol terimi
T	Koordinat dönüşüm matrisi
z	Dönüştürülmüş koordinatlar
M	Kontrol edilebilirlik matrisi
A_{red}	İndirgenmiş sistem matrisi
J	Kuadratik performans kriteri
Q	Simetrik, pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı bir matris
P	Simetrik, pozitif tanımlı bir matris
R	Simetrik, pozitif tanımlı bir matris
u^{op}	Optimum kontrol
k	Pozitif bir gerçel sayı
θ	Sarkaç konum açısı
m	Sarkaç kütlesi
l	Sarkaç uzunluğu

Simgeler	Açıklama
l	Sarkaç uzunluğu
b	Sürtünme katsayısı
g	Yerçekimi ivmesi
M	Platformun kütlesi
L	Lagrange fonsiyoneli
q_i	Genelleştirilmiş koordinatlar
Q_i	Genelleştirilmiş kuvvetler
v_M	Platformun hızı
v_m	Sarkacın hızı
α	Füze hücum açısı
q	Yunuslama hızı
δ_c	Kuyruk kumanda açısı
η	Gerçek normal ivme
η_c	Referans normal ivme
e	Hata
C_n,C_m	Aerodinamik katsayılar

Kısaltmalar	Açıklama
KKK	Kayan kipli kontrol
KYM	Kök yerleştirme metodu
OKY	Optimum kontrol yöntemi
ZDY	Zamanla değişen yüzey
SY	Sabit yüzey

1. GİRİŞ

Otomatik kontrol yöntemleri analiz ve tasarım bakımından klasik kontrol ve modern kontrol olmak üzere iki ana başlık altında incelenebilirler.

Klasik kontrol teorisi Laplace veya Fourier transformasyonları ile elde edilen sistem girişi ve çıkışı arasındaki ilişkiyi esas alırken, modern kontrol teorisi adi diferansiyel denklemleri model alır. Klasik kontrol teorisinde sadece doğrusal sistemlerin kontrolü yapılabilir, kontrolde tek giriş ve tek çıkış vardır, sistemin iç dinamiği ihmal edilir ve frekans tanım bölgesinde çalışılır. Modern kontrol teorisinde ise hem doğrusal hem de doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü mümkündür, birden fazla giriş ve çıkış söz konusu olabilir, tüm iç dinamikler hesaba katılır ve zaman tanım bölgesinde çalışılır.

Değişken Yapılı Kontrol (Variable Structure Control), modern kontrol yöntemlerinden biri olup, sistemin durum değişkenlerinin geri beslenmesine ek olarak kontrolcü yapısının da kontrol işlemi sırasında değiştirilmesine dayanır [1].

Değişken yapılı kontrol sistemleri teorisi 1960'lı yılların başında Emelyonov ve Barbashin tarafından Rusya'da geliştirilmiştir. Geliştirilen teorinin Rusya dışında öğrenilmesi 1976 yılında Itkis'in kitabının ve 1977 yılında Utkin'in araştırmasının (IEEE Transactions on Automatic Control) İngilizce olarak yayınlanması ile olmuştur. Utkin, yaptığı çalışmada değişken yapılı sistemler ve Kayan Kipli Kontrol yöntemini teorik olarak anlatmış ve o güne kadar Rusya'da konu üzerine yapılan çalışmaları belirten bir literatür taraması sunmuştur. Utkin'in ilk kitabı İngilizce olarak 1978 tarihinde yayınlanmış ve bu tarihten itibaren değişken yapılı kontrol sistemleri ve Kayan Kipli Kontrol (KKK) kavramı gürbüz regülatörlerin, model-referans sistemlerinin, adaptif çevrimlerin, izleme sistemlerinin, durum gözlemcilerinin ve hata saptama çevrimlerinin tasarımında kullanılmıştır. Kavram, otomatik uçuş sistemlerinin, elektrik motorlarının, kimyasal süreçlerin, helikopterlerin, uzay sistemlerinin ve robotların kontrolünde başarıyla uygulamaya geçirilmiştir [2,3,4].

Aşağıda son üç yıl içerisinde KKK yöntemi ile ilgili yapılan çalışmalardan örnekler sunulmuştur.

Al-Yahmadi ark. çalışmalarında esnek bir kol ve kolu uçlarından kavrayan, iki manipulatörden oluşan bir sistemi model almışlardır. Esnek kolun istenilen yörüngeyi, sistemin hareketi sırasında ortaya çıkan titreşimleri bertaraf ederek takibini sağlamak amacıyla KKK yöntemini kullanmışlardır [5].

Almutairi ve ark. çalışmalarında iki birleşik kaptan oluşan bir sistemde sıvı seviyesini kontrol amacıyla KKK yöntemini uygulamışlardır. Teorik ve deneysel çalışma sonuçları, yöntemin başarısını ve yöntemin parametre değişimlerine ve bozuculara karşı gürbüzlüğünü göstermiştir. Ayrıca çalışmalarında, seçilen sistem için KKK yöntemi ile klasik PI kontrol yöntemini karşılaştırmış ve KKK yönteminin daha başarılı sonuçlar ortaya çıkardığını göstermişlerdir [6].

Park ve ark. çalışmalarında, klasik hidrolik fren sistemlerinden daha yüksek performansa sahip bir MRB (Magnetorheological Brake) fren sistemi tasarlamayı amaçlamışlardır. MR sıvısına batırılmış ve bir elektromagnet tarafından kaplanmış iki dönen diskten meydana gelen ve elektromagnete uygulanan akımın değiştirilmesiyle fren torkunun kontrolünü gerçekleştiren sistemlerinin, optimum teker kayma kontrolünü sağlaması için KKK yöntemini kullanmışlardır [7].

Jang ve ark. esnek rotorlu bir aktif manyetik rulmanın (Active Magnetic Bearing, AMB) kontrolü üzerinde çalışmışlardır. AMB sisteminin nonlinear etkilerini kompanse etmek amacıyla KKK yöntemini uygulamışlardır. Doğrusal olmayan sistem modelini, esnek rotorun dinamiğini, nonlinear elektromanyetik suspanse edilmiş sistemin karakteristiğini ve aksinel rulman ile esnek şaft arasındaki sabit kuvveti hesaba alarak oluşturmuşlardır. Çalışmada bozucular ve sistem parametre değişimleri söz konusu olduğunda, sistemin otomatik merkezleme kontrolünü de incelemişlerdir. Kontrol işlemi için KKK yöntemi kullanıldığında sistemin periyodik hareket sergilediğini, yüksek netlik ve gürbüzlük sağladığını elde ettikleri sonuçlarla göstermişlerdir [8].

Eyabi ve ark. çalışmalarında bir elektromanyetik valf eyleyicinin (actuator) kontrolü üzerinde çalışmışlardır. Enerji sarfiyatını en aza indirmek ve yerleşme hızını düşürmek suretiyle eyleyici yorulma ömrünü uzatmak ve darbe gürültüsünü azaltmak amacıyla KKK yöntemini uygulamışlardır. Sensör kullanılmayan kontrol sisteminde KKK yöntemi kullanıldığında yöntemin başarısı teorik ve deneysel sonuçlarla gösterilmiştir [9].

Choi ve ark. bir hidrolik silindir sisteminin pozisyon kontrolü amacıyla piezo-eyleyici ile çalışan bir hidrolik pompa (piezo pompa) tasarımı üzerinde çalışmışlardır. Silindirin yüksek netlikle pozisyon kontrolü için KKK yöntemini kullanmışlardır. Sonuçlar yöntemin regülatör ve izleme kontrolü performanslarının yüksekliğini ortaya koymuştur [10].

Khan ve Spurgeon çalışmalarında birden fazla giriş ve çıkışlı sistemlerin kontrolüne örnek olarak, birbirine bağlı ikiz tankları model almış ve yeni bir ikinci derece KKK yöntemi önermişlerdir. Yöntem kayma yüzeyinin türevinin alınması ve gözlemci veya dedektör kullanımı ihtiyacını ortadan kaldırmaktadır [11].

Ashari, çalışmasında, KKK tekniğini bozucuları bertaraf etmek amacıyla bir aktif süspansiyon sistemine uygulamıştır. Çok değişkenli sistemler için kullanılan bir KKK yapısı olan birim vektör uygulamasını kullandığı çalışmasını bir yarım araç modeli üzerinde denemiştir. Model, süspansiyon tarafından karşılanan aşağı-yukarı salınım hareketi ve araç baş vurma hareketini ve süspansiyonun aşağı yukarı hareketini dikkate alarak oluşturulmuştur. Araç yükünün etkisini de göz önüne almak amacıyla çalışmasında araç yükünü ve araç ağırlık merkezini değiştirerek denemeler yapmıştır. Sonuçlar, KKK yöntemi uygulanan sistemin bozuculara ve parametre değişimlerine karşı gürbüzlüğüne ortaya koymuştur. KKK uygulanan aktif süspansiyon, pasif süspansiyon ve H_∞ Kontrol ile kıyaslanmış, hem dikey hareket, hem de baş vurma hareketi için daha iyi sonuçlara ulaşılmıştır [12].

İtik ve Salamcı çalışmalarında, KKK kullanarak esnek bir kirişin aktif titreşim kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest bir alüminyum

kiriş model almış ve bu esnek yapının ilk iki ve üç modunun titreşimini sönümlemek için KKK tasarlamışlardır. Sisteme belirsizlik içeren ve içermeyen iki durum için kontrol uygulandığında KKK tekniğinin her iki durum için de başarılı sonuçlar ortaya çıkardığını göstermişlerdir [13,14].

Değişken yapıli kontrol yönteminin özel bir türü olan KKK yönteminin amacı, kontrol edilecek sistemi, kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir yüzeye yönlendirmek ve sistemi bu yüzey üzerinde tutarak denge noktasına yönelmesini sağlamaktır. Yöntem, sistemi denge noktasına ulaştıracak kayma yüzeyinin bulunması ve sistemi bu yüzeye ulaştıracak ve bu yüzey üzerinde tutacak kontrol girişinin tasarlanması olarak iki aşamadan oluşur [4,15].

Kayma yüzeyinin tasarlanabilmesi için genellikle sistem, uygun koordinat dönüşümü ile kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılır. Kontrol girişinin olmadığı alt sistemi kararlı yapacak şekilde kayma yüzey parametrelerinin belirlenmesi ile kayma yüzeyi tasarımı gerçekleştirilir. Kontrol girişinin olduğu alt sistem kullanılarak kontrol girişi tasarlanır ve bu kontrol girişinin uygulanmasıyla sistem kendini denge noktasına ulaştıracak kayma yüzeyi üzerinde davranmaya zorlanır, böylelikle yüzey davranışları, sistem davranışını belirler [4,15].

Sistemin kontrol girişinin bulunduğu ve bulunmadığı iki alt sisteme ayrılmasında kullanılacak uygun koordinat dönüşüm matrisi doğrusal sistemler için belirlenebilse de, doğrusal olmayan sistemler için böyle bir dönüşüm matrisi her zaman bulunamayabilmekte, böyle bir dönüşüm matrisi bulunsa bile, kontrol girişini içermeyen alt sistemin kararlılığını sağlayacak yüzey parametreleri kolayca elde edilemeyebilmektedir [16,17,18].

Doğrusal olmayan sistemler için koordinat dönüşüm matrisinin bulunmasındaki ve yüzey parametrelerinin saptanmasındaki bahsedilen problemten kaçınmak amacıyla, doğrusal olmayan sistemin doğrusallaştırılması yöntemi teorik olarak sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak bu yöntem yaklaşık sonuçlar elde edilmesini sağlayabilse bile gerçek sonuçları birebir veremez.

Belirtilen sebepler, doğrusal olmayan sistemler için uygun bir doğrusal olmayan kontrol yönteminin tasarlanması ihtiyacını ortaya çıkarır.

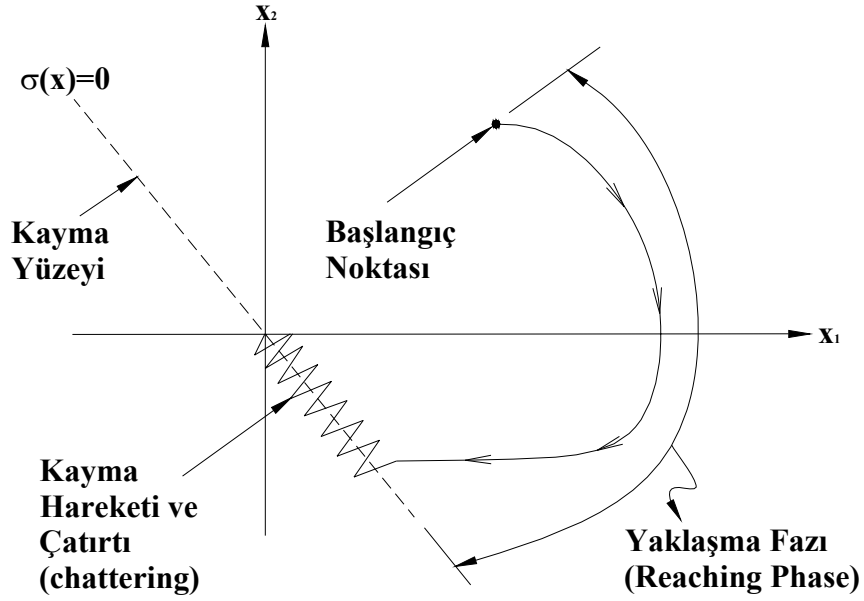
Bu çalışmada bir grup doğrusal olmayan sistem için değişen yüzey eğimleri kullanılarak KKK yöntemi önerilmiştir. Yöntem, sistemin seçilen her bir zaman aralığında dondurularak, bu noktadaki durum değişkenlerince değerlendirilmesiyle ardışık doğrusal sistemlerin elde edilmesi esasına dayanır. Elde edilen her bir doğrusal sistem için kayma yüzey parametreleri belirlenir. Doğrusal sistemler için belirlenen kayma yüzeyleri de doğrusal olacaktır. Daha sonra belirlenen tüm kayma yüzeylerinin birleştirilmesi ile, doğrusal olmayan sistem için, doğrusal zamanla eğimi değişen kayma yüzeyi belirlenmiş olur. Kontrolcü tasarımı ise kontrol uygulanan alt sistemin denklemi kullanılarak elde edilir [19].

Bu çalışmanın ikinci bölümünde KKK yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan sistemler için teorik olarak anlatılmış, üçüncü bölümde değişen yüzey eğimleri kullanılarak KKK yönteminin teorik alt yapısı açıklanmış, dördüncü bölümde önerilen yöntem bir ters sarkaç modeline uygulanarak simülasyon sonuçları elde edilmiş, beşinci bölümde yöntem, bir füze modeline uygulanarak simülasyon sonuçlarına ulaşılmıştır. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

2. KAYAN KIPLİ KONTROL

Kayan Kipli Kontrol (KKK), Modern Kontrol yöntemlerinden biri olan Değişken Yapılı Kontrol yönteminin özel bir türüdür.

Kayan Kipli Kontrol yönteminin amacı, kontrol edilecek sistemi, kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir yüzeye yönlendirmek ve sistemi bu yüzey üzerinde tutarak denge noktasına yönelmesini sağlamaktır. Şekil 2.1’de ikinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi görülmektedir. Sistemin faz düzlemi grafiğinde, başlangıç noktasından kayma yüzeyine kadar olan bölüme yaklaşma fazı (reaching phase) adı verilir. Sistemin kayma yüzeyine ulaştığı andan, denge noktasına kadar olan hareketi ise kayma hareketi olarak tanımlanır.



Şekil 2.1. İkinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi

Kayan Kipli Kontrol yönteminin uygulanmasında temel olarak iki adım mevcuttur.

- i) Sistemi denge noktasına ulaştıracak ve $\sigma(x)=0$ ile tanımlanan bir kayma yüzeyinin bulunması

ii) Sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek ve bu yüzey üzerinde kalmasını sağlayacak kontrolcünün tasarlanması.

Kayma yüzeyinin ve kontrolcünün tasarlanabilmesi için öncelikle uygun bir koordinat dönüşüm matrisi seçilerek sistem, kontrol teriminin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılır. Kayma yüzeyi, kontrol teriminin olmadığı alt sistemi kararlı yapacak şekilde tasarlanır [2,3].

Kontrolcü tasarımı ise sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek kontrol terimi ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi olmak üzere iki kısımdan oluşur. Kayma yüzeyine yönlendirmeyi sağlayan kontrol terimi, eşdeğer kontrol (u_{eq}), kontrolcünün düşük frekans kısmını, kayma yüzeyi üzerinde tutulmasını sağlayan kontrol terimi (u_n) ise kontrolcünün yüksek frekans kısmını oluşturur.

Sistem kayma yüzeyi üzerine ulaştıktan sonra, sistemin davranışları yüzey davranışları ile ifade edilebilmektedir.

2.1. Doğrusal Sistemler İçin KKK

2.1.1. Kayma yüzeyi tasarımı

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.1)$$

Burada $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $x \in R^n$, $u \in R^m$ olarak tanımlıdır.

Eş. 2.1 ile verilen doğrusal bir sistem ele alınırsa, sistemin kayma yüzeyi $(n - m)$ boyutlu doğrusal bir yüzey olacaktır.

Kayma yüzeyi

$$\sigma(x) = Cx = 0 \quad (2.2)$$

eşitliği ile tanımlıdır. Burada $C \in R^{m \times n}$ yüzey eğim matrisidir ve sistemin kararlı davranışını sağlayacak şekilde seçilir.

Kayma yüzeyi $\sigma(x)$ aşağıdaki şartları sağlayan genelleştirilmiş bir Lyapunov fonksiyonudur.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x) < 0 \text{ için } \sigma(x) > 0 \\ \dot{\sigma}(x) > 0 \text{ için } \sigma(x) < 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Kayma yüzeyi eğim matrisinin oluşturulabilmesi için Eş. 2.1 ile verilen sistem, uygun koordinat dönüşüm matrisinin (T) yardımı ile kontrol girişinin olmadığı ($n-m$) boyutlu ve kontrol girişinin bulunduğu (m) boyutlu iki alt sisteme dönüştürülür.

$\dot{x} = Ax + Bu$ eşitliğinde

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \quad x \in R^n \text{ ve } u \in R^m \quad (2.4)$$

ise sistem koordinat dönüşümü ile kontrol girişinin olduğu ve olmadığı alt sistemlere ayrılırsa;

kontrol girişinin olmadığı alt sistem ($n-m$) denklem ile,

kontrol girişinin olduğu alt sistem ise (m) denklem ile ifade edilebilir.

$\dot{x} = Ax + Bu$ sistemine $z = Tx$ koordinat dönüşümü uygulanırsa,

$$z = Tx$$

$$\begin{aligned} \dot{z} &= T \dot{x} \\ &= T(Ax + Bu) \\ &= TAx + TBu \\ &= TAT^{-1}z + TBu \\ \dot{z} &= TAT^{-1}z + TBu \end{aligned} \tag{2.5}$$

bulunur.

Burada $TAT^{-1} = A^*$ ve $TB = B^*$ şeklinde ifade edilirse

$$\dot{z} = A^*z + B^*u \tag{2.6}$$

eşitliği elde edilir.

$$\dot{z}_2 = A^*_{11}z_1 + A^*_{12}z_2 \tag{2.7.a}$$

$$\dot{z}_2 = A^*_{21}z_1 + A^*_{22}z_2 + B^*u \tag{2.7.b}$$

Eş. 2.7.a ile kontrol girişinin olmadığı alt sistem ve Eş. 2.7.b ile kontrol girişinin bulunduğu alt sistemler elde edilmiş olur.

Burada

$$A^*_{11} \in R^{(n-m) \times (n-m)}, A^*_{12} \in R^{(n-m) \times (m)}, A^*_{21} \in R^{(m) \times (n-m)}, A^*_{22} \in R^{(m) \times (m)}, B^* \in R^{(n-m) \times (m)}$$

ve $z_1 \in R^{(n-m)}, z_2 \in R^{(m)}, u \in R^m$

olarak tanımlıdır.

$z = Tx$ koordinat dönüşümünde (T) koordinat dönüşüm matrisinin aşağıdaki şartları sağlaması gerekir.

1) Eş. 2.1 ile tanımlı bir doğrusal sistem için seçilecek koordinat dönüşüm matrisi $T \in R^{n \times n}$, sistemi Eş. 2.7.a ve Eş. 2.7.b de belirtildiği biçimde, kontrol girişinin bulunmadığı $(n - m)$ boyutlu ve kontrol girişinin bulunduğu (m) boyutlu iki alt sisteme ayırabilecek şekilde seçilmelidir.

2) Koordinat dönüşüm matrisi tersi alınabilir bir matris olmalıdır, yani

$$\det T \neq 0 \quad (2.8)$$

Transformasyon matrisi bu iki şartı sağlayan tekil olmayan bir matristir.

Koordinat dönüşüm matrisi yukarıda belirtilen şartları sağlayacak biçimde bulunabileceği gibi, eğer $u \in R^l$ ise kontrol edilebilirlik matrisinin kullanıldığı özel bir yöntemle de elde edilebilir [20].

$$T = (MW)^{-1} \quad (2.9)$$

$$M = [B : AB : \dots : A^{n-1}B] \quad (2.10)$$

$$W = \begin{bmatrix} p_{n-1} & p_{n-2} & \dots & p_1 & 1 \\ p_{n-2} & p_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Burada M matrisi, Eş. 2.10 ile bulunan kontrol edilebilirlik matrisidir.

Eğer bir sistem herhangi bir başlangıç noktası $x(t_0)$ 'dan, herhangi bir son durum $x(t_f)$ 'ye uygun bir kontrol girişi $u(t)$ 'yi $t_0 \leq t \leq t_f$ için uygulayarak getirebilirse, bu sistem “kontrol edilebilir”dir denir [20].

M kontrol edilebilirlik matrisi $x \in R^n$ ve $u \in R^m$ için $(n \times nm)$ boyutlu olup, eğer M matrisinin rankı (n) 'den (sistemin eşitlik sayısından) az değilse, sistem kontrol edilebilirdir denir. Eğer rank (n) 'den küçükse, rank kontrol edilebilir durum değişkenlerinin sayısını verir [20] .

Eş. 2.11 deki W matrisi ise A matrisinin karakteristik polinomunun katsayılarından oluşmaktadır. n 'inci mertebe bir sistem için karakteristik polinom

$$s^n + p_{n-1}s^{n-1} + p_{n-2}s^{n-2} + \dots + p_1s + p_0 \quad (2.12)$$

şeklinde ifade edilir.

Koordinat dönüşüm matrisinin bulunması ve $z = Tx$ koordinat dönüşümünün uygulanması ile sistemin Eş. 2.7.a ve Eş. 2.7.b ile ifade edilen alt sistemlere ayrılmasından sonra kayma yüzey tasarımı gerçekleştirilebilir.

$$\sigma(z) = Cz \quad (2.13)$$

$$\sigma(z) = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = 0$$

Burada $C_1 \in R^{l \times (n-m)}$, $C_2 \in R^l$ şeklinde tanımlı olup $C_1 \neq 0, C_2 \neq 0$

$$\sigma(z) = C_1 z_1 + C_2 z_2 = 0$$

$$z_2 = -C_2^{-1} C_1 z_1 \quad (2.14)$$

Bulunan, Eş. 2.7.a' da yerine konulursa aşağıdaki indirgenmiş sistem (reduced order system) elde edilir.

$$\dot{z}_1 = \underbrace{\left[A^*_{11} - A^*_{12} C_2^{-1} C_1 \right]}_{A_{red}} z_1 \quad (2.15)$$

Daha açık bir gösterimle, Eş. 2.1 ile tanımlanan sistemde $u \in R^l$ ise ve

$$A^* = \begin{bmatrix} a^*_{11} & a^*_{12} & \cdots & a^*_{1n} \\ a^*_{21} & a^*_{22} & \cdots & a^*_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a^*_{n1} & a^*_{n2} & \cdots & a^*_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b^* \end{bmatrix}$$

olarak gösterilir, $z_1 \in R^{(n-1)}$, $z_2 \in R^{(1)}$ olarak tanımlanırsa, sistemin kontrol uygulanmamış alt sisteminin

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{11} & a^*_{12} & \cdots & a^*_{1(n-1)} \\ a^*_{21} & a^*_{22} & \cdots & a^*_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a^*_{(n-1)1} & a^*_{(n-1)2} & \cdots & a^*_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}}_{A^*_{11}} [z_1] + \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{1n} \\ a^*_{2n} \\ \vdots \\ a^*_{(n-1)n} \end{bmatrix}}_{A^*_{12}} z_2 \quad (2.16)$$

biçiminde ifadesi mümkündür.

Tasarım işlemleri bu aşamaya getirildikten sonra, kayma yüzeyi parametrelerinin tespiti bu çalışmada iki ayrı yöntemle gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemler

- Kök yerleştirme metodu
- Optimum kontrol yöntemi (Riccati denklemi)' dir.

Kök yerleştirme metodu

Eş. 2.1 ile tanımlanan sistem, Eş. 2.15 ile ifade edilen indirgenmiş sisteme dönüştürüldükten sonra, kayma yüzeyi parametrelerinin bulunabilmesi için, indirgenmiş sistemin kararlı davranışını sağlamak yeterlidir.

$$\dot{z}_1 = \underbrace{\left[A_{11}^* - A_{12}^* C_2^{-1} C_1 \right]}_{A_{red}} z_1$$

İndirgenmiş sistemin kararlı davranış göstermesi için , sistemin karakteristik denklemindeki özdeğerlerin gerçekte kısımlarının negatif olması gerekir.

$$|\lambda I - A_{red}| = 0 \quad (2.17)$$

C yüzey eğim matrisi, sistemin $(n-m)$ özdeğerlerinin nerede olması istenildiğine göre bulunur.

Başka bir ifade ile,

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1(n-1)}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2(n-1)}^* \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{(n-1)1}^* & a_{(n-1)2}^* & \cdots & a_{(n-1)(n-1)}^* \end{bmatrix}}_{A_{11}^*} [z_1] + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1n}^* \\ a_{2n}^* \\ \vdots \\ a_{(n-1)n}^* \end{bmatrix}}_{A_{12}^*} z_2$$

eşitliğindeki z_2 terimi, bir $u = -Kz$ kontrol girişi gibi düşünülür ve kayma yüzeyi eğimleri, Eş. 2.16 daki sistem için kararlılık sağlayacak kazanç katsayıları gibi değerlendirilir [19].

Tek girişli ve n ' inci mertebeye bir sistem için $(n-1)$ adet kayma yüzey parametresi bulunur.

Optimum kayma yüzeyi tasarımı

Doğrusal zamanla değişen sistemler için optimum kontrol, aşağıda tanımlanan kuadratik performans kriterini minimum yapacak şekilde tasarlanır [21].

$$J = \int_0^{t_f} [x^T Q x + u^T P u] dt \quad t_f \leq \infty \quad (2.18)$$

Burada,

Q ve P matrisleri simetrik, Q matrisi pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı, P matrisi ise mutlaka pozitif tanımlı olarak seçilir.

Aşağıda belirtilen Riccati denkleminde R matrisi (simetrik, pozitif tanımlı) elde edildikten sonra

$$\dot{R} + RA + A^T R - RBP^{-1}B^T R + Q = 0 \quad (2.19)$$

optimum kontrol,

$$u^{op} = -\underbrace{P^{-1}B^T R}_{K^T} x \quad (2.20)$$

$$K^T = P^{-1}B^T R \quad (2.21)$$

$$u^{op} = -K^T x \quad (2.22)$$

eşitliği ile bulunur.

Kayma hareketinin optimum olduğu kayma yüzeyi denkleminin elde edilmesi için ise, Eş. 2.18 deki kontrol teriminin ihmal edilmesiyle elde edilen

$$J = \int_{t_s}^{t_f} x^T Q x \, dt \quad Q(t) \geq 0 \quad (2.23)$$

fonksiyonu minimize edilmeye çalışılır. Kontrol teriminin dahil edilmemesinin sebebi, kayan kipli hareketin kontrolden bağımsız olarak gerçekleşmesidir.

Optimum kayma yüzeyi tasarımı Bölüm 3’de ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.1.2. Kontrolcü tasarımı

Kayan Kipli Kontrol yönteminin uygulanmasında, kayma yüzeyi tasarımı olan birinci adım gerçekleştirildikten sonra ikinci adım olan kontrolcü tasarımına geçilebilir.

Kontrolcü tasarımı sistemi kontrol yüzeyi üzerine getirecek kontrol girişi ve sistemi kontrol yüzeyi üzerinde tutacak kontrol girişi olmak üzere iki kısımdan oluşur.

Sistemin kayma yüzeyi üzerinde kalmasını sağlayan kontrol girişi “eşdeğer kontrol” (u_{eq}) olarak adlandırılır ve kayma yüzey dekleminin türevi alınarak elde edilir.

Koordinat transformasyonundan sonra bulunan, Eş. 2.6, Eş. 2.7.a ve Eş. 2.7.b ile ifade edilen sistem için,

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A^* z + B^* u \\ \dot{z}_1 &= A^*_{11} z_1 + A^*_{12} z_2 \\ \dot{z}_2 &= A^*_{21} z_1 + A^*_{22} z_2 + b^* u \end{aligned}$$

Eş. 2.14 ile ifade edilen kayma yüzeyi denkleminde $C_1 = I$ kabul edilir ve denklemin türevi alınırsa,

$$\dot{\sigma}(z) = \dot{z}_2 + C_1 \dot{z}_1 = 0 \quad (2.24)$$

eşitliği elde edilir. Eş. 2.7.a ve Eş. 2.7.b de görülen \dot{z}_1, \dot{z}_2 değerleri yerine konulursa,

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}(z) &= C_1 \dot{z}_1 + \dot{z}_2 = 0 \\ &= C_1(A^*_{11}z_1 + A^*_{12}z_2) + A^*_{21}z_1 + A^*_{22}z_2 + b^* u_{eq}\end{aligned}\quad (2.25)$$

Eşitlik düzenlenirse

$$\dot{\sigma}(z) = (C_1 A^*_{11} + A^*_{21})z_1 + (C_1 A^*_{12} + A^*_{22})z_2 + b^* u_{eq}\quad (2.26)$$

Eş. 2.26' dan u_{eq} aşağıdaki şekilde bulunur

$$u_{eq} = -\frac{1}{b^*} [(C_1 A^*_{11} + A^*_{21})z_1 + (C_1 A^*_{12} + A^*_{22})z_2]\quad (2.27)$$

Eş. 2.27 ile eşdeğer kontrol terimi bulunmuş olur.

Eşdeğer Kontrol u_{eq} , kontrolcünün düşük frekans kısmını oluşturur ve sistemi kayma yüzeyi üzerine yönlendirir.

Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrol girişi ise

$$u_n = -k \cdot \text{sign}(\sigma(z))\quad (2.28)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $k \in R$. k büyüdükçe sistemin kayma yüzeyine ulaşma hızı artar ancak k değerinin fazla büyümesi sistemde Şekil 2.1'de görünen çattırtı genliğini artırır. k değerinin seçimi bu iki husus göz önüne alınarak yapılmalıdır.

u_n kontrolcünün yüksek frekans kısmını oluşturur.

Toplam kontrol ise

$$u = u_{eq} - k \cdot \text{sign}(\sigma(z)) \quad (2.29)$$

şeklinde ifade edilir.

Kayma düzlemi $\sigma(z)$ ve kontrol girişi u , dönüştürülmüş koordinat sisteminde (z) bulunduktan sonra, ters koordinat dönüşüm uygulanarak (x) koordinat sistemine çevrilmelidir.

2.2. Doğrusal Olmayan Sistemler İçin KKK

Eğer f fonksiyonu tam olarak doğrusal bir fonksiyon ise aşağıdaki şartları sağlamak zorundadır. Fonksiyonun $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_1(t)+u_2(t)$, $\alpha u(t)$ girişleri ile çalıştığı kabul edilirse ve α skaler bir çarpansa,

$$i) f(u_1(t)) + f(u_2(t)) = f(u_1(t) + u_2(t)) \quad (2.30)$$

$$ii) f(\alpha u_1(t)) = \alpha f(u_1(t))$$

Yukarıda belirtilen giriş çıkış karakteristiğine uymayan herhangi bir sistem doğrusal olmayan sistem olarak değerlendirilir [22].

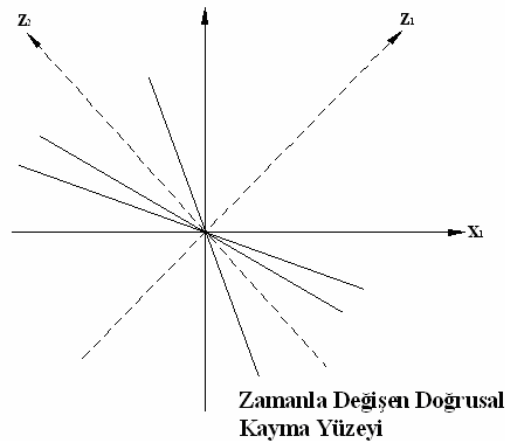
Teorik çalışmalarda doğrusal sistemlere geniş yer verilse de, mühendislik uygulamalarının çoğunluğunu doğrusal olmayan sistemler oluşturmaktadır.

Doğrusal Olmayan Sistemlerin kontrolünde çoğu zaman sistem denklemlerinin doğrusallaştırılması yöntemine başvurulsa da, bu yöntem gerçekte elde edilmesi gereken sonuçlara ancak yakın sonuçlar elde edilmesini sağlar, fakat birebir sonuçları veremezler. Bu sebeple Doğrusal Olmayan Sistemlerin kontrolü farklı bir çalışma alanı oluşturur.

Kayan Kipli Kontrol yöntemi doğrusal sistemlere uygulanırken, sistem önce koordinat dönüşümü ile kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılır. Ancak doğrusal olmayan sistemlere KKK uygulanmak istendiğinde, sistemi istenilen iki alt sisteme ayıracak olan koordinat dönüşümü her zaman kolaylıkla bulunamamaktadır. Bu dönüşüm bulunsu bile, kontrol uygulanmamış sistemin kararlılığını sağlayacak yüzey parametreleri kolayca belirlenemeyebilmektedir [16-18].

Kayan Kipli Kontrol Yöntemi uygulanırken, tasarlanan kayma yüzeyi doğrusal sistemler için doğrusal bir denkleme sahiptir. Ancak Doğrusal Olmayan Sistemlerin KKK uygulamasında tasarlanan kayma yüzeyi sadece denge noktasına çok yakın bölgede doğrusal özellik gösterirken, diğer kısımlarda genel olarak doğrusal değildir. Bu çalışmada bir grup Doğrusal Olmayan Sistemlerin KKK için zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak tasarım yöntemi önerilmiştir.

Zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak doğrusal olmayan sistemler için KKK tasarımında temel yöntem, doğrusal olmayan sistemin her bir zaman aralığında dondurularak, o noktadaki durum değişkenlerince değerlendirilmesiyle, ardışık, zamanla değişmeyen doğrusal sistemlerin elde edilmesidir. Bulunan her bir doğrusal sistem için, Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, sabit eğimli doğrusal yüzey tasarlanmakta, bu yüzeyler bir araya getirildiğinde doğrusal olmayan sistem için istenen doğrusal olmayan yüzey elde edilmektedir.



Şekil 2.2. Zamanla değişen doğrusal kayma yüzeyi

3. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER İÇİN ZAMANLA DEĞİŞEN DOĞRUSAL YÜZEY KULLANILARAK KKK

Doğrusal Olmayan Sistemlerin zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak KKK, kontrol uygulanacak doğrusal olmayan sistemin her bir zaman aralığında dondurulması ve o noktadaki durum değişkenleri ile değerlendirilmesiyle ardışık doğrusal sistemlerin elde edilmesi esasına dayanır. Bulunan her bir doğrusal sistem için sabit eğimli kayma yüzeyi tasarımı yapılır ve bu yüzeyler birleştirildiğinde doğrusal, eğimi zamanla değişen bir yüzey meydana getirir. Bu çalışmada ele alınan sistemlerin aşağıdaki denklem ile tanımlandığı varsayılmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(x)u \\ x_0 &= x(0) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Burada $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A(x) \in R^{n \times n}$ ve $B(x) \in R^{n \times m}$ şeklinde tanımlıdır.

Eş. 3.1 ile ifade edilen doğrusal olmayan tek girişli bir sistemi ele alalım. Verilen sistem herbir $t = t_1, t = t_2, t = t_3, \dots$ anında dondurulur ve bu noktalardaki durum değişkenlerince değerlendirilirse $x = x(t_1) = x_1, x = x(t_2) = x_2, x = x(t_3) = x_3, \dots$ ardışık zamanla değişmeyen doğrusal sistemler elde edilir. Elde edilen ardışık sistemlerin kararlılığının sağlanması ile, Eş. 3.1 ile tanımlı doğrusal olmayan sistemin de kararlılığı sağlanmış olacaktır [23]. Yöntem, aşağıda açıklanmıştır [24].

Eş. 3.1 ile ifade edilen doğrusal olmayan tek girişli bir sistem için, sistemin $A(x)$ ve $B(x)$ matrisleri içinde yer alan x , bir parametre olarak düşünülür ve sistem, $\theta(t)$ bir (n) boyutlu zamanla değişen parametre vektörü olmak üzere aşağıdaki biçimde ifade edilirse,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta(t))x + B(\theta(t))u \\ x_0 &= x(0) \end{aligned} \quad (3.2)$$

sistemin seçilen her bir zaman aralığında dondurulması metodunu uygulayabilmek için, Eş. 3.1 ve Eş. 3.2 ile ifade edilen sistemlerin zamanla küçük değişimler gösteriyor olmaları gereklidir. Böylelikle standart kararlılık ve standart geribesleme kontrolü tasarım metotları sonuçları kullanılabilir [25-28].

Eş. 3.2 ile ifade edilen sistem için kayma yüzeyi, zamanla değişmeyen doğrusal sistemler için kullanılan koordinat dönüşüm matrisine benzer bir dönüşüm matrisi kullanılarak tasarlanılmaya başlanır. $T(\theta(t))$, tüm $\theta(t)$ 'ler için parametreye bağlı ve tekil olmayan bir koordinat dönüşüm matrisi olarak düşünülürse,

$$\xi = T(\theta)x \quad (3.3)$$

koordinat dönüşümü ile sistem, aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= A^*_{11}(\theta(t))\xi_1 + A^*_{12}(\theta(t))\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= A^*_{21}(\theta(t))\xi_1 + A^*_{22}(\theta(t))\xi_2 + b_2^*(\theta(t))u \end{aligned} \quad (3.4)$$

Burada,

$$\begin{bmatrix} A^*_{11}(\theta) & A^*_{12}(\theta) \\ A^*_{21}(\theta) & A^*_{22}(\theta) \end{bmatrix} = (T(\theta)A(\theta) + \dot{T}(\theta))T^{-1}(\theta)$$

ve

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b^*_2(\theta) \end{bmatrix} = T(\theta)B(\theta)$$

şeklinde uygun matris boyutları ile ifade edilebilir.

Böylelikle sistem, zamanla değişmeyen doğrusal sistemlerde olduğu gibi $T(\theta(t))$ koordinat dönüşüm matrisi kullanılarak iki alt sisteme ayrılmış olur. Yeni koordinat sistemindeki kayma yüzeyi ise aşağıdaki biçimde tanımlanabilir.

$$\sigma(\xi_1, \xi_2) = \xi_2 + C(\theta(t))\xi_1 \quad (3.5)$$

Parametreye bağlı (zamanla değişen bir fonksiyon olan) $C(\theta(t))$ kayma yüzeyi eğimleri, sistemin kayma yüzeyi üzerinde, $\sigma(\xi_1, \xi_2) = 0$, kararlı davranışını sağlayacak şekilde seçilir.

Kayma yüzeyi üzerinde $\xi_2 = -C(\theta(t))\xi_1$ olacak ve $C(\theta(t))$ 'nin bir geribesleme kazanç matrisi olarak düşünülmesiyle, ξ_1 alt sistemi için bir geribesleme kontrol girişi gibi değerlendirilebilecektir. Böylelikle, kayma yüzeyi üzerindeki sistem davranışı, aşağıdaki sistemin davranışı ile tanımlanabilecektir.

$$\dot{\xi}_1 = (A^*_{11}(\theta) - A^*_{12}(\theta)C(\theta))\xi_1 = A_s(\theta)\xi_1 \quad (3.6)$$

Eş. 3.6'da belirtilen sistemin zamanla küçük değişimler gösteren bir sistem olduğu kabul edilmiştir ve $A_s(\theta(t))$ 'nin yeterince küçük olmasının sağlanmasıyla, eğer her bir $\theta(t)$ değerinde dodurularak elde edilen sistemler kararlı ise, Eş. 3.2 ile tanımlı zamanla değişen sistem de kararlıdır [25,27].

Yöntemin geçerliliğinin açıklanmasından sonra yöntemin uygulanabilmesi için aşağıdaki tasarım basamakları uygulanır.

Eş. 3.1 ile ifade edilen sistem $t = t_s$ ve $x = x(t_s) = x_s$ anı için incelenirse, sistem denklemleri bu noktada aşağıdaki biçimde ifade edilen zamanla değişmeyen doğrusal bir sistem denklemine dönüşür.

$$\begin{aligned}
t = t_s &\Rightarrow x = x_s \\
\dot{x} &= A(x_s)x + B(x_s)u \\
&= A_s x + B_s u
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Böylelikle doğrusal olmayan sistem için KKK problemi, zamanla değişmeyen doğrusal sistemler için KKK problemine dönüşür ve doğrusal sistemlerde olduğu gibi kayma yüzeyinin belirlenmesi ve sistemi bu yüzeye yönlendirecek ve yüzey üzerinde tutacak kontrolcünün tasarlanması olarak iki aşamadan oluşur.

Eş. 3.1 ile ifade edilen doğrusal olmayan sistem, $t = t_s$ ve $x = x_s$ anında Eş. 3.7 ile ifade edilen doğrusal sisteme dönüştükten sonra sistemi kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayıracak koordinat dönüşümü uygulanır ve ardından kayma yüzeyi tasarımı ve kontrolcü tasarımı gerçekleştirilir.

3.1. Kayma Yüzeyi Tasarımı

$$\dot{x} = A_s x + B_s u \tag{3.8}$$

doğrusal sistemi için doğrusal kayma yüzeyi

$$\sigma(x) = Cx = 0 \tag{3.9}$$

şeklinde tanımlanır ve burada $C \in R^{m \times n}$ yüzey eğim matrisidir.

Eş. 3.1 ile verilen doğrusal olmayan sistem $t = t_1, t = t_2, t = t_3, \dots$ gibi birçok $t = t_s$ anında incelenecek ve tüm bu anlarda sistemlerin $x = x_s$ durum değişkenlerinin A ve B matrislerinde yerine konulmasıyla ardışık doğrusal sistemler oluşacaktır. Tüm bu doğrusal sistemlerin ise Eş. 3.9 ile tanımlanan şekilde, zamanla değişmeyen kayma yüzeyleri olacaktır.

Bu ardışık sistemlerin her biri için tasarlanan doğrusal kayma yüzeyleri $t_0 < t < t_f$ aralığında bir araya getirildiğinde ise Eş. 3.1 ile ifade edilen doğrusal olmayan sistem için yine doğrusal olmayan bir kayma yüzeyi oluşacaktır. Oluşan bu doğrusal olmayan kayma yüzeyi, zamanla değişen doğrusal yüzeylerden meydana gelecek ve aşağıdaki şekilde ifade edilebilecektir.

$$\sigma(x,t) = C(t)x \quad (3.10)$$

Lineer zamanla değişen kayma yüzeyi $\sigma(x,t)$, Eş. 3.1 ile tanımlı sistem için $(n-m)$ boyutlu aşağıdaki şartları sağlayan genelleştirilmiş bir Lyapunov Fonksiyonudur.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x,t) < 0 \text{ için } \sigma(x,t) > 0 \\ \dot{\sigma}(x,t) > 0 \text{ için } \sigma(x,t) < 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Yüzey parametrelerinin belirlenmesi ile kayma yüzeyi tasarımının gerçekleştirilmesinden önce sistem koordinat dönüşümü ile kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılmalıdır.

$$\dot{x} = A_s x + B_s u \text{ sisteminde}$$

$$A_s = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B_s = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{bmatrix} \quad \text{ise} \quad (3.12)$$

T koordinat dönüşüm matrisi Bölüm 2'de açıklanan şekilde elde edildikten sonra, sisteme

$$z = Tx \quad (3.13)$$

koordinat dönüşümü uygulanırsa,

$$\begin{aligned}\dot{z} &= T \dot{x} \\ &= TAT^{-1}z + TBu \\ &= A^*z + B^*u\end{aligned}\tag{3.14}$$

eşitliği elde edilir.

Eş. 3.14 ile sistem aşağıdaki şekilde iki alt sisteme ayrılmış olur.

$$\dot{z}_2 = A^*_{11}z_1 + A^*_{12}z_2\tag{3.15.a}$$

$$\dot{z}_2 = A^*_{21}z_1 + A^*_{22}z_2 + B^*u\tag{3.15.b}$$

Burada

$$\begin{aligned}A^*_{11} &\in R^{(n-m) \times (n-m)}, A^*_{12} \in R^{(n-m) \times m}, A^*_{21} \in R^{m \times (n-m)}, A^*_{22} \in R^{m \times m}, B^* \in R^{(n-m) \times m} \\ \text{ve } z_1 &\in R^{(n-m)}, z_2 \in R^m, u \in R^m\end{aligned}$$

olarak tanımlıdır.

Eş. 3.15.a daki kontrol girişinin olmadığı alt sistemden yararlanılarak kayma yüzeyi tasarımı aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir.

Kontrol girişinin olmadığı alt sistem

$$\dot{z}_1 = A^*_{11}z_1 + A^*_{12}z_2\tag{3.16}$$

Kayma yüzeyi denklemi

$$\begin{aligned}\sigma(z, t) &= C(t)z = 0 \\ &= C_1(t)z_1 + z_2 = 0\end{aligned}\tag{3.17}$$

ve buradan , $C_1 \in R^{l \times (n-m)}, C_2 \in R^l$ ve $C_1 = I, C_2 \neq 0$ olmak üzere

$$z_2 = -C_1(t)z_1 \quad (3.18)$$

bulunur.

Eş. 3.16 de yerine konulursa

$$\dot{z}_1 = \underbrace{\left[A_{11}^* - A_{12}^* C_2^{-1} C_1 \right]}_{A_{red}} z_1 \quad (3.19)$$

Eş. 3.19 ile verilen indirgenmiş sistem denklemi elde edilir.

Daha açık bir gösterimle, Eş. 3.1 ile tanımlanan sistemde $u \in R^l$ ise ve

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1n}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1}^* & a_{n2}^* & \cdots & a_{nm}^* \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_{nl}^* \end{bmatrix}$$

olarak gösterilir, $z_1 \in R^{(n-1)}, z_2 \in R^l$ olarak tanımlanırsa, sistemin kontrol uygulanmamış alt sisteminin

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1(n-1)}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2(n-1)}^* \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{(n-1)1}^* & a_{(n-1)2}^* & \cdots & a_{(n-1)(n-1)}^* \end{bmatrix}}_{A_{11}^*} [z_1] + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1n}^* \\ a_{2n}^* \\ \vdots \\ a_{(n-1)n}^* \end{bmatrix}}_{A_{12}^*} z_2 \quad (3.20)$$

biçiminde ifadesi mümkündür.

Tasarım işlemleri bu aşamaya getirildikten sonra, kayma yüzeyi parametrelerinin tespiti bu çalışmada iki ayrı yöntemle gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemler

- a) Kök yerleştirme metodu
- b) Optimum kontrol yöntemi (Riccati denklemi)' dir.

3.1.1. Kök yerleştirme metodu

Eş. 3.6 ile tanımlanan sistem, açıklanan aşamalar ile Eş. 3.19 ile ifade edilen indirgenmiş sisteme dönüştürüldükten sonra, kayma yüzeyi parametrelerinin bulunabilmesi için, indirgenmiş sistemin kararlı davranışını sağlamak yeterlidir.

$$\dot{z}_1 = \underbrace{\left[A_{11}^* - A_{12}^* C_2^{-1} C_1 \right]}_{A_{red}} z_1$$

A_{red} matrisinden elde edilecek karakteristik denklemin özdeğerlerinin, özdeğerlerin gerçek kısımlarının negatif olması şartıyla, istenildiği gibi seçilmesiyle C yüzey eğimleri bulunmuş olur.

$$|\lambda I - A_{red}| = 0 \quad (3.21)$$

Başka bir ifade ile,

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1(n-1)}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2(n-1)}^* \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{(n-1)1}^* & a_{(n-1)2}^* & \cdots & a_{(n-1)(n-1)}^* \end{bmatrix}}_{A_{11}^*} [z_1] + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1n}^* \\ a_{2n}^* \\ \vdots \\ a_{(n-1)n}^* \end{bmatrix}}_{A_{12}^*} z_2$$

eşitliğindeki z_2 terimi, bir $u = -Kz$ kontrol girişi gibi düşünülür ve kayma yüzeyi eğimleri, Eş. 3.20'deki sistem için kararlılık sağlayacak kazanç katsayıları gibi değerlendirilir.

Tek girişli ve n ' inci merteye bir sistem için $(n-1)$ adet kayma yüzey parametresi bulunur.

3.1.2. Optimum kayma yüzeyi tasarımı (Riccati denklemi)

Doğrusal sistemler için optimum kontrol, aşağıda tanımlanan kuadratik performans kriterini minimum yapacak şekilde tasarlanır [21].

$$J = \int_0^{t_1} [x^T Q(t)x + u^T P(t)u] dt \quad t_1 \leq \infty \quad (3.22)$$

Burada,

Q ve P matrisleri simetrik, Q matrisi pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı, P matrisi ise mutlaka pozitif tanımlı olarak seçilir.

Aşağıda belirtilen Riccati denkleminden $R(t)$ matrisi (simetrik, pozitif tanımlı) elde edildikten sonra

$$\dot{R}(t) + R(t)A(t) + A^T(t)R(t) - R(t)B(t)P^{-1}(t)B^T(t)R(t) + Q(t) = 0 \quad (3.23)$$

optimum kontrol,

$$u^{op} = -\underbrace{P^{-1}(t)B^T(t)R(t)}_{K^T} x \quad (3.24)$$

$$K^T = P^{-1}(t)B^T(t)R(t) \quad (3.25)$$

$$u^{op} = -K^T x \quad (3.26)$$

eşitliği ile bulunur.

Kayma hareketinin optimum olduğu kayma yüzeyi denkleminin elde edilmesi için ise, Eş. 3.22'deki kontrol teriminin ihmal edilmesiyle elde edilen

$$J = \int_{t_s}^{t_f} x^T Q(t) x \, dt \quad Q(t) \geq 0 \quad (3.27)$$

fonksiyonu minimize edilmeye çalışılır. Kontrol teriminin dahil edilmemesinin sebebi, kayan kipli hareketin kontrolden bağımsız olarak gerçekleşmesidir.

Kayma yüzeyi denkleminin bulunabilmesi için minimize edilmeye çalışılan fonksiyona, T koordinat dönüşüm matrisi kullanılarak koordinat dönüşümü uygulanırsa,

$$[T^{-1}(t)]^T Q(t) T^{-1}(t) = \begin{bmatrix} Q_{11}(t) & Q_{12}(t) \\ Q_{21}(t) & Q_{22}(t) \end{bmatrix} \text{ olmak üzere}$$

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \left\{ z_1^T Q_{11}(t) z_1 + 2z_1^T Q_{12}(t) z_2 + z_2^T Q_{22}(t) z_2 \right\} dt \quad (3.28)$$

eşitliği elde edilir.

Aşağıdaki şekilde tanımlanan yeni bir ζ değişkeni tanımlanırsa,

$$\zeta = z_2 + Q^{-1}_{22}(t) Q^T_{12}(t) z_1 \quad (3.29)$$

sistem Eş. 3.15.a ve minimize edilecek performans kriteri Eş. 3.28

$$\dot{z}_1 = [A^*_{11}(t) - A^*_{12}(t)Q^{-1}_{22}(t)Q^T_{12}(t)]z_1 + A^*_{12}(t)\zeta \quad (3.30)$$

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{z_1^T [Q_{11}(t) - Q_{12}(t)Q^{-1}_{22}(t)Q^T_{12}(t)]z_1 + \zeta^T Q_{22}(t)\zeta\} dt$$

olarak bulunur.

$$\bar{Q}(t) = Q_{11}(t) - Q_{12}(t)Q^{-1}_{22}(t)Q^T_{12}(t) \quad \text{ve}$$

$$\bar{P}(t) = Q_{22}(t) \quad \text{olarak tanımlanırsa,}$$

$$J = \int_{t_s}^{t_f} [z_1^T \bar{Q}(t)z_1 + \zeta^T \bar{P}(t)\zeta] dt \quad (3.31)$$

bulunur.

$$\dot{\bar{R}}(t) + R(t)\bar{A}(t) + \bar{A}^T(t)R(t) - R(t)\bar{B}(t)\bar{P}^{-1}(t)\bar{B}^T(t)R(t) + \bar{Q}(t) = 0$$

$$\bar{A}(t) = A^*_{11}(t) - A^*_{12}(t)Q^{-1}_{22}(t)Q^T_{12}(t) \quad \text{ve}$$

$$\bar{B}(t) = A^*_{12}(t) \quad \text{olarak tanımlanırsa}$$

$$\zeta^{op} = -\bar{P}^{-1}(t)A^*_{12}{}^T(t)R(t)z_1 = -Q^{-1}_{22}(t)A^*_{12}{}^T(t)R(t)z_1 \quad (3.32)$$

olarak bulunur.

Eş. 3.29 ve Eş. 3.32 kullanılarak

$$z_2 = -C_1^{op}(t)z_1 = -Q^{-1}_{22}(t)[A^*_{12}{}^T(t)R(t) + Q^T_{12}(t)]z_1 \quad (3.33)$$

$$\sigma(z,t) = z_2 + C_1^{op}(t)z_1 \quad (3.34)$$

Eş. 3.34 ile tanımlı kayma yüzeyi denklemi elde edilir.

3.2. Kontrolcü Tasarımı

Kayma yüzeyi denklemi belirlendikten sonra kontrolcü tasarımı, sistemi kayma yüzeyi üzerine getiren kontrol girişi ve sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrol girişi olmak üzere iki kısımdan oluşacaktır.

Sistemi kayma yüzeyi üzerine yönlendiren eşdeğer kontrol, kayma yüzeyi denkleminin türevi alınarak bulunur.

$$\dot{\sigma}(z,t) = \dot{C}_1(t)z_1 + C_1(t)\dot{z}_1 + \dot{z}_2 = 0 \quad (3.35)$$

Burada Eş. 3.15' deki \dot{z}_1, \dot{z}_2 terimleri yerine konulursa, tek girişli bir sistem için

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(z,t) &= \dot{C}_1(t)z_1 + C_1(t)\dot{z}_1 + \dot{z}_2 = 0 \\ &= \dot{C}_1(t)z_1 + C_1(t)(A^*_{11}z_1 + A^*_{12}z_2) + A^*_{21}z_1 + A^*_{22}z_2 + b^*u_{eq} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Eş. 3.36 elde edilir. Eşitlik düzenlenir ve eşdeğer kontrol bulunursa

$$\dot{\sigma}(z,t) = (\dot{C}_1(t) + C_1(t)A^*_{11} + A^*_{21})z_1 + (C_1(t)A^*_{12} + A^*_{22})z_2 + b^*u_{eq}$$

$$u_{eq} = -\frac{1}{b^*} \left[(\dot{C}_1(t) + C_1(t)A^*_{11} + A^*_{21})z_1 + (C_1(t)A^*_{12} + A^*_{22})z_2 \right] \quad (3.37)$$

eşitliği elde edilir. Burada

$$\dot{C}_I = \frac{C_I(t + \Delta t) - C_I(t)}{\Delta t} \quad (3.38)$$

şeklinde hesaplanır.

Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrolcü ise

$$u_n = -k \cdot \text{sign}(\sigma(z, t)) \quad (3.39)$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada $k \in R$ ve k büyüdükçe sistemin kayma yüzeyine ulaşma hızı artar ancak k değerinin fazla büyümesi sistemde çarptı genliğini arttırır.

Sonuç olarak toplam kontrol

$$u = u_{eq} - k \cdot \text{sign}(\sigma(z, t)) \quad (3.40)$$

ifadesiyle bulunmuş olur.

Kayma düzlemi $\sigma(z)$ ve kontrol girişi u , dönüştürülmüş koordinat sisteminde (z) bulunduktan sonra, ters koordinat dönüşüm uygulanarak (x) koordinat sistemine çevrilmelidir.

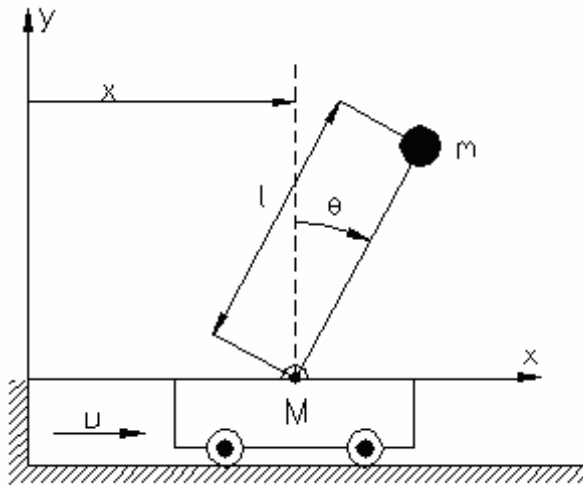
4. UYGULAMA 1: TERS SARKAÇ MEKANİZMASI

Doğrusal olmayan sistemlerin, zamanla değişen yüzey kullanılarak KKK yönteminin başarısını göstermek amacıyla yöntem, bir ters sarkaç mekanizmasına uygulanmıştır.

Ters Sarkaç Mekanizması, hareketleri düzlem tarafından sınırlandırılmış bir platform ve platforma mafsallanmış bir sarkaçtan meydana gelmekte olup sistemin serbestlik derecesi ikidir. Platform sadece ileri-geri hareket edebilmekte, sarkaç ise 360 derece dönebilmektedir.

4.1. Sistem Modeli

Uygulama için seçilen ters sarkaç modeli Şekil 4.1’de görülmektedir [29].



Şekil 4.1. Ters sarkaç mekanizması

Çizelge 4.1. Ters sarkaç mekanizması parametreleri

$M = 3$ kg	Platformun kütlesi
$m = 0,5$ kg	Sarkacın kütlesi
$l = 0,5$ m	Sarkacın uzunluğu
$b = 2$ kg/s	Sürtünme sabiti
$g = 9,81$ kgm/s ²	Yerçekimi kuvveti

4.2. Sistemin Hareket Denklemleri

Şekil 4.1’de görülen ters sarkaç mekanizmasının hareket denklemleri Lagrange Metodu ile elde edilmeye çalışılırsa,

Lagrange Deklemi Eş.4.1 ile verilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

Burada,

L =Lagrange fonksiyoneli

q_i = tam ve bağımsız genelleştirilmiş koordinatlar

\dot{q}_i =genelleştirilmiş hızlar

Q_i =genelleştirilmiş kuvvetlerdir.

Lagrange fonksiyoneli ise Eş. 4.2 ile verilir.

$$L = T - V \quad (4.2)$$

Burada,

T =sistemin kinetik enerjisini

V =sistemin potansiyel enerjisini ifade etmektedir.

Ters Sarkaç mekanizmasının kinetik enerjisi ,

$$T = \frac{1}{2} M (v_M)^2 + \frac{1}{2} m (v_m)^2 \quad (4.3)$$

olarak ifade edilebilir. Burada

M =platformun kütlesi

m =sarkacın kütlesi

l =sarkacın boyu

b =sürtünme katsayısı

v_M =platformun hızı

v_m =sarkacın hızıdır.

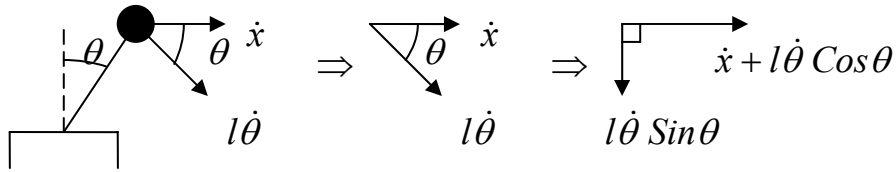
Platformun hızı

$$v_M = \dot{x} \quad (4.4)$$

ve sarkacın hızı ise (Bkz. Şekil 4.2)

$$(v_m)^2 = (\dot{x} + l\dot{\theta} \cos \theta)^2 + (l\dot{\theta} \sin \theta)^2 \quad (4.5)$$

şeklinde bulunur.



Şekil 4.2. Sarkaç hızı

Sistemin Potansiyel Enerjisi ise

$$V = mgl \cos \theta \quad (4.6)$$

şeklinde ifade edilir.

Bulunanlar Lagrange fonksiyoneline yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
 L &= T - V \\
 &= \frac{1}{2}M \dot{x}^2 + \frac{1}{2}m \left[\left(\dot{x} + l \dot{\theta} \cos \theta \right)^2 + \left(l \dot{\theta} \sin \theta \right)^2 \right] - mgl \cos \theta \\
 &= \frac{1}{2}M \dot{x}^2 + \frac{1}{2}m \dot{x}^2 + m \dot{x} l \dot{\theta} \cos \theta + \frac{1}{2}ml^2 \dot{\theta}^2 - mgl \cos \theta
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

bulunur.

Sistemin tam ve bağımsız genelleştirilmiş koordinatları x ve θ için Lagrange denklemi uygulanırsa,

i) x için

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = Q_x$$

$$\frac{d}{dt} \left(M \dot{x} + m \dot{x} + ml \dot{\theta} \cos \theta \right) = u - b \dot{x}$$

$$(M + m) \ddot{x} + ml \cos \theta \ddot{\theta} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 = u - b \dot{x} \tag{4.8}$$

bulunur.

ii) θ için

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta$$

$$\frac{d}{dt} \left(m \dot{x} l \cos \theta + m l^2 \dot{\theta} \right) + m \dot{x} l \dot{\theta} \sin \theta - m g l \sin \theta = 0$$

$$m \ddot{x} l \cos \theta + m l^2 \ddot{\theta} - m g l \sin \theta = 0 \quad (4.9)$$

bulunur.

Eş. 4.8 ve Eş. 4.9 kullanılarak

$$\ddot{x} = \frac{u - b \dot{x} - m l \cos \theta \ddot{\theta} + m l \sin \theta \dot{\theta}^2}{(M + m)} \quad (4.10)$$

ve

$$\ddot{\theta} = \frac{m g l \sin \theta - m \ddot{x} l \cos \theta}{m l^2} \quad (4.11)$$

Bulunur Eş. 4.1 ve Eş. 4.11 birbirinin yerine konulursa

$$\ddot{x} = \frac{u - b \dot{x} + m l \sin \theta \dot{\theta}^2 - m g \cos \theta \sin \theta}{(M + m) - m \cos^2 \theta} \quad (4.12)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(b \dot{x} - u - m l \sin \theta \dot{\theta}^2) \cos \theta + (M + m) g \sin \theta}{l(M + m - m \cos^2 \theta)} \quad (4.13)$$

Eş. 4.12 ve Eş. 4.13'ün eldesi ile sistemin hareket denklemleri elde edilmiş olur.

4.3. Sistemin Durum Denklemleri

Bir dinamik sistemin herhangi bir $t = t_0$ anındaki durumunu tam olarak belirleyen bağımsız ve minimum sayıdaki değişkenlere durum değişkenleri denir. Eğer sistemin davranışını belirlemek için, sistemin tanımı, $t = t_0$ anındaki durum değişkenleri ve $t \geq t_0$ süresinde sisteme uygulanan girişler gerekli ve yeterli ise, bu sisteme durumla belirlenen sistem denilir. n sayıdaki birinci mertebe diferansiyel denklemin durum değişkenleri cinsinden yazılmasıyla elde edilen denklemlere durum denklemleri denilir [30].

Durum denklemleri matris formunda yazılabilir ve bu matris gösterimi sistemin durum uzayı temsili olarak adlandırılır.

Eş. 4.12 ve Eş. 4.13 ile bulunan sistem hareket denklemlerinde

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x} \\ x_3 &= \theta \\ x_4 &= \dot{\theta} \end{aligned}$$

olarak ifade edilirse, sistemin durum denklemleri,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{u - bx_2 + ml \sin(x_3)(x_4)^2 - mgc \cos(x_3) \sin(x_3)}{M + m - m \cos^2(x_3)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{(bx_2 - u - ml \sin(x_3)(x_4)^2) \cos(x_3) + (M + m)g \sin(x_3)}{l(M + m - m \cos^2(x_3))} \end{aligned} \quad (4.14)$$

biçiminde elde edilmiş olur. Bulunan durum denklemleri matris formunda yazılırsa,

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{d(x_3)} & \frac{-mg \cos(x_3) \sin(x_3)}{d(x_3) x_3} & \frac{ml \sin(x_3)(x_4)}{d(x_3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{b \cos(x_3)}{d(x_3) l} & \frac{(M+m)g \sin(x_3)}{d(x_3) l x_3} & \frac{-ml \sin(x_3) \cos(x_3)(x_4)}{d(x_3) l} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{d(x_3)} \\ 0 \\ \frac{-\cos(x_3)}{d(x_3) l} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$d(x_3) = M + m - m \cos^2(x_3) \quad (4.17)$$

olmak üzere

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (4.18)$$

formundaki doğrusal olmayan sistem denklemini elde edilmiş olur.

4.4. Ters Sarkaç Mekanizmasına Önerilen Yöntemin Uygulanması

Eş. 4.18 ile genelleştirilebilen doğrusal olmayan sistem denklemini elde edildikten sonra, sistem seçilen zaman aralığına göre bir $t = t_s$ anında dondurulur ve bu noktadaki durum değişkenleri yerine yazılırsa

$t = t_s \rightarrow x_s = [x_{1s} \quad x_{2s} \quad x_{3s} \quad x_{4s}]^T$ ile $A = A_s$ ve $B = B_s$ doğrusal matrisleri elde edilir.

$t = t_s$ ve $x = x_s$ için

$$A_s = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B_s = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{13} \\ b_{14} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

sistem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x_s)x + B(x_s)u \\ &= A_s x + B_s u \end{aligned} \quad (4.20)$$

Eş. 4.20 ile ifade edilen doğrusal sisteme dönüştürülmüş olur.

Ters sarkaç sisteminde $A_s \in R^{4 \times 4}$, $B_s \in R^{4 \times 1}$ ve $u \in R^1$ için, sistemi kontrol teriminin olmadığı ($n - m = 3$) boyutlu alt sistem, ve kontrol girişinin bulunduğu ($m = 1$) boyutlu alt sisteme ayıracak koordinat dönüşüm matrisi bu çalışmada aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

Kontrol edilebilirlik matrisi

$$M = [B : AB : A^2 B : A^3 B] \quad (4.21)$$

4'üncü mertebe sistem için karakteristik polinom

$$p_4s^4 + p_3s^3 + p_2s^2 + p_1s + p_0 \quad (4.22)$$

ve

$$W = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & 1 \\ p_2 & p_3 & p_4 & 1 \\ p_3 & p_4 & 1 & 0 \\ p_4 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

olmak üzere

$$T = (MW)^{-1} \quad (4.24)$$

olarak hesaplanmıştır.

Sistem, koordinat dönüşüm matrisi seçildikten sonra

$$z = Tx \quad (4.25)$$

koordinat dönüşümü ile istenilen alt sistemlere aşağıdaki biçimde ayrılır.

$$\begin{bmatrix} \bullet \\ z_1 \\ \bullet \\ z_2 \\ \bullet \\ z_3 \\ \bullet \\ z_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{11} & a^*_{12} & a^*_{13} & a^*_{14} \\ a^*_{21} & a^*_{22} & a^*_{23} & a^*_{24} \\ a^*_{31} & a^*_{32} & a^*_{33} & a^*_{34} \\ a^*_{41} & a^*_{42} & a^*_{43} & a^*_{44} \end{bmatrix}}_{A^*} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b^* \end{bmatrix}}_{B^*} u \quad (4.26)$$

Bu aşamadan sonra problemin çözümü, kayma yüzeyinin bulunması ve kontrolcünün tasarlanması ile devam eder.

4.4.1. Kayma yüzeyinin bulunması

Kök yerleştirme metodu ile

Kayma yüzeyi denklemi, Eş. 4.26 ile ifade edilen sistemin kontrol uygulanmamış alt sistemi kullanılarak bulunacaktır.

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= a^*_{11}z_1 + a^*_{12}z_2 + a^*_{13}z_3 + a^*_{14}z_4 \\
 \dot{z}_2 &= a^*_{21}z_1 + a^*_{22}z_2 + a^*_{23}z_3 + a^*_{24}z_4 \\
 \dot{z}_3 &= a^*_{31}z_1 + a^*_{32}z_2 + a^*_{33}z_3 + a^*_{34}z_4
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

alt sistemi kullanılarak kayma yüzeyi bulunmaya çalışılırsa,

$$\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + C_3(t)z_3 + z_4 = 0 \tag{4.28}$$

kayma yüzey denklemindeki, yüzey eğim parametrelerinin bulunabilmesi için, Eş. 4.27 aşağıdaki biçimde yazılırsa

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{11} & a^*_{12} & a^*_{13} \\ a^*_{21} & a^*_{22} & a^*_{23} \\ a^*_{31} & a^*_{32} & a^*_{33} \end{bmatrix}}_{A^*_{11}} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{14} \\ a^*_{24} \\ a^*_{34} \end{bmatrix}}_{A^*_{12}} z_4 \tag{4.29}$$

Eş. 4.29 daki z_4 terimi bir $u = -Kx$ durum geri beslemesi gibi düşünülebilir ve yüzey parametreleri, Eş. 4.29 daki sistemi kararlı kılacak kazanç katsayıları olarak değerlendirilebilir.

İndirgenmiş sistem kutuplarının nerede olması istenildiğine göre kayma yüzey parametreleri elde edilmiş ve böylelikle kayma yüzey denklemi bulunmuş olur.

Bu çalışmada sistem kutupları

$$\lambda = [-1,5 \quad -3 \quad -5,5] \quad (4.30)$$

olarak seçilmiştir.

Optimum kayma yüzeyi tasarımı

Optimum yüzey tasarımı,

$$J = \int_{t_s}^{t_f} x^T Q(t) x \, dt \quad Q(t) \geq 0 \quad (4.31)$$

performans kriterini minimum yapacak şekilde bulunacaktır.

Bunun için, öncelikle sistem Eş. 4.29 deki biçimde yazıldıktan sonra, Riccati denkleminin çözümü yapılır.

Doğrusal zamanla değişen sistem için, Riccati denkleminde ,

$$A = A^*_{11} \quad ve \quad B = A^*_{12}$$

olmak üzere

$$\dot{R}(t) + R(t)A(t) + A^T(t)R(t) - R(t)B(t)\bar{P}^{-1}(t)B^T(t)R(t) + \bar{Q}(t) = 0 \quad (4.32)$$

Denklemden \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri simetrik, \bar{Q} matrisi pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı, \bar{P} matrisi ise mutlaka pozitif tanımlı olmalıdır (Bkz. Bölüm 3.1.2). \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri, sistem cevabının nasıl olması istenildiğine göre bulunur. Ancak bu

çalışmada \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri, kontrolü gerçekleştirmek kaydıyla gelişigüzel seçilmiştir, belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir.

$$\bar{Q}(t) = \begin{bmatrix} 140 \times B(2,1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \bar{P} = [0,07] \quad (4.33)$$

olarak alınmıştır.

Doğrusal olmayan sistemlere KKK uygulamak amacıyla sistemin her bir zaman aralığında dondurulduğu düşünülürse, simetrik ve pozitif tanımlı $R(t)$ matrisi her $t = t_s$ anı için Riccati denkleminin sonucu olarak bulunacaktır.

$t = t_s$ anı için R matrisi

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{12} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{13} \end{bmatrix} \quad r_{12} = r_{21}, \quad r_{13} = r_{31}, \quad r_{23} = r_{32}$$

bulunduktan sonra

$$u^{op} = -\underbrace{\bar{P}^{-1}(t)B^T(t)R(t)}_{K^T} x \quad (4.34)$$

$$K^T = \bar{P}^{-1}(t)B^T(t)R(t) \quad (4.35)$$

Eş. 4.35 deki K^T matrisi bulunur. Bulunan matris C yüzey parametreleri matrisine eşittir.

$$[C_1 \ C_2 \ C_3] = K^T \quad (4.36)$$

Böylelikle kayma yüzeyi denklemi bulunmuş olur.

$$\sigma(z,t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + C_3(t)z_3 + z_4 = 0$$

4.4.2. Kontrolcü tasarımı

Kontrol terimi, sistemi kayma yüzeyi üzerine getiren eşdeğer kontrol u_{eq} ve kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrol u_n olmak üzere iki kısımdan oluşacaktır.

Eşdeğer kontrol, kayma yüzeyi denkleminin türevi alınarak bulunur.

$$\begin{aligned} \sigma(z,t) &= C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + C_3(t)z_3 + z_4 = 0 \\ \dot{\sigma}(z,t) &= \dot{C}_1(t)z_1 + C_1(t)\dot{z}_1 + \dot{C}_2(t)z_2 + C_2(t)\dot{z}_2 + \dot{C}_3(t)z_3 + C_3(t)\dot{z}_3 + \dot{z}_4 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Eş. 4.37 de

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t + \Delta t) - C_i(t)}{\Delta t} \quad (4.38)$$

olmak üzere $\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3$ ve \dot{z}_4 yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(z,t) &= \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 + \dot{C}_3(t)z_3 \\ &\quad + C_1(a_{11}^*z_1 + a_{12}^*z_2 + a_{13}^*z_3 + a_{14}^*z_4) \\ &\quad + C_2(a_{21}^*z_1 + a_{22}^*z_2 + a_{23}^*z_3 + a_{24}^*z_4) \\ &\quad + C_3(a_{31}^*z_1 + a_{32}^*z_2 + a_{33}^*z_3 + a_{34}^*z_4) \\ &\quad + a_{41}^*z_1 + a_{42}^*z_2 + a_{43}^*z_3 + a_{44}^*z_4 + b^*u_{eq} \end{aligned} \quad (4.39)$$

ve denklem düzenlenirse

$$\begin{aligned}
\sigma(z,t) = & \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 + \dot{C}_3(t)z_3 \\
& + (C_1a^*_{11} + C_2a^*_{21} + C_3a^*_{31} + a^*_{41})z_1 \\
& + (C_1a^*_{12} + C_2a^*_{22} + C_3a^*_{32} + a^*_{42})z_2 \\
& + (C_1a^*_{13} + C_2a^*_{23} + C_3a^*_{33} + a^*_{43})z_3 \\
& + (C_1a^*_{14} + C_2a^*_{24} + C_3a^*_{33} + C_4a^*_{44})z_4 + b^*u_{eq}
\end{aligned} \tag{4.40}$$

bulunur. Buradan u_{eq} terimi bulunursa,

$$u_{eq} = -[b^*]^{-1} \begin{pmatrix} \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 + \dot{C}_3(t)z_3 \\ + (C_1a^*_{11} + C_2a^*_{21} + C_3a^*_{31} + a^*_{41})z_1 \\ + (C_1a^*_{12} + C_2a^*_{22} + C_3a^*_{32} + a^*_{42})z_2 \\ + (C_1a^*_{13} + C_2a^*_{23} + C_3a^*_{33} + a^*_{43})z_3 \\ + (C_1a^*_{14} + C_2a^*_{24} + C_3a^*_{34} + C_4a^*_{44})z_4 \end{pmatrix} \tag{4.41}$$

Eş. 4.41 elde edilir.

Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrol terimi u_n ise

$$u_n = -k \text{sign}(\sigma(z,t)) \tag{4.42}$$

olarak hesaplanır. Toplam kontrolcü u ise,

$$u = u_{eq} + u_n \tag{4.43}$$

şeklinde bulunur. Bu çalışmada k katsayısı ve zaman aralığı

$$\begin{aligned}
k &= 3 \\
\Delta t &= 0,01
\end{aligned} \tag{4.44}$$

olarak seçilmiştir.

Sistem

$$\begin{aligned}
 x_0 &= [0 \ 0 \ 30^0 \ 0]^T \\
 x_0 &= [0 \ 0 \ 60^0 \ 0]^T \\
 x_0 &= [0 \ 0 \ 70^0 \ 0]^T \\
 x_0 &= [0 \ 0 \ 85^0 \ 0]^T \\
 x_0 &= [0 \ 0 \ 100^0 \ 0]^T \\
 x_0 &= [0 \ 0 \ 175^0 \ 0]^T
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

başlangıç koşullarının her biri için sisteme,

- i) kök yerleştirme metodu
- ii) optimum kontrol yöntemi

kullanılarak KKK uygulanmış ve simülasyon sonuçları elde edilmiştir.

4.5. Ters Sarkaç Mekanizmasına, Sabit Eğimli Yüzey Kullanılarak KKK Uygulanması

Doğrusal olmayan sistemlerin Kayan Kipli Kontrolü için , zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılmasının üstünlüğünü göstermek amacıyla, seçilen ters sarkaç mekanizmasına sabit eğimli yüzey kullanılarak KKK uygulanmıştır.

Sisteme sabit eğimli yüzey kullanılarak KKK uygulanabilmesi için, öncelikle sistem denge noktası etrafında doğrusallaştırılmış ve doğrusallaştırılan sistem için bulunan kayma yüzeyi parametreleri ve kontrolcü kullanılarak, doğrusal olmayan sistem kontrol edilmeye çalışılmıştır.

Denge noktası etrafında doğrusallaştırılmış sistem denklemleri aşağıda açıklanan şekilde elde edilmiştir.

Sistemin durum denklemleri

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 & &= f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \\
 \dot{x}_2 &= \frac{u - bx_2 + ml \sin(x_3)(x_4)^2 - mgc \cos(x_3) \sin(x_3)}{M + m - m \cos^2(x_3)} & &= f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) \\
 \dot{x}_3 &= x_4 & &= f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \\
 \dot{x}_4 &= \frac{(bx_2 - u - ml \sin(x_3)(x_4)^2) \cos(x_3) + (M + m)g \sin(x_3)}{l(M + m - m \cos^2(x_3))} & &= f_4(x_1, x_2, x_3, x_4)
 \end{aligned}$$

olmak üzere, denge noktası $x_e = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ etrafında doğrusallaştırılmış sistem matrisi

$$J_x(x_e, u) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} = A_L \quad (4.46)$$

Eş. 4.46 ile bulunur.

Benzer şekilde doğrusallaştırılmış kontrol matrisi ise,

$$J_u(x_e, u) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} & \frac{\partial f_2}{\partial u} & \frac{\partial f_3}{\partial u} & \frac{\partial f_4}{\partial u} \end{bmatrix}^T = B_L \quad (4.47)$$

Eş.4.47 ile bulunur.

Denge noktası etfarında doğrusallaştırılmış sistem matrisi A_L ve doğrusallaştırılmış kontrol matrisi B_L bulunduktan sonra, doğrusal sistemler için KKK tasarımı gerçekleştirilir.

Kayma yüzeyi denkleminin ve kontrol girişinin bulunabilmesi için öncelikle sistem, koordinat dönüşümü ile kontrol girişini olduğu ve olmadığı alt sistemlere ayrılır. Seçilen koordinat dönüşüm matrisi Eş.4.21, Eş.4.22, Eş.4.23 ve Eş.4.24 ile belirtilmiştir.

Koordinat dönüşümü uygulanan sistem

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{L^*11} & a_{L^*12} & a_{L^*13} & a_{L^*14} \\ a_{L^*21} & a_{L^*22} & a_{L^*23} & a_{L^*24} \\ a_{L^*31} & a_{L^*32} & a_{L^*33} & a_{L^*34} \\ a_{L^*41} & a_{L^*42} & a_{L^*43} & a_{L^*44} \end{bmatrix}}_{A_L^*} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{L^*} \end{bmatrix}}_{B_L^*} u \quad (4.47)$$

Eş. 4.47 ile elde edildikten sonra Bölüm 4.4.1’de açıklandığı şekilde, kök yerleştirme metodu ve optimum kontrol yöntemi uygulanarak, her iki yöntem için istenilen kayma yüzey parametreleri ve böylelikle kayma yüzeyleri bulunur.

$$\sigma(z,t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + C_3(t)z_3 + z_4 = 0 \quad (4.48)$$

Bu çalışmada kayma yüzeyi parametreleri kök yerleştirme metodu ile

$$C = [24,75 \quad 250,11 \quad 55,92] \quad (4.49)$$

ve optimum kontrol yöntemi ile

$$C = [25,82 \quad 278,03 \quad 63,15] \quad (4.50)$$

olarak bulunmuştur.

Kök yerleştirme metodunun uygulanabilmesi için sistemin özdeğerleri ve optimum kontrol yönteminin uygulanabilmesi için gerekli \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri, zamanla değişen doğrusal kayma yüzeyi kullanılarak KKK uygulaması ile aynı seçilmiştir. (Eş.4.30, Eş.4.33)

Kayma yüzeyinin bulunmasından sonra kontrolcü tasarımı ise Bölüm 2.1.2'de açıklandığı şekilde bulunur.

$$u_{eq} = -\frac{I}{b^*} \left[(C_1 A_L^*{}_{11} + A_L^*{}_{21})z_1 + (C_1 A_L^*{}_{12} + A_L^*{}_{22})z_2 \right] \quad (4.51)$$

$$u_n = -k \cdot \text{sign}(\sigma(z)) \quad (4.52)$$

$$u = u_{eq} - k \cdot \text{sign}(\sigma(z)) \quad (4.53)$$

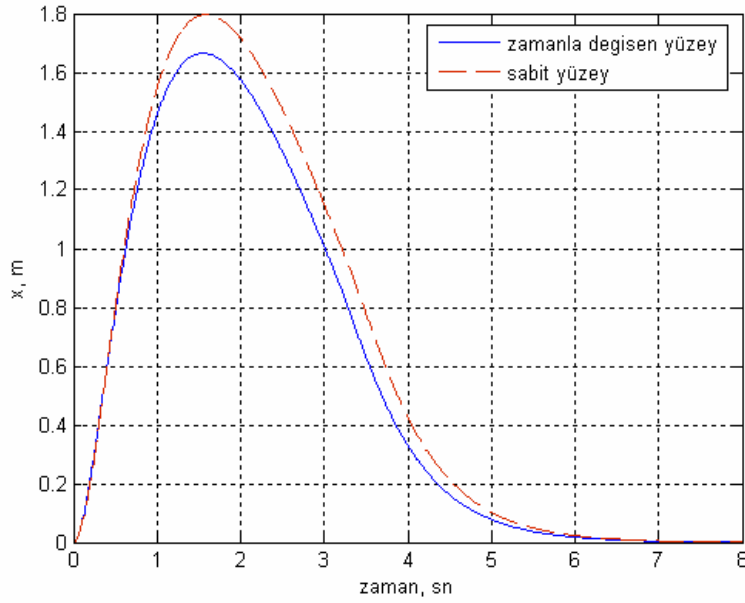
k sabiti, Δt zaman aralığı ve başlangıç koşulları da, zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak KKK uygulaması ile aynı tutulmuştur. (Eş.4.44, Eş.4.45)

Sabit eğimli yüzey kullanılarak KKK uygulamasında, kayma yüzeyi eğimleri kök yerleştirme metodu kullanılarak bulunduğunda, sistem $\theta = 70^\circ$ den itibaren; kayma yüzeyi eğimleri optimum kontrol yöntemi ile bulunduğunda ise sistem, $\theta = 73^\circ$ den itibaren kontrol edilememektedir.

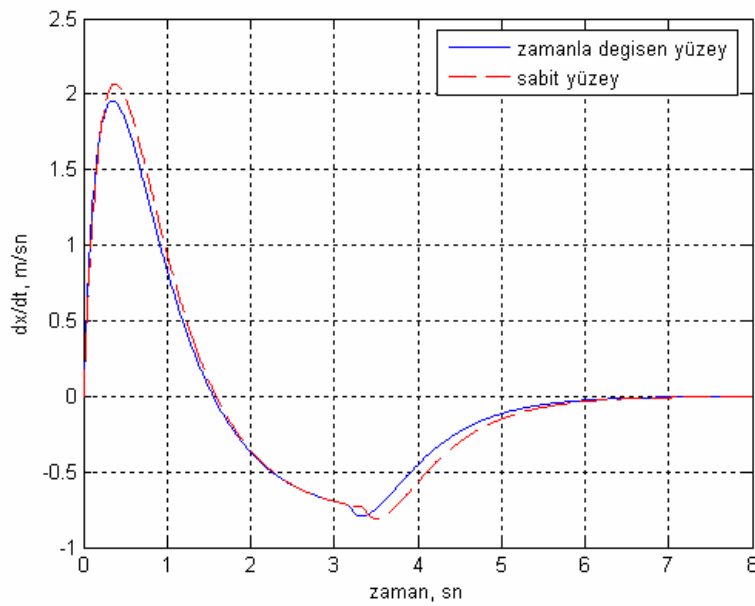
4.6. Simulasyon sonuçları

4.6.1. Kök yerleştirme metodu ile simulasyon sonuçları

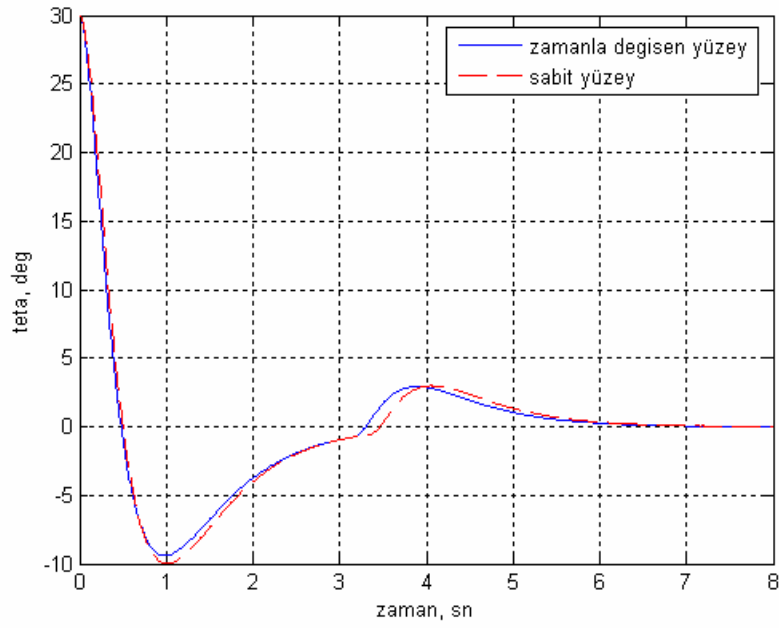
$\theta = 30^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,30,0]$)



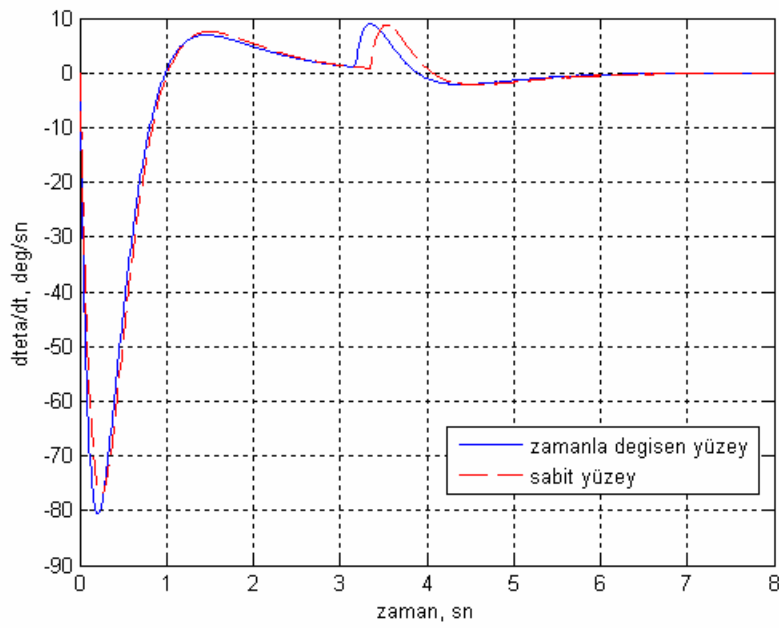
Şekil 4.3. Platformun konum değişimi



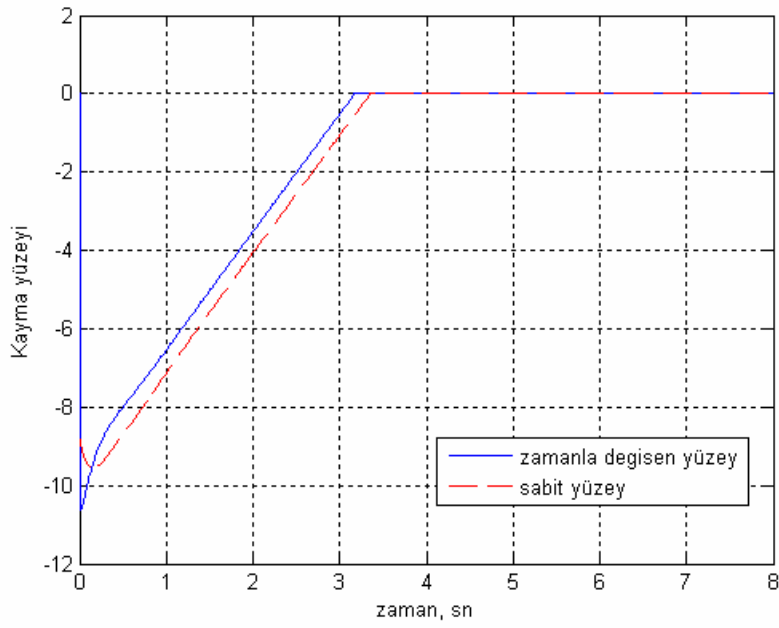
Şekil 4.4. Platformun hız değişimi



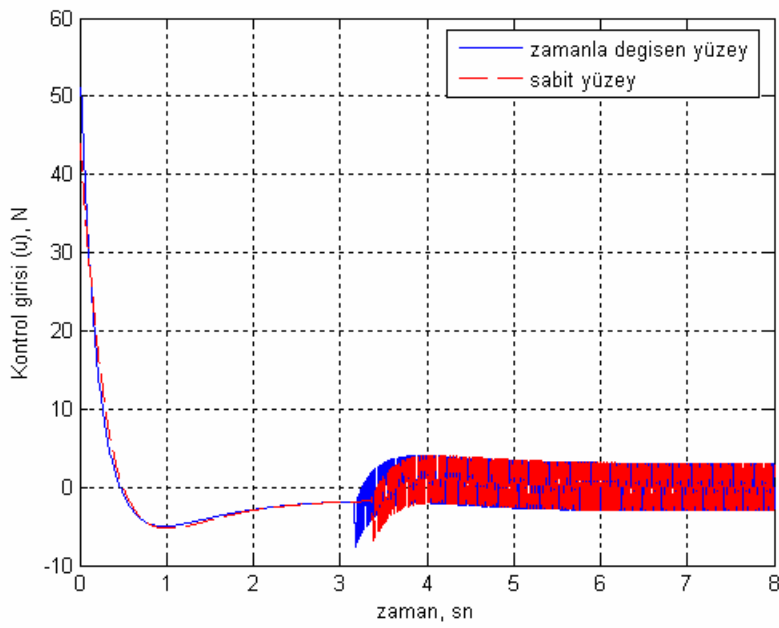
Şekil 4.5. Sarkacın açısal konum değişimi



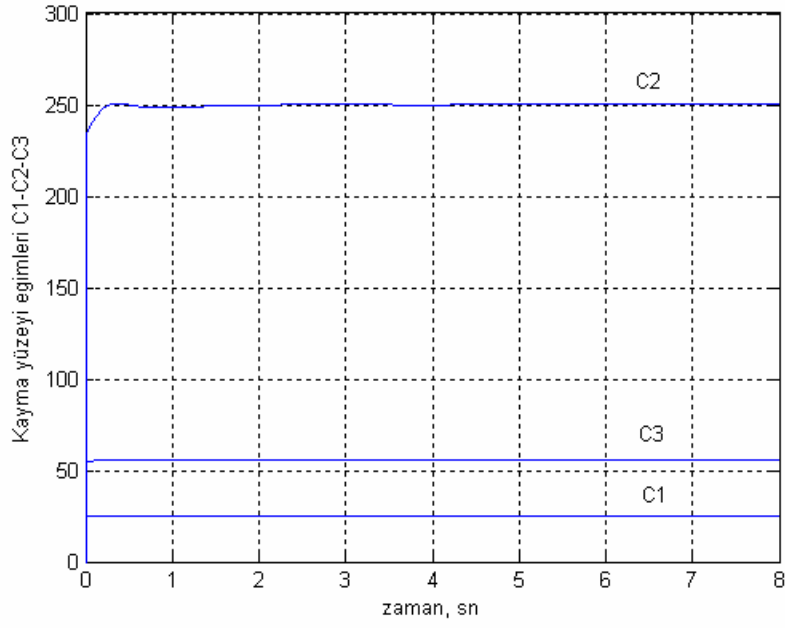
Şekil 4.6. Sarkacın açısal hız değişimi



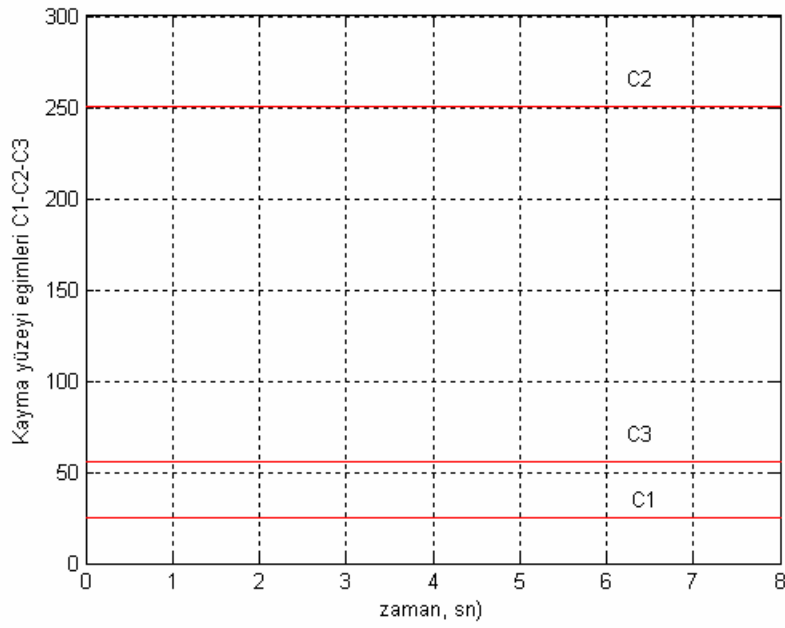
Şekil 4.7. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.8. Kontrol girişi değişimi

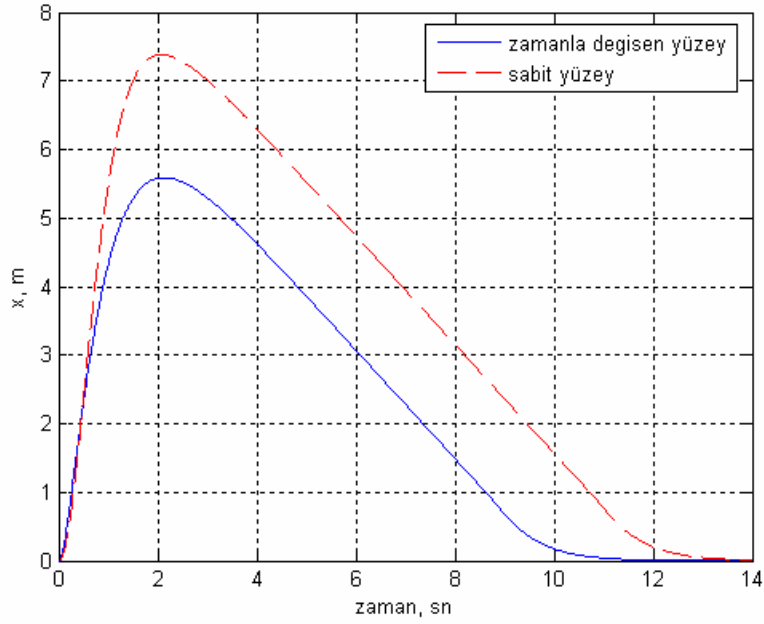


Şekil 4.9. Kayma yüzey eğimleri $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ (Zamanla değişen yüzey)

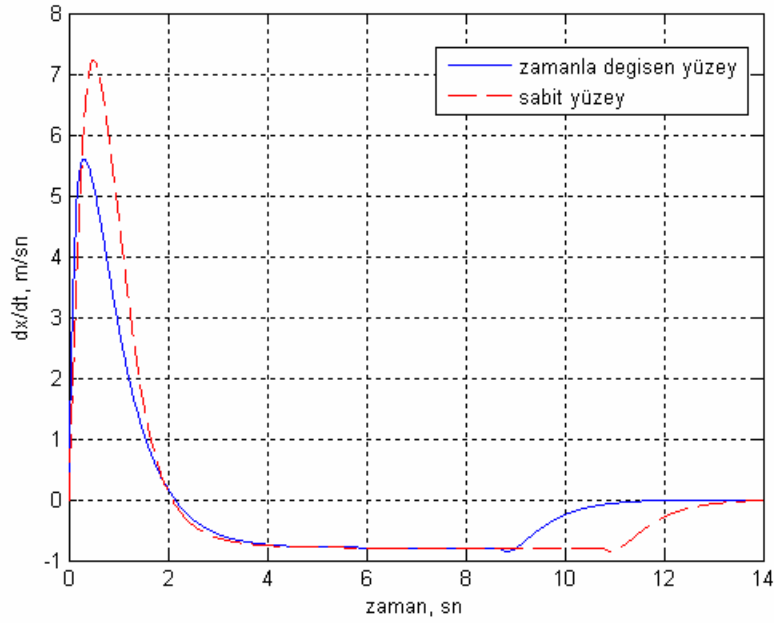


Şekil 4.10. Kayma yüzey eğimleri C_1 , C_2 , C_3 (Sabit yüzey)

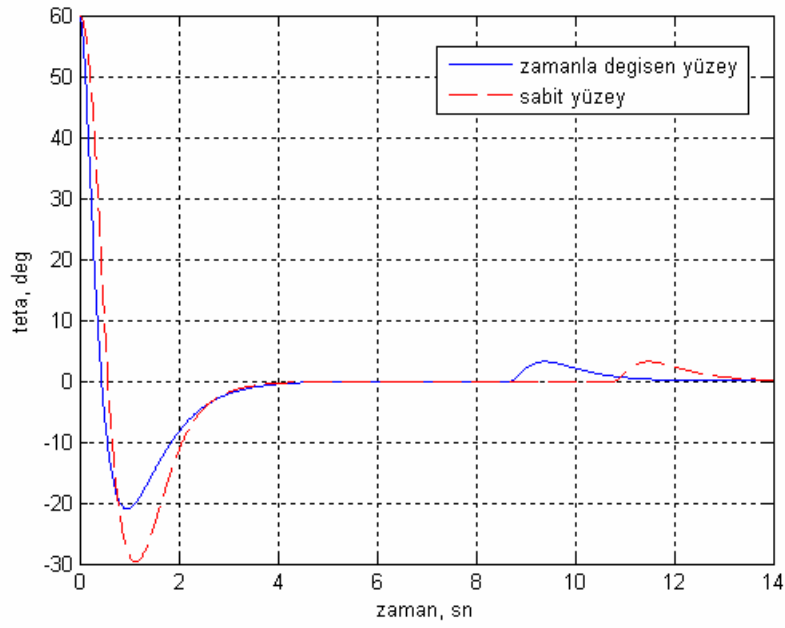
$\theta = 60^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,60,0]$)



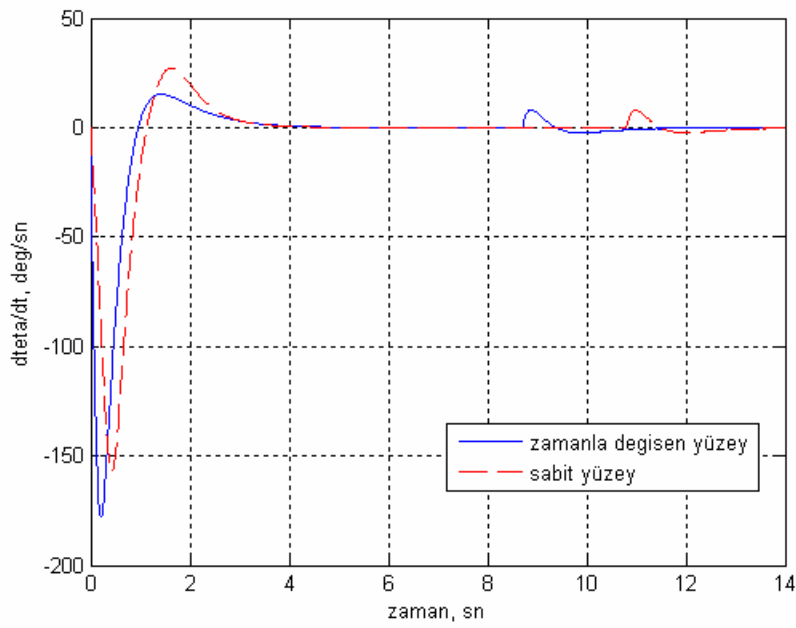
Şekil 4.11. Platformun konum değişimi



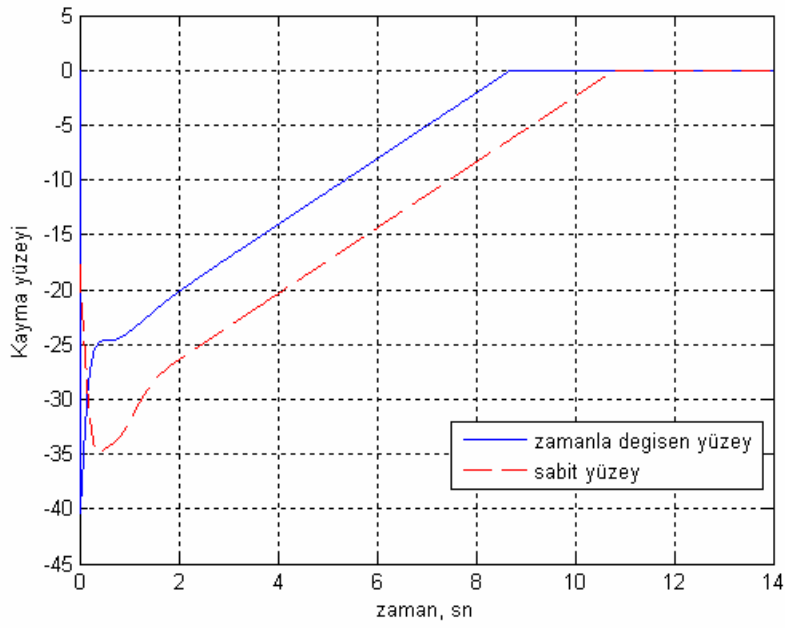
Şekil 4.12. Platformun hız değişimi



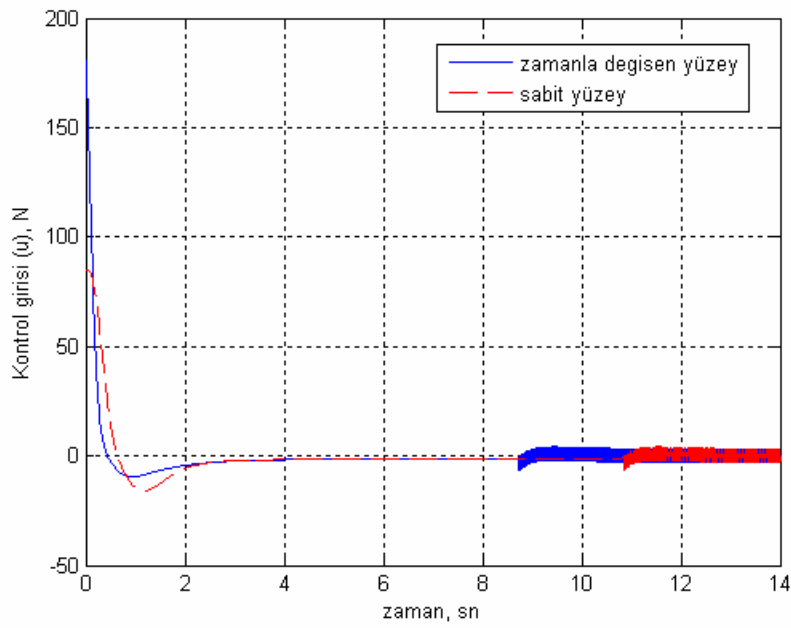
Şekil 4.13. Sarkacın açısal konum değişimi



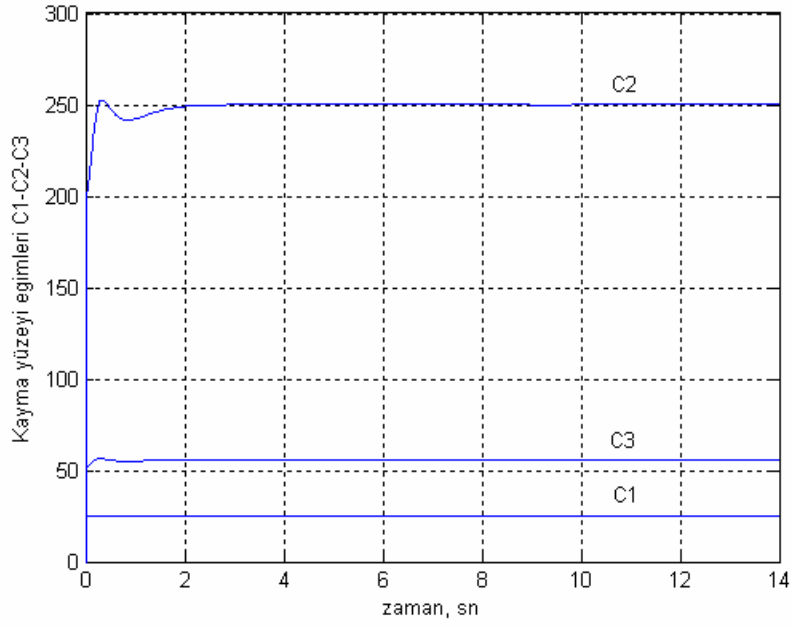
Şekil 4.14. Sarkacın açısal hız değişimi



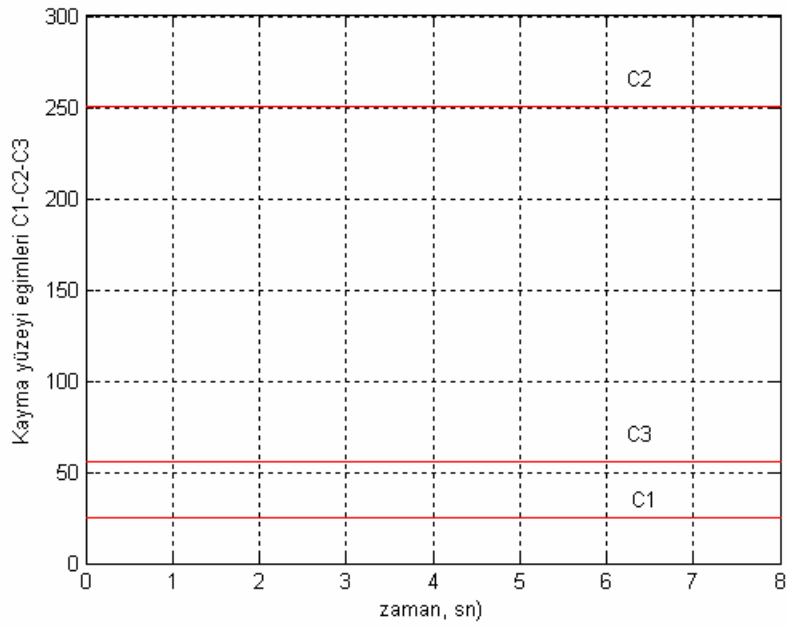
Şekil 4.15. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.16. Kontrol girişi değişimi

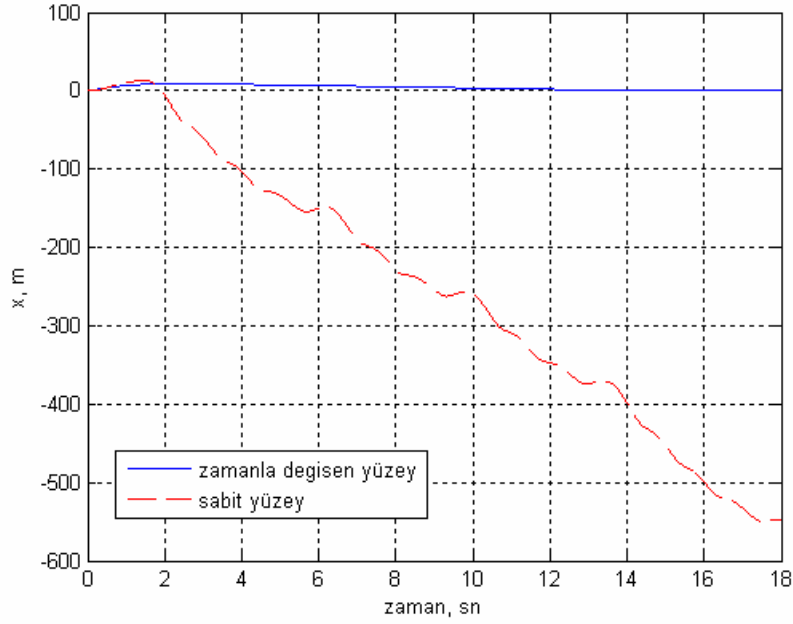


Şekil 4.17. Kayma yüzey eğimleri $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ (Zamanla değişen yüzey)

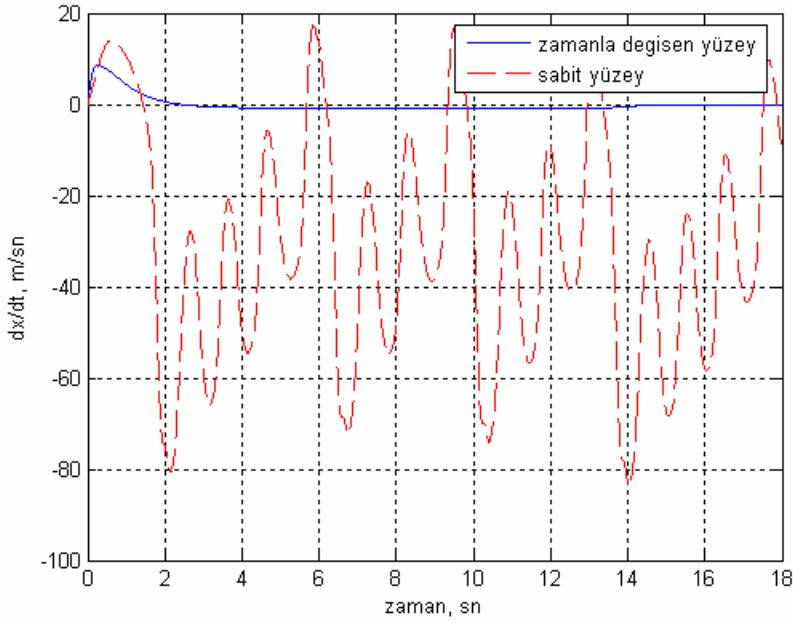


Şekil 4.18. Kayma yüzey eğimleri C_1 , C_2 , C_3 (Sabit yüzey)

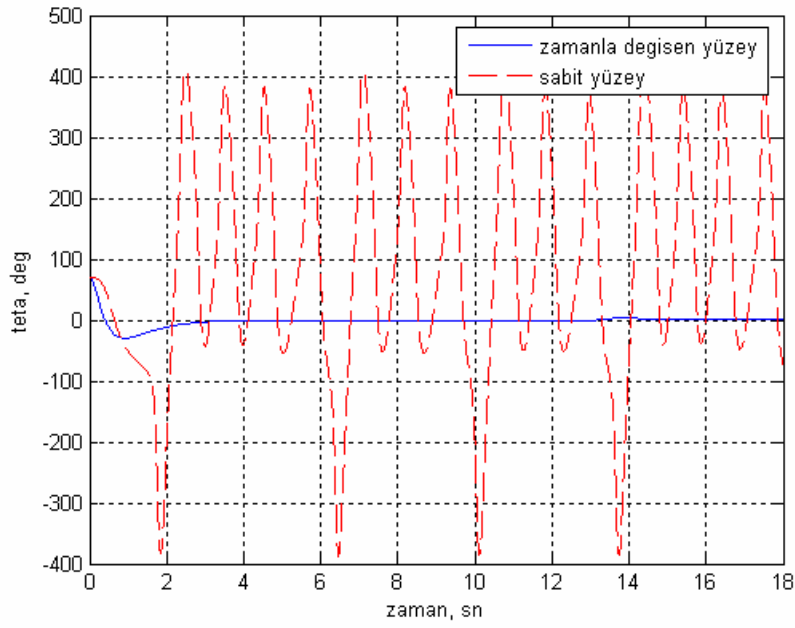
$\theta = 70^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,70,0]$)



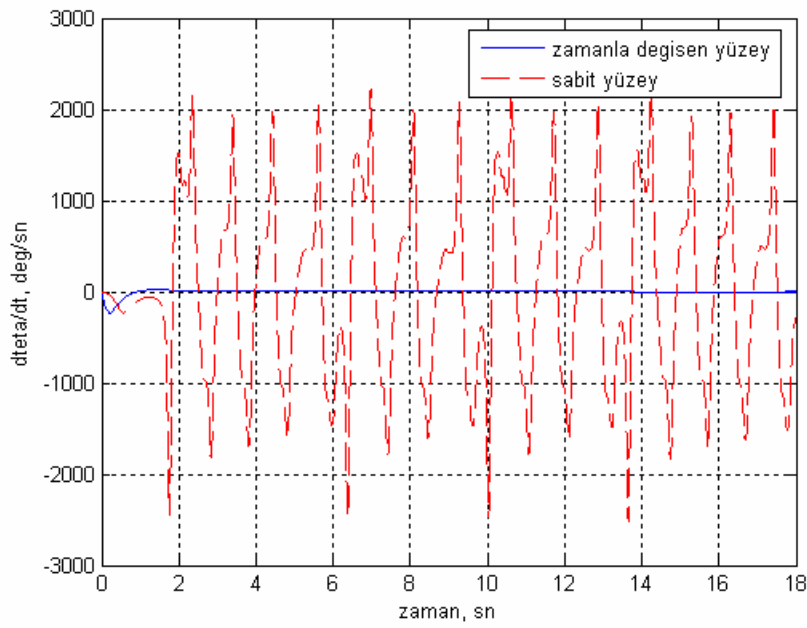
Şekil 4.19. Platformun konum değişimi



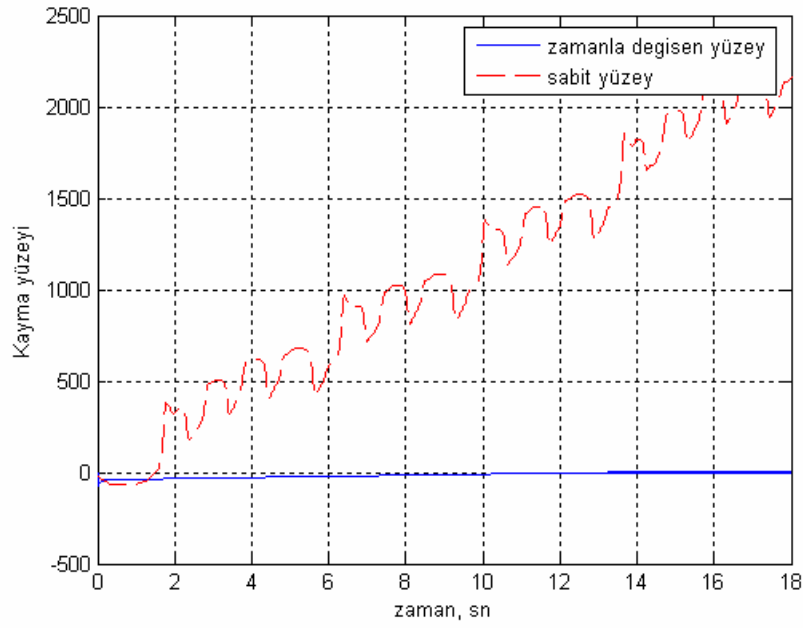
Şekil 4.20. Platformun hız değişimi



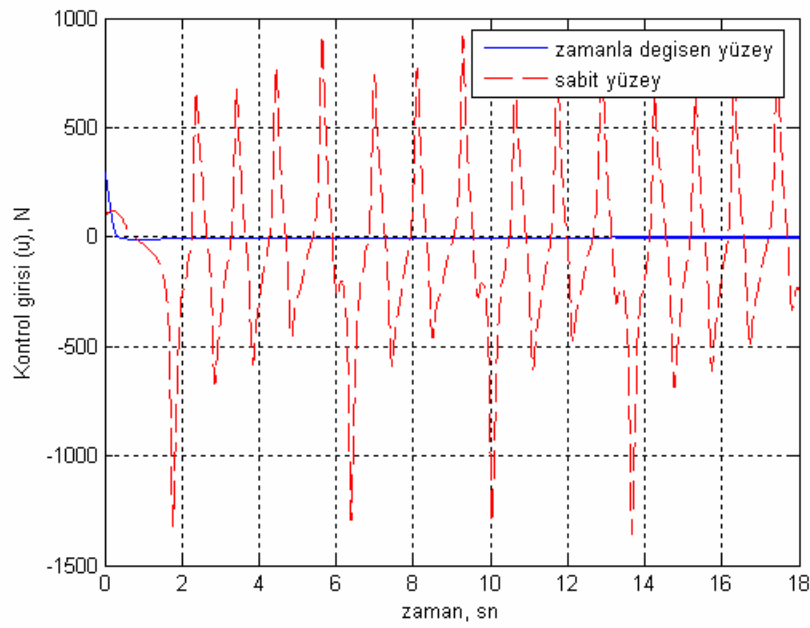
Şekil 4.21. Sarkacın açısal konum değişimi



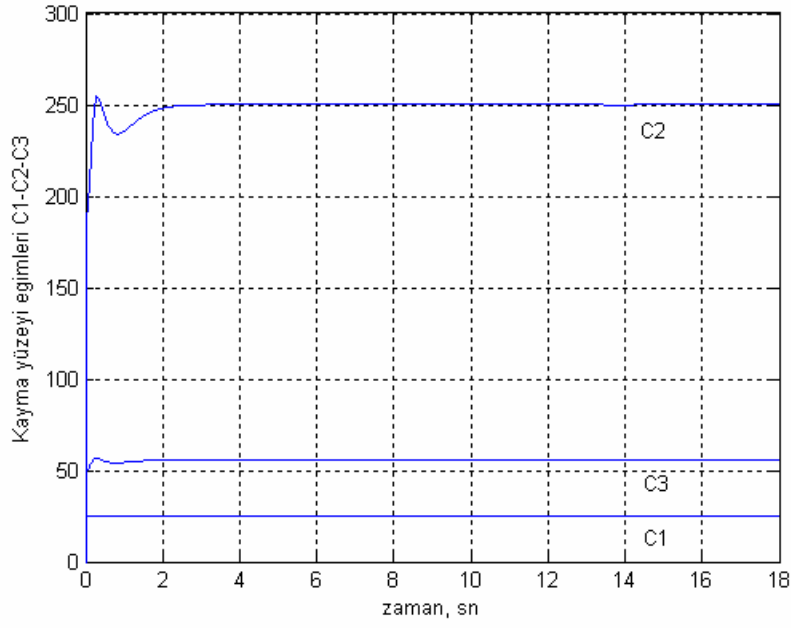
Şekil 4.22. Sarkacın açısal hız değişimi



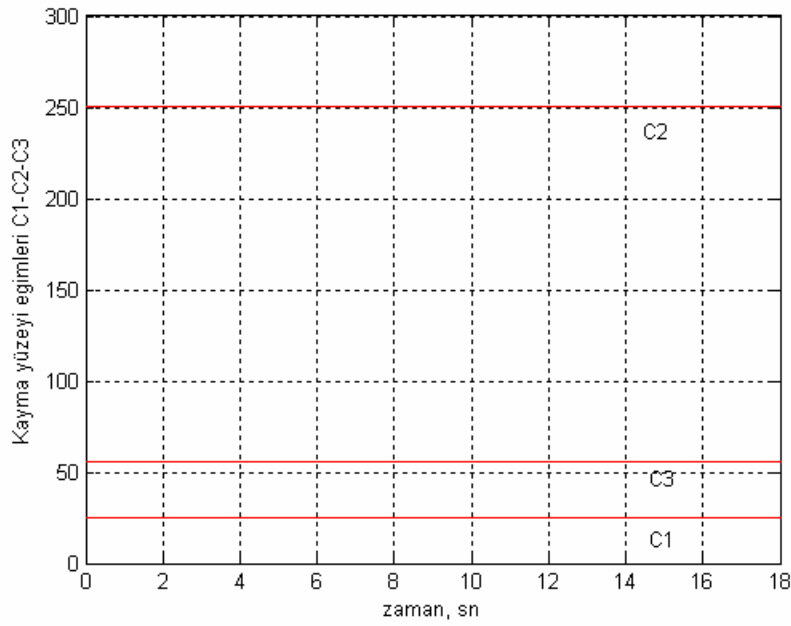
Şekil 4.23. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.24. Kontrol girişi değişimi

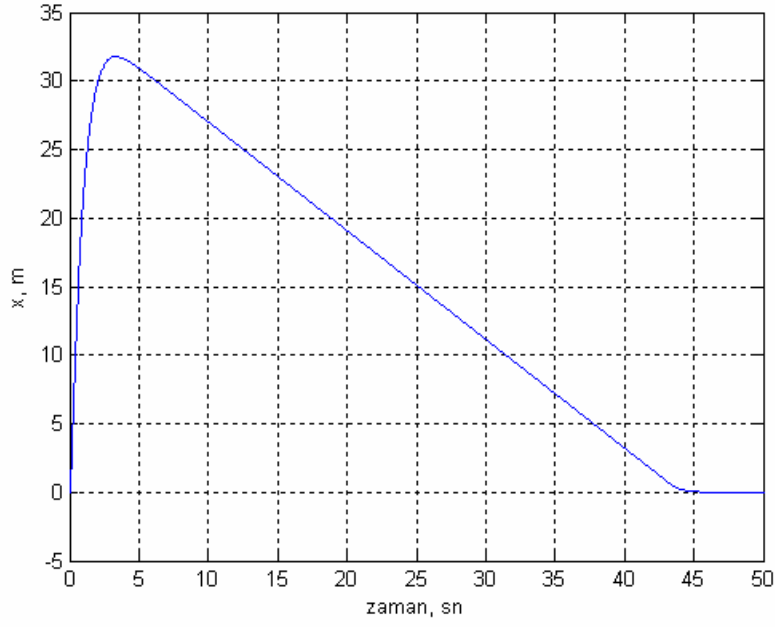


Şekil 4.25. Kayma yüzey eğimleri $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ (Zamanla değişen yüzey)

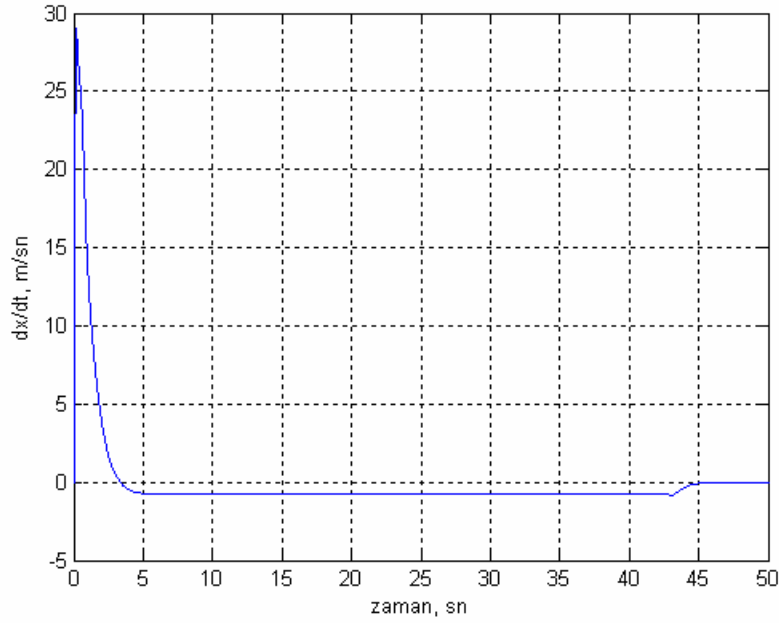


Şekil 4.26. Kayma yüzey eğimleri C_1 , C_2 , C_3 (Sabit yüzey)

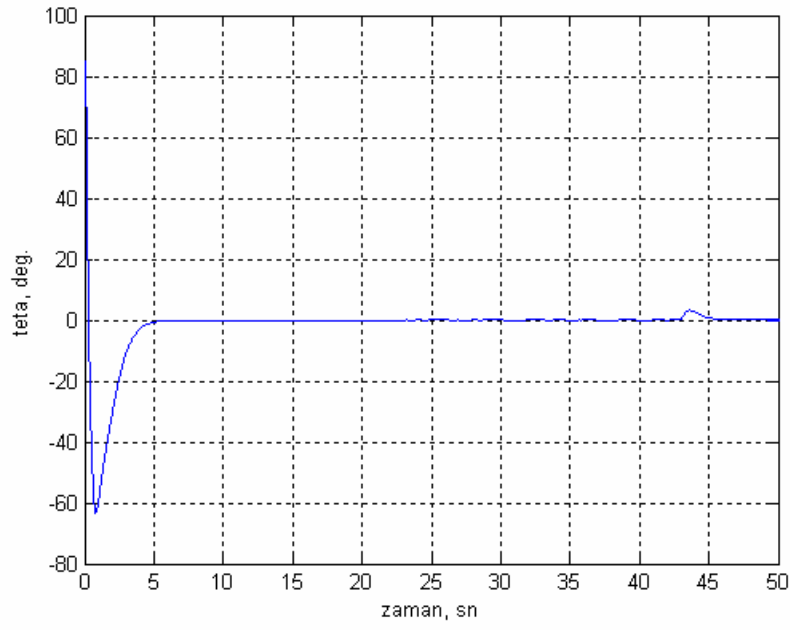
$\theta = 85^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,85,0]$)



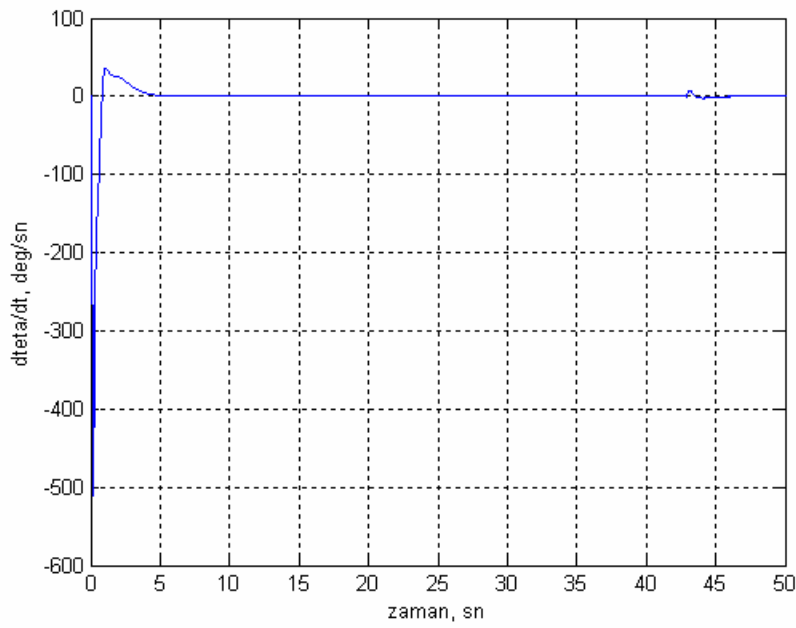
Şekil 4.27. Platformun konum değişimi



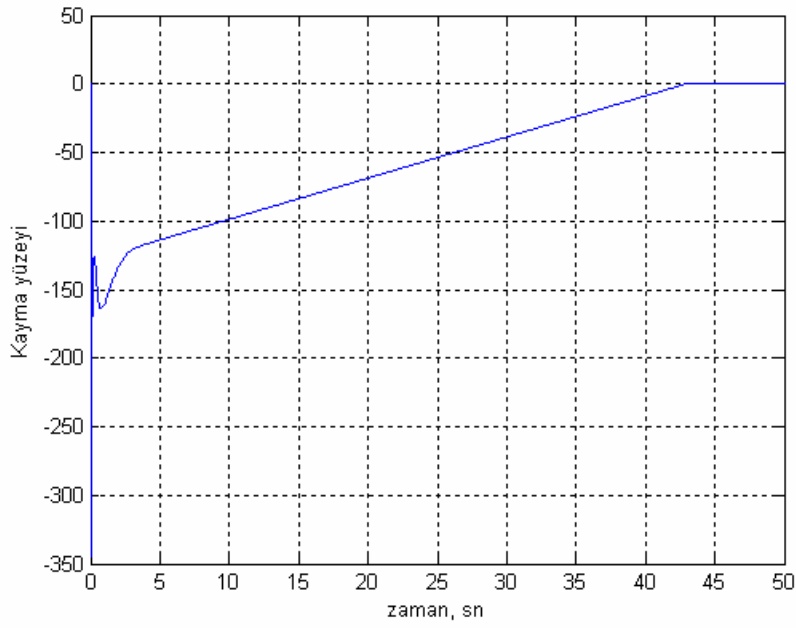
Şekil 4.28. Platformun hız değişimi



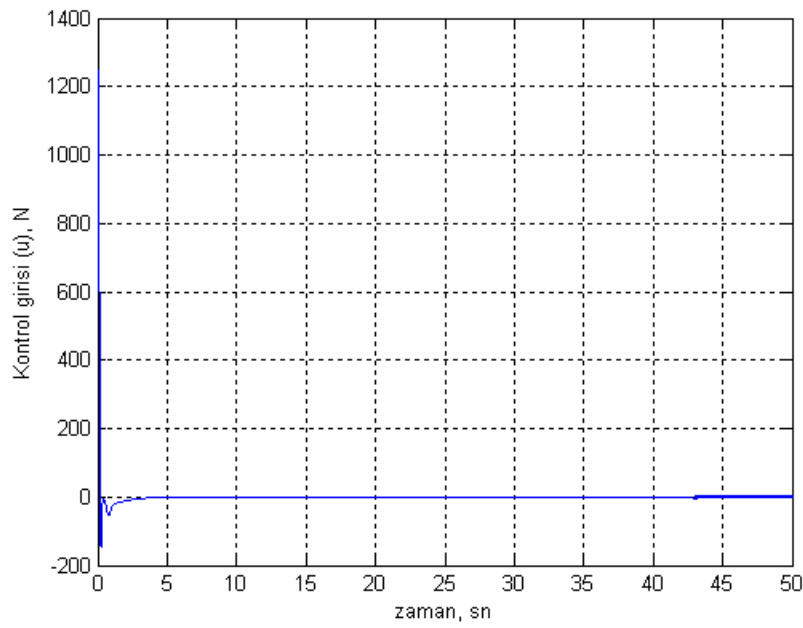
Şekil 4.29. Sarkacın açısal konum değişimi



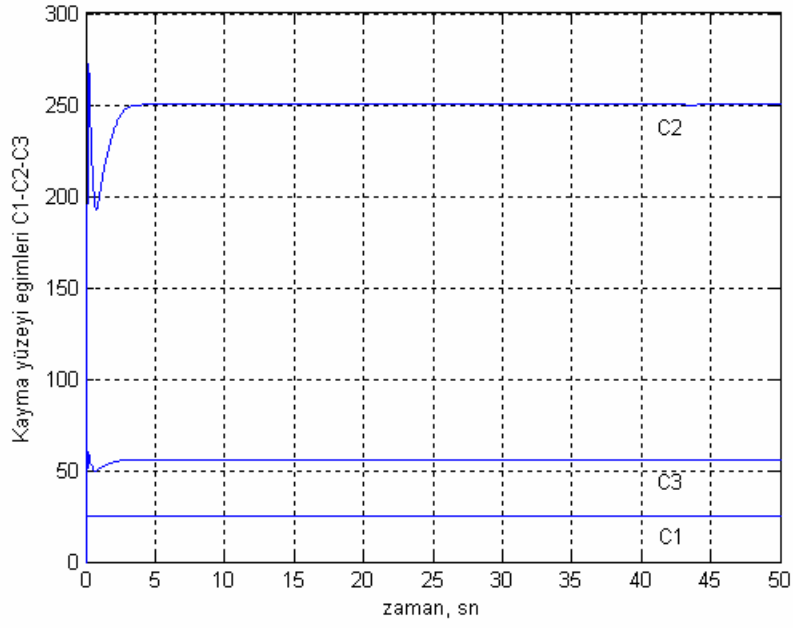
Şekil 4.30. Sarkacın açısal hız değişimi



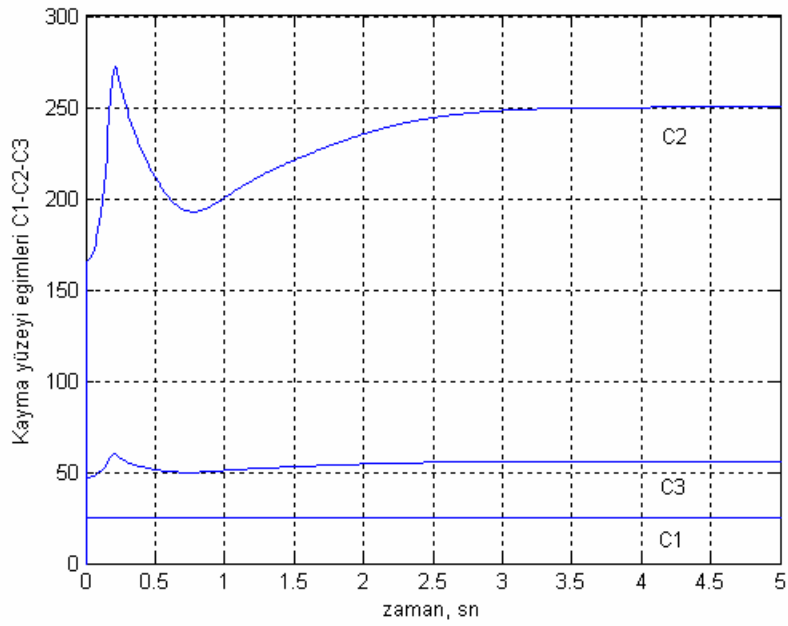
Şekil 4.31. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.32. Kontrol girişi değişimi

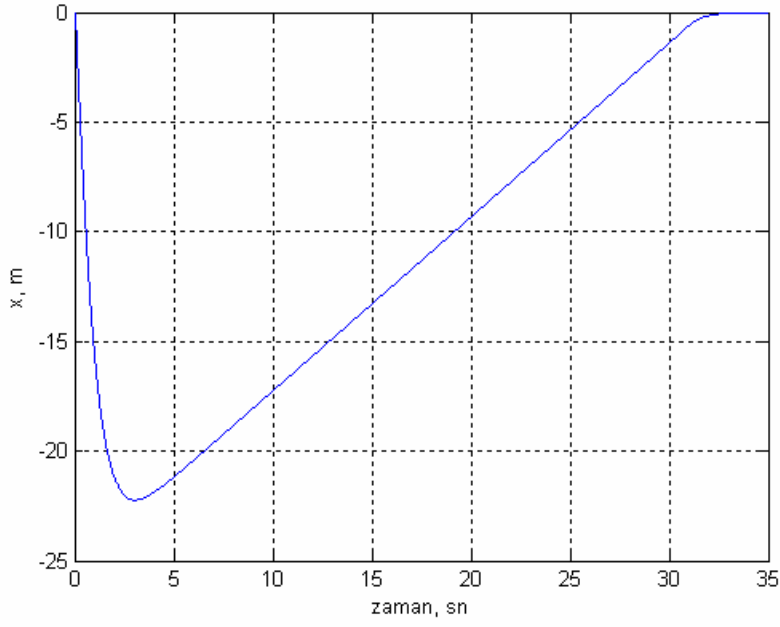


Şekil 4.33. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$)

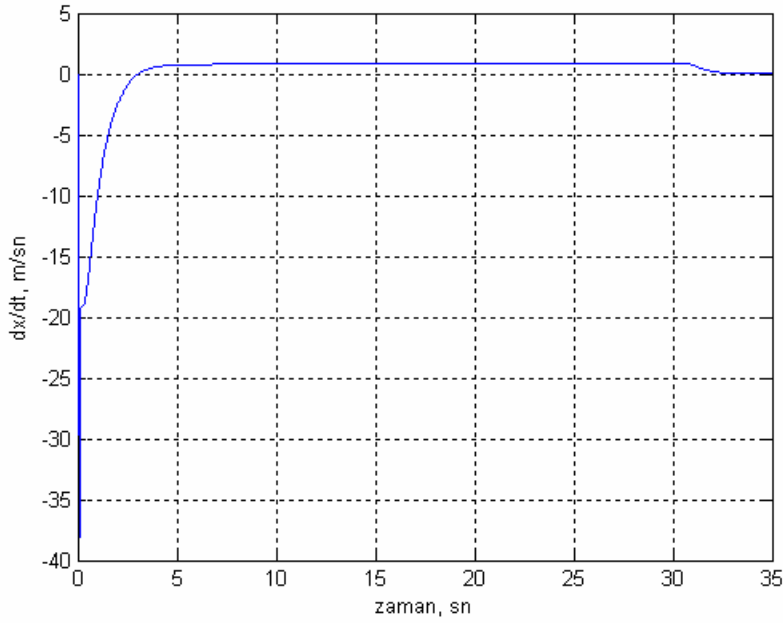


Şekil 4.34. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$) (Büyütülmüş(0-5 sn))

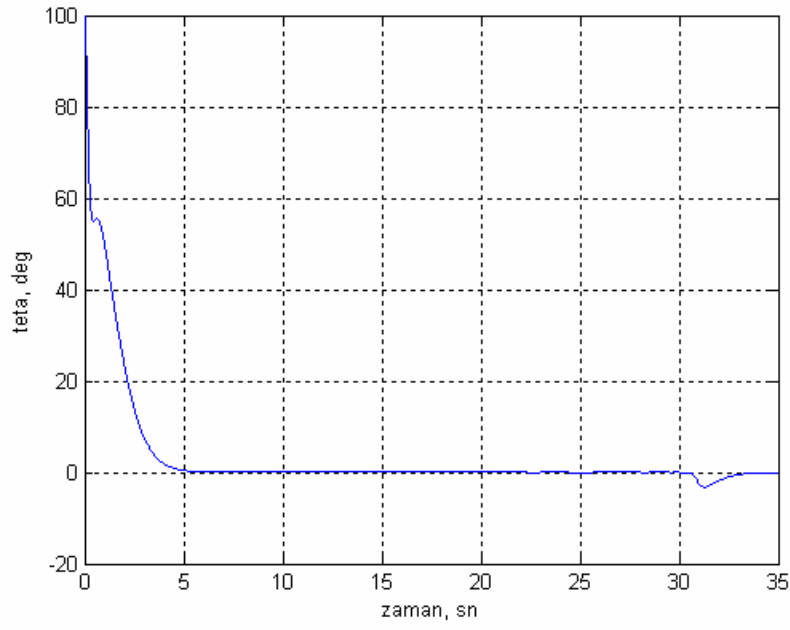
$\theta = 100^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,100,0]$)



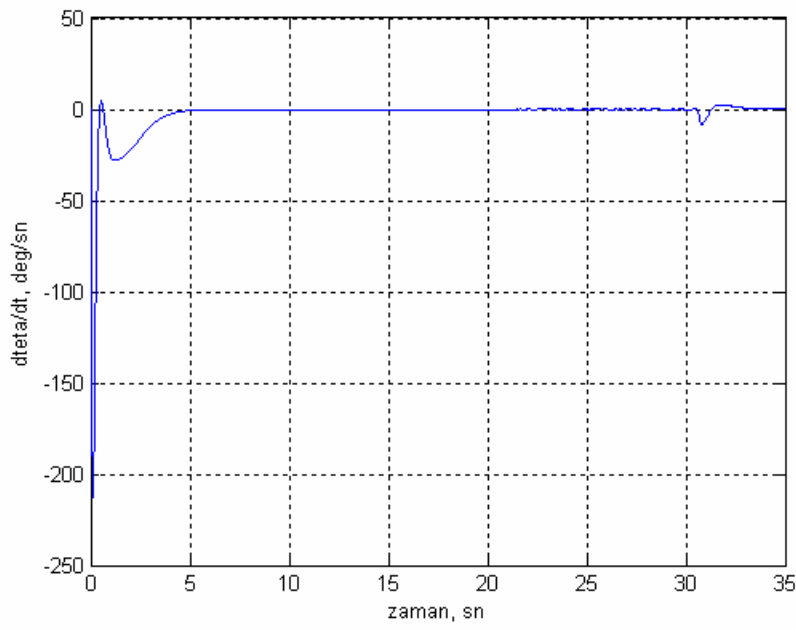
Şekil 4.35. Platformun konum değişimi



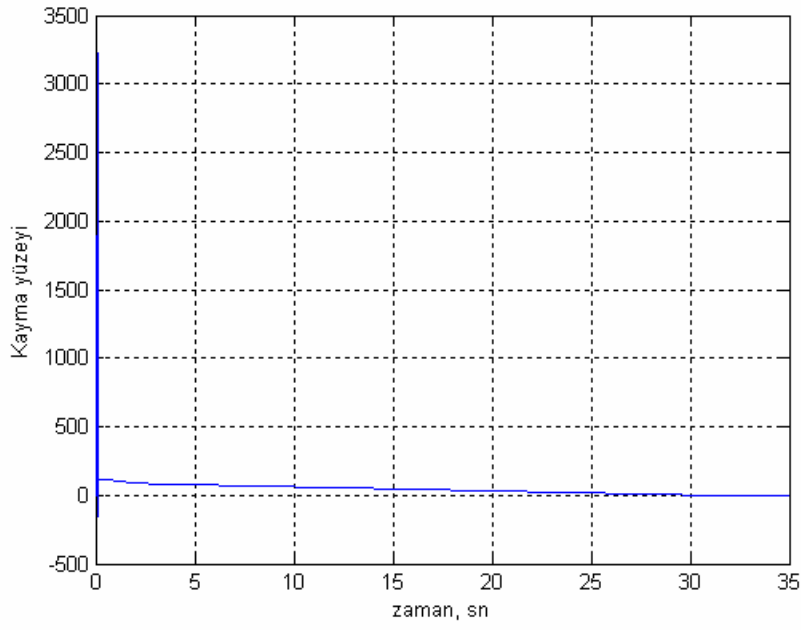
Şekil 4.36. Platformun hız değişimi



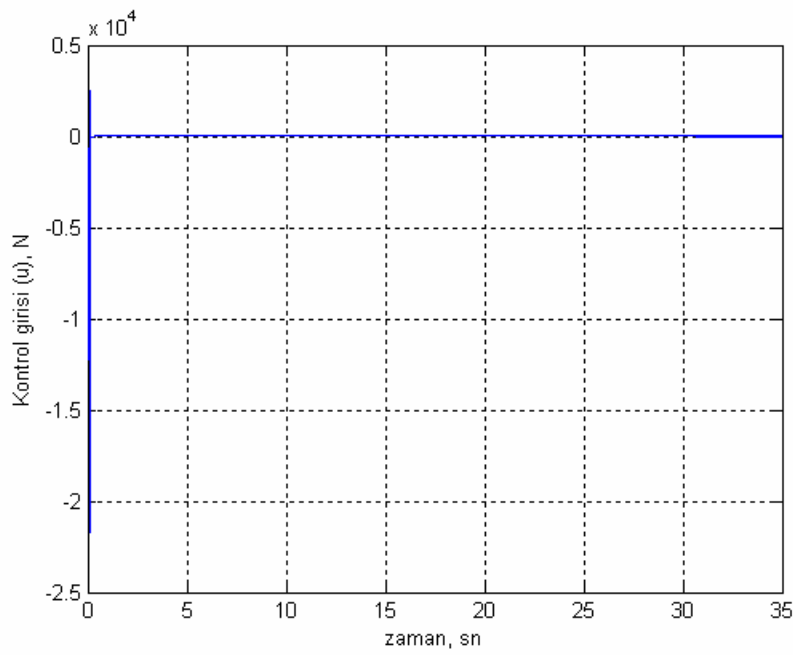
Şekil 4.37. Sarkacın açısal konum değişimi



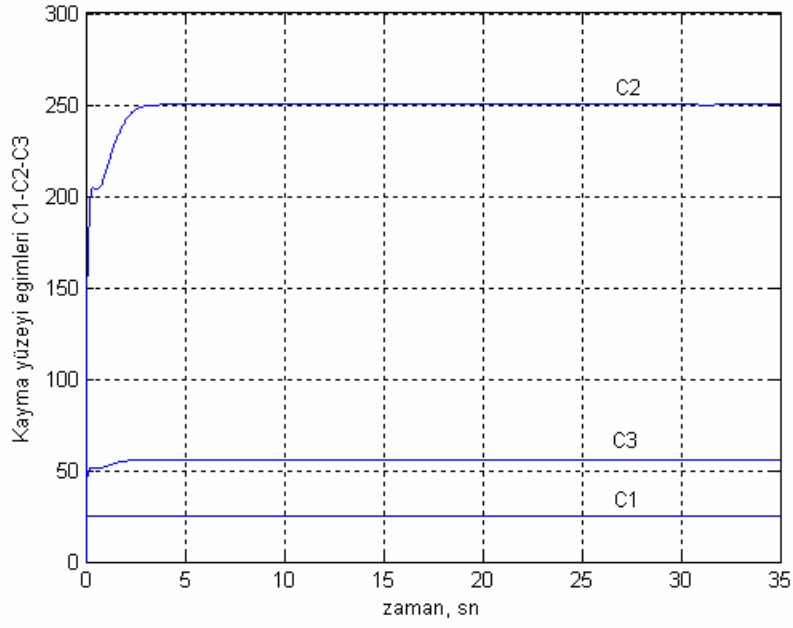
4.38. Sarkacın açısal hız değişimi



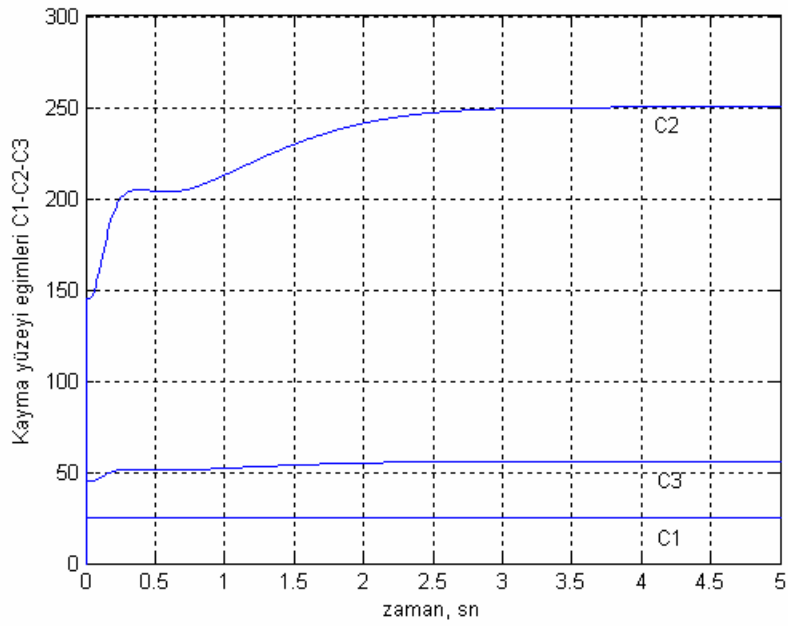
Şekil 4.39. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.40. Kontrol girişi değişimi

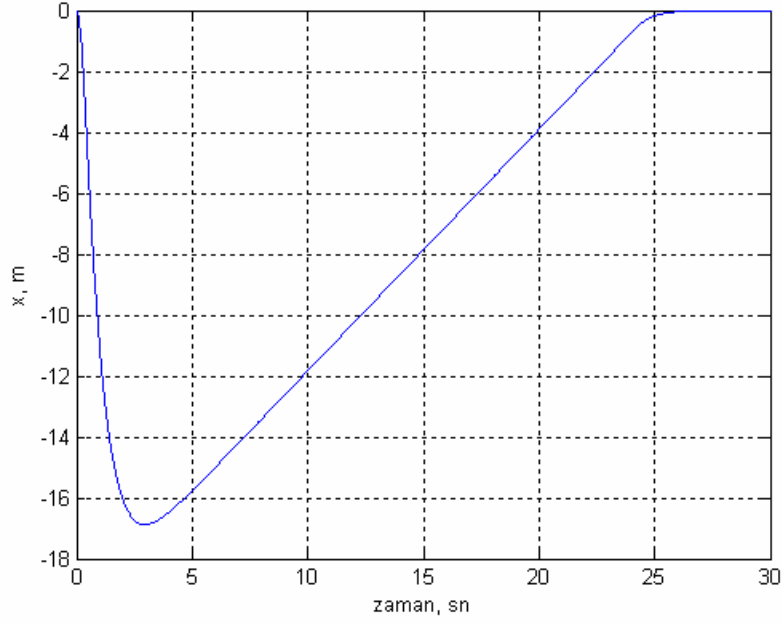


Şekil 4.41. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$)

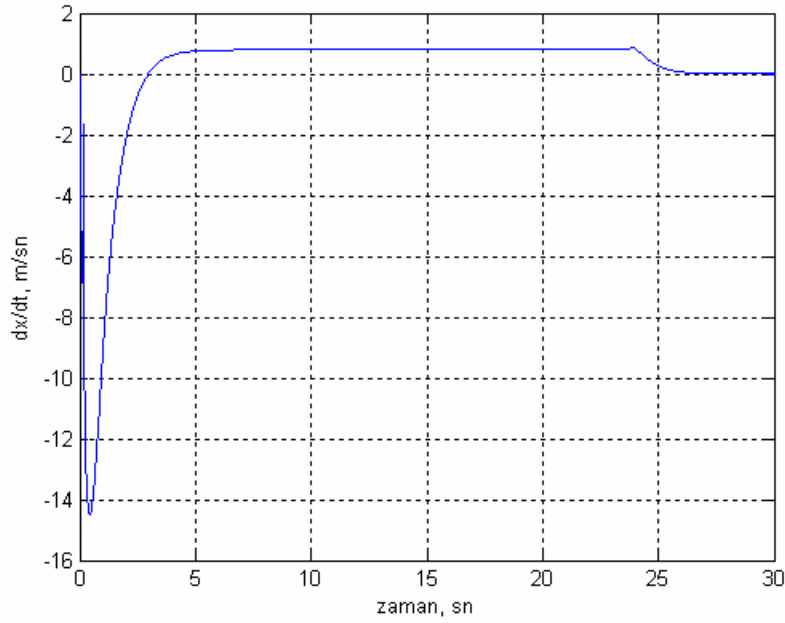


Şekil 4.42. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$) (Büyütülmüş(0-5 sn))

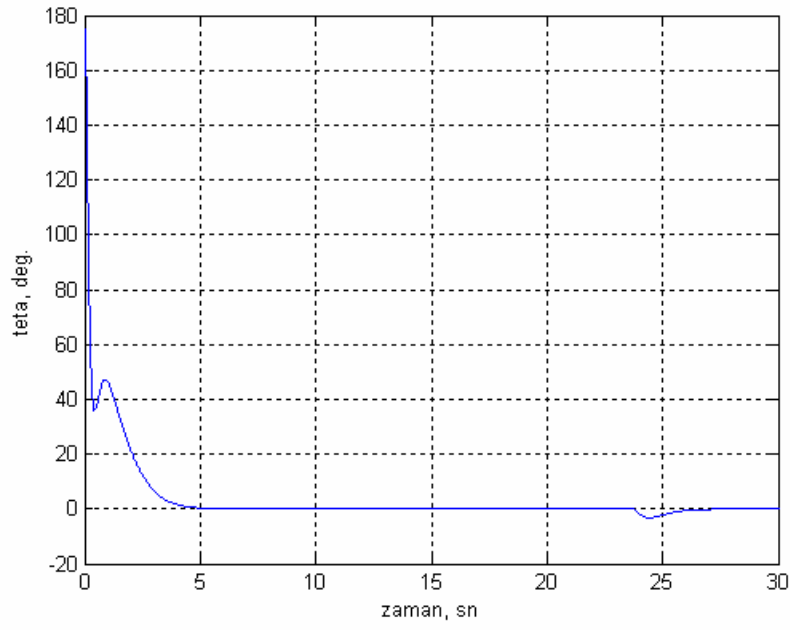
$\theta = 175^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,175,0]$)



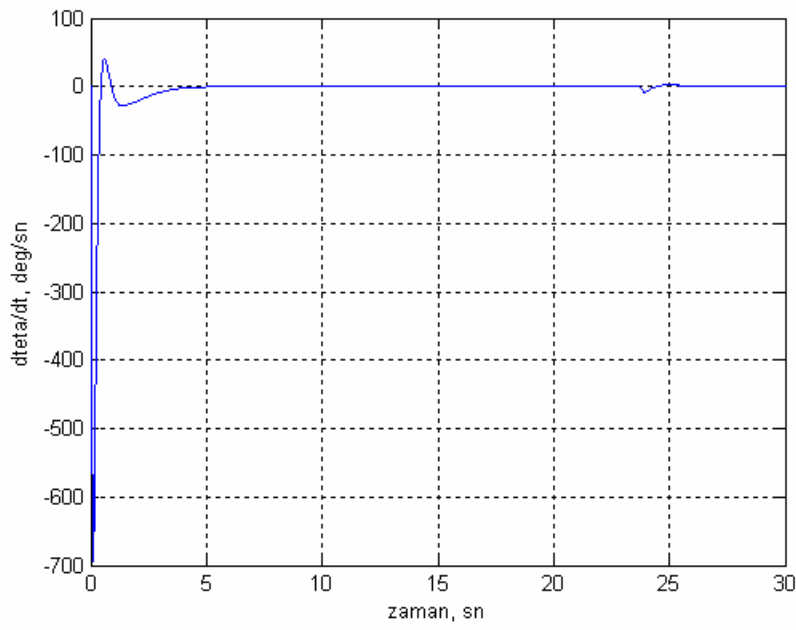
Şekil 4.43. Platformun konum değişimi



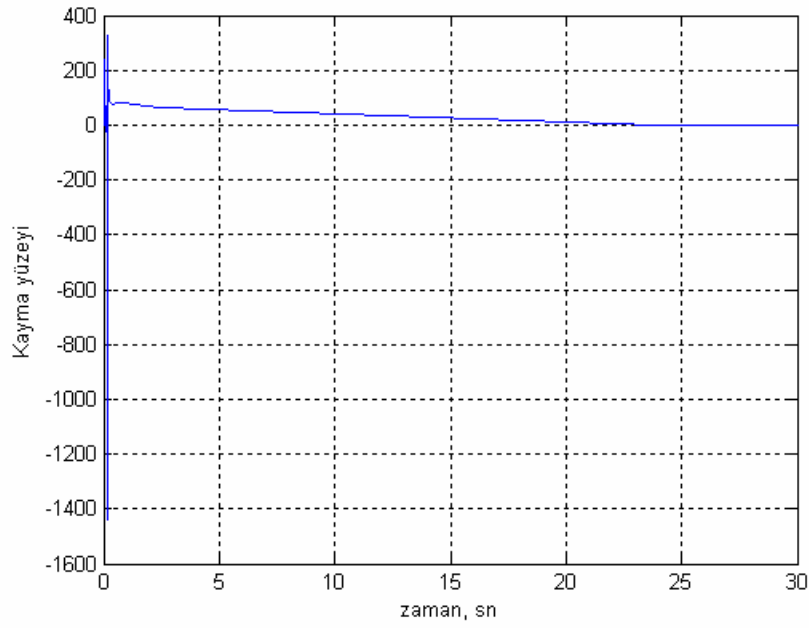
Şekil 4.44. Platformun hız değişimi



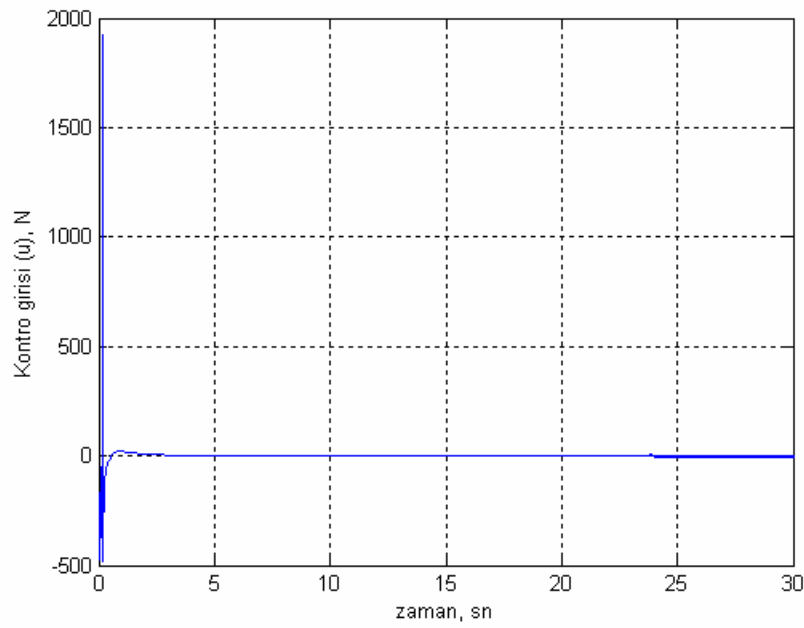
Şekil 4.45. Sarkacın açısal konum değişimi



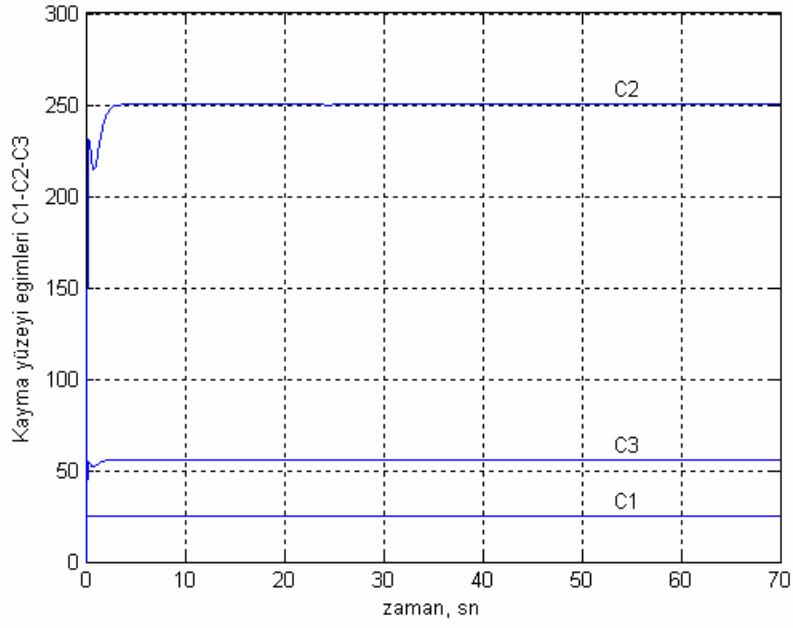
Şekil 4.46. Sarkacın açısal hız değişimi



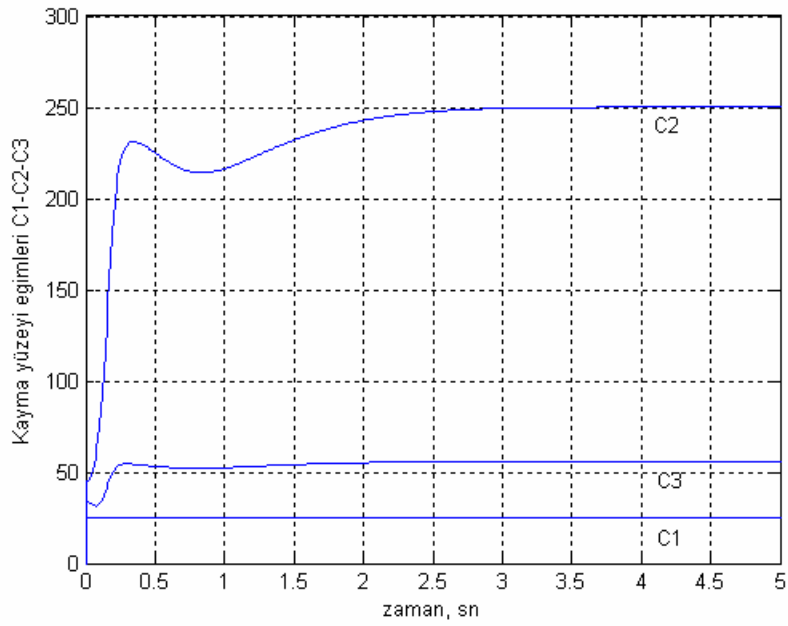
Şekil 4.47. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.48. Kontrol girişi değişimi



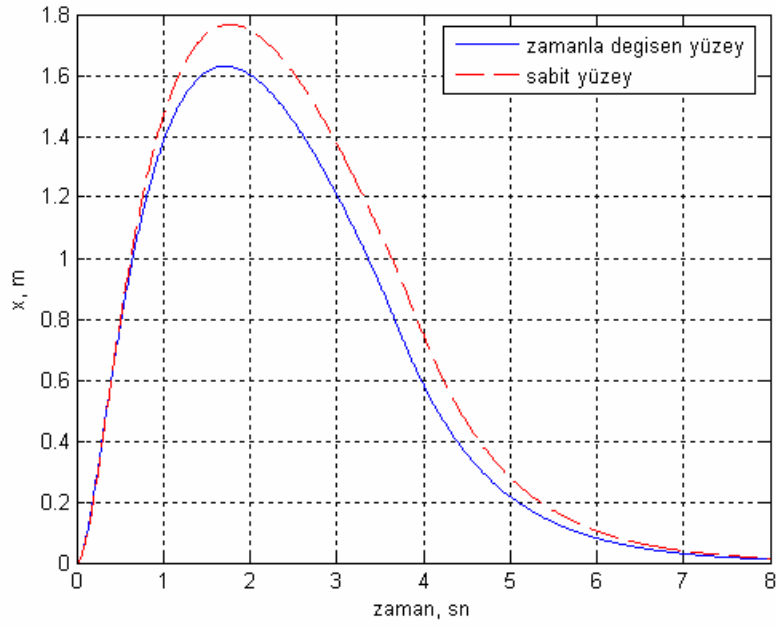
Şekil 4.49. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$)



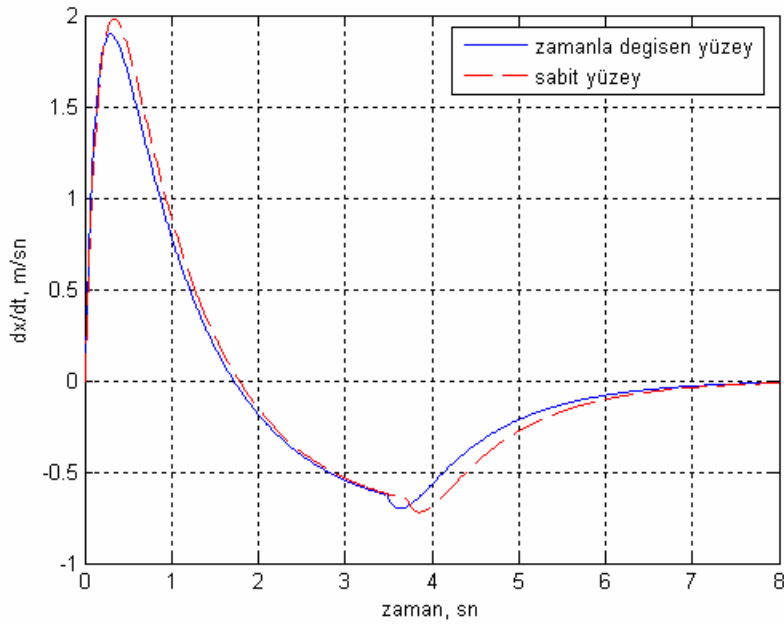
Şekil 4.50. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$) (Büyütülmüş(0-5 sn))

4.6.2. Optimum kontrol yöntemi ile simülasyon sonuçları

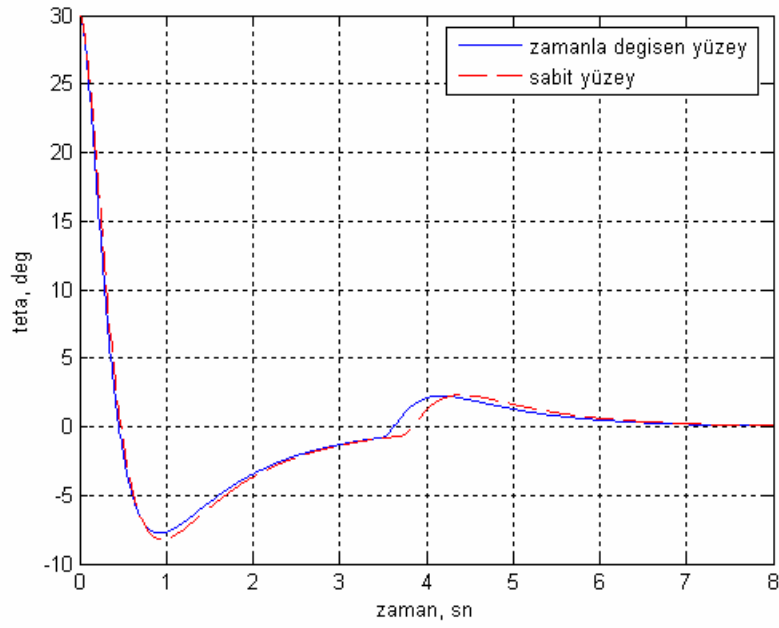
$\theta = 30^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,30,0]$)



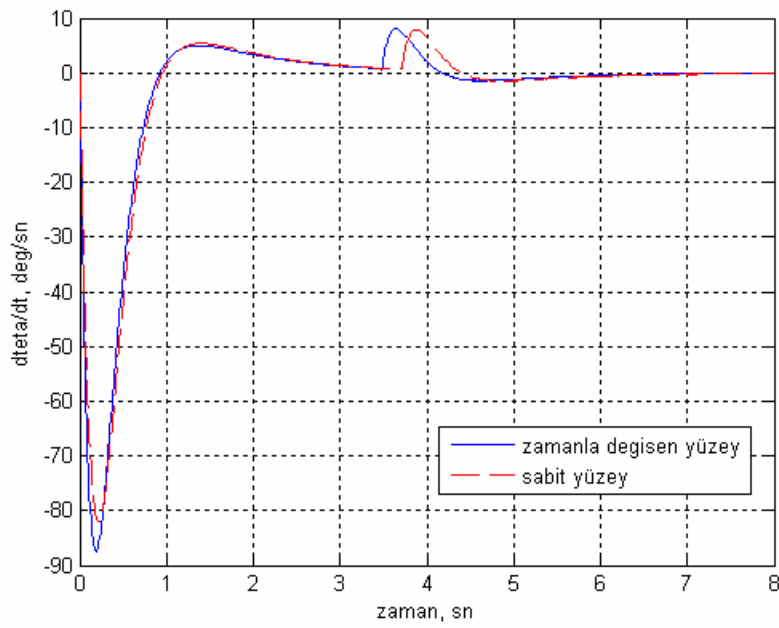
Şekil 4.51. Platformun konum değişimi



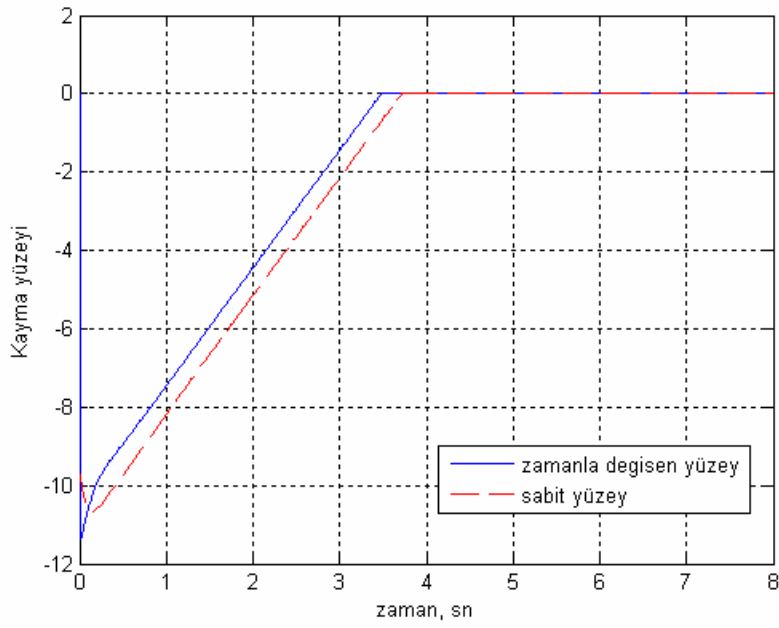
Şekil 4.52. Platformun hız değişimi



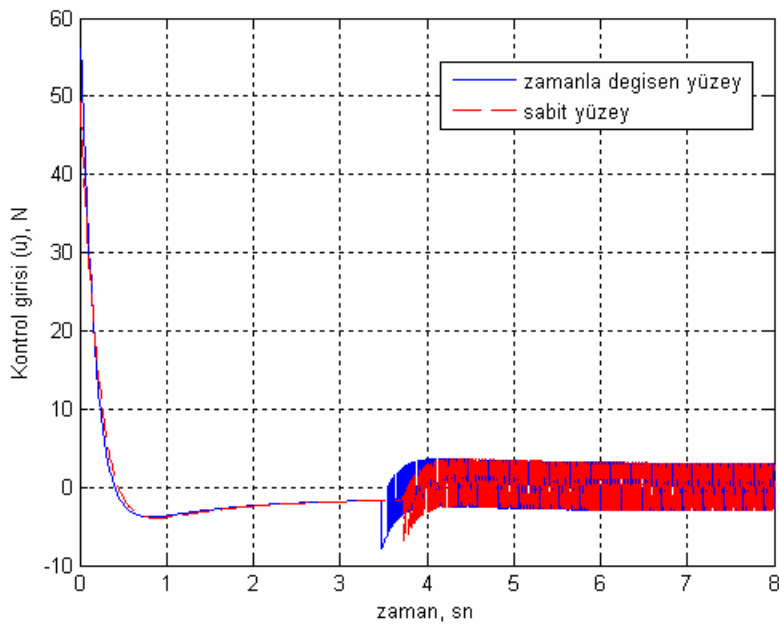
Şekil 4.53. Sarkacın açısal konum değişimi



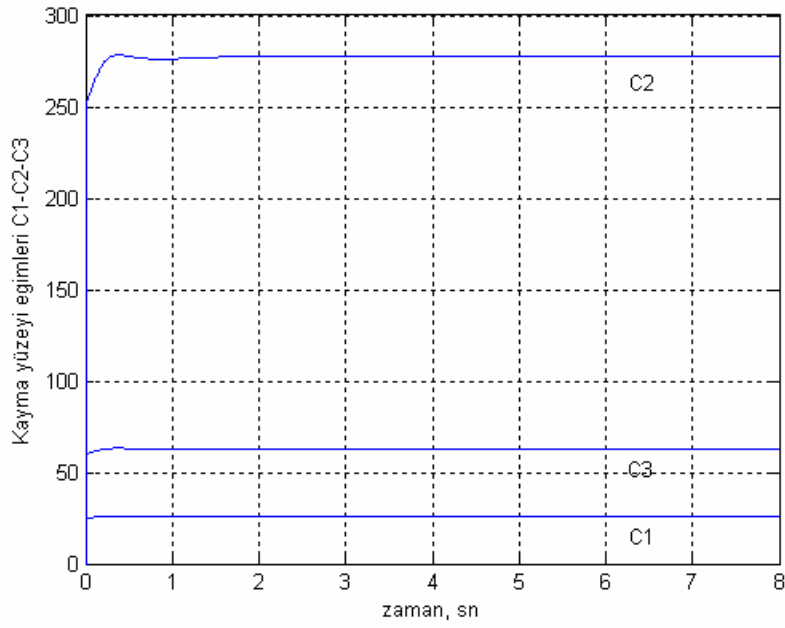
Şekil 4.54. Sarkacın açısal hız değişimi



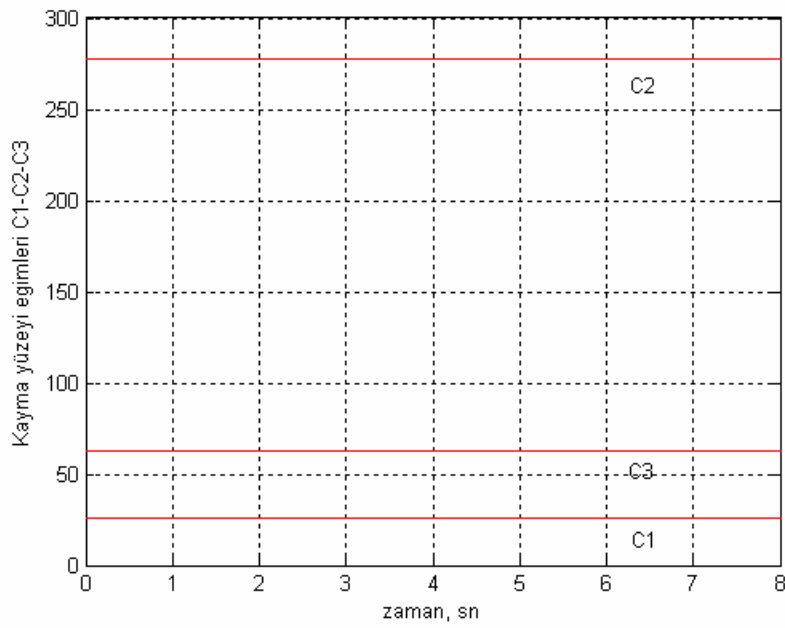
Şekil 4.55. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.56. Kontrol girişi değişimi

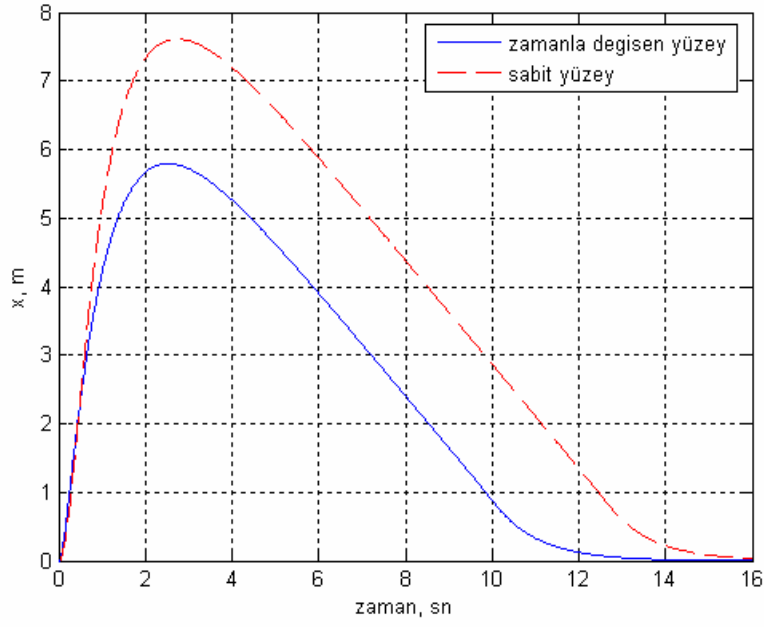


Şekil 4.57. Kayma yüzey eğimleri $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ (Zamanla değişen yüzey)

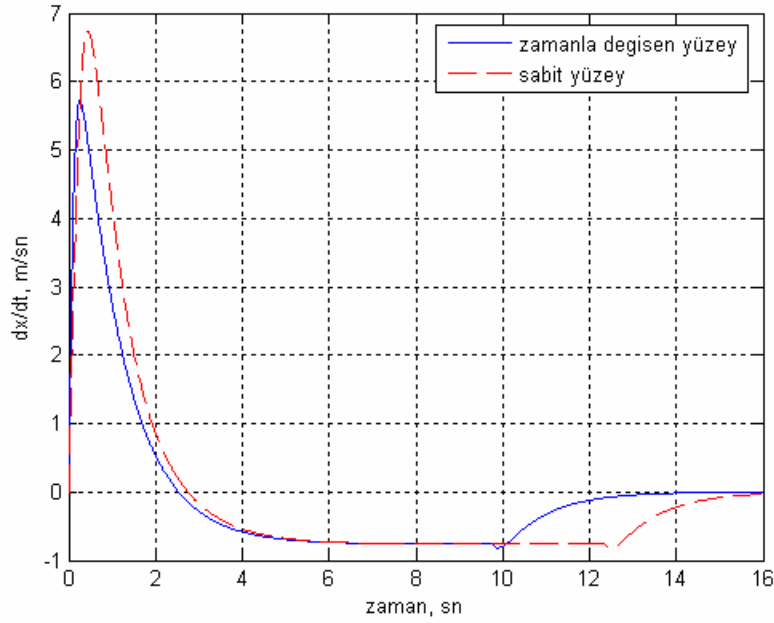


Şekil 4.58. Kayma yüzey eğimleri C_1, C_2, C_3 (Sabit yüzey)

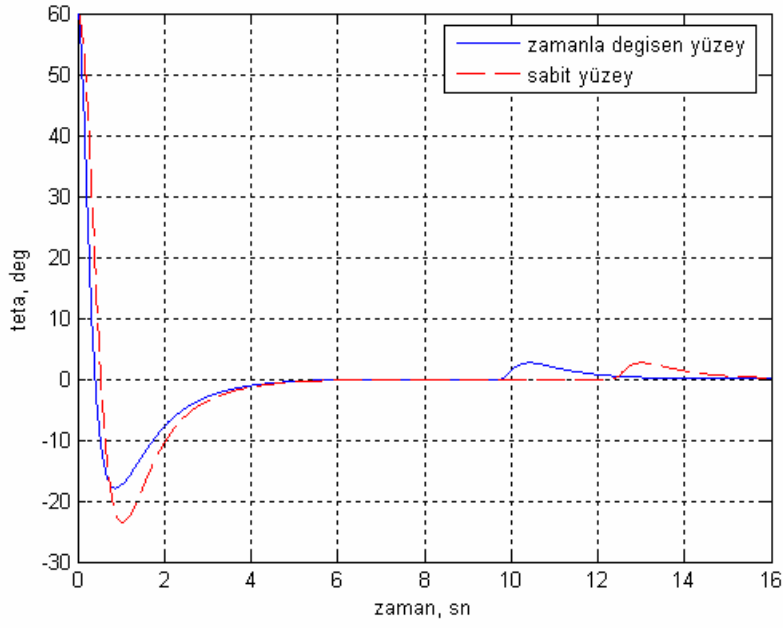
$\theta = 60^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,60,0]$)



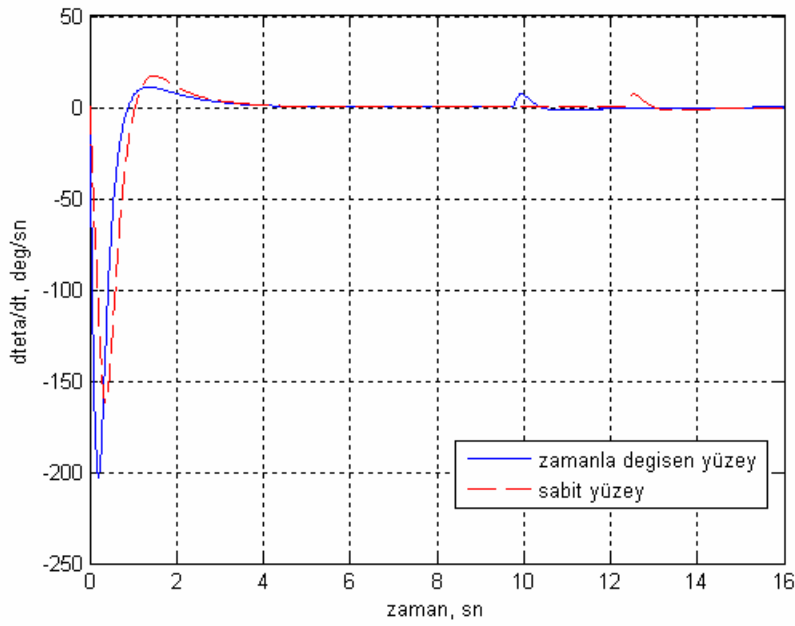
Şekil 4.59. Platformun konum değişimi



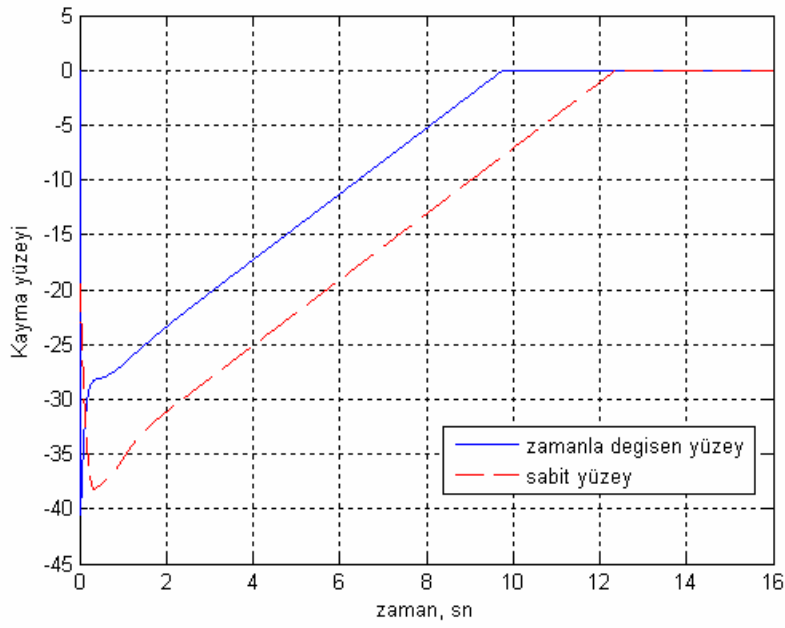
Şekil 4.60. Platformun hız değişimi



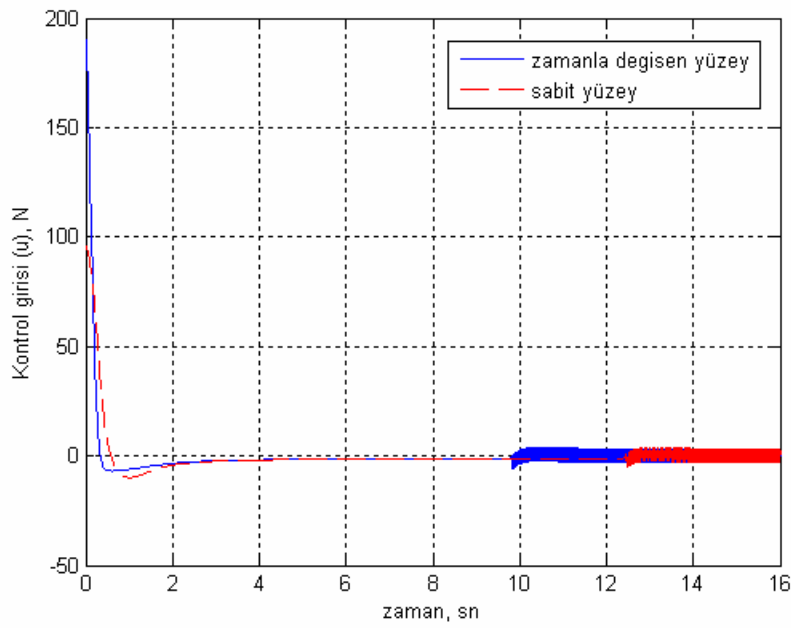
Şekil 4.61. Sarkacın açısal konum değişimi



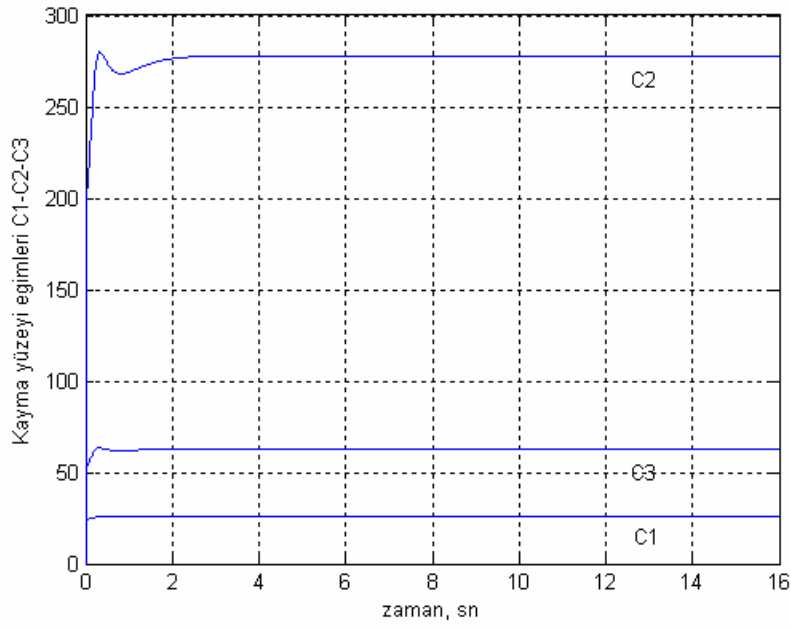
Şekil 4.62. Sarkacın açısal hız değişimi



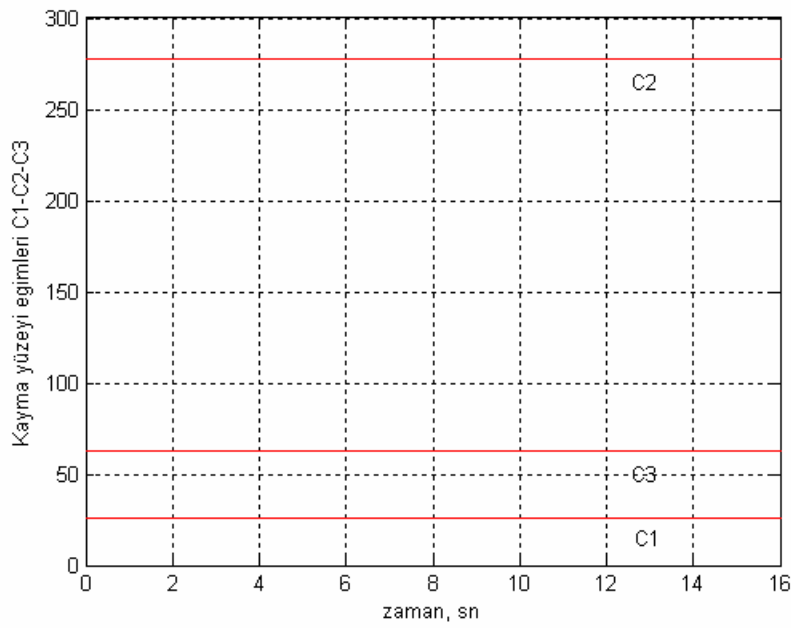
Şekil 4.63. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.64. Kontrol girişi değişimi

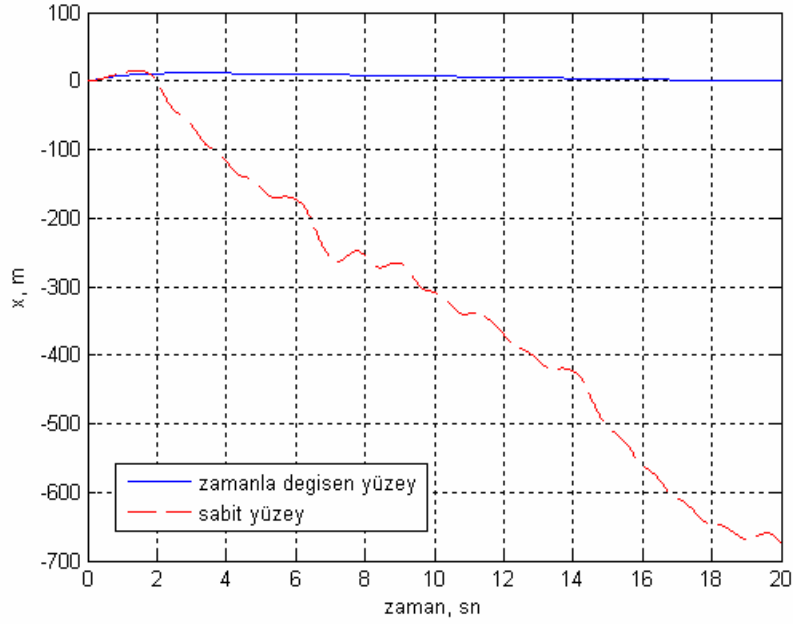


Şekil 4.65. Kayma yüzey eğimleri $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ (Zamanla değişen yüzey)

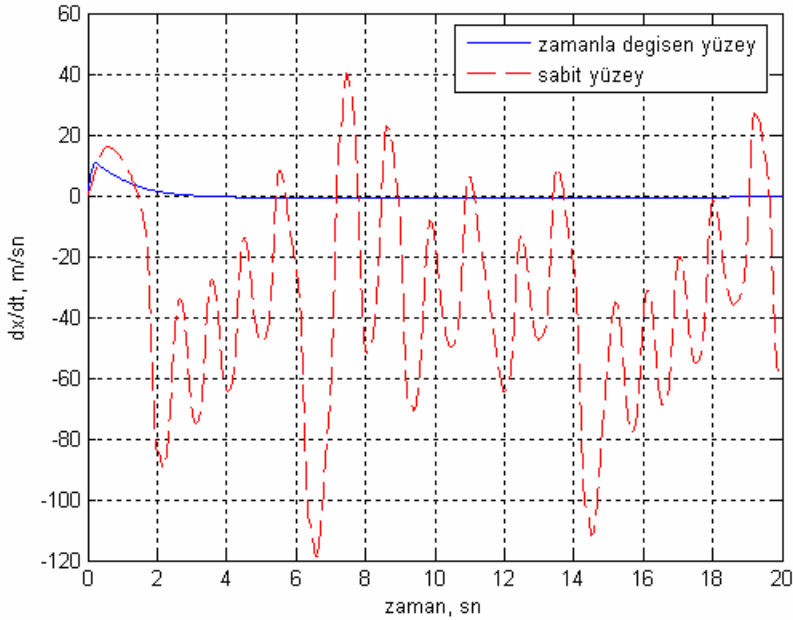


Şekil 4.66. Kayma yüzey eğimleri C_1 , C_2 , C_3 (Sabit yüzey)

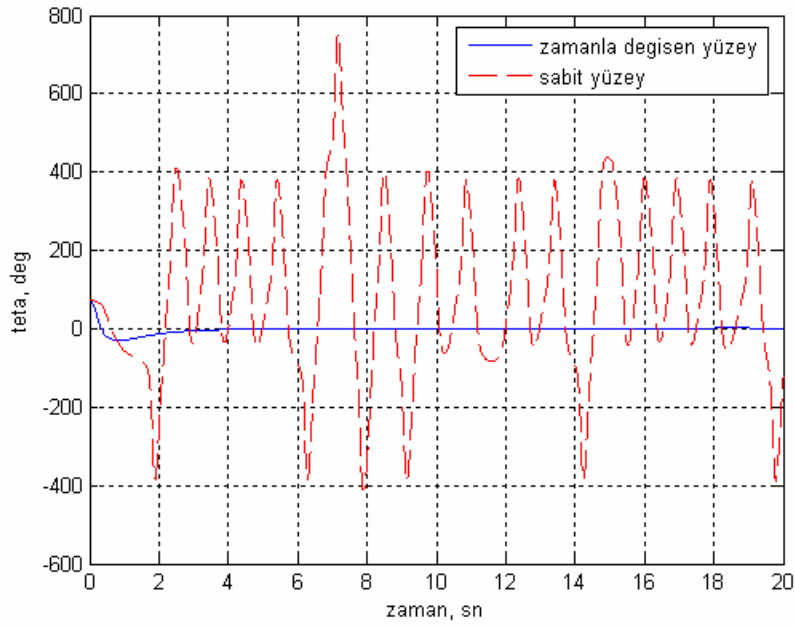
$\theta = 73^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,73,0]$)



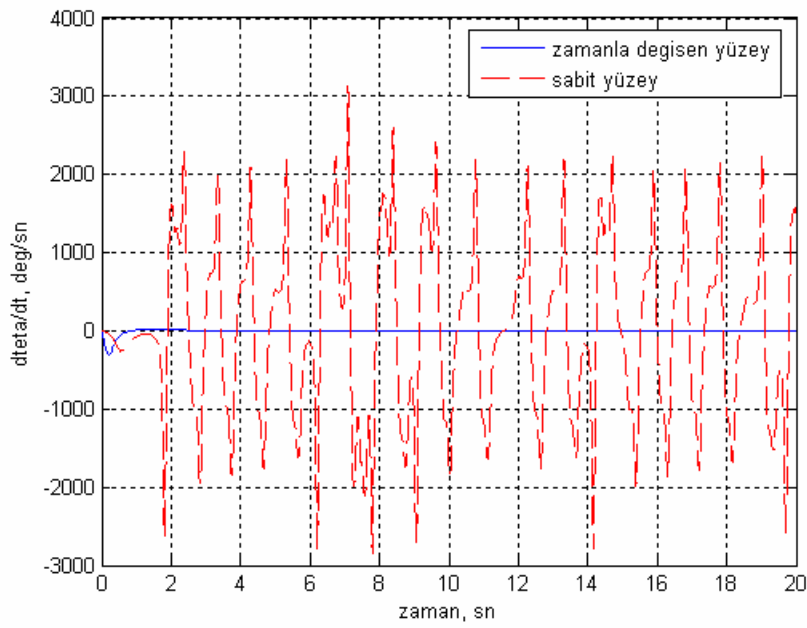
Şekil 4.67. Platformun konum değişimi



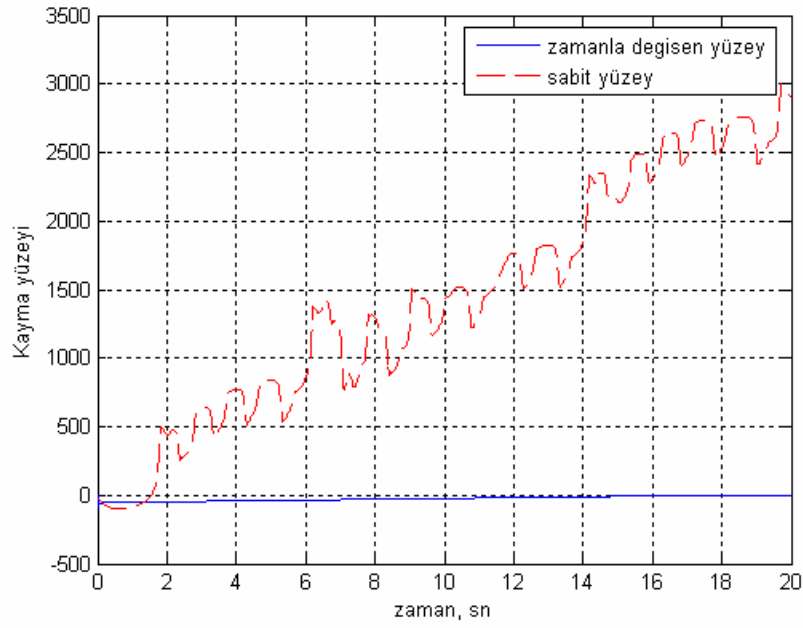
Şekil 4.68. Platformun hız değişimi



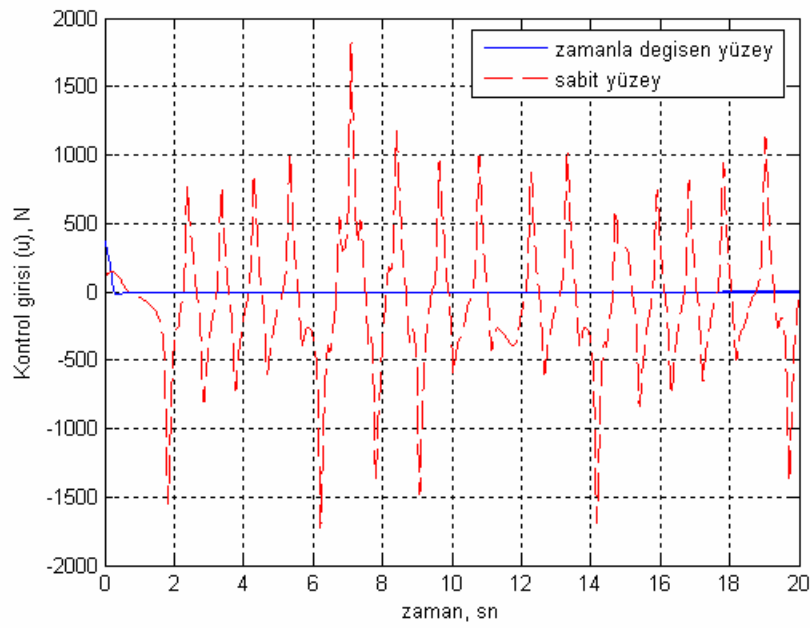
Şekil 4.69. Sarkacın açısal konum değişimi



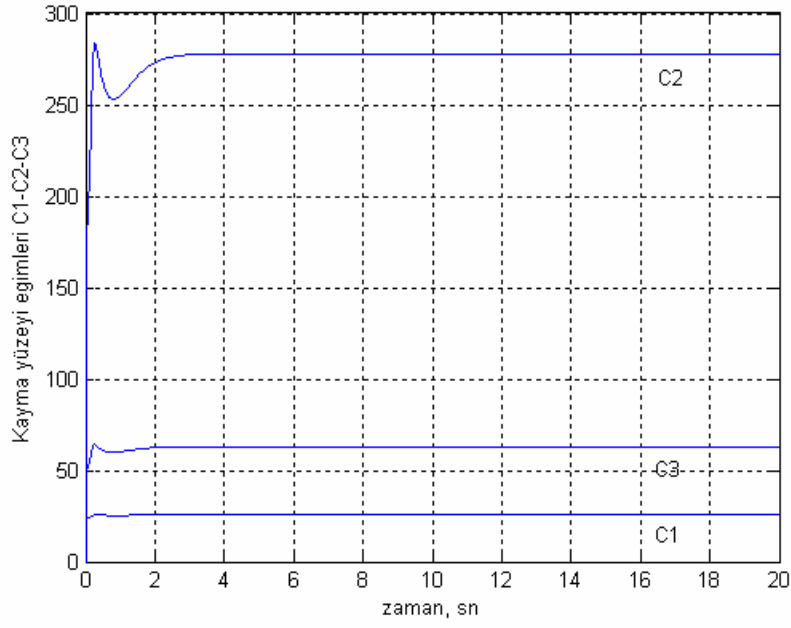
Şekil 4.70. Sarkacın açısal hız değişimi



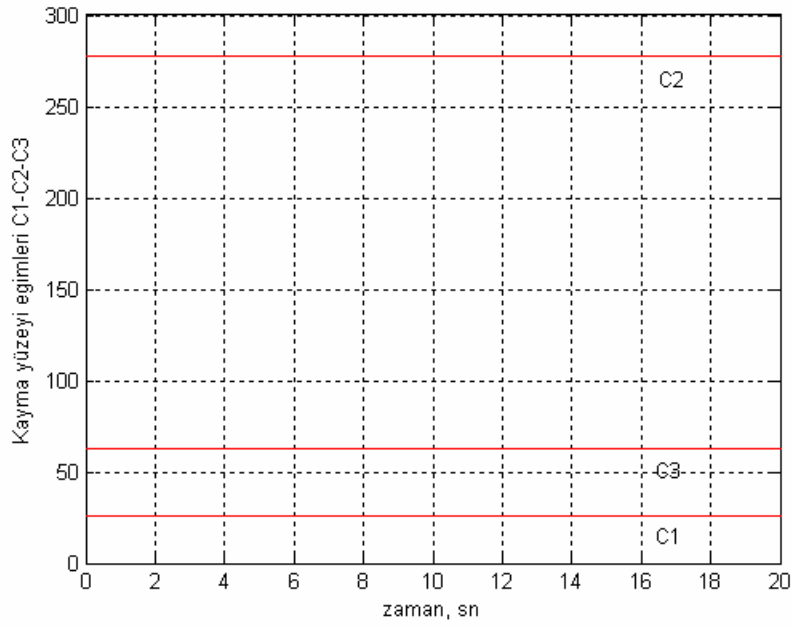
Şekil 4.71. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.72. Kontrol girişi değişimi

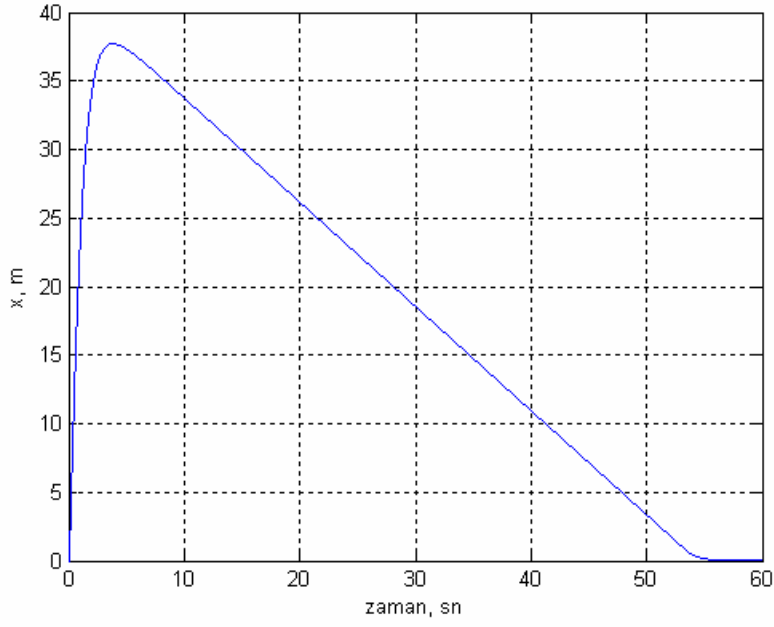


Şekil 4.73. Kayma yüzey eğimleri $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ (Zamanla değişen yüzey)

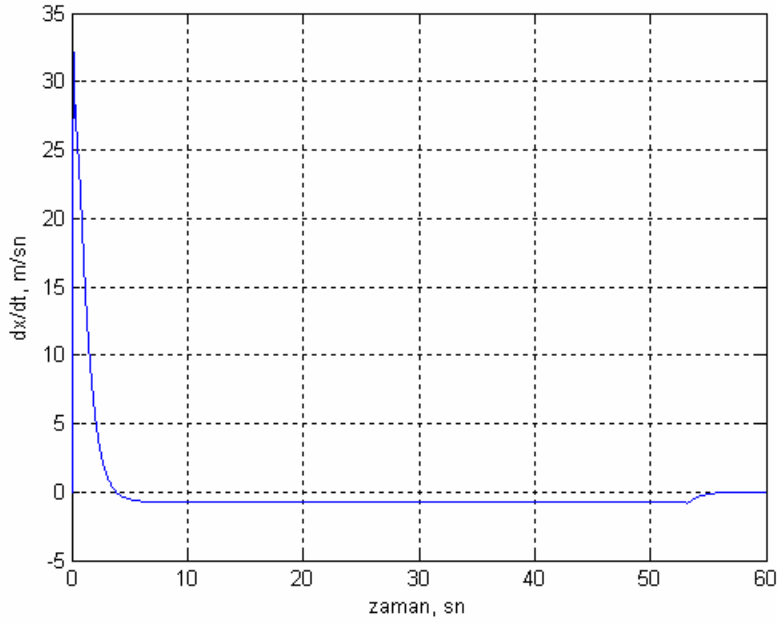


Şekil 4.74. Kayma yüzey eğimleri C_1 , C_2 , C_3 (Sabit yüzey)

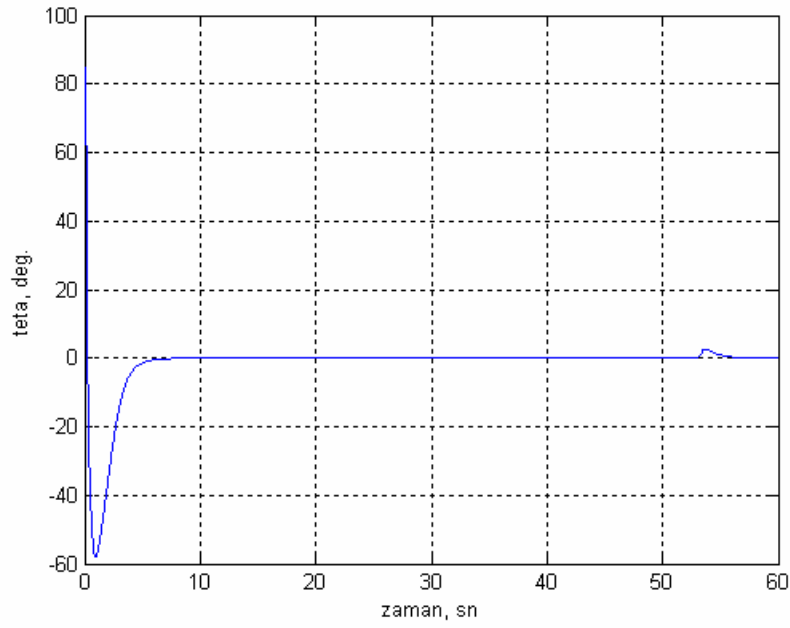
$\theta = 85^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,85,0]$)



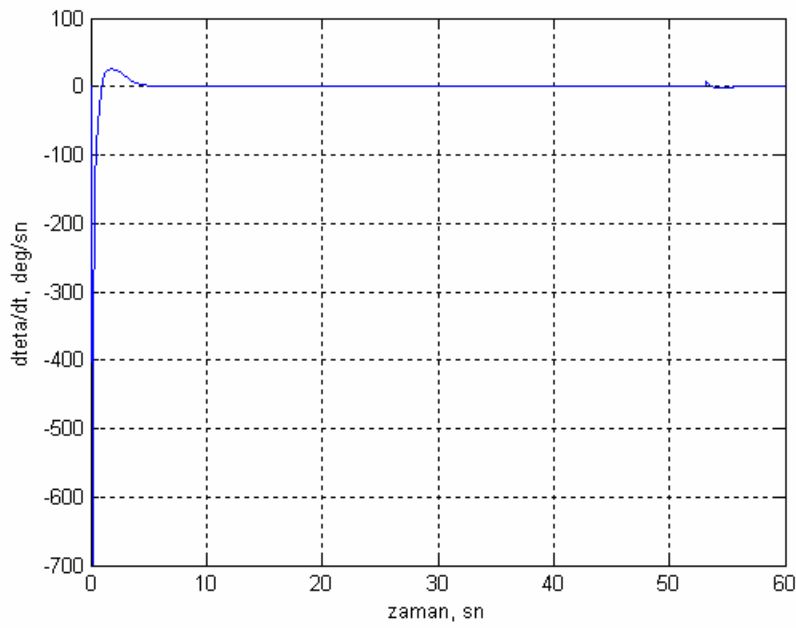
Şekil 4.75. Platformun konum değişimi



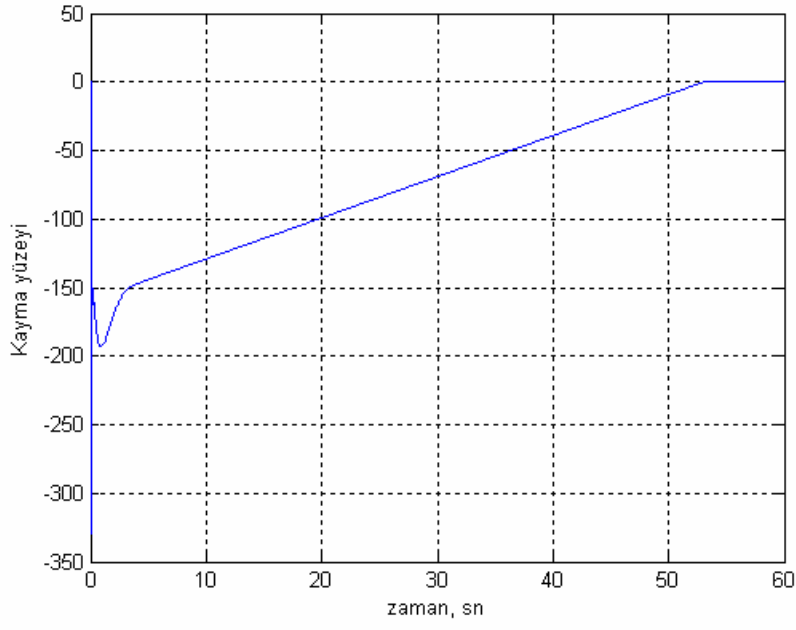
Şekil 4.76. Platformun hız değişimi



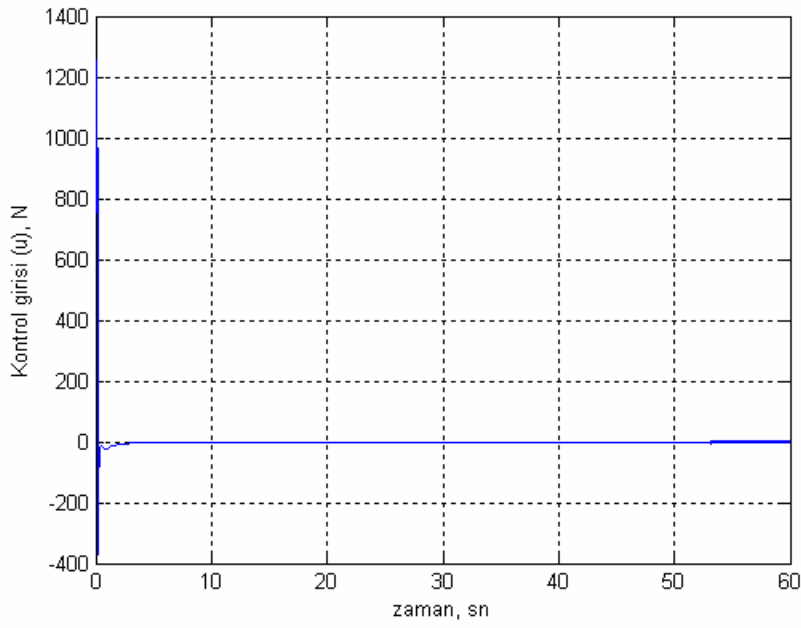
Şekil 4.77. Sarkacın açısal konum değışmi



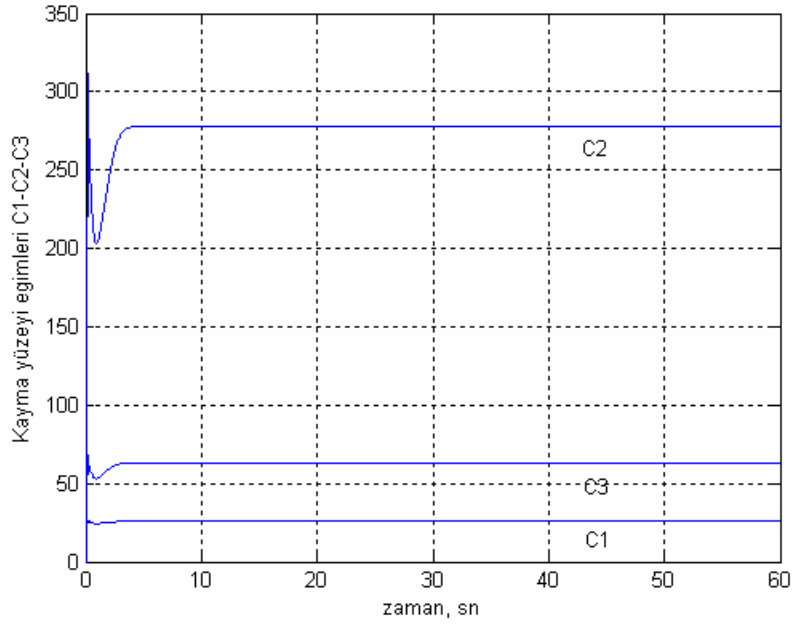
Şekil 4.78. Sarkacın açısal hız değışmi



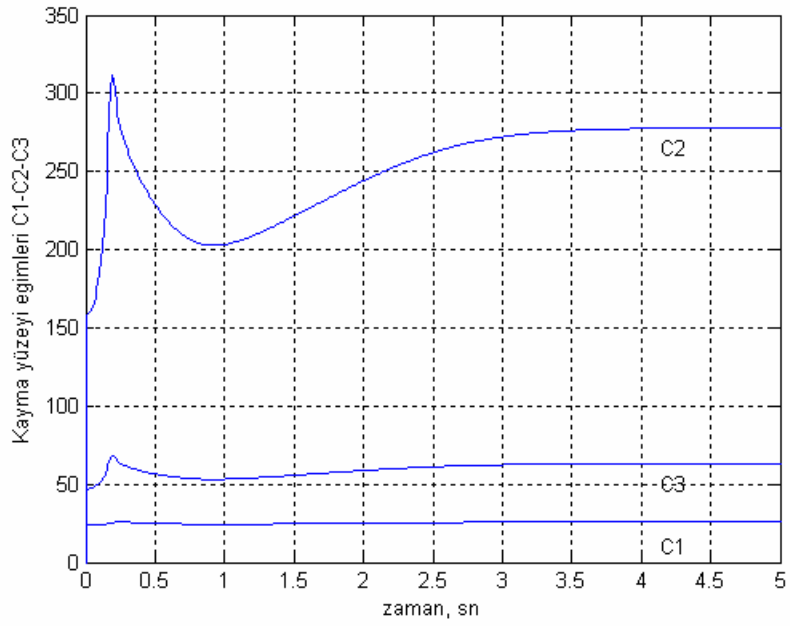
Şekil 4.79. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.80. Kontrol girişi değişimi

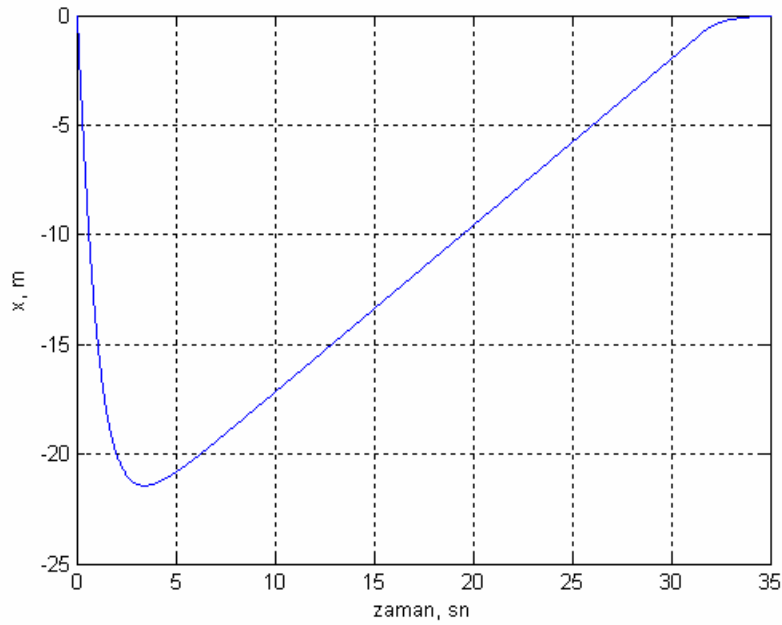


Şekil 4.81. Kayma yüzeyi eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$)

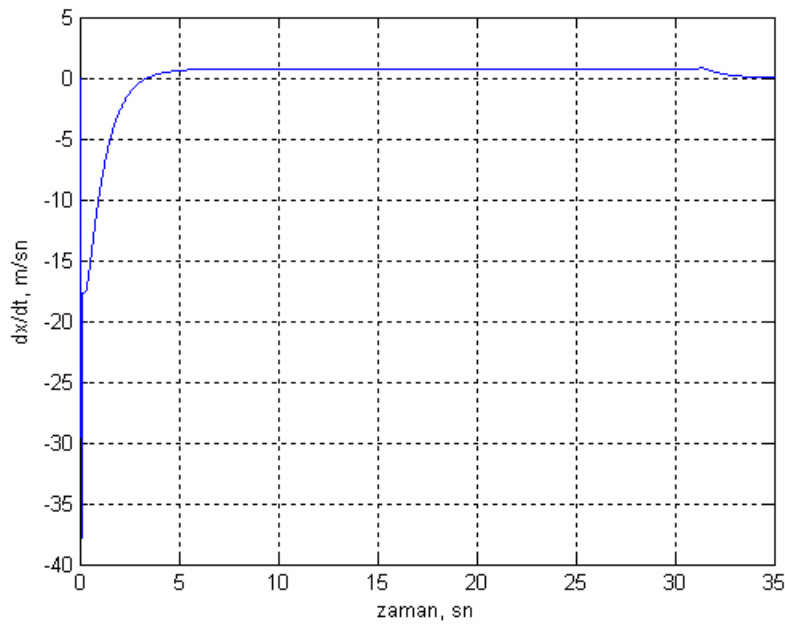


Şekil 4.82. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$) (Büyütülmüş(0-5 sn))

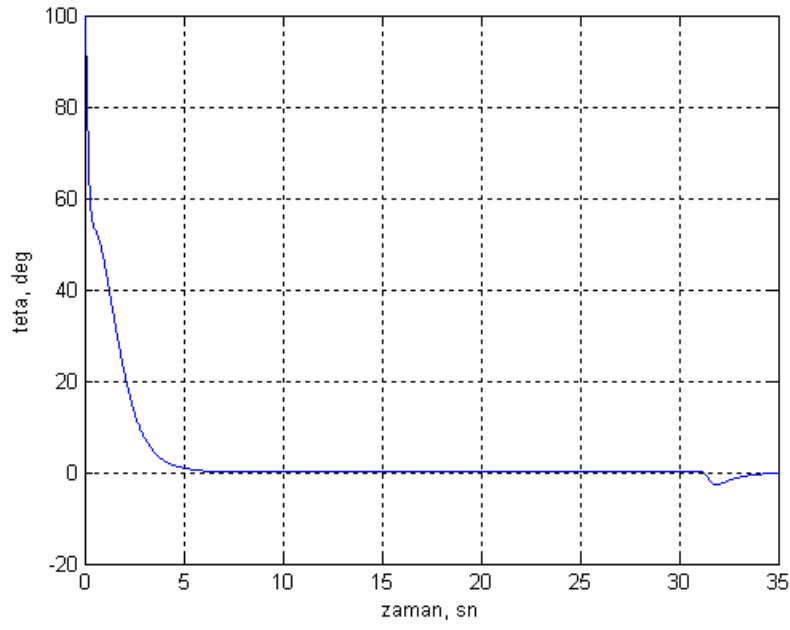
$\theta = 100^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,100,0]$)



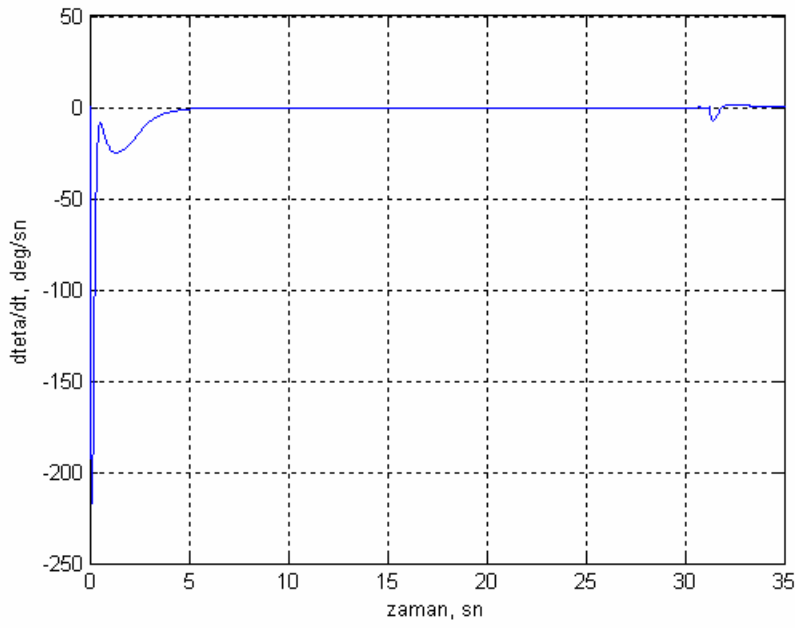
Şekil 4.83. Platformun konum değişimi



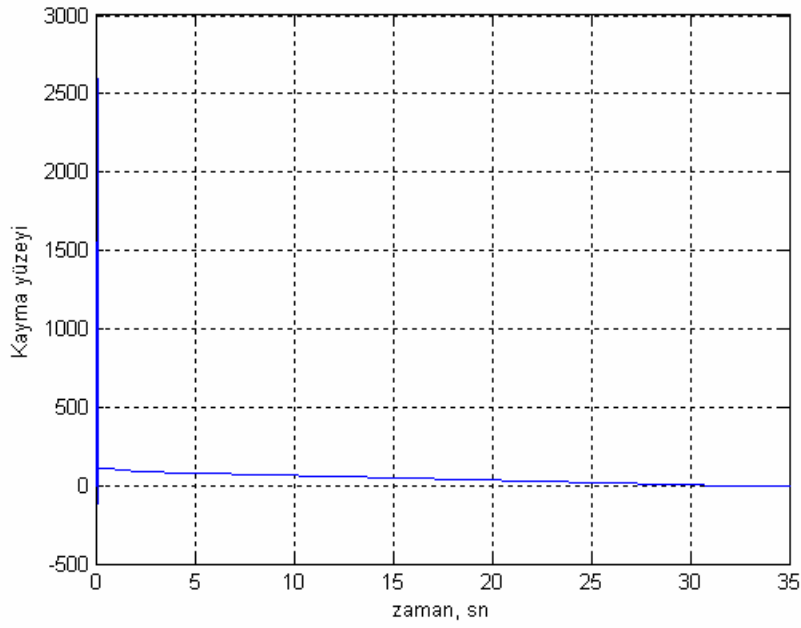
Şekil 4.84. Platformun hız değişimi



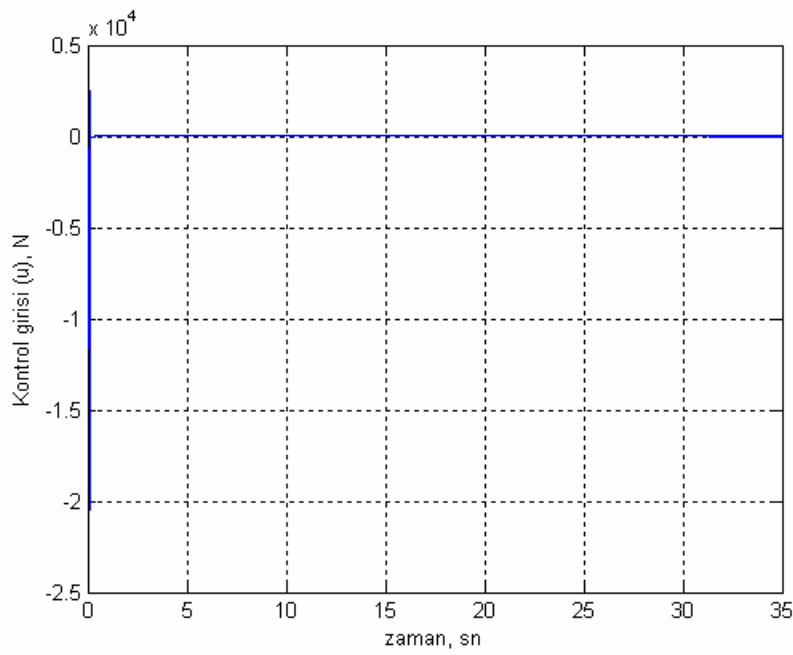
Şekil 4.85. Sarkacın açısal konum değişimi



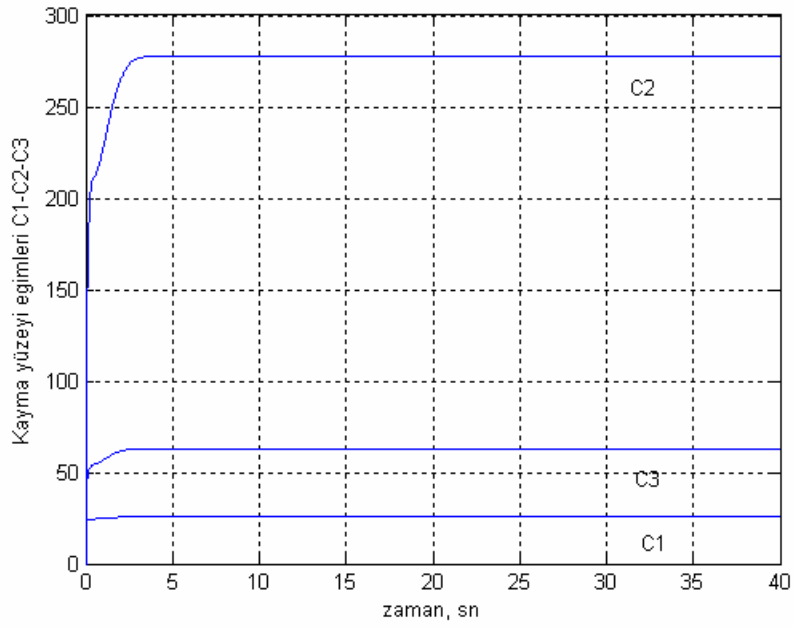
Şekil 4.86. Sarkacın açısal hız değişimi



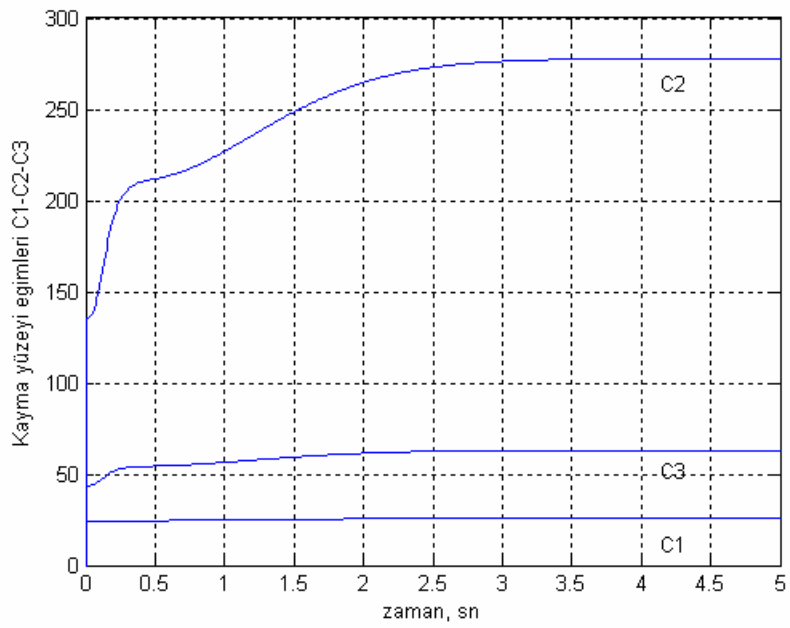
Şekil 4.87. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.88. Kontrol girişi değişimi

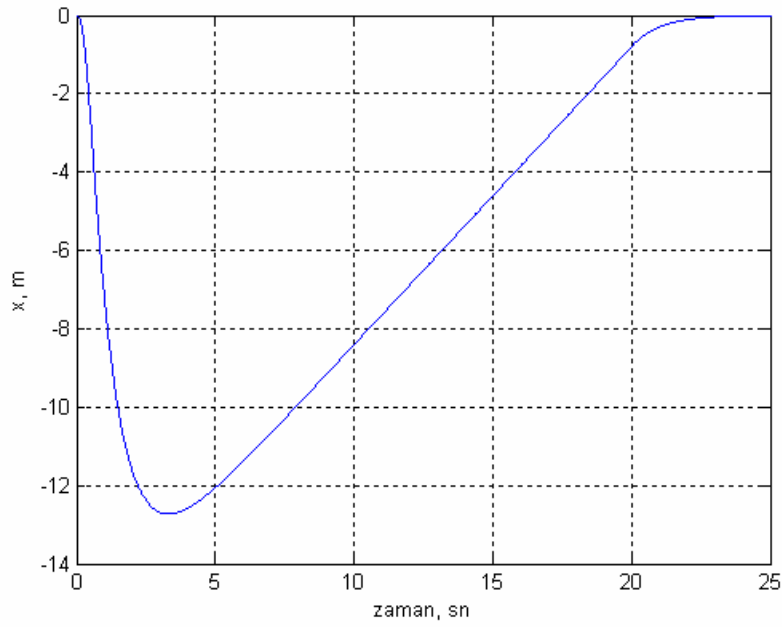


Şekil 4.89. Kayma yüzeyi eğimleri ($C_1(t), C_2(t), C_3(t)$)

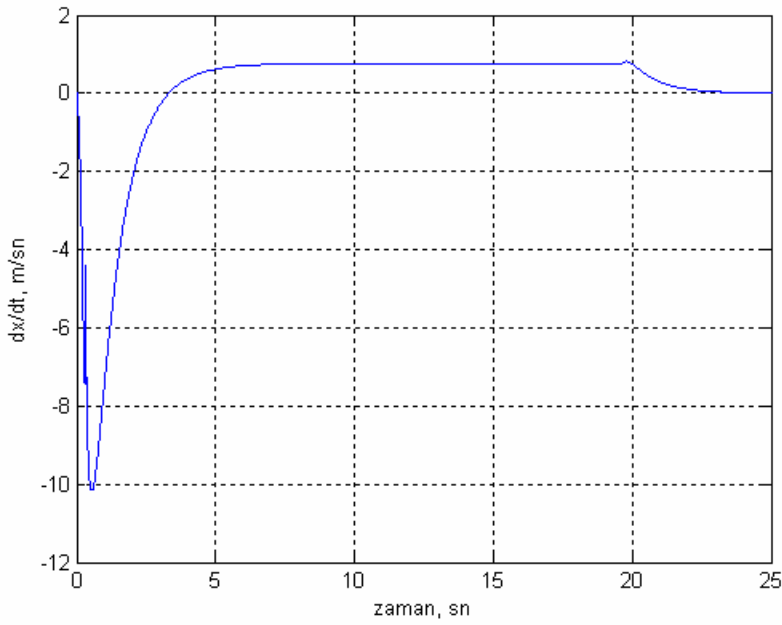


Şekil 4.90. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t), C_2(t), C_3(t)$) (Büyütülmüş(0-5 sn))

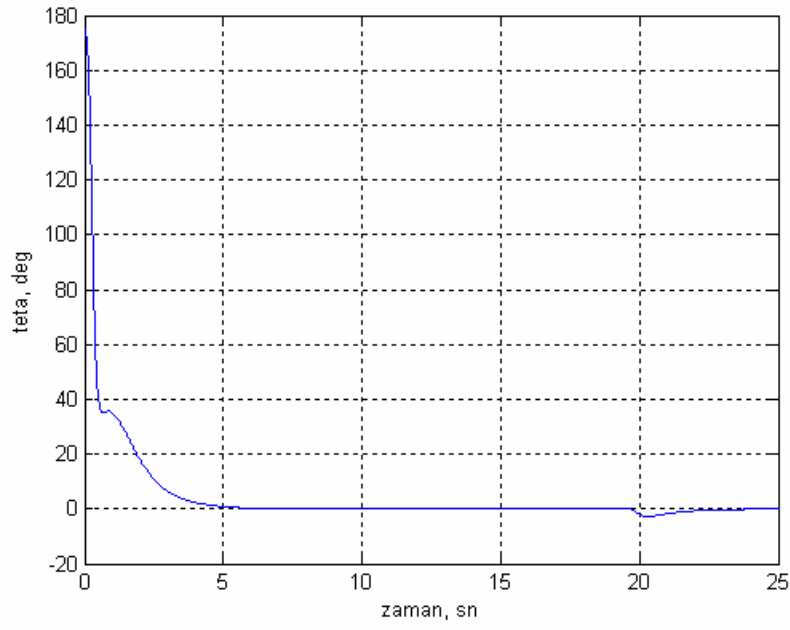
$\theta = 175^\circ$ için simülasyon sonuçları. ($x=[0,0,175,0]$)



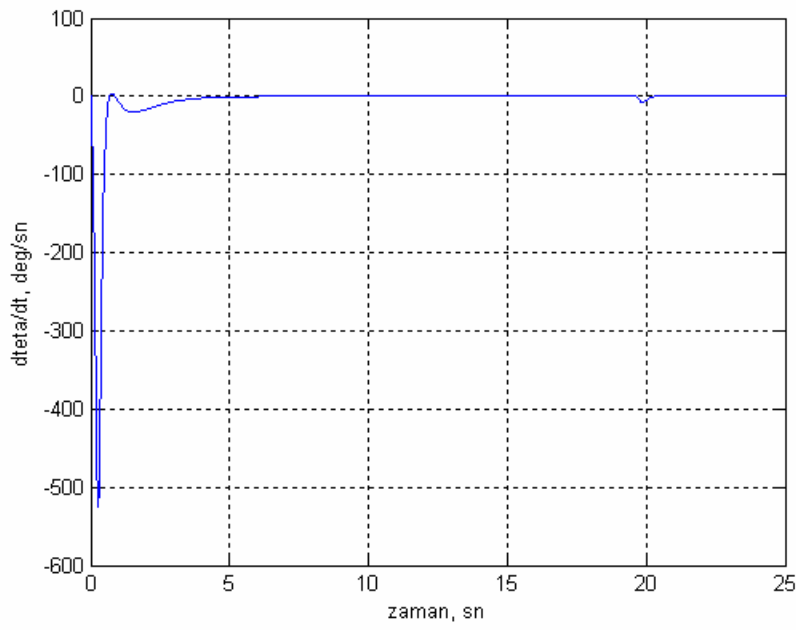
Şekil 4.91. Platformun konum değişimi



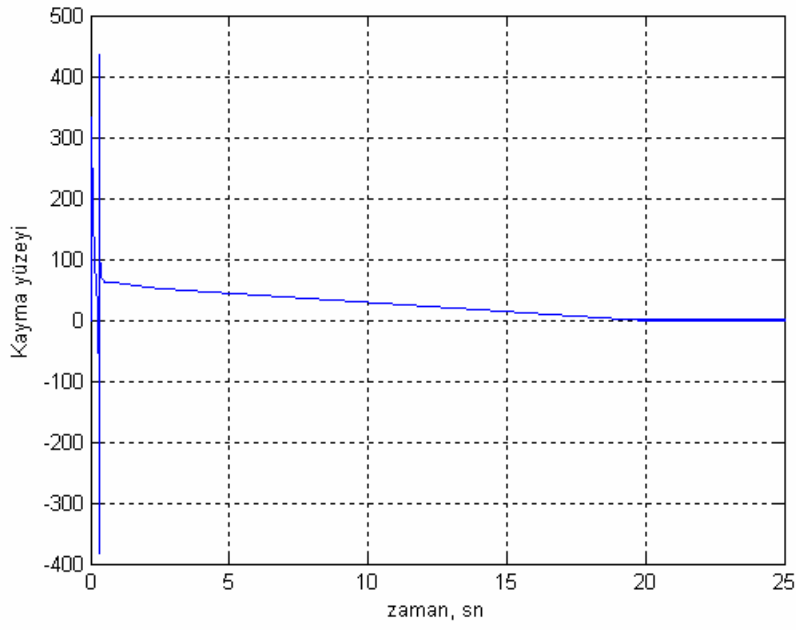
Şekil 4.92. Platformun hız değişimi



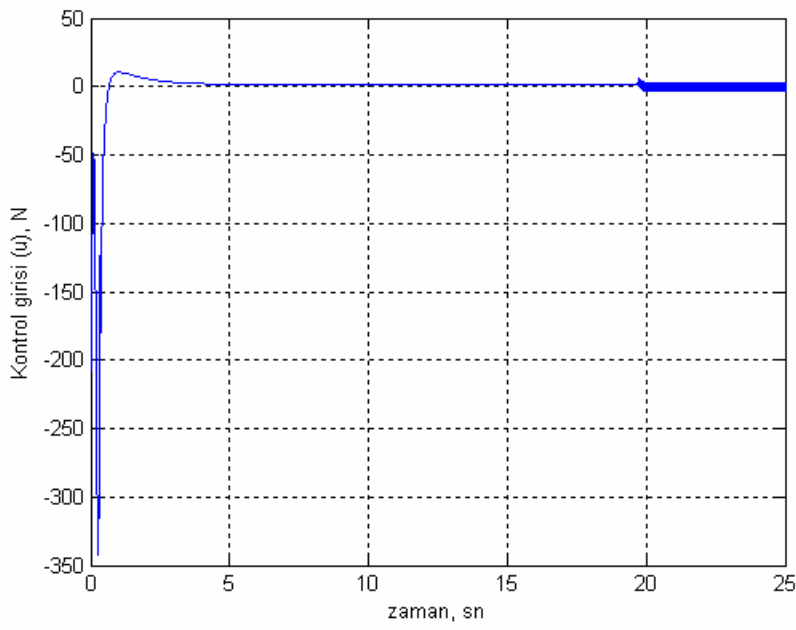
Şekil 4.93. Sarkacın açısal konum değışımi



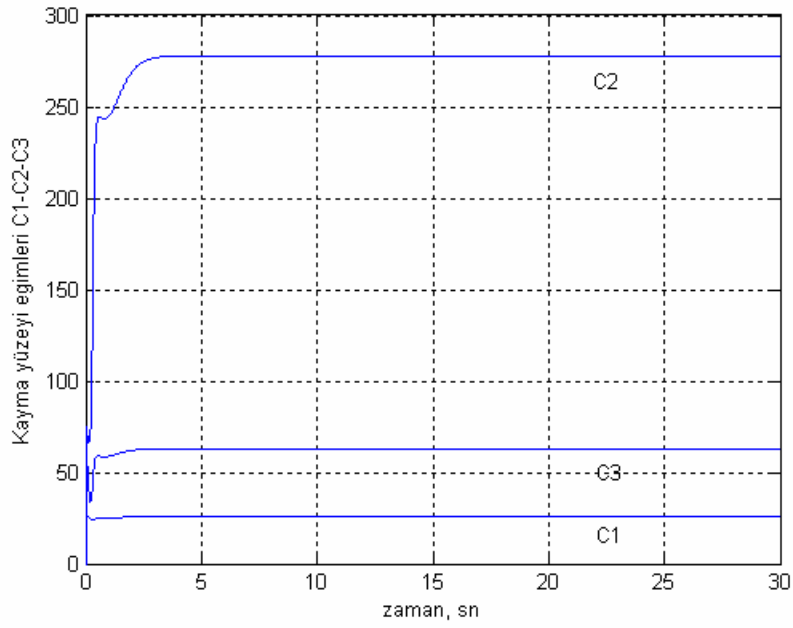
Şekil 4.94. Sarkacın açısal hız değışımi



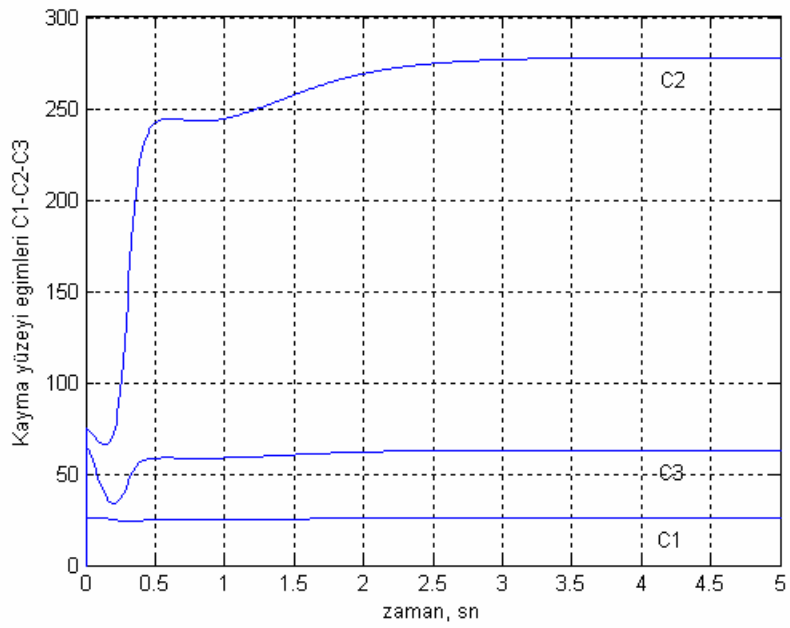
Şekil 4.95. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 4.96. Kontrol girişi değişimi



Şekil 4.97. Kayma yüzeyi eğimleri ($C_1(t), C_2(t), C_3(t)$)



Şekil 4.98. Kayma yüzey eğimleri ($C_1(t), C_2(t), C_3(t)$) (Büyütülmüş(0-5 sn))

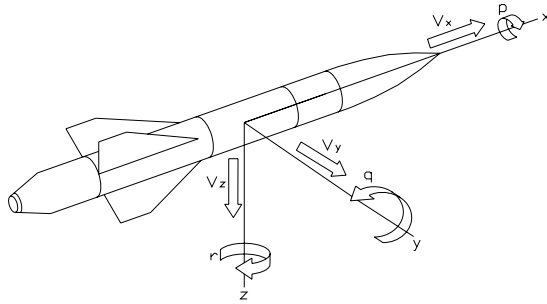
5. UYGULAMA 2: FÜZE MODELİ

Doğrusal olmayan sistemlerin, zamanla değişen yüzey kullanılarak KKK yönteminin başarısını göstermek amacıyla yöntem, bir füze modeline uygulanmıştır.

5.1. Füze Modeli

Uygulama için seçilen bir füze modelinin, kuyruk kumandası ile yunuslama eksenindeki hareketi kontrol edilmeye çalışılmaktadır. Kontrol yöntemi füze modeline referans normal ivme takibi amacıyla uygulanacaktır.

Şekil 5.1.a'da füze modelindeki eksenler, Şekil 5.1.b'de yunuslama eksenindeki hareketle ilgili parametreler gösterilmiştir.



p = dönme hızı

q = yunuslama hızı

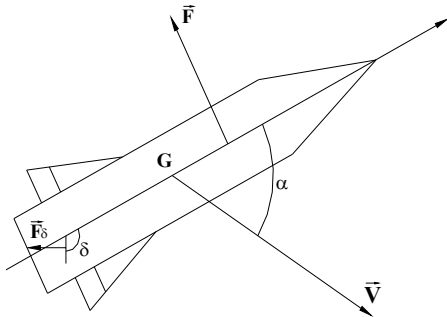
r = yalpalama hızı

V_x = dönme eksenindeki hız

V_y = yunuslama eksenindeki hız

V_z = yalpalama eksenindeki hız

a)



α = hücum açısı

(hız vektörü ile yapılan açı)

δ = Kuyruk açısı

b)

Şekil 5.1.a) Füze modelindeki eksenler [32]

b) Füze modeli [33]

Uygulama için seçilen füze modeline ait yunuslama hareketini temsil eden doğrusal olmayan denklemler aşağıda belirtilmiştir. Füze, Mach 3'de 20000ft yüksekliğinde seyretmektedir [31].

Seçilen füze modeli daha önce farklı kontrol yaklaşımlarıyla birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır [33-37].

Bu çalışmada füze modeline normal ivme takibi amacıyla doğrusal zamanla değişen yüzey eğimleri kullanılarak KKK Yöntemi uygulanacaktır.

Sistem denklemleri,

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}(t) &= K_{\alpha} M C_n [\alpha(t), \delta(t), M] \cos(\alpha(t)) + q(t) \\ \dot{q}(t) &= K_q M^2 C_m [\alpha(t), \delta(t), M]\end{aligned}\quad (5.1)$$

Aerodinamik katsayılar

$$\begin{aligned}C_n[\alpha, \delta, M] &= \text{sgn}(\alpha) [a_n |\alpha|^3 + b_n |\alpha|^2 + c_n (2 - M/3) |\alpha|] + d_n \delta \\ C_m[\alpha, \delta, M] &= \text{sgn}(\alpha) [a_m |\alpha|^3 + b_m |\alpha|^2 + c_m (-7 + 8M/3) |\alpha|] + d_m \delta\end{aligned}\quad (5.2)$$

Sistem çıkışı normal ivme olup,

$$\eta(t) = K_z M^2 C_n [\alpha(t), \delta(t), M]\quad (5.3)$$

Sistem değişkenleri

$$\begin{aligned}\alpha(t) &= \text{Hücum açısı (deg)} \\ q(t) &= \text{Yunuslama hızı (deg/s)} \\ \delta_c(t) &= \text{Kuyruk kumanda açısı (deg)}\end{aligned}$$

$\delta(t)$ = Gerçek kuyruk açısı (deg)

$\eta_c(t)$ = Referans ivme (g cinsinden)

$\eta(t)$ = Gerçek normal ivme (g cinsinden)

şeklinde temsil edilmiştir.

$$M = \text{Mach sayısı} = 3 \quad (5.4)$$

olarak alınmıştır.

Çizelge 5.1. Füze modelinin yunuslama eksenine ait katsayıları

$K_\alpha = (0,7)P_0S / mv_s$	
$K_q = (0,7)P_0Sd / I_y$	
$K_z = (0,7)P_0S / m$	
$P_0 = 973,3 \text{ lbs} / \text{ft}^2$	20000ft'deki statik basınç
$S = 0,44 \text{ ft}^2$	Referans yüzey alanı
$m = 13,98 \text{ slugs}$	Kütle
$v_s = 1036,4 \text{ ft/s}$	20000ft'deki ses hızı
$d = 0,75 \text{ ft}$	Referans çapı
$I_y = 182,5 \text{ slug.ft}^2$	Yunuslama atalet momenti
$a_n = 0,000103 \text{ deg}^{-3}$	
$b_n = -0,00945 \text{ deg}^{-2}$	
$c_n = -0,1696 \text{ deg}^{-1}$	
$d_n = -0,034 \text{ deg}^{-1}$	
$a_m = 0,000215 \text{ deg}^{-3}$	
$b_m = -0,0195 \text{ deg}^{-2}$	
$c_m = 0,051 \text{ deg}^{-1}$	
$d_m = -0,206 \text{ deg}^{-1}$	

Hesaplamalar ve birim dönüşümü yapıldıktan sonra

$$\begin{aligned} K_\alpha &= 1,1855 \\ K_q &= 70,586 \\ K_z &= 0,667 \end{aligned} \quad (5.5)$$

olarak bulunur.

5.2. Referans Normal İvme Takibi

5.2.1. Sistem modeli

Sistem modeli Eş.5.1 ile ifade edilen sistem denklemlerine, istenilen ivme ile gerçekleşen ivme arasındaki hatanın üçüncü bir durum denklemi olarak eklenmesi ile elde edilebilir. Bu durumda

e = hata sinyali olup,

η_c = takip edilmeye çalışılan referans

olmak üzere sistem çıkışı ve hata aşağıdaki şekilde tanımlıdır [38].

$$y = \int \eta dt, \quad (5.6)$$

$$e = \int (\eta - \eta_c) dt \quad (5.7)$$

ve yeni durum denklemi Eş. 5.8'in türevinin alınması ile elde edilir.

$$\dot{e} = \eta - \eta_c = a_{31}(\alpha)\alpha + b_{31}\delta - \eta_c \quad (5.8)$$

Böylelikle Eş 5.9 ile ifade edilen sistem denklemini bulunur.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \alpha \\ q \\ \dot{e} \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(\alpha) & 1 & 0 \\ a_{21}(\alpha) & 0 & 0 \\ a_{31}(\alpha) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(\alpha) \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_c \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= K_\alpha M (a_n \alpha^2 + b_n |\alpha| + c_n) \cos(\alpha) \\ a_{21} &= K_q M^2 (a_m \alpha^2 + b_m |\alpha| + c_m) \\ b_{11} &= K_\alpha M \cos(\alpha) d_n \\ b_{21} &= K_q M^2 d_m \\ a_{31} &= K_z M^2 (a_n \alpha^2 + b_n |\alpha| + c_n) \\ b_{31} &= K_z M^2 d_n \end{aligned} \quad (5.10)$$

Eş. 5.9 ile ifade edilen sisteme uygulanacak kontrolün amacı, sistem çıkışı olan normal ivmenin, belirlenen η_c referans ivme grafiğini takip etmesidir.

Eş. 5.9' da

$$\begin{aligned} \alpha &= x_1 \\ q &= x_2 \\ e &= x_3 \\ \delta &= u \end{aligned} \quad (5.11)$$

olarak gösterilirse, sistem denklemini

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \\ \dot{x}_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(x_1) & 1 & 0 \\ a_{21}(x_1) & 0 & 0 \\ a_{31}(x_1) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(x_1) \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_c \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Eş. 5.12 ile ifade edilebilir ve

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (5.13)$$

şeklindeki, doğrusal olmayan sistemler için genelleştirilmiş forma gelir.

5.2.2. Sisteme önerilen yöntemin uygulanması

Eş. 5.13 genel gösterimine sahip, Eş. 5.12 ile ifade edilen doğrusal olmayan sisteme doğrusal zamanla değişen yüzey kullanarak KKK uygulayabilmek için, öncelikle sistem seçilen zaman aralığına göre her bir $t = t_s$ anında $x = x_s$ durum değişkenlerince değerlendirilir.

$t = t_s \rightarrow x_s = [x_{1s} \quad x_{2s} \quad x_{3s}]^T$ ile $A = A_s$ ve $B = B_s$ doğrusal matrisleri elde edilir.

$t = t_s$ ve $x = x_s$ için

$$A_s = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad N_s = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

sistem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x_s)x + B(x_s)u \\ &= A_s x + B_s u + N_s \end{aligned} \quad (5.15)$$

Eş. 5.15 ile ifade edilen doğrusal sisteme dönüştürülmüş olur.

Sisteme KKK uygulanabilmesi için, sistemin kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılması gereklidir. Sistemi belirtilen iki alt sisteme ayırabilecek T koordinat dönüşüm matrisi bu çalışmada aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$T(t) = \begin{bmatrix} 1 & -(b_{11}/b_{21}) & 0 \\ 0 & 1 & -(b_{21}/b_{31}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Sistem, koordinat dönüşüm matrisi seçildikten sonra

$$z = Tx \quad (5.17)$$

koordinat dönüşümü ile istenilen alt sistemlere aşağıdaki biçimde ayrılır.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{11} & a^*_{21} & a^*_{31} \\ a^*_{21} & a^*_{22} & a^*_{23} \\ a^*_{31} & a^*_{32} & a^*_{33} \end{bmatrix}}_{A^*} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b^* \end{bmatrix}}_{B^*} u + \underbrace{\begin{bmatrix} n^*_1 \\ n^*_2 \\ n^*_3 \end{bmatrix}}_{N^*} \quad (5.18)$$

Bu aşamadan sonra problemin çözümü, kayma yüzeyinin bulunması ve kontrolcünün tasarlanması ile devam eder.

Kayma yüzeyinin bulunması

Kök yerleştirme metodu ile

Kayma yüzeyi denklemi, Eş. 5.16 ile ifade edilen sistemin kontrol uygulanmamış alt sistemi kullanılarak bulunacaktır.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= a^*_{11}z_1 + a^*_{12}z_2 + a^*_{13}z_3 + \eta_1^* \\ \dot{z}_2 &= a^*_{21}z_1 + a^*_{22}z_2 + a^*_{23}z_3 + \eta_2^* \end{aligned} \quad (5.19)$$

Eş. 5.19 ile verilen alt sistem kullanılarak kayma yüzeyi bulunmaya çalışılırsa, kayma yüzeyi denklemi,

$$\sigma(z,t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + z_3 = 0 \quad (5.20)$$

Eş. 5.20 ile ifade edilebilir

Kayma yüzey denklemindeki, yüzey eğim parametrelerinin bulunabilmesi için, Eş. 5.19 aşağıdaki biçimde yazılırsa

$$\dot{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{11} & a^*_{12} \\ a^*_{21} & a^*_{22} \end{bmatrix}}_{A^*_{11}} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} a^*_{13} \\ a^*_{23} \end{bmatrix}}_{A^*_{12}} z_3 + \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_1^* \\ \eta_2^* \end{bmatrix}}_{\eta^*} \quad (5.21)$$

Eş. 5.21 daki z_3 terimi bir $u = -Kx$ durum geri beslemesi gibi düşünülebilir ve yüzey parametreleri, Eş. 5.21 deki sistemi kararlı kılabacak kazanç katsayıları olarak değerlendirilebilir.

Eş. 5.20'den bulunan

$$z_3 = -C_1(t)z_1 - C_2(t)z_2 \quad (5.22)$$

terimi, indirgenmiş sistem denkleminde yerine konulursa

$$\dot{z}_1 = \underbrace{\left[A^*_{11} - A^*_{12} C_2^{-1} C_1 \right]}_{A^*_{red}} z_1 + \eta^* \quad (5.23)$$

bulunur.

$$\dot{z}_1 = A_{red} z_1 + \eta^* \quad (5.24)$$

Eş.5.24 biçimindeki sistemin kararlılığı, sistem kutuplarının negatif ekseninde, η^* teriminden gelen bozucu etkiyi bertaraf edecek kadar orijine uzak seçilmesiyle sağlanacaktır (Bkz. EK-1) [27].

Köklerin negatif ekseninde orijine yeterince uzak seçilmesi sistemin kararlılığının sağlanmasında yeterli olacağından η^* matrisi terimleri kayma yüzeyi denkleminin bulunmasında işlemlerde yer almaz.

Bu çalışmada, sistem kutupları,

$$\lambda = [-250 \quad -380] \quad (5.25)$$

olarak seçilmiştir.

Seçilen sistem kutupları Eş. 5.26'da yerine konulursa

$$|\lambda I - A_{red}| = 0 \quad (5.26)$$

kayma yüzey parametreleri elde edilmiş ve böylelikle kayma yüzey denklemini bulunmuş olur.

Optimum kayma yüzeyi tasarımı

Optimum yüzey tasarımı,

$$J = \int_{t_s}^{t_f} x^T Q(t) x \, dt \quad Q(t) \geq 0 \quad (5.27)$$

performans kriterini minimum yapacak şekilde bulunacaktır.

Optimum kayma yüzeyinin bulunabilmesi için öncelikle

$$A = A^*_{11} \quad \text{ve} \quad B = A^*_{12}$$

olarak alınarak, aşağıda belirtilen Riccati denkleminde $R(t)$ matrisi bulunur.

$$\dot{R}(t) + R(t)A(t) + A^T(t)R(t) - R(t)B(t)\bar{P}^{-1}(t)B^T(t)R(t) + \bar{Q}(t) = 0 \quad (5.28)$$

Denkleminde \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri simetrik, \bar{Q} matrisi pozitif definit veya semi definit, \bar{P} matrisi ise mutlaka pozitif definit olmalıdır (Bkz. Bölüm 3.1.2). \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri, sistem cevabının nasıl olması istenildiğine göre bulunur. Ancak bu çalışmada \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri, kontrolü gerçekleştirmek kaydıyla gelişigüzel seçilmiştir, önceden belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 375(b_{11})^2 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \bar{P} = [200] \quad (5.29)$$

olarak alınmıştır [38].

Doğrusal olmayan sistemlere KKK uygulamak amacıyla sistemin her bir zaman aralığında dondurulduğu düşünülürse, simetrik ve pozitif definit R matrisi her $t = t_s$ anı için Riccati denkleminin sonucu olarak bulunacaktır.

$t = t_s$ anı için R matrisi

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \quad r_{12} = r_{21},$$

bulunduktan sonra

$$u^{op} = -\underbrace{\bar{P}^{-1}(t)B^T(t)R(t)}_{K^T}x \quad (5.30)$$

$$K^T = \bar{P}^{-1}(t)B^T(t)R(t) \quad (5.31)$$

Eş. 5.31 daki K^T matrisi bulunur. Bulunan matris C yüzey parametreleri matrisine eşittir.

$$[C_1 \ C_2] = K^T \quad (5.32)$$

Böylelikle kayma yüzeyi denklemleri bulunmuş olur.

$$\sigma(z,t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + z_3 = 0 \quad (5.33)$$

Kontrolcü tasarımı

Kontrol terimi sistemi kayma yüzeyi üzerine getiren kontrol u_n ve kayma yüzeyi üzerinde tutan eşdeğer kontrol u_{eq} olmak üzere iki kısımdan oluşacaktır.

Eşdeğer kontrol, kayma yüzeyi denkleminin türevi alınarak bulunur.

$$\begin{aligned} \sigma(z,t) &= C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + z_3 = 0 \\ \dot{\sigma}(z,t) &= \dot{C}_1(t)z_1 + C_1(t)\dot{z}_1 + \dot{C}_2(t)z_2 + C_2(t)\dot{z}_2 + \dot{z}_3 \end{aligned} \quad (5.34)$$

Eş. 5.34 de

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t + \Delta t) - C_i(t)}{\Delta t} \quad (5.35)$$

olmak üzere $\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3$ yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(z, t) = & \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 \\ & + C_1(a_{11}^*z_1 + a_{12}^*z_2 + a_{13}^*z_3 + n_1^*) \\ & + C_2(a_{21}^*z_1 + a_{22}^*z_2 + a_{23}^*z_3 + n_2^*) \\ & + a_{31}^*z_1 + a_{32}^*z_2 + a_{33}^*z_3 + n_3^* + b^*u_{eq} \end{aligned} \quad (5.36)$$

ve denklem düzelenirse

$$\begin{aligned} \sigma(z, t) = & \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 \\ & + (C_1a_{11}^* + C_2a_{21}^* + a_{31}^*)z_1 \\ & + (C_1a_{12}^* + C_2a_{22}^* + a_{32}^*)z_2 \\ & + (C_1a_{13}^* + C_2a_{23}^* + a_{33}^*)z_3 \\ & + C_1n_1^* + C_2n_2^* + n_3^* + b^*u_{eq} \end{aligned} \quad (5.37)$$

bulunur. Buradan u_{eq} terimi bulunursa,

$$u_{eq} = -[b^*]^{-1} \begin{pmatrix} \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 \\ + (C_1a_{11}^* + C_2a_{21}^* + a_{31}^*)z_1 \\ + (C_1a_{12}^* + C_2a_{22}^* + a_{32}^*)z_2 \\ + (C_1a_{13}^* + C_2a_{23}^* + a_{33}^*)z_3 \\ + C_1n_1^* + C_2n_2^* + n_3^* \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

Eş. 5.38 elde edilir.

Sistemi kayma yüzeyi üzerine getirecek kontrol terimi u_n ise

$$u_n = -k \operatorname{sign}(\sigma(z, t)) \quad (5.39)$$

olarak hesaplanır. Toplam kontrolcü u ise,

$$u = u_{eq} + u_n \quad (5.40)$$

Eş. 5.40 ile bulunur.

Bu çalışmada k katsayısı ve zaman aralığı

$$\begin{aligned} k &= 1 \\ \Delta t &= 0,003 \end{aligned} \quad (5.41)$$

olarak seçilmiştir.

Sistem

$$x_0 = [0,1 \quad -0,2 \quad 0]^T \quad (5.42)$$

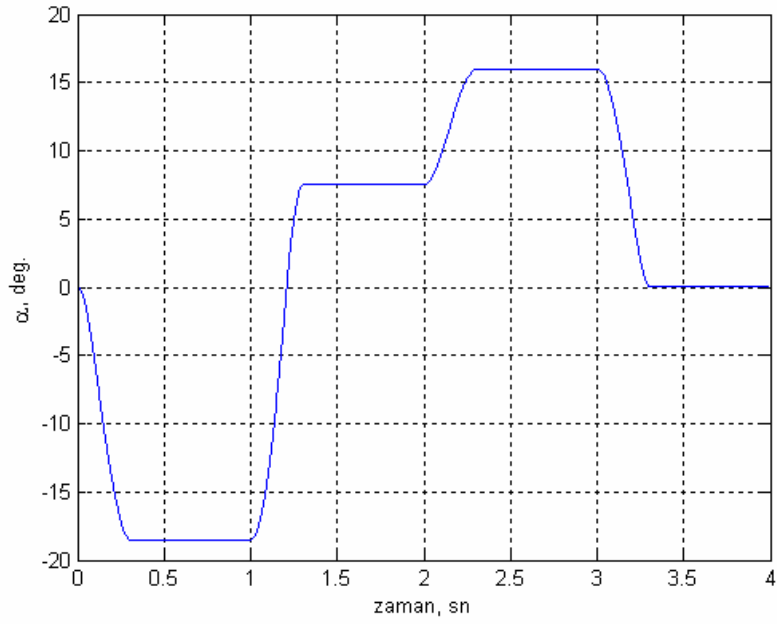
başlangıç koşulları için ,

- a) kök yerleştirme metodu
- b) optimum kontrol yöntemi

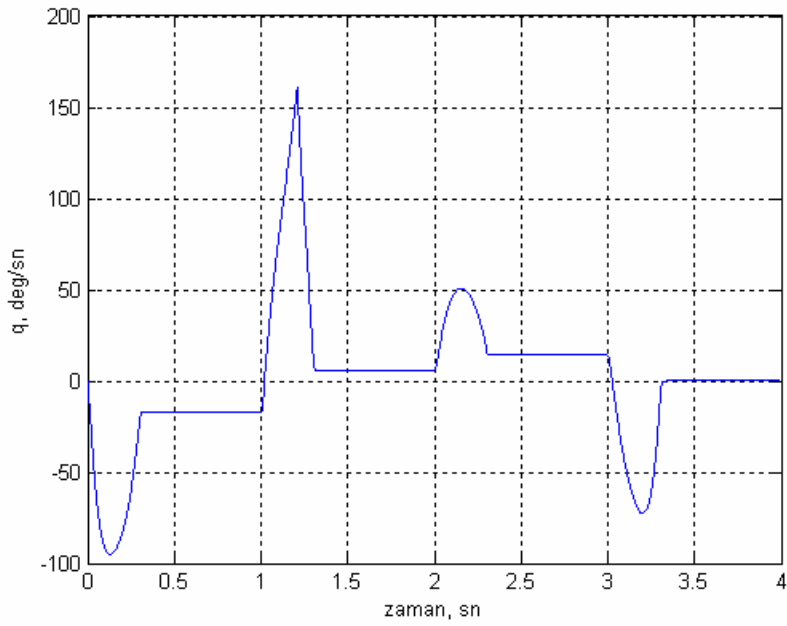
kullanılarak KKK Yöntemi ile kontrol edilmiş ve simulasyon sonuçları elde edilmiştir. Simulasyon sonuçları Bölüm 5.2.3'de sunulmuştur.

5.2.3. Simulasyon sonuçları

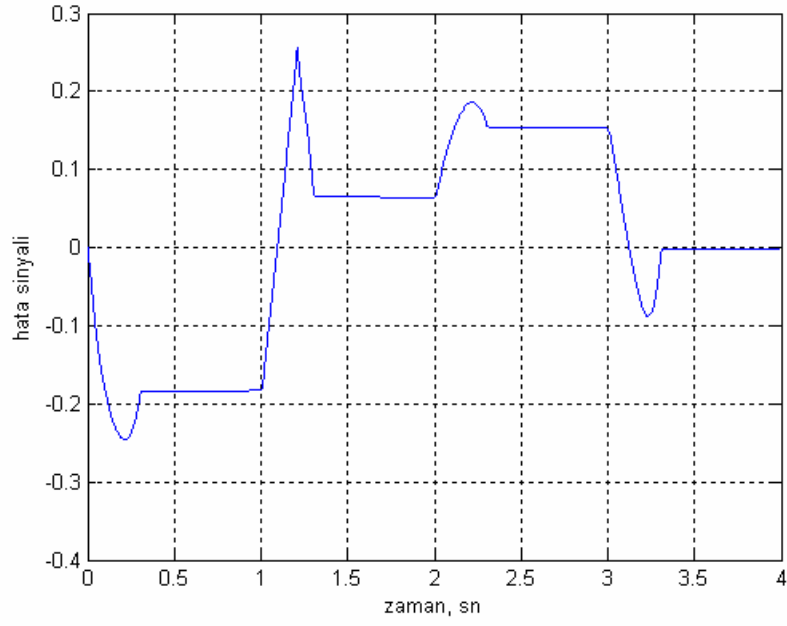
Kök yerleştirme metodu ile simulasyon sonuçları



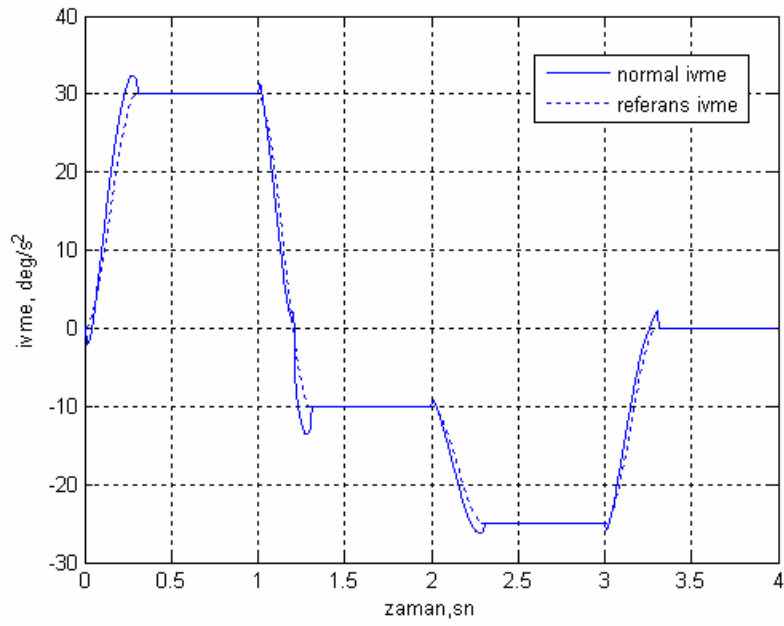
Şekil 5.2. Füzenin hücum açısı değişimi



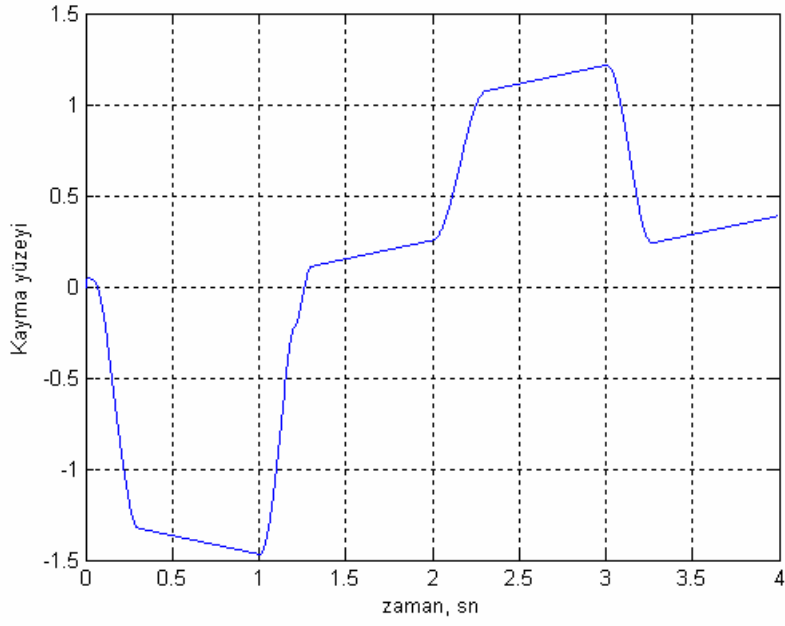
Şekil 5.3. Füzenin yunuslama hızı değişimi



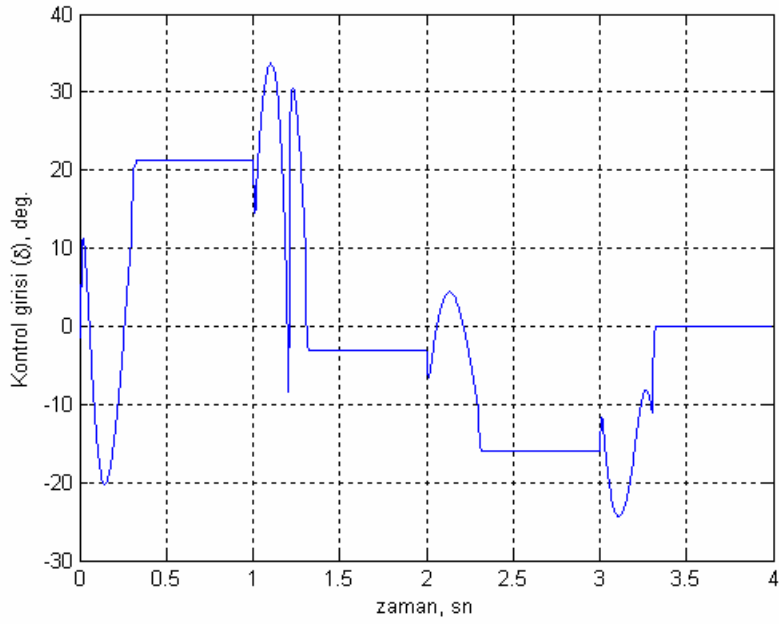
Şekil 5.4. Hata sinyali değişimi



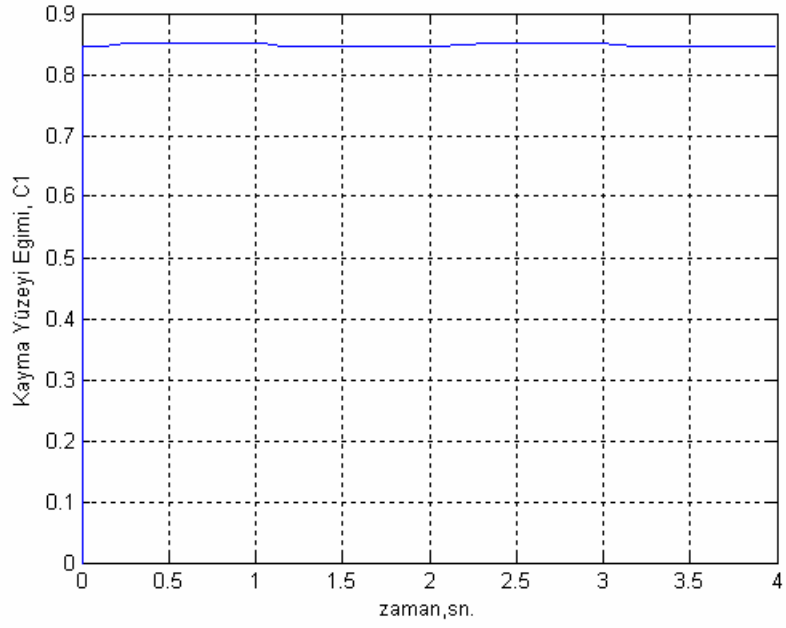
Şekil 5.5. Füzenin referans-gerçek normal ivme değişimi



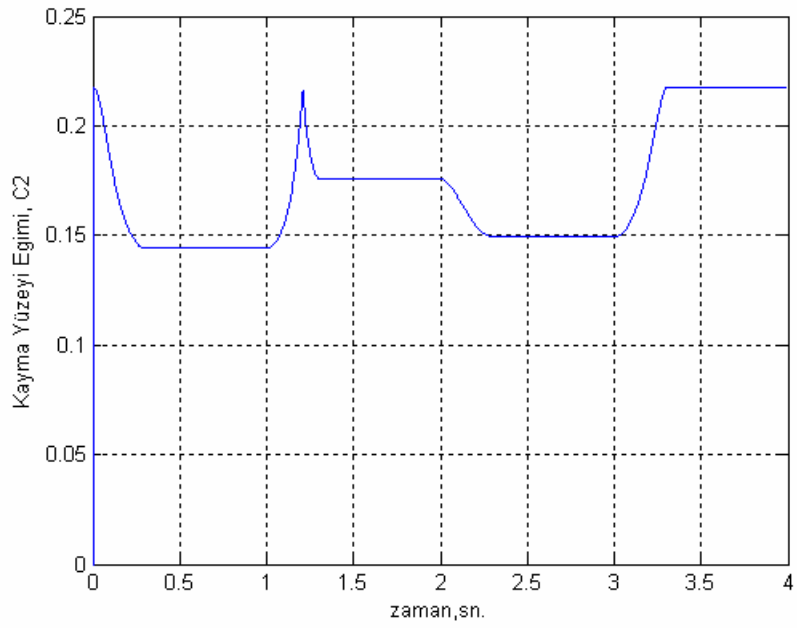
Şekil 5.6. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 5.7. Kontrol girişi değişimi

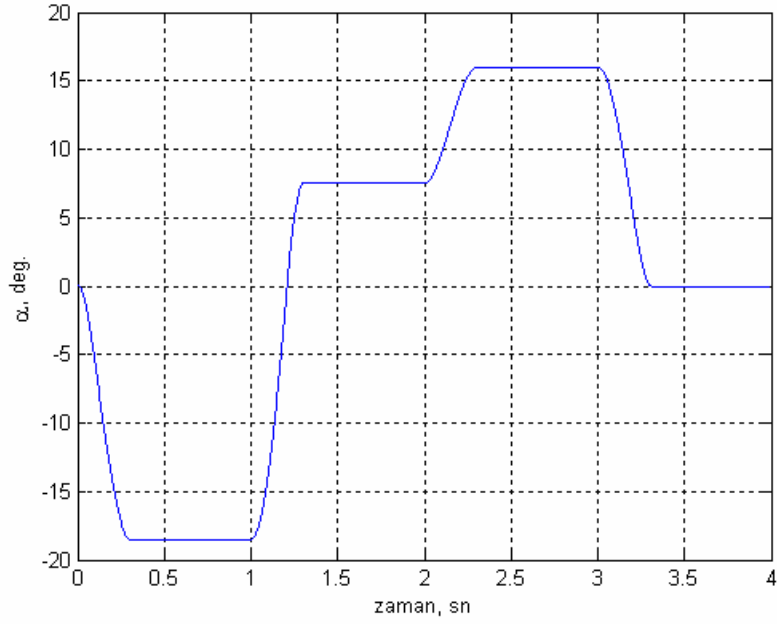


Şekil 5.8. Kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)

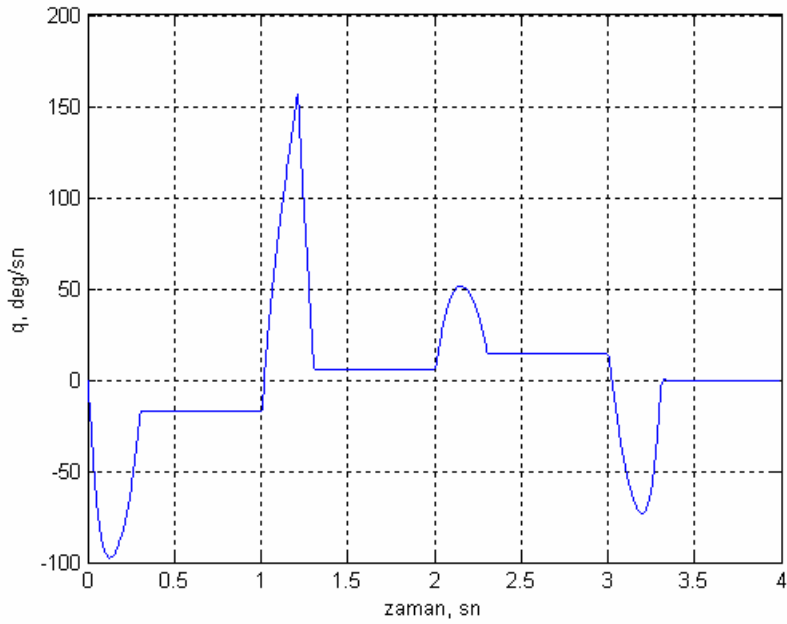


Şekil 5.9. Kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)

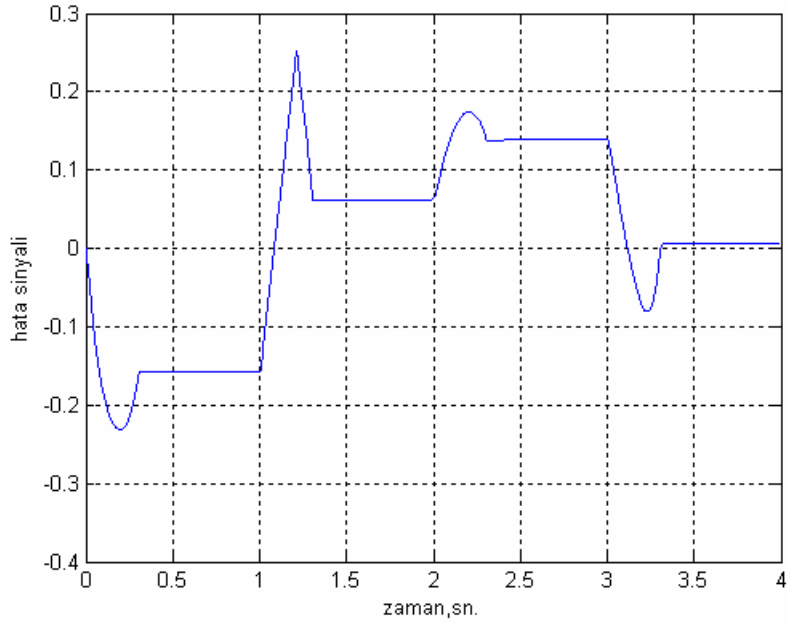
Optimum kontrol yöntemi ile simulasyon sonuçları



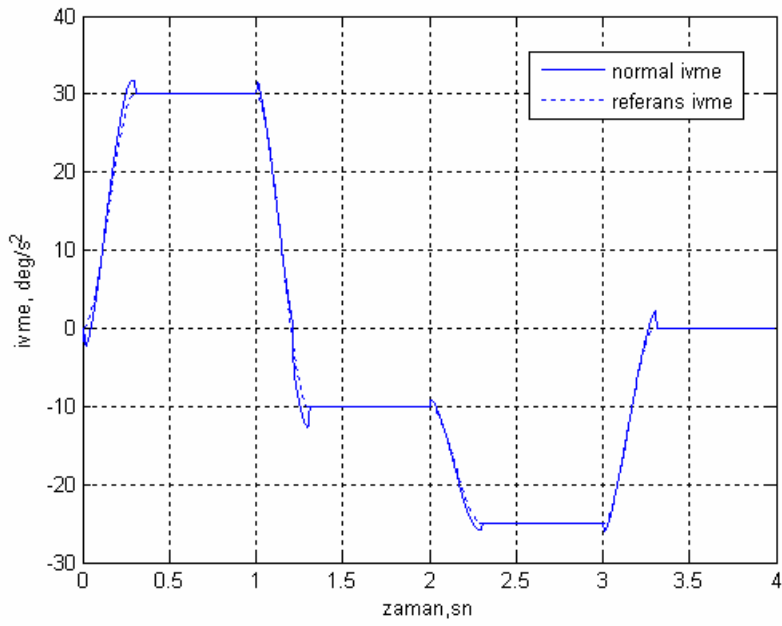
Şekil 5.10. Füzenin hücum açısı değişimi



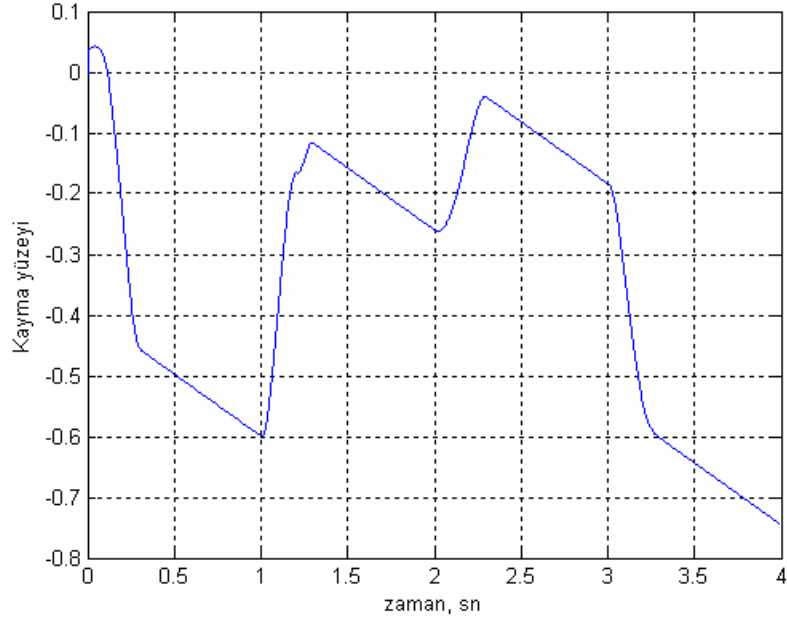
Şekil 5.11. Füzenin yunuslama hızı değişimi



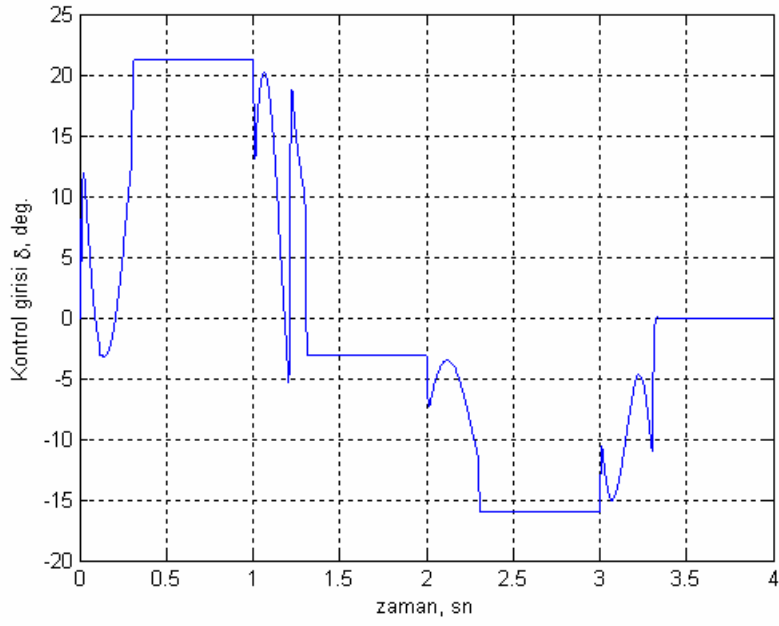
Şekil 5.12. Hata sinyali değişimi



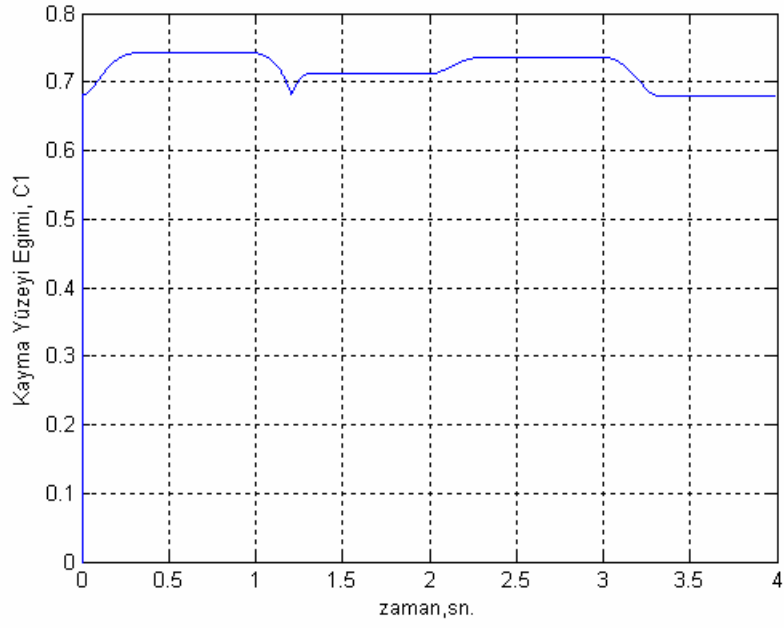
Şekil 5.13. Füzenin referans-gerçek normal ivme değişimi



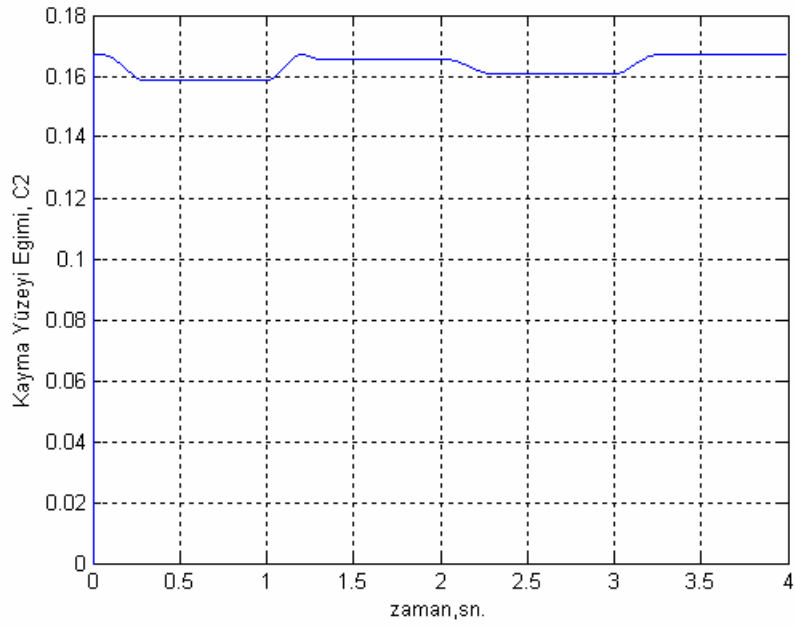
Şekil 5.14. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil 5.15. Kontrol girişi değişimi



Şekil 5.16. Kayma yüzeyi eğimleri ($C_1(t)$)



Şekil 5.17. Kayma yüzeyi eğimleri ($C_2(t)$)

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada belirli formda verilen doğrusal olmayan sistemler için doğrusal zamanla değişen yüzey kullanılarak KKK yöntemi incelenmiş ve yöntem, seçilen bir ters sarkaç mekanizmasına ve bir füze modeline uygulanmıştır.

Doğrusal olmayan sistemler için zamanla değişen doğrusal kayma yüzeyi parametrelerinin bulunabilmesi amacıyla sistemlere, kök yerleştirme metodu ve optimum kontrol yöntemi uygulanarak, her iki yöntem için simülasyon sonuçları elde edilmiştir.

Zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak KKK yönteminin ters sarkaç mekanizmasına denge konumuna getirilmesi amacıyla uygulanmasında, sarkaç açılma konumunun 30, 60, 70, 85, 100 ve 175 derece alındığı altı başlangıç koşulu için başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Ayrıca KKK tasarımında zamanla değişen doğrusal yüzey kullanmanın, sabit eğimli yüzey kullanmaya avantajını göstermek amacıyla, ters sarkaç mekanizmasına sabit yüzey kullanılarak KKK yöntemi uygulanmış ve her iki tasarım yöntemi sonuçları simülasyonlarla karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Ters sarkaç mekanizmasının kontrolü probleminde, kayma yüzeyi tasarımı için kök yerleştirme metodu kullanıldığında elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Başlangıç koşulları, sarkaç açılma konumu için 30 derece verildiğinde ve kayma yüzeyi tasarımı için zamanla değişen doğrusal yüzey kullanıldığında, sistemin 1,67m platform konum değişimiyle ve 39,4 derecelik bir sarkaç açılma konum değişimiyle, yaklaşık 7,2 saniyede denge konumuna ulaştığı görülmektedir. Sistemin kayma yüzeyine ulaşması ise yaklaşık 3,2 saniye sürmüştür ve gerekli kontrol girişi maksimum 51,07N olmuştur. Kayma yüzey eğimleri incelendiğinde, C_1 eğiminin kontrol süresince sabit kaldığı gözlenmiştir. Bu durum seçilen koordinat dönüşüm matrisi ile ilgili olup, farklı bir koordinat dönüşüm matrisinin kullanılmasıyla C_1

eğimi değişken olarak tasarlanabilir. C_2 ve C_3 yüzey eğimleri ise 30 derecelik başlangıç koşulu için küçük değişimler göstermiş ve bir süre sonra sabit kalmıştır. C_2 ve C_3 yüzey eğimlerinin gösterdiği değişim miktarları ve sabit kaldıkları değerler, C_2 yüzey eğimi 234,8 ile 250,6 değerleri arasında değişim göstermiş, 250,1'de sabit kalmış, C_3 yüzey eğimi ise 54,35 ile 56,03 değerleri arasında değişim göstermiş ve 55,92'de sabit kalmıştır.

Başlangıç koşulları, sarkaç açısal konumu için yine 30 derece verildiğinde ancak kayma yüzeyi tasarımı için sabit yüzey kullanıldığında ise, sistemin 1,8m platform konum değişimiyle ve 40 derecelik bir sarkaç açısal konum değişimiyle, yaklaşık 7,3 saniyede denge konumuna ulaştığı görülmektedir. Sistemin kayma yüzeyine ulaşması ise yaklaşık 3,38 saniye sürmüş ve gerekli kontrol girişi maximum 49,25N olmuştur. Kayma yüzey eğimleri, $C = [24,75 \quad 250,11 \quad 55,92]$ olarak kontrol süresince sabit tutulmuştur.

Ters sarkaç mekanizması için KKK tasarımında, kayma yüzeyi eğimlerinin bulunabilmesi amacıyla kök yerleştirme metodu kullanıldığında ve kayma yüzeyi, zamanla değişen doğrusal yüzey ve sabit eğimli yüzey olmak üzere iki durum için de tasarlandığında, verilen başlangıç koşulları için elde edilen sonuçlar Çizelge 6.1'de sunulmuştur.

Δx = Platformun konum değişimi

$\Delta \theta$ = Sarkacın açısal konum değişimi aralığı

Δt_{eq} = Denge konumuna ulaşma süresi

Δt_{ss} = Kayma yüzeyine ulaşma süresi

u_{max} = Maximum kontrol girişi

ΔC = Kayma yüzey eğimlerinin değişim aralığı

C_f = Kayma yüzey eğimlerinin son değeri

olmak üzere

Çizelge 6.1. Kök yerleştirme metodu ile elde edilen sonuçlar

	Δx	$\Delta \theta$	Δt_{eg}	Δt_{zs}	U_{max}	ΔC			C_f		
						C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
Zamanla değişen yüzey kullanılarak KKK	$\theta_0 = 30^0$	$30^0 - (-9,4^0)$	7,2 sn	3,17 sn	51,07 N	---	234,8	54,35	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 60^0$	$60^0 - (-21,2^0)$	12 sn	8,7 sn	180,4 N	---	250,6	56,03	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 70^0$	$70^0 - (-29,6^0)$	17,2 sn	13,15 sn	297,9 N	---	199,2	50,7	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 85^0$	$85^0 - (-63,58^0)$	46,5 sn	42,94 sn	1249 N	---	252,7	56,45	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 100^0$	$100^0 - (-3,18^0)$	34,4 sn	30,5 sn	21720 N	---	185,6	49,3	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 175^0$	$175^0 - (-3,19^0)$	27,5 sn	23,7 sn	1920 N	---	254,8	56,86	24,75	250,1	55,92
Sabit yüzey kullanılarak KKK	$\theta_0 = 30^0$	$30^0 - (-10^0)$	7,3 sn	3,38 sn	43,95 N	---	165,1	47,11	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 60^0$	$60^0 - (-30^0)$	14 sn	18,8 sn	84,9 N	---	272,8	59,88	24,75	250,1	55,92
	$\theta_0 = 70^0$	Kontrol Başarısız	Kontrol Başarısız	Kontrol Başarısız	Kontrol Başarısız	---	144,8	44,88	24,75	250,1	55,92
						44,75	33,61	24,75	250,1	55,92	

Kayma yüzeyi eğimleri kök yerleştirme metodu ile bulunduğu ve ters sarkaç mekanizmasına sabit yüzey kullanılarak KKK uygulandığında, kontrolün $\theta = 70^\circ$ 'den itibaren gerçekleştirilemediği görülmüştür. KKK uygulamasında zamanla değişen doğrusal yüzey kullanıldığında ise kontrol, $0 < \theta < 180^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$ aralığında başarılı sonuçlar ortaya koymuştur.

Ters sarkaç mekanizmasına, kayma yüzeyi tasarımı için kök yerleştirme metodu uygulanırken, sistem kutupları, -1,5, -3 ve -4,5 olarak alınmıştır. Sistem kutuplarının farklı şekilde seçilmesiyle, daha iyi simülasyon sonuçları elde edilebilir. Ayrıca koordinat dönüşüm matrisinin farklı seçilmesi de simülasyon sonuçlarının, özellikle kontrol girişi ve kayma yüzeyi eğimlerinin değişimlerinin farklı bulunmasına neden olur. Simülasyon sonuçlarını değiştirecek diğer parametre de k katsayısının seçimidir. k katsayısının büyük seçilmesi, sistemin kayma yüzeyine ulaşma hızını arttıracaktır. Hesaplamalar için seçilen zaman aralığının seçimi de sonuçların netliği bakımından önem taşır. Bu sebeple seçilen zaman aralığı yeterince hassas olmalıdır.

Ters sarkaç mekanizmasına KKK yöntemi uygulanırken, kayma yüzeyi tasarımı için gerekli kayma yüzeyi parametrelerinin bulunabilmesi için optimum kontrol yöntemi kullanıldığında ise elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Başlangıç koşulları, sarkaç açısal konumu için 30 derece verildiğinde, ve kayma yüzeyi tasarımı için zamanla değişen doğrusal yüzey kullanıldığında, sistemin 1,63m platform konum değişimiyle ve 37,8 derecelik bir sarkaç açısal konum değişimiyle, yaklaşık 8 saniyede denge konumuna ulaştığı görülmektedir. Sistemin kayma yüzeyine ulaşması ise yaklaşık 3,5 saniye sürmüştür ve gerekli kontrol girişi maximum 56,06N olmuştur. Yüzey eğimlerinin gösterdiği değişim miktarları ve sabit kaldıkları değerler; C₁ yüzey eğimi 25,3 ve 25,82 değerleri arasında değişim göstermiş, 25,82'de sabit kalmış, C₂ yüzey eğimi 253,2 ile 278,3 değerleri arasında değişim göstermiş, 278'de sabit kalmış, C₃ yüzey eğimi ise 59,95 ile 63,2 değerleri arasında değişim göstermiş ve 63,15'de sabit kalmıştır.

Başlangıç koşulları, sarkaç açısal konumu için 30 derece verildiğinde, ancak kayma yüzeyi tasarımı için sabit eğimli yüzey kullanıldığında, sistemin 1,76m platform konum değişimiyle ve 38,2 derecelik bir sarkaç açısal konum değişimiyle, yaklaşık 8 saniyede denge konumuna ulaştığı görülmektedir. Sistemin kayma yüzeyine ulaşması ise yaklaşık 3,7 saniye sürmüştür ve gerekli kontrol girişi maksimum 49,35N olmuştur. Kayma yüzey eğimleri, $C = [24,75 \quad 250,11 \quad 55,92]$ olarak kontrol süresince sabit tutulmuştur.

Başlangıç koşulları için elde edilen sonuçlar Çizelge 6.2'de tablo şeklinde sunulmuştur.

Kayma yüzeyi eğimleri optimum kontrol yöntemi ile bulunduğu ve ters sarkaç mekanizmasına sabit yüzey kullanılarak KKK uygulandığında, kontrolün $\theta = 73^\circ$ 'den itibaren gerçekleştirilemediği görülmüştür. KKK uygulamasında zamanla değişen doğrusal yüzey kullanıldığında ise kontrol, $0 < \theta < 180^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$ aralığında başarılı sonuçlar ortaya koymuştur.

Optimum kontrol metodu kullanılarak kayma yüzeyi tasarımı yapılırken, gerekli \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri bu çalışmada kontrolü sağlamak kaydıyla gelişigüzel seçilmiştir, önceden belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir. Bu matrislerin değiştirilmesi ile daha iyi sonuçlara ulaşılabilir. Sistem için seçilen koordinat dönüşüm matrisinin değiştirilmesi sonuçları değiştirecek diğer bir etkidir. Bu matrisin farklı seçimiyle özellikle kontrol girişi değişimi ve kayma yüzeyi eğimlerinin değişimi belirgin farklılıklar sergileyebilir. Sistemi kontrol yüzeyine yaklaştıran kontrol kısmının tasarımında kullanılan k katsayısının değişimi de sistemi kayma yüzeyine ve dolayısıyla denge konumuna ulaşma hızını etkileyen bir faktördür. Hesaplamalar için seçilen zaman aralığı yeterince hassas olmalıdır.

Çizelge 6.2. Optimum kontrol yöntemi ile elde edilen sonuçlar

	Δx	$\Delta\theta$	Δt_{eg}	Δt_{iz}	u_{max}	ΔC			C_f		
						C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
Zamanla değişen yüzey kullanılarak KKK	$\theta_0 = 30^0$	$30^0 - (-7,77^b)$	8 sn	3,48 sn	56,06 N	25,3	253,2	59,95	25,82	278	63,15
	$\theta_0 = 60^0$	$60^0 - (-17,92^b)$	14 sn	9,77 sn	190 N	25,82	278,3	63,2	25,82	278	63,15
	$\theta_0 = 73^0$	$70^0 - (-29,33^b)$	20 sn	17,73 sn	367,3 N	24,05	177,7	49,69	25,82	278	63,15
	$\theta_0 = 85^0$	$85^0 - (-58,13^b)$	57 sn	43,07 sn	1257 N	23,92	157,9	46,9	25,82	278	63,15
	$\theta_0 = 100^0$	$100^0 - (-2,67^b)$	35 sn	30,4 sn	20490 N	23,95	135,6	43,75	25,82	278	63,15
	$\theta_0 = 175^0$	$175^0 - (-2,66^b)$	25 sn	19,6 sn	342,1 N	23,91	74,61	33,69	25,82	278	63,15
Sabit yüzey kullanılarak KKK	$\theta_0 = 30^0$	$30^0 - (-8,2^b)$	8 sn	3,74 sn	49,35 N	---	---	---	25,82	278,03	63,15
	$\theta_0 = 60^0$	$60^0 - (-23,53^b)$	16 sn	12,38 sn	190 N	---	---	---	25,82	278,03	63,15
	$\theta_0 = 73^0$	Kontrol Başarısız	Kontrol Başarısız	Kontrol Başarısız	Kontrol Başarısız	---	---	---	25,82	278,03	63,15

Bu çalışmada ters sarkaç mekanizması için kök yerleştirme metodu ve optimum kontrol yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlar kıyaslandığında ise, $\theta = 30^\circ$ için iki yöntem arasında çok büyük farklılıklar olmamakla birlikte, optimum kontrol yöntemi kullanıldığında denge konumuna ve kayma yüzeyine ulaşma süreleri ile gereken maximum kuvvet miktarının arttığı görülmektedir. Kayma yüzeyi eğimleri ise her iki metod arasında farklılıklar göstermektedir.

Ters sarkaç mekanizması için hareket denklemleri elde edilirken sadece platform ve yüzey arasındaki sürtünme hesaba katılmış, sarkaç mafsalındaki oluşan ve hava direncinden kaynaklanan sürtünme kayıpları ihmal edilmiştir. İlerki çalışmalarda mekanizma için belirsizliklerin olduğu durumlar incelenebilir.

Zamanla değişen doğrusal yüzey kullanılarak KKK yöntemi füze modeline referans normal ivme takibi amacıyla uygulandığında da başarılı sonuçlara ulaşılmıştır.

Füze modeline ait sonuçlar incelendiğinde, sisteme kayma yüzeyi parametrelerinin bulunabilmesi için kök yerleştirme metodu ve optimum kontrol yöntemi uygulandığında, hücum açısının her iki yöntem için $\mp 20^\circ$ 'lik bir değişim sergilediği görülmektedir. Füzenin yunuslama hızı değişimi yine her iki yöntem için aynı sonuca sahip olup -100 deg/s ile 150 deg/s arasında değişmiştir. Hata sinyali değişimi de her iki yöntem için hemen hemen aynı olup, referans ivme takibi, optimum kontrol yöntemi ile çok küçük farklılıkla nispeten daha başarılı olmuştur. Kök yerleştirme metodu kullanılarak elde edilen, sistemin kayma yüzeyi üzerinde değişim grafiği incelendiğinde, sistemin kayma yüzeyi üzerinde küçük değişimlerle, yüzeye yaklaşmak ve uzaklaşmak suretiyle gezindiği görülmektedir. Bu hareket yaklaşık $\mp 1,5$ 'lik bir bant aralığı içerisinde gerçekleşmektedir. Optimum kontrol yöntemi kullanılarak elde edilen kayma yüzeyi değişimi grafiği incelendiğinde ise sistemin kayma yüzeyi üzerinde değil ancak civarında, yine yaklaşarak ve uzaklaşarak gezindiği görülmektedir. Sisteme ait kontrol girişi değişimi grafikleri incelendiğinde ise kök yerleştirme metodu kullanıldığında sistemin yaklaşık olarak maximum 34 derecelik bir kuyruk kumanda açısı değişimi gerçekleştirmesi gerektiği ancak

optimum kontrol yöntemi ile bu açının yaklaşık 22 derece olmasının yeterli olduğu görülmektedir. Kayma yüzey eğimlerindeki değişimler incelendiğinde ise, Kök yerleştirme metodu kullanıldığında C_1 eğiminin 0,84 değerinde hemen hemen sabit kaldığı, C_2 eğiminin 0,21 ile 0,14 değerleri arasında değişim sergilediği görülmektedir. Optimum kontrol yöntemi kullanıldığında ise C_1 eğiminin 0,68 ile 0,74, C_2 eğiminin ise 0,167 ile 0,158 değerleri arasında değiştiği görülmektedir.

Kök yerleştirme metodu uygulanırken sistem kutupları bu çalışmada -250, -320 olarak seçilmiştir. Sistem kutuplarının değiştirilmesiyle dah iyi sonuçlara ulaşılabilir.

Optimum kontrol yönteminin uygulanmasında ise gerekli olan \bar{Q} ve \bar{P} matrisleri kontrolü sağlamak kaydıyla gelişigüzel seçilmiş, önceden belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir. Bu matrislerin farklı seçilmesiyle daha iyi sonuçlara ulaşılması mümkündür.

Similasyon sonuçlarını değiştirebilecek diğer faktörler ise her iki yöntem için de başlangıç koşullarının, koordinat dönüşüm matrisinin, k sabitinin ve zaman aralığının farklı seçilmesidir.

Füzenin dinamik denklemleri yazılırken, bu çalışmada M mach sayısı sabit olarak alınmıştır. İlerki çalışmalarda Mach sayısının değişiminin de hesaplara yansıdığı çalışmalar yapılabilir. Ayrıca bu çalışmada kullanılan referans ivme grafiğinden farklı ivme grafikleri oluşturularak, sistemin takip performansı incelenebilir.

Uygulamalardaki hesaplamalar ve simulasyon sonuçları Matlab 7.0 Programı ile yapılmıştır. Sonuçların hesaplanması için ode5 (diferansiyel denklem çözücü) Matlab fonksyonu değiştirilerek kullanılmıştır.

Ters sarkaç mekanizması ve füze modeli için yapılan uygulamalarla zamanla değişen doğrusal kayma yüzeyi kullanılarak KKK yönteminin başarısı gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

1. Edwards,C., Spurgeon, S.K., “Sliding Mode Control, Theory and Applications”, **Taylor&Francis**, London, 1-92 (1998).
2. Utkin, V.I., “Variable Structure Systems with Sliding Modes”, **IEEE Transactions on Automatic Control**, 22(2): 212-222 (1977).
3. Utkin, V.I., “Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems”, **Mir Publishers**, Moscow, 1-120 (1978).
4. Utkin, V.I., “Sliding Modes in Control and Optimization”, **Springer Verlag**, Berlin, 46-125 (1992).
5. Al-Yahmadi, A.S., Abdo, J., Hsia, T.C., “Modeling and Control of Two Manipulators Holding A Flexible Object”, **Journal of The Franklin Institute** , (in press) (2006).
6. Almutairi, N.B., Zribi, M., “Sliding Mode Control of Coupled Tanks”, **Mechatronics**, 16(7): 427-441 (2006)
7. Park, E.J., Stoikov, D., Luz, L.F., Suleman, A., “A Performance Evaluation of An Automotive Magnetorheological Brake Design with A Sliding Mode Controller”, **Mechatronics** , 16(7): 405-416 (2006).
8. Jang, M.J., Chen, C.L., Tsao, Y.M., “Sliding Mode Control for Active Magnetic Bearing System with Flexible Rotor” **Journal of The Franklin Institute**, 342: 401-419 (2005).
9. Eyabi, P., Washington, G., “Modeling and Sensorless Control of An Electromagnetic Valve Actuator”, **Mechatronics**, 16: 159-175 (2006).
10. Choi, S.B., Yoo, J.K., Cho, M.S., Lee, Y.S. “ Position Control of A Cylinder System Using A Piezoactuator-driven Pump”, **Mechatronics**, 15(2): 239-249 (2005).
11. Khan, M.K., Spurgeon, S.K., “Robust MIMO Water Level Control in Interconnected Twin-tanks Using Second Order Sliding Mode Control”, **Control Engineering Practice**, 14(4): 375-386 (2006).
12. Ashari, A.E., “Sliding Mode Control of Active Suspension Systems: A Unit Vector Approach”, **Proceeding of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications**, Taipei, Taiwan, 370-375 (2004).
13. İtik, M., Salamcı, M.U., “Kayan Kipli Denetim ile Esnek bir Kirişin Titreşim Kontrolü”, **12. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu**, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 409-414 (2005).

14. İtik M. “Kayan Kipli Denetim Kullanılarak bir Kirişin Aktif Titreşim Kontrolü”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 8-25, 89-91 (2005).
15. Utkin, V.I., Yang, K.D., “Methods for Constructing Discontinuity Planes in Multidimensional Variable Structure Systems”, *Automation and Remote Control*, 39: 1466-1470 (1978).
16. Banks, S.P., Salamcı, M.U., McCaffrey, D., “Non-Local Stabilization of Nonlinear Systems using Switching Manifolds”, *International Journal of Systems Science*, 31(2): 243-254 (2000).
17. DeCarlo, R.A., Zak, S.H., Matthews, G.P. “Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial” , *Proc. IEEE*, 76(3): 212-232 (1988).
18. Salamcı, M.U., Özgören, M.K., Banks, S.P., “Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for a Missile Autopilot Design”, *AIAA J. Of Guid., Cont. And Dyn.*, 23(4): 719-727 (2000).
19. Tombul, G.S., Salamcı, M.U., Doğan, C., “Nonlinear Sistemleriçin Değişken Yüzey Kullanarak Kayan Kipli Denetim Tasarımı”, *TOK’05 Otomatik Kontrol Toplantısı*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 83-87 (2005).
20. Ogata, K.,. “Modern Control Engineering”, 3rd Edition, *Prentice-Hall, Inc.*, United States of America, 710-982 (1997).
21. Lewis, F.L., Vassilis, L.S., “Optimal Control”, 2nd Edition., *Wiley*, New York, 189-203 (1995).
22. Leigh, J.R., “Control Theory”, 2nd Edition, *Institution of Electrical Engineers*, London, 167-177 (2004) .
23. Rosenbrock, H.H, “The Stability of Linear Time-dependent control systems”, *J. Electronics and Control*, 15: 73-80 (1963).
24. Salamcı, M.U., Tombul,G.s., “Sliding Mode Control Design with Time Varying Sliding Surfaces for A Class of Nonlinear Systems”, *CCA’06, IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, (in press) (2006).
25. Desoer, C.A., “Slowly Varying System $\dot{x} = A(t)x$ ”, *IEEE Transactions Automatic Control*, 14(6): 780-781 (1969).
26. Desoer, C.A., Peikari, B., “The 2Frozen Operating Point” Method of Small-Signal Analysis”, *IEEE Trans. Automatic Control*, 15(3): 259-261 (1970).

27. Khalil, H.K., “Nonlinear Systems”, 2nd Edition, **Prentice Hall**, New Jersey, 97-154 (1996).
28. Kamen, E.W., Khargonekar, P.P., Tannenbaum, A. “Control of Slowly Varying Systems”, **IEEE Trans. Automatic Control**, 34(12): 1283-1285 (1989).
29. Gasimov, R.N., Karamanoğlu, A., Yazıcı, A., “A nonlinear Programming Approach for the Sliding Mode Control Design”, **Applied Mathematical Modelling**, 29: 1135-1148 (2004).
30. Ercan, Y., “Mühendislik Sistemlerinin Modellenmesi ve Dinamiği”, **Literatür Yayıncılık**, İstanbul 277-281, 307-317 (2003).
31. Reichert, R.T., Nichols, R.A., Rugh, W.J., “Gain Scheduling for H-Infinity Controllers: A Flight Control Example”, **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 1(2): 69-79 (1993).
32. Tsourdos, A., White, B.A., “Adaptive Flight Control Design for Nonlinear Missile”, **Control Engineering Practice**, 13: 373-382 (2005).
33. Devaud, E., Siguerdidjane, S., Font, S., “Some Control Strategies for a High-Angle-of-Attack Missile Autopilot”, **Control Engineering Practice**, 8: 885-892 (2000).
34. Biannic, J.M., Apkarian, P., “Missile Autopilot Design via a Modified LPV Synthesis Technique”, **Aerospace Science and Technology**, 3(3): 153-160 (1999).
35. Wu, F., Packard, A., Balas, G., “LPV Control Design for Pitch-Axis Missile Autopilots”, **Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control**, New Orleans, 188-193 (1995).
36. Döll, C., Gorrec, Y.L., Ferreres, G., Magni, J.F., “A Robust Self-Scheduled Missile Autopilot: Design by Multi-Model Eigenstructure Assignment”, **Control Engineering Practice**, 9: 1067-1078 (2001).
37. Chen, W.H., Donald, J.B., Peter, J.G., “Optimal Control of Nonlinear Systems: A Predictive Control Approach”, **Automatica**, 39: 633-641 (2003).
38. Salamcı, M.U., Özgören, M.K., “Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for Missile Autopilot Design”, **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, 23(4): 719-727 (2000).
39. Salamcı, M.U., “Two New Switching Surface Design Techniques for Nonlinear Systems with Their Applications to Missile Control”, Doktora Tezi, **ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, 11-41, 86-143 (1999).

40. Xu, J.X., Pan, Y.J., Lee, T.H., “A VSS Identification Scheme for Time-Varying Parameters”, *Automatica*, 39: 727-734 (2003).
41. Ackerman, J., Utkin, V., “Sliding Mode Control Based on Ackermann’s Formula”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(2): 234-237 (1998).
42. Young, K.,D., Utkin, V.I., Özgüner, Ü., “A Control Engineer’s Guide to Sliding Mode Control”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(3): 328-342 (1999).
43. Garcia, J.P.F., Ribeiro, J.M.S., Silvia, J.J.F, Martins, E.S., “Continuous-time and Discrete-time Sliding Mode Control Accomplished Using a Computer”, *IEEE Proc.-Control Theory Appl.*, 152(2): 220-228 (2005).
44. Kuo, B.C., “Automatic Control Sytems”, 7th Edition, Çeviri Editörü Prof. Dr. Atilla Bir, *Literatür Yayınları*, İstanbul 237-301 (1999).
45. Tewari, A.,”Modern Control Design with Matlab and Simulink”, *Wiley*, England 125- 255, 283-318 (2002).
46. Marquez, H.J., “Nonlinear Control Sytems Analysis and Design”, *Wiley*, New Jersey, 1-27, 65-122 (2003).
47. Slotine, J.J.E., Li, W., “Applied Nonlinear Control”, *Prentice Hall*, New Jersey, 276-307 (1984).
48. Perruquetti, W., Barbot, J.P., “Sliding Mode Control in Engineering”, *Marcel Dekker*, New York, 1-27, 131-160 (2002) .
49. The Mathworks Inc., “Matlab 7 User Guide”, *The Mathworks Inc.*, USA, 1-60 (2004).
50. İnan, A., “ Matlab ve Programlama”, *Papatya Yayıncılık*, İstanbul 9-592 (2004).

EKLER

EK-1 Teorem

$$\dot{x} = f(x) = Ax + g(x) \quad (1.1)$$

Burada A, denge noktası etrafında doğrusallaştırılmış sistem matrisidir.

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x) \right|_{x=0}$$

Eş. 1.1 ile tanımlı bir sistem için, P pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, Lyapunov fonksyonu

$$V(x) = x^T Px \quad (1.2)$$

yazılır ve fonksyonun türevi alınırsa,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T P \dot{x} + \dot{x}^T Px \\ &= x^T Pf(x) + f^T(x)Px \\ &= x^T P[Ax + g(x)] + [x^T A^T + g^T(x)]Px \\ &= x^T \underbrace{(PA + A^T P)}_{-Q} x + 2x^T Pg(x) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Q simetrik pozitif bir matris alınarak

$$\dot{V}(x) = -x^T Qx + 2x^T Pg(x) \quad (1.4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, denklemin sağ tarafındaki ilk terim negatif tanımlı iken ikinci terim tanımsızdır.

$g(x)$, aşağıda belirtilen şartı sağlayan bir fonksyondur.

Ek-1 (Devam) Teorem

$$\|x\| \rightarrow 0 \quad \text{için} \quad \frac{\|g(x)\|}{\|x\|} \rightarrow 0 \quad (1.5)$$

ve herhangi bir $\gamma < 0$ için, aşağıdaki şartı sağlayan bir $r > 0$ mevcuttur.

$$\|g(x)\| < \gamma \|x\|, \quad \forall \|x\| < r \quad (1.6)$$

Böylelikle, Lyapunov Fonksiyonunun türevi,

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2\gamma x^T P \|x\|, \quad \forall \|x\| < r \quad (1.7)$$

olarak yazılabilir ve

$$x^T Q x \geq \lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 \quad (1.8)$$

geçerlidir. Burada, $\lambda_{\min}(\cdot)$, bir matrisin en küçük özdeğerini temsil etmektedir ve Q simetrik ve pozitif tanımlı bir matris olduğu sürece $\lambda_{\min}(Q)$ gerçek ve pozitiftir.

Böylelikle,

$$\dot{V}(x) < -[\lambda_{\min}(Q) - 2\gamma \|P\|] \|x\|^2, \quad \forall \|x\| < r \quad (1.9)$$

bulunur ve

$$\gamma < \lambda_{\min}(Q) / 2\|P\| \quad (1.10)$$

seçilerek $\dot{V}(x)$ 'in negatif tanımlı olması sağlanır [26].

EK-2 Ters sarkaç mekanizması için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-ZDY) (Dosya adı: Crootpend.m)

```
function C=Crootpend(xval);
```

```
pl=[-1.5,-3,-5.5];
```

```
M=3;
```

```
m=0.5;
```

```
l=0.5;
```

```
b=2;
```

```
g=9.81;
```

```
den=(M+m)-m*(cos(xval(3)))^2;
```

```
A(2,2)=-b/den;
```

```
A(2,3)=-m*g*cos(xval(3))*sin(xval(3))/(den*xval(3));
```

```
A(2,4)=m*l*sin(xval(3))*xval(4)/den;
```

```
A(4,2)=b*cos(xval(3))/(den*l);
```

```
A(4,3)=(M+m)*g*sin(xval(3))/(den*l*xval(3));
```

```
A(4,4)=-m*l*sin(xval(3))*cos(xval(3))*xval(4)/(den*l);
```

```
A=[0 1 0 0; 0 A(2,2) A(2,3) A(2,4); 0 0 0 1; 0 A(4,2) A(4,3) A(4,4)];
```

```
B(2,1)=1/den;
```

```
B(4,1)=-cos(xval(3))/(den*l);
```

```
B=[0; B(2,1); 0; B(4,1)];
```

```
Mm=[B A*B A^2*B A^3*B];
```

```
p=poly(A);
```

```
W=[p(4) p(3) p(2) 1; p(3) p(2) p(1) 0; p(2) p(1) 1 0; p(1) 1 0 0];
```

```
T=inv(Mm*W);
```

EK-2 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-ZDY) (Dosya adı: Crootpend.m)

```
Astar=T*A*inv(T);
```

```
Anew=[Astar(1,1) Astar(1,2) Astar(1,3);  
      Astar(2,1) Astar(2,2) Astar(2,3);  
      Astar(3,1) Astar(3,2) Astar(3,3)];
```

```
Bnew=[Astar(1,4); Astar(2,4); Astar(3,4)];
```

```
C=place(Anew,Bnew,pl);
```

EK-3 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM-ZDY) (Dosya adı: rootpend.m)

```
function [xdot,Cold,Cnew]= rootpend (t,x1,xold,inc)
```

```
X=[x1(1);x1(2);x1(3);x1(4)];
```

```
M=3; %mass of the cart (kg)
```

```
m=0.5; %mass of the pendulum (kg)
```

```
l=0.5; %length of the pendulum (m)
```

```
b=2; %friction constant (kg/s)
```

```
g=9.81; %gravitational force (kgm/s^2)
```

```
den=(M+m)-m*(cos(x1(3)))^2;
```

```
A(2,2)=-b/den;
```

```
A(2,3)=-m*g*cos(x1(3))*sin(x1(3))/(den*x1(3));
```

```
A(2,4)=m*l*sin(x1(3))*x1(4)/den;
```

```
A(4,2)=b*cos(x1(3))/(den*1);
```

```
A(4,3)=(M+m)*g*sin(x1(3))/(den*1*x1(3));
```

```
A(4,4)=-m*1*sin(x1(3))*cos(x1(3))*x1(4)/(den*1);
```

```
A=[0 1 0 0; 0 A(2,2) A(2,3) A(2,4); 0 0 0 1; 0 A(4,2) A(4,3) A(4,4)];
```

```
B(2,1)=1/den;
```

```
B(4,1)=-cos(x1(3))/(den*1);
```

```
B=[0; B(2,1); 0; B(4,1)];
```

```
Mm=[B A*B A^2*B A^3*B];
```

```
p=poly(A);
```

```
W=[p(4) p(3) p(2) 1; p(3) p(2) p(1) 0; p(2) p(1) 1 0; p(1) 1 0 0];
```

```
T=inv(Mm*W);
```

EK-3 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM-ZDY) (Dosya adı: rootpend.m)

$$\text{Astar}=\text{T}*\text{A}*\text{inv}(\text{T});$$

$$\text{Bstar}=\text{T}*\text{B};$$

$$\text{Cold}=\text{Crootpend}(\text{xold});$$

$$\text{Cnew}=\text{Crootpend}(\text{x1});$$

$$\text{Cdot}=[\text{Cnew}-\text{Cold}]/\text{inc};$$

$$\text{Cdot}=[\text{Cdot } 0];$$

$$\text{Cnew}=[\text{Cnew } 1];$$

$$\text{Cold}=[\text{Cold } 1];$$

$$\text{sigmax}=\text{Cnew}*\text{T}*\text{X};$$

$$\text{ueqx}=-\text{inv}(\text{Cnew}*\text{Bstar})*[\text{Cdot}*\text{T}*\text{X}+\text{Cnew}*\text{Astar}*\text{T}*\text{X}];$$

$$\text{ux}=\text{ueqx}+\text{k}*\text{sign}(\text{sigmax});$$

$$\text{xdot}=[\text{x1}(2);\text{A}(2,2)*\text{x1}(2)+\text{A}(2,3)*\text{x1}(3)+\text{A}(2,4)*\text{x1}(4)+\text{B}(2,1)*\text{ux};$$

$$\text{x1}(4); \text{A}(4,2)*\text{x1}(2)+\text{A}(4,3)*\text{x1}(3)+\text{A}(4,4)*\text{x1}(4)+\text{B}(4,1)*\text{ux}];$$

EK-4 Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-SY) (Dosya adı: Cconstroot.m)

```

clear
clc
syms x0 x1 x2 x3 x4
syms c1 c2 c3
M=3
m=0.5
l=0.5
g=9.81
b=2

den=M+m-m*(cos(x3))^2
B=[0; 1/den; 0; -cos(x3)/(den*1)]

F(1)=x2
F(2)=(-b*x2+m*l*sin(x3)*(x4)^2-m*g*cos(x3)*sin(x3))/den
F(3)=x4
F(4)=(b*x2*cos(x3)-m*l*sin(x3)*(x4)^2*cos(x3)+(M+m)*g*sin(x3))/(l*den)
for i=1:4
    JA(i,1)=diff(F(i),x1)
    JA(i,2)=diff(F(i),x2)
    JA(i,3)=diff(F(i),x3)
    JA(i,4)=diff(F(i),x4)
end

J=JA
x1=0,x2=0,x3=(0),x4=0

```

EK-4 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-SY)
(Dosya adı:Cconstroot.m)

```

for i=1:4
    for j=1:4
        al(i,j)=eval (J(i,j))
    end
end

bl(2,1)=eval (B(2,1))
bl(4,1)=eval (B(4,1))

AL=[al(1,1) al(1,2) al(1,3) al(1,4);
    al(2,1) al(2,2) al(2,3) al(2,4);
    al(3,1) al(3,2) al(3,3) al(3,4) ;
    al(4,1) al(4,2) al(4,3) al(4,4)]
BL=[0; bl(2,1); 0; bl(4,1)]

% AL=[0 1 0 0; 0 -0.6667 -1.6350 0; 0 0 0 1 ;0 1.3333 22.8900 0]
% BL=[0; 0.3333; 0; -0.6667]

Mm=[BL AL*BL AL^2*BL AL^3*BL];
dmat=eig(AL)
p=[poly(AL)]
W=[p(4) p(3) p(2) 1;
    p(3) p(2) p(1) 0;
    p(2) p(1) 1 0;
    p(1) 1 0 0];
T=inv(Mm*W)

```

EK-4 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM-SY)
(Dosya adı:Cconstroot.m)

```
ALstar=T*AL*inv(T)
```

```
BLstar=T*BL
```

```
ALstarnew=[ALstar(1,1) ALstar(1,2) ALstar(1,3);
```

```
ALstar(2,1) ALstar(2,2) ALstar(2,3);
```

```
ALstar(3,1) ALstar(3,2) ALstar(3,3)]
```

```
BLstarnew=[ALstar(1,4); ALstar(2,4); ALstar(3,4)]
```

```
pl=[-1.5,-3,-5.5];
```

```
C=place(ALstarnew,BLstarnew,pl)
```

```
%C=[24.7500 250.1081 55.9178 1]
```

EK-5 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM-SY) (Dosya adı:constrootpend.m)

```
function [xdot]=constrootpend(t,Cx1)
```

```
CX=[Cx1(1);Cx1(2);Cx1(3);Cx1(4)];
```

```
M=3; %mass of the cart (kg)
```

```
m=0.5; %mass of the pendulum (kg)
```

```
l=0.5; %length of the pendulum (m)
```

```
b=2; %friction constant (kg/s)
```

```
g=9.81; %gravitational force (kgm/s^2)
```

```
den=(M+m)-m*(cos(Cx1(3)))^2;
```

```
A(2,2)=-b/den;
```

```
A(2,3)=-m*g*cos(Cx1(3))*sin(Cx1(3))/(den*Cx1(3));
```

```
A(2,4)=m*l*sin(Cx1(3))*Cx1(4)/den;
```

```
A(4,2)=b*cos(Cx1(3))/(den*l);
```

```
A(4,3)=(M+m)*g*sin(Cx1(3))/(den*l*Cx1(3));
```

```
A(4,4)=-m*l*sin(Cx1(3))*cos(Cx1(3))*Cx1(4)/(den*l);
```

```
A=[0 1 0 0; 0 A(2,2) A(2,3) A(2,4); 0 0 0 1; 0 A(4,2) A(4,3) A(4,4)];
```

```
B(2,1)=1/den;
```

```
B(4,1)=-cos(Cx1(3))/(den*l);
```

```
B=[0; B(2,1); 0; B(4,1)];
```

```
AL=[0 1 0 0; 0 -0.6667 -1.6350 0; 0 0 0 1 ;0 1.3333 22.8900 0];
```

```
BL=[0; 0.3333; 0; -0.6667];
```

EK-5 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM-SY) (Dosya adı: constrootpend.m)

```
Mm=[BL AL*BL AL^2*BL AL^3*BL];
```

```
p=poly(AL);
```

```
W=[p(4) p(3) p(2) 1;
```

```
    p(3) p(2) p(1) 0;
```

```
    p(2) p(1) 1 0;
```

```
    p(1) 1 0 0];
```

```
T=inv(Mm*W);
```

```
ALstar=T*AL*inv(T);
```

```
BLstar=T*BL;
```

```
CC=[24.7500 250.1081 55.9178 1];
```

```
Csigmax=CC*T*CX;
```

```
Cueqx=-inv(CC*BLstar)*[CC*ALstar*T*CX];
```

```
k=-3;
```

```
Cux=Cueqx+k*sign(Csigmax);
```

```
xdot=[Cx1(2);A(2,2)*Cx1(2)+A(2,3)*Cx1(3)+A(2,4)*Cx1(4)+B(2,1)*Cux;
```

```
    Cx1(4);A(4,2)*Cx1(2)+A(4,3)*Cx1(3)+A(4,4)*Cx1(4)+B(4,1)*Cux];
```

EK-6 Ters sarkaç mekanizması için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu (Dosya adı: ode5pend)

```
function [Y,Cold,Cnew] = ode5pend(odefun,tspan,y0,xold,inc)
```

```
if ~isnumeric(tspan)
```

```
    error('TSPAN should be a vector of integration steps.');
```

```
end
```

```
if ~isnumeric(y0)
```

```
    error('Y0 should be a vector of initial conditions.');
```

```
end
```

```
h = diff(tspan);
```

```
if any(sign(h(1))*h <= 0)
```

```
    error('Entries of TSPAN are not in order.');
```

```
end
```

```
try
```

```
    f0 = feval(odefun,tspan(1),y0,xold,inc);
```

```
catch
```

```
    msg = ['Unable to evaluate the ODEFUN at t0,y0. ',lasterr];
```

```
    error(msg);
```

```
end
```

```
y0 = y0(:);
```

```
if ~isequal(size(y0),size(f0))
```

```
    error('Inconsistent sizes of Y0 and f(t0,y0).');
```

```
end
```

EK-6 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu
(Dosya adı:ode5pend)

```
neq = length(y0);
```

```
N = length(tspan);
```

```
Y = zeros(neq,N);
```

```
C = [1/5; 3/10; 4/5; 8/9; 1];
```

```
A = [ 1/5,      0,      0,      0,      0
      3/40,     9/40,     0,      0,      0
      44/45    -56/15,    32/9,     0,      0
      19372/6561, -25360/2187, 64448/6561, -212/729, 0
      9017/3168, -355/33,   46732/5247, 49/176, -5103/18656];
```

```
B = [35/384, 0, 500/1113, 125/192, -2187/6784, 11/84];
```

```
A = A.';
```

```
B = B(:);
```

```
nstages = length(B);
```

```
F = zeros(neq,nstages);
```

```
Y(:,1) = y0;
```

```
for i = 2:N
```

```
    ti = tspan(i-1);
```

```
    hi = h(i-1);
```

```
    yi = Y(:,i-1);
```

```
    xold=yi;
```

```
    [F(:,1),Cold(i,:)] = feval(odefun,ti,yi,xold,inc);
```

```
    for stage = 2:nstages
```

EK-6 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu
(Dosya adı:ode5pend)

```
tstage = ti + C(stage-1)*hi;
ystage = yi + F(:,1:stage-1)*(hi*A(1:stage-1,stage-1));
[ F(:,stage)] = feval(odefun,tstage,ystage,xold,inc);
end
Y(:,i) = yi + F*(hi*B);
[as,sd,Cnew(i,:)] = feval(odefun,ti+hi,Y(:,i),xold,inc);
end
Y = Y.!';
```

EK-7 Ters sarkaç mekanizması için fonksyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: rootpendode.m)

```

clear;
clc;
tic;
teta=30*pi/180;
x0=[0;0;teta;0];
inc=0.01;
t=0:inc:20;
xold=x0;

[X,Cold,Cnew]=ode5pend('rootpend',t,x0,xold,inc);

for i=1:length(t);
x1(1)=X(i,1);
x1(2)=X(i,2);
x1(3)=X(i,3);
x1(4)=X(i,4);

M=3;
m=0.5;
l=0.5;
b=2;
g=9.81;

den=(M+m)-m*(cos(x1(3)))^2;

A(2,2)=-b/den;
A(2,3)=-m*g*cos(x1(3))*sin(x1(3))/(den*x1(3));
A(2,4)=m*l*sin(x1(3))*x1(4)/den;
A(4,2)=b*cos(x1(3))/(den*1);

```

EK-7 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için fonksyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: rootpendode.m)

$$A(4,3)=(M+m)*g*\sin(x1(3))/(den*1*x1(3));$$

$$A(4,4)=-m*1*\sin(x1(3))*\cos(x1(3))*x1(4)/(den*1);$$

$$A=[0 \ 1 \ 0 \ 0; \ 0 \ A(2,2) \ A(2,3) \ A(2,4); \ 0 \ 0 \ 0 \ 1; \ 0 \ A(4,2) \ A(4,3) \ A(4,4)];$$

$$B(2,1)=1/den;$$

$$B(4,1)=-\cos(x1(3))/(den*1);$$

$$B=[0; \ B(2,1); \ 0; \ B(4,1)];$$

$$Mm=[B \ A*B \ A^2*B \ A^3*B];$$

$$p=\text{poly}(A);$$

$$W=[p(4) \ p(3) \ p(2) \ 1; \ p(3) \ p(2) \ p(1) \ 0; \ p(2) \ p(1) \ 1 \ 0; \ p(1) \ 1 \ 0 \ 0];$$

$$T=\text{inv}(Mm*W);$$

$$Astar=T*A*\text{inv}(T);$$

$$Bstar=T*B;$$

$$Cdot(i,:)= [Cnew(i,:)-Cold(i,:)]/inc ;$$

$$\text{sigmax}(i)=Cnew(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3);X(i,4)];$$

$$\text{ueqx}(i)=-$$

$$\text{inv}(Cnew(i,:)*Bstar)*[Cdot(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3);X(i,4)]+Cnew(i,:)*Astar*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3);X(i,4)]];$$

$$k=-3;$$

$$\text{ux}(i)=\text{ueqx}(i)+k*\text{sign}(\text{sigmax}(i));$$

end

$$x1=X(:,1);$$

$$x2=X(:,2);$$

$$x3=X(:,3)*180/\pi;$$

$$x4=X(:,4)*180/\pi;$$

EK-7 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için fonksyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: rootpendode.m)

```
[CX]=ode5('constrootpend',t,x0);

for i=1:length(t);

Cx1(1)=CX(i,1);
Cx1(2)=CX(i,2);
Cx1(3)=CX(i,3);
Cx1(4)=CX(i,4);

AL=[0 1 0 0; 0 -0.6667 -1.6350 0; 0 0 0 1 ;0 1.3333 22.8900 0];
BL=[0; 0.3333; 0; -0.6667];

Mm=[BL AL*BL AL^2*BL AL^3*BL];
p=poly(AL);
W=[p(4) p(3) p(2) 1; p(3) p(2) p(1) 0; p(2) p(1) 1 0; p(1) 1 0 0];
T=inv(Mm*W);

ALstar=T*AL*inv(T);
BLstar=T*BL;

CC=[24.7500 250.1081 55.9178 1];

Csigmax(i)=CC*T*[CX(i,1);CX(i,2);CX(i,3);CX(i,4)];
Cueqx(i)=-inv(CC*BLstar)*[CC*ALstar*T*[CX(i,1);CX(i,2);CX(i,3);CX(i,4)]];
k=-3;
Cux(i)=Cueqx(i)+k*sign(Csigmax(i));
end
Cx1=CX(:,1);
Cx2=CX(:,2);
```

EK-7 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için fonksyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: rootpendode.m)

```
Cx3=CX(:,3)*180/pi;
```

```
Cx4=CX(:,4)*180/pi;
```

```
legend1='zamanla degisen yüzey';
```

```
legend2='sabit yüzey';
```

```
plot(t,x1,'b',t,Cx1,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('x, m'); grid; legend (legend1, legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,x2,'b',t,Cx2,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('dx/dt, m/sn'); grid; legend (legend1, legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,x3,'b',t,Cx3,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('teta, deg');grid; legend (legend1 , legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,x4,'b',t,Cx4,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('dteta/dt, deg/sn');grid; legend (legend1,legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,sigma,'b',t,Csigma,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi');grid; legend (legend1,legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,ux,'b',t,Cux,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kontrol girisi (u), N');grid ;legend (legend1,legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,Cnew(:,1),'b',t,Cnew(:,2),'b',t,Cnew(:,3),'b'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi egimleri C1-C2-C3');grid;legend(legend1,'Location','SouthEast');
```

```
pause;
```

```
plot(t,CC(:,1),'r',t,CC(:,2),'r',t,CC(:,3),'r'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi egimleri C1-C2-C3');grid;legend(legend2,'Location','SouthEast');
```

```
toc;
```

EK-8 Ters sarkaç mekanizması için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon
(OKY-ZDY) (Dosya adı: Cricpend.m)

```
function C=Cric(xval);

M=3;
m=0.5;
l=0.5;
b=2;
g=9.81;

den=(M+m)-m*(cos(xval(3)))^2;
A(2,2)=-b/den;
A(2,3)=-m*g*cos(xval(3))*sin(xval(3))/(den*xval(3));
A(2,4)=m*l*sin(xval(3))*xval(4)/den;
A(4,2)=b*cos(xval(3))/(den*l);
A(4,3)=(M+m)*g*sin(xval(3))/(den*l*xval(3));
A(4,4)=-m*l*sin(xval(3))*cos(xval(3))*xval(4)/(den*l);

A=[0 1 0 0; 0 A(2,2) A(2,3) A(2,4); 0 0 0 1; 0 A(4,2) A(4,3) A(4,4)];
B(2,1)=1/den;
B(4,1)=-cos(xval(3))/(den*l);
B=[0; B(2,1); 0; B(4,1)];

Mm=[B A*B A^2*B A^3*B];
p=poly(A);
W=[p(4) p(3) p(2) 1;
    p(3) p(2) p(1) 0;
    p(2) p(1) 1 0;
    p(1) 1 0 0];
T=inv(Mm*W);
%T=[-1 B(4,1)/B(2,1) 0 -1; 0 1 1 -B(2,1)/B(4,1) ; 1 0 0 0; 1 1 0 0];
```

EK-8 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY-ZDY) (Dosya adı: Cricpend.m)

$$\text{Astar}=\text{T}*\text{A}*\text{inv}(\text{T});$$

$$\text{Anew}=[\text{Astar}(1,1) \text{Astar}(1,2) \text{Astar}(1,3);$$

$$\text{Astar}(2,1) \text{Astar}(2,2) \text{Astar}(2,3);$$

$$\text{Astar}(3,1) \text{Astar}(3,2) \text{Astar}(3,3)];$$

$$\text{Bnew}=[\text{Astar}(1,4);\text{Astar}(2,4);\text{Astar}(3,4)];$$

$$\text{Q}=[140*\text{B}(2,1) \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ 8];$$

$$\text{P}=[0.07];$$

$$\text{C}=\text{lqr}(\text{Anew},\text{Bnew},\text{Q},\text{P});$$

EK-9 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY-ZDY) (Dosya adı: ricpend.m)

```
function [xdot,Cold,Cnew]=ricpend(t,x1,xold,inc)
```

```
X=[x1(1);x1(2);x1(3);x1(4)];
```

```
M=3; %mass of the cart (kg)
```

```
m=0.5; %mass of the pendulum (kg)
```

```
l=0.5; %length of the pendulum (m)
```

```
b=2; %friction constant (kg/s)
```

```
g=9.81; %gravitational force (kgm/s^2)
```

```
den=(M+m)-m*(cos(x1(3)))^2;
```

```
A(2,2)=-b/den;
```

```
A(2,3)=-m*g*cos(x1(3))*sin(x1(3))/(den*x1(3));
```

```
A(2,4)=m*l*sin(x1(3))*x1(4)/den;
```

```
A(4,2)=b*cos(x1(3))/(den*1);
```

```
A(4,3)=(M+m)*g*sin(x1(3))/(den*1*x1(3));
```

```
A(4,4)=-m*1*sin(x1(3))*cos(x1(3))*x1(4)/(den*1);
```

```
A=[0 1 0 0; 0 A(2,2) A(2,3) A(2,4); 0 0 0 1; 0 A(4,2) A(4,3) A(4,4)];
```

```
B(2,1)=1/den;
```

```
B(4,1)=-cos(x1(3))/(den*1);
```

```
B=[0; B(2,1); 0; B(4,1)];
```

```
Mm=[B A*B A^2*B A^3*B];
```

```
p=poly(A);
```

```
W=[p(4) p(3) p(2) 1; p(3) p(2) p(1) 0; p(2) p(1) 1 0; p(1) 1 0 0];
```

```
T=inv(Mm*W);
```

EK-9 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY-ZDY) (Dosya adı: ricpend.m)

$$\text{Astar}=\text{T}*\text{A}*\text{inv}(\text{T});$$

$$\text{Bstar}=\text{T}*\text{B};$$

$$\text{Cold}=\text{Cricpend}(\text{xold});$$

$$\text{Cnew}=\text{Cricpend}(\text{x1});$$

$$\text{Cdot}=[\text{Cnew}-\text{Cold}]/\text{inc};$$

$$\text{Cdot}=[\text{Cdot } 0];$$

$$\text{Cnew}=[\text{Cnew } 1];$$

$$\text{Cold}=[\text{Cold } 1];$$

$$\text{sigmax}=\text{Cnew}*\text{T}*\text{X};$$

$$\text{ueqx}=-\text{inv}(\text{Cnew}*\text{Bstar})*[\text{Cdot}*\text{T}*\text{X}+\text{Cnew}*\text{Astar}*\text{T}*\text{X}];$$

$$\text{k}=-3;$$

$$\text{ux}=\text{ueqx}+\text{k}*\text{sign}(\text{sigmax});$$

$$\text{xdot}=[\text{x1}(2);\text{A}(2,2)*\text{x1}(2)+\text{A}(2,3)*\text{x1}(3)+\text{A}(2,4)*\text{x1}(4)+\text{B}(2,1)*\text{ux};$$

$$\text{x1}(4);\text{A}(4,2)*\text{x1}(2)+\text{A}(4,3)*\text{x1}(3)+\text{A}(4,4)*\text{x1}(4)+\text{B}(4,1)*\text{ux}];$$

EK-10 Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY-SY) (Dosya adı: Cconstric.m)

```

clear
clc
syms x0 x1 x2 x3 x4
syms c1 c2 c3
M=3
m=0.5
l=0.5
g=9.81
b=2

den=M+m-m*(cos(x3))^2
B=[0; 1/den; 0; -cos(x3)/(den*1)]

F(1)=x2
F(2)=(-b*x2+m*l*sin(x3)*(x4)^2-m*g*cos(x3)*sin(x3))/den
F(3)=x4
F(4)=(b*x2*cos(x3)-m*l*sin(x3)*(x4)^2*cos(x3)+(M+m)*g*sin(x3))/(l*den)

for i=1:4
    JA(i,1)=diff(F(i),x1)
    JA(i,2)=diff(F(i),x2)
    JA(i,3)=diff(F(i),x3)
    JA(i,4)=diff(F(i),x4)
end

J=JA
x1=0,x2=0,x3=(0),x4=0

```

EK-10 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY-SY)
(Dosya adı:Cconstric.m)

```

for i=1:4
    for j=1:4
        al(i,j)=eval (J(i,j))
    end
end

bl(2,1)=eval (B(2,1))
bl(4,1)=eval (B(4,1))

AL=[al(1,1) al(1,2) al(1,3) al(1,4);
    al(2,1) al(2,2) al(2,3) al(2,4);
    al(3,1) al(3,2) al(3,3) al(3,4) ;
    al(4,1) al(4,2) al(4,3) al(4,4)]
BL=[0; bl(2,1); 0; bl(4,1)]

% AL=[0 1 0 0; 0 -0.6667 -1.6350 0; 0 0 0 1 ;0 1.3333 22.8900 0]
% BL=[0; 0.3333; 0; -0.6667]

Mm=[BL AL*BL AL^2*BL AL^3*BL];
dmat=eig(AL)
p=[poly(AL)]
W=[p(4) p(3) p(2) 1; p(3) p(2) p(1) 0; p(2) p(1) 1 0; p(1) 1 0 0];
T=inv(Mm*W)

ALstar=T*AL*inv(T)
BLstar=T*BL

```

EK-10 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için sistemi denge noktası etrafında doğrusallaştıran ve sabit yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY-SY)
(Dosya adı:Cconstric.m)

```
ALstarnew=[ALstar(1,1) ALstar(1,2) ALstar(1,3);
ALstar(2,1) ALstar(2,2) ALstar(2,3);
ALstar(3,1) ALstar(3,2) ALstar(3,3)]
```

```
BLstarnew=[ALstar(1,4); ALstar(2,4); ALstar(3,4)]
```

```
Q=[140*bl(2,1) 0 0; 0 1 0 ; 0 0 8];
```

```
P=[0.07];
```

```
C=lqr(ALstarnew,BLstarnew,Q,P);
```

```
% C=[25.82 278.03 63.15 1];
```

EK-11 Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY-SY) (Dosya adı:constricpend.m)

```
function [xdot]=constric (t,Cx1)
```

```
CX=[Cx1(1);Cx1(2);Cx1(3);Cx1(4)];
```

```
M=3; %mass of the cart (kg)
```

```
m=0.5; %mass of the pendulum (kg)
```

```
l=0.5; %length of the pendulum (m)
```

```
b=2; %friction constant (kg/s)
```

```
g=9.81; %gravitational force (kgm/s^2)
```

```
den=(M+m)-m*(cos(Cx1(3)))^2;
```

```
A(2,2)=-b/den;
```

```
A(2,3)=-m*g*cos(Cx1(3))*sin(Cx1(3))/(den*Cx1(3));
```

```
A(2,4)=m*l*sin(Cx1(3))*Cx1(4)/den;
```

```
A(4,2)=b*cos(Cx1(3))/(den*l);
```

```
A(4,3)=(M+m)*g*sin(Cx1(3))/(den*l*Cx1(3));
```

```
A(4,4)=-m*l*sin(Cx1(3))*cos(Cx1(3))*Cx1(4)/(den*l);
```

```
A=[0 1 0 0; 0 A(2,2) A(2,3) A(2,4); 0 0 0 1; 0 A(4,2) A(4,3) A(4,4)];
```

```
B(2,1)=1/den;
```

```
B(4,1)=-cos(Cx1(3))/(den*l);
```

```
B=[0; B(2,1); 0; B(4,1)];
```

```
AL=[0 1 0 0; 0 -0.6667 -1.6350 0; 0 0 0 1 ;0 1.3333 22.8900 0];
```

```
BL=[0; 0.3333; 0; -0.6667];
```

```
Mm=[BL AL*BL AL^2*BL AL^3*BL];
```

```
p=poly(AL);
```

EK-11 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY-SY) (Dosya adı:constricpend.m)

$$W=[p(4) \ p(3) \ p(2) \ 1;$$

$$p(3) \ p(2) \ p(1) \ 0;$$

$$p(2) \ p(1) \ 1 \ 0;$$

$$p(1) \ 1 \ 0 \ 0];$$

$$T=\text{inv}(Mm*W);$$

$$ALstar=T*AL*\text{inv}(T);$$

$$BLstar=T*BL;$$

$$CC=[25.82 \ 278.03 \ 63.15 \ 1];$$

$$Csigmax=CC*T*CX;$$

$$Cueqx=-\text{inv}(CC*BLstar)*[CC*ALstar*T*CX];$$

$$k=-3;$$

$$Cux=Cueqx+k*\text{sign}(Csigmax);$$

$$\text{xdot}=[Cx1(2);A(2,2)*Cx1(2)+A(2,3)*Cx1(3)+A(2,4)*Cx1(4)+B(2,1)*Cux;$$

$$Cx1(4);A(4,2)*Cx1(2)+A(4,3)*Cx1(3)+A(4,4)*Cx1(4)+B(4,1)*Cux];$$

EK-12 Ters sarkaç mekanizması için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: ricpendode.m)

```
clear;
clc;
tic;
teta=30*pi/180;
x0=[0;0;teta;0];
inc=0.01;
t=0:inc:8;
xold=x0;

[X,Cold,Cnew]=ode5bey('pendulum',t,x0,xold,inc);

for i=1:length(t);

x1(1)=X(i,1);
x1(2)=X(i,2);
x1(3)=X(i,3);
x1(4)=X(i,4);

M=3;
m=0.5;
l=0.5;
b=2;
g=9.81;

den=(M+m)-m*(cos(x1(3)))^2;

A(2,2)=-b/den;
A(2,3)=-m*g*cos(x1(3))*sin(x1(3))/(den*x1(3));
A(2,4)=m*l*sin(x1(3))*x1(4)/den;
```

EK-12 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: ricpendode.m)

$$A(4,2)=b*\cos(x1(3))/(den*1);$$

$$A(4,3)=(M+m)*g*\sin(x1(3))/(den*1*x1(3));$$

$$A(4,4)=-m*1*\sin(x1(3))*\cos(x1(3))*x1(4)/(den*1);$$

$$A=[0 \ 1 \ 0 \ 0; \ 0 \ A(2,2) \ A(2,3) \ A(2,4); \ 0 \ 0 \ 0 \ 1; \ 0 \ A(4,2) \ A(4,3) \ A(4,4)];$$

$$B(2,1)=1/den;$$

$$B(4,1)=-\cos(x1(3))/(den*1);$$

$$B=[0; \ B(2,1); \ 0; \ B(4,1)];$$

$$Mm=[B \ A*B \ A^2*B \ A^3*B];$$

$$p=\text{poly}(A);$$

$$W=[p(4) \ p(3) \ p(2) \ 1; \ p(3) \ p(2) \ p(1) \ 0; \ p(2) \ p(1) \ 1 \ 0; \ p(1) \ 1 \ 0 \ 0];$$

$$T=\text{inv}(Mm*W);$$

$$\text{Astar}=T*A*\text{inv}(T);$$

$$\text{Bstar}=T*B;$$

$$\text{Cdot}(i,:)=[\text{Cnew}(i,:)-\text{Cold}(i,:)]/\text{inc};$$

$$\text{sigmax}(i)=\text{Cnew}(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3);X(i,4)];$$

$$\text{ueqx}(i)=-$$

$$\text{inv}(\text{Cnew}(i,:)*\text{Bstar})*[\text{Cdot}(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3);X(i,4)]+\text{Cnew}(i,:)*\text{Astar}*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3);X(i,4)]];$$

$$k=-3;$$

$$\text{ux}(i)=\text{ueqx}(i)+k*\text{sign}(\text{sigmax}(i));$$

end

$$x1=X(:,1);$$

$$x2=X(:,2);$$

EK-12 (Devam) Ters sarkaç mekanizması için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM-ZDY/SY) (Dosya adı: ricpendode.m)

```
x3=X(:,3)*180/pi;
```

```
x4=X(:,4)*180/pi;
```

```
legend1='zamanla degisen yüzey';
```

```
legend2='sabit yüzey';
```

```
plot(t,x1,'b',t,Cx1,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('x, m');grid; legend (legend1, legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,x2,'b',t,Cx2,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('dx/dt, m/sn');grid; legend(legend1, legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,x3,'b',t,Cx3,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('teta, deg');grid; legend(legend1, legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,x4,'b',t,Cx4,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('dteta/dt, deg/sn');grid;legend (legend1, legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,sigma,'b',t,Csigma,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi');grid; legend(legend1,legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,ux,'b',t,Cux,'r--'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kontrol girişi (u), N');grid; legend (legend1,legend2);
```

```
pause;
```

```
plot(t,Cnew(:,1),'b',t,Cnew(:,2),'b',t,Cnew(:,3),'b'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi eğimleri C1-C2-C3'); grid; legend(legend1,'Location','SouthEast');
```

```
pause;
```

```
plot(t,CC(:,1),'r',t,CC(:,2),'r',t,CC(:,3),'r'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi eğimleri C1-C2-C3'); grid;legend(legend2,'Location','SouthEast');
```

```
toc;
```

EK-13 Füze modeli için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (KYM)
(Dosya adı: Crootmissile.m)

```
function C=Crootmissile(xval)
```

```
pl=[-250,-380];
```

```
M=3;
```

```
%Lift coefficients
```

```
an=0.000103;
```

```
bn=-0.00945;
```

```
cn=-0.1696;
```

```
dn=-0.034;
```

```
Kalfa=1.1855;
```

```
Kz=0.667;
```

```
%Pitch coefficients
```

```
am=0.000215;
```

```
bm=-0.0195;
```

```
cm=0.051;
```

```
dm=-0.206;
```

```
Kq=70.586;
```

```
Zalfa=Kalfa*M*(an*xval(1)^2+bn*abs(xval(1))+cn)*cosd(xval(1));
```

```
Malfa=Kq*M^2*(am*xval(1)^2+bm*abs(xval(1))+cm);
```

```
Zdelta=Kalfa*M*cosd(xval(1))*dn;
```

```
Mdelta=Kq*M^2*dm;
```

```
Nalfa=Kz*M^2*(an*xval(1)^2+bn*abs(xval(1))+cn);
```

```
Ndelta=Kz*M^2*dn;
```

```
A=[Zalfa 1 0; Malfa 0 0; Nalfa 0 0];
```

EK-13 (Devam) Füze modeli için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon
(KYM) (Dosya adı: Crootmissile.m)

```
B=[Zdelta;Mdelta;Ndelta];
```

```
T=[1 -(B(1,1)/B(2,1)) 0; 0 1 -(B(2,1)/B(3,1)); 0 0 1];
```

```
Astar=T*A*inv(T);
```

```
Bstar=T*B;
```

```
Anew=[Astar(1,1) Astar(1,2);  
Astar(2,1) Astar(2,2)];
```

```
Bnew=[Astar(1,3); Astar(2,3)];
```

```
C=place(Anew,Bnew,pl);
```

EK-14 Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM) (Dosya adı:rootmissile.m)

```
function [xdot,Cold,Cnew,nzstar]=rootmissile(t,x1,xold,inc)
```

```
X=[x1(1);x1(2);x1(3)];
```

```
M=3;
```

```
%Lift coefficients
```

```
an=0.000103;
```

```
bn=-0.00945;
```

```
cn=-0.1696;
```

```
dn=-0.034;
```

```
Kalfa=1.1855;
```

```
Kz=0.667;
```

```
%Pitch coefficients
```

```
am=0.000215;
```

```
bm=-0.0195;
```

```
cm=0.051;
```

```
dm=-0.206;
```

```
Kq=70.586;
```

```
Zalfa=Kalfa*M*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn)*cosd(x1(1));
```

```
Malfa=Kq*M^2*(am*x1(1)^2+bm*abs(x1(1))+cm);
```

```
Zdelta=Kalfa*M*cosd(x1(1))*dn;
```

```
Mdelta=Kq*M^2*dm;
```

```
Nalfa=Kz*M^2*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn);
```

```
Ndelta=Kz*M^2*dn;
```

```
A=[Zalfa 1 0;Malfa 0 0;Nalfa 0 0];
```

```
B=[Zdelta;Mdelta;Ndelta];
```

EK-14 (Devam) Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM) (Dosya adı:rootmissile.m)

```

for i=1:length(t);
    if t(i)>3.3;
        nzstar(i)=0;
    elseif t(i)>=3;
        nzstar(i)=-1851.8*(t(i)-3)^3+833.31*(t(i)-3)^2-25;
    elseif t(i)>=2.3;
        nzstar(i)=-25;
    elseif t(i)>=2;
        nzstar(i)=1111.06*(t(i)-2)^3-499.98*(t(i)-2)^2-10;
    elseif t(i)>=1.3;
        nzstar(i)=-10;
    elseif t(i)>=1;
        nzstar(i)=2962.93*(t(i)-1)^3-1333.32*(t(i)-1)^2+30;
    elseif t(i)>=0.3;
        nzstar(i)=30;
    else;
        nzstar(i)=-2222.2*t(i)^3+1000*t(i)^2;
    end;
end;

N=[0;0;-nzstar];

T=[1 -(B(1,1)/B(2,1)) 0; 0 1 -(B(2,1)/B(3,1)); 0 0 1];

Astar=T*A*inv(T);

Bstar=T*B;
Nstar=T*N;

```

EK-14 (Devam) Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (KYM) (Dosya adı:rootmissile.m)

Cnew=Crootmissile1(x1);

Cold=Crootmissile(xold);

Cdot=[Cnew-Cold]/inc;

Cdot=[Cdot 0];

Cnew=[Cnew 1];

Cold=[Cold 1];

sigmax=Cnew*T*X;

ueq=-inv(Cnew*Bstar)*[Cdot*T*X+Cnew*Astar*T*X+Cnew*Nstar];

k=-1;

ux=ueq+k*sign(sigmax);

xdot=[A(1,1)*x1(1)+x1(2)+B(1,1)*ux; A(2,1)*x1(1)+B(2,1)*ux;

A(3,1)*x1(1)+B(3,1)*ux-nzstar] ;

EK-15 Füze modeli için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu (Dosya adı:ode5missile.m)

```
function [Y,Cold,Cnew,nzstar] = ode5missile(odefun,tspan,y0,xold,inc)
```

```
if ~isnumeric(tspan)
```

```
    error('TSPAN should be a vector of integration steps.');
```

```
end
```

```
if ~isnumeric(y0)
```

```
    error('Y0 should be a vector of initial conditions.');
```

```
end
```

```
h = diff(tspan);
```

```
if any(sign(h(1))*h <= 0)
```

```
    error('Entries of TSPAN are not in order.');
```

```
end
```

```
try
```

```
    f0 = feval(odefun,tspan(1),y0,xold,inc);
```

```
catch
```

```
    msg = ['Unable to evaluate the ODEFUN at t0,y0. ',lasterr];
```

```
    error(msg);
```

```
end
```

```
y0 = y0(:);
```

```
if ~isequal(size(y0),size(f0))
```

```
    error('Inconsistent sizes of Y0 and f(t0,y0).');
```

```
end
```

```
neq = length(y0);
```

```
N = length(tspan);
```

```
Y = zeros(neq,N);
```

EK-15 (Devam) Füze modeli için değiştirilmiş ode5 fonksiyonu (Dosya adı: ode5missile.m)

```

C = [1/5; 3/10; 4/5; 8/9; 1];
A = [ 1/5,      0,      0,      0,      0
      3/40,     9/40,   0,      0,      0
      44/45    -56/15,  32/9,   0,      0
      19372/6561, -25360/2187, 64448/6561, -212/729, 0
      9017/3168, -355/33,  46732/5247, 49/176, -5103/18656];
B = [35/384, 0, 500/1113, 125/192, -2187/6784, 11/84];
A = A.';
B = B(:);

nstages = length(B);
F = zeros(neq,nstages);

Y(:,1) = y0;
for i = 2:N
    ti = tspan(i-1);
    hi = h(i-1);
    yi = Y(:,i-1);
    xold=yi;
    [F(:,1),Cold(i,:)] = feval(odefun,ti,yi,xold,inc);
    for stage = 2:nstages
        tstage = ti + C(stage-1)*hi;
        ystage = yi + F(:,1:stage-1)*(hi*A(1:stage-1,stage-1));
        [ F(:,stage)] = feval(odefun,tstage,ystage,xold,inc);
    end
    Y(:,i) = yi + F*(hi*B);
    [as,sd,Cnew(i,:),nzstar(i,1)]=feval(odefun,ti+hi,Y(:,i),xold,inc);
end
Y = Y.';

```

EK-16 Füzeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM) (Dosya adı:rootmissileode.m)

```
clear
clc
tic
x0=[0.1;-0.2;0];
t=0:0.003:4;
xold=x0;
inc=0.003;
[X,Cold,Cnew,nzstar]=ode5missile('rootmissile',t,x0,xold,inc);

for i=1:length(t)
    x1(1)=X(i,1);
    x1(2)=X(i,2);
    x1(3)=X(i,3);
M=3;
%Lift coefficients
an=0.000103;
bn=-0.00945;
cn=-0.1696;
dn=-0.034;
Kalfa=1.1855;
Kz=0.667;

%Pitch coefficients
am=0.000215;
bm=-0.0195;
cm=0.051;
dm=-0.206;
Kq=70.586;
```

EK-16 (Devam) Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM) (Dosya adı:rootmissileode.m)

```

Zalfa=Kalfa*M*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn)*cosd(x1(1));
Malfa=Kq*M^2*(am*x1(1)^2+bm*abs(x1(1))+cm);
Zdelta=Kalfa*M*cosd(x1(1))*dn;
Mdelta=Kq*M^2*dm;
Nalfa=Kz*M^2*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn);
Ndelta=Kz*M^2*dn;

A=[Zalfa 1 0;
    Malfa 0 0;
    Nalfa 0 0];
B=[Zdelta;Mdelta;Ndelta];

N=[0;0;-nzstar(i,1)];

T=[1 -(B(1,1)/B(2,1)) 0; 0 1 -(B(2,1)/B(3,1)); 0 0 1];
Astar=T*A*inv(T);
Bstar=T*B;
Nstar=T*N;

Cdot(i,:)=[Cnew(i,:)-Cold(i,)]/inc;
sigmax(i)=Cnew(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3)];
ueq(i)=-
    [inv(Cnew(i,:)*Bstar)]*[Cdot(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3)]+Cnew(i,:)*Astar*
    T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3)]+Cnew(i,:)*Nstar];
k=-1;
ux(i)=ueq(i)+k*sign(sigmax(i));
nz(i)=A(3,1)*X(i,1)+B(3,1)*ux(i);

end

```

EK-16 (Devam) Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (KYM) (Dosya adı:rootmissileode.m)

```
x1=X(:,1);
x2=X(:,2);
x3=X(:,3);
c1=Cnew(:,1);
c2=Cnew(:,2);

toc;

plot(t,x1); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('teta, deg. ');grid;
pause;
plot(t,x2);xlabel('zaman, sn. '); ylabel('teta, deg/sn. ');grid;
pause;
plot(t,x3); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('hata sinyali ');grid;
pause;
plot(t,nzstar); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('referans ivme,deg/s^2 ');grid;
pause;
hold on;
plot(t,nz); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('normal ivme,deg/s^2 ');grid;
pause;
plot(t,sigmax); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kayma yüzeyi ');grid;
pause;
plot(t,ux); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kuyruk acısı, deg ');grid;
pause;
plot(t,Cnew(:,1)); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kayma Yüzeyi Egimi, C1 ');grid;
pause;
plot(t,Cnew(:,2)); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kayma Yüzeyi Egimi, C2 ');grid;
```

EK-17 Füze modeli için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon (OKY)
(Dosya adı: Cricmissile.m)

```
function C=Cricmissile(xval);
```

```
M=3;
```

```
%Lift coefficients
```

```
an=1.03*10^-4;
```

```
bn=-9.45*10^-3;
```

```
cn=-0.1696;
```

```
dn=-3.4*10^-2;
```

```
Kalfa=1.1855;
```

```
Kz=0.667;
```

```
%Pitch coefficients
```

```
am=2.15*10^-4;
```

```
bm=-1.95*10^-2;
```

```
cm=5.1*10^-2;
```

```
dm=-0.206;
```

```
Kq=70.586;
```

```
Zalfa=Kalfa*M*(an*xval(1)^2+bn*abs(xval(1))+cn)*cosd(xval(1));
```

```
Malfa=Kq*M^2*(am*xval(1)^2+bm*abs(xval(1))+cm);
```

```
Zdelta=Kalfa*M*cosd(xval(1))*dn;
```

```
Mdelta=Kq*M^2*dm;
```

```
Nalfa=Kz*M^2*(an*xval(1)^2+bn*abs(xval(1))+cn);
```

```
Ndelta=Kz*M^2*dn;
```

```
A=[Zalfa 1 0; Malfa 0 0; Nalfa 0 0];
```

```
B=[Zdelta;Mdelta;Ndelta];
```

EK-17 (Devam) Füze modeli için değişken yüzey eğimlerini hesaplayan fonksiyon
(OKY) (Dosya adı: Cricmissile.m)

```
T=[1 -(B(1,1)/B(2,1)) 0;  
    0 1 -(B(2,1)/B(3,1));  
    0 0 1];
```

```
Astar=T*A*inv(T);
```

```
Bstar=T*B;
```

```
Anew=[Astar(1,1) Astar(1,2);  
       Astar(2,1) Astar(2,2)];
```

```
Bnew=[Astar(1,3); Astar(2,3)];
```

```
Q=[50 0; 0 375*(B(1,1)^2)];
```

```
P=[200];
```

```
C=lqr(Anew,Bnew,Q,P);
```

EK-18 Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY) (Dosya adı:ricmissile.m)

```
function [xdot,Cold,Cnew,nzstar]=ricmissile(t,x1,xold,inc)
```

```
X=[x1(1);x1(2);x1(3)];
```

```
M=3;
```

```
%Lift coefficients
```

```
an=0.000103;
```

```
bn=-0.00945;
```

```
cn=-0.1696;
```

```
dn=-0.034;
```

```
Kalfa=1.1855;
```

```
Kz=0.667;
```

```
%Pitch coefficients
```

```
am=0.000215;
```

```
bm=-0.0195;
```

```
cm=0.051;
```

```
dm=-0.206;
```

```
Kq=70.586;
```

```
Zalfa=Kalfa*M*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn)*cosd(x1(1));
```

```
Malfa=Kq*M^2*(am*x1(1)^2+bm*abs(x1(1))+cm);
```

```
Zdelta=Kalfa*M*cosd(x1(1))*dn;
```

```
Mdelta=Kq*M^2*dm;
```

```
Nalfa=Kz*M^2*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn);
```

```
Ndelta=Kz*M^2*dn;
```

```
A=[Zalfa 1 0;Malfa 0 0;Nalfa 0 0];
```

```
B=[Zdelta;Mdelta;Ndelta];
```

EK-18 (Devam) Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY) (Dosya adı:ricmissile.m)

```

for i=1:length(t);
    if t(i)>3.3;
        nzstar(i)=0;
    elseif t(i)>=3;
        nzstar(i)=-1851.8*(t(i)-3)^3+833.31*(t(i)-3)^2-25;
    elseif t(i)>=2.3;
        nzstar(i)=-25;
    elseif t(i)>=2;
        nzstar(i)=1111.06*(t(i)-2)^3-499.98*(t(i)-2)^2-10;
    elseif t(i)>=1.3;
        nzstar(i)=-10;
    elseif t(i)>=1;
        nzstar(i)=2962.93*(t(i)-1)^3-1333.32*(t(i)-1)^2+30;
    elseif t(i)>=0.3;
        nzstar(i)=30;
    else;
        nzstar(i)=-2222.2*t(i)^3+1000*t(i)^2;
    end;
end;

N=[0;0;-nzstar];

T=[1 -(B(1,1)/B(2,1)) 0; 0 1 -(B(2,1)/B(3,1)); 0 0 1];

Astar=T*A*inv(T);

Bstar=T*B;
Nstar=T*N;

```

EK-18 (Devam) Füze modeli için durum değişkenleri, kayma yüzeyi ve kontrol girişi hesaplama fonksiyonu (OKY) (Dosya adı:ricmissile.m)

Cnew=Cricmissile1(x1);

Cold=Cricmissile(xold);

Cdot=[Cnew-Cold]/inc;

Cdot=[Cdot 0];

Cnew=[Cnew 1];

Cold=[Cold 1];

sigmax=Cnew*T*X;

ueq=-inv(Cnew*Bstar)*[Cdot*T*X+Cnew*Astar*T*X+Cnew*Nstar];

k=-1;

ux=ueq+k*sign(sigmax);

xdot=[A(1,1)*x1(1)+x1(2)+B(1,1)*ux; A(2,1)*x1(1)+B(2,1)*ux;

A(3,1)*x1(1)+B(3,1)*ux-nzstar] ;

EK-19 Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya
(OKY) (Dosya adı:ricmissileode.m)

```
clear
clc
tic
x0=[0.1;-0.2;0];
t=0:0.003:4;
xold=x0;
inc=0.003;
[X,Cold,Cnew,nzstar]=ode5missile('ricmissile',t,x0,xold,inc);

for i=1:length(t)
    x1(1)=X(i,1);
    x1(2)=X(i,2);
    x1(3)=X(i,3);
M=3;
%Lift coefficients
an=0.000103;
bn=-0.00945;
cn=-0.1696;
dn=-0.034;
Kalfa=1.1855;
Kz=0.667;

%Pitch coefficients
am=0.000215;
bm=-0.0195;
cm=0.051;
dm=-0.206;
Kq=70.586;
```

EK-19 (Devam) Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (OKY) (Dosya adı:ricmissileode.m)

```

Zalfa=Kalfa*M*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn)*cosd(x1(1));
Malfa=Kq*M^2*(am*x1(1)^2+bm*abs(x1(1))+cm);
Zdelta=Kalfa*M*cosd(x1(1))*dn;
Mdelta=Kq*M^2*dm;
Nalfa=Kz*M^2*(an*x1(1)^2+bn*abs(x1(1))+cn);
Ndelta=Kz*M^2*dn;

A=[Zalfa 1 0;
    Malfa 0 0;
    Nalfa 0 0];
B=[Zdelta;Mdelta;Ndelta];

N=[0;0;-nzstar(i,1)];

T=[1 -(B(1,1)/B(2,1)) 0; 0 1 -(B(2,1)/B(3,1)); 0 0 1];
Astar=T*A*inv(T);
Bstar=T*B;
Nstar=T*N;

Cdot(i,:)=[Cnew(i,:)-Cold(i,)]/inc;
sigmax(i)=Cnew(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3)];
ueq(i)=-
    [inv(Cnew(i,:)*Bstar)]*[Cdot(i,:)*T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3)]+Cnew(i,:)*Astar*
    T*[X(i,1);X(i,2);X(i,3)]+Cnew(i,:)*Nstar];
k=-1;
ux(i)=ueq(i)+k*sign(sigmax(i));
nz(i)=A(3,1)*X(i,1)+B(3,1)*ux(i);

end

```

EK-19 (Devam) Füze modeli için fonksiyonları çalıştıran ve simülasyonları çizdiren dosya (OKY) (Dosya adı:ricmissileode.m)

```
x1=X(:,1);
x2=X(:,2);
x3=X(:,3);
c1=Cnew(:,1);
c2=Cnew(:,2);

toc;

plot(t,x1); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('teta, deg. ');grid;
pause;
plot(t,x2);xlabel('zaman, sn. '); ylabel('teta, deg/sn. ');grid;
pause;
plot(t,x3); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('hata sinyali ');grid;
pause;
plot(t,nzstar); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('referans ivme,deg/s^2 ');grid;
pause;
hold on;
plot(t,nz); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('normal ivme,deg/s^2 ');grid;
pause;
plot(t,sigmax); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kayma yüzeyi ');grid;
pause;
plot(t,ux); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kuyruk acısı, deg ');grid;
pause;
plot(t,Cnew(:,1)); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kayma Yüzeyi Egimi, C1 ');grid;
pause;
plot(t,Cnew(:,2)); xlabel('zaman,sn. '); ylabel('Kayma Yüzeyi Egimi, C2 ');grid;
```

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : GÖKBİLEN, Beyza
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 09.10.1978 İstanbul
e-mail : b_gokbilen@yahoo.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /Makine Müh. Böl.	2006
Lisans	Gazi Üniversitesi/ Makine Müh. Böl.	2003
Lise	Özel Arı Fen Lisesi	1996

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Bilim-Teknoloji, Spor, Müzik, Kişisel Gelişim